

学校编码: 10384  
学号: 19120081152760

分类号\_密级\_  
UDC\_\_

厦门大学

硕士 学位 论文

## 决策模型的研究及其应用

**The Research and Application of Decision-making Model**

赵文武

指导教师姓名: 张顺明 教授

专业名称: 应用数学

论文提交日期: 2011 年 4 月

论文答辩时间: 2011 年 月

学位授予日期: 2011 年 月

答辩委员会主席:

评 阅 人:

2011 年 月

厦门大学博硕士论文摘要库

## 厦门大学学位论文原创性声明

本人呈交的学位论文是本人在导师指导下，独立完成的研究成果。本人在论文写作中参考其他个人或集体已经发表的研究成果，均在文中以适当方式明确标明，并符合法律规范和《厦门大学研究生学术活动规范（试行）》。

另外，该学位论文为( )课题(组)的研究成果，获得( )课题(组)经费或实验室的资助，在( )实验室完成。(请在以上括号内填写课题或课题组负责人或实验室名称，未有此项声明内容的，可以不作特别声明。)

声明人(签名):

年 月 日

厦门大学博硕士论文摘要库

## 厦门大学学位论文著作权使用声明

本人同意厦门大学根据《中华人民共和国学位条例暂行实施办法》等规定保留和使用此学位论文，并向主管部门或其指定机构送交学位论文（包括纸质版和电子版），允许学位论文进入厦门大学图书馆及其数据库被查阅、借阅。本人同意厦门大学将学位论文加入全国博士、硕士学位论文共建单位数据库进行检索，将学位论文的标题和摘要汇编出版，采用影印、缩印或者其它方式合理复制学位论文。

本学位论文属于：

- ( ) 1. 经厦门大学保密委员会审查核定的保密学位论文，于 年 月 日解密，解密后适用上述授权。  
( ) 2. 不保密，适用上述授权。

(请在以上相应括号内打“√”或填上相应内容。保密学位论文应是已经厦门大学保密委员会审定过的学位论文，未经厦门大学保密委员会审定的学位论文均为公开学位论文。此声明栏不填写的，默认为公开学位论文，均适用上述授权。)

声明人（签名）：

年 月 日

厦门大学博硕士论文摘要库

## 摘要

决策者面临的选择问题历来是人们比较关注的话题，然而理性的决策分析行为是从期望值理论的产生才开始的。期望值理论可以说是最简单的也是日常生活中最被人们经常使用的决策理论，因为它不需要什么太专业的知识储备，你只需要拥有简单的数学期望知识就可以了。但是，后来出现的一些决策悖论如“圣彼得堡悖论”使人们开始迷惑为什么期望值理论不管用了？为了解释这些悖论，数学家、经济学家丹尼尔·伯努利提出了“效用”的概念，开辟了用决策者的效用来描述决策者的决策行为的先河。后来 Von Neumann & Morgenstern 等人继承丹尼尔·伯努利对“圣彼得堡悖论”(St. Petersburg paradox)的解答并经过严格的公理化阐述而形成了期望效用理论。

期望效用理论的简单性和漂亮的数学公理性使得其发表后不久便被诸多学者所推崇，很快成为一个强大的模型分析工具被人们使用。可以说很多经济学、金融学理论都是在此基础上发展起来的，但是随后又出现了一些与该理论相悖的选择行为使得期望效用理论也开始受到了一些经济学家的质疑。这就引发了人们进一步发展和完善期望效用理论。这方面主要分为两个派别：一个派别的学者们将决策者的主观性加入到期望效用理论中提出了主观期望效用理论，比较有代表性的是 Quiggin (1982) 发表的依赖排序期望效用理论 (RDEU)。另一派别则从心理学、行为学角度去解释决策者的选择行为。比较有代表性的是 Kahn man 和 Tversky 的“前景理论”(Prospect Theory, PT)<sup>[1]</sup>。

本文的写作基础一开始是为了研究探讨各种经济学悖论为什么会与传统的期望效用模型相矛盾？矛盾的根源在哪里？如何解决这些矛盾？在总结了一些前辈的思想成果的基础上，我们给出了自己的想法。我们提出了主观概率函数、主观权重函数，然后将传统的期望效用理论发展为我们的主观权重期望效用理论，并且我们用该理论解释了一些选择行为悖论。接下来为了继续研究的需要，我们进一步发展了自己的理论，将我们的理论由离散状态下的事件推广到连续状态的事件，进而将我们刚推广的连续状态事件下的主观权重期望效用模型应用于简单的理想情形下的股票定价。最后为了更进一步研究的需要，我们又将前面提出的一般的不确定结果的离散状态事件下的主观权重期望效用模型推广到更加

复杂的“双重不确定事件”的主观权重期望效用模型。最后，我们用最新推广的模型解释了 Ellsberg 悖论

**关键词：**主观概率函数、主观权重期望效用模型、连续状态事件、股票定价、双重不确定事件

厦门大学博硕士论文摘要库

## **Abstract**

It is a attractive topic in history that how people make their decision-making. Rational behavior of decision analysis began from expectation value theory. Expectation value theory is the most simple and useful basis about their decision behavior in daily life, because you don't need very professional knowledge but some Mathematical Expectation knowledge. But, some decision-making contrary, such as "St. Petersburg paradox", appearing afterwards made people begin to confuse why was the expectation value theory out of action? In order to explain these paradoxes Mathematician & economists, Daniel Bernoulli put forward the concept of utility. Later Von Neumann & Morgenstern inherit Daniel Bernoulli's answers about "St. Petersburg paradox" and undergo strict axiomatic proof formed Expected Utility theory.

The simplicity and beautiful mathematical axiom of EU makes it very popular after it was published, and it became a powerful model analysis tool used by people quickly. We can say that a lot of Economics and Financial theory is based on the EU theory. But then again appeared some choice behavior which were contradictory with EU theory makes EU theory also be questioned by some economists. This prompted people to make further development and improvement, and there arose two branches. One branch is that people put the subjectivity of the decision-maker into EU theory proposed Subjective Expect Utility theory, such as Rank dependent Expected Utility; The other branch is that people explain the decision maker's choice behavior from the Angle of psychology and behavior science, such as Prospect Theory.

In the beginning this paper is written to research how these Economical paradox were contradictory with EU theory? What are the reasons of these paradoxes? And how to explain these paradoxes? In the basis of summary about senior's thoughts we put forward our own theory. First we make Subjective probability function, then we transform traditional EU model to be our Subjective Weight Expected Utility model, and we use the SWEU theory to explain some choice paradoxes. Then, We further

develop our theory from discrete states to continuous states. We use our developed SWEU theory under continuous states into stock pricing with simple ideal situation. Finally, we make the second development about our SWEU theory, from general uncertainty event to double uncertainty event. In the end, we use the latest promotion model to explain the Ellsberg paradox.

**Key Words :** Subjective probability function Subjective Weight Expect Utility Model  
Continuous states Stock pricing Double uncertainty event

# 目 录

<b>第一章 传统的决策分析模型 .....</b>	<b>1</b>
<b>1.1 期望值理论.....</b>	<b>1</b>
<b>1.1.1 期望值理论概述.....</b>	<b>1</b>
<b>1.1.2 期望值理论遇到的挑战 .....</b>	<b>1</b>
<b>1.2 期望效用理论 .....</b>	<b>4</b>
<b>1.3 期望效用理论的发展 .....</b>	<b>5</b>
<b>1.3.1 依赖排序期望效用理论.....</b>	<b>6</b>
<b>1.3.2 前景理论.....</b>	<b>7</b>
<b>1.3.3 客观概率与主观概率.....</b>	<b>8</b>
<b>第二章 主观权重期望效用模型 .....</b>	<b>11</b>
<b>2.1 主观概率函数 .....</b>	<b>11</b>
<b>2.2 主观权重函数 .....</b>	<b>14</b>
<b>2.3 主观权重期望效用模型 .....</b>	<b>17</b>
<b>2.4 主观权重期望效用模型的实证分析 .....</b>	<b>17</b>
<b>2.4.1 Allais 悖论及其解释.....</b>	<b>18</b>
<b>2.4.2 组合方案选择及其解释.....</b>	<b>21</b>
<b>第三章 主观权重期望效用模型的推广 .....</b>	<b>25</b>
<b>3.1 主观权重期望效用模型的第一次推广 .....</b>	<b>25</b>
<b>3.1.1 连续状态下主观权重期望效用模型.....</b>	<b>25</b>
<b>3.1.2 连续状态下主观权重期望效用模型应用于股票定价 .....</b>	<b>26</b>
<b>3.2 主观权重期望效用模型的第二次推广 .....</b>	<b>29</b>
<b>3.2.1 Ellsberg 悖论与双重不确定事件.....</b>	<b>30</b>
<b>3.2.2 双重不确定事件中的主观概率函数.....</b>	<b>32</b>
<b>3.2.3 二次推广后的主观权重期望效用模型及其应用.....</b>	<b>33</b>

第四章 主观权重期望效用理论的总结 .....	35
参考文献.....	36
致 谢.....	37

厦门大学博硕士论文摘要库

# CONTENTS

<b>Chapter I Traditional decision analysis model .....</b>	<b>1</b>
<b>1.1 Expected Value Theory .....</b>	<b>1</b>
<b>1.1.1 Introduction to Expected Value Theory .....</b>	<b>1</b>
<b>1.1.2 The challenge for Expected Value Theory .....</b>	<b>1</b>
<b>1.2 Expected Utility Theory .....</b>	<b>4</b>
<b>1.3 Development of Expected Utility Theory.....</b>	<b>5</b>
<b>1.3.1 Rank Dependent Expectation Utility Theory.....</b>	<b>6</b>
<b>1.3.2 Prospect Theory .....</b>	<b>7</b>
<b>1.3.3 Objective probability and Subjective probability .....</b>	<b>8</b>
<b>Chapter II Subjective Weight Expected Utility Model.....</b>	<b>11</b>
<b>2.1 Subjective Probability Function .....</b>	<b>11</b>
<b>2.2 Subjective Weight Function .....</b>	<b>14</b>
<b>2.3 Subjective Weight Expected Utility Model.....</b>	<b>17</b>
<b>2.4 The application of Subjective Weight Expected Utility Model.....</b>	<b>17</b>
<b>2.4.1 The explanation for Allais Paradox .....</b>	<b>18</b>
<b>2.4.2 The explanation for Combination scheme selection .....</b>	<b>21</b>
<b>Chapter III The development of Subjective Weight Expected Utility Model.....</b>	<b>25</b>
<b>3.1 The first development of Subjective Weight Expected Utility Model.....</b>	<b>25</b>
<b>3.1.1 Subjective Weight Expected Utility Model under continuous states.</b>	<b>25</b>
<b>3.1.2 Application into Stock pricing about Subjective Weight Expected Utility Model under continuous states .....</b>	<b>26</b>
<b>3.2 The second development of Subjective Weight Expected Utility Model .</b>	<b>29</b>
<b>3.2.1 Ellsberg Paradox and Double uncertainty Event .....</b>	<b>30</b>
<b>3.2.2 Subjective Probability Function in Double uncertainty Event .....</b>	<b>32</b>
<b>3.2.3 Application of developed Subjective Weight Expected Utility</b>	

Model.....	33
<b>Chapter IV The shortcoming of Subjective Weight Expected Utility</b>	
Theory .....	35
Reference Bibliography.....	36
Acknowledgements .....	37

厦门大学博硕士论文摘要库

# 第一章 传统的决策分析模型

## 1.1 期望值理论

### 1.1.1 期望值理论概述<sup>[2]</sup>

一般来讲，求解任何类型的决策问题，最后都归结为对各备选方案进行选择。而对方案的选择，我们可从两个方面来考虑：后果值、自然状态出现的概率。

由于方案后果在许多情况下，特别是经营管理决策中都用盈利、亏损这类指标，所以期望收益值准则成为决策分析发展过程中提出最早和应用最广泛的一种准则，期望收益值准则如下。

设  $A_i (i=1,2,\dots,m)$  为  $m$  个备选方案， $p_j (j=1,2,\dots,n)$  为各个自然状态发生的概率， $\theta_{ij}$  为方案  $A_i$  在自然状态  $j$  下的后果值。从统计学的角度出发，用数学期望来权衡方案的各种可能结果，希望从多次决策中取得的平均收益最大。方案  $A_i$  期望收益值为：

$$E(A_i) = \sum_{j=1}^n p_j \theta_{ij}$$

若方案  $A_k$  满足： $E(A_k) = \max_{1 \leq i \leq m} E(A_i)$

则决策者选择  $A_k$  为最优方案。对于成本之类(损失类)的后果，相应的公式应为

$$E(A_k) = \min_{1 \leq i \leq m} E(A_i), \text{ 但其原理相同，不再另行讨论。}$$

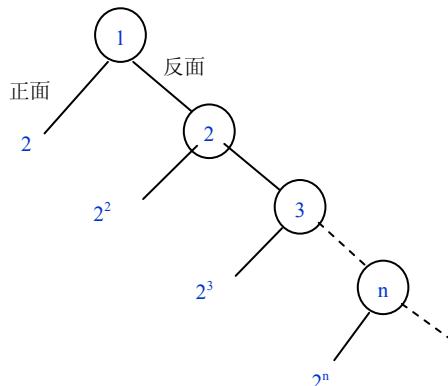
在客观条件下期望收益值理论符合大多数人的选择要求，也是现实生活中最被人们常用作为简单的决策依据的模型。但是有些情况下期望收益值模型会与人们的选择结果相悖，这其中最为著名的案例就是数学史上的“圣.彼得堡悖论”。

### 1.1.2 期望值理论遇到的挑战

#### 圣.彼得堡悖论(St. Petersburg Paradox)

该悖论最早由数学家尼古拉·伯努利在 18 世纪 30 年代提出：设有一场猜硬币正反面的赌博，一局中赌徒可以猜无数次，直到他猜对为止。赌徒在第一次猜对可得 2 元；第一次没有猜对，第二次猜对可得 4 元；前两次没有猜对，第三次猜对赌徒可得 8 元；……；如果前  $n-1$  次都没有猜对，第  $n$  次猜对则可得  $2^n$

元；……，具体情况如图所示。



圣.彼得堡悖论

现在问：为使赌徒有杈参加这样的赌博，他应该先交多少钱才能使这样的赌博成为“公平的赌博”？所谓公平的赌博，是指参加赌博的任何一方输赢数额和机会是相等的。比如这样的猜硬币的赌局，所谓公平，是指赌徒和赌局的设立者应该有相同的机会获得相同的回报。用概率论的语言来讲，设  $X$  是一个随机变量，指赌徒在一局赌博中赢得的钱，则  $X$  的数学期望就是赌徒为参加这样的赌博应该先交的钱，因为在多次赌博之后，赌局的设立者获得的收入，应等于赌徒赚得的收入。用公式表示如下：

$$E(X) = 2 \times \frac{1}{2} + 2^2 \times \frac{1}{2^2} + L + 2^n \times \frac{1}{2^n} + L = \infty$$

上式表示，不管赌徒应先交多少钱，他都是有利可图的，因为他不管每局交多少钱，都小于它可能得到的回报。然而，如果真有这样的赌局，又有哪个赌徒真的会这样做呢？这就产生一个悖论：理论上平等的赌博，在现实上是不可能有人敢于参加的，实际上也是无法实现的。

让我们考虑可猜的次数是有限的情况，设赌徒可猜 10 次，那么他的盈利的数学期望是 10 元，即交 10 元就有权参加这样的赌博。这样的赌博使参加的人不会感觉有多么大的风险，因为只有 0.5 的概率输 8 元，而最多可赢 1024 元，会有很多人愿意参加。然而，若赌徒可猜的次数是 10000 次，那么赌徒须交 10000 元才有权参加这样的赌博。同时，有  $1/2$  的可能性输 9998 元，最多可赢  $2^{10000}$  元（概率为  $1/2^{10000}$ ）。从理论上讲，同一个人在多次参加这样的赌博之后，不会有什幺盈利或损失（回报的期望为 0），但恐怕没有哪个赌徒愿意参加。

问题在于数学期望是建立在大样本基础上的，人们在参加次数较少的情况下

Degree papers are in the "[Xiamen University Electronic Theses and Dissertations Database](#)". Full texts are available in the following ways:

1. If your library is a CALIS member libraries, please log on <http://etd.calis.edu.cn/> and submit requests online, or consult the interlibrary loan department in your library.
2. For users of non-CALIS member libraries, please mail to [etd@xmu.edu.cn](mailto:etd@xmu.edu.cn) for delivery details.

厦门大学博硕士论文摘要库