第51卷 第5期

2012 年 9 月

厦门大学学报(自然科学版) Journal of Xiamen University (Natural Science)

Vol. 51 No. 5 Sep. 2012

压电效应对软基体上压电薄膜局部和 整体屈曲的影响

付志鹏¹,蒋 泉²,周志东^{1*}

(1. 厦门大学 材料学院,福建省特种先进材料重点实验室,福建 厦门 361005;2. 南通大学建筑工程学院,江苏 南通 226019)

摘要:附于预拉伸软基体上的弹性薄膜会发生局部屈曲,将这一特性应用于微纳米系统,可以发明新的可延展性电子器件.通过变分法推导了压电薄膜/软弹性基板复合系统的控制方程,分析了基体预拉伸情况下的压电薄膜/基体复合系统的 整体屈曲机制.进一步研究了局部屈曲和整体屈曲的转换现象,得到了2种屈曲模式临界条件的解析解.结果发现,薄膜材 料的压电效应对整体屈曲和局部屈曲2种屈曲模式的临界条件都具有不可忽略的影响,压电薄膜系统比弹性薄膜系统具 有更高的刚度和更好的稳定性.

关键词:局部/整体屈曲;压电薄膜;压电效应;临界条件 中图分类号:0343.9 文献标志码:A

附于软弹性基体上的弹性薄膜(如硅等)在预应变 或薄膜内力的作用下会发生屈曲,利用这一特性,现代 电子工业中制备出很多新型的柔性电子器件、精密测 量仪器和传感器等[1-4].薄膜力和基体预应变所导致的 失稳现象是典型的应力失稳问题,是发生局部屈曲和 整体屈曲的的主要机制. Huang 和 Suo^[5], Huang^[6]采 用线性扰动理论和能量方法,研究了附于黏性/黏弹性 基体上受薄膜内应力作用的弹性薄膜的失稳问题. Huang 等^[7]给出了附于软弹性基体上的弹性薄膜的 一维正弦屈曲解和二维的屈曲分布形貌. Li 等^[8] 推导 出粘结于软基体上弹性薄膜的屈曲和后屈曲的三维解 析解,并研究了软基体和刚性支座之间结合条件对屈 曲行为的影响.为了考察附于软基体上弹性薄膜宽度 对屈曲的影响, Jiang 等^[9]给出了系统的实验和理论分 析结果. Wang 等^[10] 推导得到弹性薄膜附于相同软基 体上的局部屈曲和整体屈曲的临界转换条件.所有关 于弹性薄膜附于软基体的屈曲和后屈曲研究工作都仅 限于弹性薄膜的范围. 然而,压电/铁电薄膜附于软基 体的结构也可广泛应用于智能系统,如柔性电子器件、 微纳米机电系统和一些先进的医疗工程技术等[11-12].

收稿日期:2012-01-11

基金项目:国家自然科学基金项目(10802070,10902055,11172252);福 建省自然科学基金项目(2011J01329)

*通信作者:zdzhou@xmu.edu.cn

文章编号:0438-0479(2012)05-0824-05

最近,Qi 等^[11]将纳米级厚度的压电条带粘附于具有 预应变的(PDMA)软基体上,释放基体,纳米厚度的压 电条带可形成波动形状.这种结构能够显著提高后续 的拉伸变形,并提高材料的压电性能.Feng 等^[12]利用 类似于柔性电子器件的概念,采用先进的转印技术,在 PDMA 基体上制备了具有大拉伸性能的铁电纳米级 条带,并通过电场可以控制条带的屈曲波形和幅值.在 大应变变形时,这些可拉伸的铁电纳米级条带也表现 出了良好的铁电和压电特性.

本文基于压电薄膜/弹性基体复合结构的力-电耦合 理,得到了压电薄膜/弹性基体复合结构的力-电耦合 控制方程.研究在软弹性基体和刚性支座滑动连接情 况下,附于软基体上的压电薄膜的局部屈曲行为,压电 薄膜/软基体复合结构的整体屈曲行为.对比整体屈曲 和局部屈曲的临界应变,得到了两种屈曲的临界条件 的解析解.讨论压电效应对两种屈曲及其转换的影响, 结果表明薄膜的压电效应具有不可忽视的作用.

1 复合结构整体屈曲的临界应变

从软基体上压电薄膜的屈曲过程可看出(如图 1),考虑压电薄膜极化沿其厚度方向,厚度为 h,长度 为 L₀,附着于厚度为 H 的预拉伸软基体上.

中性层的位置可表示如下:

$$e = (c_{11}^{b} H^{2} - c_{11}^{p} h^{2})/2(c_{11}^{b} H + c_{11}^{p} h), \qquad (1)$$

其中, c^h₁和 c^h₁分别代表压电薄膜和弹性基体的等效杨 氏模量. 压电薄膜中的电势 Φ 可表示如下^[13]:







$$\Phi = \Phi^{(0)} + \frac{x_3}{H+h} \Phi^{(1)} + \left[\frac{4x_2^3}{(H=h)^2}\right] \Phi^{(2)},$$

$$x_3 \in [e, e+h], \qquad (2)$$

其中, $\Phi^{(0)}$, $\Phi^{(1)}$, $\Phi^{(2)}$ 分别代表基准电势,外加电势和诱 导电势. 忽略初始的微弱电场,并假设薄膜被短电极所 覆盖,则 $\Phi^{(0)}$ 和 $\Phi^{(1)}$ 的值为0, $\Phi^{(2)}$ 与薄膜的弯曲变形相 关. 薄膜应变和弯曲应变可表示如下:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{mid}} = \frac{\partial u}{\partial x_1} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x_1} \right)^2, \ \boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{bend}} = -x_3 \ \frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2}, \quad (3)$$

其中,w和u分别代表薄膜的挠度和面内位移.应力和 电位移 σ_{11} , D_i 可表示如下:

$$\sigma_{11} = c_{11}^{p} \varepsilon_{11} - e_{31}^{p} E_{3},$$

$$D_{3} = e_{31}^{p} \varepsilon_{11} + \varepsilon_{33}^{p} E_{3}, D_{1} = \varepsilon_{11}^{p} E_{1},$$
(4)

其中, c_{11}^{i} , e_{31}^{i} , ϵ_{11}^{i} 和 ϵ_{33}^{i} 为压电薄膜的等效材料常量,如 文献[14]中所示, ϵ_{11} , E_{i} 为应变和电场.基于以上公式,可以得到复合结构电焓密度:

$$\tilde{h} = \frac{1}{2} (c_{11}^{p} + c_{11}^{b}) (\varepsilon_{\text{mid}} + \varepsilon_{\text{bend}})^{2} - \frac{1}{2} \varepsilon_{11}^{p} E_{2}^{2} - \frac{1}{2} \varepsilon_{33}^{p} E_{3}^{2} - e_{31}^{p} E_{3} \varepsilon_{11}.$$
(5)

在整个结构上积分,可得到压电薄膜/弹性基体复 合结构的总电焓:

$$H^{\text{tot}} = \int_{-L_0/2}^{L_0/2} \mathrm{d}x_1 \int_{e-H}^{e+h} \tilde{h} \, \mathrm{d}x_3 \,. \tag{6}$$

基于变分原理,得到了如下的控制方程:

$$\frac{\left\{c_{11}^{p}\left[e+h\right)^{3}-e^{3}\right]+c_{11}^{b}\left[e^{3}-(e-H)^{3}\right]\right\}}{3}\frac{\partial^{4}w}{\partial x_{1}^{4}}-$$

$$N\frac{\partial^{2}w}{\partial x_{1}^{2}}-T\frac{\partial w}{\partial x_{1}}-\frac{8\left[(e+h)^{3}-e^{3}\right]}{3(H+h)^{2}}e_{31}^{b}$$

$$\frac{\partial^2 \Phi^{(2)}}{\partial x_1^2} = q,$$

$$\frac{5}{4} f_1 \varepsilon_{11}^{p} \frac{\partial^2 \Phi^{(2)}}{\partial x_1^2} - \frac{64 \left[(e+h)^3 - e^3 \right]}{3(H+h)^2} \varepsilon_{33}^{p} \Phi^{(2)} - \frac{8 \left[(e+h)^3 - e^3 \right]}{3(H+h)^2} e_{31}^{p} \frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} = 0.$$
(7)

其中, $f_1 = \int_{e}^{e+h} [4x_3^2/(H+h)^2 - 1]^2 dx_3, q$ 为横向载

荷. 面内薄膜力 N 和剪切力 T 可表示如下:

$$N = h c_{11}^{p} \left[\frac{\partial u}{\partial x_1} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x_1} \right)^2 \right], T = \frac{\partial N}{\partial x_1}.$$
 (8)

Huang 等¹⁷指出:薄膜和基体间的剪切力对屈曲的影响比较小.因此,薄膜力 N 可假设在薄膜内均匀分布.

基于控制方程,整体屈曲时的挠度 w 和电势 Φ 可 假设为:

$$w = \frac{A}{2} \left(1 + \cos \frac{2\pi x_1}{L_0} \right), \ \Phi^{(2)} = \frac{B}{2} \cos \frac{2\pi x_1}{L_0}, \ (9)$$

其中, $A \ n B$ 为屈曲的挠度幅值和电势幅值,两者耦合.由于 N 在复合结构内均匀分布,根据方程(3), (8)~(9),可以得到:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{mid}} = \frac{\pi^2 A^2}{4L_0^2} + \frac{L}{L_0} - 1 = \frac{\pi^2 A^2}{4L_0^2} - \frac{\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{pre}}}{1 + \boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{pre}}}, \quad (10)$$

其中, $\varepsilon_{mid} = L_0/L - 1$ 为软基体的预应变. 压电薄膜/ 弹性基体复合结构的总电焓便可以得到:

$$H^{\text{tot}} = \frac{1}{2} (c_{11}^{p} h + c_{11}^{b} H) L_{0} \left(\frac{\pi^{2} A^{2}}{4L_{0}^{2}} + \frac{L}{L_{0}} - 1 \right)^{2} + \frac{\pi^{4} A^{2}}{3L_{0}^{3}} \{ c_{11}^{p} [(e+h)^{3} - e^{3}] + c_{11}^{b} [e^{3} - (e-H)^{3}] \} - \frac{\pi^{2} f_{1} \varepsilon_{11}^{p} B^{2}}{4L_{0}} - \frac{4[(e+h)^{3} - e^{3}] L_{0} \varepsilon_{33}^{p} B^{2}}{3(H+h)^{4}} + \frac{4\pi^{2} [(e+h)^{3} - e^{3}] e_{31}^{p} AB}{3L_{0} (H+h)^{2}}.$$
(11)

令总电焓取极值,即 $\frac{\partial H^{\text{tot}}}{\partial A} = 0$ 和 $\frac{\partial H^{\text{tot}}}{\partial B} = 0$,即可得到A

的解.

当幅值 A 刚刚大于 0 时,结构开始屈曲,因此通 过上式可以得到整体屈曲的临界应变 ϵ_{c}^{clobal} 为:

其中,

$$f_{2} = \frac{8\pi^{2}(H+h)^{2}[(e+h)^{3}-e^{3}]e_{31}^{p}}{3\pi^{2}(H+h)^{4}f_{1}\varepsilon_{11}^{p}+16L_{0}^{2}[(e+h)^{3}-e^{3}]\varepsilon_{33}^{p}}.$$
(13)

当 $(L_{0}-L)/L_{0} < \varepsilon_{c}^{\text{global}}$ 时,系统不会屈曲.一旦

 $(L_0 - L)/L_0$ 超过 $\varepsilon^{\text{golbal}}$,便会产生整体屈曲,如图 1(a) 所示. 如果令 $e_{31}^b = 0$,公式(12)便可退化为弹性薄膜/ 软基体复合结构的整体屈曲的临界应变,如下所示: $\varepsilon_0^{\text{global}} =$

$$\frac{4\pi^2 \left\{ c_{11}^{\rho} \left[(e+h)^3 - e^3 \right] + c_{11}^{\rho} \left[e^3 - (e-H)^3 \right] \right\}}{3L_0^2 (c_{11}^{\rho} h + c_{11}^{\rho} H)} ,$$

(14)

这个结果与文献[10]中不考虑剪切力的结果一致.

2 压电薄膜局部屈曲的临界应变

本节我们讨论压电薄膜的局部屈曲问题.考虑如 图 1(b)所示模型,为了便于计算,将坐标原点设定在 压电薄膜和软基体交界处.压电薄膜内的电势 Φ 可表 示如下:

$$\Phi = \Phi^{(0)} + \frac{x_3}{h} \Phi^{(1)} + \left[\frac{4(x_3 - h/2)^2}{h^2} - 1\right] \Phi^{(2)},$$

$$x_3 \in [e, e+h].$$
(15)

当控制方程(7)中 $c_{11}^{b}=0$ 、H=0,则可退化得到压 电薄膜的力-电耦合控制方程:

$$\frac{h^{3}}{12}c_{11}^{p}\frac{\partial^{4}w}{\partial x_{1}^{4}} - N\frac{\partial^{2}w}{\partial x_{1}^{2}} - T\frac{\partial w}{\partial x_{1}} - \frac{2h}{3}e_{31}^{p}\frac{\partial^{2}\Phi^{(2)}}{\partial x_{1}^{2}} = q,$$

$$\frac{2h}{3}\bar{\epsilon}_{11}\frac{\partial^{2}\Phi^{(2)}}{\partial x_{1}^{2}} - \frac{16}{3h}\epsilon_{33}^{p}\Phi^{(2)} - \frac{2h}{3}e_{31}^{p}\frac{\partial^{2}w}{\partial x_{1}^{2}} = 0. \quad (16)$$

基于上述控制方程,可假设挠度 w 和电势 $\Phi^{(2)}$ 为:

$$w = A\cos kx_1, \Phi^{(2)} = B\cos kx_1,$$
 (17)
将公式(17),(8)代入公式(16)中,可以得到:

$$\frac{c_{11}^{e_1}}{12h} \left[\frac{12\sigma_0 h^2 k^2}{c_{11}^{h}} + h^4 k^4 \left(1 + 3 \frac{A^2}{h^2} \right) \right] + \frac{2}{3} \frac{e_{31}^{h^3} h^3 k^4}{8\epsilon_{33}^{e_3} + \bar{\epsilon}_{11} h^2 k^2} \bigg\} w = q.$$
(18)

若单独考虑弹性基体,则构成了弹性体边值问题. 文献[6]中给出了弹性基体边值问题的一般解.由于弹 性基体和支座为滑动连接,且忽略了薄膜和基体间的 剪切力,所以边界条件可以表示如下:

$$x_{3} = -H : u_{3} = 0, \ \sigma_{31} = 0,$$

$$x_{3} = 0 : u_{3} = A\cos kx_{1}, \ \sigma_{31} = 0.$$
 (19)

通过求解弹性边值问题,可得到文献[6]一般解中的各个系数:

$$C_{1} = -\frac{4\mu k}{1+k} [\coth(kH) - kH + kH \coth^{2}(kH)]A,$$

$$C_{2} = -\frac{4\mu k}{1+\kappa}A, C_{3} = \frac{4\mu k}{1+\kappa}A,$$

$$C_{4} = \frac{4\mu k}{1+\kappa} \coth(kH)A,$$
(20)

其中 μ 为基体的剪切模量, $k=2\pi/L$ 为波数, $\kappa=3-$

4v. 当 $x_3 = 0$ 时,将公式(20)代入文献[6]中 σ_{33} 的表达 式,可得到弹性基体上表面的面载荷与挠度之间的关系,简化之后可表示为:

$$\sigma_{33} = g \overline{E}_{s} k w , \qquad (21)$$

其中,

$$g = \frac{1}{2} \left[\coth(kH) + kH \operatorname{csch}^2(kH) \right].$$
(22)

利用薄膜和基体的边界连续性条件 $\sigma_{33} = -q$,可以得到:

$$A = \frac{2}{k} \left[-\frac{h^2 k^2}{12} - \frac{g \bar{E}_s}{h k c_{11}^{p}} - \frac{2}{3} \frac{e_{31}^{p^2} h^2 k^2}{c_{11}^{p} (8\epsilon_{33}^{p} + \bar{\epsilon}_{11} h^2 k^2)} \right]^{\frac{1}{2}}.$$
(23)

将公式(23)代入公式(8)中,可得到:

$$N = hc_{11}^{p} \left(\frac{h^{2}k^{2}}{12} + \frac{gE_{s}}{hkc_{11}^{p}} + \frac{2}{3} \frac{e_{31}^{p^{2}}h^{2}k^{2}}{c_{11}^{p}(8\varepsilon_{33}^{p} + \bar{\varepsilon}_{11}h^{2}k^{2})} \right).$$
(24)

特征波数 k 应该是薄膜内力取极小值时的解,即 通过临界条件 $\frac{\partial N}{\partial k}$ =0 得到.当kH→∞和H/h→∞时, g→1/2,相应的特征波数,特征薄膜内力和临界应变 可表示为:

$$k_{c} = \frac{1}{h} \sqrt[3]{\frac{3\bar{E}_{s}}{c_{11}^{h}}} \frac{1}{l_{c}^{2} + 1}, N_{c} = \frac{1}{4} h c_{11}^{p} \left(\frac{3\bar{E}_{s}}{c_{11}^{p}}\right)^{\frac{2}{3}} (l_{c}^{2} + 1)^{\frac{1}{3}},$$

$$\epsilon_{c} = \frac{1}{4} \left(\frac{3\bar{E}_{s}}{c_{11}^{p}}\right)^{\frac{2}{3}} (l_{c}^{2} + 1)^{\frac{1}{3}}, \qquad (25)$$

其中, $l_c^2 = e_{s_1}^{p_2}/c_{s_1}^{r_1} \in s_s^{r_3}$ 为压电薄膜的力一电耦合系数.

3 压电薄膜局部屈曲和整体屈曲的转 换关系

在外加压应力或者预拉应变作用下,当软基体厚 度较小时,压电薄膜/软基体复合系统易发生整体屈 曲;当软弹性基体厚度较大时,则薄膜易发生局部屈 曲.本节我们将通过数值结果来讨论薄膜局部屈曲和 整体屈曲的转换关系.取厚度 $h=1 \ \mu m$ 、长度 $L_0=3 \ mm$ 的 PZT-5H 压电陶瓷薄膜/PDMS 基体作为研究 对象,薄膜的极化方向为 ox_3 方向,其材料常量为^[13]:

 $c_{11}^{p} = 6.55 \times 10^{10} (\text{N/m}^{2}), e_{31}^{p} = -23.2 (\text{C/m}^{2}),$ $\varepsilon_{11}^{p} = 2.04 \times 10^{-8} (\text{F/m}),$ $\varepsilon_{33}^{p} = 1.76 \times 10^{-8} (\text{F/m}).$

图 2 给出了不同弹性系数的压电薄膜/软基体和 弹性薄膜/软基体的局部屈曲及整体屈曲的临界应变

付志鹏等:压电效应对软基体上压电薄膜局部和整体屈曲的影响



图 2 局部屈曲与整体屈曲的临界应变随薄膜/基体厚度的变化 Fig. 2 The critical strain between the local and global buckling versus film/substrate thickness

随基体/薄膜厚度的变化.数值结果表明,当软基体的 厚度增加到一定数值时,压电薄膜/软基体和弹性薄 膜/软基体均会由整体屈曲转换为局部屈曲.不管是整 体屈曲还是局部屈曲,压电薄膜/软基体都需要比弹性 薄膜/软基体更大的应变,压电效应可以增加系统刚 度,提高系统的稳定性.随着软基体弹性系数的减小, 压电效应的影响愈来愈不明显,也就是说,减小软基体 的弹性系数可以削弱薄膜压电效应的影响.同样,不管 是整体屈曲还是局部屈曲,随着软基体的弹性系数的 增加,2 个系统均需要更大的应变,即,增加软基体的 弹性系数可以增加系统的稳定性.

通过数值结果发现,整体屈曲和局部屈曲的转换 点总是发生在局部屈曲的水平直线段,此时 $H/h \rightarrow \infty$,所以通过公式(12)和公式(25),令 $\varepsilon_c^{\text{local}} = \varepsilon_c^{\text{global}}$,可 以得到 2 种屈曲模式转化的临界波长,即

$$L_{\sigma} = \left\{ \frac{ad + b - cg + \left[(cg - ad - b)^2 + 4acdg \right]^{\frac{1}{2}}}{2dg} \right\}^{\frac{1}{2}},$$
(26)

其中,

$$a = \frac{4\pi^{2} \{c_{11}^{p} \lfloor (e+h)^{3} - e^{3} \rfloor + c_{11}^{p} \lfloor e^{3} - (e-H)^{3} \rfloor\}}{3(c_{11}^{p} h + c_{11}^{b} H)},$$

$$b = \frac{64\pi^{2} \lfloor (e+h)^{3} - e^{3} \rfloor (e_{31}^{p})^{2}}{3(c_{11}^{p} + c_{11}^{b} H)},$$

$$c = 3\pi^{2} (H+h)^{4} f_{1} \varepsilon_{11}^{p}, d = 16 \lfloor (e+h)^{3} - e^{3} \rfloor \varepsilon_{33}^{p},$$

$$g = \varepsilon^{\text{local}}.$$

当发生局部屈曲时, $L < L_{\sigma}$,当发生整体屈曲时, $L > L_{\sigma}$.表达式(26)可退化为弹性系统的结果,与文献 [10]中忽略了剪切项的临界波长表达式一致.图 3 给出 了整体屈曲和局部屈曲的关于薄膜临界波长和基体/薄 膜厚度比的临界曲线.该曲线以上为整体屈曲,以下为 局部屈曲.从图 3 的结果可以发现,在薄膜临界波长(或 薄膜长度)一定的条件下,由整体屈曲转换为局部屈曲, 压电系统比弹性系统需要更大的基体厚度,也就是说, 压电系统更难于发生局部屈曲.特别对于中厚度软基体 上的压电薄膜,压电效应对于整体屈曲与局部屈曲转换 的影响尤其显著.



图 3 压电系统和弹性系统的局部屈曲和整体屈曲临界状态 Fig. 3 The critical condition between the local and global buckling for piezoelectric and elastic systems

4 结 论

本文分析了压电薄膜/软基体复合系统的整体屈曲 和局部屈曲行为.通过变分原理推导并获得了压电薄 膜/软基体复合系统的力-电耦合控制方程,并利用系统 的电焓最小原理,得到了压电薄膜/软基体整体屈曲的 临界应变.通过求解弹性体边值问题,进一步得到了基 体变厚度情况下薄膜局部屈曲的临界应变.讨论了压电 薄膜/软基体及其退化后的弹性薄膜/软基体的整体屈 曲和局部屈曲转换关系,获得了2个系统的整体屈曲和 局部屈曲转换临界条件的解析解.数值讨论了压电效应 和基体弹性系数对复合系统2种屈曲模式的影响.研究 结果发现,压电效应对压电薄膜的整体屈曲和局部屈曲 均有不可忽略的作用,压电薄膜系统比弹性薄膜系统具 有更高的刚度和更好的稳定性.

参考文献:

- Crawford G P. Flexible flat panel display technology[M].
 New York: John Wiley&Sons, 2005.
- [2] Lumelsky V J, Shur M S, Wagner S. Sensitive skin[J]. IEEE Sensors Journal, 2001, 1:41-51.
- [3] Someya T, Skitani T, Iba S, et al. A large-area, flexible pressure sensor matrix with organic field-effect transistors for artificial skin applications[C]//Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America. cambridge, MA, USA: Harvard, 2004, 101:9966-9970.
- [4] Khang D Y, Jiang H, Huang Y, et al. A stretchable form of single-crystal silicon for high-performance electronics on rubber substrates[J]. Science, 2006, 311(5758);208-212.
- [5] Huang R, Suo Z. Instability of a compressed elastic film on a viscous layer[J]. International Journal of Solids and Structures, 2002, 39(7):1791-1802.
- [6] Huang R. Kinetic wrinkling of an elastic film on a viscoelastic substrate[J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids,2005,53(1):63-89.
- [7] Huang Z Y, Hong W, Suo Z. Nonlinear analyses of wrinkles in a film bonded to a compliant substrate[J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 2005, 53 (9):

2101-2118.

- [8] Li B, Huang S Q, Feng X Q. Buckling and postbuckling of a compressed thin film bonded on a soft elastic layer: a three-dimensional analysis [J]. Archive of Applied Mechanics, 2010, 80(2):175-188.
- [9] Jiang H Q, Dahl-Young K, Fei H Y, et al. Finite width effect of thin-films buckling on compliant substrate; experimental and theoretical studies[J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 2008, 56(8); 2585-2598.
- [10] Wang S D, Song J Z, Dae-Hyeong K, et al. Local versus global buckling of thin films on elastomeric substrates
 [J]. Applied Physics Letters, 2008, 93(2):0231261.
- [11] Qi Y, Jihoon K, Nguyen T D, et al. Enhanced piezoelectricity and stretchability in energy harvesting devices fabricated from buckled PZT ribbons[J]. Nano Letters, 2011,11(3):1331-1336.
- [12] Feng X, Yang B D, Liu Y M, et al. Stretchable ferroelectric nanoribbons with wavy configurations on elastomeric substrates[J]. ACS Nano, 2011, 5(4):3326-3332.
- [13] Yang J S. Buckling of a piezoelectric plate[J]. International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics, 1998, 9(4): 399-408.
- [14] Wang X D, Meguid S A. On the electroelastic behaviour of a thin piezoelectric actuator attached to an infinite host structure [J]. International Journal of Solids and Structures, 2000, 37(23): 3231-3251.

The Effect of Piezoelectricity on Local and Global Buckling for Thin Piezoelectric Films on Soft Elastic Substrates

FU Zhi-peng¹, JIANG Quan², ZHOU Zhi-dong^{1*}

(1. Fujian Key Laboratory of Advanced Materials, College of Materials, Xiamen University, Xiamen 361005, China;
 2. College of Civil Engineering, Nantong University, Nantong 226019, China)

Abstract: The elastic thin films on pre-stretched compliant substrates can form wrinkles, which can be controlled in micro-nanoscale systems to generate new stretchable electron devices. This paper deduces the governing equations for the structure of piezoelectric film and soft elastomeric plate by variational principle. The mechanics of global buckling is analyzed for piezoelectric thin films bonded to the pre-stretched compliant layer. The conversion phenomenon between the local and global buckling is further investigated. The critical condition between the two buckling modes is obtained analytically. The effect of piezoelectricity on two buckling modes and the critical condition is examined. It is found that the piezoelectricity has a negligible effect on the buckling, and the piezoelectric system is more rigidity and stability than the elastic system.

Key words: local/global buckling; piezoelectric thin film; piezoelectricity; critical condition