

与分形相结合的模糊控制

刘作炜, 吉国力

(厦门大学自动化系, 福建 厦门 361005)

摘要: 世界上普遍存在着分形(Fractal)规律. 分形可以是形态、功能和信息方面的自相似性, 而且相似性是有层次级别的. 本文提出了量化因子和比例因子的分形因数 F , 把分形规律应用到模糊控制中去. 用 Matlab 对其进行建模仿真, 并和 PID 控制、传统模糊控制进行比较, 结果表明加入分形因数 F 以后改善了控制精度.

关键词: 分形; 分形因数; 模糊控制

中图分类号: TP 273.4

文献标识码: A

文章编号: 0438-0479(2005) Sup-0233-03

分形 Fractal 这个术语来源于拉丁文 Fractus, 包含了英文的 Fractured(断裂)和 Fractional(碎片、分数的)双重意义. 分形在数学上表现为内齐次性, 在通常的几何变换下, 分形具有不变性, 成为分形几何学. 后来由于科学研究的需要和来自信息论、控制论和系统论的巨大冲击, 在自相似的概念中逐渐加入了功能和信息的意义, 也可称之为广义分形. 由于涉及到生物学、医学、化学、物理学和哲学领域的几乎所有的方方面面, 于是把研究分形性质及其应用的科学成为分形理论, 把构成分形整体的相对独立部分称为分形元(Fractal unit)^[1].

分形可以同时具有形态、功能和信息三方面的自相似性, 也可以只具有其中某方面的自相似性; 可以是绝对的或统计意义上的相似. 分形的相似性是有层次级别的. 本文用分形的嵌套构造实施多级模糊控制. 由于自相似的应用, 使隶属函数、语言变量及控制规则可以归一化合并使用, 因而实施容易, 又可以提高控制精度.

1 预备知识

1.1 科契(Koch)曲线

把一条线段三等分, 以中间三分之一线段为底, 向上作等边三角形, 然后去掉该底(保留端点), 由此得到图 1(a), 再在此基础上每边以同样方式变形, 得到图 1(b). 经过五次变形后得到图 1(c).

Koch 曲线具有严格意义下的自相似, 即局部经过相似放大(沿各个方向的放大率均相同)后与整体重合, 反映了局部与整体间的某种意义下的对称性.

1.2 Sierpinski 三角形

把一个正方形四等分成 4 个正方形, 并把右上角的正方形拿掉, 再在此基础上进行层层变形, 过程如图 2 所示. 经过 11 次变形后得到图 2 右上角所示的图形.

1.3 模糊控制

一般二维模糊控制器的控制规则可写成下列条件语句形式^[2], 即

if $E = A_i$ then if $CE = B_j$

then $U = C_{ij}$ ($i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$)

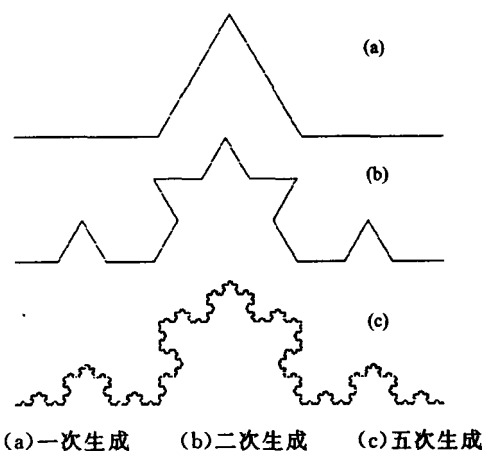
其中 A_i, B_j, C_{ij} 是定义在误差、误差变化和控制量论域 X, Y, Z 上的模糊集.

上述模糊条件语句最终可以用一个模糊关系 R 来描述, 即

$$R = \bigwedge_{i,j} Y A_i \times B_j \times C_{ij}.$$

R 的隶属函数为

$$\mu_R(x, y, z) = \bigwedge_{i=1, j=1}^{i=m, j=n} \mu_{A_i}(x) \mu_{B_j}(y) \mu_{C_{ij}}(z),$$



(a)一次生成 (b)二次生成 (c)五次生成

图 1 Koch 曲线

Fig. 1 Koch curve

收稿日期: 2005-03-10

作者简介: 刘作炜(1982-), 男, 硕士研究生.

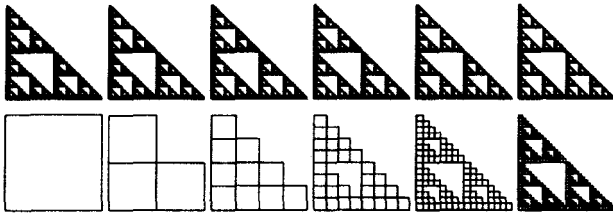


图 2 Sierpinski 三角形

Fig. 2 Sierpinski triangle

式中 $x \in X, y \in Y, z \in Z$.

当误差、误差变化分别取模糊集 A, B 时, 输出的控制量 U 根据模糊推理合成规则可得为 $U = (A \times B) \cdot B$.

U 的隶属函数为

$$\mu_U(z) = \mu_R(x, y, z) = \mu_A(x) \mu_B(y).$$

设论域 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}, Y = \{y_1, y_2, \dots, y_m\}, Z = \{z_1, z_2, \dots, z_l\}$, 则 X, Y, Z 上的模糊集分别为一个 n, m 和 l 元的模糊向量, 而描述控制规则的模糊关系 R 为一个 $n \times m$ 行 l 列的矩阵.

根据采样得到的误差 x_i 、误差变化 y_j , 可以计算出相应的控制量变化 u_{ij} , 对所有 X, Y 中元素的所有组合全部计算出相应的控制量变化值, 可写成矩阵 $(u_{ij})_{n \times m}$. 将这个矩阵制成表, 成为查询表, 也称为控制表. 查询表可以由计算机事先离线计算好, 存于内存中. 实时控制过程中, 根据模糊量化后的误差值及误差变化值, 直接查找查询表以获得控制量的变化值 u_{ij} , u_{ij} 再乘以比例因子 Ku 即可作为输出去控制被控对象.

2 与分形相结合的模糊控制

2.1 加入分形因数 F 的模糊控制

如图 3 所示, 其中 K_1, K_2 为输入变量论域变换时的量化因子; K_3 为输出变量 (控制量) 论域变换时的比例因子; E, IE 为输入变量, U 为输出变量. 图 4 为输入变量 E, IE 在物理论域上的定义, 表现为 3 个自相似的层次. 第一、二、三层次的分形因数 F 分别为 $1, 1/3, 1/9$. 在第一层次中, 当 E 进入中心语言变量 ZR 范围, 即将 F 从 1 切换到 $1/3$ 进入第二层次. 在第二层次中, 当 E 进入中心语言变量 $ZR1$ 范围, 即将 F 从 $1/3$ 切换到 $1/9$, 依次递进构成了多层次控制. 控制量 U 的处理则按 K_3/F . E, IE 和 u 同步切换 F , 使闭环控制的总的量级保持不变. 要注意的是, 当输入量 E, IE 进入中心变量区域时切换 F 使层次递进一层; 当输出量 U 进入中心变量时 F 切换使层次递退一层.

最简单的 If ..then 规则的形式是: “如果 x 是 A ,

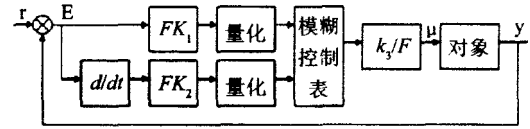


图 3 带分形因数 F 的模糊控制

Fig. 3 Fuzzy control with fractal factor

则 y 是 B .”复合型的 If ..then 规则的形式很多, 例如: “If m 是 A 且 x 是 B then y 是 C , 否则 z 是 D ”; “If m 是 A 或 x 是 B then y 是 C 或 z 是 D ”. 解释 if ..then 规则包括以下 3 个过程^[3]:

(1) 输入模糊化

确定出 If ..then 规则前提中每个命题或断言为真的程度 (即隶属度).

(2) 应用模糊算子

如果规则的前提有几部分, 则利用模糊算子可以确定出整个前提为真的程度, 即整个前提的隶属度.

(3) 应用蕴含算子

由前提的隶属度和蕴含算子, 可以确定出结论为真的程度, 即结论的隶属度. 由此定义模糊规则如表 1 所示. 其中 E, IE 为输入变量, 表中数据为输出变量 U .

表 1 模糊规则

Tab. 1 Rules of fuzzy control

IE	E				
	NB	NS	ZR	PS	PB
NB	PB	PB	PS	PS	ZR
NS	PS	PS	PS	ZR	ZR
ZR	PS	ZR	ZR	NS	NS
PS	PS	ZR	ZR	NS	NS
PB	ZR	ZR	NS	NS	NB

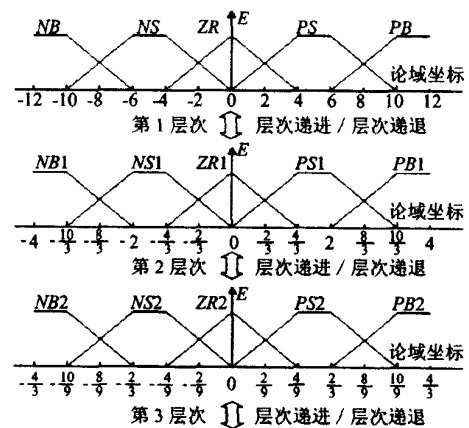


图 4 输入变量 E 的模糊定义及层次分形

Fig. 4 Fuzzy define and fractal of variable E

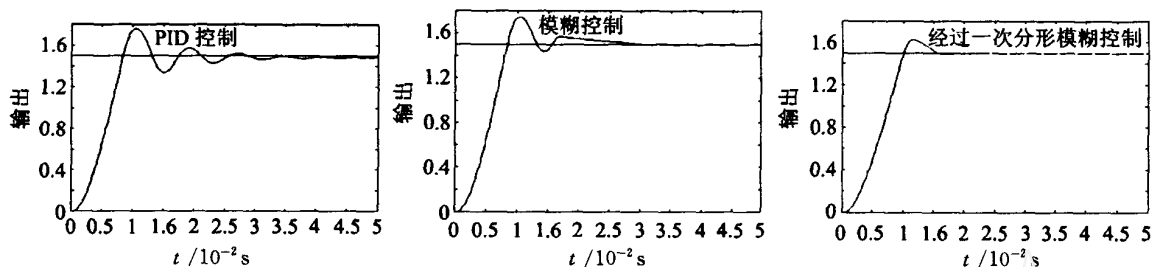


图5 仿真结果

(a) PID控制的阶跃响应曲线, (b) 模糊控制的阶跃响应曲线, (c) 经过一次分形的模糊控制的阶跃响应曲线

Fig. 5 Simulation results

3 仿真比较

许多工业控制过程都可以等效成二阶环节. 因此, 我们取一个典型二阶环节, 分别对它进行PID控制、模糊控制和加入分形因数 F 的模糊控制, 通过它们的仿真比较, 来研究与分形相结合的模糊控制算法的优劣.

取典型二阶环节 $G(s) = \frac{20e^{0.02s}}{1.6s^2 + 4.4s + 1}$, 并假设系统控制执行机构具有 0.07 的死区和 0.7 的饱和区, 采样时间间隔 $T = 0.01$. 输入为 E 和 IE , 输出为 U .

3.1 PID 控制的仿真

在PID控制的仿真过程中, 经过仔细选择, 取 $K_p = 5$, $K_i = 0.1$, $K_d = 0.001$, 得到图 5(a) 所示的阶跃响应曲线.

3.2 模糊控制的仿真

建立如图 4 第一层次所示的隶属度函数, 仿真结果如图 5(b) 所示.

3.3 与分形相结合的模糊控制

在模糊控制的基础上对其进行一次分形, 建立如图 4 第一层次和第二层次相结合的隶属度函数. 仿真结果如图 5(c) 所示.

4 结论

对PID控制、模糊控制和与分形相结合的模糊控制的仿真结果进行比较, 可以看出加入分形因数 F 以后提高了控制精度, 但是并不代表层次越多控制效果越好. 在本文所给的例子中, 如果进行二次以上层次分形, 控制效果反而更差. 因此如何掌握分形的层次, 根据不同的系统和隶属度函数而改变.

参考文献:

- [1] Pietronero L, Tosatti E. Fractals in Physics[M]. Amsterdam: North-Holland, 1986.
- [2] 章卫国, 杨向忠. 模糊控制理论与应用[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2000.
- [3] 楼顺天, 胡昌华, 张伟. 基于 matlab 的系统分析与设计: 模糊控制[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2001.

Fuzzy Control Combined with Fractal

LIU Zuo-wei, JI Guo-li

(Dept. of Automation, Xiamen University, Xiamen 361005, China)

Abstract: Fractal law exists widely in the world. It is the law of self-similitude about figure, function and intelligence. The self-similitude has a hierarchical nature. In this paper, the fractal factor was proposed for quantification factor and proportion factor so that the fractal law can be applied in fuzzy control. The simulation result of fuzzy control with fractal is compared with that of PID control, fuzzy control and shows that it has a good effect on precision of control.

Key words: fractal; fractal factor; fuzzy control