

# 掺钕钷酸钇薄片激光器中弛豫振荡的偏振动力学研究<sup>1</sup>

蔡 志 平

(厦门大学物理学系 厦门 361005)

**摘要** 提出用密度矩阵理论描述 c 轴切割掺钕钷酸钇晶体的 $^4F_{3/2}$   $^4I_{11/2}$ 四能级激光发射的光学非均匀特性,建立了正交偏振激光模式所遵循的动力学方程组.数值解结果定性地解释了实验上所观察到的掺钕钷酸钇薄片的 1.06  $\mu\text{m}$  双偏振激光的弛豫振荡的竞争行为.

**关键词** 密度矩阵理论, 掺钕钷酸钇薄片激光, 双偏振弛豫振荡动力学

中国图书分类号 TN 248

近几年来已报道了在 c 轴切割掺钕钷酸钇( $\text{Nd}^{3+}$   $\text{YVO}_4$ )<sup>[1,2]</sup>、掺钕钷石榴石( $\text{Nd}^{3+}$   $\text{YAG}$ )<sup>[3]</sup>薄片激光器和多模光纤激光器<sup>[4,5]</sup>中的偏振激光动力学的实验结果.这种偏振激光动力学效应不仅是一种重要物理现象,而且对光调制、高速相干光通信系统等领域具有很好的应用价值.至今为止,尚未对这种实验结果有满意的理论解释,尽管简单的双模激光矢量模型<sup>[3,4]</sup>能定性地解释一些偏振激光的静力学特性,然而未能解释双偏振激光器中的诸如类反相弛豫振荡和偏振模转换等动力学行为.本文的目的是应用密度矩阵理论描述掺钕的 $^4F_{3/2}$   $^4I_{11/2}$ 四能级激光发射的光学非均匀特性,导出正交偏振激光模式所遵循的动力学方程组,并解释实验上所观察到的掺钕钷酸钇薄片的 1.06  $\mu\text{m}$  双偏振激光的弛豫振荡的竞争行为.

## 1 理论模型

### 1.1 $\text{Nd}^{3+}$ 光谱特性

激光场  $\vec{E}$  与电偶极矩  $\vec{\mu}$  之间的相互作用能  $-\vec{\mu}\vec{E}$  是半经典密度矩阵理论的核心,为了计算  $-\vec{\mu}\vec{E}$ , 必须先知道  $\text{Nd}^{3+}$  的 $^4F_{3/2}$   $^4I_{11/2}$ 跃迁的选择定则和光谱特性.为此,根据量子光谱学理论,首先可利用中心场近似计算出自由离子的能级及其附加态并作为零阶结果,然后将离子的静电相互作用和自旋-轨道相互作用作为两个主要的微扰处理,则可算出自由离子的能级与态函数.  $\text{Nd}^{3+}$  掺入固体材料后,受周围原子静电势作用而产生能级分裂的 Stark 效应必须要加予考虑.这种 Stark 效应目前为止是通过基质的点群对称性与 Judd-Ofelt<sup>[6,7]</sup>参数计算,得出共振线的位置与相应跃迁强度,不过,这种理论仅考虑了局域势的偶对称部分,实际上我们还应当考虑局域势的奇对称部分以计算波函数,这是本文工作的出发点.

我们从  $4f^3$  组态的一组态矢  $\zeta$  出发,根据对称性原则,受到局域势  $V = V_{\text{even}} + V_{\text{odd}}$ 作用

的离子微扰能量为

$$E_{\zeta} = \langle \zeta | (V_{even} + V_{odd}) | \zeta \rangle \quad (1)$$

微扰系统的波函数为

$$\Psi_{\zeta} = \zeta + \zeta \frac{\zeta V_{even} \zeta}{E_{\zeta} - E_{\zeta}} \zeta + \eta \frac{\eta V_{odd} \zeta}{E_{\zeta} - E_{\eta}} \eta \quad (2)$$

式中  $\eta$  是一组属于某一具有与  $4f^3$  反对称的组态(如  $4f^2 5d$ )的自由离子态. 可见,  $\Psi_{\zeta}$  包含反对称的两部分, 其中含有  $V_{odd}$  第二部分是本工作的物理重点, 因为  $\vec{\mu}$  是一奇算符, 其矩阵元与奇、偶两部分都有关. 然而, 在晶体中  $V_{odd}$  的分量至今尚未能计算出. 所以, 本文将  $\vec{\mu}$  的矩阵元当作拟合参量, 并采用欧拉角平均技术描述, 从而克服了如上晶体场理论处理的困难.

为此, 我们考虑如图 1 所示的  $Nd^{3+}$  激光能级, 由于  $Nd^{3+}$  含有奇数个电子, 必须计入 Kramers 简并. 此外, 由于光学非均匀性, 每个  $Nd^{3+}$  离子处于不同的势场之中, 具有不同的发光中心, 从而导致了明显的非均匀加宽效应.

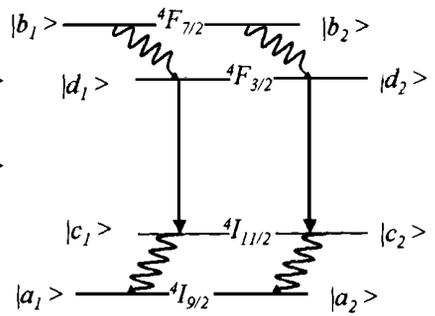


图 1 理论模型用能级图  
Fig. 1 Laser level diagram considered

### 1.2 激光方程

对于每类发光中心的  $Nd^{3+}$ , 用密度矩阵  $\rho$  的运动方程来描述激光的物质方程, 即

$$i \hbar \frac{\partial \rho}{\partial t} = [ (H_0 - \vec{\mu} \vec{E}), \rho ] + \text{弛豫项} \quad (3)$$

$H_0$  是自由离子的哈密顿量. 对应于两个态  $|j\rangle$  和  $|k\rangle$  (属于  $\Psi_{\zeta}$ ) 的矩阵元  $\rho_{jk}$  则为

$$i \hbar \frac{\partial \rho_{jk}}{\partial t} = (H_{ojj} - H_{okk}) \rho_{jk} - \vec{E} \cdot [ \vec{\mu}_{j1} \rho_{lk} - \vec{\mu}_{lk} \rho_{j1} ] - i \hbar \gamma_{jk} \rho_{jk} + i \hbar \Lambda_{jk} \delta(j, k) \quad (4)$$

其中,  $\Lambda_{jk}$ ,  $\gamma_{jk}$  分别表示唯象泵浦项和自发辐射弛豫项,  $\delta(j, k)$  态  $|j\rangle$  和  $|k\rangle$  的  $\delta$  函数. 为了解方程(4), 首先作旋波近似(RWA), 得到与 Kramers 子能级相对应的布居数和光学相干项的运动方程, 其次再作绝热近似以忽略快速变量, 最后获得如下形式的激光上能级  $d>$  总布居数演变主方程

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_{dda}}{\partial t} = & - \frac{2}{\hbar^2} \rho_{dda} \left\{ l_{cd} \left[ \mu_{d_1 c_1 x a}^2 + \mu_{d_2 c_1 x a}^2 \right] I_{lx} + \left[ \mu_{d_1 c_1 y a}^2 + \mu_{d_2 c_1 y a}^2 \right] I_{ly} \right\} \\ & - \gamma_d \rho_{dda} + \frac{2 l_{ab}}{\hbar^2} N \left\{ \left[ \mu_{b_1 a_1 x a}^2 + \mu_{b_2 a_1 x a}^2 \right] I_{px} + \left[ \mu_{b_1 a_1 y a}^2 + \mu_{b_2 a_1 y a}^2 \right] I_{py} \right\} \end{aligned} \quad (5)$$

式中,  $l_{ab}$ ,  $l_{cd}$  分别表示泵浦能级  $a>$ 、 $b>$  和激光能级  $c>$ 、 $d>$  的洛伦兹(Lorentzian)线型函数,  $\vec{\mu}$  参量(如  $\mu_{b_1 a_1 x a}$  等)的脚标代表与 Kramers 子能级和正交偏振  $X$  和  $Y$  分量对应的矩阵元, 光强度  $I$  的脚标中  $l, p$  分别表示激光和泵浦光场. 此外, 脚标  $\alpha$  是  $Nd^{3+}$  偶极矩相对于激光轴的取向, 不同  $\alpha$  表征着离子不同的取向, 也即表征不同类离子, 这是描述激光材料中光学非均匀特征的一种有效方法. 实际上, 从量子理论与群论可知,  $\alpha$  由三个欧拉角( $\alpha, \beta, \gamma$ )描述, 并有

$$\begin{aligned} \mu_{b_1 a_1 x a} &= \mu_{ls} \sin \beta \cos \alpha, & \mu_{b_1 a_1 y a} &= \mu_{ls} \sin \beta \sin \alpha \\ \mu_{b_2 a_1 x a} &= \mu_{2q} (\cos \alpha \cos \beta \cos \gamma - \sin \alpha \sin \gamma) - \mu_{2r} (\cos \beta \cos \alpha \sin \gamma + \sin \alpha \cos \gamma) \\ \mu_{b_2 a_1 y a} &= \mu_{2q} (\cos \alpha \sin \gamma + \cos \beta \cos \alpha \sin \alpha) - \mu_{2r} (\cos \alpha \cos \beta \cos \gamma \sin \alpha \sin \gamma) \end{aligned} \quad (6)$$

其中  $\mu_q, \mu_r$  和  $\mu_s$  是局域基矢空间中的偶极矩分量.

这样, 我们就可方便地写出双偏振激光系统的激光主方程

$$\frac{\partial I_x}{\partial t} = I_x [-2\mathcal{Y}_x + \frac{\omega}{\epsilon_0} \hat{S} F_x \rho_{dd\alpha}] \quad (7a)$$

$$\frac{\partial I_y}{\partial t} = I_y [-2\mathcal{Y}_y + \frac{\omega}{\epsilon_0} \hat{S} F_y \rho_{dd\alpha}] \quad (7b)$$

$$\frac{\partial \rho_{dd\alpha}}{\partial t} = -\frac{2}{h} \rho_{dd\alpha} [F_x I_x + F_y I_y] - \mathcal{Y}_y \rho_{dd\alpha} + G_x I_{px} + G_y I_{py} \quad (7c)$$

式中,  $\mathcal{Y}_x, \mathcal{Y}_y$  是激光器非均匀损耗的两个正交分量,  $\hat{S}$  表示对激光介质中不同类离子贡献求和,  $F_x, F_y, G_x, G_y$  则只是变量的缩写记号, 即

$$F_x = \frac{L_{cd}}{h} [\mu_{d_1 c_1 x}^2 + \mu_{d_2 c_1 x}^2], \quad F_y = \frac{L_{cd}}{h} [\mu_{d_1 c_1 y}^2 + \mu_{d_2 c_1 y}^2] \quad (8)$$

$$G_x = \frac{2L_{ab}}{h^2} [\mu_{b_1 a_1 x}^2 + \mu_{b_2 a_1 x}^2], \quad G_y = \frac{2L_{ab}}{h^2} [\mu_{b_1 a_1 y}^2 + \mu_{b_2 a_1 y}^2] \quad (9)$$

在激光固体中  $\text{Nd}^{3+}$  的中心种类无限多(在 YAG、c 切割 YVO<sub>4</sub> 晶体中因热应力等效作用引起的光学非均匀性), 方程组(7)含有无穷个方程, 因此, 为了简化, 我们采用欧拉角( $\alpha, \beta, \gamma$ )对偏振场的平均技术处理激光介质中这种随机分布的  $\text{Nd}^{3+}$  中心问题, 为此, 作如下两个合理物理假设: 1) 固体中  $\text{Nd}^{3+}$  只对激光轴向作对称反演, 所以, 欧拉角( $\alpha, \beta, \gamma$ )中的  $\beta, \gamma$  可以消除, 简化成  $\alpha$  一维问题; 2) 布居矩阵元  $\rho_{dd\alpha}$  对  $\alpha$  作傅立叶级数展开, 并保留至第一阶, 即

$$\rho_{dd\alpha} = \rho_0 + \rho_1 \cos 2\alpha + \rho_2 \sin 2\alpha$$

那么, 无穷激光主方程组(7)便简化为

$$\frac{\partial I_k}{\partial t} = [-k_x + \beta(\rho_0 + \alpha_0 \rho_1)] I_x \quad (10a)$$

$$\frac{\partial I_y}{\partial t} = [-k_y + \beta(\rho_0 - \alpha_0 \rho_1)] I_y \quad (10b)$$

$$\frac{\partial \rho_0}{\partial t} = I_p - [\rho_0 + \delta(I_x + I_y) \rho_0 + \alpha_0 \delta(I_x - I_y) \rho_1] \quad (10c)$$

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} = I_p \alpha_0 \cos 2\theta - [\rho_1 + \delta(I_x + I_y) \rho_1 + 2\alpha_0 \delta(I_x - I_y) \rho_0] \quad (10d)$$

其中

$$\begin{bmatrix} k_x \\ k_y \end{bmatrix} = \frac{2}{\mathcal{Y}_d} \begin{bmatrix} \mathcal{Y}_x \\ \mathcal{Y}_y \end{bmatrix}, \quad \alpha_0 = \frac{b}{2a}, \quad \beta = \frac{\omega a L_{cd}}{2h\epsilon_0 \mathcal{Y}_d},$$

$$\tau = \mathcal{Y}_d t, \quad \delta = \frac{a L_{cd}}{h^2 \mathcal{Y}_d}, \quad I_p = \frac{N a L_{ab}}{h^2 \mathcal{Y}_d} I_{p0}, \quad \alpha_0 = \frac{b}{a}$$

这里, 参量( $a, b$ )代表激光场的偶极矩:  $a = \mu_{2q}^2 + \mu_{2r}^2, b = \mu_{2q}^2 - \mu_{2r}^2$ , 而( $a, b$ )则代表泵浦场的偶极矩,  $\theta$  表示泵浦场偏振方向与 X 轴的夹角. 式(10)便为描述  $\text{Nd}^{3+}$  掺杂光纤与薄片双偏振激光的主方程, 是研究偏振动力学的理论基础.

## 2 结果与讨论

实验上泵浦光源为 808 nm 的 SDL5422 型激光二极管(LD), 选用  $\text{Nd}^{3+}$  掺杂浓度为 1at. % 的 c 轴切割的钷酸钷薄片晶体作为激光材料, 薄片的长度为 0.5 mm, 在输入端面上直接镀 1.064  $\mu\text{m}$  高反射( $R > 99.5\%$ )和 810 nm 增透( $T = 92\%$ )介质膜, 并作为激光器的输入腔镜. 激光器的输出耦合镜为一曲率半径(ROC)为 50 mm 的凹球面镜, 并镀成在 810 nm 处

具有高反射( $R > 99.7\%$ )和在  $1.064 \mu\text{m}$ (激光波长处的透射率  $T = 4\%$ ), 由此构成平凹腔. 激光器的腔体设计与其它特性如文献[1], 输出激光呈正交双偏振(为了与理论表述一致, 本文用  $X, Y$  表示偏振), 而且它们的起振阈值和光转换效率等激光性能截然不同. 这里只对  $X, Y$  偏

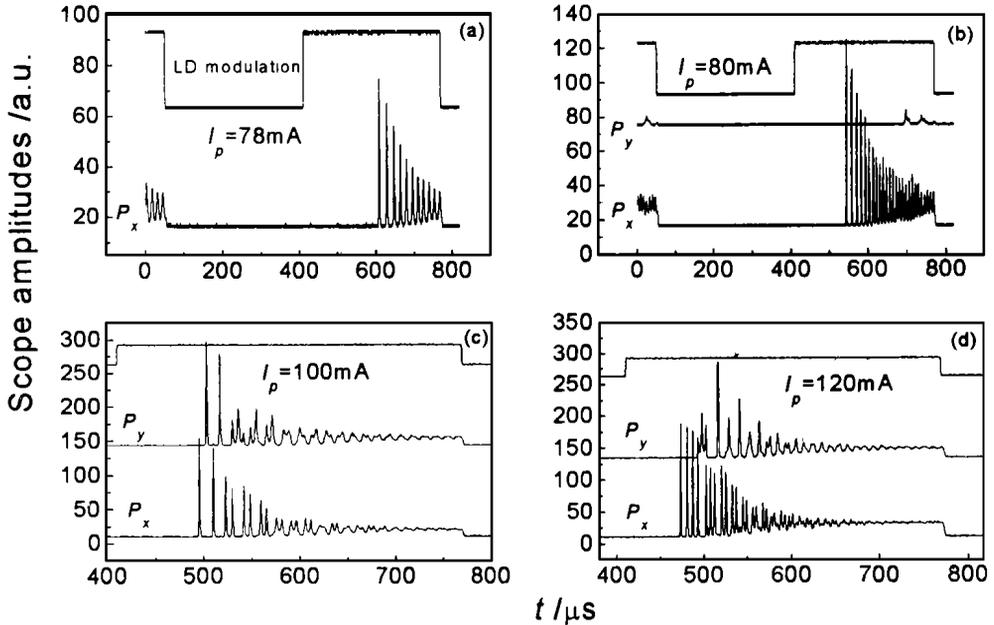


图2 在不同泵浦强度下测得的正交偏振激光的弛豫振荡波形  
(a), (b), (c) 和(d) 分别对应于  $I_p = 78, 80, 100$  和  $102 \text{ mA}$

Fig. 2 Measured relaxation oscillation of two orthogonal polarization lasers with different pumping levels

振模的弛豫振荡动力学行为作系统的测量, 结果如图 1 所示. 图中上面方波表示激光二极管输出的矩形波调制泵浦激光强度波形, 当 LD 的驱动电流  $I_p = 78 \text{ mA}$  时, 输出激光为单偏振  $P_x$ , 其弛豫振荡波形如图 1(a) 所示, 呈典型的单频激光的波形; 当  $I_p = 80 \text{ mA}$  时,  $P_y$  开始起振, 其弛豫振荡尖峰波形与  $P$  模的弛豫振荡包络成反相, 如图 1(b) 所示; 随着泵浦强度进一步增大, 双偏振模的反相弛豫振荡尖峰波形更趋复杂, 图(c), (d) 分别给出在  $I_p = 100 \text{ mA}$  和  $120 \text{ mA}$  时的尖峰动力学行为.

为了理解双偏振激光的这种弛豫振荡的反相动力学特性, 根据实验条件数据, 取如下参数值:  $\gamma_x = 1430, \gamma_y = 1500, \alpha = 0.29, \theta = 0$ , 泵浦率(定义为泵浦强度与泵浦阈值之比, 即  $r = P_p / P_{th}$ )  $r = 1.01, 1.10, 2.00$  和  $2.30$ . 激光主方程组(10) 通过四阶龙格-库塔(Runge-Kutta) 算法并利用 Turbo Pascal 语言编程进行数值求解, 结果分别如图 2(a), (b), (c) 和(d) 所示, 与图 1 中相应的实验结果定性地相吻合. 这不仅说明理论的正确性, 而且对该类激光器中双偏振激光的类反相弛豫振荡动力学的实验结果从半经典密度矩阵理论层次上对产生此效应的物理机制作出解释, 即正交偏振激光是通过同一能级的布居数竞争而导致弛豫振荡尖峰互为反相关系, 而且这种反相关系还来源于因晶体的光学非均匀性引起的双偏振正交方向上的激光损耗

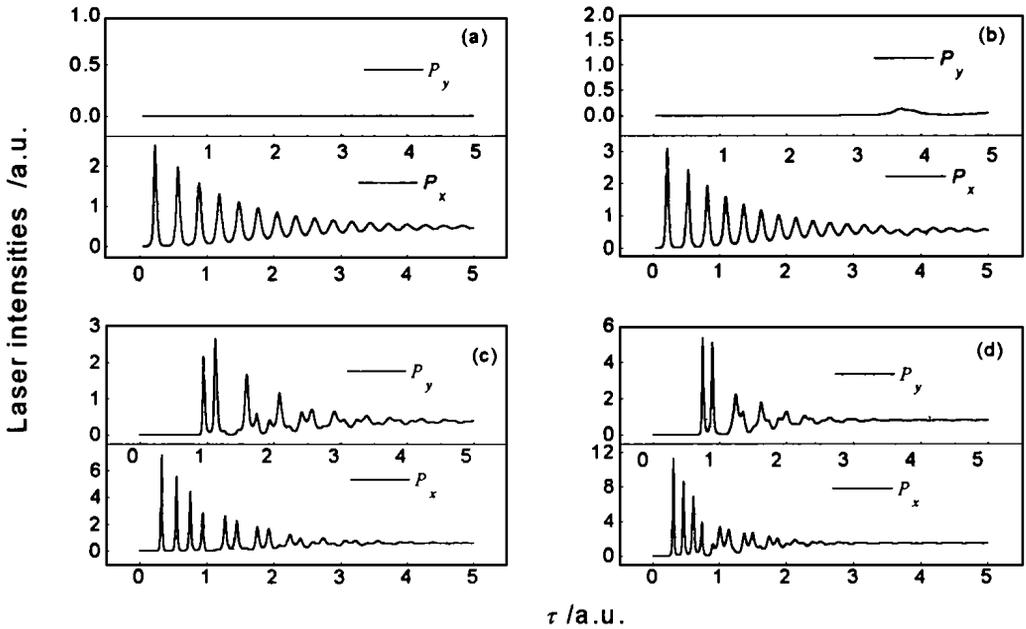


图 3 与图 2 相对应的理论计算结果

(a), (b), (c) 和 (d) 分别对应于  $r = 1.01, 1.10, 2.00$  和  $2.30$

Fig. 3 The theoretical results corresponding to Fig. 2

$\gamma_x$  和  $\gamma_y$  不同的结果, 而这种差异程度反映了激光晶体光学均匀性及其质量优劣. 因此, 本理论和偏振激光动力学特性可提供一种可靠精度且方便的测定新技术, 因为一般此类激光晶体的微弱非均匀性通过常规光谱方法是难以测出的.

### 3 结 论

本文从  $\text{Nd}^{3+}$  掺杂在固体激光材料中的光谱特性和兰姆(Lamb) 密度矩阵理论出发导出, 建立了  $\text{Nd}^{3+}$  掺杂玻璃光纤或诸如 YAG、c 轴  $\text{YVO}_4$  等各向异性薄片激光晶体的偏振激光动力学主方程, 同时采用欧拉角( $\alpha, \beta, \gamma$ ) 的平均近似技术来处理激光介质中这种随机分布的  $\text{Nd}^{3+}$  中心问题, 并简化成一维问题, 获得可解的偏振激光动力学主方程组. 数值解结果定性地解释了实验上所观察的掺钕钒酸钇薄片的  $1.06 \mu\text{m}$  正交双偏振激光的弛豫振荡竞争而呈现的类反相动力学行为. 本理论也适用于解释掺钕光纤<sup>[4,5]</sup> 和 YAG<sup>[3]</sup> 等晶体中偏振激光反相竞争动力学及其产生的物理机制.

### 参 考 文 献

- 1 Cai Z P, Xu H Y, Stephan G. Bipolarization and multiwavelength diode-pumped Nd:YVO<sub>4</sub> microchip laser. Opt. Commun., 1997, 135: 295~299
- 2 Chardon A, Cai Z P, Sanchez F et al. Polarization effects in diode end-pumped Nd:YVO<sub>4</sub> microchip lasers. The 1<sup>st</sup> Polarization Effects in Lasers and Spectroscopy, Toronto, 1997: 24~27

- 3 Besnard P, Jia X, Dalgliesh R et al. Polarization switching in a microchip Nd YAG laser using polarized feedback. *J. Opt. Soc. Am. B.*, 1993, 10: 1 605
- 4 Leners R, Francois P L, Stephan G. Simultaneous effects of gain and loss anisotropies on the thresholds of bipolarization fiber laser. *Opt. Lett.*, 1994, 19: 275 ~ 277
- 5 Cai Z P, Stephan G. Master equations for polarization dynamics in a neodymium doped fiber laser. *The 19<sup>th</sup> UPAP International Conference on Statistical Physics, Xiamen, China, 1995: 145*
- 6 Judd B R. Optical absorption intensities in rare earth ions. *Phys. Rev.*, 1962, 127: 750 ~ 761
- 7 Ofelt G S. Intensities of crystal spectra of rare earth ions. *J. Chem. Phys.*, 1962, 37: 511 ~ 520

## Polarized Relaxation Oscillation Dynamics in a Nd-doped Microchip Laser

Cai Zhiping

(Dept. of Phys., Xiamen Univ., Xiamen 361005)

**Abstract** A density matrix theory is proposed to describe the optical anisotropy for the four-level lasing transition  ${}^4F_{3/2} \rightarrow {}^4I_{11/2}$  in a c-cut Nd<sup>3+</sup> YVO<sub>4</sub> microchip laser, and a set of dynamic laser equations was established for such a bipolarization mode laser system. Numerical calculation leads to a qualitative agreement with the experimentally observed results for the dynamically competitive behavior of the polarized relaxation oscillation in the microchip laser operating at 1.06 μm.

**Key words** Density matrix theory, Nd<sup>3+</sup> YVO<sub>4</sub> microchip laser, Bipolarization relaxation dynamics