第 32 卷第 1 期
2012 年 1 月

系统工程理论与实践
Systems Engineering — Theory & Practice

Vol.32, No.1
Jan., 2012

文章编号: 1000-6788(2012)01-0076-07　　中图分类号: F224.0　　文献标志码: A

空间滞后模型的稳健检验

张进峰[1], 方　颖[2,3,4]

(1. 山东大学 经济研究院, 济南 250100; 2. 厦门大学 王亚南经济研究院, 厦门 361005;
3. 教育部计量经济学重点实验室 (厦门大学), 厦门 361005; 4. 福建省统计科学重点实验室, 厦门 361005)

摘　要　针对现有空间滞后模型检验存在的问题, 首先用矩估计方法得到空间误差参数的一致估计量, 然后以局部稳健检验方法为理论基础, 构造稳健检验统计量. 该方法既成功回避了采用极大似然估计法构造检验统计量时遇到的繁琐计算问题, 又有效解决了现有局部稳健检验方法适用范围受限的缺陷. 同时, 相对于直接采用矩估计法构造检验统计量的方法, 该方法也有明显优势. 蒙特卡罗模拟的结果支持上述论断.

关键词　空间滞后模型; 极大似然估计; 矩估计; 稳健检验

Robust test for spatial lag model

ZHANG Jin-feng[1], FANG Ying[2,3,4]

(1. The Center for Economic Research, Shandong University, Jinan 250100, China;
2. The Wang Yanan Institute for Studies in Economics, Xiamen University, Xiamen 361005, China;
3. The Ministry of Education Key Laboratory of Econometrics at Xiamen University, Xiamen 361005, China;
4. The Fujian Provincial Key Laboratory of Statistical Sciences, Xiamen 361005, China)

Abstract　Taking advantage of a GMM estimation of spatial error coefficients, a modified Bera and Yoon robust test for spatial dependence between spatial lag variables is proposed. This method not only avoids the heavy computation of the maximum likelihood estimation but also overcomes the limits of Bera and Yoon when the spatial correlation in errors is large. Moreover, the method is superior to spatial dependence tests fully based on GMM estimations. The Monte Carlo simulations verify these theoretical results.

Keywords　spatial lag model; maximum likelihood method; moment method; robust test

1 引言

Paelinck 和 Klaassen[1] 将空间计量经济学定义为研究如何在截面数据和面板数据回归模型中处理空间异质性和空间相关性的学科. 空间异质性主要表现为函数形式及参数随个体变化而变化, 通常可通过传统的计量经济学方法解决; 空间相关性则主要表现为误差项之间存在截面相关以及因变量存在溢出效应. 常用的空间计量模型有空间误差模型, 空间滞后模型和空间联合模型. 不同于时间序列数据的单向相关性, 截面数据的相关通常是双向的, 因此传统的时间序列分析技术无法直接应用到空间计量模型. 20 世纪 80 年代以来, 空间计量经济学理论得到快速发展, 空间计量模型也被广泛应用到经济学的各个领域, 如经济增长理论, 区域经济学, 国际经济学, 劳动经济学, 城市和房地产经济学, 农业和环境经济学等.

空间计量模型的设定检验最早可追溯到 Moran[2], 他提出的 Moran's I 检验简单易行且可以用来检验是否存在空间相关性. 但该检验没有相应的备择假设, 即使拒绝了不存在空间相关的原假设, 仍然无法确定该选择哪种模型. Anselin[3] 建议采用一种基于拉格朗日乘子的检验, 该检验有明确的备择假设且可以用来检测空间滞后效应. 但是由于没有考虑可能存在的空间误差效应, 这种检验方法只适用于不存在空间误差效应的模型. 为克服上述检验的局限, Anselin[4] 认为可以事先假定存在空间滞后效应并在原假设下估计空间滞后参

收稿日期: 2010-09-25
资助项目: 国家自然科学基金 (70971113); 厦门大学中央高校基本科研业务费专项基金 (2010221092); 第五十批中国博士后科学基金 (2011M500115); 山东大学自主创新基金
作者简介: 张进峰 (1980–), 讲师, 研究方向: 计量经济学, E-mail: zjf0123@gmail.com; 方颖 (1973–), 副教授, 研究方向: 计量经济学, E-mail: yifst1@gmail.com.

数, 为此他推导出一种考虑空间误差效应的检验. 不过该检验需要用极大似然估计法来估计空间误差模型的参数, 当样本量较大时, 会有非常大的计算量 (见 Anselin 和 Hudak[5]). Anselin 等 [6] 通过允许空间误差效应的参数在零附近的局部范围内变化, 巧妙地避免了对空间误差模型的估计. 该检验方法的不足是它只适用于空间误差参数不大的情况, 一旦存在显著的空间误差效应, 这种方法将不再有效. 张进峰和方颖 [7] 对文献 [6] 中的检验统计量进行了修正, 有效提高了检验的效果, 不过他们仅推导了空间误差模型的稳健检验统计量, 对空间滞后模型的稳健检验尚未考虑. 不同于文献 [4], Saavedra[8] 首先采用 Kelejian 和 Prucha[9] 提出的矩估计方法估计出空间误差效应的参数, 然后, 应用 Newey 和 West[10] 的理论构造检验统计量. 这种检验方法依赖于空间误差参数的矩估计量, 在小样本情况下, 检验的结果会受到一定的影响.

该文针对现有空间滞后模型检验存在的问题, 构建稳健检验统计量. 该检验只需空间误差参数的一致估计量, 可回避采用文献 [4] 检验方法时遇到的繁琐计算问题, 同时, 这种检验方法可有效解决文献 [6] 检验方法适用范围受限的缺陷, 相对于采用广义矩估计法的检验, 该方法也有明显的优势.

2 稳健检验方法

考虑如下空间联合模型:

$$y = \rho W_1 y + X\beta + \varepsilon \tag{1}$$

$$\varepsilon = \lambda W_2 \varepsilon + u \tag{2}$$

其中, $u \sim N(0, \sigma^2 I_N)$, y 是因变量, X 为 $N \times k$ 自变量, $W_1 y$ 为空间滞后效应, $W_2\varepsilon$ 为空间误差效应, ρ 和 λ 分别为空间滞后参数和空间误差参数, β 为自变量参数, W_1 和 W_2 为外生空间权重矩阵.

为便于表述, 定义 $A = I_N - \rho W_1$, $B = I_N - \lambda W_2$, $G_B = W_2 B^{-1}$, $C_1 = BW_1B^{-1}$. 根据文献 [4], 上述空间联合模型的对数极大似然函数可表述为:

$$\ln L = -\frac{N}{2}\ln 2\pi - \frac{N}{2}\ln\sigma^2 + \ln|A| + \ln|B| - \frac{1}{2\sigma^2}u'u \tag{3}$$

其中, $|A|$ 和 $|B|$ 为雅克比行列式.

为检验上述模型中是否存在空间滞后效应, 将原假设定义为 $H_\rho^0: \rho = 0$, 相应的备择假设为 $H_\rho^a: \rho \neq 0$. 定义 $\theta = (\beta', \sigma^2, \lambda, \rho)'$, $\eta = (\beta', \sigma^2)'$. 在原假设下, (3) 式中参数的一阶导数向量和信息矩阵可分别表述为:

$$d(\theta) = \frac{\partial \ln L(\theta)}{\partial \theta} = \begin{bmatrix} d_\beta \\ d_{\sigma^2} \\ d_\lambda \\ d_\rho \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma^2}(BX)'u \\ -\frac{N}{2\sigma^2} + \frac{u'u}{2\sigma^4} \\ -\mathrm{tr}(G_B) + \frac{1}{\sigma^2}u'G_B u \\ \frac{1}{\sigma^2}u'BW_1 y \end{bmatrix} \tag{4}$$

$$\begin{aligned} J(\theta) = -E\left[\frac{1}{N}\frac{\partial^2 \ln L(\theta)}{\partial\theta\partial\theta'}\right] &= \begin{bmatrix} J_\beta & J_{\beta\sigma^2} & J_{\beta\lambda} & J_{\beta\rho} \\ J_{\sigma^2\beta} & J_{\sigma^2} & J_{\sigma^2\lambda} & J_{\sigma^2\rho} \\ J_{\lambda\beta} & J_{\lambda\sigma^2} & J_\lambda & J_{\lambda\rho} \\ J_{\rho\beta} & J_{\rho\sigma^2} & J_{\rho\lambda} & J_\rho \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{N\sigma^2}\begin{bmatrix} (BX)'BX & 0_{k\times1} & 0_{k\times1} & (BX)'BW_1X\beta \\ 0_{1\times k} & \frac{N}{2\sigma^2} & \mathrm{tr}\,(G_B) & 0_{1\times1} \\ 0_{1\times k} & \mathrm{tr}\,(G_B) & \sigma^2 T_{BB} & \sigma^2 T_{BC_1} \\ (BW_1X\beta)'\,BX & 0_{1\times1} & \sigma^2 T_{C_1B} & \sigma^2 T_{C_1C_1} + (BW_1X\beta)'\,(BW_1X\beta) \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{5}$$

其中, $\mathrm{tr}(G_B)$ 表示 G_B 的迹, G_B' 表示 G_B 的转置, $T_{BB} = \mathrm{tr}\,[(G_B' + G_B)G_B]$, $T_{C_1C_1} = \mathrm{tr}\,[(C_1' + C_1)C_1]$, $T_{BC_1} = T_{C_1B} = \mathrm{tr}\,[(G_B' + G_B)C_1]$.

公式 (4) 表明: ρ 的一阶导数 $\frac{1}{\sigma^2}u'BW_1y$ 依赖于空间误差参数 λ 的估计. 在公式 (5) 中, T_{BC_1} 的存在意味着空间滞后效应和空间误差效应之间存在相关性. 因此, 在检验空间滞后效应时, 必须考虑空间误差效应的存在对检验结果的影响.

为构造稳健检验统计量, 定义 $H_\lambda^0: \lambda = \lambda_0$ 和 $H_\lambda^a: \lambda = \lambda_0 + \delta/\sqrt{N}$, 其中 λ_0 为已知常数, δ 为常数. Davidson 和 MacKinnon[11] 表明, 如果在真实的数据生成过程中, λ 满足 H_λ^a 却错误地被假定满足 H_λ^0, 在原假设 $H_\rho^0: \rho = 0$ 下, 得到的检验统计量将服从非中心 χ^2 分布. Bera 和 Yoon[12] 以文献 [11] 的研究为基础,

构建了稳健检验统计量, 具体可表示为:

$$\begin{aligned} LM_\rho^R = \frac{1}{N}&\left[d_\rho(\tilde\theta) - J_{\rho\lambda\cdot\eta}(\tilde\theta)J^{-1}_{\lambda\cdot\eta}(\tilde\theta)d_\lambda(\tilde\theta)\right]' \\ &\times\left[J_{\rho\cdot\eta}(\tilde\theta) - J_{\rho\lambda\cdot\eta}(\tilde\theta)J^{-1}_{\lambda\cdot\eta}(\tilde\theta)J_{\lambda\rho\cdot\eta}(\tilde\theta)\right]^{-1} \\ &\times\left[d_\rho(\tilde\theta) - J_{\rho\lambda\cdot\eta}(\tilde\theta)J^{-1}_{\lambda\cdot\eta}(\tilde\theta)d_\lambda(\tilde\theta)\right] \end{aligned} \tag{6}$$

其中, $\tilde\theta = (\tilde\beta', \tilde\sigma^2, \lambda_0, 0)'$ 为在 $\lambda=\lambda_0$ 和 $\rho=0$ 时的极大似然估计值, $J_{\rho\lambda\cdot\eta} = J_{\rho\lambda} - J_{\rho\eta}J_\eta^{-1}J_{\eta\lambda}$, $J_{\rho\cdot\eta} = J_\rho - J_{\rho\eta}J_\eta^{-1}J_{\eta\rho}$, $J_{\lambda\cdot\eta} = J_\lambda - J_{\lambda\eta}J_\eta^{-1}J_{\eta\lambda}$. d_ρ, d_λ 及 $J_\lambda, J_\rho, J_{\rho\lambda}$ 等符号见公式 (4) 和公式 (5).

在原假设 $H_\rho^0: \rho = 0$ 下, LM_ρ^R 渐进服从自由度为 1 的中心 χ^2 分布.

公式 (6) 中 $d_\rho(\tilde\theta) - J_{\rho\lambda\cdot\eta}(\tilde\theta)J^{-1}_{\lambda\cdot\eta}(\tilde\theta)d_\lambda(\tilde\theta)$ 可看做是对 $d_\rho(\theta)$ 进行的调整, 消除了 $d_\lambda(\tilde\theta)$ 中和 $d_\rho(\tilde\theta)$ 相关的部分, 从而使得检验统计量服从中心 χ^2 分布. 应该指出, 这里的"稳健"是以牺牲一定的 Power 为代价的. 如果 $J_{\rho\lambda\cdot\eta}\neq 0$, 当 $\lambda = 0$ 时, 不估计 λ 的 LM 检验为最优检验, 公式 (6) 因为考虑了 λ 在局部范围内的存在而损失了部分 Power. 但当 $\lambda \neq 0$ 时, 不估计 λ 的 LM 检验存在偏误而公式 (6) 仍然有效. 不过, 注意到公式 (6) 依赖于已知常数 λ_0. 在空间计量模型中, 根据对 λ_0 的不同设定, 上式可简化为不同形式. 例如, 如果以 λ 的极大似然估计值作为 λ_0, $d_\lambda(\tilde\theta)=0$, 公式 (6) 将简化为文献 [4] 提出的检验. 如果直接以 0 作为 λ_0, 公式 (6) 将简化为文献 [6] 提出的检验.

考虑到极大似然估计法的繁琐计算问题及文献 [6] 检验中 λ_0 固定的局限, 一个可行的方案是首先采用文献 [9] 提出的矩估计方法得到空间误差参数 λ 的一致估计量 $\tilde\lambda$, 以 $\tilde\lambda$ 作为 λ_0, 然后依据公式 (6) 构建检验统计量. 要得到 λ 的一致估计量, 必须事先知道 ε 的预测值 $\tilde\varepsilon$, 在原假设 $H_\rho^0: \rho=0$ 下, 普通最小二乘法的残差是合适的选择. 定义 $\tilde{\bar\varepsilon} = W_2\tilde\varepsilon$, $\tilde{\bar{\bar\varepsilon}} = W_2\tilde{\bar\varepsilon} = W_2W_2\tilde\varepsilon$, 根据文献 [9] 的理论, $\tilde\lambda$ 和 $\tilde\sigma^2$ 为如下问题的解:

$$\operatorname{argmin}\left\{\left[\Psi_N'(\lambda,\lambda^2,\sigma^2) - \psi_N\right]'\left[\Psi_N'(\lambda,\lambda^2,\sigma^2)-\psi_N\right]\right\},$$

其中,

$$\Psi_N = \begin{bmatrix} \frac{2}{N}\tilde\varepsilon'\tilde{\bar\varepsilon} & -\frac{1}{N}\tilde{\bar\varepsilon}'\tilde{\bar\varepsilon} & 1 \\ \frac{2}{N}\tilde{\bar{\bar\varepsilon}}'\tilde{\bar\varepsilon} & -\frac{1}{N}\tilde{\bar{\bar\varepsilon}}'\tilde{\bar{\bar\varepsilon}} & \frac{1}{N}\mathrm{tr}(W_2'W_2) \\ \frac{1}{N}\left(\tilde\varepsilon'\tilde{\bar{\bar\varepsilon}} + \tilde{\bar\varepsilon}'\tilde{\bar\varepsilon}\right) & -\frac{1}{N}\tilde{\bar\varepsilon}'\tilde{\bar{\bar\varepsilon}} & 0 \end{bmatrix} \quad \psi_N = \begin{bmatrix} \frac{1}{N}\tilde\varepsilon'\tilde\varepsilon \\ \frac{1}{N}\tilde{\bar\varepsilon}'\tilde{\bar\varepsilon} \\ \frac{1}{N}\tilde\varepsilon'\tilde{\bar\varepsilon} \end{bmatrix}$$

由公式 (4)–(5) 可得:

$$d_\rho = \frac{1}{\sigma^2}uBW_1y,$$

$$d_\lambda = \frac{1}{\sigma^2}uG_Bu - \mathrm{tr}(G_B),$$

$$J_{\rho\lambda\cdot\eta} = J_{\rho\lambda} - \frac{1}{N\sigma^2}\left\{\left[(BW_1X\beta)'(BX)\ 0\right]\begin{bmatrix}(BX)'(BX) & 0\\ 0 & \frac{N}{2\sigma^2}\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}0\\ \mathrm{tr}(G_B)\end{bmatrix}\right\} = \frac{1}{N}T_{BC_1},$$

$$\begin{aligned} J_{\rho\cdot\eta} &= J_\rho - \frac{1}{N\sigma^2}\left\{\left[(BW_1X\beta)'(BX)\ 0\right]\begin{bmatrix}(BX)'(BX) & 0\\ 0 & \frac{N}{2\sigma^2}\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}(BX)'(BW_1X\beta)\\ 0\end{bmatrix}\right\} \\ &= \frac{1}{N}\left[T_{C_1C_1} + \frac{1}{\sigma^2}(BW_1X\beta)'M_{BX}(BW_1X\beta)\right], \end{aligned}$$

$$J_{\lambda\cdot\eta} = J_\lambda - \frac{1}{N\sigma^2}\left\{\left[0\ \mathrm{tr}(G_B)\right]\begin{bmatrix}(BX)'(BX) & 0\\ 0 & \frac{N}{2\sigma^2}\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}0\\ \mathrm{tr}(G_B)\end{bmatrix}\right\} = \frac{1}{N^2}\left[NT_{BB} - 2\mathrm{tr}^2(G_B)\right],$$

其中, $M_{BX} = I - (BX)\left[(BX)'(BX)\right]^{-1}(BX)'$.

因此, 在 λ_0 已知的情况下, 空间滞后模型的稳健检验统计量可表示为:

$$RS_\rho^R = \frac{\left\{\tilde u'BW_1y/\tilde\sigma^2 - \tilde T_{BC_1}(N\tilde J_{\lambda\cdot\eta})^{-1}\left[\tilde u'G_B\tilde u/\tilde\sigma^2 - \mathrm{tr}(G_B)\right]\right\}^2}{N\tilde J_{\rho\cdot\eta} - \tilde T^2_{BC_1}(N\tilde J_{\lambda\cdot\eta})^{-1}} \tag{7}$$

其中, $\tilde u = (I-\lambda_0W_2)(y - X\tilde\beta)$, $\tilde\beta$ 为采用极大似然法得到的估计量, $\tilde T_{BC_1} = \mathrm{tr}\left\{\left[G_B'(\lambda_0) + G_B(\lambda_0)\right]C_1(\lambda_0)\right\}$, $\tilde J_{\rho\cdot\eta} = \frac{1}{N}\left\{T_{C_1C_1}(\lambda_0) + \frac{1}{\tilde\sigma^2}\left[B(\lambda_0)W_1X\tilde\beta\right]'M_{BX}(\lambda_0)\left[B(\lambda_0)W_1X\tilde\beta\right]\right\}$, $\tilde J_{\lambda\cdot\eta} = \frac{1}{N^2}\left\{NT_{BB}(\lambda_0) - 2tr^2\left[G_B(\lambda_0)\right]\right\}$, $\tilde\sigma^2 = \tilde u'\tilde u/N$.

公式 (7) 将文献 [9] 矩估计方法和文献 [12] 的稳健检验结合了起来, 一方面, 矩估计方法计算简单, 可以有效克服采用极大似然法估计带来的繁琐计算问题; 另一方面, 采用 λ 的一致估计量作为 λ_0 构造检验统计量可以解决文献 [6] 检验适用范围受限的问题.

概括起来, 构造稳健统计量的具体步骤为:

第 1 步 将 y 对 X 做最小二乘回归, 得到 β 的估计值 $\hat{\beta}$ 及残差项 $\hat{\varepsilon}$.

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'y, \quad \hat{\varepsilon} = y - X'\hat{\beta}.$$

第 2 步 以 $\hat{\varepsilon}$ 作为 ε 的预测值, 采用文献 [9] 的矩估计方法得到 λ 的估计值 $\tilde{\lambda}$.

第 3 步 令 $\lambda_0 = \tilde{\lambda}$, 采用极大似然估计法得到 β 和 σ^2 的估计量 $\tilde{\beta}$ 和 $\tilde{\sigma}^2$.

$$\tilde{\beta} = (X'\Omega X)^{-1}X'\Omega y, \quad \tilde{\sigma}^2 = \tilde{u}'\tilde{u}/N,$$

其中, $\Omega = (I_N - \lambda_0 W_2)'(I_N - \lambda_0 W_2)$, $\tilde{u} = (I - \lambda_0 W_2)(y - X\tilde{\beta})$.

第 4 步 依据公式 (7) 构造稳健检验统计量.

3 蒙特卡罗模拟

通过蒙特卡罗方法模拟在 5% 的显著性水平下, 稳健检验统计量的有限样本性质. 作为比较, 同时给出了文献 [4], 文献 [6] 和文献 [8] 检验的模拟结果.

3.1 数据生成过程

考虑如下空间模型:

$$y = \rho W_1 y + X_1\beta_1 + X_2\beta_2 + X_3\beta_3 + \varepsilon, \quad \varepsilon = \lambda W_2\varepsilon + u,$$

其中, $u \sim N(0, I_N)$, X_1 为常数项, X_2 和 X_3 服从区间 $[0,10]$ 上的均匀分布. 空间权重矩阵 W_1 和 W_2 依据文献 [4] 中描述的 Rook 规则构建且经过行标准化处理. λ 的取值从 0 到 0.9, 步长为 0.1, 为节省篇幅, ρ 的取值为 (0.2, 0.4, 0.6, 0.8), $(\beta_1, \beta_2, \beta_3) = (1, 1, 1)$. 样本容量考虑 49, 81, 121 三种情况, 模拟次数均为 1000 次.

3.2 结果分析

表 1 给出了四种检验统计量的 Size 情况. 其中, LM_ρ 为文献[4] 提出的检验统计量, LM_ρ^M 为文献[8] 提出的检验统计量, LM_ρ^L 为文献 [6] 提出的检验统计量, LM_ρ^R 为本文的稳健检验统计量. 当不存在空间误差效应或空间误差系数较小时 (比如 $\lambda \le 0.3$), 随着样本量的增加, 四种检验的 Size 均落在置信区间之内[1]. 但随着 λ 的增大, LM_ρ^M 和 LM_ρ^L 的 Size 均出现不同程度的扭曲. 其中, LM_ρ^M 对 Size 的扭曲随着样本量的增大有所减小, 而 LM_ρ^L 对 Size 的扭曲基本不受样本量的影响, 这一结论和现有文献一致. LM_ρ 和 LM_ρ^R 的 Size 接近且均不受 λ 的影响, 始终落在置信区间之内.

表 2 为不同样本量情况下检验统计量的 Power. 一方面, 在给定 λ 的情况下, 随着 ρ 的增大, 四种检验统计量的 Power 都逐渐增大, 表明它们均有正确的 Power. 另一方面, 给定 ρ, 随着 λ 的增大, 四种检验的 Power 都逐渐减小, 但不同的检验减少的程度不同. 例如, 样本量为 49, $\rho = 0.2$, 当 $\lambda = 0.1$ 时, 四种检验拒绝原假设的概率分别为 0.657, 0.698, 0.701 和 0.681, 相差不大; 当 $\lambda = 0.9$ 时, 四种检验拒绝原假设的概率变为 0.615, 0.373, 0.402 和 0.622, 相差很大. 这表明在小样本情况下, 随着空间误差效应的增强, LM_ρ 和 LM_ρ^R 的表现明显优于另外两种检验. 不过, 随着样本量的增大及空间滞后效应的增强, 四种检验的差别越来越小. 例如, 样本量为 121, $\rho = 0.8$, 当 $\lambda = 0.9$ 时, 四种检验拒绝原假设的概率分别为 1.000, 0.911, 0.932 和 0.980. 此外, 比较 LM_ρ 和 LM_ρ^R 可以发现, 当空间滞后效应不大时, LM_ρ 的 Power 反而低于 LM_ρ^R, 这验证了文献 [6] 中对 LM_ρ 的论断.

综上, 在空间误差效应较小时, LM_ρ^R 的检验效果与文献 [4], 文献 [6] 和文献 [8] 的检验效果基本一致, 但随着空间误差效应的增强, LM_ρ^R 明显优于文献 [6] 和文献 [8] 的检验. 在空间滞后效应不大的情况下, LM_ρ^R 优于文献 [4] 的检验, 且 LM_ρ^R 的计算量比文献 [4] 的检验显著减少[2]. 蒙特卡罗模拟的结果表明 LM_ρ^R 在小样本情况下表现良好.

---

1. 对于理论值为 5% 的显著性水平, 不同的模拟次数会产生不同的样本标准差. 样本标准差的计算公式为 $\sqrt{\frac{p(1-p)}{N}}$, 其中, p 为显著性水平, N 为模拟次数, 具体见文献 [6].

2. 以 $N = 121$ 为例, 采用厦门大学王亚南经济研究院超级计算机集群节点 4, LM_ρ^R 耗时 2085 秒, 而 LM_ρ 耗时 26205 秒, 是前者的 12.5 倍.

表 1 检验统计量的 Size

检验	λ									
	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
$N=49$										
LM_ρ	0.056	0.055	0.056	0.053	0.041	0.049	0.056	0.053	0.051	0.054
LM_ρ^M	0.069	0.055	0.057	0.061	0.064	0.076	0.083	0.078	0.125	0.139
LM_ρ^L	0.069	0.051	0.058	0.048	0.071	0.088	0.091	0.102	0.171	0.183
LM_ρ^R	0.064	0.047	0.058	0.048	0.052	0.057	0.049	0.060	0.065	0.060
$N=81$										
LM_ρ	0.048	0.050	0.055	0.056	0.054	0.052	0.047	0.051	0.046	0.055
LM_ρ^M	0.062	0.054	0.048	0.054	0.066	0.072	0.078	0.093	0.093	0.134
LM_ρ^L	0.064	0.060	0.054	0.059	0.072	0.084	0.086	0.137	0.155	0.189
LM_ρ^R	0.061	0.054	0.051	0.053	0.054	0.056	0.048	0.052	0.056	0.047
$N=121$										
LM_ρ	0.054	0.051	0.050	0.047	0.045	0.051	0.048	0.054	0.046	0.047
LM_ρ^M	0.056	0.049	0.049	0.053	0.058	0.062	0.072	0.079	0.081	0.123
LM_ρ^L	0.051	0.049	0.054	0.077	0.079	0.073	0.108	0.136	0.150	0.199
LM_ρ^R	0.048	0.052	0.054	0.057	0.051	0.052	0.056	0.055	0.056	0.045

注: 在 5% 的显著性水平下, 如果模拟次数为 1000 次, 样本的标准差为 0.007, 相应的置信区间为 [0.043, 0.057].

表 2 检验统计量的 Power

检验	ρ	λ									
		0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
$N=49$											
LM_ρ	0.2	0.667	0.657	0.641	0.636	0.635	0.632	0.630	0.628	0.620	0.615
	0.4	0.979	0.986	0.981	0.982	0.980	0.975	0.981	0.977	0.981	0.977
	0.6	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	0.8	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
LM_ρ^M	0.2	0.728	0.698	0.660	0.590	0.556	0.527	0.491	0.411	0.386	0.373
	0.4	0.990	0.979	0.980	0.961	0.936	0.926	0.861	0.790	0.696	0.624
	0.6	1.000	1.000	1.000	0.996	0.987	0.983	0.971	0.944	0.859	0.772
	0.8	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.993	0.981	0.952	0.907	0.838
LM_ρ^L	0.2	0.731	0.701	0.696	0.621	0.595	0.576	0.551	0.484	0.442	0.402
	0.4	0.994	0.986	0.985	0.975	0.963	0.948	0.907	0.868	0.749	0.642
	0.6	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.995	0.980	0.970	0.893	0.789
	0.8	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.997	1.000	0.974	0.936	0.845
LM_ρ^R	0.2	0.702	0.681	0.674	0.668	0.661	0.653	0.650	0.634	0.628	0.622
	0.4	0.985	0.985	0.991	0.983	0.984	0.981	0.979	0.974	0.972	0.965
	0.6	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.995	0.977
	0.8	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.994	0.983	0.972	0.958	0.930
$N=81$											
LM_ρ	0.2	0.878	0.873	0.871	0.856	0.856	0.843	0.839	0.823	0.814	0.811
	0.4	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.997	1.000	1.000	1.000	1.000
	0.6	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	0.8	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

续表 2

检验	ρ	λ 0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
LM_ρ^M	0.2	0.891	0.876	0.821	0.811	0.750	0.674	0.594	0.461	0.406	0.372
	0.4	1.000	1.000	0.996	0.995	0.994	0.976	0.941	0.881	0.773	0.631
	0.6	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.991	0.977	0.905	0.794
	0.8	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.993	0.957	0.862
LM_ρ^L	0.2	0.897	0.896	0.844	0.861	0.809	0.774	0.701	0.617	0.547	0.442
	0.4	1.000	1.000	1.000	0.997	1.000	0.996	0.978	0.950	0.857	0.734
	0.6	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.992	0.955	0.843
	0.8	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.983	0.883
LM_ρ^R	0.2	0.882	0.874	0.872	0.862	0.856	0.842	0.839	0.827	0.819	0.814
	0.4	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.996
	0.6	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.989
	0.8	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.994	0.991	0.985	0.969	0.952
$N=121$											
LM_ρ	0.2	0.963	0.961	0.958	0.950	0.949	0.948	0.945	0.944	0.940	0.930
	0.4	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	0.6	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	0.8	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
LM_ρ^M	0.2	0.973	0.968	0.955	0.939	0.871	0.808	0.720	0.569	0.441	0.395
	0.4	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.987	0.933	0.819	0.628
	0.6	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.990	0.949	0.825
	0.8	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.997	0.971	0.911
LM_ρ^L	0.2	0.976	0.978	0.970	0.958	0.924	0.890	0.867	0.776	0.666	0.535
	0.4	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.988	0.944	0.813
	0.6	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.984	0.923
	0.8	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.993	0.932
LM_ρ^R	0.2	0.972	0.967	0.972	0.969	0.956	0.954	0.948	0.942	0.931	0.928
	0.4	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	0.6	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	0.8	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.995	0.980

4 结论

该文提出的空间滞后模型稳健检验以文献 [12] 的理论为基础, 扩展了文献 [6] 提出的检验方法, 有效克服了其只适用于空间误差效应不显著情况的局限. 该检验方法采用文献 [9]提出的矩估计方法得到空间误差参数的一致估计量, 避免了采用极大似然估计法遇到的繁琐计算问题. 蒙特卡罗模拟的结果表明, 无论是否存在空间误差效应及空间误差效应是否显著, 该检验都是稳健的.

当然, 该检验也有不足之处, 比如, 它要依赖于扰动项服从正态分布的假定. 根据 Breslow[13] 的分析, 采用拟极大似然函数法构建非正态分布情况下的检验是可行的. 因此, 在该文所设定的理论框架下, 研究非正态分布扰动项情况下检验统计量的性质值得考虑.

参考文献

[1] Paelinck J, Klaassen L. Spatial Econometrics[M]. Farnborough: Saxon House, Farnborough, 1979.

[2] Moran P A. A test for the serial dependence of residuals[J]. Biometrika, 1950, 37: 178–181.

[3] Anselin L. Lagrange multiplier test diagnostics for spatial dependence and spatial heterogeneity[J]. Geographical Analysis, 1988, 20: 1–17.

[4] Anselin L. Spatial Econometrics: Methods and Models[M]. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2007.

[5] Anselin L, Hudak S. Spatial econometrics in practice, a review of software options[J]. Regional Science and Urban Economics, 1992, 22: 509–536.

[6] Anselin L, Bera A K, Florax R, et al. Simple diagnostic tests for spatial dependence[J]. Regional Science and Urban Economics, 1996, 26: 77–104.

[7] 张进峰, 方颖. 空间误差模型的稳健检验 [J]. 数量经济技术经济研究, 2011(1): 152–160.
Zhang J F, Fang Y. A robust test for spatial error models[J]. Journal of Quantitative & Technical Economics, 2011(1): 152–160.

[8] Saavedra L. Tests for spatial lag dependence based on method of moments estimation[J]. Regional Science and Urban Economics, 2003, 33: 27–58.

[9] Kelejian H H, Prucha I R. A generalized moments estimator for the autoregressive parameter in a spatial model[J]. International Economic Review, 1999, 40: 509–533.

[10] Newey W K, West K D. Hypothesis testing with efficient method of moments estimation[J]. International Economic Review, 1987, 28: 777–787.

[11] Davidson R, MacKinnon J G. Implicit alternatives and the local power of test statistics[J]. Econometrica, 1987, 55: 1305–1329.

[12] Bera A K, Yoon M J. Specification testing with locally misspecified alternatives[J]. Econometric Theory, 1993, 9: 649–658.

[13] Breslow N. Tests of hypotheses in overdispersed poisson regression and other quasilikelihood models[J]. Journal of the American Statistical Association, 1990, 85: 565–571.