

学校编码: 10384  
学号: 15420111151929

分类号 \_\_\_\_\_ 密级 \_\_\_\_\_  
UDC \_\_\_\_\_

厦 门 大 学

硕 士 学 位 论 文

稀疏事件模拟技术在风险价值中的应用

Application in the Value at risk with the rare event  
simulation techniques

赵海洋

指导教师姓名: 黄长全 副教授

专业名称: 应用统计学

论文提交日期: 2014 年 3 月

论文答辩时间: 2014 年 月

学位授予日期: 2014 年 月

答辩委员会主席: \_\_\_\_\_

评 阅 人: \_\_\_\_\_

2014 年 3 月

## 厦门大学学位论文原创性声明

本人呈交的学位论文是本人在导师指导下，独立完成的研究成果。本人在论文写作中参考其他个人或集体已经发表的研究成果，均在文中以适当方式明确标明，并符合法律规范和《厦门大学研究生学术活动规范（试行）》。

另外，该学位论文为( )课题(组)的研究成果，获得( )课题(组)经费或实验室的资助，在( )实验室完成。(请在以上括号内填写课题或课题组负责人或实验室名称，未有此项声明内容的，可以不作特别声明。)

声明人(签名):

年 月 日



## 厦门大学学位论文著作权使用声明

本人同意厦门大学根据《中华人民共和国学位条例暂行实施办法》等规定保留和使用此学位论文，并向主管部门或其指定机构送交学位论文（包括纸质版和电子版），允许学位论文进入厦门大学图书馆及其数据库被查阅、借阅。本人同意厦门大学将学位论文加入全国博士、硕士学位论文共建单位数据库进行检索，将学位论文的标题和摘要汇编出版，采用影印、缩印或者其它方式合理复制学位论文。

本学位论文属于：

1. 经厦门大学保密委员会审查核定的保密学位论文，于 年 月 日解密，解密后适用上述授权。

2. 不保密，适用上述授权。

（请在以上相应括号内打“√”或填上相应内容。保密学位论文应是已经厦门大学保密委员会审定过的学位论文，未经厦门大学保密委员会审定的学位论文均为公开学位论文。此声明栏不填写的，默认为公开学位论文，均适用上述授权。）

声明人（签名）：

年 月 日





---

## 摘要

虽然金融危机已经离我们渐渐远去,但是它对我们国内外经济的影响却并没有因此减弱。多数企业公司甚至某些行业在发展中都面临着巨大的风险。而风险价值作为衡量风险的一个重要指标,被各个公司所重视,因此对风险价值研究的重要性不言而喻。但从国内外的研究来看,大多数仍旧在风险因子服从正态分布的假设之下,从而使得对与实际更为相符的具有厚尾现象的风险因子的研究相对不多,与之相应的处理方法也比较少。所以在风险因子具有厚尾特点的情况下,对投资组合风险价值的研究具有切实的意义。

本文根据国内外相关的文献,首先对风险价值的概念、计算方法等给出了简要的阐述,然后又给出了稀疏事件和重要性抽样技术以及分层抽样的理论介绍,而且依据此方法,推导出减少抽样次数、提高抽样效率的算法。在此基础上,按照与实际更为相符的风险因子具有厚尾特点的假设进行分析。在模拟分析中,主要考虑影响投资组合价值的五个因素,并在不同自由度的  $t$  分布下,把对投资组合风险价值的计算转移到损失概率上,并对投资组合价值的损失概率在二次近似后利用稀疏事件模拟方法中的重要性抽样技术来进行估计,进而与一般的模拟方法进行比较。出于对损失概率取值较小的考虑,对结果的分析也并没有直接来比较估计值的各项指标,而是根据方差比的大小来衡量方法的优劣性。

本文的主要创新之处在于,在风险因子服从  $t$  分布的情况下,把分层抽样技术与重要性抽样方法结合起来,推导出投资组合损失概率新的估计,并给出相应的算法。

关键词: 风险价值 稀疏事件模拟 重要性抽样

厦门大学博硕士学位论文摘要库



---

## Abstract

Although the financial crisis has faded away from us, its effect on the economy has not shaken off on the global. Most of companies are facing huge risk in the development, even some business. Every company pays much attention to the value-at-risk which is the criterion of its risk. It is obvious that studying the value-at-risk is very important. But from the view of the global, most of the research is under the assumption of the normal distribution. Few people study the value-at-risk when the underlying risk factors have a heavy-tailed distribution, so the efficient methods are. In this way, it is significant to compute the portfolio value-at-risk when the underlying risk factors have a heavy-tailed distribution.

Based on the literatures at home and abroad, this paper firstly specified the concepts, computing methods of the value-at-risk. Then it introduces the rare event simulation, importance sampling and stratified sampling in theory. With this knowledge, it generates an algorithm which is much more effective. We study the value of portfolio under this assumption which coincides with the facts. In the empirical analysis, we mainly consider five risk factors which have influence on the value of portfolio. We transfer the calculation of value-at-risk into the estimation of the profit-and-loss distribution of a portfolio over a specified horizon. We use the quadratic approximation to guide the selection of an effective importance sampling distribution that samples risk factors so that large losses occur more often. Instead of comparing the estimation directly, we use the variance ratio to judge the merits of the methods.

The main innovation points of this paper are that it combines the

importance sampling with stratified sampling to estimate the loss probability of the portfolio under the assumption that the underlying risk factors have multivariate  $t$  distributions. On the basis of the methods, this paper gives a new algorithm to calculate the value of the loss portfolio.

Keywords: value-at-risk rare event simulation importance sampling

厦门大学博硕士学位论文摘要库

<b>目录</b>	
摘要.....	5
<b>第一章 绪论</b> .....	<b>1</b>
<b>1.1 选题背景</b> .....	<b>1</b>
<b>1.2 研究方法及论文框架</b> .....	<b>2</b>
1.2.1 研究方法.....	2
1.2.2 论文框架.....	2
<b>1.3 国内外研究状况</b> .....	<b>3</b>
1.3.1 国内研究状况.....	3
1.3.2 国外研究状况.....	3
<b>1.4 研究的主要创新与不足</b> .....	<b>4</b>
1.4.1 本文的创新点.....	4
1.4.2 本文不足之处.....	4
<b>第二章 稀疏事件模拟方法和重要性抽样技术</b> .....	<b>5</b>
<b>2.1 稀疏事件</b> .....	<b>5</b>
2.1.1 生活中的稀疏事件.....	5
2.1.2 稀疏事件的简单应用.....	6
2.1.3 统计中的稀疏事件.....	6
<b>2.2 重要性抽样技术</b> .....	<b>8</b>
<b>第三章 风险价值 (VaR)</b> .....	<b>11</b>
<b>3.1 风险价值的基本概念</b> .....	<b>11</b>
3.1.1 风险价值的定义.....	11
3.1.2 影响风险价值的因素.....	13
<b>3.2 风险价值 (VaR) 计算方法</b> .....	<b>13</b>
<b>3.3 风险价值的优点</b> .....	<b>16</b>
<b>第四章 重要性抽样的应用及与分层抽样的结合</b> .....	<b>17</b>

<b>4.1 多元 t 分布</b> .....	<b>17</b>
<b>4.2 投资组合价值的二次近似</b> .....	<b>20</b>
<b>4.3 重要性抽样技术的应用</b> .....	<b>24</b>
4.3.1 似然比的选择 .....	24
4.3.2 算法的确定 .....	27
4.3.3 参数的选择 .....	29
4.3.4 重要性抽样技术的性质 .....	30
<b>4.4 结合分层抽样技术的重要性抽样方法</b> .....	<b>35</b>
4.4.1 分层抽样 .....	36
4.4.2 分层抽样在似然比中的应用 .....	38
<b>第五章 模拟分析</b> .....	<b>41</b>
<b>5.1 对比指标的确定</b> .....	<b>41</b>
<b>5.2 数据模拟分析</b> .....	<b>44</b>
5.2.1 数据模拟 .....	44
5.2.2 结果分析 .....	45
<b>5.3 小结</b> .....	<b>46</b>
<b>附录</b> .....	<b>47</b>
<b>参考文献</b> .....	<b>49</b>
<b>致谢</b> .....	<b>53</b>

## CONTENTS

<b>Abstract</b> .....	7
<b>Chapter1 Introduction</b> .....	1
<b>1.1 Topic Background</b> .....	1
<b>1.2 Research method and framework</b> .....	2
1.2.1 Research method .....	2
1.2.2 Framework .....	2
<b>1.3 Domestic and Foreign Research States</b> .....	3
1.3.1 Domestic Research States .....	3
1.3.2 Foreign Research States .....	3
<b>1.4 Innovation and deficiency of research</b> .....	4
1.4.1 Research innovation .....	4
1.4.2 Research deficiency .....	4
<b>Chapter2 Rare event simulation and Importance sampling</b> .....	5
<b>2.1 Rare event</b> .....	5
2.1.1 Rare event in the life .....	5
2.1.2 Application of the rare event .....	6
2.1.3 Rare event in statistics .....	6
<b>2.2 Importance sampling techniques</b> .....	8
<b>Chapter3 Value at Risk (VaR)</b> .....	11
<b>3.1 Concept of Value at Risk</b> .....	11
3.1.1 Definition of Value at Risk .....	11
3.1.2 Influencing factor .....	13
<b>3.2 Calculation of Value at Risk</b> .....	13
<b>3.3 Advantage of Value at Risk</b> .....	16
<b>Chapter4 Application of Importance sampling and combined with stratified sampling</b> .....	17

<b>4.1 Multivariate t distribution</b> .....	<b>17</b>
<b>4.2 Quadratic approximation of portfolio value</b> .....	<b>20</b>
<b>4.3 Application of Importance sampling</b> .....	<b>24</b>
4.3.1 Likelihood ratio.....	24
4.3.2 Algorithm .....	27
4.3.3 Choice of parameter .....	29
4.3.4 Property of Importance sampling .....	30
<b>4.4 Importance sampling combined with stratified sampling</b> .....	<b>35</b>
4.4.1 Stratified sampling .....	36
4.4.2 Application in likelihood ratio with stratified sampling.....	38
<b>Chapter5 Empirical analysis</b> .....	<b>41</b>
<b>5.1 Comparison indicator</b> .....	<b>41</b>
<b>5.2 Analysis of digital simulation</b> .....	<b>44</b>
5.2.1 Digital simulation .....	44
5.2.2 Result analysis .....	45
<b>5.3 Conclusion</b> .....	<b>46</b>
<b>Appendix</b> .....	<b>47</b>
<b>References</b> .....	<b>49</b>
<b>Acknowledgement</b> .....	<b>53</b>

## 第一章 绪论

### 1.1 选题背景

由于受到 2007 年金融危机的影响，到目前为止，世界范围内的经济依旧处于缓慢前进的状态，一些经受不起冲击的公司甚至有些行业都面临着破产的风险。正由于此，各大公司企业在不断发展的同时也越来越重视自身所面临的风险。各个经济学家对此领域的研究也越来越多，覆盖面也越来越广。为了更好的衡量风险，风险价值（Value-at-Risk）应运而生。由于其操作简单，方法便捷，很快被经济学家所接受。对风险价值方法的分析研究也逐步的被更多的人探讨并加以比较。

目前，国内外风险价值的计算方法大体可以分为以下三种：方差—协方差法、历史模拟法、蒙特卡洛模拟法，而且这些方法也都是围绕着资产收益率的分布情况进行分析研究的。可是风险价值也存在着一些不足，主要是在计算风险价值时一般假设投资组合的风险因子服从正态分布，而大多数风险因子呈现厚尾的特点，与  $t$  分布更为相似，并不符合一般的经典假设。从而在用风险价值来衡量风险时，我们容易忽略尾部的稀疏事件，对风险评估会有很大的影响。所以怎样度量稀疏事件引起的金融风险成为风险价值与风险管理中亟待解决的问题。

稀疏事件模拟方法（rare-event simulation techniques）是用来估计极其小却又非常重要的概率。这种重要性的小概率也有着广泛的用途。譬如说一个贷款投资组合的管理者需要保持一定的本金，这样可以避免贷款投资组合中多个贷款违约这种小概率事件所造成损失带来的资金短缺。像这种金融方面的危机，甚至突发性的洪水、地震等小概率事件，都可以通过这样方法来进行拟合从而对稀疏事件进行评估。而在稀疏事件模拟的方法中，重要性抽样技术（importance sampling）在估计确定的稀疏事件时已经取得了很好的结果。重要性抽样其实也是蒙特卡洛模拟中的一种减小方差的模拟技术。它主要是通过改变稀疏事件的概率测度，给予样本一个“似然比”权重，从而增加结果的准确性。本文主要应用重要性抽样技术，并结合分层抽样方法，在风险因子服从  $t$  分布的情况下，推导出各自的计算方法，给出理论证明，并且应用到实例当中，通过模拟数据来对投资组合的风险价值进行分析。

## 1.2. 研究方法及论文框架

### 1.2.1 研究方法

本文主要在理论研究的基础上,用不同的方法推导出计算投资组合的风险价值的算法,并在最终应用到实例中来加以分析。

在理论上,首先对风险价值的计算转移到分位数的确定上。在  $t$  分布的假设下,对损失函数进行二次近似,然后把对损失函数的概率这个稀疏事件的估计转移到具有更高概率的事件上,从而利用重要性抽样技术进行分析。其次,在重要性抽样的基础上,对其方法进行改进。在重要性抽样过程中加入分层抽样技术,在相同的条件下对投资组合损失函数进行同样的操作,进而估计出损失概率。不过因为方法上大体相同,推导过程也只是略有差异。最后,还在理论上对重要性抽样技术(单独使用重要性抽样以及结合分层抽样技术采用重要性抽样方法)的优劣其进行探讨研究。

在实例分析中,主要以理论推导为前提,依据推导出的计算方法,选取不同的投资组合,用统计软件 `stata` 对数据进行模拟,最终得出投资组合在给定损失概率的前提下的风险价值,并根据选取的指标对不同情况下的结果进行对比分析。

### 1.2.2 论文框架

本文主要在影响投资组合价值的风险因子服从  $t$  分布的情况下,对投资组合的风险价值进行研究,推导出相应的损失概率的估计值。论文研究框架如下:

第一章,阐述论文的选题背景和研究问题及方法,给出国内外研究情况,以及论文的创新点和不足之处;

第二章,给出研究风险价值的稀疏事件模拟技术的介绍,并简单阐述本文研究的属于稀疏事件模拟方法中的一种方法:重要性抽样技术;

第三章,对风险价值的概念进行简单阐述,并介绍了目前研究风险价值的三种方法和风险价值的主要作用;

第四章,对重要性抽样技术进行理论分析,并给出投资组合价值损失估计概率的算法,在此基础上结合分层抽样技术提出新的算法;

第五章,在重要性抽样技术的基础上,对投资组合的价值损失概率进行模拟分析,并给出相应结果。



Degree papers are in the "[Xiamen University Electronic Theses and Dissertations Database](#)". Full texts are available in the following ways:

1. If your library is a CALIS member libraries, please log on <http://etd.calis.edu.cn/> and submit requests online, or consult the interlibrary loan department in your library.
2. For users of non-CALIS member libraries, please mail to [etd@xmu.edu.cn](mailto:etd@xmu.edu.cn) for delivery details.

厦门大学博硕士论文摘要库