

学校编码: 10384

分类号 _____ 密级 _____

学 号: B200112034

UDC _____

厦 门 大 学

博 士 学 位 论 文

基于一般债券和 TIPS 的通货膨胀
期限结构模型研究

The Term Structure of Expected Inflation
Based on Bond and TIPS

叶 青

指导教师姓名: 陈浪南 教授

专业名称: 金 融 学

论文提交日期: 2005 年 4 月

论文答辩时间: 2005 年 6 月

学位授予日期: 2005 年 月

答辩委员会主席: _____

评 阅 人: _____

2005 年 4 月

厦门大学博硕士学位论文摘要库

论文摘要

预期通货膨胀期限结构 (the term structure of expected inflation) 指具有相同风险及流动性的债券, 其预期通货膨胀率变化随到期日的时间长短不同而产生不同的结构。它是一个国家宏观经济政策运行效率的基准之一, 同时也是一个国家获取市场对未来通货膨胀预期信息的重要手段。相对于利率的期限结构, 预期通货膨胀期限结构更为复杂。本文旨在构建预期通货膨胀期限结构动态模型, 即将预期通货膨胀作为一个直接的主要影响因素, 运用套利定价理论的方法, 构建预期通货膨胀期限结构模型。

首先, 基于一般债券的预期通货膨胀期限结构动态模型是在回顾了国外相关模型的基础上, 利用套利定价理论和 Merton 的连续时间研究方法, 以 Fisher 效应等式为基础, 通过瞬时预期通货膨胀的描述, 将预期通货膨胀 CIR 随机过程转换成 Vasicek 过程, 修正了 Buttler(2000)预期通货膨胀期限结构模型, 从而克服了原模型中预期通货膨胀不能为负值的限制, 使得该模型能够适应通货紧缩条件下的经济环境。

其次, 基于 TIPS¹(Treasury Inflation Protection Securities)的模型是将连续时间预期通货膨胀随机过程引进新兴的 TIPS 市场, 运用随机折现因子的方法, 构造一个收敛的收益率函数, 将其转化成固定收益函数; 以收益率函数为随机过程, 令其服从 Vasicek 模型的随机过程, 推导出可叠加 TIPS 的纯折现无套利模型。结果表明, TIPS 的风

¹ These Treasuries are designed to keep pace with inflation. The principal is adjusted to match changes in the consumer price index, while the interest rate remains fixed. In this way, inflation can not erode the value of your principal. New in 1997, they are officially known as Treasury Inflation Protection Securities or TIPS.

险市场价格是一个常数，具有与利率期限结构相同的特性。也就是说，在 TIPS 动态模型中，可以借鉴利率期限结构单因素模型的理论和方法，其微分方程和解的程序是一致的。

本研究同时构建基于了一般债券和 TIPS 的预期通货膨胀期限结构。因此，本研究对于构建更符合市场实际的通货膨胀期限结构、发展预期通货膨胀期限结构的动态模型，完善固定利率资产定价理论具有较高的学术价值；对于提高货币政策和财政政策的有效性和防范投资风险具有较高的实用价值。

关键词：通货膨胀期限结构；双因素模型；无套利模型

Abstract

For the past last 30 years, tremendous progress has been made in modeling the dynamics of the term structure of interest rates and expected inflation, which plays an instrumental role in determining prices and hedging portfolios of fixed-income derivative securities. The term structure of expected inflation is a key to assessing the credibility of fiscal and monetary policies, to examining how borrowing decisions of households and firms respond to monetary policy.

The objective of this dissertation is to construct two dynamic models related to the term structure of expected inflation based on traditional bond and TIPS by utilizing arbitrage-pricing theory.

First of all, this dissertation reviews the theoretical development of the dynamic models for the default-free term structure and their application in pricing models of the term structure of expected inflation.

Secondly, by utilizing arbitrage-pricing theory and Merton's continuous-time model, and based on Fisher effect equation, this dissertation revises the Three-Factor CIR models of the term structure of expected inflation developed by Butler (2000). It overcomes the limitation in the former models that the expected inflation cannot be negative by describing instantaneous inflation and transforming CIR random process of expected inflation into Vasicek pricing process.

Thirdly, the second expected inflation model is formulated through continuous time based on TIPS. By employing the means of random discount factor, it is developed through a convergent yield to maturity function, which follows the random process of Vasicek model. It has been found that the market price of risk in TIPS is a constant, which is the same character as the term structure of interest rate. In other words,

One-Factor model of the term structure of expected inflation is similar to the term structure of interest rate in terms of their differential equation and explanation.

This study significantly contributes to the development of dynamic models for the term structure of expected inflation based on real world, and fixed-income asset pricing. It is of great significant to effective monetary and fiscal policies and risk management.

Key words: the term structure of expected inflation; two-factor model; no-arbitrage model

1. 绪论	1
1.1 选题的意义	1
1.2 研究方法	2
1.3 研究的理论基础	2
1.3.1 利率期限结构	3
1.3.2 预期通货膨胀期限结构	7
1.3.3 利率期限结构与通货膨胀期限结构的关系	13
1.4 TIPS 架构	14
1.5 本文的结构与安排	18
2. 文献回顾与评述	20
2.1 基于一般债券的通货膨胀期限结构模型的发展	20
2.1.1 Fisher 实证分析模型	21
2.1.2 机制转换 (Regime-Switching) 模型	25
2.1.3 多因素动态分析模型	27
2.2 基于 TIPS 的通货膨胀期限结构模型的发展	32
2.2.1 Hein 模型	32
2.2.2 Sack 模型	33
3. 基于一般债券的通货膨胀期限结构模型	35
3.1 模型推导的理论基础	35
3.1.1 远期通货膨胀	35
3.1.2 瞬时通货膨胀	39
3.2 模型假设	40
3.3 通货膨胀双因素模型	40
3.4 通货膨胀双因素模型的推导	41
3.4.1 债券价格的偏微分方程	42

3.4.2 Vasicek 通货膨胀模型的动态方程	44
3.4.3 通货膨胀双因素模型的解析解	45
3.5 小结	48
4. 基于 TIPS 的通货膨胀期限结构模型	50
4.1 零息票 TIPS 的可叠加理论	50
4.2 无套利模型的假设条件及推导步骤	51
4.2.1 无套利模型的假设条件	51
4.2.2 无套利模型建立的四个主要步骤	53
4.3 无套利模型的推导	54
4.3.1 建立 TIPS 价格均衡方程	54
4.3.2 TIPS 到期收益表达式	56
4.3.3 TIPS 风险市场价格的表达	59
4.3.4 TIPS 价格的随机方程式	61
4.4 小结	63
5、结论与建议	64
5.1 本研究的主要结论	64
5.2 本文研究的特点与创新	65
5.3 未来研究的建议	66
释 义	67
一、下标	67
二、变量	67
参考文献	69
附录 I：模型参数 A、C 解的 MATHEMATICA 源码	84
附录 II：BUTTLER 瞬时通货膨胀证明	101
后 记	103

Contents

1. Introduction.....	1
1.1 The Term Structure of Expected Inflation.....	1
1.2 Research Methodology.....	2
1.3 Foundations for this Study.....	2
1.3.1 The Term Structure of Interest Rate.....	3
1.3.2 The Term Structure of Expected Inflation.....	7
1.3.3 The Term Structure of Interest Rate and the Term Structure Expected Inflation.....	13
1.4 Institutional Framework of TIPS.....	14
1.5 The Structure of this Study.....	18
2. Literature Review	20
2.1 The Term Structure of Expected Inflation based on the Traditional Bond	20
2.1.1 Fisher Models.....	21
2.1.2 Regime-Switching Models.....	25
2.1.3 Multi-Dynamic Models.....	27
2.2 The Term Structure of Expected Inflation based on TIPS.....	32
2.2.1 Hein Models	33
2.2.2 Sack Models	33
3. Model I: The Term Structure of Expected Inflation based on the Traditional Bond	35
3.1 Foundations for the Proposed Model.....	35
3.1.1 Forward Inflation.....	35
3.1.2 Instantaneous Inflation	39

3.2 Assumptions	40
3.3 Two-Factor Model of Expected Inflation	40
3.4 Derivative of the Two-Factor Expected Inflation Model	41
3.3.1 Partly Differential Equation of Bond Pricing	42
3.3.2 Dynamic Equation of Vasicek Inflation Model.....	44
3.3.3 Solution to Two-Factor Model of the Term Structure of Expected Inflation	45
3.5 Summary	48
4. Model II: The Term Structure of Expected Inflation based on TIPS	50
4.1 The Term Structure of Zero Coupon TIPS	50
4.2 Assumptions and of No-arbitrage Modeling	51
4.2.1 Assumptions.....	51
4.2.2 Four Approaches of No-arbitrage Modeling	53
4.3 No-arbitrage Modeling	54
4.3.1 Equilibrium Price Equation	54
4.3.2 Yield to Maturity.....	56
4.3.3 Market Price of Risk	59
4.3.4 Stochastic Equation of Price	61
4.4 Summary	63
5. Conclusion and Suggestion	64
5.1 Major Conclusion	64
5.2 The Innovation of this Study	65
5.3 Suggestion for Future Study	66
Parameters	67
1. Subscript	67
2 Variables	67

Bibliography	69
Appendix I : Mathematical Code.....	84
Appendix II : Instantaneous Inflation	101
Postscript	103

厦门大学博硕士论文摘要库

厦门大学博硕士学位论文摘要库

1. 绪论

预期通货膨胀期限结构是一个国家宏观经济政策运行效率的基准之一，同时也是一个国家获取市场对未来通货膨胀预期信息的重要手段。相对于利率的期限结构，预期通货膨胀期限结构更为复杂。本章主要讨论预期通货膨胀期限结构的研究背景、选题动机、研究方法、理论基础和本文的结构安排。

1.1 选题的意义

在过去的 30 年间，数以百计的学者对利率期限结构和预期通货膨胀期限结构进行了动态模型的研究，这些研究对固定收益衍生证券的定价和投资组合风险的规避起着重要的作用。

期限结构的研究起源于美国等市场经济发达的国家，是以一般债券市场的利率期限结构研究为主要特征。早期的利率期限结构动态模型无论是单因素的还多因素的，都没有把通货膨胀预期因素作为直接的变量，而是包含在状态变量中。随着九十年代后期 TIPS 的兴起，预期通货膨胀期限结构的研究日益得到人们的重视。通过对预期通货膨胀期限结构的研究表明，名义利率期限结构的变化主要是由于预期通货膨胀期限结构的变化引起的¹。因此，通货膨胀预期作为一个隐性变量，它的研究要比利率期限结构的研究要更深入一步。

目前，期限结构理论的研究主要是围绕利率期限结构动态模型展开的，对于通货膨胀期限结构动态模型，尤其是基于 TIPS 的期限结

¹ Ang, Andrew and Geert Bekaert, 2003, "The Term Structure of Real Rates and Expected Inflation," Working paper, Columbia University and NBER, p27.

构动态模型的研究还很少。

国内学者对期限结构的研究还处于起步阶段，且主要集中于对国外利率期限结构理论的引进和介绍。近年来，也出现了一些实证研究成果，但针对通货膨胀期限结构建模的研究还是空白。

本研究同时构建了基于一般债券和 TIPS 的预期通货膨胀期限结构模型。因此，本研究对于构建更符合市场实际的通货膨胀期限结构、发展预期通货膨胀期限结构的动态模型，完善固定利率资产定价理论具有较高的学术价值；对于提高货币政策和财政政策的有效性和防范投资风险具有较高的实用价值。

1.2 研究方法

本文采用动态随机模型对预期通货膨胀进行刻画，从而构造出基于一般债券和 TIPS 的预期通货膨胀期限结构动态模型。建立随机方程模型的理论有两类——套利定价理论方法（Arbitrage Pricing Theory）和一般均衡理论的定价方法（General Equilibrium Theory）。套利定价理论的方法是建立在纯贴现债券可以用一个 Itô 微分方程和无套利机会作为一个均衡条件，从不同期限债券求出均衡的到期收益。一般均衡理论的定价方法是建立在一个暂时一般均衡模型基础上。本文采用套利定价理论方法来建立预期通货膨胀期限结构的双因素模型和基于 TIPS 的无套利模型。

1.3 研究的理论基础

本研究是基于一般债券和 TIPS，对期限结构（term structure）进行建模，其理论基础包括利率期限结构理论和预期通货膨胀期限结构理论。

1.3.1 利率期限结构

利率期限结构 (the term structure of interest rate), 是某个时刻不同期限的利率所组成的一条曲线, 也可以表示为某个时点零息票债券的收益率曲线 (yield curve)。其理论基础包括 Fisher 效应、纯贴现债券 (零息票债券) 和随机折现因子理论。

1.3.1.1 Fisher 效应

名义利率是指现在货币和将来货币的交换比率, 而实际收益率是指现在货币购买力 (表现为一定的商品和劳务) 与将来货币购买力的交换比率。在不存在通货膨胀的条件下, 名义利率等于实际收益率。在经济运行存在着确定性的情况下, 名义利率与预期的通货膨胀之间存在一一对应关系。

名义利率与实际收益率的关系可以表达为:

$$(1 + i_t) = (1 + r_t) \cdot (1 + \pi_t) \quad (1-1)$$

等式 (1-1) 中 i_t 表示名义率, r_t 表示实际收益率, π_t 表示通货膨胀率。

等式 (1-1) 可变为:

$$\begin{aligned} (1 + i_t) &= 1 + r_t + \pi_t + r_t \pi_t \\ i_t &= r_t + \pi_t + r_t \pi_t \end{aligned} \quad (1-2)$$

由于 r_t 和 π_t 均较小, 其乘积 $r_t \pi_t$ 的值就更小, 因此, 式 (1-2) 又可近似的表示为:

$$i_t \approx r_t + \pi_t \quad (1-3)$$

即名义利率等于实际收益率加通货膨胀率, 式 (1-3) 是名义利率

和实际收益率关系的最常见表达式。

以上的讨论均假定通货膨胀率已知，事实上，通货膨胀率是无法确切可知的。借款人和贷款人是根据预期通货膨胀率制定利率的，因此等式 (1-3) 应为：

$$i_t = r_t + E \pi_t \quad (1-4)$$

式中， $E \pi_t$ 表示预期通货膨胀率。

费雪 (Fisher) 于 1930 年发展了 (1+名义利率) = (1+实际收益率) (1+通货膨胀补偿) 理论。而通货膨胀补偿等于预期通货膨胀加上风险溢价，其中风险溢价是等于预测的或预期的通货膨胀与实际通货膨胀之间的差异。费雪公式表达如下：

$$\begin{aligned} i_t(\tau) &= r_t(\tau) + \pi_t(\tau) \\ &= r_t(\tau) + E_t \pi_{t+n}(\tau) + \varphi_t(\tau) \end{aligned} \quad (1-5)$$

其中， $\varphi_t(\tau)$ 代表通货膨胀风险溢价，它可以是正也可以是负的，依赖于通货膨胀风险，而通货膨胀风险是随着消费边界效用的变化而变化的¹。通货膨胀风险溢价是与名义利率期限结构、实际收益率期限结构和预期通货膨胀率紧密相关的。

另一方面，从收益的角度，名义收益可分成三个部分：实际收益、预期价格的变化和风险溢价。风险溢价是名义债券收益超过实际债券的附加预期收益的部分²，等式可以改写成：

$$\varphi_\pi(t, T) = y_i(t, T) - [y_r(t, T) + E_t \pi(t, T)] \quad (1-6)$$

¹ Martin D.D.Evans., Real Rates, Expected Inflation and Inflation Risk Premia. The Journal of Finance, vol L II ,No1.Feb.1998, p212.

² Stefano Risa, 2001, Inflation Indexed Bonds, Columbia University.

Degree papers are in the "[Xiamen University Electronic Theses and Dissertations Database](#)". Full texts are available in the following ways:

1. If your library is a CALIS member libraries, please log on <http://etd.calis.edu.cn/> and submit requests online, or consult the interlibrary loan department in your library.
2. For users of non-CALIS member libraries, please mail to etd@xmu.edu.cn for delivery details.

厦门大学博硕士论文摘要库