

## 有限观测绝对加速度响应下剪切框架在未知地震作用下损伤诊断

雷 鹰,倪萍禾,刘 朝

(厦门大学 建筑与土木工程学院 厦门 361005)

**摘 要:** 针对框架结构的绝对加速度响应部分观测、地震作用未观测的情况,提出一种多层剪切框架结构诊断的方法。此先依次采用扩展卡尔曼估计和递推最小二乘对一层以上结构的扩展状态向量和未知作用力进行递推;然后利用结构频率特征方程对第一层的结构参数进行估计;最后基于数值求解一阶微分方程,识别未观测的地震荷载。算例表明,该方法能够很好识别出结构参数和地震输入,通过跟踪结构刚度参数的退化,对未知地震作用下结构损伤进行诊断。

**关键词:** 结构参数识别;结构损伤诊断;未知地震力;扩展卡尔曼估计;最小二乘法

中图分类号: TB122 文献标识码: A

## Structural damage detection of a shear building under unknown earthquake excitation with limited observations of absolute acceleration responses

LEI Ying, NI Ping-he, LIU Chao

(School of Architecture and Civil Engineering, Xiamen University, Xiamen 361005, China)

**Abstract:** Here, a method was proposed for structural damage detection of a multi-story shear building under unknown earthquake excitation with partial observations of absolute acceleration responses. Based on the extended Kalman estimator and the least square estimation adopted sequentially, the structural parameters above the first story of the building could be identified. Then, the structural parameters of the first story were identified with the frequency equation. Finally, the unknown earthquake excitation identified via the numerical solution to a first-order differential equation. It was shown with a numerical example that the proposed method can identify structural parameters and earthquake excitation with good accuracy; structural damage under unknown earthquake excitation can be detected by tracking degradation of structural stiffness parameters.

**Key words:** structural parameter identification; structural damage detection; unknown earthquake excitation; extended Kalman estimator; least-square estimation

地震作用下建筑结构的损伤诊断是一项重要且具有挑战性的任务。迄今为止,国内外学者提出了不少地震作用下的损伤识别诊断的方法,其中通过识别建筑结构动力参数,以捕捉结构动力参数(如结构单元刚度)的改变,进行结构损伤诊断是一种有效的途径<sup>[1-3]</sup>。由于作用在建筑结构的 earthquake 作用力不易准确测量,国内外学者也致力研究对在未知地震荷载下,结构动力参数与地震荷载的复合识别(反演)<sup>[2,4-7]</sup>。Zhao 等<sup>[8-9]</sup>提出了未知地震荷载作用下,对多层剪切框架结构的混合识别方法。证明了仅通过直接用结构绝对加速度响应无法唯一识别结构动力参数和未知地震作用力。在结构绝对加速度、速度和位移全部观测的情况下,通过对观测信号采用最小二乘法和利用模

态识别结果的混合识别,可以识别多层框架结构动力参数和作用的地震荷载。由于实际中不可能在结构上安置大量的各种传感器对结构上的全部加速度、速度和位移都进行测量,往往只能安置有限的加速度传感器,得到结构局部自由度的绝对加速度响应<sup>[3]</sup>。因此,本文研究在结构绝对加速度响应部分观测、地震作用未观测的情况下,框架结构动力参数与未知地震作用力的识别。而且通过结构刚度参数的变化,可以对地震作用下结构局部损伤进行有效地诊断。本文通过采用四层剪切框架在未知地震激励下的结构识别和结构损伤诊断,验证了提出方法的有效性。

## 1 损伤识别的方法

多层剪切框架结构,在地震作用下其绝对运动方程可以表示为:

$$M\dot{\mathbf{x}}(t) + C\dot{\mathbf{x}}(t) + K\mathbf{x}(t) = C\{I\}\dot{\mathbf{x}}_g(t) + K\{I\}\mathbf{x}_g(t) \quad (1)$$

基金项目: 国家 863 专项课题(2007AA04Z420)

收稿日期: 2010-09-13 修改稿收到日期: 2011-03-22

第一作者 雷 鹰 男,博士,1966 年生

其中:  $x(t)$ 、 $\dot{x}(t)$  及  $\ddot{x}(t)$  分别表示结构的绝对位移、速度及加速度响应;  $M$ 、 $C$  和  $K$  分别表示质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵,  $\dot{x}_g(t)$ 、 $x_g(t)$  分别为地面运动的速度和位移,  $\{I\}$  为单位向量。

假设结构的阻尼为瑞利阻尼, 即:

$$C = \alpha M + \beta K \quad (2)$$

其中  $\alpha$ 、 $\beta$  为阻尼系数。方程 (1) 可以改写为:

$$M\dot{x}(t) + \alpha M\dot{x}(t) + \beta K\dot{x}(t) + Kx(t) = \alpha M\{I\}\dot{x}_g(t) + \beta K_g\dot{x}_g(t) + K_g x_g(t) \quad (3)$$

$$K_g = [K_1 \ \rho \ \rho \ \dots \ \rho]^T \quad (4)$$

由于仅通过直接用结构绝对加速度响应无法唯一同时识别结构动力参数  $k_1$  和未知地震作用力<sup>[8-9]</sup>, 故将方程 (3) 中包含  $k_1$  项右移。此时运动学方程可以改写为:

$$M\dot{x}(t) + \alpha M\dot{x}(t) + \beta K\dot{x}(t) + K'x(t) = \alpha M\{I\}\dot{x}_g + B^u f^u \quad (5)$$

其中  $K'$ 、 $C'$  不含  $k_1$ ,  $B^u = [1 \ \rho \ \dots \ \rho]^T$ :

$$f^u(t) = \beta k_1 \dot{x}_g(t) + k_1 x_g(t) - \beta k_1 \dot{x}_1(t) - k_1 x_1(t) \quad (6)$$

引入扩展状态向量:

$$X = [X_1^T \ X_2^T \ X_3^T \ X_4^T]^T \quad (7)$$

其中:

$$X_1 = x; \quad X_2 = \dot{x};$$

$$X_3 = [k_2 \ k_3 \ \dots \ k_m]^T; \quad X_4 = [\alpha \ \beta]^T$$

由上可知  $[X_1^T \ X_2^T]^T$  为结构的状态向量,  $X_3^T$  和  $X_4^T$  为未知的刚度参数及阻尼参数。因为结构为时不变系统, 刚度参数与阻尼参数不随时间变化, 则  $\dot{k}_i = 0$ ,  $\dot{\alpha} = 0$ ,  $\dot{\beta} = 0$ 。

考虑到方程 (5) 右端第一项作用较第一层未知外荷载要小许多, 可以忽略。这样关于结构扩展状态向量的方程可以写为:

$$\begin{Bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \dot{X}_3 \\ \dot{X}_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X_2 \\ M^{-1}(B^u f^u - C'X_2 - K'X_1) \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (8)$$

$C'$  表示阻尼矩阵,  $C' = \alpha M + \beta K'$ ;  $K'$  表示刚度矩阵。

方程 (8) 可以写成如下扩展状态向量的非线性方程:

$$\dot{X} = g(X, f^u, t) \quad (9)$$

通常结构上只安置了有限的加速度传感器, 因此离散形式的结构观测方程为:

$$Y[k] = D\dot{X}_2[k] + v[k] = D_r \{ -(C')_{x_4} X_2[k] - (K')_{x_3} X_1[k] \} + G^u f^u[k] + v[k] \quad (10)$$

其中  $D$  为传感器放置位置矩阵,  $D_r = DM^{-1}$ ,  $G^u =$

$DM^{-1}B^u$ 。  $Y[k]$  为在  $t = k \times \Delta t$  ( $\Delta t$  为采样时间步长) 时刻的观测向量,  $v[k]$  为测量噪声向量, 假定为均值为零, 协方差矩阵  $E[v_i v_j^T] = R_i \delta_{ij}$  的高斯白噪声,  $\delta_{ij}$  为 Kronecker 算子。

离散的观测向量可用以下非线性方程表示:

$$Y[k] = h(X[k], t[k]) + G^u f^u[k] + v[k] \quad (11)$$

根据扩展的卡尔曼预测估计, 有状态预测:

$$\hat{X}[k+1|k] = \hat{X}[k|k-1] + \int_{t[k]}^{t[k+1]} g(X, f^u, t) dt \quad (12)$$

而状态估计为:

$$\hat{X}[k+1|k] = \hat{X}[k+1|k] + K[k] \{ Y_r[k] - h(\hat{X}[k|k-1], \hat{f}^u[k], t[k]) - G^u f^u[k] \} \quad (13)$$

其中  $K$  为最优增益矩阵<sup>[10]</sup>。

有了  $k+1$  时刻扩展状态向量的估计值, 可由  $k+1$  时刻观测方程 (11), 利用最小二乘, 对  $k+1$  时刻的未知激励  $f^u[k+1]$  进行如下估计:

$$\hat{f}^u[k+1] = ((G^u)^T G^u)^{-1} (G^u)^T \{ Y[k+1] - h(\hat{X}[k+1|k], t[k+1]) \} \quad (14)$$

这样就实现了分别对扩展状态向量  $X$  和未知力  $f^u$  进行识别。

对观测的结构绝对加速度响应通过 FFT 变换, 进行频域分析。采用峰值拾取法可以很好估计识别结构若干固有频率。利用结构频率特征方程:

$$|K - \omega^2 M| = 0 \quad (15)$$

可以基于行列式余子式, 在已知  $k_2, \dots, k_m$  的情况下, 计算得到  $k_1$ 。

在识别框架结构参数的基础上, 利用估计得到的  $f^u$  离散值, 可以基于一阶微分方程 (6), 采用 Newmark 法求解未知的地震加速度  $\ddot{x}_g(t)$ 。

## 2 数值算例

采用 4 层剪切框架 (如图 1) 来证明提出方法的可行性。框架结构各楼层的质量分别为:  $m_1 = 60$  kg,  $m_2 = 50$  kg,  $m_3 = 40$  kg,  $m_4 = 30$  kg。各楼层的真实刚度为  $k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = 120$  kN/m, 瑞利阻尼系数为  $\alpha = 0.8414$ ,  $\beta = 8.5000 \times 10^{-4}$ 。数值模拟中初始位移与速度取为零; 刚度和初始瑞利阻尼系数均取与相应真实值有 25% 的偏差, 关于刚度误差协方差为  $1.0 \times 10^{12}$ , 关于瑞利阻尼系数误差协方差分别为  $1.0 \times 10^{-2}$  和  $1.0 \times 10^{-5}$ 。框架结构受到未观测的地震激励。在数值模拟中采用 PGA = 2.0 g 的 El-Centro 波作为底部加速度激励。仅对框架结构的第 1、3、4 层的绝对加速度响应进行观测。

基于本文方法, 先从关于框架结构的绝对运动方

程(3)出发,对框架第2~4层的结构参数、结构状态向量,以及作用的外部激励 $f^u(t)$ 进行识别。图2~图3分别是识别的框架第1层绝对位移和速度与实际位移和速度的比较,图中实线为识别结果,而点线是实际响应。可以看出,提出的方法能很好识别用于方程(6)中 $f^u(t)$ 表述式的结

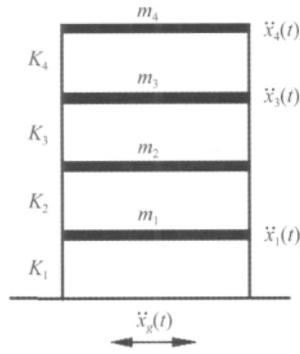


图1 四层剪切框架  
Fig.1 A four-story shear building under earthquake excitation

构响应状态向量。然后通过对观测的第1、3、4层的绝对加速度响应进行快速傅里叶变换(FFT),将这些时域信号变换到频域中进行分析。利用峰值拾取法(peak-picking),可以对结构固有频率进行估计。本文算例中,基频峰值较显著,图4是第3层绝对加速度响应经FFT后的第1阶频率附近的频谱图。利用峰值拾取法,可以估计基频。通过对第1、3、4层的绝对加速度响应的FFT采用峰值拾取法,并对所得基频估计值进行平均,确定结构基频 $f_1$ 。最后根据方程(15),在已识别 $k_2, k_3, k_4$ 基础上,计算底层刚度 $k_1$ 。识别的刚度结果与真实值的比较见表1。可看出该方法能很好识别出结构的刚度参数。

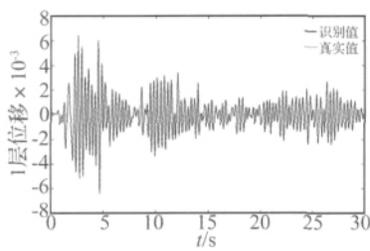


图2 第1层绝对位移响应的比较  
Fig.2 The comparisons of absolute displacement responses

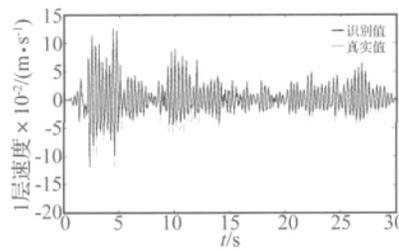


图3 第1层绝对速度响应的比较  
Fig.3 The comparisons of absolute velocity responses

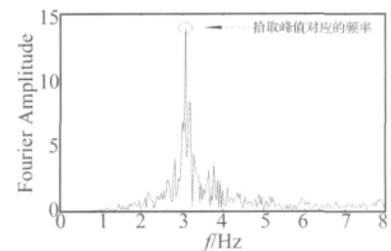


图4 第三层绝对加速度响应经FFT获得第一阶频率  
Fig.4 The 1st frequency amplitude by FFT from the 3rd story absolute acceleration response

表1 四层框架刚度识别  
Tab.1 Identified story stiffness of the building

楼层编号	楼层刚度 $k_i / (\text{kN} \cdot \text{m}^{-1})$		
	真实值	识别值	误差/%
1	120	121.3	1.08
2	120	120.32	-0.27
3	120	119.79	0.17
4	120	120.06	-0.05

根据一阶微分方程(6),采用Newmark法可离散求解未知的地震加速度 $\ddot{x}_g(t)$ ,识别得到的结果与实际的地震作用的比较结果如图5所示。图中实线为识别地震激励,黑点为真实地震激励,由图可以看出,黑点和实线基本重合,证明本方法能准确识别出未知的地震激励作用。

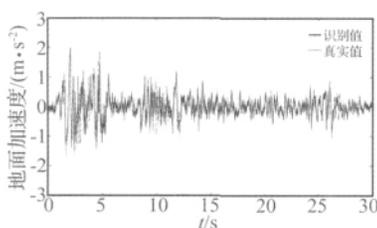


图5 地震激励对比图  
Fig.5 The comparisons of earthquake excitation

考虑结构在第三层发生损伤,损伤后刚度 $k_3 = 110 \text{ kN/m}$ 。基于损伤结构在未知地震加速度作用下的绝对加速度响应观测,可以对损伤后的结构参数进行识别。在损伤识别中考虑的结构参数初始值跟未损伤一致,其识别结果与损伤结构后真实刚度对比见表2。提出的方法能很好识别结构损伤后的结构参数。

表2 四层框架刚度损伤识别  
Tab.2 Identified story stiffness of the damaged building

楼层编号	楼层刚度 $k_i / (\text{kN} \cdot \text{m}^{-1})$		
	真实值	识别值	误差/%
1	120	121.56	1.3
2	120	119.45	-0.46
3	110	109.5	0.45
4	120	121.44	-1.2

综上所述,本文所提出的方法能够识别出结构的刚度等动力参数,并具有良好的精度。同时识别出的未知激励也有很好的精确度。通过结构局部损伤前后刚度的退化,可以较准确对损伤的位置和损伤的程度进行诊断。

### 3 结论

本文提出一种在仅部分观测结构绝对加速度响应

情况下,进行多层剪切框架结构诊断的新方法。数值算例表明,该方法能很好识别出结构参数和地震输入,通过结构刚度参数的变化,可以对地震作用下结构局部损伤进行诊断。与其他方法相比,提出的新方法仅需部分观测结构绝对加速度响应,且计算简易,更适合工程中框架结构的损伤诊断。

能否将本文提出的方法推广到高层框架结构,以及其他复杂类型结构值得进一步研究。

#### 参考文献

- [1] Wu Z S, Xu B, Harada T. Review on structural health monitoring for infrastructures [J]. *Journal of Applied Mechanics*, JSCE, 2003, 6: 1043 - 1054.
- [2] 李国强,李杰. 工程结构动力检测理论与应用[M]. 北京: 科学出版社, 2002.
- [3] Lei Y, Liu L J, Ni P H, Distributed detection of local damage in large-size structures under earthquake excitation [R]. *Proceedings of the 14th World Conference on Earthquake Engineering*, in CD - ROM, 14 - 0018. Beijing, China, 2008.
- [4] Yang J N, Huang H W. An adaptive extended Kalman filter for structural damage identifications II: unknown input [J]. *Structural Control and Health Monitoring*, 2007, 14: 497 - 521.
- [5] Kathuda H, Martinez R, Hladar A. Health assessment at local level with unknown input excitation [J]. *Structural Engineering*, 2005, 131 (6): 956 - 965.
- [6] 陈健云,王建有. 部分输入未知条件下结构参数识别法研究[J]. *计算力学学报*, 2005, 22(2), 149 - 154.
- [7] Ling X L, Haldar A. Element level system identification with unknown input with Rayleigh damping [J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2004, 130(8): 877 - 885.
- [8] Zhao X, Xu Y L, Li J, et al. Hybrid identification method for shear buildings with unknown seismic input: theory [J]. *Sound and Vibration Control*, 2006, 291, 215 - 239.
- [9] Zhao X, Xu Y L, Li J, et al. Hybrid identification method for shear buildings with unknown seismic input: Experimental investigation [J]. *Engineering Structures*, 2005, (27): 1234 - 1247.
- [10] Lei Y, Lei J Y, Song Y. Element level structural damage detection with limited observations and with unknown inputs [R]. *Proceedings of SPIE's Conference on Health Monitoring of Structural and Biological Systems*, San Diego, CA, USA, 2007, 6532, 65321X1 - X9.

#### (上接第67页)

上述结论对于螺旋传动式驱动器的设计以及实际工程应用中消除和控制爬行现象的发生具有一定的指导意义。

#### 参考文献

- [1] 陈绍澧,袁汉昌,丁雪加,译. 固体的摩擦与润滑[M]. 北京: 机械工业出版社, 1982, 119 - 159.
- [2] Stolarski T A. Analysis of the resistance to motion in a sliding contact [J]. *Wear*, 1994, 171: 203 - 209.
- [3] Mokhtar M O A, Younes Y K, EL Mahdy T H, et al. A theoretical and experimental study on the dynamics of sliding bodies with dry conformal contacts [J]. *Wear*, 1998, 218: 172 - 178.
- [4] Capone G, D'Agostino V, Valle S D, et al. Influence of the variation between static and kinetic friction on stick-slip instability [J]. *Wear*, 1993, 161: 121 - 126.
- [5] 谢素琴. 机床爬行问题的探讨[J]. *长春光学精密机械学院学报*, 1993, 16(2): 81 - 84.
- [6] 郭桂梅,梁艳书. 机床导轨爬行现象的产生机理研究[J]. *机床与液压*, 2008, 36(3): 21 - 22.
- [7] 康东. 微位移机构中的“机械爬行”[J]. *四川工业学院学报*, 2001, 4: 19 - 21.
- [8] 卢泽生,曹海东. 爬行物理模型的建立与仿真分析[J]. *机械工程学报*, 2004, 40(11): 107 - 112.
- [9] 苏丹. 爬行机理的研究及计算机仿真[D]. 兰州: 兰州理工大学, 2007.
- [10] 黄进,叶尚辉,陈其昌. 含摩擦环节的伺服系统的低速爬行研究[J]. *机械设计*, 1998, 15(10): 39 - 41.
- [11] 谷口修,等. 振动工程大全(下册)(第一版)[M]. 北京: 机械工业出版社, 1986: 734 - 747.
- [12] 杨橹,唐恒岭,廖伯瑜. 机床动力学(I)[M]. 北京: 机械工业出版社, 1983: 261 - 317.
- [13] 郑伟中. 机床的振动及其防治[M]. 北京: 科学出版社, 1981: 152 - 166.
- [14] 郑林庆. 摩擦学原理(第一版)[M]. 北京: 高等教育出版社, 1994: 1 - 5.