

# 双折射晶体中旋光效应的耦合波理论<sup>\*</sup>

许婕 陈理想 郑国梁 王红成 余卫龙<sup>†</sup>

(中山大学光电材料与技术国家重点实验室, 广州 510275)

(2006年11月6日收到, 2006年12月27日收到修改稿)

与传统的旋光效应理论不同, 采用三阶赝张量  $\kappa_{jkl}^{(2)}$  描述旋光现象, 并将相关的电极化强度作微扰处理, 直接从 Maxwell 方程组出发推导出了双折射晶体中自然旋光效应的耦合波方程组并得到解析解. 该解析解包含了已有的旋光效应宏观理论结果, 可方便地用于描述任意偏振态的单色光波在任意点群的双折射旋光晶体中沿任意方向的传播行为. 最后, 以石英晶体为例, 通过对出射光波的偏振态分析, 研究了波矢失配对旋光效应的影响.

关键词: 耦合波理论, 旋光效应, 非线性光学

PACC: 4265, 3260

## 1. 引言

旋光效应是指一束线偏振光在介质中传播时振动面发生旋转的现象. 此效应导致的光场振动面旋转角与光在晶体中传播的距离成正比. 它最早是在石英晶体中被发现的, 之后在其他一些晶体中也发现了旋光现象. 自 1811 年 Arago 发现旋光效应以来, 旋光效应引起了人们广泛的研究兴趣, 其理论也得到了不断的完善和发展. 螺旋理论从微观上解决了旋光性和结构关系的难题<sup>[1-3]</sup>, 证实了旋光效应的产生机理来源于物质内部的螺旋结构, 解释了旋光性对于分子结构的敏感性, 这使得旋光性分析成为结构化学中一种非常重要的工具. 例如, 可根据螺旋理论推断有机化合物的构型<sup>[4]</sup>. 不过, 螺旋理论不能用于解决与旋光效应有关的物理问题. Rosenfeld<sup>[5]</sup>从物质与辐射相互作用的半经典理论出发, 建立了分子旋光效应的量子力学基础, 但这种理论只能用来解决各向同性介质中的分子或无相互作用气态分子的旋光效应问题, 且计算过程比较复杂. Fresnel 的唯一象理论可从宏观物理的角度研究晶体中的旋光效应现象<sup>[6]</sup>, 该理论假定圆偏振光通过旋光晶体时是不变的, 但左旋偏振光和右旋圆偏振光的传播速度略有不同, 因而经过晶体时会产生不同的相位滞后, 从而使合成平面偏振光的电矢量会有一定角度的旋

转, 但此唯象理论仅能描述入射光沿旋光晶体光轴传播时的情况. 除此之外, 也有文献采用经典电磁场理论描述和研究旋光效应现象<sup>[7]</sup>, 还有文献尝试研究旋光效应和其他效应的交互作用<sup>[8]</sup>. 值得一提的是, Yariv 等<sup>[9]</sup>曾经用耦合模理论分析了光波在旋光晶体中的传播, 但他们的理论是在对角化的  $\chi^{(1)}$  中加入非对角元来描述旋光效应的, 也就是用一阶极化率的微扰来解释旋光效应. 实际上旋光效应与电极化率的空间色散有关, 文献<sup>[9]</sup>的理论没有反映这一点. 此外, Yariv 等只给出光沿光轴和远离光轴等特殊方向传播的计算结果, 其中光远离光轴传播的计算结果也是近似的. 据我们所知, 至今还没有文献定量描述任意偏振态的单色光波在任意点群双折射旋光晶体中沿任意方向传播的行为. 基于这一点, 本文将 She 和 Lee 在文献<sup>[10]</sup>中提出的耦合波思想推广应用于旋光晶体中的旋光效应, 采用三阶赝张量  $\kappa_{jkl}^{(2)}$  描述旋光现象, 并将相关的电极化强度作微扰处理, 从 Maxwell 方程组出发, 得到了双折射晶体中旋光效应的耦合波方程, 并给出了  $\kappa_{jkl}^{(2)}$  的具体表达式, 为分析光的传播提供了定量分析的基础. 最后, 以石英晶体为例讨论旋光效应对光波传播方向的依赖性.

## 2. 理论分析

2001 年, She 和 Lee<sup>[10]</sup>提出了晶体中线性电光效

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金(批准号: 30574167)资助的课题.

<sup>†</sup> 通讯联系人. E-mail: shewl@mail.sysu.edu.cn

应的耦合波理论,克服了折射率椭球理论计算复杂性的困难,使得电光调制器的优化设计成为可能.在此基础上,吸收介质<sup>[12,13]</sup>和周期极化铌酸锂(PPLN)<sup>[14]</sup>晶体中的线性电光效应理论相继被提出.本文采用类似的思想来处理双折射晶体中的自然旋光效应.

一般地,频率为 $\omega$ 的单色平面波在双折射晶体中传播时存在着两个相互独立的平面电磁波分量,因此总电场 $E$ 可以表示为这两个分量的叠加,

$$\begin{aligned} E(\omega) &= E_1(\omega) + E_2(\omega) \\ &= E_1(r)\exp(ik_1 \cdot r) \\ &\quad + E_2(r)\exp(ik_2 \cdot r). \end{aligned} \quad (1)$$

如果 $k_1 = k_2$ , $E_1(\omega)$ , $E_2(\omega)$ 分别代表电场的两个相互垂直的分量;如果 $k_1 \neq k_2$ , $E_1(\omega)$ , $E_2(\omega)$ 分别代表在晶体中传播时经历不同折射率两个独立光场的分量,例如光在单轴晶体中不沿光轴传播时, $E_1(\omega)$ 为o光,而 $E_2(\omega)$ 为e光.假定光沿 $r$ 方向传播,那么光场可以表示为

$$E(\omega) = E_1(r)\exp(ik_1 r) + E_2(r)\exp(ik_2 r). \quad (2)$$

旋光效应与电极化率的空间色散有关,其贡献可由电极化强度 $P_j^{(2)} = 2\epsilon_0 \kappa_{jkl}^{(2)} \nabla_l E_k$ ( $\epsilon_0$ 是真空中介电常数, $\kappa_{jkl}^{(2)}$ 是与旋光性有关的三阶赝张量元)来描述<sup>[11]</sup>.从而 $E_1(\omega)$ , $E_2(\omega)$ 两个分量引起的总电极化强度为

$$\begin{aligned} P^{(2)}(\omega) &= i2\epsilon_0 \kappa_1^{(2)} : E_1(r)k_1 \exp(ik_1 r) \\ &\quad + i2\epsilon_0 \kappa_2^{(2)} : E_2(r)k_2 \exp(ik_2 r). \end{aligned} \quad (3)$$

其中三阶赝张量 $\kappa_1^{(2)}$ , $\kappa_2^{(2)}$ 分别联系两个正交电场分量的旋光效应.一般地, $\kappa_1^{(2)}$ 不等于 $\kappa_2^{(2)}$ ,但当光沿光轴方向传播时, $\kappa_1^{(2)}$ 等于 $\kappa_2^{(2)}$ .将我们的理论与文献15中有关旋光效应的描述相比较,发现 $\kappa^{(2)}$ 与旋光张量 $g$ 有如下关系:

$$\kappa_{1jkl}^{(2)} = -\frac{u_{jkm}g_{ml}}{2n_1 k_0}, \quad (4)$$

$$\kappa_{2jkl}^{(2)} = -\frac{u_{jkm}g_{ml}}{2n_2 k_0},$$

式中 $u_{jkm}$ 是Levi-Civita张量(全反对称的单位张量).因此,我们可以从 $g_{ml}$ 得到 $\kappa^{(2)}$ 的具体数值.容易看出, $n_1 \kappa_1^{(2)} = n_2 \kappa_2^{(2)}$ ,且 $\kappa_{1jkl}^{(2)}$ 和 $\kappa_{2jkl}^{(2)}$ 关于前面两个下标反对称,即

$$\begin{aligned} \kappa_{1jkl}^{(2)} &= -\kappa_{1kjl}^{(2)}, \\ \kappa_{2jkl}^{(2)} &= -\kappa_{2kjl}^{(2)}, \end{aligned}$$

这与广义动力学系数对称原理的要求是相符的<sup>[11]</sup>.采用与文献10类似的处理方法,从Maxwell方程组出发,忽略线性吸收,把旋光效应当成微扰,可以推导出

$$\begin{aligned} \nabla^2 E_{\perp}(\omega) + \frac{\omega^2}{c^2} [\epsilon \cdot E(\omega)]_{\perp} \\ = -\mu_0 \omega^2 P_{\perp}^{(2)}(\omega). \end{aligned} \quad (5)$$

将(3)式代入(5)式,只考虑横场分量,忽略纵场分量<sup>[13]</sup>,并利用慢变振幅近似得到

$$\begin{aligned} ik_1 \exp(ik_1 r) \frac{\partial E_1(r)}{\partial r} + ik_2 \exp(ik_2 r) \frac{\partial E_2(r)}{\partial r} \\ = -i \frac{\omega^2}{c^2} \kappa_1^{(2)}(\omega, \rho) : E_1(r)k_1 \exp(ik_1 r) \\ - i \frac{\omega^2}{c^2} \kappa_2^{(2)}(\omega, \rho) : E_2(r)k_2 \exp(ik_2 r). \end{aligned} \quad (6)$$

我们记

$$\begin{aligned} E_1(r) &= E_1(r)a, \\ E_2(r) &= E_2(r)b, \\ a \cdot b &= a \cdot \hat{k} = b \cdot \hat{k} = 0; \\ k_1 &= \frac{2\pi}{\lambda} n_1 \hat{k}, \\ k_2 &= \frac{2\pi}{\lambda} n_2 \hat{k}, \end{aligned}$$

其中 $n_1$ 和 $n_2$ 分别是 $E_1$ 和 $E_2$ 的折射率.对(6)式进一步计算得到

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_1(r)}{\partial r} &= -\frac{\omega^2}{c^2 n_1} a \cdot n_2 \kappa_2^{(2)} : b \hat{k} E_2(r) \exp(i\Delta k r) \\ &\quad - \frac{\omega^2}{c^2} a \cdot \kappa_1^{(2)} : a \hat{k} E_1(r), \end{aligned} \quad (7a)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_2(r)}{\partial r} &= -\frac{\omega^2}{c^2 n_2} b \cdot n_1 \kappa_1^{(2)} : a \hat{k} E_1(r) \exp(-i\Delta k r) \\ &\quad - \frac{\omega^2}{c^2} b \cdot \kappa_2^{(2)} : b \hat{k} E_2(r), \end{aligned} \quad (7b)$$

式中

$$\Delta k = k_2 - k_1.$$

引入与旋光效应相关的 $f$ 系数组

$$\begin{aligned} f_1 &= -\sum_{jkl} \left( \frac{k_0^2}{n_1} \right) (a_j n_2 \kappa_{2jkl}^{(2)} b_k \hat{k}_l), \\ f_2 &= -\sum_{jkl} (k_0^2) (a_j \kappa_{1jkl}^{(2)} a_k \hat{k}_l), \\ f_3 &= -\sum_{jkl} \left( \frac{k_0^2}{n_2} \right) (b_j n_1 \kappa_{1jkl}^{(2)} a_k \hat{k}_l), \\ f_4 &= -\sum_{jkl} (k_0^2) (b_j \kappa_{2jkl}^{(2)} b_k \hat{k}_l), \end{aligned} \quad (8)$$

式中 $k_0$ 为真空中的波数.根据以上讨论, $\kappa^{(2)}$ 的反对

称性,有  $f_2 = f_4 = 0$ ;同时由于  $n_1 \kappa_{1j}^{(2)} = n_2 \kappa_{2j}^{(2)}$ ,可引入记号

$$\begin{aligned} f_0 &= - \sum_{jkl} (k_0^2 \chi_{aj} n_1 \kappa_{1jkl}^{(2)} b_k \hat{k}_l) \\ &= \sum_{jkl} (k_0^2 \chi_{bj} n_2 \kappa_{2jkl}^{(2)} a_k \hat{k}_l). \end{aligned}$$

联立(7)和(8)式,我们最终得到

$$\frac{dE_1(r)}{dr} = \frac{1}{n_1} f_0 E_2(r) \exp(i\Delta k r), \quad (9a)$$

$$\frac{dE_2(r)}{dr} = - \frac{1}{n_2} f_0 E_1(r) \exp(-i\Delta k r). \quad (9b)$$

容易得到方程(9a)和(9b)的解析解,即

$$\begin{aligned} E_1(\omega) &= E_1(r) \exp(ik_1 r) \\ &= \rho_1(r) \exp(ik_1 r) \exp[i\phi_1(r)], \quad (10a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_2(\omega) &= E_2(r) \exp(ik_2 r) \\ &= \rho_2(r) \exp(ik_2 r) \exp[i\phi_2(r)], \quad (10b) \end{aligned}$$

式中

$$\begin{aligned} \rho_1(r) &= \left[ E_1^2(0) \cos^2(\mu r) + \frac{f_0^2 E_2^2(0) + n_1^2 \beta^2 E_1^2(0)}{\mu^2 n_1^2} \sin^2(\mu r) + \frac{f_0 E_1(0) E_2(0)}{\mu n_1} \sin(2\mu r) \right]^{1/2}, \\ \phi_1(r) &= \arg \left\{ \left[ E_1(0) \cos(\mu r) + \frac{f_0 E_2(0)}{\mu n_1} \sin(\mu r) - i \frac{\beta E_1(0)}{\mu} \sin(\mu r) \right] \exp(i\beta r) \right\}, \\ \rho_2(r) &= \left[ E_2^2(0) \cos^2(\mu r) + \frac{f_0^2 E_1^2(0) + \beta^2 n_2^2 E_2^2(0)}{\mu^2 n_2^2} \sin^2(\mu r) - \frac{f_0 E_1(0) E_2(0)}{\mu n_2} \sin(2\mu r) \right]^{1/2}, \\ \phi_2(r) &= \arg \left\{ \left[ E_2(0) \cos(\mu r) - \frac{f_0 E_1(0)}{\mu n_2} \sin(\mu r) + i \frac{\beta E_2(0)}{\mu} \sin(\mu r) \right] \exp(i\beta r) \right\}, \\ \beta &= \frac{\Delta k}{2}, \\ \mu &= \frac{\sqrt{(\Delta k)^2 + 4f_0^2/n_1 n_2}}{2}. \end{aligned} \quad (11)$$

这组解析解可方便地用于描述任意偏振态的单色光波在任意点群的双折射旋光晶体中沿任意方向的传播行为,但要特别提醒的是,因为  $\kappa_{jkl}^{(2)}$  是个三阶张量,所以并非所有的双折射晶体中都具有可观察的旋光现象,只有  $\kappa_{jkl}^{(2)}$  的元素不全为零时,即材料具有光活性时,双折射晶体才有可能观察到旋光现象.当入射光沿单轴晶体的光轴传播,即  $\hat{k} = (0, 0, 1)$  时,我们有  $n_1 = n_2 = n_o$ ,  $\Delta k = 0$ . 设初始条件  $E_1(0) = E_{in}$ ,  $E_2(0) = 0$ ,  $\mathbf{a} = (1, 0, 0)$ ,  $\mathbf{b} = (0, -1, 0)$ , 则有  $f_0 = n_o k_0^2 \kappa_{1xyz}^{(2)}$ , 将其代入(10)式,简化的解析解为

$$E_1(r) = E_{in} \cos(fr), \quad (12a)$$

$$E_2(r) = -E_{in} \sin(fr), \quad (12b)$$

式中  $f = f_0/n_o$ . 由此可看出,得到的解为线偏振光,偏振面相对于原偏振方向旋转了角度  $\varphi$ ,这与平时的实验结果是一致的.旋光角可表示为

$$\varphi = fr = k_0^2 \kappa_{1xyz}^{(2)} r,$$

它与传输距离  $r$  成正比.根据(4)式得到的比例系数  $\mathcal{R} = k_0^2 \kappa_{1xyz}^{(2)} = -k_0 g_{33}/2n_o$  即为旋光晶体通常意义下的旋光率(optical rotatory power).从中可看出旋光率与三阶张量元  $\kappa_{1xyz}^{(2)}$  有关, $f$  的符号决定了是左旋晶体还是右旋晶体.当  $f > 0$  时,该旋光晶体为右

旋晶体;当  $f < 0$  时,为左旋晶体.一般地,(12a)和(12b)式所描述的光场可以分解为两束本征模光场,即左旋圆偏振光和右旋圆偏振光的叠加,

$$\begin{bmatrix} E_1(r) \\ E_2(r) \end{bmatrix} = \frac{E_{in}}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix} \exp(-ifr) + \frac{E_{in}}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix} \exp(ifr). \quad (13)$$

可以发现,旋光晶体中左旋和右旋圆偏振光所对应的折射率分别为

$$n_L = n_o - \frac{\lambda}{2\pi} f,$$

$$n_R = n_o + \frac{\lambda}{2\pi} f.$$

这也正是由于折射率的不同,使得两束圆偏振光所历经的相位不同,导致它们在出射面处合成光场的偏振方向相对于入射光旋转了一定的角度.这就在经典电磁场理论的基础上解释了 Fresnel 的理论.至于入射光在单轴旋光晶体中(以石英晶体为例)以不同角度传播时的行为将在下面进一步讨论.

### 3. 实例分析

石英晶体是典型的单轴旋光晶体(属于  $32m$  类晶系),人们往往利用它制作激光器中的偏振态旋转

器<sup>[16]</sup>或者薄膜制作工艺中的衬底<sup>[17]</sup>.下面,我们以石英晶体为例分析光波在双折射旋光晶体中沿任意方向的传播行为. 设入射光波矢  $\hat{k}$  在  $yz$  平面内, 与光轴  $z$  成  $\theta$  角, 则有  $\hat{k} = (0, \sin\theta, \cos\theta)$ ,  $\mathbf{a} = (1, 0, 0)$ ,  $\mathbf{b} = (0, -\cos\theta, \sin\theta)$ . 此时

$$\mathbf{\kappa} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -\frac{g_{33}}{2n_o k_0} & \frac{g_{22}}{2n_i k_0} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{g_{11}}{2n_i k_0} & \frac{g_{33}}{2n_i k_0} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{g_{22}}{2n_i k_0} & \frac{g_{11}}{2n_i k_0} \end{bmatrix}. \quad (15)$$

设入射光波长为 510 nm 且石英晶体为左旋晶体, 则  $g_{11} = g_{22} = -5.82 \times 10^{-5}$ ,  $g_{33} = 12.96 \times 10^{-5}$ <sup>[15]</sup>. 因此可得

$$\begin{aligned} f_0 &= n_o k_0^2 [\kappa_{13yz}^{(2)} \cos^2\theta - \kappa_{13xy}^{(2)} \sin^2\theta] \\ &= n_o k_0^2 \left[ -\frac{g_{33}}{2n_o k_0} \cos^2\theta - \frac{g_{22}}{2n_o k_0} \sin^2\theta \right] \\ &= -\frac{k_0}{2} (g_{33} \cos^2\theta + g_{22} \sin^2\theta). \end{aligned} \quad (16)$$

我们可以通过 (16) 式求得任意传播方向上的  $f_0$  值, 从而研究光波在石英晶体中沿任意角度的传播行为. 对于石英晶体, 寻常光和非常光的折射率分别为  $n_o = 1.54$ ,  $n_e = 1.55$ <sup>[18]</sup>, 假设入射光波满足初始条件  $E_x(0) = 1, E_y(0) = 0$ , 即光场振动方向沿  $x$  轴 (单位矢  $\mathbf{a}$ ) 的线偏振光, 那么方程 (11) 可以简化为

$$\rho_1(r) = \left[ \frac{\mu^2 \cos^2(\mu r) + \beta^2 \sin^2(\mu r)}{\mu^2} \right]^{1/2}, \quad (17a)$$

$$\phi_1(r) = \arg \left\{ \left[ \cos(\mu r) - i \frac{\beta}{\mu} \sin(\mu r) \right] \exp(i\beta r) \right\}, \quad (17b)$$

$$\rho_2(r) = \left| \frac{f_0}{\mu n_2} \sin(\mu r) \right|, \quad (17c)$$

$$\phi_2(r) = \arg \left\{ \left[ -\frac{f_0}{\mu n_2} \sin(\mu r) \right] \exp(i\beta r) \right\}, \quad (17d)$$

将以上各参数以具体数值代入进行计算, 得到如图 1—图 4 所示的一组数值结果.

由于  $\Delta k$  与极角  $\theta$  有以下关系:

$$\begin{aligned} \Delta k &= k_2 - k_1 = \frac{2\pi}{\lambda} (n_2 - n_1) \\ &= \frac{2\pi}{\lambda} \left[ \left( \frac{n_o^2 n_e^2}{n_o^2 \sin^2\theta + n_e^2 \cos^2\theta} \right)^{1/2} - n_o \right], \end{aligned} \quad (18)$$

因此可知在一定范围内, 随着  $\theta$  角的增大,  $|\Delta k|$  的

$$\begin{aligned} n_1 &= n_o, \\ n_2 &= \left( \frac{n_o^2 n_e^2}{n_o^2 \sin^2\theta + n_e^2 \cos^2\theta} \right)^{1/2}. \end{aligned} \quad (14)$$

由 (4) 式可以得到与石英旋光效应相关的三阶张量  $\kappa_i^{(2)}$  ( $i = 1, 2$ ) 的具体形式如下:

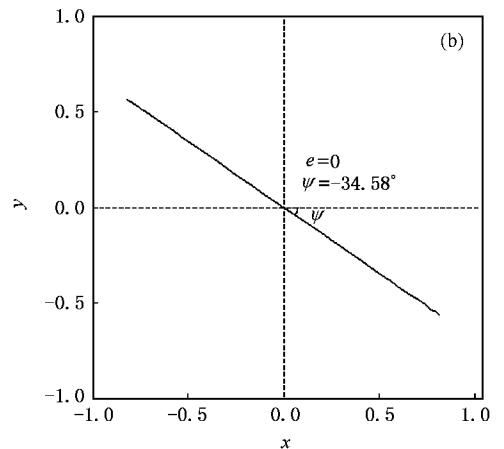
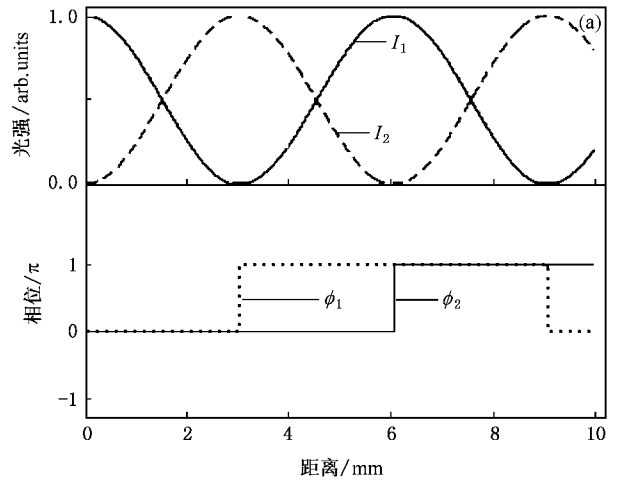


图 1 当  $\theta = 0^\circ$  时, 光场两个正交分量的光强与相位随距离  $r$  的变化 (a) 及出射面光波偏振态的椭圆表示 (b)  $\psi$  为主轴取向角,  $e$  为椭圆率

值也随之增大. 图 1—图 4 中的 (a) 图给出的是光场两个正交分量的光强和相位随传播距离  $r$  的演化情

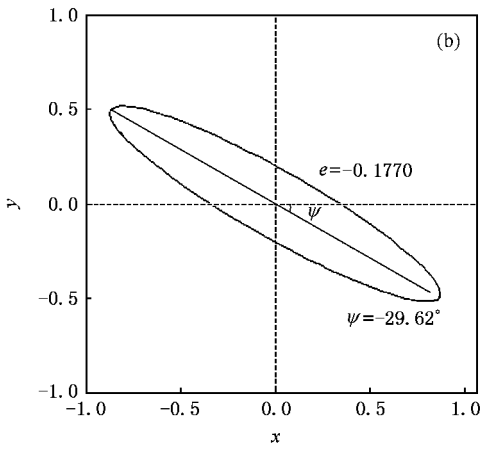
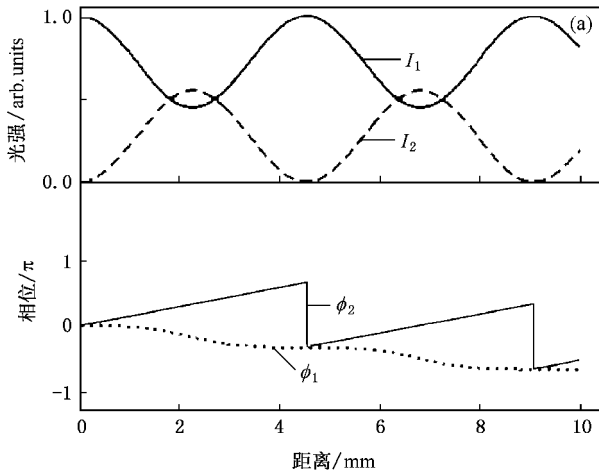


图 2 当  $\theta = 5^\circ$  时, 光场两个正交分量的光强与相位随距离  $r$  的变化 (a) 及出射面光波偏振态的椭圆表示 (b)

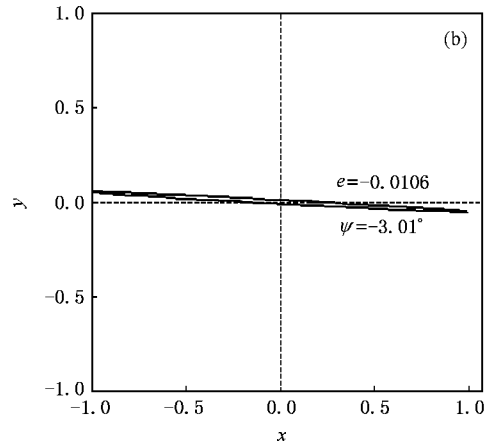
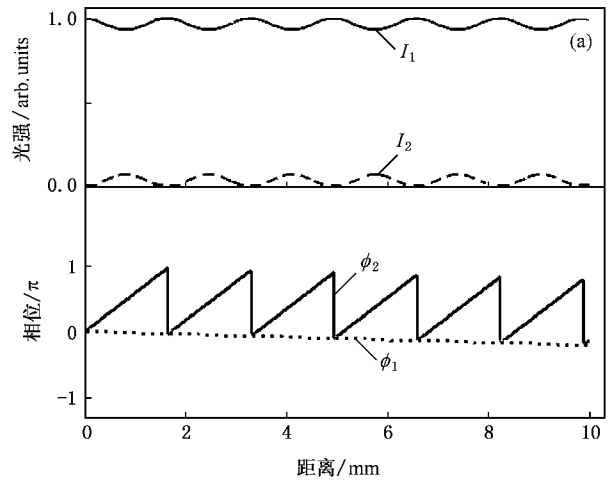


图 3 当  $\theta = 10^\circ$  时, 光场两个正交分量的光强与相位随距离  $r$  的变化 (a) 及出射面光波偏振态的椭圆表示 (b)

况. 从中可以看出当  $\theta = 0^\circ$ , 即  $|\Delta k| = 0$  时,  $E_1, E_2$  能完全交换彼此的能量, 是一个“完美”的旋光效应, 这与通常的理论和实验结果一致. 但随着  $\theta$  逐渐增大, 例如  $\theta = 5^\circ$  时 (图 2(a)),  $E_1, E_2$  之间的能量交换变弱, 相位  $\phi_1$  的变化比较平缓, 而  $\phi_2$  的变化比较急剧, 这导致两个正交分量相位错开, 出现与通常意义下的旋光效应不一样的现象. 从 (17b) 和 (17d) 式, 我们发现相位  $\phi_1$  和  $\phi_2$  的演化都含有因子  $\exp(i\beta r)$  的贡献, 但  $\phi_1$  还含有调制项  $\cos(\mu r) - i\beta \sin(\mu r) / \mu$ , 是个复数, 该复数幅角主值与  $\beta r$  有相互抵消的趋势 (符号相反), 所以  $\phi_1$  变化就比较平缓. 特别是当  $\Delta k$  较大时有  $\beta \rightarrow \mu$ , 两者的相位已经基本上相互抵消, 这使  $\phi_1$  的演化变得平缓. 对于  $\phi_2$ , 其受调制的项为  $-f_0 \sin(\mu r) / (\mu n_2)$  是个实数, 它导致  $\phi_2$  跃变. 而  $\beta r$  的贡献使得  $\Delta k$  越大  $\phi_2$  变化越迅速 (注意  $\beta = \Delta k/2$ ). 另外, 随着  $\theta$  的进一步增大,  $E_1, E_2$  之间的

能量交换进一步变弱. 特别是当  $\theta$  增加到  $20^\circ$  左右,  $E_1, E_2$  能量基本上没有进行交换.

一般地, 当  $\theta \neq 0^\circ$  时, 由图 1—图 4 中的 (a) 图可以看到两个偏振分量的强度和相位的变化不同步, 因此出射光将不再是线偏振光, 而是椭圆偏振光. 这个椭圆就称为偏振椭圆. 该椭圆在单位矢  $a, b$  决定的平面内的取向可以用方位角 (即椭圆主轴与单位矢  $a$  之间的夹角) 表示, 而椭圆的形状可以用椭圆率  $e$  (即椭圆的半短轴与半长轴之比) 来表示, 并且方位角  $\psi$  和椭圆率  $e$  完全由两个正交分量的相对振幅和相对相位所决定, 有如下关系式<sup>[19]</sup>:

$$\tan 2\psi = \frac{2\text{Re}(X)}{1 - |X|^2}, \tag{19}$$

$$\sin(2\arctan e) = \frac{2\text{Im}(X)}{1 + |X|^2},$$

其中复矢量  $X = E_1(\omega) / E_2(\omega)$ ,  $E_1(\omega)$  和  $E_2(\omega)$  与 (10a) 和 (10b) 式一致. 对于不同的传播距离  $r$ , 显然

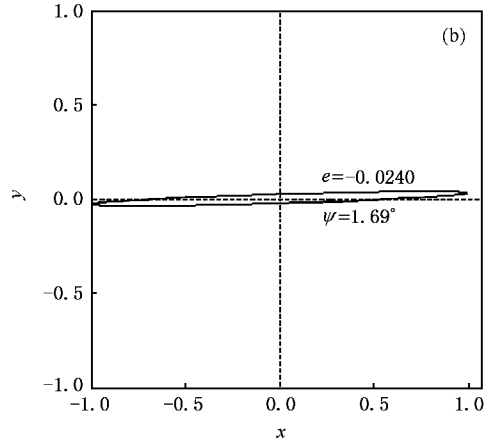
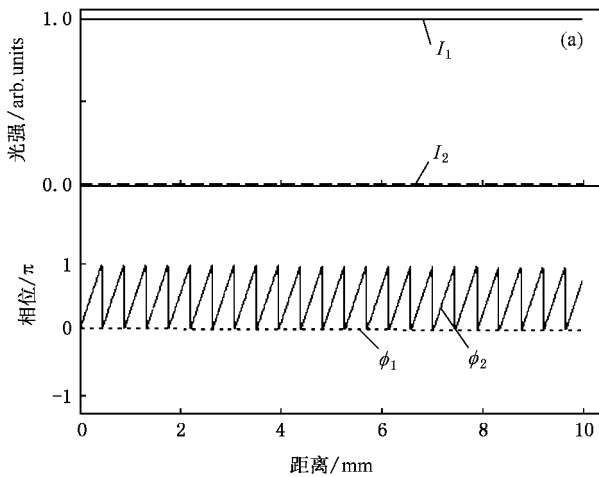


图 4 当  $\theta = 20^\circ$  时, 光场两个正交分量的光强与相位随距离  $r$  的变化(a)及出射面光波偏振态的椭圆表示(b)

具有不同的复矢量  $X$ , 因此所对应偏振椭圆事实上也随着传播距离发生演化. 但是在这里, 我们只给出出射面处光偏振态的具体信息. 从图 1—图 4 中的 (b) 图可以发现, 当传播方向沿着光轴 ( $\theta = 0^\circ$ ) 时, 出射光仍为线偏振光, 这就是通常意义下的旋光现象, 而这里的取向角  $\psi = -34.58^\circ$  具有旋转角的意义, 即在该左旋石英中线偏振光的偏振面旋转了  $325.42^\circ$ . 当传播方向稍微偏离光轴时, 例如  $\theta = 5^\circ$ , 出射光就会变为椭圆偏振光(图 4(b)). 进一步的计算发现, 当  $\theta$  继续增大时, 该偏振椭圆的主轴取向逐渐趋向于水平, 椭圆率逐渐趋近于零, 旋光效应变得不明显. 这是可以理解的, 因为大的波矢失配会破坏光场两个正交分量之间的能量耦合.

### 4. 结 论

本文推导出在双折射旋光晶体中旋光效应的耦合波方程组, 并且得到了该方程组的解析解. 然后以

石英为例, 研究了光波在旋光晶体中沿不同方向传播的行为, 直观地给出了光波两个正交分量的能量交换及其相位的变化情况, 分析了出射面处光波的偏振态. 数值计算结果表明, 在双折射旋光晶体内, 波矢失配  $|\Delta k|$  的大小决定了光场两正交分量能量交换的强弱. 当  $|\Delta k| = 0$ , 即入射光沿光轴方向传播时, 旋光效应表现得最为明显, 所以在实验中最容易在光沿光轴方向传播情况下观察到旋光效应. 当  $|\Delta k|$  逐渐增大, 即当光波传播方向逐渐偏离光轴时, 通常意义下的旋光现象就越来越难观察到. 对适当的  $|\Delta k|$ , 出射光就会变为椭圆偏振光; 而对较大的  $|\Delta k|$ , 旋光效应又变得不明显, 因为大的波矢失配破坏光场两个正交分量之间的能量耦合. 应该指出, 对光学各向同性又没有中心反演对称性的旋光晶体, 例如硅酸铋晶体  $\Delta k = 0$ , 根据我们的理论, 光沿任意方向传播都能观察到通常意义下的旋光现象. 此外, 我们的理论提供一种根据出射面处光的偏振态测量旋光张量的原理.

[ 1 ] Schellman J A 1968 *Accounts Chem. Res.* **1** 144  
 [ 2 ] Bosnich B 1969 *Accounts Chem. Res.* **2** 266  
 [ 3 ] Harada N, Nakanishi K 1972 *Accounts Chem. Res.* **5** 257  
 [ 4 ] Zhang H, Huang J J, Gao Z B, Qi L Q, Zhang J M, Deng B 1999 *Acta Chem. Sin.* **57** 635 [ 张 红、黄计军、高照波、齐丽琴、张建明、邓 并 1999 化学学报 **57** 635 ]  
 [ 5 ] Rosenfeld L 1928 *Z. Phys.* **52** 161  
 [ 6 ] Pan D W, Jia Y R, Chen S H 1997 *Optics ( II )* ( Shanghai : Fudan University Press ) p247 ( in Chinese ) [ 潘笃武、贾玉润、陈善华

1997 光学 ( 下册 ) ( 上海 : 复旦大学出版社 ) 第 247 页 ]  
 [ 7 ] Li J Q, Li C F, Xin L, Liu S T, Il 'nova T M, Koroteev N I 1999 *Acta Phys. Sin.* **48** 1052 ( in Chinese ) [ 李俊庆、李淳飞、辛丽、刘树田、伊丽依诺娃 塔·米、科罗迪耶夫 尼·伊 1999 物理学报 **48** 1052 ]  
 [ 8 ] Yin X, Wang J Y 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3565 ( in Chinese ) [ 尹鑫、王继扬 2004 物理学报 **53** 3565 ]  
 [ 9 ] Yariv A, Lotspeich J F 1982 *J. Opt. Soc. Am.* **72** 273  
 [ 10 ] She W L, Lee W K 2001 *Opt. Commun.* **195** 303

- [ 11 ] Laudau L D , Lifshitz E M 1984 *Electrodynamics of Continuous Media* ( Oxford : Pergamon Press ) p363
- [ 12 ] Wu D D , Chen H B , She W L 2005 *J. Opt. Soc. Am. B* **22** 2366
- [ 13 ] Zheng G L , She W L 2006 *Opt. Commun.* **268** 323
- [ 14 ] Zheng G L , Wang H C , She W L 2006 *Opt. Express* **14** 5535
- [ 15 ] Chen G , Liao L J 1992 *Foundation of Crystal Physics* ( Beijing : Science Press )( in Chinese )[ 陈 纲、廖理几 1992 晶体物理学基础(北京 科学出版社)]
- [ 16 ] Bo Y , Geng A C , Bi Y , Sun Z P , Yang X D , Peng Q J , Li H Q , Li R N , Cui D F , Xu Z Y 2005 *Chin. Phys.* **14** 771
- [ 17 ] Song Z T , Ren W , Zhang L Y , Yao X 1998 *Chin. Phys.* **7** 92
- [ 18 ] Ghosh G 1999 *Opt. Commun.* **163** 95
- [ 19 ] Azzam R M A , Bashara N M 1977 *Ellipsometry and Polarized Light* ( New York : North-Holland )

## Wave coupling theory of optical activity in birefringent crystal<sup>\*</sup>

Xu Jie Chen Li-Xiang Zheng Guo-Liang Wang Hong-Cheng She Wei-Long<sup>†</sup>

( State Key Laboratory of Optoelectronic Materials and Technology , Sun Yat-Sen University , Guangzhou 510275 , China )

( Received 6 November 2006 ; revised manuscript received 27 December 2006 )

### Abstract

Different from the traditional treatment , we use the third-order tensor  $\kappa_{jkl}^{(2)}$  to describe the optical activity and take the corresponding polarization as a perturbation , and directly derive a wave coupling equation for the phenomenon from Maxwell 's equations. The analytic solution of the coupling equation , which involves the results from the previous macroscopic theory of optical activity , describing the propagation of monochromatic light in arbitrary polarization state traveling in any direction in an optical active crystal belonging to any point group , is given in this paper. Finally , as an application of this theory , the influence of the wave-vector mismatch on the optical rotation in quartz crystal is studied in detail by analyzing the polarization state of the output light.

**Keywords :** wave coupling theory , optical activity , nonlinear optics

**PACC :** 4265 , 3260

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China ( Grant No. 10574167 ).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail : shewl@mail.sysu.edu.cn