第 40 卷　第 4 期　　厦门大学学报(自然科学版)　　Vol. 40　No. 4
2001 年 7 月　　Journal of Xiamen University (Natural Science)　　Jul. 2001

文章编号: 0438-0479(2001)04-0848-04

离散动态系统的改进关联预测法

吉　国　力
(厦门大学自动化系, 福建 厦门　361005)

摘要: 将连续系统的改进关联预测法扩展引入到离散动态系统中. 对不具有和具有扰动、控制关联、状态和控制向量约束两种情况, 提出了相应的递阶优化算法. 其主要特点是在求解局部问题的每一步, 引入时间维上的关联向量局部修正, 从而明显加快了收敛速度.

关键词: 连续系统; 离散动态系统; 关联预测法
中图分类号: TP 314　　　　**文献标识码**: A

对于线性二次型动态大系统的优化问题, 利用关联预测法和改进关联预测[1, 2]求解大量实例表明, 改进关联预测法有较好的收敛性. 特别是对于优化区间较宽、初始轨线预估偏离最优轨线较远、大系统阶数较高、子系统个数较多、关联性较强的优化问题效果显著. 改进算法克服了原算法需要多次协调, 关联误差才能缓慢收敛或呈振荡收敛的固有不足. 为此, 有必要将连续动态系统的改进关联预测法扩展引入到离散动态系统中.

1　第 1 类离散动态系统的改进关联预测法

1.1　第 1 类离散动态系统

假设第 1 类离散动态线性大系统能被分解成 N 个只具有状态变量关联的子系统, 其状态方程和初始条件为:

$$X_i(k+1) = A_iX_i(k) + B_iU_i(k) + C_iZ_i(k) \qquad i = \overline{1, N}, k = \overline{0, N_j - 1}$$

$$X_i(0) = X_{i0}$$

式中 $X_i(k)$ 为第 i 个子系统的 N_i 维状态向量, $U_i(k)$ 为第 i 个子系统的 M_i 维控制向量, $Z_i(k)$ 为第 i 个子系统与其它 $(N-1)$ 子系统的状态关联向量, 可定义如下

$$Z_i(k) = \sum_{j=1}^{N} G_{ij}X_j(k)$$

目标函数为

$$J = \sum_{j=1}^{N}\left\{\frac{1}{2}\|X_i(N_i)\|^2_{Q_i(N_j)} + \sum_{k=0}^{N_j-1}\frac{1}{2}\left[\|X_i(k)\|^2_{Q_i(k)} + \|U_i(k)\|^2_{R_i(k)}\right]\right\}$$

收稿日期: 2000-10-09
基金项目: 国家社会科学基金(00CJL 007)和厦门大学科研基金(20001601)资助项目
作者简介: 吉国力(1960-), 男, 副教授

式中 $Q_i(N_j)$ 和 $Q_i(k)$ 为半正定矩阵, $R_i(k)$ 为正定矩阵

最优问题就是求控制作用 $U_i(k)$, 使目标函数值为极小, 且满足各子系统的状态方程和关联约束方程

1 2　算法描述

1) 协调层设定 $\lambda_i^l(k)$, $Z_i^l(k)$ 的初始值, 送往局部优化层, $i=\overline{1,N}$　$k=\overline{0,N_j-1}$　$l=1$;

2) 分别求解 N 个矩阵 Riccati 方程

$$K_i(k)=Q_i(k)+A_i^TK_i(k+1)[I+B_iR_i^{-1}(k)B_i^TK(k+1)]^{-1}A_i$$

$$K_i(N_j)=Q_i(N_j)$$

保存 $K_i(k)$, $k=\overline{0,N_j-1}$;

3) 求解 N 个伴随方程, $\lambda_i^l(k)$, $Z_i^l(k)$ 为设定值

$$g_i^l(k)=\left\{-A_i^TK_i(k+1)[I+B_iR_i^{-1}(k)B_i^TK_i(k+1)]^{-1}B_iR_i^{-1}(k)B_i^T+A_i^T\right\}g_i^T(k+1)$$
$$+A_i^TK_i(k+1)[I+B_iR_i^{-1}(k)B_i^TK_i(k+1)]^{-1}C_iZ_i^l(k)-\sum_{j=1}^{N}G_{ji}^T\lambda_j^l(k)$$

$$g_i^l(N_j)=0$$

保存 $g_i^l(k)$, $k=\overline{0,N_j-1}$;

4) 利用 $K_i(k)$ 和 $g_i^l(k)$, 求解 N 个状态方程

$$X_i^l(k+1)=[I+B_iR_i^{-1}(k)B_i^TK_i(k+1)]^{-1}\times$$
$$\left[A_iX_i^l(k)-B_iR_i^{-1}(k)B_i^Tg_i^l(k+1)+C_iZ_i^l(k)\right]$$

$$X_i^l(0)=X_{i0}$$

同时要引入关联向量的修正, 即 $Z_i^l(k)=\sum_{j=1}^{N}G_{ij}X_j^l(k)$, $k=\overline{0,N_j-1}$;

5) 判断收敛性

若 $\sum_{i=1}^{N}\sum_{k=0}^{N_j-1}\|Z_i^{l+1}(k)-Z_i^l(k)\|^2<\epsilon_1$ 且 $\sum_{i=1}^{N}\sum_{k=0}^{N_j-1}\|\lambda_i^{l+1}(k)-\lambda_i^l(k)\|^2<\epsilon_2$, 则停止计算, 否则对协调向量进行修正($\epsilon_1$、$\epsilon_2$ 为求解给定精度);

6) 集中修正乘子向量, 即 $\lambda_i^{l+1}(k)=-C_i^T[K_i(k+1)X_i^l(k+1)+g_i^l(k+1)]$ 且令 $Z_i^{l+1}(k)=Z_i^l(k)$, 转向步骤 3) 继续迭代求解, 直到收敛为止

2　第 2 类离散动态系统的改进关联预测法

2 1　第 2 类离散动态系统

假设第 2 类离散动态线性大系统由若干个子系统组成, 各子系统之间不仅存在状态变量的关联, 也存在控制变量的关联 同时, 各子系统具有扰动, 状态和控制向量具有约束, 各子系统的状态方程和初始条件为

$$X_i(k+1)=A_iX_i(k)+B_iU_i(k)+C_iZ_i(k)+d_i(k)\qquad i=\overline{1,N},\ k=\overline{0,N_j-1}$$

$$X_i(0)=X_{i0}$$

式中 $X_i(k)$、$U_i(k)$ 和 $d_i(k)$ 分别为第 i 个子系统的 N_i 维状态向量、M_i 维控制向量和 N_i 维扰动态向量 $Z_i(k)$ 为第 i 个子系统与其它 $(N-1)$ 子系统的状态和控制关联向量, 定义如下:

$$Z_i(k)=\sum_{j=1}^{N}[G_{ij}X_j(k)+D_{ij}U_j(k)]$$

状态变量和控制变量服从下列约束

$$X_{i,\min}(k)\le X_i(k)\le X_{i,\max}(k),\ U_{i,\min}(k)\le U_i(k)\le U_{i,\max}(k)$$

目标函数为

$$J=\sum_{i=1}^{N}\left\{\frac{1}{2}\|X_i(N_j)\|^2_{Q_i(N_j)}+\sum_{k=0}^{N_j-1}\frac{1}{2}\left[\|X_i(k)\|^2_{Q_i(k)}+\|U_i(k)\|^2_{R_i(k)}\right]\right\}$$

式中 $Q_i(N_j)$、$Q_i(k)$ 为半正定矩阵, $R_i(k)$ 正定矩阵.

最优问题就是求控制作用 $U_i(k)$, 使目标函数值为极小, 且满足各子系统的状态方程、关联约束方程及状态变量和控制变量的约束.

2.2 算法描述

1) 协调层设定 $\lambda_i^l(k)$, $Z_i^l(k)$ 的初始值, 送往局部优化层, $i=\overline{1,N}$ $k=\overline{0,N_j-1}$ $l=1$.

2) 分别求解 N 个矩阵 Riccati 方程

$$K_i(k)=Q_i(k)+A_i^TK_i(k+1)\left[I+B_iR_i^{-1}(k)B_i^TK(k+1)\right]^{-1}A_i$$

$$K_i(N_j)=Q_i(N_j)$$

保存 $K_i(k)$, $k=\overline{0,N_j-1}$.

3) 求解 N 个伴随方程, $\lambda_i^l(k)$, $Z_i^l(k)$ 为设定值

$$g_i^l(k)=\left\{-A_i^TK_i(k+1)[I+B_iR_i^{-1}(k)B_i^TK_i(k+1)]^{-1}B_iR_i^{-1}(k)B_i^T+A_i^T\right\}g_i^T(k+1)$$
$$+A_i^TK_i(k+1)\left[I+B_iR_i^{-1}(k)B_i^TK_i(k+1)\right]^{-1}\times$$
$$\left[C_iZ_i^l(k)+d_i(k)+B_iR_i^{-1}(k)\sum_{j=1}^{N}D_{ji}^T\lambda_j^l(k)\right]-\sum_{j=1}^{N}G_{ji}^T\lambda_j^l(k)$$

$$g_i^l(N_j)=0.$$

保存 $g_i^l(k)$, $k=\overline{0,N_j-1}$.

4) 利用 $K_i(K)$ 和 $g_i^l(k)$, 求解 N 个状态方程和相应的控制向量

当 $X_i^l(k+1)<X_{i,\min}(k+1)$ 时, $X_i^l(k+1)=X_{i,\min}(k+1)$;

当 $X_{i,\min}(k+1)\le X_i^l(k+1)\le X_{i,\max}(k+1)$ 时,

$$X_i^l(k+1)=[I+B_iR_i^{-1}(k)B_i^TK_i(k+1)]^{-1}$$
$$\cdots\left[A_iX_i^l(k)-B_iR_i^{-1}(k)B_i^Tg_i^l(k+1)+C_iZ_i^l(k)+d_i(k)+B_iR_i^{-1}(k)\sum_{j=1}^{N}D_{ji}^T\lambda_j^l(k)\right]$$

$$X_i^l(0)=X_{i0};$$

当 $X_i^l(k+1)>X_{i,\max}(k+1)$ 时, $X_i^l(k+1)=X_{i,\max}(k+1)$.

当 $U_i^l(k)<U_{i,\min}(k)$ 时, $U_i^l(k)=U_{i,\min}(k)$;

当 $U_{i,\min}(k)\le U_i^l(k)\le U_{i,\max}(k)$ 时,

$$U_i^l(k)=-R_i^{-1}(k)B_i^T[K_i(k+1)X_i^l(k+1)+g_i^l(k+1)]+R_i^{-1}(k)\sum_{j=1}^{N}D_{ji}^T\lambda_j^l;$$

当 $U_i^l(k)>U_{i,\max}(k)$ 时, $U_i^l(k)=U_{i,\max}(k)$.

但是, 在求解状态变量值的过程中, 可以每一步都引入关联向量的修正, 即

$$Z_i^l(k)=\sum_{j=1}^{N}[G_{ij}X_j^l(k)+D_{ij}U_j^l(k-1)],\ k=\overline{0,N_j-1},\ Z_i^l(0)=\sum_{j=1}^{N}G_{ij}Z_j^l(0)$$

5) 判断收敛性

若 $\sum_{i=1}^{N}\sum_{k=0}^{N_j-1}\|Z_i^{l+1}(k) - Z_i^l(k)\|^2 < \epsilon_1$ 且 $\sum_{i=1}^{N}\sum_{k=0}^{N_j-1}\|\lambda_i^{l+1}(k) - \lambda_i^l(k)\|^2 < \epsilon_2$, 则停止计算, 否则对协调向量进行修正($\epsilon_1$、$\epsilon_2$ 为求解给定精度).

6) 集中修正乘子向量, 即

$\lambda_i^{l+1}(k) = - C_i^T[K_i(k+1)X_i^l(k+1) + g_i^l(k+1)]$ 且令 $Z_i^{l+1}(k) = Z_i^l(k)$, 转向步骤 3) 继续迭代求解, 直到收敛为止

3　结束语

利用关联预测法求解离散动态大系统, 其收敛速度快慢完全取决于协调向量 λ 和 Z 的修正策略 这里不完全是采用传统的迭代方法, 而是在求解局部问题的每一步, 引入时间维上的关联向量局部修正, 从而明显加快收敛速度

参考文献:

[1]　吉国力. 改进关联预测法[J]. 厦门大学学报(自然科学版), 1991, 30(3): 249- 253.

[2]　吉国力. 求解具有控制关联大系统优化问题的新方法[M]. 沈阳: 东北大学出版社, 1994.

[3]　蒋慰孙. 系统控制(下册)[M]. 上海: 华东化工学院出版社, 1988.

Improved Interaction-Prediction Approach for Discrete-Time Systems

JI Guo-li

(Dept. of Auto., Xiamen Univ., Xiamen 361005, China)

Abstract: For two cases with and without disturbances, control interactions contrain bounds the modified forms on continous-time interaction prediction method are extended to discrete-time systems. The major properties of the two methods have faster convergence because the interation vector is modified at every step of local time-dimension computation.

Key words: continous-time systems; discrete-time systems; interaction approach