View metadata, citation and similar papers at core.ac.uk
brought to you by CORE
provided by Xiamen University Institutional Repository

CEV模型下有交易成本的期权定价

秦洪元 郑振龙

内容摘要 Black & Scholes 和 Merton 的两篇开创性论文对完全市场下无摩擦的期权定价进行了研究,而不完全市场下的期权定价一直是学界和业界都很关注的问题。假定股票价格遵循 CEV 过程,研究存在比例交易成本时欧式看涨期权的定价,给出了在股价遵循 CEV 过程时有交易成本的期权价格的数值计算方法,并显示了数值结果。

关 键 词 CEV 过程 交易成本 期权 效用无差异

JEL 分类:C61,G11,G13 中图分类号:F830.91 文献标识码:A 文章编号:1000-6249(2007)09-0038-008

一 引言

期权定价理论的突破开始于 Black 和 Scholes(1973)及 Merton(1973)的两篇开创性论文。他们应用无套利原理给出了期权的定价公式。然而在资本市场出现交易成本时,完美复制不再适用,因此无套利论证不再有效。由于几何布朗运动的无限变化,不论交易成本多么小,连续复制策略在任何区间都将招致无限的交易成本。因此对于有交易成本的期权定价与保值问题,许多学者建议了大量的方法,其中的大多数关注复制或超复制期权回报的'金融工程'问题(如 Leland(1985), Merton(1990), Boyle 和 Vorst(1992), Bensaid 等(1992), Edirisinghe 等(1993))。这些方法主要是无偏好模型,在这些模型里不论是否最优,在离散时间区间内都发生重保值。然而,常识告诉我们'最优'的保值策略应该在风险和复制成本之间达到最可能的权衡。意识到不同投资者的风险偏好不同,因此在期权定价与保值里,考虑投资者对待风险的态度就显得十分必要。

经济学家使用确定性等价和等边际效用原理已经有很多年了。最近,这些概念被应用到衍生证券定价领域。现代金融通常利用一个效用函数来描述风险。预期效用理论声称个体好像最大化某个可能结果的某个效用函数的期望那样行为。Hodges 和 Neuberger(1989)基于这个理论开创了期权定价与保值方法。Davis 等(1993)对一个仅有比例交易成本的市场详细发展了 Hodges 和 Neuberger(1993)模型。在一个有比例交易成本的市场里, 基于效用的期权定价方法的研究进一步由 Clewlow 和 Hodges(1997)、Damgaard (2003, 2006)、Monoyios(2004)等发展。但在这些文献里,他们都假设股票价格遵循几何布朗运动。诚如所知,对数正态假定并没有取得股票价格和股票指数的实证检验,因此,作为替代方法的随机过程就受到

---

* 秦洪元:厦门大学金融系 厦门 361005 电子信箱:hongyuanqin@sohu.com; 郑振龙:厦门大学金融系 厦门 361005 电子信箱:zlzheng@xmu.edu.cn。

基金项目:本文受教育部人文社科基地重大项目(05JJD790026)资助。

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

了关注并广泛地应用到期权定价, 例如 Cox 和 Rubinstein(1985)就对 CEV(Constant Elasticity of Variance, 常方差弹性) 过程作了研究。近几年来国内也有一些学者关注 CEV 过程, 肖建武等(2004, 2005, 2006)为养老基金的管理建立了 CEV 模型, 吴云和何建敏(2003)利用二叉树为股价服从 CEV 过程的几何亚式期权进行了定价, 杜雪樵和丁华(2006)用有限差分方法为股价服从 CEV 的二值期权定价进行了数值研究。但就作者所知, 将交易成本引入到 CEV 过程的研究还十分鲜见, 本文将比例交易成本引入到 CEV 过程, 详细给出了在股价遵循 CEV 过程时含有交易成本的期权数值计算步骤和方法, 并且给出了数值计算结果。本文结构如下: 第一节是引言; 第二节介绍利用效用最大化的期权定价; 第三节引入交易成本; 第四节引入指数效用函数; 数值计算方法和数值结果在第五节给出; 最后是结论。

二 利用效用最大化的期权定价

在这一节, 首先介绍一下基于效用最大化的期权定价方法。在一个时间区间[0, T], 考虑一个股票价格 S(t), 假定它是给定概率空间(Ω,F,P)上的随机过程。投资者也能以现金形式保存他们的资金, 也就是说一个无风险资产, 用 B 表示。在 0 时刻, 我们希望对一个 T 时刻执行的关于股票 S(t)的欧式期权给出一个可行的价格。

让 F(B)表示一个在 0 时刻具有现金量 B 且不持有股票的投资者可行的交易策略集。指定一个具有随机过程($B^\pi(t),y^\pi(t)$), t∈[0,T]的元素 π∈F(B), 这里 $B^\pi(t)$表示现金持有量, $y^\pi(t)$表示股票持有量, 交易可能产生交易成本。特别地, c(y, S)是股票数量 y 的清算现金值, 也就是说, 当多头(y>0) 清空、空头(y<0) 平掉时的剩余现金值, 我们令 c(0,S)=0。

一个关于股票 S(t)的期权是在时刻 T 以执行价格 K 买一份股票的权利, 执行价格 K 可能是常数(简单的看涨期权情形) , 或更一般地, 是一个 F_T 可测随机变量(允许更奇异的情形, 像回溯期权) 。假定期权卖家为了保值期权形成一个组合, 并且在时刻 T 清算这个组合。让(B,y,S)相应地表示在时刻 T 的现金、股票持有量和股票价格。如果 S(T)≤K, 期权不被执行, 组合的现金值是 B+c(y, S); 如果 S(T)>K, 那么买家支付卖家现金 K, 卖家交割一份股票给买家。交易发生后卖家的组合值是 B+K+c(y- 1,S)。

让 u: R→R 是卖家的效用函数, 该函数凹, 并且单调上升。u(x)对正和负的 x 都有定义。现在定义如下的值函数:

$$V_w(B) = \sup_{\pi\in F(B)} \mathrm{E}\{u(B^\pi(T) + I_{(S(T)\le K)}c(y^\pi(T), S(T)) + I_{(S(T)>K)}[c(y^\pi(T)-1, S(T)) + K])\} \quad (1)$$

这里 E 表示期望, I_A 是事件 A 的示性函数。假定对所有的 B∈R, $V_W(B)<\infty$, 并且 $V_w(B)$是 B 的一个连续单调上升函数。注意 $V_w(B)$是给定初始禀赋 B, 卖家通过清算他的组合来偿付他对买家的债务后, 在时刻 T 可达到的最大效用。定义:

$$B_w = \inf_{\pi\in F(B)}\{B : V_w(B) \ge 0\} \quad (2)$$

卖家因此在以下两种情形下无差异: (a) 什么都不作, (b) 接受 B_w, 卖期权。令:

$$V_1(B) = \sup_{\pi\in F(B)} \mathrm{E}\{u(B^\pi(T) + c(y^\pi(T), S(T)))\} \quad (3)$$

定义初始禀赋 B_1 为:

$$B_1 = \inf_{\pi\in F(B)}\{B : V_1(B) \ge 0\} \quad (4)$$

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

直观上，$-B_1$ 可以认为卖家准备进入市场的“入门费”。期权卖价因此可以由 B_w 与 B_1 的差给出：

$$p_w = B_w - B_1 \tag{5}$$

在这个价格，卖家进入市场保值他的期权和进入自己的帐户在效用相等意义下没有差异。

三　有交易成本的市场

下面考虑由一个无风险债券和风险股票组成的市场。债券价格满足如下的常微分方程：

$$dB(t) = rB(t)dt \tag{6}$$

股票价格 $S(t)$，这里假定它遵循 CEV 过程：

$$dS(t) = \mu S(t)dt + \sigma S(t)^{\gamma} dW(t), \qquad 0 < \gamma \le 1 \tag{7}$$

这里$\{W(t):0\le t\le T\}$是一个定义在完全概率空间(Ω,F,P)上的一维标准布朗运动，r,μ,σ,γ 分别表示无风险利率、股票增长率、常数和方差弹性系数。交易股票招致比例交易成本，也即在价格 S 购买 v 股股票减少债券持有财富$(1+\lambda_b)vS$，这里 $\lambda_b(0\le\lambda_b\le 1)$表示和购买股票相结合的比例交易费用比率。类似地，在价格 S 卖 v 股股票增加债券持有财富$(1-\lambda_s)vS$，这里 $\lambda_s(0\le\lambda_s\le 1)$表示和卖股票相结合的比例交易费用比率。在其他所有的方面假定市场是‘完美’的。

考虑两个控制组合选择的函数：$L(t)$和 $M(t)$，分别是在时刻 t 买或卖股票的累计数量，可以写作如下的形式：

$$L(t) = \int_0^t l(\tau)d\tau \tag{8}$$

$$M(t) = \int_0^t m(\tau)d\tau \tag{9}$$

这里 l 和 m 有上界 $k(k<\infty)$，在连续时间下控制债券、股票数量和股价的微分方程是：

$$dB(t) = rB(t) - (1+\lambda_b)S(t)dL(t) + (1-\lambda_s)S(t)dM(t) \tag{10}$$

$$dy(t) = dL(t) - dM(t) \tag{11}$$

$$dS(t) = \mu S(t)dt + \sigma S(t)^{\gamma} dW(t) \tag{12}$$

(10)—(12)是具有漂移项的随机微分方程，现在可以得到对于值函数 V_w 和 V_1 的控制方程，即对于$(t,B,y,S)\in[0,T]\times R\times R\times R^+$的 Bellman 方程 $V^k_j(j=1,w)$是：

$$\begin{aligned}&\max_{0\le l,m\le k}\left\{\left(\frac{\partial V_j^k}{\partial y} - (1+\lambda_b)S\frac{\partial V_j^k}{\partial B}\right)l - \left(\frac{\partial V_j^k}{\partial y} - (1-\lambda_s)S\frac{\partial V_j^k}{\partial B}\right)m\right\}\\ &+\frac{\partial V_j^k}{\partial t} + rB\frac{\partial V_j^k}{\partial B} + \mu S\frac{\partial V_j^k}{\partial S} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^{2\gamma}\frac{\partial^2 V_j^k}{\partial S^2} = 0\end{aligned} \tag{13}$$

令：
$$f_1 = \frac{\partial V_j^k}{\partial y} - (1+\lambda_b)S\frac{\partial V_j^k}{\partial B}, \qquad f_2 = \frac{\partial V_j^k}{\partial y} - (1-\lambda_s)S\frac{\partial V_j^k}{\partial B}$$

则最优交易策略由如下的三种情形确定：

(1) $f_1\ge 0,\ f_2>0$，最大化通过 $l=k,\ m=0$ 得到；

(2) $f_1<0,\ f_2\le 0$，最大化通过 $l=0,\ m=k$ 得到；

(3) $f_1\le 0,\ f_2\ge 0$，最大化通过 $l=0,\ m=0$ 得到。

因为值函数是 B 和 y 的上升函数，因此所有其他的组合都不可能成立。

上面的结果表明优化问题是一个定义在投资者四维状态空间的自由边界问题，最优交易策略由上

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

面的三组不等式给出, 状态空间相应地也被分成三个区域, 分别称为买区域、卖区域和不交易区域, 分别对应以上三种情形。显然, 因为同时买卖不是最优的, 因此买区域和卖区域不相交。不交易区域和买卖区域的边界分别用 ∂B 和 ∂S 表示。

当 $k\rightarrow\infty$ 时, 可行的交易策略集便是对应于方程(10)—(12)中的某对右连续 F_t 可测上升过程 $(L(t), M(t))$ 的二维右连续可测过程 $(B^{\pi}(t), y^{\pi}(t))$ 的可行的交易策略集。状态空间仍被分成买区域、卖区域和不交易区域, 如果状态在买区域或者卖区域, 最优交易策略立即交易到买区域或者卖区域的边界 ∂B 或 ∂S。因此, 每个值函数满足如下的方程集:

(1) 在买区域, 值函数沿着由最优交易策略决定的状态路径保持不变, 因此:

$$V_j(t,B,y,S)=V_j(t,B-(1+\lambda_b)S\Delta l, y+\Delta l, S) \tag{14}$$

让 $\triangle l\rightarrow 0$, 则上式变为:

$$\frac{\partial V_j}{\partial y}-(1+\lambda_b)S\frac{\partial V_j}{\partial B}=0$$

(2) 类似地, 在卖区域, 值函数沿着由最优交易策略决定的状态路径保持不变, 因此:

$$V_j(t,B,y,S)=V_j(t,B+(1-\lambda_s)S\Delta l, y-\Delta l, S) \tag{15}$$

让 $\triangle l\rightarrow 0$, 则上式变为:

$$\frac{\partial V_j}{\partial y}-(1-\lambda_s)S\frac{\partial V_j}{\partial B}=0$$

(3) 在不交易区域, 值函数遵循从绝对连续交易策略类得到的同样的方程, 因此值函数由下式给出:

$$\frac{\partial V_j}{\partial t}+rB\frac{\partial V_j}{\partial B}+\mu S\frac{\partial V_j}{\partial S}+\frac{1}{2}\sigma^2S^{2\gamma}\frac{\partial^2 V_j}{\partial S^2}=0 \tag{16}$$

由于值函数的连续性, 如果在非交易区域它是已知的, 则相应地, 通过(14)和(15)能够决定在买区域和卖区域的值函数。

因此, 上面的等式集压缩为如下的完全非线性偏微分方程:

$$\max\left\{\left(\frac{\partial V_j}{\partial y}-(1+\lambda_b)S\frac{\partial V_j}{\partial B}\right), -\left(\frac{\partial V_j}{\partial y}-(1-\lambda_s)S\frac{\partial V_j}{\partial B}\right),\right.$$
$$\left.\frac{\partial V_j}{\partial t}+rB\frac{\partial V_j}{\partial B}+\mu S\frac{\partial V_j}{\partial S}+\frac{1}{2}\sigma^2S^{2\gamma}\frac{\partial^2 V_j}{\partial S^2}\right\}=0 \tag{17}$$

四 指数效用下的期权定价

为了计算上面的偏微分方程, 必须指定一个效用函数。遵循 Hodges 和 Neuberge(1989)和 Davis 等(1993)方法, 设投资者的效用函数是具有固定风险厌恶系数 α 的指数形式:

$$u(W)=1-\exp(-\alpha W) \tag{18}$$

利用指数形式的效用函数, 投资者的最优交易策略独立于他持有的无风险财富。使用指数形式的效用函数, 主要是为了简化优化问题的维数。

令 $Q_j(t,y,S)=1-V_j(t,0,y,S)$, 则 $Q_j(t,y,S)$ 是 y 和 S 的凸的、单调非上升的连续函数, 因此:

$$V_j(t,B,y,S)=1-\exp\left(-\alpha\frac{B}{\delta(T,t)}\right)Q_j(t,y,S) \tag{19}$$

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

这里 $\delta(T,t)=\exp(-r(T-t))$是贴现因子，变换后的偏微分方程为：

$$\min\left\{\frac{\partial Q_j}{\partial y}+\frac{\alpha(1+\lambda_b)S}{e^{-r(T-t)}}Q_j,-\left(\frac{\partial Q_j}{\partial y}+\frac{\alpha(1-\lambda_s)S}{e^{-r(T-t)}}Q_j\right),\right.$$
$$\left.\frac{\partial Q_j}{\partial t}+\mu S\frac{\partial Q_j}{\partial S}+\frac{1}{2}\sigma^2 S^{2\gamma}\frac{\partial^2 Q_j}{\partial S^2}\right\}=0 \tag{20}$$

满足边界条件：

$$Q_1(t,y,S)=\exp(-\alpha c(y,S)) \tag{21}$$

$$Q_w(t,y,S)=\exp(-\alpha\{I_{(S\le K)}c(y,S)+[I_{(S>K)}c(y-1,S)+K]\}) \tag{22}$$

期权卖价由如下 $Q_1(t,0,S)$和 $Q_w(t,0,S)$的显式函数给出：

$$p_w=\frac{\delta(T,t)}{\alpha}\ln\left(\frac{Q_w(t,0,S)}{Q_1(t,0,S)}\right) \tag{23}$$

五 数值实施与计算结果

(一)数值计算方法

为了数值计算期权价格，利用 Nelson & Ramaswamy(1990)建议的二叉树方法来逼近上面介绍的连续时间市场模型。债券价格遵循如下的离散时间过程：

$$B(t)+\delta B(t)\equiv B(t+\delta t)=\exp(r\cdot\delta t)B(t) \tag{24}$$

为了使股票价格能够形成重组合简化二叉树，为此引入如下的 X-变换：

$$X(s)\equiv\sigma^{-1}\int_0^s Z^{-\gamma}dZ=\frac{s^{1-\gamma}}{\sigma(1-\gamma)} \tag{25}$$

定义 $x_0=X(s_0)$，逆变换由下式给出：

$$S(x)\equiv\begin{cases}[\sigma(1-\gamma)x]^{1/(1-\gamma)}, & x>0\\ 0, & x\le 0\end{cases} \tag{26}$$

在 CEV 过程里，由于允许异方差的存在，因此在波动率非常小而漂移率不是太小的情况下，需要允许多步跳跃以匹配极限扩散情形下的漂移率。为此定义跳跃步数为：

$$J_h^+(x,t)\equiv\begin{cases}\text{最小的，奇的，正整数} j \text{使得}\\ S(x+j\sqrt{h},t+h)-\mathrm{e}^{r\cdot h}S(x,t)\ge 0\end{cases} \tag{27}$$

$$J_h^-(x,t)\equiv\begin{cases}\text{最小的，奇的，正整数} j \text{使得}\\ S(x-j\sqrt{h},t+h)-\mathrm{e}^{r\cdot h}S(x,t)\le 0\end{cases} \tag{28}$$

这里 $J^+_h(x,t)$是上跳的最小数量，使得上跳的概率 p_h 小于 1；它是奇的，使得跳跃在存在的树节点上移动。同样地，$J^-_h(x,t)$有类似的含义。

定义函数：

$$S_h^+\equiv S(x+J_h^+\sqrt{h},t+h)=\omega^+S(x,t) \tag{29}$$

$$S_h^-\equiv S(x-J_h^-\sqrt{h},t+h)=\omega^-S(x,t) \tag{30}$$

与之相应的概率为：

$$p_h=\begin{cases}\dfrac{[S(x,t)e^{r\cdot h}-S_h^-(x,t)]}{S_h^+(x,t)-S_h^-(x,t)}, & S_h^+>0\\ 0, & S_h^+\le 0\end{cases} \tag{31}$$

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

利用离散时间的动态规划原理,对偏微分方程(17)进行如下的离散方案:

$$\varphi(\rho)V_j^{\rho}-V_j^{\rho}=0 \tag{32}$$

这里 $\varphi(\rho)$ 是一个算子,有下式给出:

$$\begin{aligned}\varphi(\rho)\mathbf{V}_j^{\rho}=\max\{&\mathbf{V}_j^{\rho}(\iota,\mathbf{B}-(1+\lambda_b)\mathbf{S}\Delta l,y+\Delta l,\mathbf{S}),\\&\mathbf{V}_j^{\rho}(\iota,\mathbf{B}+(1-\lambda_s)\mathbf{S}\Delta l,y-\Delta l,\mathbf{S}),\\&\mathrm{E}\{\mathbf{V}_j^{\rho}(\iota+h,\mathbf{B}\exp(r\cdot\Delta t),y,\omega\mathbf{S})\}\}\end{aligned} \tag{33}$$

其中:h 是时间离散步长,△l 表示每次交易可以改变的最少数量。ω 取值 ω^+ 和 ω^-,概率分别是 p_h 和 $1-p_h$。Davis 等(1993)证明了当 h→0 时,(33)的解 V^{ρ}_j 收敛于 V。

利用指数函数减少维数,(33)所表示的离散动态规划问题可以简化为:

$$\begin{aligned}\mathbf{Q}_j(\iota,y,\mathbf{S})=\min\{&\mathbf{F}_b(\iota,\Delta l,\mathbf{S})\times\mathbf{Q}_j(\iota,y+\Delta l,\mathbf{S}),\\&\mathbf{F}_s(\iota,\Delta l,\mathbf{S})\times\mathbf{Q}_j(\iota,y-\Delta l,\mathbf{S}),\mathrm{E}\{\mathbf{Q}_j(\iota+h,y-\Delta l,\omega\mathbf{S})\}\}\end{aligned} \tag{34}$$

这里,$F_b(\tau,\triangle l,S)=\exp(\alpha(1+\lambda_b)S\triangle l\cdot\beta(\tau))$,$F_s(\tau,\triangle l,S)=\exp(-\alpha(1-\lambda_s)S\triangle l\cdot\beta(\tau))$,其中 $\beta(\tau)=\exp(r\cdot(T-\tau))$。在 $\tau=T$ 的边界条件由前面的(21)和(22)给出。因为在连续时间情形,如果值函数在非交易区域是已知的,那么在买区域和卖区域的值能通过离散形式(14)和(15)给出。假定 y 的最优值是 y^*_b,在这里买△l 是最优的,而在 $y=y^*_b+\triangle l$,不交易是最优的,那么 $Q_j(\tau,y,S)$ 通过下式确定:

$$\mathbf{Q}_j(\iota,y,\mathbf{S})=\mathbf{F}_b(\iota,y_b^*-y,\mathbf{S})\times\mathbf{Q}_j(\iota,y_b^*,\mathbf{S}),\quad y<y_b^* \tag{35}$$

类似地,对于 $y>y^*_b$ 能得出一个类似的方程,最后欧式期权的卖价由下式给出:

$$\mathbf{P}_w(\iota,S)=\frac{\exp(-r\cdot(T-\iota))}{\alpha}\ln\left(\frac{\mathbf{Q}_w(\iota,0,\mathbf{S})}{\mathbf{Q}_1(\iota,0,\mathbf{S})}\right) \tag{36}$$

这是(23)式的离散时间形式。

(二)数值结果

对于如上表述的数值方法,利用 MATLAB 编程进行计算,计算所用参数为:到期日取为 T=4/12 年,即 4 个月;股票初始价格取为 $S_0=40$;无风险利率 r=0.05;为了便于比较,股票波动率设为使得在当前股票价格 S_0 下的年标准化波动率 $\hat{\sigma}=0.3$,也就是说当股票初始价格为 S_0 时,$\sigma S^{\gamma}=S_0\hat{\sigma}$。表 1 对应风险厌恶系数 $\alpha=0.1$,方差弹性系数 $\gamma=0.875$ 时不同交易费用比率下(假定买卖股票的交易比率相同,即 $\lambda_b=\lambda_s$ 分别取值为 0、0.005、0.1 和 0.2 时)的欧式期权卖价;表 2 对应交易费用比率为 $\lambda_b=\lambda_s=0.005$,方差弹性系数 $\gamma=0.875$ 时不同风险厌恶系数下(即 $\alpha=0.1$ 和 $\alpha=0.2$)的欧式期权卖价;表 3 对应交易费用比率为 $\lambda_b=\lambda_s=0.005$,风险厌恶系数 $\alpha=0.1$ 时不同方差弹性下(即 $\gamma=0.875$ 和 $\gamma=0.5$)的欧式期权卖价。

表 1　　不同交易费用比率下的期权卖价

	执行价格				
	30	35	40	45	50
无交易成本	10.5988	6.2820	3.0672	1.2502	0.4183
交易费用比率为 0.005	10.6858	6.4252	3.2385	1.3902	0.4938
交易费用比率为 0.01	10.7638	6.5310	3.3491	1.4827	0.5509
交易费用比率为 0.02	10.9192	6.7295	3.5414	1.6454	0.6586

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

表 2 不同风险厌恶系数下的期权卖价

	执行价格				
	30	35	40	45	50
风险厌恶系数为 0.1	10.6858	6.4252	3.2385	1.3902	0.4938
风险厌恶系数为 0.2	11.2096	6.8386	3.4775	1.4871	0.5242

表 3 不同方差弹性下的期权卖价

	执行价格				
	30	35	40	45	50
方差弹性为 0.875	10.6858	6.4252	3.2385	1.3902	0.4938
方差弹性为 0.5	10.7237	6.4738	3.2364	1.3341	0.4261

六　结论

本文在基于效用最大化的基础上, 将交易成本引入到 CEV 过程, 详细给出了在此情况下的效用无差异卖价的定价方法, 并且给出了数值计算结果。正如第一节所介绍的, 虽然对于处理含有交易成本的期权定价问题, 很多学者建议了大量的方法, 但效用无差异定价也许是解决不完全市场下期权定价方法中可能最有希望取得成功的方法。本文给出了在股票价格遵循 CEV 过程时期权卖价的定价方法, 然而还有许多问题有待进一步解决, 例如对于美式期权的定价, 在效用无差异下的均衡价格, 不同形式的效用函数等等。这些问题将是进一步研究的方向。

参考文献:

杜雪樵、丁华, 2006, CEV 模型下两值期权的数值解,《南方经济》, 2006 年第 2 期。

肖建武、秦成林, 2005, 养老基金管理的常方差弹性模型及 Legendre 变换—对偶解法,《系统工程理论与实践》, 2005 年第 9 期。

肖建武、秦成林、胡世培, 2004, 待遇预定制养老基金管理的常方差弹性模型,《上海大学学报(自然科学版)》, 2004 年第 6 期。

肖建武、尹少华、秦成林, 2006, 养老基金管理的常方差弹性模型和解析决策,《应用数学和力学》, 2006 年第 11 期。

吴云、何建敏, 2003, 服从 CEV 的几何亚式期权的定价研究,《系统工程理论与实践》, 2003 年第 4 期。

Bensaid, B., Lesne, J., Pages, H., Scheinkmann, J., 1992, Derivative asset pricing with transaction costs, Mathematical Finance 2, 63- 86

Black, F., and M. Scholes, 1973, The pricing of options and corporate bonds, Journal of Political Economy, 81, 637- 654.

Boyle, P., and T. Vorst, 1992, Option pricing in discrete time with transactions costs, Journal of Finance, 47, 271- 293.

Clewlow, L., and S. Hodges, 1997, Optimal delta- hedging under transactions costs, Journal of Economic Dynamics and Controls, 21, 1353- 1376.

Cox, J. C., Rubinstein, M., 1985, Options Markets, Prentice- Hall, Englewood Cliffs, N.J.

Damgaard, A., 2003, Utility based option pricing with proportional transaction costs, SIAM Journal of Dynamics and Control 27, 667- 700.

Damgaard, A., 2006, Computation of reservation prices of options with proportional transaction costs, SIAM Journal of Dynamics and Control 30, 415- 444.

Davis, M. H. A., Panas V. G., Zariphopoulou, T., 1993, European option pricing with transaction costs, SIAM Journal of Control and Optimization 31, 470- 493.

Edirisinghe, C., V. Naik, and R. Uppal, 1993, Optimal replication of options with transactions costs and trading restrictions, Journal of Financial

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

and Quantitative Analysis, 28, 117- 138.

Hodges, S. D. and Neuberg, A., 1989, Optimal replication of contingent claims under transaction costs, Review of Future Markets 8, 222- 239.

Leland, H., 1985, Option Pricing and Replication with Transactions Costs, Journal of Finance, 33, 1283- 1301.

Merton, R.C., 1973, Theory of Rational Option Pricing, BELL journal of Economics, 4, 141- 183.

Merton, R.C., 1990, Continuous Time Finance, Basil Blackwell Ltd UK, 1990.

Monoyios, M., 2004, Option pricing with transactions costs using a markov chain approximation, Journal of Economic Dynamics and Controls, 28, 889- 913.

Nelson, D.B., Ramaswamy, K., 1990, Simple binomial processes as approximation in financial models, The Review of Financial Studies 3 (3), 393- 430.

Option Pricing with Transaction Costs under CEV Model

Hongyuan Qin Zhenlong Zheng

Abstract: The option pricing under complete market has been studied by two seminal papers of Black & Scholes and Merton. The option pricing under incomplete market is always the focus of academic and practical fields. In this paper the pricing problem of European call is studied when there are proportional transaction costs. Suppose that stock price follows constant elasticity of variance(CEV) process, we present the numerical computing approach of option pricing with proportional transaction costs. And the result is illustrated.

Keywords: CEV Process; Transaction Costs; Option; Utility Indifference

(责任编辑: 陈云)

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net