

内容提要

资本市场理论发展至今，传统的线性范式正面临非线性范式的严峻挑战。所谓线性范式指的就是以有效市场假说为基础，以线性函数关系为模型的资本市场理论框架。但是实证研究表明，资本市场具有非线性的特征。可见，传统的线性范式并不能很好地揭示资本市场的真正本质，于是非线性范式应运而生。

分形理论是非线性方法的一种，发展至今不过几十年的时间，但是由于它能有效地解释自然和经济现象中许多极其复杂多变的问题，因此它已成为非线性资本市场理论的有力分析工具。本文就是利用分形理论中的 R/S 分析法对我国股票市场作实证研究，以揭示我国股市的分形特征。

全文共分四章：

第一章是引言部分，阐明本文研究的目的和意义。

第二章对非线性方法在金融领域运用的由来和发展作了较系统的回顾。

第三章探讨了我国股票市场的分形特征。

第四章是实证研究部分，首先阐述了 Hurst 指数的由来及其意义，以及 R/S 分析方法的具体内容，并对国内某些文献的缺点和错误作了修正；而后采用上证综指和深市成指的日收盘指数为研究对象，对股票日收益率进行正态性检验以及 R/S 分析，并对 R/S 分析结果作了显著性检验。

论文的最后一部分是根据分析结果做出的结论。

本文的创新之处主要有：

- 1、对非线性范式的产生背景和发展过程作了系统的论述；
- 2、全面论述了分形理论在资本市场研究领域当中的运用，对国内某些文献中的缺点和错误作了修正。
- 3、为了使研究结论有理论依据并对实际有指导作用，我们对实证研究结果进行了显著性检验，这是目前国内研究中所欠缺的。

关键词：非线性 分形 R/S 分析法

目 录

| | |
|--------------------------------|-----------|
| 第一章 引言 | 1 |
| 一、问题的提出 | 1 |
| 二、研究的意义 | 2 |
| 第二章 非线性范式的由来和发展 | 4 |
| 一、线性范式下的资本市场理论 | 4 |
| 二、对线性范式的质疑 | 7 |
| 三、非线性范式的发展 | 8 |
| 第三章 中国股票市场的分形特征 | 12 |
| 一、分形理论 | 12 |
| 二、分维 | 15 |
| 三、中国股票市场的分形特征 | 16 |
| 第四章 中国股市分形特征的实证研究 | 22 |
| 一、R/S 分析法 | 22 |
| 二、R/S 分析的显著性检验 | 26 |
| 三、中国股市分形特征的实证研究 | 27 |
| 结 论 | 39 |
| 参考文献 | 41 |

第一章 引言

一、问题的提出

长期以来，线性范式在现代资本市场理论中一直处于主导地位。所谓“线性关系”，是指两个变量之间能用一次函数来表示的关系。如果将这种关系表现在直角坐标系上，我们将看到一条直线。用来描述这条直线的函数就被称为线性函数。线性范式指的就是以有效市场假设（Efficient market hypothesis, EMH）为基础，以线性函数关系为模型的资本市场理论框架。Harry Markowitz 提出的现代证券组合理论（Modern portfolio theory, MPT）和 William Sharpe 建立的资本资产定价模型（Capital asset pricing model, CAPM）是传统线性范式下资本市场理论的核心部分。EMH 的发展则使许多统计工具在这些传统资本市场理论中的运用变得合理化。按照 EMH，资产价格已经反映了所有可获得的或公开的信息，过去的信息已经被计算进证券价格了；投资者是理性的，是以线性的方式对信息做出反应，即他们在得到信息时就立即做出反应，而非以累计的方式对一个事件做出反应；资产收益率则是相互独立的、呈正态分布的随机变量，且其波动具有布朗运动（Brownian motion）的特征，即遵循随机游走（Random walk）的模式。

然而近几年来线性范式受到了空前的挑战，这主要是因为有不少的实证研究表明有效市场假设与事实不符。研究发现，投资者并不像有效市场假设描述的那样以线性的方式对信息做出反应，他们在得到信息之后并不总是立即做出反应，而是可能在一段时间之后才做出反应，即从得到信息到做出反应之间存在时滞，这是一种非线性反应，而不是线性反应。研究还发现，资产的收益率并非相互独立，其变化并不遵循随机游走模式，其概率分布亦非正态分布，而呈现一种“尖峰厚尾”（也可称为“尖峰胖尾”）的特性，即同正态分布相比，总体在众数周围的集中程度很高，且大幅偏离均值的异常值较多。这些研究在一定程度上说明资本市场具有非线性的

特征。可见，传统的线性范式并不能很好地揭示资本市场的真正本质。那么，到底该用什么样的方法才能合理地刻画和研究资本市场呢？很自然，人们想到了非线性分析方法。分形理论是非线性分析方法中的一种，尽管问世才几十年，但是由于它能有效地解释自然和经济现象中许多极其复杂多变的问题，因此它已成为发展非线性资本市场理论框架的有力分析工具，目前学术界也已普遍意识到其重要性。比如，美国著名物理学家 J.A.Wheeler 曾经说过“可以相信，明天谁不能熟悉分形，谁就不能被认为是科学上的文化人。”本文将运用分形理论中的 R/S 分析方法，即重标极差法 (Rescaled range analysis)，对我国股票市场作实证分析，揭示我国股市的本质特征。

二、研究的意义

在资本市场研究领域采用分形理论这一非线性分析方法主要有以下意义：

1、分形理论为资本市场的研究开辟了新的领域，拓展了发展空间。在有效市场假设下，股票的收益率被假定为是互相独立的、正态分布的和随机游走的；于是以 EMH 为基础的传统资本市场理论能够利用计量经济学作为数量分析的工具，构建数学模型。但早在有效市场理论完全形成之前，人们就已发现股票收益率并不符合独立、正态和随机游走的假定，而且越来越多的实证分析结果并不支持 EMH。这意味着计量经济学在资本市场理论中运用的合理性并未得到实践的证实，以其构建的资本市场模型是否有效还可探讨。作为非线性分析方法的分形理论在运用时则没有独立、正态和随机游走的前提约束，并且能够更好地刻画资本市场的特征，因此分形理论能够成为资本市场理论的有效分析工具，从而为资本市场理论的发展开拓了新的领域。此外，如果将线性看作非线性的一个特例，那么我们可以认为非线性方法是对线性方法的拓展和延伸。从这个意义上说，作为非线性方法之一的分形理论有效拓宽了资本市场研究的发展空间。

2、分形理论能更好地刻画资本市场的运行机制，有助于我们认识资本市场的真实本质。传统的资本市场理论认为资本市场以线性方式对外界作

用起反应，并且资本市场的内在因素决定其长期变化趋势，外在的随机因素影响其短期的不规则波动，于是线性范式下的资本市场理论的数学模型一般都是线性方程加上随机项。而实际上，资本市场的正则波动并非外随机性作用的结果，而是由资本市场内部的非线性关系相互作用产生的。这种非线性效应表现为股市股价的巨幅变动及价格时间序列的高度自相关等等。可见，线性范式下的传统资本市场理论不能很好地揭示资本市场的真正本质。分形理论则是解决资本市场中非线性问题的有力工具，它能有效地刻画出资本市场内部相互作用的非线性关系，从而更准确地揭示出资本市场的内在特征，深化人们对资本市场这一复杂系统的认识。

3、分形理论分析资本市场有助于我国证券市场的建设和规范化。目前我国证券市场发展还不完善，仍存在一些不足和缺陷。主要表现在：证券管理机构行为不规范，对证券市场干预过多或过少；证券市场制度（主要包括信息披露制度和利益保障与实现制度）不健全，挫伤投资者信心；国家对证券市场的发展缺乏长远考虑，证券市场政策多变等等。这些不足和缺陷的克服在一定程度上还有赖于合理政策的制定和投资者素质的提高。用分形理论来分析资本市场要比传统的线性分析更能有效揭示资本市场本质，对于客观地认识我国证券市场的发展状况、了解市场的运行机制有一定的帮助，从而能为政府在制定相关的政策法规时提供更可靠的实证依据，也为投资者提供更实用的投资决策。

第二章 非线性范式的由来和发展

资本市场理论发展至今，正经历从线性范式向非线性范式过渡的阶段。非线性范式的发展同线性范式密不可分，它是在线性范式的基础上发展起来的。下面我们以资本市场理论的发展为线索，对非线性范式的由来和发展作一番述评。

一、线性范式下的资本市场理论

在 20 世纪 50 年代以前，金融学还未从经济学中分离出来成为一门独立的学科。由于当时的金融理论还无法计量风险，因此作为金融的重要特征之一的风险就没有被放在应有的地位上，于是有人评价当时的金融理论只能是金融产品交易规则和相关法律的组合而已。直到 1952 年 Markowitz 发表了著名的“投资组合选择”一文，建立了现代资产组合理论（Modern portfolio theory, MPT）的框架，金融学的发展才得以建立在科学的基础之上。Markowitz 因此而获得 1990 年的诺贝尔经济学奖。在“投资组合选择”一文中，Markowitz 首次定量地描述了收益和风险，提出了均值（收益）一方差（风险）模型，即认为投资者必须根据自己的风险—收益偏好和各种证券及其组合的风险、收益特征来选择最优的投资组合。

在 Markowitz 研究的基础上，Sharpe, Lintner 和 Mossin 研究了资产价格的均衡结构，三人分别独立地于 1964 年、1965 年和 1966 年提出了资本资产定价模型（Capital asset pricing model, CAPM）。CAPM 揭示了在资本市场均衡状态下，当每个投资者都按 Markowitz 的 MPT 所描述的方法进行投资时，证券的期望收益率将是证券系统风险的线性函数，从而解决了证券的定价问题。

在 CAPM 中，证券的系统风险是用 β 系数来衡量的，它反映了单个证券收益率变动对市场组合收益率变动的敏感程度。 β 系数的定义如下：

$$\beta_i = \frac{\sigma_{im}}{\sigma_m^2} \quad (2.1)$$

其中, β_i : 第 i 种证券的系统风险

σ_{im} : 第 i 种证券的收益率与市场组合收益率的协方差

σ_m^2 : 市场组合收益率的方差

于是 CAPM 可以表达为:

$$ER_i = R_f + (ER_m - R_f)\beta_i \quad (2.2)$$

其中, ER_i : 第 i 种证券的期望收益率

R_f : 无风险证券的收益率

ER_m : 市场组合期望收益率

β_i : 第 i 种证券的 β 系数

MPT 和 CAPM 的成立都有赖于诸多的假设条件, 这些假设条件主要有以下几个方面¹:

- 1、市场上不存在交易成本和税金;
- 2、证券的交易单位可以无限制地分割;
- 3、单个投资者不可能通过个人的买卖行为来影响某一证券的价格, 即证券市场是一个完全竞争市场;
- 4、投资者进行证券选择的唯一依据是证券的期望收益率和标准差;
- 5、允许投资者进行无限制的无风险借贷。

上述假设需以有效市场假设 (Efficient market hypothesis, EMH) 为前提。有效市场假设是线性范式的重要基础, 其思想可以追溯到 1900 年 Louis Bachelier 的“投机理论”一文。之后, 又有许多学者致力于这方面的研究, 例如 Samulson (1965) 等等。EMH 的最终形式化则是由 Fama (1970) 完成的。

¹陈雨露, 赵锡军: 《金融投资学》, 中国人民大学出版社, 1996

Fama (1970) 在前人研究的基础上, 进一步探讨了证券市场价格对全部相关信息反应的速度和分布, 归纳总结并发展了 EMH。他提出“如果价格充分反映了所有可用的信息, 那么这个市场就是有效的”。更具体地, 就是在一个有效市场中, 股票的价格已经反映了所有可获得的或公开的信息; 所有投资者都是立即对价格做出反应; 未来的价格变动只与新信息有关而不受历史信息的影响; 股票收益率是相互独立的, 呈正态分布的随机变量, 其波动遵循随机游走的模式。所谓随机游走, 简而言之就是只有变量的当前值与未来的预测有关, 变量过去的历史和变量从过去到现在的演变方式则与未来的预测不相关。

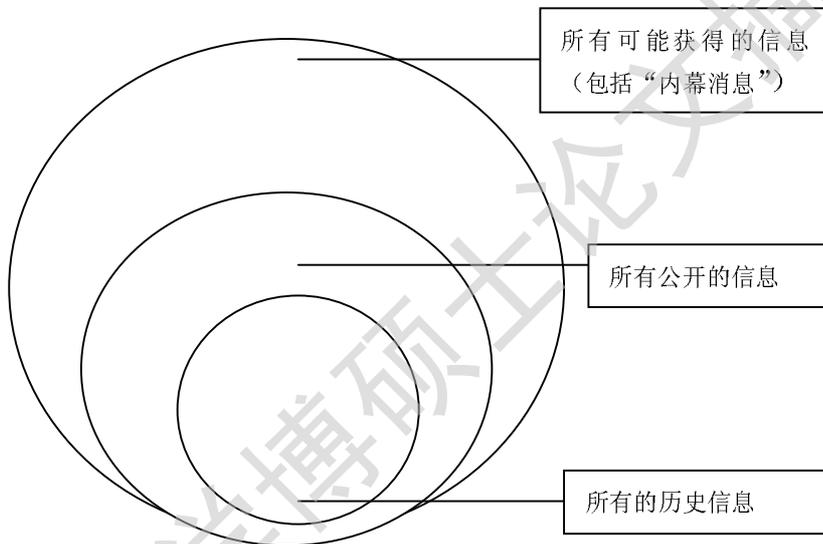


图 2.1 信息集的三个层次

Fama 还按照信息集的三个层次 (参见图 2.1) 将有效市场区分为三种类型²: 弱式有效市场 (Weak form efficiency)、半强式有效市场 (Semi-strong efficiency) 和强式有效市场 (Strong form efficiency)。在弱式有效市场条件下, 股票的现行价格已经反映了所有的历史信息, 投资者是无法利用技术分析 (即对股票的历史价格及相关信息的分析) 来获得超额利润的; 在半

² Fama, E. F.: “Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work,” *Journal of Finance* 25, 1970.

强式有效市场条件下，股票的现行价格不仅包含了历史信息，还包含了与公司有关的其他公开信息，投资者是无法利用基本分析（即对与公司有关的公开信息的分析）来获得超额利润的；在强式有效市场条件下，股票的现行价格不仅反映了已公开的信息，还反映了所有可能获得的信息，投资者无法利用任何信息（包括“内幕消息”）来获取超额利润。

二、对线性范式的质疑

其实在 MPT 发展的早期，就已经有人对收益率的正态分布假设表示过怀疑了。

1964年 Osborne 在绘制股票收益率的概率密度函数时，就发现概率密度函数具有厚尾的特征，即其尾部比正态分布下的形状要肥胖。

Fama (1965) 在对股票日收益率作了实证研究后也发现，收益率分布呈负偏态，即其概率密度曲线的左尾部比右尾部有更多的观测值，因此他也认为非高斯分布（非正态分布）实际上能更好地描述股票收益率的变化。

Mandelbrot (1967) 则认为，股票收益率可能属于“稳定帕累托分布” (Stable paretian distribution)，即现在所说的分形分布 (Fractal distribution)。所谓分形分布指的是概率密度函数具有统计上的自相似性，即在不同的时间尺度下统计特征保持不变。同时，Mandelbrot 还提出了一个崭新的观点。他指出，稳定帕累托分布实际上包括一系列的分布，而高斯分布（正态分布）只是这一系列分布中的一个特例。因为在描述稳定帕累托分布时，我们使用参数 α 来表示分布的异常值尾部的高度。当 $\alpha = 2$ 时，分布是高斯分布；当 $\alpha < 2$ 时，分布则是非高斯分布，此时异常值尾部比高斯（正态）分布情形下要胖。他发现股票收益率的实证数据可以很好地用非高斯稳定帕累托分布来描述，这也就是说用高斯分布来描述股票收益率是不恰当的。Mandelbrot 还指出，有限方差仅存在于高斯分布中（即 $\alpha = 2$ 的情形），对于非高斯的稳定帕累托分布，由于样本方差是无限的，所以此时方差就不能再作为测量总体变异的有意义的指标了。因此以方差作为风险衡量标准，认为股票收益率服从正态分布的传统资本市场理论面临严峻的挑战。

随着研究的深入，Mandelbrot（1972）总结出股票价格行为存在两个明显特征，即他后来所称的“诺亚效应”（Noah effect）和“约瑟夫效应”（Joseph effect）。这两个名词是他根据圣经故事杜撰出来的。诺亚效应指的是股票价格的大幅度的不连续跳动。像圣经故事里的洪水一样，这种变化是不经常发生的，而且正态分布假定系统的变化都是连续的，因此传统的资本市场理论通常将这些大幅的不连续跳动点视作奇异点，并认为在研究中这些点是可以忽略的。然而 Mandelbrot 却认为既然在水文研究中我们不能忽视大洪水的出现，那么在金融领域的研究中也就不应该没有理由忽视股票价格的这种变化。于是，如果不把这些不连续跳动的点剔除的话，那么我们将看到诺亚效应带来的后果是股票收益率的实证数据将不再符合正态分布，而呈现出一种“尖峰厚尾”态，即同正态分布相比，均值较高且异常值的尾部的概率更大。这与他在 1967 年的研究结论是一致的。约瑟夫效应指的则是股票收益率序列所存在的明显的长期持续性和非周期循环特征（关于长期持续性和非周期循环将在第四章中作详细说明）。这说明，与圣经中约瑟夫故事叙述的七个丰收年跟着七个灾荒年类似，股票收益率序列存在着连续涨落的趋势变化，这就对认为股票收益率遵循随机游走的有效市场假设提出了挑战。

然而上述的这些挑战并未阻止资本市场理论在线性范式下的发展。正如 Perters（1994）所说的，“在 20 世纪 70 年代，尤其是在 20 世纪 80 年代，有效市场理论被当做一个事实来讲授”。

三、非线性范式的发展

非线性范式真正引起人们的注意是在 20 世纪 80 年代后期，人们发现，传统的资本市场理论已无法解释股市的一些现象，最为典型的是黑色星期一问题。所谓黑色星期一问题，指的是在 1987 年 10 月 19 日星期一，美国纽约股票市场突然爆发了前所未有的狂跌风潮。按照传统的资本市场理论，在有效市场中，价格趋向合理，市场趋于均衡，除非外界发生诸如战争或其他政治事件，否则不会出现股市暴涨暴跌这样的巨大变动。而在当时并

无这类外界事件的存在，显然传统的资本市场理论无法对这一现象给出令人满意的解释。

其实早在 1972 年，Mandelbrot 就首次提出可以用非线性理论中的 R/S 分析法即重标极差法 (Rescaled range analysis, R/S) 来分析金融时间序列，并许诺不久将公布其在这方面的研究成果。不过后来 Mandelbrot 并没有兑现他的承诺，因为随后他就全身心地投入到分形几何学的发展中而无暇顾及 R/S 分析法在金融领域的运用了³。

尽管随后 Green 和 Fielitz (1977) 对股票收益数据作了 R/S 分析，并得出结论认为股票价格时间序列的确存在分形特征，但是 R/S 分析法在金融领域的运用仍没有引起人们的关注。直到 20 世纪 80 年代，R/S 分析才得到充分的重视。此后，有不少学者在这方面作了实证研究，但是得出的结论却不尽相同。Aydogan and Booth (1988), Lo (1991)，以及 Ambrose et al. (1993) 在对股票收益率作了 R/S 分析之后认为，没有充分证据表明股票价格序列存在分形特征；而其他学者，比如 Peters (1989, 1991, 1992, 1994) 和 Goetzmann (1993) 则认为分形特征在股票价格序列中是存在的。这样看来在这个问题上似乎存在争议，但是若从具体的研究过程上看，Goetzmann (1993) 和 Peters (1994) 的结论要更令人信服。因为他们研究所使用的历史数据链在同类研究中最长的，而且在进行 R/S 分析之前对原始数据的短期序列相关作了调整，即对原始序列作了去除趋势处理。

从 Peters (1994) 的研究中我们很清楚地看到非线性范式的确能够揭示出股票市场的内在特性。Peters 对 1928 年 1 月 2 日至 1990 年 7 月 5 日这 63 年的股票收益率数据进行 R/S 分析后发现，在这 63 年里，尽管美国经历了第二次世界大战、朝鲜战争、越南战争、经济大萧条、60 年代社会动乱、70 年代石油危机以及 80 年代大规模举债经营，用来表征股票市场非线性特性的 Hurst 指数却显得相当稳定，其变动范围一直保持在 0.57-0.62 之间。此外，他还针对某些单个股票的月收益率作了 R/S 分析，分析结果表明按

³ Mouck, T.: "Capital Markets Research and Real World Complexity: The Emerging Challenge of Chaos Theory," *Accounting, Organizations and Society* 2, 1998.

产业分组的股票倾向于有类似的 H 值和类似的循环长度。创新水平高的产业，如技术产业，倾向于有高的 H 值和短循环长度；公用事业的创新水平低，它们的 H 值低而循环长度很长。Peters 进而还提出了“分形市场假说” (Fractal market hypothesis, FMH)。分形市场假说认为，(1) 市场中存在许多投资观念不同的参与者，他们可以是短期的一天交易者也可以是长期的投资人；(2) 对于投资观念不同的参与者，他们认为重要的信息集可以是不同的，即他们对信息处理的方式可以是不同的；(3) 只要市场保持分形结构，即在不同时间尺度上的统计特征不变，那么市场将保持稳定；而当市场的投资观念变得一致时，则市场变得不稳定了，因为每个人都是按照相同的信息集来进行交易。

非线性范式不仅在资本市场理论上得到了发展，而且在金融实践中也得到了运用并取得了不俗的业绩。例如，美国纽约州 TLB 合伙公司以“非线性定价”为基础建立了一套独特的投资准则，按此准则实施投资以后，在一个相当短的时期内 (1994 年 10 月至 1995 年 9 月) 就创造出极佳的业绩，他们从投资中获得的净利润高达 102.63 %。此外，隶属于圣塔菲研究所 (Santa Fe Institute, SFI) 的预测公司，也是以使用非线性技术而著名的投资公司之一。圣塔菲研究所是一个私人的研究机构，目前已发展成为全球著名的有关非线性理论与应用的研究中心。其预测公司是由 Doyne Farmer 博士和 Norman Packard 博士等人于 1991 年创立的。作为合伙人的这两位博士十分擅长于非线性分析，他们使用诸如遗传算法、决策树、神经网络和其他非线性回归方法来建立模型，为公司创造投资收益。

目前我国关于非线性范式的研究刚刚起步，在 R/S 分析方面主要有以下研究成果：(1) 徐龙炳，陆蓉 (1999) 以 1990 年 12 月 19 日~1998 年 10 月 5 日的上证综合指数以及 1991 年 4 月 3 日~1998 年 9 月 24 日的深圳成分指数为研究对象，以交易日为观察单位，共收集沪市样本 1952 个，深市样本 1902 个进行 R/S 分析。计算结果显示 $H_{沪}=0.661$ ， $H_{深}=0.643$ ，沪市平均循环长度为 195 日。(2) 史永东 (2000) 以 1990 年 12 月 19 日~1999 年 3 月 26 日的上证综合指数为研究对象，以周为观察单位，共收集样本 422

个。R/S 分析显示, $H_{沪}=0.697$, 平均循环长度约为 20 周。(3) 张维, 黄兴 (2001) 以 1990 年 12 月 19 日~2000 年 10 月 13 日的上证综合指数和深圳成分指数为研究对象, 分别以日和周为观察单位, 共收集沪市样本 2437 个 (日), 499 个 (周); 深市样本 2393 个 (日), 482 个 (周) 进行 R/S 分析。计算结果显示, $H_{沪}=0.68$ (日) 或 0.71 (周), $H_{深}=0.67$ (日) 或 0.73 (周); 沪市平均循环长度为 315 天。

这里需要指出的是, 尽管以上研究分析都表明我国股市的 H 指数值大于 0.5, 但是因为都没有对 R/S 分析结果作显著性检验, 因此分析结果的可靠性还有待探讨。

第三章 中国股票市场的分形特征

为了精确说明股票市场的非线性特征，我们有必要引入分形和分维的概念。

一、分形理论

1975 年，美籍法国数学家 Mandelbrot 提出了一个全新的概念——分形 (Fractal)。分形是对“极不规则”与“极为破裂”的几何对象的统称。更具体地说，分形指的是形状不规则，内部存在无穷层次和自相似特征，但无法用经典的欧氏几何来描述的客体。比如通常连续曲线是光滑的，或至少是分段光滑的，于是在曲线的光滑段是可以画出切线的，也就是可以微分的。而被人们称为“妖魔曲线”的分形曲线，虽然处处连续，但处处不光滑、不可微，因而经典的欧氏几何对它们就束手无策了，它们也就成了让人觉得难以了解和掌握的“妖魔曲线”了。

这类几何对象有一重要的特性——自相似 (Self-similarity)。所谓自相似，即局部的形态与整体的形态相似。这就意味着如果将图形的局部放大，其形状与整体相同，即分形的局部是其整体的缩影。Koch 曲线和 Sierpinski 垫片都是经典分形。

Koch 曲线是由瑞典数学家 Koch 于 1904 年构造出来的，图 3.1 显示了其生成过程。先从一单位线段开始，将其三等分，然后以中间的一段为底作边长为 $1/3$ 的等边三角形，之后将该等边三角形的底边抹去；而后再对每个直线段（此时是 4 个长为 $1/3$ 的线段）重复上述过程，经无穷多次后就形成了 Koch 曲线。

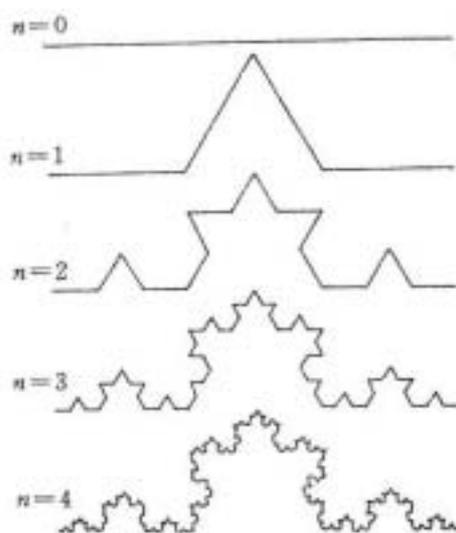


图 3.1 四次的 Koch 曲线

俄国数学家 Sierpinski 在本世纪初（1915~1916 年）提出了著名的“Sierpinski 垫片”图形。该图形的生成方法如下：从一个实心的等边三角形开始，连接其三边的中点，在其内部形成一个小的等边三角形，而后将该小三角形挖去，然后对剩下的实心等边三角形（此时是 3 个边长为初始三角形 $1/2$ 的等边三角形）重复上述步骤，如此无限地重复下去，最后得到的图形就是 Sierpinski 垫片。图 3.2 显示了其生成过程。

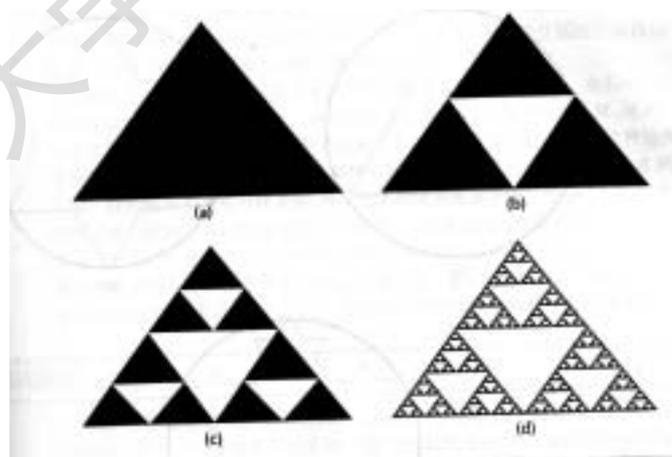


图 3.2 Sierpinski 垫片

Koch 曲线和 Sierpinski 垫片都属于有规分形,即是由数学家构造出的、具有严格变化规律的图形。现实世界中广泛存在的则是无规分形。这类图形只有在一定的范围内才具有自相似的特征,才能被视为分形。这一范围被称为无标度区间,即自相似存在的尺度范围。例如,云朵在地面的投影只有在 $1\sim 10^6\text{km}^2$ 的范围内才是具有自相似特征的分形;超过了这个范围,云的投影就不再是分形了。连绵的山峰、湍急的漩涡,蜿蜒的海岸线和复杂多变的布朗粒子运动轨迹等等都属于无规分形。

需要指出的是,至今分形仍没有完整精确的定义。不过,著名的英国分形几何学家 Falconer K.J. (1990) 提出,对分形的定义,可以参照生命科学中对“生命”作定义时采用的处理方式,即不寻求精确简明的生命的定义,而是用描述性的语言来描述生命的特性。因此,可以将分形看作具有如下性质的集合 F^4 :

- 1、具有非常精细的结构,这也就是说它具有任意小尺度下的比例细节;
- 2、是非常不规则的,因此无论其局部或整体都无法用传统的几何语言来描述;
- 3、通常 F 具有某种形式的自相似性,这种自相似性可能是近似意义上的或统计意义上的自相似性;
- 4、以某种方式定义的 F 的“分数维”通常要大于其相应的拓扑维;
- 5、在大多数令人感兴趣的情况下,可以用一种非常简单的方式对 F 下定义,这种定义可能是以迭代的方式出现。

通过上面的描述可以看出,分形的自相似性并不局限于几何形态上的相似,还包括了统计意义上的相似,即研究对象的某些指标的局部概率分布与整体分布之间的相似关系。

分形理论产生至今不过几十年,但由于它能准确有效地刻画出复杂系统的内在特征,因此目前正被广泛运用于物理、化学、计算机、生物学和社会学、经济学等领域,它可用于对物理或化学过程的模拟、生物体外观形态的描述、城市发展的趋势分析以及资本市场的非线性探索等等。

⁴ Falconer, K.J.: *Fractal Geometry*. New York: John Wiley & Sons, 1990.

Degree papers are in the "[Xiamen University Electronic Theses and Dissertations Database](#)". Full texts are available in the following ways:

1. If your library is a CALIS member libraries, please log on <http://etd.calis.edu.cn/> and submit requests online, or consult the interlibrary loan department in your library.
2. For users of non-CALIS member libraries, please mail to etd@xmu.edu.cn for delivery details.

厦门大学博硕士学位论文摘要库