文章编号: 1002-1566 (2009) 06-1067-07

马尔可夫状态转换加随机波动瞬时利率模型实证研究

郑振龙　刘晓曙

(厦门大学金融系, 福建 厦门 361005)

摘要: 文章对中国瞬时利率动态行为进行了实证研究, 比较了一类马尔可夫状态转换加随机波动扩散模型. 与以往研究不同, 文章对模型所有参数采用基于 Gibbs 抽样的马尔可夫链蒙特卡罗模拟方法进行估计. 同时, 通过 MAE (绝对误差平均值)、MRSE (平方误差均值)、调整 R^2、对数损失函数 LL 以及非参数 Wilcoxon 检验对各种模型的样本内与样本外预测能力进行了分析与比较, 结果表明: 中国利率市场确实存在马尔可夫状态转换现象, 其中 Smith 模型更适合刻画国内瞬时利率动态行为.

关键词: 瞬时利率; 马尔可夫状态转换; 随机波动

中图分类号: F222.3, O212　　**文献标识码**: A

An Empirical Study of Stochastic Volatility Diffusion Model of Short-term Interest Rates with Markov-Switching

ZHENG Zhen-long　LIU Xiao-shu

(Department of Finance, Xiamen University, Fujian Xiamen 361005, China)

Abstract: In this paper we empirically study the dynamic behavior of Chinese short-term rates using stochastic volatility diffusion models with Markov-switching. Unlike previous studies, we estimate all the parameters using a Gibbs sampling-based Markov Chain Monte Carlo algorithm. We compare the in-sample and out-sample forecasting abilities of these models and find that there really exists Markov-switching phenomena in the dynamic behavior of Chinese short-term rates and the Smith model is the best for forecasting.

Key words: short-term rates, Markov-switching, stochastic volatility

0 引言

瞬时利率 (short-term rate) 的动态行为是固定收益证券和利率衍生产品定价的基础. 绝大多数的利率期限结构动态模型都假设瞬时利率服从某种形式的随时间演化的扩散模型. 扩散模型的优点在于可以用随机微分方程 (SDE) 来表示瞬时利率的瞬时变化. 显然, 瞬时利率服从的 SDE 的准确形式对于动态利率期限结构估计来说非常重要. 但是, 人们往往并不能事先知道 SDE 的准确形式. Vasicek[1] 提出了满足 Ornstein-Uhlenbeck 过程的 Vasicek 模型; 同时 Vasicek 认为瞬时利率 SDE 的选择需要建立在实证基础上.

但是直到 1992 年 Chan 等的工作 [2], 金融经济学家才开始实证校准瞬时利率模型的研究. Chan 等提出了 CKLS 模型:

$$dr_t = (a + br_t)dt + \sigma r_t^\gamma dW_t. \tag{1}$$

收稿日期: 2008 年 7 月 15 日　　**收到修改稿日期**: 2008 年 10 月 16 日

基金项目: 教育部新世纪优秀人才支持计划、教育部人文社科基地重大项目 "金融制度设计与经济增长"(05JJD790026) 的资助.

这里 dW_t 是标准布朗运动. 在这篇论文里, 作者通过实证研究比较了一系列单因子短期无风险利率模型, 发现瞬时利率变化的波动性对无风险瞬时利率水平较敏感.

随后, Brenner 等 [3] 实证发现同时具有水平效应 (即利率波动率是利率水平的函数) 和 GARCH 效应的模型比其它不具有这些特点的模型表现更好. 进一步, Taylor[4] 认为波动率过程应该由经济力量驱动而不是象 GARCH 模型所认为的那样由价格 (或收益) 运动所驱动, 从而提出了随机波动率 (stochastic volatility) 模型. Anderson 与 Lund[5]、Ball 与 Toros[6] 则通过实证研究发现具有水平效应和随机波动效应的双因子利率模型比 GARCH 波动模型表现要好. 不过, 研究人员通过实证研究发现, 通常的双因子模型中条件波动率具有较高的持续性. 比如, Anderson 与 Lund[5] 发现持续性参数为 0.98, 而 Ball 与 Toros[6] 发现持续性参数为 0.928. 对这一现象的解释之一是: 如果存在结构变化而没有把它考虑进来, 条件波动率就会出现持续性参数虚高的现象 [7]. Litterman 等 [8]、Brown 与 Schaeffer[9] 曾指出瞬时利率的波动率会影响收益率曲线的曲率. 因此, 持续性参数虚高会放大收益率曲线的驼峰形状.

因此, 克服持续性参数虚高的利率期限结构候选模型应是包含状态转换的模型. 在已有的包含状态转换的利率期限结构模型中, Ang 与 Bekaert[10] 研究发现状态转换模型能够复制非参数方法中发现到的漂移与波动率是瞬时利率非线性函数的所谓非线性模式; Ang 与 Bekaert[11] 发现利率状态转换模型样本外预测能力比单状态模型预测能力强; Smith[12] 在利用美国 30 天国债月数据分析利率动态行为时发现状态转换或者随机波动率中的一个可以很好地刻画瞬时利率行为; Kalimipalli 与 Susmel[13] 则发现如果假设随机波动方程的水平因子既与当前状态有关又与前一期状态有关, 那么, 马尔可夫状态转换随机波动利率模型相对 GARCH 类模型、单状态随机波动利率模型以及状态转换 ARCH 模型无论样本内还是样本外都有良好的表现; Hwang 与 Satchell[14] 则提出了更为广义的马尔可夫状态转换随机波动模型, 在后面章节中我们会详细介绍.

本文的主要目的是通过实证研究发现能够准确刻画中国瞬时利率动态变化的模型. 由于马尔可夫状态转换随机波动过程既能抓住正常的经济力量导致的波动率改变行为又能抓住由于非正常事件导致的波动率变动, 对于不断在深化市场化改革的中国利率市场来说, 它应该是较合适的候选模型. 本文将以单状态随机波动模型 (SSV 模型) 作为基准分别研究 Smith 模型、Kalimipalli 与 Susmel 模型和 Hwang 与 Satchell 模型, 以期发现中国瞬时利率是否存在状态转换效应以及哪个模型具有更好的样本内与样本外预测能力.

接下来的文章的结构如下: 第二部分将分别简单介绍 SSV 模型、Smith 模型、Kalimipalli 与 Susmel 模型和 Hwang 与 Satchell 模型; 第三部分利用马尔可夫链蒙特卡罗方法 (MCMC) 对模型参数进行估计; 第四部分对模型的表现能力进行分析; 最后是总结与讨论.

1 瞬时利率模型

1.1 单状态随机波动模型

Ball 与 Torous[6] 首先提出了该模型, 其离散表达形式是:

$$r_t - r_{t-1} = a + br_{t-1} + \sigma r_{t-1}^{\gamma}\varepsilon_t, \tag{2}$$

$$\ln\sigma_t^2 = \mu + \phi\ln\sigma_{t-1}^2 + \eta_t, \tag{3}$$

其中 $\varepsilon_t \sim \text{i.i.d.}N(0,1)$, $\eta_t \sim \text{i.i.d.}N(0,\sigma_\eta^2)$. 式 (3) 中随机干扰项 η_t 表征了波动性受到随机冲击.

1.2 Smith 模型

Smith[12] 将随机波动模型和马尔可夫状态转换结合在一起提出模型：

$$r_t - r_{t-1} = a + br_{t-1} + \sigma r_{t-1}^{\gamma}\varepsilon_t, \tag{4}$$

$$\ln\sigma_t^2 = \mu_{s_t} + \phi\ln\sigma_{t-1}^2 + \eta_t, \tag{5}$$

这里 $\mu_{s_t} = \alpha + \beta(s_t - 1)$, $s_t = \{1,2\}$ 且 $\mathrm{prob}(s_t = 1|s_{t-1} = 1) = \alpha_1$, $\mathrm{prob}(s_t = 1|s_{t-1} = 2) = \alpha_2$.

1.3 Kalimipalli 与 Susmel 模型

Kalimipalli 与 Susmel 模型 [13] 与 Smith[12] 模型最大的不同之处在于波动率水平除了与当前状态有关外还与前一期状态有关，即

$$r_t - r_{t-1} = a + br_{t-1} + \sigma r_{t-1}^{\gamma}\varepsilon_t, \tag{6}$$

$$\ln\sigma_t^2 = \mu_{s_t} + \phi(\ln\sigma_{t-1}^2 - \mu_{s_{t-1}}) + \eta_t. \tag{7}$$

1.4 Hwang 与 Satchell 模型

Hwang 与 Satchell[14] 在 Kalimipalli 与 Susmel 模型基础上假设随机波动的波动率也与状态相关，即

$$\ln\sigma_t^2 = \mu_{s_t} + \Psi(\ln\sigma_{t-1}^2 - \mu_{s_{t-1}}) + \eta_t, \tag{8}$$

这里 $\Psi_{s_t} \sim \begin{cases} \phi, & \text{如果} s_t = 1 \\ \phi_0, & \text{如果} s_t = 2 \end{cases}$, $\eta_{s_t} \sim \begin{cases} N(0,\sigma_{1\eta}^2), & \text{如果} s_t = 1 \\ N(0,\sigma_{2\eta}^2), & \text{如果} s_t = 2 \end{cases}$.

2 数据与模型参数估计

在实证研究中，本文所采用的利率数据是上海证券交易所 7 天回购利率的日收盘价。数据取自 2002 年 1 月 4 日至 2006 年 12 月 26 日共 1202 个数据。由于总样本不是足够大，我们取前 1052 个数据估计模型参数，后 150 个数据用作样本外预测。由于利率期限结构模型考察的利率是连续复利，而中国债券市场交易采用单利率报价，在此将数据转换为连续复利。

随机波动模型参数估计目前主要有广义矩估计法 (GMM)、准似然函数最大值法 (QML) 与马尔可夫链蒙特卡罗模拟 (MCMC) 等法。GMM 不仅计算量大而且复杂，到目前为止还没有文献提到用 GMM 成功估计出含马尔可夫状态转换的随机波动模型; QML 方法的优点是直接而且计算量小，但是和 MCMC 相比，估计结果缺乏有效性，原因在于在处理随机波动率问题时它常常涉及到用一个相同均值和方差的正态分布来替代 log-χ^2 随机变量。

因此我们应用 MCMC 方法来进行参数估计。由于 4 个模型具有类似的结构，我们这里以 Smith 模型为例，描述 MCMC 估计过程思路。和 Kalimipalli 与 Susmel 模型 [13] 不一样，我们把 r_t 当作实现了的随机变量，而 Kalimipalli 与 Susmel 模型 [13] 以 $r_t - r_{t-1} - (a + br_{t-1})$ 作为可观察实现了的随机变量，r_{t-1} 作为外生变量，这不是很合理。在 Smith 模型中我们有观测值 $R = \{r_1, r_2, \cdots, r_N\}$，需要估计的有参数矢量 $\theta = \{a, b, \gamma, \alpha, \beta, \alpha_1, \alpha_2, \sigma_\eta\}$ 与隐变量 $X = \{X_1, X_2, \cdots, X_N\} \equiv \{\log\sigma_1^2, \log\sigma_2^2, \cdots, \log\sigma_N^2\}$ 和 $S = \{s_1, s_2, \cdots, s_N\}$。在 Bayesian 分析中，没有参数与随机变量之分，即所有变量都是随机变量。根据 Bayesian 原理，我们将 $\{\theta, X, S\}$ 的联合后验密度函数分解为：

$$\begin{aligned} f(\theta, X, S|R) &\propto f(R|X,\theta)f(X|S,\theta)f(S|\theta)f(\theta) \\ &\propto f(\theta) \times \pi_{s_1} \times f(X_1|\theta) \times \prod_{t=2}^{N}\left(P_{s_{t-1}s_t} \times f(X_t|X_{t-1},\theta,s_t) \times f(r_t|r_{t-1},X_t,\theta)\right). \end{aligned} \tag{9}$$

实现 MCMC 模拟目前主要有两类方法，一类就是 Gibbs 抽样，另一类就是 Metropolis-Hasting 抽样. 本文采取在 Gibbs 抽样中应用 Metropolis-Hasting 抽样的方法. 算法思路是[13]：

①初始化 θ^0, X^0, S^0;

②抽样 $\theta^{i+1} \sim f(\theta^{i+1}, X^i, S^i|R)$;

③抽样 $X_1^{i+1} \sim f(X_1^{i+1}|\theta^{i+1}) \times f(X_2^i|X_1^{i+1}, \theta^{i+1}, s_2^i)$;

④ $X_t^{i+1} \sim f(r_t|X_t^{i+1}, r_{t-1}, \theta^{i+1}) f(X_t^{i+1}|X_{t-1}^{i+1}, S_t^i, \theta^{i+1}) f(X_{t+1}^i|X_t^{i+1}, S_t^i, \theta^{i+1})$;

⑤抽样 $s_1^{i+1} \sim \pi_{s_1^{i+1}} \times P_{s_1^{i+1} s_2^i}$;

⑥抽样 $s_t^{i+1} \sim f(X_t^{i+1}|X_{t-1}^{i+1}, s_t^{i+1}, \theta^{i+1}) P_{s_{t-1}^{i+1} s_t^{i+1}}$;

⑦回到②，直到马尔可夫链收敛为止.

参数估计结果分别如下：

表 1 SSV 模型参数估计结果

	均值	标准差	MC 误差	置信区间	Z- 统计量	p- 值
γ	0.0150	0.0853	0.0040	(-0.1593, 0.1815)	1.62	0.1045
μ	-2.29	0.3236	0.0101	(-2.96, -1.71)	1.84	0.0656
ϕ	0.8130	0.0251	7.48E-4	(0.7615, 0.8597)	0.5889	0.5558
σ_η	1.14	0.0716	0.0015	(1.01, 1.28)	-1.70	0.0889
a	0.0021	3.05E-4	1.99E-6	(0.0014, 0.0026)	0.1589	0.8737
b	-0.1148	0.0168	1.11E-4	(-0.1482, -0.0821)	0.2284	0.8193

注：这里置信度为 95%, Z-score 是 Geweke 统计量值用来检验马尔可夫链是否收敛, p- 值是相应的 p 值.

表 2 Smith 模型参数估计结果

	均值	标准差	MC 误差	置信区间	Z- 统计量	p- 值
α_1	0.8270	0.0399	7.59E-4	(0.7387, 0.8953)	-1.47	0.1401
α_2	0.0519	0.0138	2.75E-4	(0.0294, 0.0832)	1.01	0.3081
γ	0.0052	0.1065	0.0162	(-0.1999, 0.2098)	0.1913	0.8482
β	-2.03	0.2705	0.0126	(-2.58, -1.56)	-0.5313	0.5951
α	-3.75	0.6118	0.0307	(-5.03, -2.69)	0.1374	0.8906
ϕ	0.5650	0.0718	0.0037	(0.4251, 0.6853)	-0.1896	0.8496
σ_η	0.7765	0.0921	0.0026	(0.6003, 0.9636)	-1.57	0.1149
a	0.0025	3.30E-4	3.81E-6	(0.0018, 0.0032)	1.55	0.1202
b	-0.1370	0.0176	1.84E-4	(-0.1723, -0.1029)	-1.50	0.1335

表 3 Kalimipalli 与 Susmel 模型参数估计结果

	均值	标准差	MC 误差	置信区间	Z- 统计量	p- 值
α_1	0.7157	0.0572	0.0010	(0.5981, 0.8211)	-0.18960	0.8496
α_2	0.0191	0.0046	8.62E-5	(0.0110, 0.0293)	0.58895	0.5558
γ	0.2588	0.0782	0.0037	(0.101, 0.4111)	0.59624	0.5510
β	-5.24	0.2957	0.0039	(-5.83, -4.67)	1.57	0.1149
α	-5.33	0.6467	0.0274	(-6.60, -4.06)	-0.1315	0.8953
ϕ	0.8883	0.0210	2.87E-4	(0.8444, 0.9271)	0.6244	0.5323
σ_η	0.7031	0.0589	0.0011	(0.5923, 0.8246)	1.63	0.1011
a	0.0022	2.56E-4	2.55E-6	(0.0017,0.0027)	0.1913	0.8482
b	-0.128	0.0139	1.38E-4	(-0.1555, -0.1007)	1.23	0.2157

表 4 Hwang 与 Satchell 模型参数估计结果

	均值	标准差	MC 误差	置信区间	Z- 统计量	p- 值
α_1	0.8549	0.0269	6.39E-4	(0.8037, 0.9094)	0.0136	0.9891
α_2	0.0362	0.0069	1.32E-4	(0.0225, 0.0496)	-0.4375	0.6616
γ	0.2720	0.0709	0.0032	(0.1299, 0.4008)	1.84	0.0656
β	-4.34	0.2060	0.0033	(-4.74, -3.93)	0.7649	0.4443
α	-6.63	0.5973	0.0254	(-7.83, -5.54)	1.55	0.1202
ϕ	0.8370	0.0450	0.0012	(0.7398, 0.9157)	1.63	0.1011
ϕ_0	0.8351	0.0450	0.0012	(0.7398, 0.9157)	1.63	0.1011
$\sigma_{\eta 1}$	0.6694	0.1189	0.002571	(0.4534, 0.919)	-1.85005760	0.0643
$\sigma_{\eta 2}$	0.4593	0.0846	0.0026	(0.3004, 0.6337)	0.9292	0.3527
a	0.0026	2.83E-4	4.39E-6	(0.0020, 0.0032)	-1.04	0.2971
b	-0.1455	0.0151	2.39E-4	(-0.1756, -0.116)	0.9421	0.3461

从表 1 到表 4 我们可以看到系数 a 和 b 有较小的方差，不同模型下的均值差异较小，而且都落在各自的置信区间中，因此在一定程度上可以认为它们是鲁棒的、一致的．跃迁几率间接地度量了波动率处于每个状态下的持续性 [14]．我们看到在 Smith 模型、Kalimipalli 与 Susmel 模型、Hwang 与 Satchell 模型中，模型 $1 \to 1$ 状态跃迁率与 $2 \to 2$ 状态跃迁率都比较高，因此，在一定程度上可以认为在 Smith 模型、Kalimipalli 与 Susmel 模型模型、Hwang 与 Satchell 模型下存在状态转换现象。此外，由于引入了马尔可夫状态转换，Smith 模型的持续波动系数降为 0.565, 而在 SSV 模型中该系数为 0.813．这一结果和 Smith[12] 得到的结论相一致．但是我们也看到 Kalimipalli 与 Susmel 模型和 Hwang 与 Satchell 模型的持续性系数并没有显著变化，其中一个可能的解释是因为 Kalimipalli 与 Susmel 模型和 Hwang 与 Satchell 模型中波动率不仅与当前状态有关而且与前期状态有关，但真正原因还有待进一步研究．

3 模型表现能力分析

评价模型预测与表现能力的方法有很多种，我们这里主要采用通常采用的 MAE (绝对误差平均值)、MRSE (平方误差均值)、调整 R^2 以及对数损失函数 LL．

我们定义 $r_t - r_{t-1} - (a + br_{t-1}) \equiv res_t$，这里 $res_t = \sigma_t r_{t-1}^{\gamma}\varepsilon_t$.

因此，

$$MAE \equiv \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}\left|res_t - \sqrt{r_{t-1}^{2\gamma}}\,\sigma_{t|t-1}\right|,$$

$$MRSE \equiv \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}(res_t^2 - r_{t-1}^{2\gamma}\sigma_{t|t-1}^2)^2,$$

$$R^2 \equiv 1 - \frac{\frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}(\sigma_{t|t-1}r_{t-1}^{\gamma} - |res_t|)^2}{\frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}res_t^2},$$

$$LL \equiv \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}\left(\log res_t^2 - \log(r_{t-1}^2\sigma_{t|t-1}^2)\right)^2.$$

这里 N 是样本内或样本外数据个数，$\sigma_{t|t-1}$ 表示在 t 时刻利用直到此时所有信息对 $t+1$ 时刻波动率的预测．

关于 $\sigma_{t|t-1}$ 的预测我们在这里采用 Kim[15] 提出的一种 Kalman 滤波方法．

首先，我们对可观测过程 (2) 的形式作调整。令 $Y_t = \log res_t^2$，$X_t = \log\sigma_t^2$，则观测方程变为

$$Y_t = X_t + 2\gamma\log r_{t-1} + \log\varepsilon_t^2. \tag{10}$$

由于 $E(\log\varepsilon_t^2)=-1.2704$, $\mathrm{Var}(\log\varepsilon_t^2)=\frac{\pi^2}{2}$, Harvey, Ruiz 与 Shephard[16] 利用了正态分布 $\xi_t\sim N(-1.2704,\frac{\pi^2}{2})$ 近似代替 $\log\varepsilon_t^2$, 故

$$Y_t=X_t+2\gamma\log r_{t-1}+\xi_t. \tag{11}$$

具体的 $\sigma_{t+1|t}$ 的算法参见 Kim[15]、Smith[12] 和 Hwang[14]。

下面我们将详细分析各个模型的表现能力. 见表 5、表 6.

表 5 样本内模型表现能力分析

	R^2	MAE	$MRSE$	LL	对数似然值
SSV 模型	0.2327	3.33e-005	2.07e-008	9.06	2.56e+003
Smith 模型	0.3003	3.34e-005	1.98e-008	10.89	2.75e+003
Kalimipalli 与 Susmel 模型	0.1294	3.50e-005	2.03e-008	145.17	3.24e+003
Hwang 与 Satchell 模型	0.3042	9.47e-005	2.14e-008	164.44	2.72e+003

表 6 样本外模型表现能力分析

	R^2	MAE	$MRSE$	LL
SSV 模型	0.2703	4.547e-005	2.09e-008	7.95
Smith 模型	0.3529	4.43e-005	2.04e-008	7.88
Kalimipalli 与 Susmel 模型	0.1663	4.92e-005	2.11e-008	121.56
Hwang 与 Satchell 模型	0.4054	1.10e-004	2.26e-008	136.23

我们对表 5 和表 6 进行分析. 从 MRSE 角度来看, 各个模型差别细微; 但是从 R^2 角度来看 Kalimipalli 与 Susmel 模型的调整的 R^2 系数较其他模型都小很多; 而从 MAE 角度来看, Hwang 与 Satchell 模型的 MAE 无论样本内还是样本外都较其他模型大; 从 LL 角度来看, Kalimipalli 与 Susmel 模型与 Hwang 与 Satchell 模型都非常大. 直观看来, Smith 模型表现最好. 在样本内预测能力比较时 Smith 模型有两个指标比 SSV 模型好, 三个指标比 Hwang 与 Satchell 模型都好, 四个指标比 Kalimipalli 与 Susmel 模型都好; 类似的结果在样本外预测能力比较时也可以看到.

我们看到这里 Smith 模型表现最好, SSV 模型次之. 但由于两者表现能力的统计分析差异较小, 我们还将借助其他的检验手段来确认模型表现能力. 由于 Smith 模型与 SSV 模型存在嵌套关系, 我们可以对这两个模型做似然比检验. 其似然比为 378.4, 远远大于 $\chi^2_{0.95}(3)=7.8147$, 也就是 SSV 模型被显著拒绝. (注: Kalimipalli 与 Susmel 模型、Hwang 与 Satchell 模型与 Smith 模型、SSV 模型不存在嵌套关系, 因此不可直接使用似然比进行模型检验). 此外, 我们可以用 Diebold & Mariano[17] 提出的非参数 Wilcoxon 检验, 也就是

$$\frac{S-0.25N(N+1)}{\sqrt{\frac{N(N+1)(2N+1)}{24}}}\xrightarrow{D}N(0,1). \tag{12}$$

这里, $S=\sum_{t=1}^{N}I(d_t)\mathrm{Rank}(|d_t|)$, $I(d_t)=\begin{cases}1, & \text{如果} d_t>0\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$, d_t 是两个竞争模型对条件波动率预测的误差之差. 通过计算我们发现样本内预测 Wilcoxon 统计量值为 -55.89, 样本外预测 Wilcoxon 统计量值为 -20.45, 也就是 Smith 模型与 SSV 模型对条件波动率的预测存在显著差异.

因此, 我们可以得出结论, 第一, 中国利率市场确实存在马尔可夫状态转换现象; 第二, Smith 模型更适合刻画国内瞬时利率动态行为.

4 结论与讨论

本文应用 MCMC 方法对四种模型参数进行了估计，对模型的预测能力作了样本内与样本外的比较，发现国内利率市场确实存在马尔可夫状态转换现象，这一现象的存在一方面反映了中国利率市场化过程的不稳定，另一方面反映了瞬时利率受新股申购的影响。

状态转换现象的存在，给利率 (衍生) 产品定价与套期保值常常会带来不便．如何在具有马尔可夫状态转换性质的利率动态行为下对利率 (衍生) 产品定价与套期保值是个值得研究的问题。

[参考文献]

[1] Vasicek Oldrich. An equilibrium characterization of the term structure [J]. Journal of Financial Economics, 1977, (5): 177–188.

[2] Chan K C, Andrew Karolyi G, Francis Longstaff, and Anthony Sanders. The volatility of short-term interest rates: An empirical comparison of alternative models of the term structure of interest rates [J]. Journal of Finance, 1992, (47): 1209–1227.

[3] Brenner R J, Harjes R, and Kroner K. Another look at models of short-term interest rates [J]. Journal of Financial and Quantitative Analysis, 1996, 31: 85–107.

[4] Taylor S J. Modelling Financial Time Series [M]. Chichester, Wiley, 1986.

[5] Anderson T, and Lund J. Estimating continuous time stochastic volatility models of the short-term interest rates [J]. Journal of Econometrics, 1997, 77: 343–377.

[6] Ball C, and Torous W N. The stochastic volatility of short-term interest rates: some international evidence [J]. Journal of Finance, 1999, 56: 2339–2359.

[7] Lamoureux C, and Lastrapes B. Persistence in variance, structural change, and the GARCH model [J]. Journal of Business and Economic Statistics, 1990, (8): 225–234.

[8] Litterman R, Scheinkman J A, and Weiss J. Volatility and yield curve [J]. Journal of Fixed Income, 1991: 49–53.

[9] Brown R H, and Schaeffer S M. Interest rate volatility and the shape of the term structure [A]. Howison S D, Kelly F P, Wilmott P (Eds.). Mathematical Models in Finance [M]. London: Chapman & Hall, 1995.

[10] Ang A, and Bekaert G. Short rate non-linearities and regime switches [J]. Journal of Economic Dynamics and Control, 2002, (26): 1243–1274.

[11] Ang A, and Bekaert G. Regime switches in interest rates [J]. Journal of Business and Economic Statistics, 2002, (20): 163–182.

[12] Smith D R. Markov-switching and stochastic volatility diffusion models of short-term interest rates [J]. Journal of Business and Economic Statistics, 2002, (20): 183–197.

[13] Kalimipalli M and Susmel R. Regime-switching stochastic volatility and short-term interest rates [J]. Journal of Empirical Finance, 2004, (11): 309–329.

[14] Hwang Soosung, and Steve E Satchell. How persistent is volatility? An answer with Markov regime switching stochastic volatility models [J]. Journal of Business and Economic Statistics 2002, (20): 183–197.

[15] Kim D, and Kon S J. Alternative models for the conditional heteroscedasticity of stock returns [J]. Journal of Business 1994, 67: 563–598.

[16] Harvey A C, Ruiz E, and Shephard N. Multivariate stochastic variance models [J]. Review of Economic Studies, 1994, 61: 247–264.

[17] Diebold F X, and Mariano R. Comparing predictive accuracy [J]. Journal of Business and Economic Statistics, 1995, (13): 253–265.