View metadata, citation and similar papers at core.ac.uk
brought to you by CORE
provided by Xiamen University Institutional Repository

学校编号：10384　　　　分类号：________ 密级：________
学　　号：200323034　　　　UDC：____________________

厦　门　大　学

硕　士　学　位　论　文

带有事件风险的永久美式期权和 Game 期权的定价

The pricing of permanent American options and Game options in the presence of event risk

陈　永　娟

指导教师姓名：　刘继春　副教授

专 业 名 称：　概率论与数理统计

论文提交日期：　2006 年 5 月

论文答辩日期：　2006 年　月

学位授予日期：　2006 年　月

答辩委员会主席：________

评　阅　人：________

2006 年 5 月

厦门大学博硕士论文摘要库

厦门大学学位论文原创性声明

兹呈交的学位论文，是本人在导师指导下独立完成的研究成果。本人在论文写作中参考的其它个人或集体的研究成果，均在文中以明确方式标明。本人依法享有和承担由此论文而产生的权利和责任。

责任人（签名）：

年　月　日

厦门大学博硕士论文摘要库

厦门大学学位论文著作权使用声明

本人完全了解厦门大学有关保留、使用学位论文的规定。厦门大学有权保留并向国家主管部门或其指定机构送交论文的纸质版和电子版，有权将学位论文用于非赢利目的的少量复制并允许论文进入学校图书馆被查阅，有权将学位论文的内容编入有关数据库进行检索，有权将学位论文的标题和摘要汇编出版。保密的学位论文在解密后适用本规定。

本学位论文属于

1、保密（ ），在 年解密后适用本授权书。

2、不保密（）

(请在以上相应括号内打“√”)

作者签名： 日期： 年 月 日

导师签名： 日期： 年 月 日

厦门大学博硕士论文摘要库

目录

厦门大学博硕士论文摘要库

Contents

厦门大学博硕士论文摘要库

摘 要

期权定价是金融数学研究的核心内容之一, 定价的结果越接近事实越好. 在金融市场中, 信用风险事件经常发生, 因此, 考虑带有信用风险的市场模型是比较接近现实的, 也比较有意义. 信用风险发生的时间 τ 一般是不可观测的, 也就是关于资产流 $\mathbf{F}=\{\mathcal{F}_t\}_{t\in R^+}$ 不是停时, 为了给出具体的定价公式我们往往要对金融市场做一个合理的假设.

本文像 Kusuoka(1999)[12] 一样, 我们采用了一个 ($\mathbf{H}$) 假设: 任何的 $\mathbf{F}$- 平方可积鞅是 $\mathbf{G}$- 平方可积鞅. 这个假设是很自然的. 其中 $\mathbf{G}$ 是使得 τ 是停时的最小的由 $\mathbf{F}$ 扩大的 σ- 代数. 在这种假设下的信用风险我们称为事件风险. 关于带有事件风险的欧式期权的值及其套期保值, 由 Lando(1998)[13], Elliott et al.(2000)[14], 及 Blanchet 和 Jeanlanc(2004)[15] , Collin Dufresne 和 Hugonnier(2000)[16] 研究解决了. Alex Szimayer(2005)[17] 研究了带有事件风险的美式期权的定价及其最优停时问题. 本文在他们工作的基础上, 对解决该模型定价问题所需要的数学工具进行系统的介绍和推广. 还介绍了近几年刚刚创新的 Game 期权及其定价, Game 期权它的执有者和卖方可以在任何时候终止合约, 执有者 A 可以在任何时候以某一确定的价格购买 (或出售) 标的资产, 若期权卖方终止合约, 他 (她) 必须付给期权执有者相应的取消折扣费.

本文主要是利用 ($\mathbf{H}$) 假设, Snell- 包络的内在性质, 给出了带有事件风险的永久美式期权和 Game 期权的定价; 在一个给定的合适的等价鞅测度下, 给出了带有事件风险的永久美式期权的最优停时. 进一步, 推导了带有事件风险的永久美式期权的上界和下界及上界套期保值和下界套期保值.

关键词: 永久美式期权; 最优停时; Game 期权; 事件风险

厦门大学博硕士论文摘要库

Abstract

The pricing of options is the central problem for research in mathematical finance. For the result of pricing, the closer to the fact the better. In a financial market, credit risk events often occur. Consequently, it is more close to the fact that we consider a financial market model in the presence of credit risk. Suppose the risky event occurs at random time τ, usually τ is unobservable. That's to say, τ is not a stopping time with respect to the asset filtration $\mathbf{F} = \{\mathcal{F}_t\}_{t \in R^+}$. In order to obtain a specified pricing formula, usually we need to make some reasonable hypothesis in financial market.

In this paper, as in Kusuoka(1999)[12], the hypothesis(H) is assumed to hold: Any $\mathbf{F}$-square integrable martingale is a $\mathbf{G}$-square integrable martingale. This hypothesis is very nature. Where $\mathbf{G}$ is the minimal enlargement of $\mathbf{F}$ such that τ is a stopping time with respect to the enlarged filtration $\mathbf{G}$. In the sense of this hypothesis,credit risk is called event risk. For European contingent claims in a event risk setting,pricing and hedging of European contingent claims has studied and solved by Lando(1998)[13], Elliott et al.(2000)[14], Blanchet 、 Jeanlanc(2004)[15], Collin Dufresne 、 Hugonnier(2000)[16]. Alex Szimayer(2005)[17] has studied the valuation of American options in the presence of event risk and solved its optimal stopping problem.On the basis of their work,this paper introduces and extends the mathematical tools which we need in study of this model. Besides, we introduce a new derivative security — Game option and its pricing . Game options are contracts which enable both their buyer and seller to stop them at any time and then the buyer can exercise the right to buy (call option)or sell(put option) a specified security

厦门大学博硕士论文摘要库

for certain agree price. If the contract is terminated by the seller he must pay certain penalty to the buyer.

In this paper, we mainly use the properties of (H)hypothesis and snell envelope to study the valuation of permanent American options and Game options in the presence of non-hedgeable event risk ; for a given equivalent martingale measure, the optimal stopping problem of the permanent American option is solved. As a main result, no-arbitrage bounds for permanent American option values in presence of event risk are derived, as well as hedging strategies corresponding to the no-arbitrage bounds.

Key words: permanent American options; optimal stopping time; event risk; game options

厦门大学博硕士论文摘要库

第一章. 预备知识

§1.1 金融衍生产品

§1.1.1 金融衍生产品的概述

近 20 到 25 年中，金融市场的一个引人注目的发展就是衍生产品的日趋普遍. 衍生产品 (derivative security, 也称衍生证券，衍生工具) 是一种金融工具 (financial instrument), 其值依附于其它更基本的标的 (underlying) 变量，这些标的变量常见的有：可交易证券的价格；公司的股票价格；市场上的股票指数；商品的价格等等. 事实上，衍生证券可以依附于几乎任何变量，从生猪价格到某个滑雪胜地的降雪量. 衍生证券种类很多，主要的形式有期权 (option) 、远期合约 (forward contract) 、期货 (future) 、互换 (swap).

期权是衍生产品的最主要形式. 股票期权于 1973 首次在有组织的交易所内进行交易，从此期权市场发展十分迅猛。期权分为看涨期权 (call option) 和看跌期权 (put option), 期权的执有者 (holder) 称为期权的多头方 (long position), 期权的出售方 (writer) 称为期权的空头方 (short position). 看涨期权的执有者有权在某一确定的时间以某一确定的价格购买标的资产. 看跌期权的执有者有权在某一确定的时间以某一确定的价格出售标的资产. 期权合约中的价格被称为执行价格或敲定价格 (exercise price or strike price). 合约中的日期称为到期日或期满日 (expiration date or maturity). 美式期权 (American option) 可在期权有效期内的任何时候执行. 欧式期权 (European option) 只能在到期日执行. 需要强调的是，期权赋予其持有者做某种事情的权利，持有者不是一定要行使这种权利. 所以投资者买一张期权合约必须支付期权费.

远期合约是一种特别简单的衍生产品，它是一个在将来确定的时间按确定的价格购买或出售某种资产的协议. 通常是在两个金融机构之间或金融机构与其公

厦门大学博硕士论文摘要库

司客户之间签署该合约. 它不在规范的交易所内交易. 在远期合约中的特定价格称为交割价 (delivery price). 在远期合约签署的时刻，所选择的交割价应该使得远期合约的价值对双方都为零. 这意味着无需成本就可处于远期合约的多头和空头状态. 像远期合约一样，期货合约是两个对手之间签定的一个在确定的将来时间按确定的价格购买或出售某种资产的协议；与远期合约不同的是期货合约通常在交易所内交易，要交保证金，可以在到期日之前通过反向的交易平仓.

互换是两个公司之间私下达成的协议，以按照事先的约定的公式在将来彼此交换现金流. 两种常见的互换为利率互换和货币互换. 在利率互换中，一方同意在几年内按本金的固定利率向另一方支付利息, 作为回报, 在同一时间内, 它从另一方收取按同一本金以浮动利率计算的利息. 在货币互换中，一方同意以一种货币按一定本金数量支付给对方利息，作为回报，它从另一方收取以另一种货币按一定本金计算的利息. 在本质上，互换是一个债券多头与一种债券空头的组合. 或者它可以被认为是一系列远期合约的组合.

参与衍生证券市场交易的投资者可以分成三类： (1) 套期保值者 (hedger). 成功的公司把精力放在他们最擅长的经济活动上，他们拥有的资产暴露在价格、货币、利率变动等风险中，他们利用衍生产品进行套期保值的目的是减少他们面临的这些暴露风险； (2) 投机者 (speculation). 他们把自己的资金投到能获利的衍生产品上，通过承担风险获取风险利润，与套期保值者所处的位置恰好相反，他们频繁的投机活动使得套期保值策略得以实施. (3) 套利者 (arbitrageur). 他们同时进入多个市场进行交易，通过价格差套取无风险利润，由于这类投资者的存在，大多数市场仅存在非常小的套利机会.

§1.1.2 金融衍生产品的基本定价方法

对金融衍生定价主要存在两种方法，一种是构造出一个可交易资产的自融资投资组合 (self-financing portfolio) 进行复制金融衍生证券的收益 (payoff), 若

厦门大学博硕士论文摘要库

金融衍生证券的价格是时间和标的资产价格的充分光滑函数，通过对标的资产的价格建模（譬如，用几何 Brown 运动， Levy 过程描述标的资产价格的动态变动），利用 Ito 引理得出一个偏微分方程，结合该方程满足的初始条件和边界值条件，通过解微分方程得出金融衍生证券的价格公式，这种方法称为微分方程定价方法 (differential-equation approach). 另一种称为等价鞅测度 (equivalent-martingale measure) 或风险中性 (risk neutral) 定价方法。当或有权益的到期收益可以被一组可交易资产的投资组合进行复制，则称该或有权益市场是完全的. Harrison 和 Pliska(1981) 及 Delbean 和 Schwchmermager(1994)[1] 证明, 在完全市场环境下有唯一的等价鞅测度，市场不存在套利机会 (arbitrage opportunity). 通过选择一个合适的与主观概率 (subjective probability) 测度等价的鞅测度 (称为风险中性测度) 和一个作为计价单位的资产 (numéraire asset), 金融衍生证券所依赖的标的资产的价格过程用该资产折现后在风险中性测度下是一个鞅，从而衍生证券的现时价格可解释为其到期支付函数经计价单位资产折现后在风险中性测度下的条件期望值.

§1.2 信用风险和信用风险模型发展的回顾

§1.2.1 信用风险

长期以来，信用风险都是金融市场上最基本、最古老，也是危害最大的风险之一. 尤其是 20 世纪 80 年代中期以后，随着经济和金融的全球化，信用规模和风险程度都呈指数式增长，信用风险问题受到了学术界和金融实业界广泛的关注. 在任何一份金融合约或投资组合中，区分市场风险 (market risk) 和信用风险 (credit risk) 是很重要的. 市场风险是来自利率、汇率等这样的市场变量的变化，使得合约的价值转化为负值的可能性.

厦门大学博硕士论文摘要库

信用风险又叫违约风险, 指的是合约对手 (contractual counterparty) 未履行合约订立的义务而导致债权人发生经济损失的可能性. 一般的, 金融合约中潜在的市场风险可以通过持有适当的抵偿债券头寸进行对冲, 而信用风险却不能. 众所周知, 在金融市场中, 违约、破产、延期偿还债务等等都是信用违约事件. 很自然地, 信用风险的存在会影响期权执有者的策略, 以无股息股票的美式看涨期权为例, 在无信用风险的情况下, 我们知道过早执行不是最优的, 因此, 美式看涨期权和欧式看涨期权的值是重合的. 若存在信用风险, 情况就会有很大的变化, 如果期权的卖方违约就会使期权无效, 这样期权执有者就会受到损失, 这种情况下较早地执行就会使期权执有者避免由对方的违约而产生的损失. 信用风险能以多种不同方式影响衍生产品合约的定价. 第一, 衍生产品合约可能含有交易对手的违约风险. 第二, 衍生产品的标的本身会遭受信用风险. 第三, 信用风险本身可能就是衍生合约的标的变量. 第四, 衍生产品合约自身可能遭受交易对手风险. 信用风险在现实市场中是客观存在的, 因此, 研究这种市场环境下的期权的定价是比较接近现实的, 是很有实际意义的.

近十几年来, 信用衍生证券市场发展迅猛, 信用衍生证券交易量日益增长, 越来越多的金融机构使用信用衍生证券来管理它们的资产和投资组合中潜在的信用风险。信用衍生工具是指参与双方之间签订一项金融合约, 该合约将信用风险从标的资产中剥离出来并进行定价, 使它能够转移给最适于承担或最愿意管理风险的投资者. 信用衍生工具有四种基本种类, 即信用违约互换(credit default swaps)、总收益互换 (total return swaps)、信用差幅期权 (credit spread option) 和信用连接票据 (credit-linked note).

§1.2.2 信用风险模型发展回顾

信用风险定价模型的突破性进展, 始于 1974 年 Merton 将期权定价理论运用于有风险的贷款, 将有可能违约的债务看作企业资产的或有权益, 利用期权理

厦门大学博硕士论文摘要库

论进行定价分析之后，一大批金融学家对其模型进行了更为深入的研究和推广.

信用风险模型通常分为两类,结构模型和强度模型.结构模型:由 $Merton$(1974)[2] 开创，经 Black, Cox(1976)[3], Longstaff 和 Schwartz(1995)[4] 等修正发展的结构方法 (structural approach). 该模型限定，当合约空头方的资产总价值低于其债务总额或某一外生的临界水平时空头方才会违约. 又可以根据违约现象发生在债务到期之时还是企业的资产低于某个界限时立刻违约分为公司价值模型 (firm value model) 和首达时模型 (first passage model). 前者限定合约未到期之前,公司不被清算,因而公司破产或重组不会发生,合约空头方不违约. 合约到期时,若发生违约,债权方 (合约多头方) 所获得的补偿率 (recovery rate) 是违约方公司的资产与债务之比 (assets to liabilities) 的函数. 资产债务比又称违约距离 (distance to default),显然，较大 (小) 的违约距离意味着较小 (大) 的信用风险. 首达时模型限定合约空头方公司可以在合约未到期之前违约，违约发生后，合约双方可以选择立即清算，也可以选择等到合约到期时清算，清算时合约多头方所获得的补偿率不一定是合约空头方公司的资产债务比的函数，可以是一个与违约公司资产债务比独立的某一个外生的补偿随机过程 (stochastic recovery process). 这种允许提前违约的结构模型是公司价值模型的丰富和发展，在一定程度上阻止了债权方进一步遭受更大的损失. Jonkhart (1979)[5] , Brennan 和 Schwartz (1980)[6] , Mason 和 Bhattacharya (1981)[7] , Longstaff 和 Schwartz (1995)[4] , Nielsen 等 (1997)[8] 在这方面作出了一定的研究.

结构模型的优点是,从经济学的理论角度有很强的直观背景,且具有封闭形式的解析定价公式，它把违约的补偿率和违约的原因紧密地联系起来.

所谓的强度模型 (intensity model) 又称为简化模型 (reduced form model),是 Jarrow 和 Turbull(1995)[9], Lando 和 Jarrow 等 (1997)[10],Madan 和 Unal(1998)[11] 提出的，最近几年迅速发展起来的. 该模型不考虑违约风险是否受合约空头方公

厦门大学博硕士论文摘要库

司资产 - 债务结构的影响，违约发生时合约的债权方所获得的补偿率（recovery rate）并不要求必须是违约公司的资产债务比的函数，而是采用一个外生的违约随机过程，譬如 Possion 过程， Levy 过程， Cox 过程来触发．其中违约过程的强度 λ 即为违约强度． λ 可以是常数、确定的函数或随机变量．在结构模型中违约时间 τ 是关于资产价格流 $\{\mathcal{F}_t, t \in R^+\}$ 是停时．但是在强度模型中违约时间 τ 关于资产流不一定是停时，但是关于扩大流是停时.

在强度模型的定价中，为了得出更具体的定价公式，大家在研究的过程中对随机模型做了一些相对合理的假设， Kusuoka(1999)[12] 就给出了 (H) 假设：任意的 **F**- 平方可积鞅是 **G**- 平方可积鞅．这里的 **G** 是由 **F** 扩大的，使得信用风险发生时间 τ 是 **G**- 停时的最小 σ- 代数流．把这种意义下的信用风险称为事件风险．在过去几年中，这方面有相当丰富的研究成果：关于带有事件风险的欧式期权的值及其套期保值，由 Lando(1998)[13],Elliott et al.(2000)[14], 及 Blanchet 和 Jeanlanc(2004)[15] 研究解决了． Collin Dufresne 和 Hugonnier(2000)[16] 主要是讨论欧式期权的定价和套期保值． Alex Szimayer(2005)[17] 研究了带有事件风险的美式期权的定价及其最优停时问题．本文的第三章，第四章将分别给出带有事件风险的永久美式期权和带有事件风险的 Game 期权的定价.

§1.3 Black-Scholes 的期权定价理论

任何研究衍生产品定价的人都应该熟悉 Black-Scholes(B-S) 的期权定价理论，他们对期权定价最直观和最基本的思想是：在不存在无风险套利机会的有效市场中，任何具有零市场风险的组合的期望收益率必然等于无风险利率.

他们关于金融市场作了如下假设：

(1) 交易可以在时间上连续进行；

(2) 无风险利率 r 为常数且对所有到期日都相同；

厦门大学博硕士论文摘要库

(3) 在证券有效期内资产不付红利或其它收益;

(4) 在买卖资产和期权的交易中没有交易费用和税收;

(5) 资产是完全可分的;

(6) 没有卖空的限制，允许使用卖空所得资金;

(7) 不存在无风险套利机会.

假设在时刻 t 的资产价格 S 遵循几何 Brown 运动:

$$dS = \mu S dt + \sigma S dW$$

其中 μ 为股票价格的预期收益率或漂移率， σ 通常被称为股票价格的波动率. μ 和 σ 都为常数. $W = \{W_t : t \in R^+\}$ 是带自然 σ- 代数流的概率空间 $(\Omega, \mathbf{F}, (\mathcal{F}_t)_{t\in R^+}, P)$ 上的标准 Brown 运动 (也称 winner 过程),$\mathcal{F}_t = \sigma(W_u, 0 \leq u \leq t)$.

假设 C 是基于 S 的某个看涨期权或其它衍生产品的价格. 变量 C 一定是 S 和 t 的函数，即 $C = C(S,t)$. 构造一个包含一单位欧式期权看涨期权的空头和 M 单位的标的资产多头的组合，该组合的价值 Π 为: $\Pi = -C + MS$.

因为 C 和 Π 都是随机过程，由 Ito 微分公式我们有:

$$dC = \frac{\partial C}{\partial t}dt + \frac{\partial C}{\partial S}dS + \frac{\sigma^2}{2}S^2\frac{\partial^2 C}{\partial S^2}dt.$$

$$\begin{aligned} d\Pi &= -dC + MdS \\ &= (-\frac{\partial C}{\partial t} - \frac{\sigma^2}{2}S^2\frac{\partial^2 C}{\partial S^2})dt + (M - \frac{\partial C}{\partial S})dS \\ &= \{-\frac{\partial C}{\partial t} - \frac{\sigma^2}{2}S^2\frac{\partial^2 C}{\partial S^2} + (M - \frac{\partial C}{\partial S})\mu S\}dt + (M - \frac{\partial C}{\partial S})\sigma S dW. \end{aligned}$$

我们可以看到组合的随机部分体现在最后一项 $(M - \frac{\partial C}{\partial S})\sigma S dW$. 如果我们选择 $M = \frac{\partial C}{\partial S}$ 那么该组合成为无风险套期保值的，从模型的基本假设可以得出该证券

厦门大学博硕士论文摘要库

组合的瞬时收益率一定与其它短期无风险证券收益率相同. 如果该证券组合的收益率大些, 套利者就可以通过卖出无风险证券然后用其收入购买该证券组合来获取无风险利率; 如果该证券组合的收益率小些, 套利者就可以通过卖出证券组合来获取无风险利率. 因此我们可以令 $d\Pi = r\Pi dt$ 即

$$d\Pi = (-\frac{\partial C}{\partial t} - \frac{\sigma^2}{2}S^2\frac{\partial^2 C}{\partial S^2})dt = r\Pi dt = r(-C + S\frac{\partial C}{\partial S})dt.$$

整理得

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\sigma^2}{2}S^2\frac{\partial^2 C}{\partial S^2} + rS\frac{\partial C}{\partial S} - rC = 0. \tag{1.1}$$

上述方程 (1.1) 就是 Black-Scholes 微分方程. 求解 (1.1) 就得到 B-S 定价公式. 但 (1.1) 只有在设定某一边界条件 (Boundary Conditions) 下才有唯一解. 对于我们的模型而言边界条件表示衍生产品在到期日的现金流量 (the Final Payoff). 就欧式看涨期权而言, 其到期现金流量为 C_T=max$(S_T - K, 0)$, 欧式看跌期权而言, 其到期现金流量为 C_T=max$(K - S_T, 0)$. 由不同衍生产品的到期现金流作为边界条件, 解出偏微分方程 (1.1) 的答案就是该衍生产品的定价公式.

在上述模型的推导过程中, 我们选择的 Π 是无风险避险组合, 只有在无限短的时间间隔内, 才是无风险的. 当 S, t 变化时, 原来的避险比率 $\Delta = \frac{\partial C}{\partial S}$ 也会变化, 必须马上修正, 获得新的避险比率. 这样, 避险组合才会重新回到无风险部位, 并可规避下一小段股价变动所带来的风险. 因此必须在动态修正调整避险比率下 (Dynamic Hedging), 避险组合才是无风险的. 我们根据偏微分方程的解法得到欧式看涨期权定价公式:

$$C_t = C(S_t, t) = e^{-r(T-t)}E\{max(S_T - K, 0)\} \tag{1.2}$$

也就是说, 欧式看涨期权的值等于在风险中性的情况下将期权到期现金流的期望值, 以无风险利率 r 折现. 求解 (1.2) 右边的期望值可得欧式期权的具体定价模

厦门大学博硕士论文摘要库

Degree papers are in the "Xiamen University Electronic Theses and Dissertations Database". Full texts are available in the following ways:
1. If your library is a CALIS member libraries, please log on http://etd.calis.edu.cn/ and submit requests online, or consult the interlibrary loan department in your library.
2. For users of non-CALIS member libraries, please mail to etd@xmu.edu.cn for delivery details.

厦门大学博硕士论文摘要库