

学校编码：10384

分类号\_\_\_\_\_密级\_\_\_\_\_

学号：25320111151723

UDC\_\_\_\_\_

廈門大學

硕 士 学 位 论 文

复合薄板壳结构弯曲的一致渐进展开多尺度分析

Consistent Asymptotic Expansion Multiscale Analysis of  
Heterogeneous Thin Plate and Shell Structures

董博雅

指导教师姓名：王东东 教授

专业名称：工程力学

论文提交日期：2014年4月

论文答辩时间：2014年5月

答辩委员会主席：\_\_\_\_\_

评 阅 人：\_\_\_\_\_

2014年05月



## 厦门大学学位论文原创性声明

本人呈交的学位论文是本人在导师指导下,独立完成的研究成果。本人在论文写作中参考其他个人或集体已经发表的研究成果,均在文中以适当方式明确标明,并符合法律规范和《厦门大学研究生学术活动规范(试行)》。

另外,该学位论文为( )课题(组)的研究成果,获得( )课题(组)经费或实验室的资助,在( )实验室完成。(请在以上括号内填写课题或课题组负责人或实验室名称,未有此项声明内容的,可以不作特别声明。)

声明人(签名):

年 月 日



## 厦门大学学位论文著作权使用声明

本人同意厦门大学根据《中华人民共和国学位条例暂行实施办法》等规定保留和使用此学位论文，并向主管部门或其指定机构送交学位论文（包括纸质版和电子版），允许学位论文进入厦门大学图书馆及其数据库被查阅、借阅。本人同意厦门大学将学位论文加入全国博士、硕士学位论文共建单位数据库进行检索，将学位论文的标题和摘要汇编出版，采用影印、缩印或者其它方式合理复制学位论文。

本学位论文属于：

(        ) 1. 经厦门大学保密委员会审查核定的保密学位论文，  
于     年   月   日解密，解密后适用上述授权。

(  ) 2. 不保密，适用上述授权。

( 请在以上相应括号内打“√”或填上相应内容。保密学位论文应是已经厦门大学保密委员会审定过的学位论文，未经厦门大学保密委员会审定的学位论文均为公开学位论文。此声明栏不填写的，默认为公开学位论文，均适用上述授权。)

声明人（签名）：

年   月   日



## 摘 要

板壳结构是工程领域应用非常广泛的一种结构形式。复合材料可以充分利用各相材料的优点，因而被越来越广泛地应用到板壳结构中，组成复合板壳结构。为了更好地分析设计复合板壳结构，需要研究其微观结构对材料宏观性能的影响。但是，复合板壳结构的微观结构通常仅在面内呈周期性排列，在板壳厚度方向满足平面应力条件，因此三维渐进展开多尺度分析并不适用于该类结构。本文采用能够反映该类结构特点的一致渐进展开多尺度方法，将薄板壳的微观结构和宏观结构间的应力变形联系起来，建立不同尺度间的联系，系统地研究薄板壳结构的弯曲性能，有重要的理论研究和工程应用价值。

文中分析了薄板位移场的渐进展开表达式，在三维弹性理论的框架下建立了薄板的宏微观控制方程即多尺度分析框架，详细论述了复合薄板结构宏观弯曲刚度矩阵的计算方法。多尺度分析中，微观结构采用三维八节点单元进行离散分析，并通过沿厚度积分得到面力和弯矩等内力分量，进而通过平均内力分量和宏观变形模式间的对应关系计算薄板的均匀化宏观本构关系。宏观分析采用二次 Hermite 三角形有限元法和均匀化宏观本构关系。二次 Hermite 三角形有限元法的形函数满足全域  $C^1$  连续性要求，刚度矩阵具有显式表达式，计算高效。最后，将薄板的多尺度分析方法推广到了薄壳分析。文中通过若干典型算例验证了复合薄板壳结构一致渐进展开多尺度分析的有效性，在提高宏观结构计算效率的同时能够比较准确地分析关键位置的微观应力和变形。

**关键词：**复合薄板壳；面内周期性；一致性渐进展开多尺度分析；弯曲；二次 Hermite 有限元法





## Abstract

Plate and shell structures have been widely used in engineering practice. Since composite materials combine the advantages of different phase of materials, they are well utilized to form composite plates and shells. For the composite plates and shells, it is crucial to efficiently study the macroscopic structural response as well as the microscopic stress-strain behavior for safty evaluation and economic design. However the in-plane periodicty of the microscopic reinforcement and generalized plane stress condition in composite or heterogeneous plates and shells prevents the direct employment of three dimensional asymptotic expansion multiscale analysis method. In this thesis, the consistent asymptotic expansion of the displacement field that preserve the structural characteristic of plates and shells is employed to develop a multiscale formulation which can bridge the mircoscopic and macroscopic behaviors. This formulation particularly emphasize the bending response that is very important for plates and shells.

As a foundation for the present multiscale analysis, the consistent aymptotic multiscale expansion of the displacements in plates are analyzed in detail, and subsequently based on the three dimensional elasticity theory, the microscopic and marcrosopic governing equations are established in a rational manner. The microscopic is analyzed by the three dimensional eight-node tri-linear elements in order to compute the stress fields, the stress resultants can be obtained though the thickness integration. Thereafter the homogenized constitutive relationship is constructed by mapping the averaged stress resultants and the macroscopic deformation modes. Subsequently, the homogenized constitutive law is employed for the macroscopic structural analysis using the quadratic Hermite triangular finite element method. This shape functions of quadratic Hermite triangular element is completely  $C^1$  continuous and allow a fast computation of macroscopic response. Finally, the proposed formulation is extended to shell problems. Though several typical examples it is demonstrated that the proposed multiscale method is very effective, which simutaneously achieve the efficient macroscopic strutural analysis as well as an accurate microscopic evaluation of stress field at the critical locations.

**Key Words:** composite thin plates and shells; in-plane periodicity; consistent asymptotic expansion multiscale analysis; bending; quadratic Hermite triangular finite element method

厦门大学博硕士学位论文摘要库

# 目 录

摘 要 .....	i
Abstract.....	iii
第一章 绪论 .....	1
1.1 引言.....	1
1.2 渐进展开多尺度理论的历史及现状 .....	2
1.3 本文的选题背景 .....	4
1.4 本文的主要内容 .....	5
第二章 渐进展开多尺度分析的基本理论 .....	7
2.1 渐进展开多尺度分析 .....	7
2.1.1 周期性材料及场变量的渐进多尺度展开.....	7
2.2 三维弹性力学问题的渐进展开多尺度分析方法 .....	9
2.2.1 基本理论.....	9
2.2.2 周期性边界条件的施加.....	14
2.3 三维数值算例 .....	15
2.3.1 三维均质算例.....	15
2.3.2 三维非均质算例.....	19
2.3.3 三维多尺度算例.....	29
2.4 小结.....	34
第三章 复合薄板结构弯曲特性一致渐进展开多尺度分析.....	35
3.1 薄板结构的多尺度分析 .....	35
3.1.1 位移场的渐进展开表达式.....	36
3.1.2 薄板变形基本方程.....	38
3.1.3 宏微观控制方程.....	42
3.2 胞元问题的有限元离散 .....	45
3.2.1 胞元问题的变分形式与有限元离散.....	45
3.2.1 胞元的均匀化分析.....	46
3.2.2 周期性边界条件.....	49

3.3 宏观薄板结构的二次 Hermite 三角形有限元分析 .....	50
3.3.1 薄板的宏观控制方程 .....	50
3.3.2 二次 Hermite 有限元离散 .....	51
3.4 数值算例 .....	55
3.4.1 均质薄板算例 .....	55
3.4.2 各向异性薄板的均匀化分析算例 .....	59
3.4.3 多尺度分析 .....	61
3.5 小结 .....	73
<b>第四章 复合圆柱壳结构多尺度分析 .....</b>	<b>75</b>
4.1 圆柱壳结构变形基本方程 .....	75
4.2 圆柱壳结构的宏观尺度有限元分析 .....	79
4.2.1 圆柱壳控制方程弱形式 .....	79
4.2.2 柱坐标系下的二次 Hermite 形函数有限元离散 .....	79
4.3 数值算例 .....	81
4.3.1 各向异性薄壳的均匀化分析算例 .....	81
4.3.2 多尺度分析算例 .....	81
4.4 小结 .....	88
<b>第五章 结论与展望 .....</b>	<b>89</b>
5.1 结论 .....	89
5.2 展望 .....	90
<b>参考文献 .....</b>	<b>91</b>
<b>致谢 .....</b>	<b>99</b>
<b>作者攻读硕士学位期间发表的论文 .....</b>	<b>101</b>

# Contents

<b>Abstract in Chinese</b> .....	<b>i</b>
<b>Abstract in English</b> .....	<b>iii</b>
<b>Chapter 1 Introduction</b> .....	<b>1</b>
<b>1.1 Introduction</b> .....	<b>1</b>
<b>1.2 Overview of Asymptotic Expansion Multiscale Method</b> .....	<b>2</b>
<b>1.3 Motivation</b> .....	<b>4</b>
<b>1.4 Objective and Scope</b> .....	<b>5</b>
<b>Chapter 2 Theory of Asymptotic Expansion Multiscale Analysis</b> .....	<b>7</b>
<b>2.1 Formulation of Asymptotic Expansion Multiscale Analysis</b> .....	<b>7</b>
2.1.1 Periodicity and Multiscale Asymptotic Expansion of Field Variables..	7
<b>2.2 Three Dimensional Asymptotic Expansion Multiscale Method for Elasticity Problems</b> .....	<b>9</b>
2.2.1 Fundamental of Three Dimensional Asymptotic Expansion Multiscale Method .....	9
2.2.2 Enforcement of Periodic Boundary Conditions .....	14
<b>2.3 Numerical Illustration</b> .....	<b>15</b>
2.3.1 Algorithm Verification for 3D Homogeneous Structure .....	15
2.3.2 Homogenization Analysis for 3D Heterogeneous Structure .....	19
2.3.3 3D Multiscale Analysis Example .....	29
<b>2.4 Concluding Remarks</b> .....	<b>34</b>
<b>Chapter 3 Consistent Asymptotic Expansion Multiscale Analysis of Heterogeneous Thin Plates</b> .....	<b>35</b>
<b>3.1 Multiscale Formulation for Plate Structure</b> .....	<b>35</b>
3.1.1 Asymptotic Expansion of Displacement Field.....	36
3.1.2 Deflection Formulations of Thin Plate.....	38
3.1.3 Derivation of Local and Global Governing Equations .....	42
<b>3.2 Finite Element Discretization of Unit Cell Problem</b> .....	<b>45</b>
3.2.1 Variational Formulation and Discretization of Unit Cell Problem .....	45
3.2.1 Homogenization Analysis for Unit Cell Problem.....	46
3.2.2 Enforcement of Periodic Boundary Conditions .....	49

<b>3.3 Analysis of Global Thin Plate with Quadratic Hermite Triangular Finite Elements.....</b>	<b>50</b>
3.3.1 Governing Equations for Thin Plate Structures .....	50
3.3.2 Discretization of Quadratic Hermite Finite Elements.....	51
<b>3.4 Numerical Illustration .....</b>	<b>55</b>
3.4.1 Algorithm Verification for Homogeneous Thin Plate .....	55
3.4.2 Homogenization Analysis for Heterogeneous Thin Plate .....	59
3.4.3 Multiscale analysis illustration .....	61
<b>3.4 Concluding Remarks .....</b>	<b>73</b>
<b>Chapter 4 Multiscale Analysis of Heterogeneous Cylindrical Shells .....</b>	<b>75</b>
<b>4.1 Basic Equations for Cylindrical Shells.....</b>	<b>75</b>
<b>4.2 Multiscale Formulation for Cylindrical Shell Structure of Global Problem.....</b>	<b>79</b>
4.2.1 Weak Form .....	79
4.2.2 Discretization of Quadratic Hermite Finite Elements in Cylindrical Coordinate System .....	79
<b>4.3 Numerical Illustration .....</b>	<b>81</b>
4.3.1 Homogenization Analysis for Heterogeneous Cylindrical Shell .....	81
4.3.2 Multiscale Analysis Illustration .....	81
<b>4.4 Concluding Remarks .....</b>	<b>88</b>
<b>Chapter 5 Conclusions .....</b>	<b>89</b>
<b>5.1 Summary.....</b>	<b>89</b>
<b>5.2 Future Research .....</b>	<b>90</b>
<b>References .....</b>	<b>91</b>
<b>Acknowledgments .....</b>	<b>99</b>
<b>List of Publications .....</b>	<b>101</b>

## 第一章 绪论

### 1.1 引言

复合材料是指由两种或两种以上具有不同物理、化学性质的材料,以微观、介观或宏观等不同的结构尺度与层次,经过复杂的空间组合而形成的一个多相材料系统。复合材料作为一种新型材料,由于具有轻质高强、加工成型简易、弹塑性良好、耐腐蚀和耐火性好等优点,并且能够克服单一材料的缺陷发挥材料各自的作用,广泛应用于土木工程的建设中,例如纤维增强混凝土、钢筋混凝土、层合板等这类典型的复合材料用于新型桥梁的设计、大型楼群建设、大型水库的建设等工程。工程结构由于本身的复杂性,一般问题都不能通过解析方法分析,因而有限元法作为一种强有力的数值工具,在结构分析中得到了广泛的应用。

在实际工程中,薄板壳结构是一种应用非常广泛的复合结构,例如大跨空间结构的屋顶或顶棚等。该类结构通常具有三维微观结构且微宏观尺度相差很大,直接对整体结构的微观结构进行有限元全离散模拟会导致计算量过大而无法进行。另一方面,基于均匀化理论的多尺度分析方法则为分析该类问题提供了一种有效的途径。目前,均匀化分析可分为宏观力学方法和细观力学方法两种。宏观力学方法是从唯象学观点出发,基于均匀化假设,将复合材料当作宏观均匀介质,直接建立宏观行为的控制方程而忽略微观的物理属性,应力和应变是宏观尺度上的某种平均值,不能反映基体和夹杂的真实应力、应变;细观力学是从微观尺度出发,通过理性的均匀化过程推导出微观层面上的有效等式,并从中得到材料的有效属性。均匀化的理论始于 1970 年<sup>[1]~[4]</sup>,由法国科学家 Bensoussan<sup>[1]</sup>等人提出并应用到具有周期性结构的复合材料分析中,将其作为获得复合材料有效属性的一种可能性方法。90 年代以来,均匀化理论已逐渐成为分析夹杂、纤维增强复合材料、混凝土材料等效模量以及材料的细观结构拓扑优化常用的最有效的手段之一。在现有的各种均匀化计算方法中,由于渐进展开多尺度理论有严密的数学基础成为应用最为广泛的方法之一<sup>[5][6][7]</sup>。复合板壳结构作为常见的结构形式,研究相应的一致性渐进展开多尺度计算方法有着重要的理论和应用研究价值。

## 1.2 渐进展开多尺度理论的历史及现状

早期的多尺度方法主要体现在各种均匀化方法,例如自洽方法<sup>[8]~[16]</sup>、广义自洽方法<sup>[17]</sup>、Mori-Tanaka 有效场法<sup>[18][19]</sup>、胞元模型<sup>[20][21]</sup>、均匀化方法<sup>[22]~[27]</sup>等经典理论。Budiansky 等<sup>[28]</sup>将自洽方法成功推广到多相复合材料的等效弹性模量的预测中来<sup>[29]</sup>。1989 年 Aboudi<sup>[10]</sup>首次提出宏观-细观统一的弹性本构模型,即胞元模型,并与 1991 年把该模型推广到通用单胞模型<sup>[11]</sup>中,后 Aboudi 等<sup>[30][31]</sup>又将其推广到纤维增强复合材料的弹塑性分析中。文献<sup>[32][33]</sup>首次提出了均匀化理论并将其应用于周期性复合材料研究。90 年代初, Guedes 和 Kikuchi<sup>[34]</sup>提出了一种基于渐进展开方法的自适应有限元均匀化分析方法,将其真正引入到工程应用当中。在渐进展开多尺度的范畴内, Suquet<sup>[36]</sup>讨论了非弹性复合材料的平均化方法。Hou<sup>[37]</sup>、崔俊芝<sup>[38]</sup>等学者针对小周期构造的复合材料及其结构,建立和发展了多尺度有限元算法。

文献<sup>[36]~[48]</sup>利用多尺度分析方法对复合材料的弹性性能进行了大量研究,用双尺度方法研究了整周期复合材料弹性结构<sup>[38][39]</sup>,还分析了拟周期结构复合材料<sup>[40]</sup>和具有小周期孔洞的弹性结构等<sup>[41]~[47]</sup>,为以后工程问题提供了可靠地理论支持。1998 年,崔俊芝和曹礼群<sup>[38]</sup>研究了拟周期结构在线弹性边界条件下的均匀化方法,并给出了有限元基本计算中位移、应力、应变和能量的估算。1999 年,他们<sup>[38]</sup>对具有小周期孔洞的复合材料弹性结构进行研究分析,得到了位移的双尺度渐进展开表达式,提出了一类具有小周期系数的椭圆形边值问题的双尺度渐进方法<sup>[40]</sup>,并且将多尺度有限元计算方法发展到物理、力学参数和热-力耦合问题中,给出了周期性复合材料格林函数一阶均匀化解的逐点误差估计<sup>[49]</sup>。刘晓奇<sup>[50]</sup>研究了复合材料周期结构的多尺度渐进展开与高精度算法,对一类具有周期振荡系数的二阶椭圆型方程边值问题,提出了基于双尺度渐进展开式的高精度有限元算法。刘书田<sup>[51][52]</sup>等对复合材料弹性性能和黏弹性性能进行了研究。宋迎东等<sup>[53]~[55]</sup>对单胞模型进行研究并将其应用到了复合材料的弹性以及塑性性能的预测中。基于复合材料宏观、细观特性之间的联系,以及复合材料微观结构的周期性假设,建立了数值型细观力学模型<sup>[56]</sup>。孙志刚<sup>[57]</sup>研究了复合材料宏、细观统一本构模型及一体化分析方法,将复合材料细观场量与宏观场量联系起来,推



Degree papers are in the "[Xiamen University Electronic Theses and Dissertations Database](#)". Full texts are available in the following ways:

1. If your library is a CALIS member libraries, please log on <http://etd.calis.edu.cn/> and submit requests online, or consult the interlibrary loan department in your library.
2. For users of non-CALIS member libraries, please mail to [etd@xmu.edu.cn](mailto:etd@xmu.edu.cn) for delivery details.

厦门大学博硕士论文摘要库