学校编码：10384　　　　　　　　分类号______密级______

学号：25320101151692　　　　　　　　UDC______

厦门大学

硕　士　学　位　论　文

随机系统的瞬态响应及具有黏弹性阻尼的随机动力学研究

The Transient Response of Stochastic Systems and the Dynamics of Stochastic Systems with Viscoelastic Damping

耿建华

指导教师姓名：　刘中华　副教授

专　业　名　称：　工　程　力　学

论文提交日期：　2013　年　5　月

论文答辩时间：　2013　年　6　月

学位授予日期：　2013　年　　月

答辩委员会主席：____________

评　　阅　　人：____________

2013 年 6 月

厦门大学学位论文原创性声明

本人呈交的学位论文是本人在导师指导下,独立完成的研究成果。本人在论文写作中参考其他个人或集体已经发表的研究成果，均在文中以适当方式明确标明，并符合法律规范和《厦门大学研究生学术活动规范（试行）》。

另外,该学位论文为(　　　　　　　　　　　　　　)课题(组)的研究成果，获得（　　　　　　　　　　）课题（组）经费或实验室的资助，在（　　　　　　　　　　）实验室完成。（请在以上括号内填写课题或课题组负责人或实验室名称，未有此项声明内容的，可以不作特别声明。）

声明人（签名）：

年　　月　　日

厦门大学学位论文著作权使用声明

本人同意厦门大学根据《中华人民共和国学位条例暂行实施办法》等规定保留和使用此学位论文，并向主管部门或其指定机构送交学位论文（包括纸质版和电子版），允许学位论文进入厦门大学图书馆及其数据库被查阅、借阅。本人同意厦门大学将学位论文加入全国博士、硕士学位论文共建单位数据库进行检索，将学位论文的标题和摘要汇编出版，采用影印、缩印或者其它方式合理复制学位论文。

本学位论文属于：

（　　　）1.经厦门大学保密委员会审查核定的保密学位论文，于　　　年　　　月　　　日解密，解密后适用上述授权。

（　√　）2.不保密，适用上述授权。

（请在以上相应括号内打“√”或填上相应内容。保密学位论文应是已经厦门大学保密委员会审定过的学位论文，未经厦门大学保密委员会审定的学位论文均为公开学位论文。此声明栏不填写的，默认为公开学位论文，均适用上述授权。）

声明人（签名）：

年　　月　　日

摘 要

高斯白噪声激励下的随机系统的瞬态响应、稳定性等问题一直是随机动力学研究的热点与难点，本文针对这一问题研究了拟哈密顿系统的瞬态响应和具有黏弹性阻尼的振动系统的瞬态响应、首次穿越和稳定性问题。

第一部分研究了高斯白噪声激励下的三种（拟不可积、拟可积、拟部分可积）哈密顿系统的瞬态响应。应用随机平均法，得到关于能量响应的Itô平均方程，进而推导出相应的FPK(Fokker-Planck-Kolmogorov)方程。应用Galerkin法，将瞬态概率密度近似表示为多重Laguerre正交基函数的级数和，其中组合系数为时间函数，得到了能量响应的近似瞬态概率密度，进而导出位移及速度的近似联合概率密度。通过与使用Monte Carlo数值模拟得到的结果比较，表明该方法的有效性。

第二部分对具有黏弹性拟可积哈密顿系统的瞬态解、首次穿越和稳定性问题进行了研究。文中假定的黏弹性项通过对核函数的卷积与运动历史有关。首先将黏弹性的状态变量用无黏弹性的状态变量近似，由此得到了无黏弹性的拟可积哈密顿系统。再运用随机平均法，建立相应的 FPK 方程。在此基础上，研究了该系统的瞬态响应，并通过已有理论对系统的首次穿越和稳定性的问题进行探讨。通过与数值模拟结果的对比，表明上述方法对此黏弹性系统具有较高的适用性和精度。

关键词：随机平均法 瞬态响应 黏弹性阻尼 首次穿越 随机稳定性

Abstract

The studies on transient response and stability of stochastic systems subject to Gaussian white noise excitations are attracting many researchers in stochastic dynamics. The approximate transient responses of quasi Hamiltonian systems are studied. The approximate transient responses, first-passage failure and stability analysis of vibration systems with viscoelastic damping are also investigated.

The first part is mainly about the transient probability densities of quasi nonintegerable, quasi integerable and quasi partially integerable Hamiltonian systems. The stochastic averaging method is used to obtain the averaged Itô equations about energy of the system. Then， the corresponding Fokker-Planck-Kolmogorow equation governing the transient probability density of the energy envelope is deduced. By applying the Galerkin method, the transient probability density can be expressed as a series expansion in terms of a set of orthogonal base dunctions with time-dependent coefficients. Then, the approximate transcient probability density for energy response can be obtained. The approximate transcient probability densities for displacement and velocity can be derived. The analytical results are compared with those form Monte Carlo numerical simulation of the original system. It is shown that the proposed methods have high precision and applicability.

In the second part, the transient probability densities, first-passage failure and stability analysis of quasi integerable Hamiltonian systems with viscoelastic damping are investigated. The assumed viscoelastic forces depend on the past history of motion via convolution integral over kernel functions。Firstly, the original system are transformed into differential equations without viscoelastic damping. Then, the averaged Itô stochastic differential equations for the slowly varying processes are drived and the corresponding FPK equation is established. Based on the averaged equations, the transient probability densities of the system are investigated. First-passage failure and stability analysis of the viscoelastic systems are also investigated with the mothod that has been devploped. All the results obtained from the proposed procedures are compared with those obtained by Monte Carlo simulation of the orginal systems. It is shown that the proposed methods are of high precision and applicability.

Keywords: stochastic averaging method, transient response, viscoelastic damping, first-passage failure, stochastic stability.

目 录

Contents

第一章 绪论

1.1 研究背景

在研究自然、社会及工程等领域中的各种力学现象时，不可避免的会遇到外部或社会环境与内在动因等带来的各种随机扰动。这些随机扰动都是无法用确定性的时间或空间函数描述的，只能应用概率或统计的方法描述，为了研究随机扰动下的动力学现象，就产生了一门应用广泛的学科——随机动力学。

随机动力学源于 1905 年 Einstenin 对微小花粉粒子的布朗运动的定量研究，从上世纪六十年代起，随机动力学的研究主要转向非线性系统。在五十余年中，已发展了许多预测非线性随机响应的方法，诸如 FPK 方程方法、随机平均法、等效线性化法、摄动法、等效非线性系统法及拟静态法、级数解法、Monte Carlo 模拟法等，其中大部分方法在一系列专著[1-9]中作了详细描述。FPK 方程方法是研究非线性随机动力学的一个有效方法，它是由给定的运动微分方程推导出 FPK 方程，并在适当的边界条件和初始条件下求解 FPK 方程，得到系统的转移概率密度，从而可得系统响应的各阶统计矩。FPK 方程的精确瞬态解一般很难求解，迄今已得到的只是少数一阶非线性系统[10]及多自由度常系数线性系统[11-13]，多数情形只能得到系统的精确平稳解。FPK 方程的瞬态解一般需要近似或数值求解，已发展的有特征函数展开式法、迭代法、Galerkin 法、有限差分法、随机步行法、路径积分法等[3]，但当系统为多自由度时，相应的 FPK 方程一般为多维，其求解过程将会变更复杂，从而可能导致精度变差。因此系统响应的近似瞬态解的求解仍是一个重要而困难的研究课题。

许多物质或材料往往兼具弹性和黏性两种不同机理的变形，综合的呈现弹性固体和黏性流体两者的力学行为，物质的这种性能称为黏弹性[14]。据统计，目前世界上聚合物材料的产量在体积上已经大大超过了金属材料。这些材料具有强度高、易加工成型等优点，它们作为结构材料越来越广泛地应用于化工、机械、航空航天及建筑等领域。由于复合结构材料优越的阻尼特性，黏弹性材料和结构的动力学研究在近 20 十年已经得到了越来越多的重视。一些学者通过等效缩减二阶系统研究具有黏弹性的复杂的振动系统，提出了一些有效的近似方法[15-17]，Ariaratnam，Potapov，Huang 等人对随机激励下的黏弹性系统的稳态响应和随机

稳定性做了深入的研究[18-20]。然而由于黏弹性系统的多样化，随机系统特性的多样化，要求在黏弹性随机动力学方向仍需要继续研究。

由此，本文主要以 Gauss 白噪声激励下的随机系统为研究对象，研究拟可积系统、拟不可积系统和拟部分可积系统的近似瞬态响应，对含有积分型本构关系的黏弹性随机系统，建立相应的随机平均法，研究了其瞬态响应、首次穿越和概率为 1 渐近稳定性。

1.2 随机平均法

随机平均法是一种非常有效的近似方法，其主要思路是：应用随机平均原理可以证明在一定条件下线性或非线性动态系统对非白噪声随机激励的响应可用扩散过程近似，该近似扩散过程的 FPK 方程的漂移与扩散系数可由相应系统的运动方程经适当的随机平均(或随机平均连同对时间的确定性平均)得到，求解这个平均 FPK 方程可得原系统响应的近似概率密度或各阶统计矩。随机平均法有两个主要优点：经过随机平均和(或)确定性平均，系统的维数大大降低且系统的本质性质将保持不变；使原来不是扩散过程的系统转化为扩散过程，从而可使这类系统也能用 FPK 方程法求解。正因这些优点，随机平均法在非线性随机动力学研究中有广泛的应用，其中获得广泛应用的主要有标准随机平均法、FPK 方程系数平均法、能量包线随机平均法、拟哈密顿系统随机平均法及基于广义谐和函数的随机平均法。关于随机平均法及其应用的早期评述见文献[3,6,21,22]。近年来，Zhu 等发展了拟哈密顿系统随机平均法[23-25]，利用哈密顿系统的可积性与共振性分别建立了五类 Gauss 白噪声激励下的拟哈密顿系统的随机平均法，它适用于 Gauss 白噪声激励的多自由度强非线性系统。随后，Zhu 等还建立了基于广义谐和函数的随机平均法，并应用或推广于平稳宽带随机激励[26]、谐和与白噪声激励[27,28]、有界噪声激励[29,30]下的强非线性系统。最近 Liu、Zhu[31]建立了受 Gauss 白噪声激励的非线性时滞系统的随机平均法，该随机平均法又推广于受宽带随机激励[32]、窄带随机激励[33]时滞反馈控制的强非线性系统，利用这些随机平均法得到了相应系统响应的稳态概率密度。

1.3 非线性随机系统的瞬态解

在非线性随机系统的响应研究中，瞬态概率密度能完全描述系统的响应，但

只有少数特殊情形的一阶系统能得到其响应的瞬态概率密度[10, 34, 35]。Atkinson[36]用变分法求非线性随机系统的 FPK 方程的近似特征值与特征函数，从而得到系统响应的近似瞬态转移概率密度，Johnson 和 scott[37]用摄动法求特征值问题，得到了 Gauss 白噪声下的 Duffing 振子的近似瞬态转移概率密度。Wen[38]用 Galerkin 法求解了单自由度非线性随机系统的近似瞬态转移概率密度。Liu 和 Davies[39]用非 Gauss closure 法得到了受 Gauss 白噪声激励的非线性阻尼振子的非平稳响应的概率密度。Bonzani 等[40]用半解析法得到了非线性随机系统状态响应的近似瞬态概率密度。当系统的自由度较多时，相应的 FPK 方程维数更高，求解 FPK 方程变复杂，由前面的叙述可知，随机平均法可降低系统的维数，目前已发展了很多随机平均法且该方法比较成熟，在求解系统响应的近似瞬态解时可考虑使用随机平均法，基于随机平均法求解单自由度非线性随机系统的响应的近似瞬态概率密度已有一些工作。Iwan 和 Spanos[41]应用结合等效线性化与随机平均法导出了 Gauss 白噪声激励下的非线性系统的关于幅值响应的 FPK 方程，并将幅值响应的瞬态概率密度近似表示为相应线性系统的 FPK 方程在一定初始和边界条件下的特征值和特征向量的级数和，然后用摄动法得到幅值响应的瞬态概率密度，后来 Spanos[42]用类似的方法研究了宽带随机激励下的非线性阻尼振子。由于这种研究方法依赖于摄动法，它只适用于非线性参数比较小的情形。文献[43]用 Galerkin 方法得到了幅值响应的近似瞬态概率密度。文献[44]应用随机平均法得到了受 Gauss 白噪声激励的弱阻尼单自由度非线性系统的幅值响应的瞬态概率密度，将该解表示为随时间变化的 Rayleigh 分布(线性振子的近似瞬态解[45])与一组适当的基函数线性组合的和，并取这些基函数为相应线性系统的关于幅值响应的 FPK 方程的特征函数，且线性组合的系数随时间变化，最终这些系数可用 Galerkin 方法得到，应用该方法得到的幅值响应的统计量可用简单的表达式表示。文献[46]和[47]用 Galerkin 法分别得到了白噪声激励下的具有时滞的单自由度非线性振子的幅值响应概率密度和白噪声激励下的多自由度非线性幅值响应的概率密度。基于随机平均法求解随机系统的瞬态响应是一个很好的方法，但目前成果有限，因此利用随机平均法求多自由度非线性随机系统响应的瞬态概率密度的研究工作还有待完善。

1.4 加权残值法（Galerkin 法）