

# PSO 粒子群优化算法的混沌时间序列优化

张浩  
(厦门大学管理学院电子商务专业08级 福建厦门 361004)

摘要:经典的PSO算法以只考虑了解应当完全朝着最优的方向前进,而忽视了以前走过的路径以及搜索结果,因此,考虑使用混沌时间序列的方法,记录每个搜索节点每n步的记录,推测出最佳的第n+1步记录,然后再重新回到经典改良算法的循环。就好比鸟在觅食的时候每只鸟不是一味的只顾着搜寻食物,而是适时的停歇下来回顾自己的觅食路径反思经验。另外,给出一个改良的评价函数来指导自适应搜索。

关键词:PSO算法 混沌时间序列 评价函数  
中图分类号:O174 文献标识码:A

文章编号:1674-098X(2011)09(b)-0023-01

## 1 粒子群算法

粒子位置向量表示为

$\vec{X}_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{id})$ ; 粒子速度向量表示为:  $\vec{V}_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{id})$ ; 粒子个体历史最优位置记为  $\vec{P}_i = (p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{id})$  群体历史最优位置(记为  $\vec{P}_g = (p_{g1}, p_{g2}, \dots, p_{gd})$ ) 粒子根据如下的公式来更新自己的速度和新的位置

$$v[j] = v[j] + c1 * \text{rand}() * (\text{pbest}[j] - \text{present}[j]) + c2 * \text{rand}() * (\text{gbest}[j] - \text{present}[j])$$

其中  $v[j]$  是粒子的速度,  $\text{present}[j]$  是当前粒子的位置,  $\text{pbest}[j]$  和  $\text{gbest}[j]$  如前定义  $\text{rand}()$  是介于 (0, 1) 之间的随机数,  $c1, c2$  是学习因子, 通常  $c1=c2=2$ . 在每一维粒子的速度都会被限制在一个最大速度  $V_{\max}$ , 如果某一维更新后的速度超过用户设定的  $V_{\max}$ , 那么这一维的速度就被限定为  $V_{\max}$

## 2 混沌时间序列估计对粒子位置的扰动

### 2.1 PSO算法的一些缺点

首先,通过实验发现,PSO算法的在实际应用中,运行效果与它所采用的参数设置有较大的关系,这些参数如何取值仍然是一个待解决的问题。此外,在实验中发现,当PSO算法在接近或进入最优区域时,它的收敛速度相对比较缓慢。为了解决这个问题,引入混沌时间序列估计对粒子位置作出适当的扰动,从而弱化初始参数导致的误差同时加快最优附近收敛速度。

### 2.2 混沌时间序列预测方法

根据Takens定理,时间序列可以看作是动态的系统在一个一维空间的映射。该系统的真实机理未知,却可通过相空间重构得到与之等价的系统。故混沌时间序列的预测算法通常是以重构相空间理论为基础,它是给定相空间中的一串迭代序列,如何构造一个非线性映射来表示这一动力系统,这样的非线性映射就作为预测模型。在本文的应用背景下,用混沌时间序列预测的方法来对PSO算法中的例子位置作扰动。

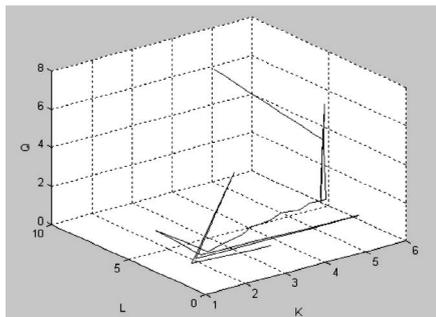


图1 绘制结果曲面

### 2.3 混沌时间序列的象空间和关联维数

设采样的时间间隔为  $t$ , 嵌入相空间维数为  $m$ , 则形成时间漂移序列;

$$\begin{cases} Z_1(z_1, z_{1+t}, \dots, z_{1+(m-1)t}) \\ Z_2(z_{1+t}, z_{1+2t}, \dots, z_{1+mt}) \\ \dots \\ Z_N(z_{1+Nt}, z_{1+(N+1)t}, \dots, z_{1+(m+N)t}) \end{cases} \quad \text{计算向量}$$

$Z_i - Z_j$  的欧拉距离  $d_i = \|Z_i - Z_j\|$ , 由于  $N$  个点, 共有  $N^2$  个点, 定义评价指标  $r$  的平均距离为  $C(r) = \frac{1}{N^2} \sum_j \sum_i d(r - \|Z_i - Z_j\|)$  其中

$$d(x) = \begin{cases} 1 & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases} \quad \text{如果吸引子存在, 那么有 } C(r) \sim r^D, \text{ 即 } \ln C(r) \sim D \ln r$$

于是, 有最佳的吸引子分为数  $D$ ,  $D = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\ln C(r)}{\ln r}$ . 而我们出于对后面算法的实际情况考虑, 在此取时间间隔  $t=1$ , 而嵌入维数由于受算法迭代数的约束同时也要保证有不太小的  $N$ , 满足关系式  $N > m+1$ .

由实验发现当  $k$  取 10 时,  $m=3, N=6$ .

### 2.4 一阶加权模型的改进构造

加权一阶局域就是将相空间轨迹的最后一点作为中心点, 把离中心点最近的若干轨迹点作为相关点, 找出并根据“历史上情况最相似的情况”估计轨迹下一点的走向, 最后从预测出的轨迹点的坐标中分离出预测值。

$$P_i = \frac{e^{-\partial(d_i - d_0)}}{\sum_{j=1}^N e^{-\partial(d_j - d_0)}} \quad \text{其中}$$

$d_0 = \min\{d_i\}$ ,  $\partial$  为参数, 常常取 1.

下面对  $N=6$  的情况有一阶拟合函数如

$$\begin{pmatrix} Z_2 \\ Z_3 \\ Z_4 \\ Z_5 \\ Z_6 \\ Z_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} eZ_1 \\ eZ_2 \\ eZ_3 \\ eZ_4 \\ eZ_5 \\ eZ_6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \quad e = (1, 1, \dots, 1)^T \quad m \text{ 维向量}$$

量,  $a, b$  需要估计。由最小二乘法

$$\sum_{i=1}^q P_i [Z_{i+1} - a - bZ_i]^2 = \min$$

$a, b$  求偏导, 令其为 0, 得到:

$$\begin{cases} a \sum_{i=1}^q P_i Z_i + b \sum_{i=1}^q P_i Z_i^2 = \sum_{i=1}^q P_i Z_i Z_{i+1} \\ a + b \sum_{i=1}^q P_i Z_i = \sum_{i=1}^q P_i Z_{i+1} \end{cases}$$

于是, 可以用以往的数据, 推算出最为拟合的新的数据, 从而可以将该数据作为新一轮循环的初始值。实际中处于对算法时间复杂度的考虑, 可以借助专家系统或者构造经验表来判别  $a, b$  的取值。

### 2.5 算法的思想

在执行 PSO 经典算法的循环过程中, 对于每个粒子 for  $i=0; i \leq m; i++$  每隔  $k$  步记录  $X_{ij}^s = (x_{i1}^s, x_{i2}^s, \dots, x_{id}^s)$  for  $j=k-s; (k-s)-k$  的所有值 ( $j$  表示算法进行的时间指针)。对每个记录的向量的各个维度 for  $s=1; s \leq d; s++$  进行混沌时间序列预测, 即代入 (2.2) 式, 从而得出第  $k+1$  个新的值, 从而得到新的向量  $X_{ij}^{s+1}$ , 清空记录矩阵。将  $X_{ij}^s$  作为新的搜索点继续原来的经典算法。

### 2.6 算法时间复杂度的增加记

$$\begin{cases} Z_1(z_1, z_{1+t}, \dots, z_{1+(m-1)t}) \\ Z_2(z_{1+t}, z_{1+2t}, \dots, z_{1+mt}) \\ \dots \\ Z_N(z_{1+Nt}, z_{1+(N+1)t}, \dots, z_{1+(m+N)t}) \end{cases}$$

为  $Z$

则在一次矩阵乘法中复杂度为

$$O_B \left( \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^N g(\max(z_{ij}, (z_{i+1,j}))) \right)$$

$$= O_B(n^3 g(p \log_2 n))$$

在一次加法中

$$O_B \left( \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^N \max(\sum_{h=1}^k z_{ij} z_{i+1,j}, (z_{ij} z_{i+1,j})) \right)$$

$$= O_B(pn^3 \log_2 n)$$

一次运算增加的复杂度大约是  $O(n^3)$

### 2.7 仿真实验结果及讨论用 matlab 随机生成矩阵进行仿真模拟。以此仿真算法矩阵规模以及算法间隔次数对时间复杂度的影响。绘制结果曲面

实验上看  $k$  取 10 时,  $m=3, N=6$ . 效果最好。

### 参考文献

[1] 王云鹏. 线性时间选择算法时间复杂度深入研究. 软件开发与设计.