

# 一种混沌网络简单电路实现 \*

陈剑勇 陈振湘 吕迎阳 郭东辉 帅建伟

( 厦门大学物理系 厦门 361005 )

## 摘 要

本文利用简单的非线性电子元件设计成混沌电路, 该电路具有设计简单, 易于集成等特点。利用多控制参数使得该混沌电路具有丰富的混沌动力学行为, 本文利用 Lyapunov 指数, 从理论上分析控制参数对电路输出的影响。根据理论分析结果, 调节电路的参数, 可以成功地看到不动点、倍周期、混沌现象。这一简单电路可望在混沌神经网络, 混沌通讯领域获得应用。

**关键词** Lyapunov 指数, 倍周期, 混沌

## 1 引 言

近年来, 非线性系统的混沌现象研究了很多。在物理、化学方面都发现许多混沌现象。利用 Lyapunov 指数方法, 从简单的 Logistic 映射方程中发现混沌的许多特性, 如不动点、倍周期、混沌现象及它们之间的相互关系。进而对 Lorenz 方程进行了大量的研究<sup>[1]</sup>, 并在电路上实现混沌动力学行为。最近, Lorenz 方程又被应用到混沌通讯领域, 取得了很大进展<sup>[2]</sup>。混沌现象基本上由差分方程产生。差分方程的构造是混沌研究一项基础环节, 关系到该混沌网络所能实现的功能。本文试图对神经网络中的 Hopfield 模型进行适当的改造, 构造出具有丰富的混沌动力学行为, 并在电路上易于实现的混沌网络。神经网络是由成千上万个神经元组成, 这就要求构成神经网络的神经元电路简单, 易于集成, 并具有丰富的动力学行为。本文所讨论的二维混沌网络电路很好地体现了以上特点, 因此可以作为混沌神经网络中的变换函数。对它的深入研究, 对混沌神经网络器件兑现方面的进展具有重要的意义。在混沌通讯领域方面, 需要混沌系统易于电路实现, 具有大的动态范围输出, 本文所提出的混沌方程均能满足以上要求。

## 2 混沌方程理论分析

该混沌方程是在连续 Hopfield 模型变换函数<sup>[3]</sup>基础上引入一个非单调递减函数:  $\exp(-\beta x)$  得到。其变换函数为:

$$f(x) = \tanh(\alpha x) \exp(-\beta x). \quad (1)$$

其中  $\alpha, \beta \geq 0$ , 函数  $f(x)$  为非单调函数, 当  $\beta = 0$  时,  $f(x) = \tanh(\alpha x)$ , 该模型为连续的 Hopfield 模型。当  $\beta = 0$  且  $\alpha = \infty$  时,  $f(x) = \sin(x)$ , 该模型为离散 Hopfield 网络模型。

\* 国家自然科学基金资助课题。

收稿日期: 1997-03-28; 修改日期: 1997-10-07

分析参数  $\alpha, \beta$  对  $f(x)$  的影响, 取自变量  $x \geq 0$ , 在  $\beta = 1.0$  时, 图 1 中 B 的参数值为  $\alpha = 1.0$ , C 的参数值为  $\alpha = 0.5$ , D 的参数值为  $\alpha = 0.2$ , 根据图 1 的结果, 可以认为方程 (1) 中参数  $\alpha$  测量了神经元的非线性程度。

图 2 中当  $\alpha = 1.0$  时, E 的参数值为  $\beta = 0$ , F 的参数值为  $\beta = 0.2$ , D 的参数值为  $\beta = 1$ , 根据图 2 的结果, 可以认为方程 (1) 中参数  $\beta$  测量了神经元的非单调程度。

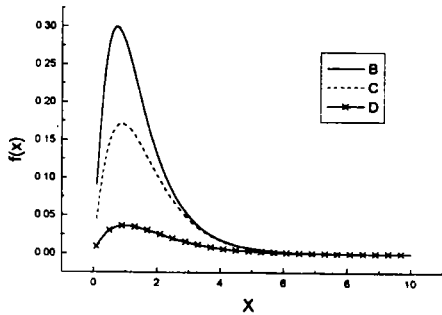


图 1 当  $\beta = 1.0$  时, 参数  $\alpha$  对  $f(x)$  的影响  
Fig.1 This is the value  $f(x)$  with the variation of parameter  $\alpha$  if  $\beta = 1.0$

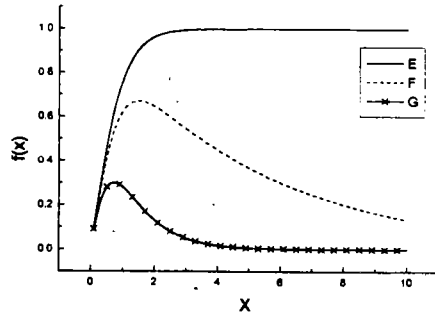


图 2 当  $\alpha = 1.0$  时, 参数  $\beta$  对  $f(x)$  的影响  
Fig.2 This is the value  $f(x)$  with the variation of parameter  $\beta$  if  $\alpha = 1.0$

把函数  $f(x)$  写成时间演化的差分迭代函数:

$$x_{t+1} = \tanh(\alpha x_t) \exp(-\beta x_t). \tag{2}$$

对于任意正数的  $\alpha$  和  $\beta$  的取值, 方程的值  $|f(x)| \leq 1$ , 所以函数的反复无穷迭代一定收敛于一吸引子, 这个吸引子究竟为不动点、周期点还是混沌吸引子, 将取决于  $\alpha$  和  $\beta$  的取值。

通过简单的变换, 把方程 (1) 扩展成为二维混沌网络模型:

$$x_{t+1} = \tanh(\alpha_1 y_t) \exp(-\beta_1 y_t), \tag{3}$$

$$y_{t+1} = \tanh(\alpha_2 x_t) \exp(-\beta_2 x_t). \tag{4}$$

当  $x, y$  取相同的初值时, 若取  $\alpha_1 = \alpha_2, \beta_1 = \beta_2$ , 方程 (3),(4) 回归为方程 (2), 变成一维混沌方程。当  $\alpha_1 \neq \alpha_2, \beta_1 \neq \beta_2$  时, 方程 (3),(4) 组成二维混沌方程组。由于电子元件都有正常工作电压范围的限制, 又考虑到尽量增大输出电压的动态范围, 把方程 (3),(4) 改为:

$$x_{t+1} = 10 \tanh(\alpha_1 y_t) \exp(-\beta_1 y_t), \tag{5}$$

$$y_{t+1} = 10 \tanh(\alpha_2 x_t) \exp(-\beta_2 x_t). \tag{6}$$

以下对混沌方程进行 Lyapunov 指数分析<sup>[4]</sup>, Lyapunov 指数的一个重要作用之一是判断系统的混沌行为。二维系统的混沌现象具有  $(-, +)$  的 Lyapunov 指数谱形式。

从图 3 可以看出, 当 Lyapunov 指数 1 和 Lyapunov 指数 2 一起构成  $(-, +)$  Lyapunov 指数谱时, 系统存在混沌。在  $0.1 \leq \alpha \leq 1.5$  时, 系统存在着丰富的混沌动力学行为。在这样的条件下, 四个参数的选取均在  $1.0 \sim 2.0$  之间, 可以保证电路的放大倍数在器件的正常工作范围之内。

图 4 是方程组 (5), (6) 的  $y$  值输出的迭代分枝图。图中的迭代值与图 3 的 Lyapunov 指数谱成对应关系。当 Lyapunov 指数谱是  $(-, -)$  时, 对应迭代分枝图中的不动点, 周期点。当 Lyapunov

全国物理类核心期刊

ISSN 1007-5461

# 量子电子学报

Chinese Journal of Quantum Electronics

第 15 卷

第 4 期

Vol.15

No.4

4

1998

中国光学学会基础光学专业委员会主办

图 7 中时钟电路的时钟频率为 5 KHz, 该时钟电路的两个输出端与图 6 中 LF398 的相连。由于方程 (3),(4) 中的变量  $x, y$  没有对时间微分。在实际电路中采用采样保持电路控制反馈速度, 既使得电路能正常工作, 又相当于外加一个时间常数  $\tau$ , 这样处理反馈速度也有利于将输出结果转化为数字化电路。

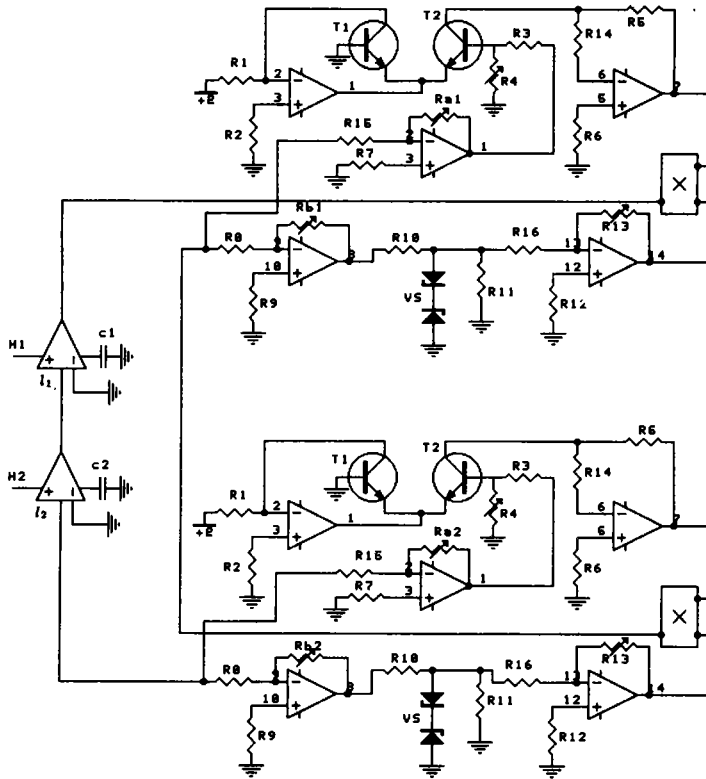


图 6 方程 (3),(4) 的电路图

Fig.6 The electronic diagram of eq. (3),(4)

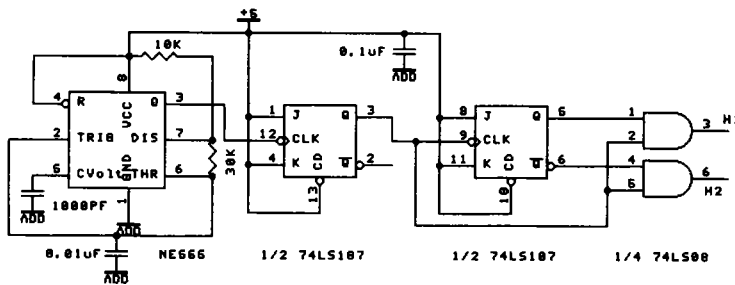


图 7 时钟电路

Fig.7 The clock circuit

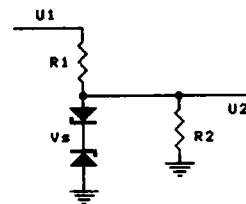


图 8  $\tanh(\alpha x_t)$  电路

Fig.8 The circuit of  $\tanh(\alpha x_t)$

$\tanh(\alpha x_t)$  电路原理如图 8 所示。采用两个硅稳压管 VS 的背靠背联接 [7]。电路的方程表达式如下:

$$\frac{u_1 - u_2}{R_1} = i + \frac{u_2}{R_2} \tag{7}$$

设  $u_0$  为稳压管的反向稳定电压,  $i$  为通过稳压管的电流。由稳压管的伏安特性可知, 当  $u_1 < u_0$  时,  $i$  值非常小。随着输入端电压  $u_1$  的增大,  $\Delta i$  逐渐增大。当  $u_2 \approx u_0$  时,  $i \rightarrow \infty$ 。这就可以确保无论多大的输入端电压  $u_1$ , 都可以使得输出端电压  $u_2 \approx u_0$ 。即:

$$u_2 = \frac{(u_1 - iR_1)R_2}{R_2 + R_1}, \quad u_1 \leq \frac{R_1 + R_2}{R_2}u_0, \quad u_2 = u_0, \quad u_1 > \frac{R_1 + R_2}{R_2}u_0. \quad (8)$$

当  $R_1, R_2 = 0$  时, 其输入端  $u_1$  与输出端  $u_2$  的特性曲线为图 9 中曲线 (a) 所示。当  $i \equiv 0$ , 即两个硅稳压管两端开路时, 其输入端  $u_1$  与输出端  $u_2$  的特性曲线为图 9 中曲线 (b) 所示。根据电路的图解原理, 针对不同的稳压管伏安特性, 选取不同的  $R_1, R_2$  的值, 就可得出  $\tanh(\alpha x_t)$  输入输出电压特性曲线, 如图 9(c) 所示。

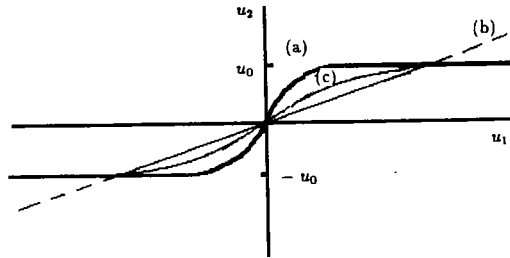


图 9  $\tanh(\alpha x_t)$  电路输入输出电压特性曲线

Fig.9 The curve of output and input voltage in circuit  $\tanh(\alpha x_t)$

### 4 实验结果讨论

我们把轨迹状态参数的调节用变阻器来实现, 可以通过只改变变阻器的阻值就可以改变神经元的动力学性质。该混沌网络使用四个控制参数  $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$ , 调节电路中与之相对应的可变电阻  $R_{a1}, R_{a2}, R_{b1}, R_{b2}$  的值, 可得到多种混沌与周期交替出现的迭代分支图 [8,9]。

图 10 为混沌网络的电路输出经微机处理后的图形。横轴为  $x_t$ , 纵轴为  $y_t$ 。当  $\alpha_2 = 1.0, \beta_1 = 1.0, \beta_2 = 1.5$  时, 调节  $\alpha_1$  的值, 当  $\alpha_1 = 0.4$  时, 输出为不动点, 如图 (a) 所示。当  $\alpha_1 = 0.8$  时, 输出为倍周期, 如图 (b) 所示。当  $\alpha_1 = 1.3$  时, 输出为混沌, 如图 (d) 所示。为了便于观察, 图 (a) 与图 (b) 的输出圆点比图 (c) 放大 5 倍。试验结果基本上与第二部分的理论计算结果相同。

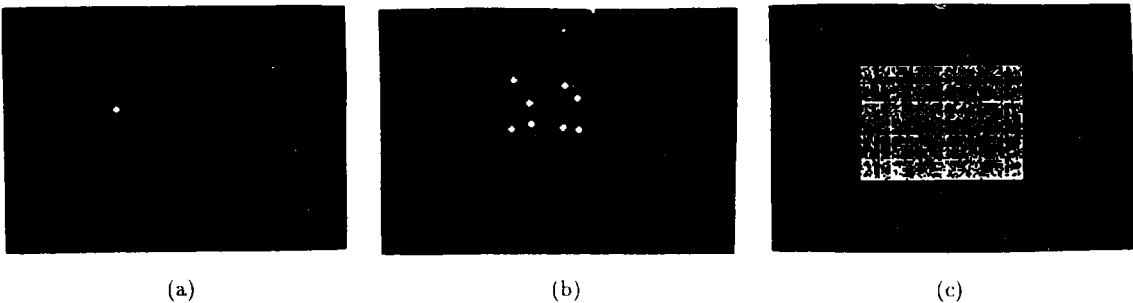


图 10 混沌网络的电路输出图

Fig.10 The output circuit of chaotic networks

本文讨论了一类在 Hopfield 模型函数基础上发展而成的二维混沌网络模型。该模型充分考虑了电路实现方面的简单性及实用性。设计了一个混沌网络电路, 并做成电路板。在电路中, 我们把轨迹状态参数的调节用变阻器来实现, 可以通过只改变变阻器的阻值就可以改变网络的混沌程度, 从而可以很方便地通过实验来研究网络的混沌动力学行为。在该电路中, 为得到较好的倍周期分岔和混沌图像, 引入了采样保持电路, 起了时间延迟的作用。应用这个电路, 我们成功地观测到了神经元的不动点、倍周期分岔和混沌现象。

该网络模型可根据从一维到二维的扩展原理进行更高维数的扩展, 每一维数的电路均相同, 只要根据 Lyapunov 指数进行理论计算, 合理选择参数值, 就可以观察到更高维的混沌现象, 直至出现超混沌。而当把不同维的参数设置相同时, 网络可随意降低维数, 直至变为一维情况。这一网络模型可望在混沌神经网络的变换函数构造上和混沌通讯领域获得应用。

### 参 考 文 献

- 1 Rossler O E. An equation for continuous chaos. *Phys. Lett.*, 1976, 57A(5): 397
- 2 倪婉荪, 华一满, 邓 浩等. 混沌通讯. 物理学进展, 1996, 3
- 3 Hopfield J J. Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities. *Proc. Nat. Acad. Sci. USA*, 1982, 79: 3088
- 4 Eckmann J P, Oliffson Kamphorst S. Lyapunov exponents from time series. *Phys. Rev. A*, 1986, 34(6): 4971
- 5 Kevin M. Cuomo, Alan V. Oppenheim. Circuit implementation of synchronized chaos with applications to communications. *Phys. Rev. Lett.*, 1993, 71(1): 65
- 6 Mishina T, Kohmoto T, Hashi T. Simple electronic circuit for the demonstration of chaotic phenomena. *Am. J. Phys.*, 1985, 53(4): 332
- 7 徐清华. 非线性电路分析, 第一版. 北京: 高等教育出版社, 1992, p20
- 8 Shuai J W, Chen Z X, Liu R T *et al.* Self-evolution neural networks. *Phys. Lett. A*, 1996, 211: 311
- 9 Shuai J W, Chen Z X, Liu R T *et al.* A chaotic neural model. *Chin. Phys. Lett.*, 1996, 13(3): 185

## A Simple Electronic Circuit for the Demonstration of Chaotic Network

Chen Jianyong Chen Zhenxiang Lu Yingyang Guo Donghui Shuai Jianwei  
(Physics Department, Xiamen University Xiamen 361005)

### Abstract

In this paper, the chaotic network circuit is built with simple nonlinear electronic devices. The circuit is simple and easily integrated. It also has plenty of chaotic dynamics with multiple parameters. We can know how the parameters affect the circuit output in theory with calculating the Lyapunov exponents. According to the theoretical results, we adjust the circuit parameters and then can find the phenomena of fixed point, periodic attractor, and chaos. The simple circuit can be applied in chaotic neural network and chaotic communication.

Key words: Lyapunov exponents, fixed point, periodic attractor, chaos

陈剑勇 男, 1974 年 2 月生, 厦门大学物理系硕士研究生, 主要从事神经网络的模型构造及器件兑现方面的研究。