第 40 卷 第 1 期 厦门大学学报(自然科学版) Vol. 40 No. 1
2001 年 1 月 Journal of Xiamen University (Natural Science) Jan. 2001
文章编号: 0438-0479(2001) 01-0001-06

闭光滑流形上奇异积分的置换公式

林良裕, 邱春晖
(厦门大学数学系, 福建 厦门 361005)

摘要: 证明 Bochner-Martinelli 型奇异积分在 C^n 空间中闭光滑流形上的置换公式, 从置换公式出发, 当密度函数可全纯开拓到区域 D 内时, 证明了相应的合成公式.

关键词: 多复变数; 奇异积分; 置换公式; 合成公式
中图分类号: O 174.56 **文献标识码:** A

周知, 陆启铿、钟同德[1]最早研究了闭光滑流型上 Bochner-Martinelli 型积分的边界性质, 后来 Kakichev B. A.[2]讨论了极限值函数的性质, 文献[3～5]则把他们的结果分别拓广到域的拓扑积与闭逐块光滑流形上. Kytmanov A. M[6,7]指出文献[8]的合成公式有错误和文献[9]的证明中应用了文献[8]的一个错误公式, 并且采用与文献[9]不同的方法证明了 B-M 型奇异积分的置换公式和合成公式. 文献[10]采用直接方法证明了奇异积分的合成公式. 本文则采用与他们不同的方法证明了 B-M 型奇异积分的置换公式, 并且当密度函数可全纯开拓为域 D 内时, 由置换公式可直接推出合成公式.

设 D 是 C^n 空间中具有 $C^{(1)}$ 光滑边界的有界域, 记 $B_\epsilon(\zeta) = \{z \mid |z - \zeta| < \epsilon\}, \epsilon > 0$, n_ζ 表示 ∂D 上点 ζ 的外法线, $\lambda_k(\zeta), 1 \le k \le n$ 为其单位复方向余弦, ∂D_ξ 表示在 ∂D 上 ξ 为积分变元, dS_ξ 为 ∂D_ξ 的体积元素, 并记 $\sigma_\epsilon(\zeta, \xi) = \partial D_\xi \cap B_\epsilon(\zeta)$, $\partial D_\xi = \sum_\epsilon(\zeta, \xi) + \sigma_\epsilon(\zeta, \xi)$, $dz_{[\bar{k}]}$ 表示 $d\bar{z}_1 \wedge dz_1 \wedge \cdots \wedge d\bar{z}_n \wedge dz_n$ 中缺去因子 $d\bar{z}_k$, $1 \le k \le n$.

$$K(w, z) = \frac{(n-1)!}{(2\pi i)^k} \sum_{k=1}^{n} (\bar{z}_k - \bar{w}_k) |z - w|^{-2n} dz_{[\bar{k}]}$$

是 B-M 核[1], 并记 $K(z, \xi) = K_0(z, \xi; \xi) dS_\xi$, $K_0(z, \xi; \xi) = C \sum_{k=1}^{n} (\bar{\xi}_k - \bar{z}_k) \lambda_k(\xi) |\xi - z|^{-2n}$, $C = \dfrac{(n-1)!}{2\pi^n}$, 对 $\varphi \in H(\alpha, \partial D)$, 定义哥西型积分

$$\Phi(z) = \int_{\partial D_\xi} \varphi(\xi) K(z, \xi), \quad z \notin \partial D \tag{1}$$

收稿日期: 2000-04-04
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(19771068)
作者简介: 林良裕(1943-), 男, 教授.

其中 $H(\alpha,\partial D)$ 表示在 ∂D 上满足指数 $0<\alpha\leq 1$ 的 Hölder 条件的函数空间.

1 主要定理

定理 1 (置换公式) 设 $\varphi\in H(\alpha,\partial D\times\partial D)$, $\zeta\in\partial D$, 则

$$\int_{\partial D_\xi}K(\zeta,\xi)\int_{\partial D_\eta}\varphi(\xi,\eta)K(\xi,\eta)=\int_{\partial D_\eta}\int_{\partial D_\xi}\varphi(\xi,\eta)K(\xi,\eta)K(\zeta,\xi)+\frac{1}{4}\varphi(\zeta,\zeta) \tag{2}$$

上式右端第一项内层积分取主值 $V\cdot P\int_{\partial D_\xi}=\lim_{\epsilon_i\to 0}\int_{\sum_{\epsilon_1}(\zeta,\xi)\cap\sum_{\epsilon_2}(\eta,\xi)}$, 其余积分取主值 $V\cdot P\int_{\partial D_\xi}=\lim_{\epsilon\to 0}\int_{\sum_\epsilon}$

定理 2 (合成公式) 设 $\varphi(\eta)\in L^*(D)$, 即 $\varphi\in H(\alpha,\partial D)$, 并且 φ 可全纯开拓为 D 中的函数, 则

$$\int_{\partial D_\xi}K(\zeta,\xi)\int_{\partial D_\eta}\varphi(\eta)K(\xi,\eta)=\frac{1}{4}\varphi(\zeta) \tag{3}$$

2 引 理

命题 1[1] 设 $\varphi\in H(\alpha,\partial D)$, $\zeta\in\partial D$, 则

$$\Phi^{\pm}(\zeta)=\int_{\partial D_\xi}\varphi(\xi)K(\zeta,\xi)\pm\frac{1}{2}\varphi(\zeta) \tag{4}$$

命题 2[9] 设 $\partial D\in C^{(1)}$, $\zeta\in\partial D$, z 从 D 内沿 n_ζ 趋向 ζ 则存在与 ζ 无关的正数 δ, 使当 $|z-\zeta|\leq\delta$ 时, 对 ∂D 上的点 ξ, 有

$$|z-\zeta|\leq 2|z-\xi|,\ |\xi-\zeta|\leq 3|z-\xi| \tag{5}$$

命题 3[9] 设 $\varphi\in H(\alpha,\partial D)$, w, $z\in D$, ζ, $\eta\in\partial D$, 记

$$S(z,\eta)=\int_{\partial D_\xi}(\varphi(\xi)-\varphi(\eta))K(z,\xi)K(\xi,\eta)$$

$$T(\zeta,w)=\int_{\partial D_\xi}(\varphi(\xi)-\varphi(\zeta))K(\xi,w)K(\zeta,\xi)$$

若 z 和 w 分别沿 n_ζ 和 n_η 趋向 ζ 和 η 时, 则当 $\zeta\neq\eta$ 时存在与 ζ 和 η 无关的正数 δ_i 和 K_i, $i=1,2$, 使当 $|z-\zeta|\leq\delta_1$, $|w-\eta|\leq\delta_2$ 时, 分别有

$$|S(z,\eta)|\leq\frac{K_1\mathrm{d}S_\eta}{|\zeta-\eta|^{2n-1-\alpha/2}} \tag{6}$$

$$|T(\zeta,w)|\leq\frac{K_2\mathrm{d}S_\eta}{|\zeta-\eta|^{2n-1-\alpha/2}} \tag{7}$$

引理 1 设 $z,w\in D$, $z\neq w$ 记 $G(z,w)=\int_{\partial D_\xi}K(\xi,w)K(z,\xi)$, $P(z,w)=\lim_{\epsilon_i\to 0}\int_{\partial D_\xi-B_{\epsilon_1}(z)-B_{\epsilon_2}(w)}\bar{\partial}_\xi K(\xi,w)\wedge K(z,\xi)\triangleq V\cdot P\int_{D_\xi}$, 则

$$G(z,w)=P(z,w)+\frac{n-1}{n}K(z,w),\ P(\zeta,\eta)=G(\zeta,\eta)+\frac{1-n}{2n}K(\zeta,\eta) \tag{8}$$

其中

$$G(\zeta,\eta)=V\cdot P\int_{\partial D_\xi}K(\xi,\eta)K(\zeta,\xi),\ P(\zeta,\eta)=V\cdot P\int_{D_\xi}\bar{\partial}_\xi K(\xi,\eta)\wedge K(\zeta,\xi)$$

证 对足够小的 $\epsilon_i>0$, $i=1,2$, 应用 Stokes 定理

$$\int_{\partial D_\xi - \partial B_{\epsilon_1}(z) - \partial B_{\epsilon_2}(w)} K(\xi, w) K(z, \xi) = \int_{D_\xi - B_{\epsilon_1}(z) - B_{\epsilon_2}(w)} \bar{\partial}_\xi K(\xi, w) \wedge K(z, \xi)$$

上式左端等于 $G(z, w) - \int_{\partial B_{\epsilon_1}(z)} - \int_{\partial B_{\epsilon_2}(z)} \triangleq G - I_1 - I_2$, 易知 $\lim\limits_{\epsilon_1 \to 0} I_1 = K(z, w)$, $\lim\limits_{\epsilon_2 \to 0} I_2 = -\frac{1}{n} K(z, w)$, 因此式(8) 的第 1 式成立, 同理可证第 2 式.

引理 2　设 $\varphi \in H(\alpha, \partial D \times \partial D)$, $\zeta, \eta \in \partial D$, $\zeta \neq \eta$, 记 $A(\zeta, \eta) = \int_{\partial D_\xi} \varphi(\xi, \eta) K(\xi, \eta) K(\zeta, \xi)$, 则存在与 ζ 和 η 无关的正数 M_1, 使

$$\left| A(\zeta, \eta) - \frac{1}{2}(\varphi(\zeta, \eta) + \varphi(\eta, \eta)) G(\zeta, \eta) \right| \leq \frac{M_1 \mathrm{d}S_\eta}{|\zeta - \eta|^{2n-1-\alpha/2}} \tag{9}$$

证　设 $z, w \in D$, 分别位于 n_ζ 和 n_η 上, 则

$$A(\zeta, \eta) = \lim_{\substack{z \to \zeta \\ w \to \eta}} \int_{\partial D_\xi} \varphi(\xi, \eta) K(\xi, w) K(z, \xi) - \lim_{\epsilon_1 \to 0} \lim_{z \to \zeta} \int_{\sigma_{\epsilon_1}(\zeta, \xi)} \varphi(\xi, \eta) K(\xi, \eta) K(z, \xi) -$$

$$\lim_{\epsilon_2 \to 0} \lim_{w \to \eta} \int_{\sigma_{\epsilon_2}(\eta, \xi)} \varphi(\xi, \eta) K(\xi, w) K(\zeta, \xi) \triangleq A_0 - A_1 - A_2$$

易知

$$A_0 = \frac{1}{2}(\lim_{z \to \zeta} S(z, \eta) + \lim_{w \to \eta} T(\zeta, w)) + \frac{1}{2}(\varphi(\zeta, \eta) + \varphi(\eta, \eta)) G(\zeta, \eta)$$

$$A_1 = \frac{1}{2} \varphi(\zeta, \eta) K(\zeta, \eta), \quad A_2 = -\frac{1}{2} \varphi(\eta, \eta) K(\zeta, \eta)$$

其中 $S(z, \eta)$, $T(\zeta, w)$ 如式(6), (7) 所示.

综上, 估计式(9) 是显见的.

引理 3　设 $\varphi \in H(\alpha, \partial D \times \partial D)$, $z \in D$, 记 $\Psi(z, \eta) = \int_{\partial D_\xi} (\varphi(\xi, \eta) - \varphi(\zeta, \eta)) K(\xi, \eta) K(z, \xi)$, z 沿 n_ζ 趋向 $\zeta \neq \eta$, 并记 $\Psi^+(\zeta, \eta) = \lim\limits_{z \to \zeta} \Psi(z, \eta)$, 则

$$\Psi^+(\zeta, \eta) = \int_{\partial D_\xi} \varphi(\xi, \eta) K(\zeta, \xi) K(\xi, \eta) - \varphi(\zeta, \eta) G(\zeta, \eta) \tag{10}$$

对任意固定的正数 ϵ_0, 存在仅与 ϵ_0 有关的正数 M_2, 使当 $z \to \zeta$ 时,

$$|\Psi(z, \eta) - \Psi^+(\zeta, \eta)| \leq M_2 |z - \zeta|^\alpha \mathrm{d}S_\eta \tag{11}$$

证　由于 $\Psi(z, \eta)$ 主值存在, 因此, 对 $\forall \epsilon > 0$, $\exists \delta > 0$, 使

$$\left| \Psi(z, \eta) - \int_{\sum_\delta(\eta, \xi)} (\varphi(\xi, \eta) - \varphi(\zeta, \eta)) K(\xi, \eta) K(z, \xi) \right| < \epsilon$$

于是, $\zeta \neq \eta$ 时, 有

$$\lim_{z \to \zeta} \left| \Psi(z, \eta) - \int_{\sum_\delta(\eta, \xi)} \right| = \left| \Psi^+(\zeta, \eta) - \int_{\sum_\delta(\eta, \xi)} \right| \leq \epsilon$$

由 ϵ 的任意性立得 $\Psi^+(\zeta, \eta) = \int_{\partial D_\xi} (\varphi(\xi, \eta) - \varphi(\zeta, \eta)) K(\xi, \eta) K(\zeta, \xi)$, 再由式(8) 立得式(10).

类似文献[9] 引理 6 中 2) 的证明知式(11) 成立.

引理 4　设 $\varphi \in H(\alpha, \partial D \times \partial D)$, $\Psi(z, \eta)$ 和 $\Psi^+(\zeta, \eta)$ 如引理 3 中所示, $z \in D$ 位于 n_ζ 上, 则 $\lim\limits_{z \to \zeta} \int_{\partial D_\eta} (\Psi(z, \eta) - \Psi^+(\zeta, \eta)) = 0$

证　首先指出, 对 $z \in D, \eta \in \partial D$, 我们有

$$\int_{\partial D_\xi} K(z,\xi) K(\xi,\eta) = \frac{1}{2} K(z,\eta) + G(z,\eta) \tag{12}$$

任取 $\epsilon_0 > 0$,

$$\left| \int_{\partial D_\eta} (\Psi(z,\eta) - \Psi^+(\zeta,\eta)) \right| \le \int_{\partial D_\eta} |(\Psi(z,\eta) - \Psi^+(\zeta,\eta)| =$$

$$\int_{\sigma_{\epsilon_0}(\zeta,\eta)} + \int_{\sum_{\epsilon_0}(\zeta,\eta)} = J_1 + J_2$$

利用式(12), 知

$$\Psi(z,\eta) - \Psi^+(\zeta,\eta) = S(z,\eta) - (A(\zeta,\eta) - \frac{1}{2}(\varphi(\zeta,\eta) +$$

$$(\varphi(\eta,\eta))G(\zeta,\eta)) + (\varphi(\eta,\eta) - \varphi(\zeta,\eta))(\frac{1}{2}K(z,\eta) + G(z,\eta)) +$$

$$\frac{1}{2}(\varphi(\zeta,\eta) - \varphi(\eta,\eta))G(\zeta,\eta) \triangleq I_1 - I_2 + I_3 - I_4$$

以下 $M_i, 1 \le i \le 7$ 均为常数. 由式(6) 和(9) 知 $|I_1| + |I_2| \le \frac{M_1 \mathrm{d}S_\eta}{|\zeta - \eta|^{2n-1-\alpha/2}}$. 经过仔细的分析, 我们不难证明

$$|I_3| \le \frac{M_2 \mathrm{d}S_\eta}{|\zeta - \eta|^{2n-1-\alpha/2}}$$

$$|I_4| \le M_3 |\zeta - \eta|^{1+\alpha/2-2n} \mathrm{d}S_\eta$$

因此

$$|\Psi(z,\eta) - \Psi^+(\zeta,\eta)| \le M_4 |\zeta - \eta|^{1+\alpha/2-2n} \mathrm{d}S_\eta$$

因而有正数 M_5, 当 $|z - \zeta| \le \delta$ 时,

$$J_1 \le M_5 \int_{\sigma_{\epsilon_0}(\zeta,\eta)} \frac{\mathrm{d}S_\eta}{|\zeta - \eta|^{2n-1-\alpha/2}} \le M_6 \epsilon_0^{\alpha/2}$$

于是, 任给 $\epsilon > 0$, 可先取定 ϵ_0 足够小, 使当 $|z - \zeta| \le \delta$ 时, $J_1 < \epsilon/2$. 再根据引理 3, 存在仅与 ϵ_0 有关的正数 $M_7(\epsilon_0)$, 使 $J_2 \le M_7(\epsilon_0)|z - \zeta|^2$, 因而, 只要当 $|z - \zeta|$ 足够小, 使当 $|z - \zeta| \le \delta$ 时, 且 $M_7(\epsilon_0)|z - \zeta|^2 < \epsilon/2$, 则立知引理成立.

引理 5　设 $\varphi \in H(\alpha, \partial D \times \partial D)$, $z \in D$, z 沿 n_ζ 趋于 $\zeta(\ne \eta)$ 时, 则

$$\lim_{z \to \zeta} \int_{\partial D_\eta} \varphi(\zeta,\eta) G(z,\eta) = \int_{\partial D_\eta} \varphi(\zeta,\eta) G(\zeta,\eta) \tag{13}$$

证　易知 $\lim_{z \to \zeta} G(z,\eta) = G(\zeta,\eta)$, 由于式(13) 中的两个积分的主值均存在, 于是对 $\forall \epsilon > 0$, $\exists\ \delta_1 > 0$, 使 $\left| \int_{\partial D_\eta} \varphi(\zeta,\eta) G(z,\eta) - G(\zeta,\eta)) - \int_{\sum_{\delta_1}(\zeta,\eta)} \right| < \epsilon$, 因此, 当 $z \in D$ 沿 n_ζ 趋于 $\zeta(\ne \eta)$ 时, 有 $\lim_{z \to \zeta} \left| \int_{\partial D_\eta} \varphi(\zeta,\eta)(G(z,\eta) - G(\zeta,\eta)) \right| \le \epsilon$, 由 ϵ 的任意性, 立知式(13) 成立.

3　定理的证明

定理 1 的证明　对 $z \in D$, 记

$$\Phi(z) = 4\int_{\partial D_\xi} K(z,\xi) \int_{\partial D_\eta} \varphi(\xi,\eta) K(\xi,\eta),\quad \Psi(z) = \int_{\partial D_\eta} \int_{\partial D_\xi} \varphi(\xi,\eta) K(\xi,\eta) K(z,\xi)$$

上述内层积分均取主值, 易知 $\Phi(z) = \Psi(z)$, 当 $z \in D$, 沿 n_ζ 趋于 ζ 时, 则 $\Phi^+(\zeta) = \Psi^+(\zeta)$. 由 Plemelj 公式[1] 及文献[2] 知

$$\Phi^+(\zeta) = \int_{D_\xi} K(\zeta,\xi)\int_{D_\eta}\varphi(\xi,\eta)K(\xi,\eta) + \frac{1}{2}\int_{D_\eta}\varphi(\zeta,\eta)K(\zeta,\eta)$$

应用引理 3 的记号, 由式(12) 知

$$\Psi(z) = \int_{D_\eta}\psi(z,\eta) + \frac{1}{2}\int_{D_\eta}\varphi(\zeta,\eta)(K(z,\eta) + 2G(z,\eta)) =$$

$$\int_{D_\eta}(\psi(z,\eta) - \psi^+(\zeta,\eta)) + \int_{D_\eta}\psi^+(\zeta,\eta) + \frac{1}{2}\int_{D_\eta}K(z,\eta) +$$

$$\int_{D_\eta}\varphi(\zeta,\eta)G(z,\eta)$$

由式(10), (13) 及引理 4, 有

$$\Psi^+(\zeta) = \int_{D_\eta}\int_{D_\xi}\varphi(\xi,\eta)K(\xi,\eta)K(\zeta,\xi) + \frac{1}{2}\int_{D_\eta}\varphi(\zeta,\eta)K(\zeta,\eta) + \frac{1}{4}\varphi(\zeta,\zeta)$$

再由 $\Phi^+ = \Psi^+$, 立得式(3).

定理 2 的证明　设 $\varphi \in L^*(\bar{D})$, 由定理 1 知

$$\int_{D_\xi}K(\zeta,\xi)\int_{D_\eta}\varphi(\eta)K(\xi,\eta) = \int_{D_\eta}\varphi(\eta)\int_{D_\xi}K(\xi,\eta)K(\zeta,\xi) + \frac{1}{4}\varphi(\zeta)$$

显然, 只需证明上式右端第一项积分为零. 为此, 记

$$K_{0,1}(\xi,\eta) = \frac{(n-1)!}{(2\pi i)^n}\sum_{j=1}^{n}\sum_{k\neq j}\sigma(j,k)\frac{\bar{\eta}_k - \bar{\xi}_k}{|\eta-\xi|^{2n}}\mathrm{d}\bar{\eta}_{[j,k]}\wedge\mathrm{d}\eta\wedge\mathrm{d}\bar{\xi}_j,$$

$$\sigma(j,k)\,\mathrm{d}\bar{\xi} = \mathrm{d}\bar{\xi}_k\wedge\mathrm{d}\bar{\xi}_j\wedge\mathrm{d}\bar{\xi}_{[j,k]},$$

易知 $\bar{\partial}_\xi K(\xi,\eta) = -\bar{\partial}_\eta K_{0,1}(\xi,\eta)$, 只要在域 $D_\xi\backslash(B_\epsilon(\zeta)\cup B_\epsilon(\eta))$ 上应用 Stokes 公式, 并令 $\epsilon\to 0$, 我们有

$$V\cdot P\int_{D_\xi}K(\xi,\eta)K(\zeta,\xi) = -\bar{\partial}_\eta V\cdot P\int_{D_\xi}K_{(0,1)}(\xi,\eta)\wedge K(\zeta,\xi)$$

于是

$$\int_{D_\eta}\varphi(\eta)\int_{D_\xi}K(\xi,\eta)K(\zeta,\xi) =$$

$$\lim_{\epsilon\to 0}\int_{\partial B_\epsilon(\zeta)\cap D_\eta}\varphi(\eta)\int_{D_\xi}\bar{\partial}_\xi K(\xi,\eta)\wedge K(\zeta,\xi),$$

令 $\epsilon_1 = 2\epsilon^{\frac{1}{2}}$, 对足够小的 $\epsilon > 0$, $\epsilon < \epsilon^{\frac{1}{2}}$, 有 $|\xi - \eta| \geq \epsilon^{\frac{1}{2}}$, 对所有 $\xi \in \sum_{\epsilon_1}(\zeta,\xi)$, $\eta \in \partial B_\epsilon(\zeta)\cap D_\eta$ 成立. 则上式右端等于

$$\lim_{\epsilon_1\to 0}\lim_{\epsilon\to 0}\int_{\sum_{\epsilon_1}(\zeta,\xi)\cap\sum_{\epsilon_1}(\eta,\xi)}K(\zeta,\xi)\int_{\partial B_\epsilon(\zeta)\cap D_\eta}\varphi(\eta)K(\xi,\eta) = 0.$$

参考文献:

[1] 陆启铿, 钟同德. Privalov 定理的拓广[J]. 数学学报, 1957, 7: 144- 165.

[2] Kakichev B A. Character of the continuity of the boundary values of a Martinelli-Bochner integral[J]. Oblast. Ped. Inst. Uchen. (Russian) Zap. 96(Trudy Mat. Kafedr. 6) 1960: 145- 150.

[3] 钟同德. 多复变数哥西型积分的边界性质[J]. 数学学报, 1965: 15: 227- 241.

[4] 林良裕. 闭逐块光滑流形上哥西型积分的边界性质[J]. 数学学报, 1988, 31: 547- 557.

[5] 林良裕. 闭逐块光滑流形上的Cauchy-Fantappie型积分的边界性质[J]. 数学学报, 1995, 38: 13- 23.

[6] Кытманов А М. Интеграл Бохнера-Мартинелли и его Применения[M]. 《НАУКА》Сибирское отделение, 1992.

[7] Кытманов А М. О Вычислении интеграла типа Мартинелли-Бохнера в шаре и о Некоторых его приложения[J]. Математика ISSN, ИЗВ. MATEM., 1983, (3): C. 59- 66.

[8] Сербин А И. О Функциях Представимых интегралом Мартинелли-Бохнера[J]. ДАН СССР, 1971, 196: 1276- 1279.

[9] 孙继广. 闭光滑流形上的奇异积分方程[J]. 数学学报, 1979, 22: 675- 22.

[10] 钟同德. Plemelj公式及其应用[J]. 数学进展, 1994, 23: 205- 211.

The Transformation Formula of Singular Integral on a Closed Smooth Manifold

LIN Liang-yu, QIU Chun-hui

(Dept. of Math., Xiamen Univ., Xiamen 361005, China)

Abstract: Let D be a bounded domain in C^n space, $n \geq 2$, and its boundary ∂D be a orientable manifold of class $C^{(1)}$. $K(\zeta, \xi)$ denotes the Bochner-Martinelli kernel, where $\zeta, \xi \in \partial D$; $|\zeta - \xi|$ -the Euclidean distance between ζ and ξ. The another method prove that if $\varphi \in H(\alpha, \partial D)$, $0 < \alpha \leq 1$, the transformation formula holds, and if $\varphi \in H(\alpha, \partial D)$ and can be holomorphic extended in to D then the composite formula can be deduced from transformation formula.

Key words: function of several complex variables; sigular integral; transformation formula; composite formula