

文章编号:1001 - 893X(2003)06 - 0013 - 06

混沌扩谱 CDMA 的系统模型及其性能分析 *

李晓潮, 郭东辉, 曾 权, 吴伯僖

(厦门大学 物理系, 福建 厦门 361005)

摘 要:混沌序列在具有很好随机性的同时,一些序列还具有 Kronecker Delta 自相关和近似正交的互相关特点,因此被认为是实现直序扩谱 CDMA 系统较理想的扩谱序列之一,成为近年来研究的热点。文中从异步 DS - CDMA 系统的模型入手,分析影响 CDMA 系统性能的关键问题,说明混沌扩谱 CDMA 系统的性能优点。为了实现混沌扩谱 CDMA 系统的数值仿真与性能验证,以切比雪夫映射产生的混沌序列为例进行混沌扩谱 CDMA 系统的性能分析,并与基于 Gold 和 Kasami 两种序列的传统 DS - CDMA 系统进行比较。

关键词:异步 CDMA;混沌序列;直序扩谱;切比雪夫映射

中图分类号:TN929.5;O415.5 **文献标识码:**A

Performance Analysis of Chaotic Spread Spectrum CDMA Systems

LI Xiao - chao, GUO Dong - hui, ZENG Quan, WU Bo - xi

(Department of Physics, Xiamen University, Xiamen 361005, China)

Abstract:Chaotic sequence is considered as a good candidate for spread spectrum sequence in CDMA systems because it is characterized by good randomness, Kronecker Delta autocorrelation and orthogonal crosscorrelation. Through asynchronous CDMA system model, the authors analyze the key points of chaotic spread spectrum CDMA system performances, choose Chebyshev map to instantiate the virtue of chaotic sequences and compare with the classic Gold and Kasami sequences.

Key words:Asynchronous CDMA;Chaotic sequence;Direct sequence spread spectrum;Chebyshev map

一、引 言

CDMA 系统可以分为直序扩谱、跳频和混合 3 类系统实现方式。其中,直序扩谱的应用最为广泛,其优点是可以得到很好的扩谱增益。直序扩谱 CDMA (DS - CDMA) 系统的实现又可以分为同步和异步码分 2 种方式。同步 DS - CDMA 系统要求系统必须同步接收和发送,它的优点是可以利用相同码序列的不同相位来区分用户和基站,且可以使用正交信道码来提高信道效率,缺点是系统需要复杂的同步控制。异步 DS - CDMA 系统则利用扩谱码的自

相关性来同步,以及利用码序列之间低互相关性来区分用户并排除干扰,它的优点是系统实现简单、抗干扰性好,但是对扩谱序列的要求较高。

由此可见,扩谱序列是 DS - CDMA 系统的关键要素,序列的类型、长度和码片速率直接决定整个系统的设计和容量。理想的扩谱序列^[1]除了要求有好的自相关和低的互相关外,还必须具有好的随机性,以便于将发射信号频谱扩展至整个工作频谱范围,从而使其余用户信号相对于有效用户信号而言是宽频带、类噪声的干扰信号。混沌系统^[2]不但是具有高度伪随机特性的可同步确定性非线性系统,而且某些系统所产生序列具有强自相关和相互正交的特

* 收稿日期:2003 - 08 - 25

基金项目:国家自然科学基金项目(60076015);福建省自然科学基金项目(A0010019);福建省高新技术项目

性,如切比雪夫映射。同时,由于混沌系统对初始状态和参数的高度敏感性,因此可以产生大量的序列集合,实现良好的保密和反干扰通信。利用混沌系统产生扩谱序列、实现扩谱通信的混沌扩谱 CDMA 系统已经成为近年来研究热点^[3~6]。

为了能够从数值上说明混沌扩谱 CDMA 系统的性能特征,本文借助异步 DS-CDMA 系统的数学模型及由此推导出的平均信噪比和误码率数值模型^[7],对以切比雪夫混沌序列作为扩谱序列的混沌 DS-CDMA 系统和以 Gold 与 Kasami 序列为扩谱序列的传统 DS-CDMA 系统进行数值仿真和性能比

较。

二、异步 DS-CDMA 系统的性能分析原理

系统的信噪比和误码率是评价通信系统性能的主要指标。本文通过对 DS-CDMA 系统的模型分析,得到混沌扩谱 CDMA 系统的信噪比和误码率指标。

1. 异步 DS-CDMA 系统的数学模型

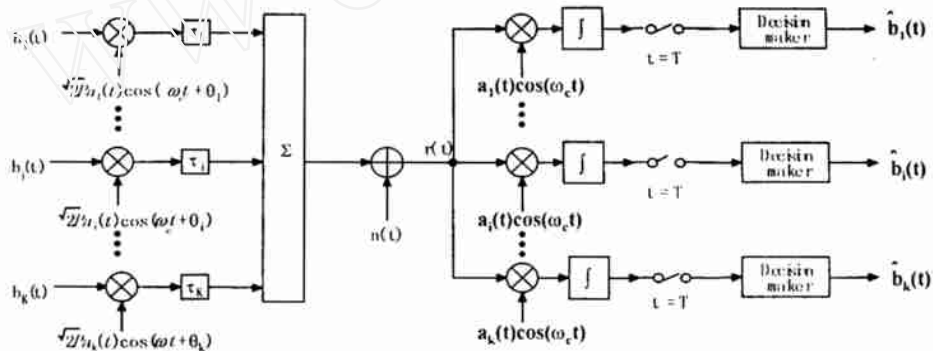


图 1 K 个用户的异步 DS-CDMA 系统模型

传统 K 个用户的异步 DS-CDMA 系统可以用如图 1 的简单框图来表示^[7]。其中, $n(t)$ 表示信道中的高斯白噪声, $a_k(t)$ 和 $b_k(t)$ 分别表示第 k 个用户所用的扩谱序列和要发送的数据, $a_{kj}(k)$ 表示第 k 个用户扩谱码序列中第 j 个码值, 序列的脉宽为 T_c ; $b_{k,l}$ 表示第 k 个用户数据序列中第 l 个数据, 脉宽为 T 。设定扩谱序列 $a_k(t)$ 的周期 $N = T/T_c$, 即每比特用户数据都由一个周期的 $a_0^{(k)}, a_1^{(k)}, \dots, a_{N-1}^{(k)}$ 码序列进行扩谱调制。

对于二进制序列 $a_k(t)$ 和 $b_k(t)$, 扩谱后的信号经 PSK 调制发射, 第 k 个用户的发射信号表示为

$$T_k(t) = \sqrt{2} P \sin(\omega_c t + \theta_k + (\pi/2) a_k(t) b_k(t)) = \sqrt{2} P a_k(t) b_k(t) \cos(\omega_c t + \theta_k) \quad (1)$$

而当扩谱序列是多值序列或实数序列时, 可采用其他调制方式。经过不同的信道延迟 τ_k , 接收到的信号可写为

$$r(t) = n(t) + \sum_{k=1}^K \sqrt{2} P a_k(t - \tau_k) b_k(t - \tau_k) \cos(\omega_c t + \theta_k) \quad (2)$$

其中, $n(t)$ 是噪声功率为 $N_0/2$ 的高斯白噪声, $\theta_k = \theta_k$

θ_k , 相对延迟 $\tau_k = \text{mod}(\tau_k, T)$, $0 \leq \tau_k < T$ 。信号 $r(t)$ 分别输入到不同用户的相关接收机, 并在 $t = nT$ 时刻采样输出的信号为

$$Z_i = \int_0^T \sqrt{P/2} \sum_{k=1}^K a_k(t - \tau_k) b_k(t - \tau_k) a_i(t) \cdot (\cos(2\omega_c t + \theta_k) + \cos\theta_k) dt + \int_0^T n(t) a_i(t) \cos\omega_c t dt \quad (3)$$

假定对于要接收的第 i 个用户而言 $\tau_i = 0$, $\theta_i = 0, \phi_i = 0$ 。经高频滤波后, 第 i 个用户的接收信号转化成:

$$Z_i = \sqrt{P/2} \{ b_{i,0} T + \sum_{k=1, k \neq i}^K [b_{k,-1} R_{k,i}(\tau_k) + b_{k,0} R_{k,i}(\tau_k)] \cos\theta_k \} + \int_0^T n(t) a_i(t) \cos\omega_c t dt \quad (4)$$

其中 $R_{k,j}(\tau) = \int_0^T a_k(t - \tau) a_j(t) dt$, $R_{k,i}(\tau) = \int_0^T a_k(t - \tau) a_i(t) dt$ 是连续时间部分互相关函数。令 $\tau = lT_c + \tau_0, 0 \leq \tau_0 < T_c$, 则 $R_{k,i}(\tau)$ 和 $R_{k,i}(\tau)$ 可以用离散非周期互相关函数 $C_{k,i}$ ^[8] 来表示, 即:

$$R_{k,i}(\tau) = C_{k,i}(L - N)(T_c - \tau)$$

$$+ C_{k,i}(l+1-N)$$

$$R_{k,i}(l) = C_{k,i}(l)(T_c - l) + C_{k,j}(l+1) \quad (5)$$

可见,输出信号 Z_i 中由第 k 个用户信号引起的干扰部分主要受时延 τ_k 、相位 ϕ_k 、用户数据 $b_{k,-1}$ 、 $b_{k,0}$ 和扩谱序列离散非周期互相关函数 $C_{k,i}$ 的影响。

2. 异步 DS-CDMA 系统的平均信噪比

假设式(5)中相位、时延和用户数据是相互独立的随机变量。当 $b_{k,0} = +1$ 时,第 i 个用户的有效信号是 $\sqrt{P/2}T$,其余都是干扰信号。设 ϕ_k 、 τ_k 分别均匀分布于区间 $[0, 2\pi]$ 、 $[0, T]$ ($k = 1, \dots, K$), $b_{k,1}$ 取 $+1$ 或 -1 的几率相等,于是第 i 个用户噪声部分的总方差是^[7]:

$$Var\{Z_{ni}\} = \frac{PT^2}{12N^3} \sum_{k=1, k \neq i}^K \sum_{l=1-N}^{N-1} [2C_{k,i}^2(l) + C_{k,i}(l)C_{k,i}(l+1)] + \frac{N_0T}{4} \quad (6)$$

系统的信噪比为

$$SNR_i = \frac{1}{6N^3} \sum_{k=1, k \neq i}^K \sum_{l=1-N}^{N-1} [2C_{k,i}^2(l) + C_{k,i}(l)C_{k,i}(l+1)] + \frac{N_0}{2PT} \quad (7)$$

根据 $C_{k,i}$ ^[3] 的交换特性: $C_{x,y}(l) = C_{y,x}(l+n)$

$= C_{x,x}(l)C_{y,y}(l+1)$ 可将上式变为

$$SNR_i = \frac{1}{6N^3} \sum_{k=1, k \neq i}^K \{ 2C_k(0)C_i(0) + 4 \sum_{l=1}^{N-1} C_k(l)C_i(l) + \sum_{l=0}^{N-1} [C_k(l)C_i(l+1) + C_k(l+1)C_i(l)] \} + \frac{N_0}{2PT} \quad (8)$$

可见扩谱序列的离散非周期自相关函数 C_k 、 C_i 是直接影响用户信噪比的主要因素,从而也影响系统容量。

3. 系统的近似误码率模型

根据中心极限定理^[9],式(4)中第二项可以近似为高斯随机变量,加上第三项的高斯加性噪声,可以认为整个噪声是服从高斯分布的随机变量。于是第 i 个用户的近似误码率 P_e 为

$$P_e = Q(SNR_i) = 1 - \Phi(SNR_i) \quad (9)$$

其中 Φ 是标准高斯分布函数。这个近似误码率模型对实际系统是可信的^[10-11]。

三、混沌扩谱序列

从模型分析,可以看到扩谱序列性能的优劣直接影响着异步 DS-CDMA 系统的信噪比和误码率。传统的扩频序列都是基于伪随机序列实现的。其中, m 序列虽然具有很好的自相关特性,但它的缺点在于序列数太少,且不同序列之间的互相关性起伏很大。因此 m 序列只在同步系统中作为“扰码序列”使用。而 Gold 序列和 Kasami 序列^[8]克服了 m 序列的以上缺点,是目前异步 DS-CDMA 系统中两种重要的扩谱和扰码序列。作为扩谱序列的另一种选择,某些混沌序列也具有好的随机性和相关性。下面以切比雪夫映射所产生的混沌序列为例来分析混沌扩谱序列的特性。

1. 切比雪夫混沌序列

切比雪夫混沌序列可以由如下切比雪夫映射(Chebyshev Map)的方程产生,即:

$$x_{n+1} = T_p(x_n) = \cos(p \cos^{-1} x_n), \quad -1 \leq x \leq 1 \quad (11)$$

其中, p 是切比雪夫映射的度。切比雪夫映射具有以下性质:

(1) $p \geq 2$ 时,切比雪夫映射具有正的 Lyapunov 指数值^[2](如图 2 所示),意味着切比雪夫映射产生的轨迹是混沌序列,并且几乎所有位于 $[-1, 1]$ 区间内的初始值 x_0 都可以产生混沌轨迹。

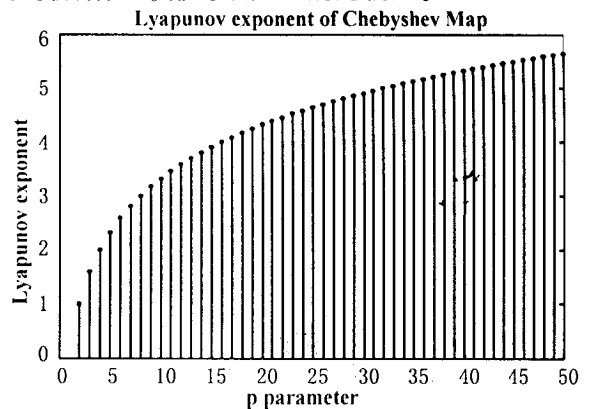


图 2 切比雪夫映射的 Lyapunov 指数
(p 取值从 1~50, 计算长度为 10 000)

(2) $p \geq 2$ 时,切比雪夫映射具有“混合”的特性^[12],即该映射的轨迹在相空间是遍历的,符合 Birkhoff 的遍历性原理。

(3) 切比雪夫映射产生的序列之间是正交的,即:

$$\int_{-1}^1 T_i(x) T_j(x) (x) dx = \frac{1 + \delta_{ij}}{2} \quad (12)$$

其中, (x) 是切比雪夫映射在测量空间上的恒定度量, $(x) = 1 / (\sqrt{1 - x^2})$, $i, j = \begin{cases} 1, & i=j \\ 0, & i \neq j \end{cases}$

(4) 切比雪夫映射产生的序列自相关函数是函数:

$$\begin{aligned} (l) &= \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n T_p(x_j) T_q(x_{j+l}) \\ &= \int_{-1}^1 T_p(x) T_q^{l+1}(x) (x) dx = \frac{1}{2} (l) \end{aligned} \quad (13)$$

其中, $T_p(x_{j+1}) = \cos(p \cos^{-1}(\cos(\cos^{-1}(x_j)))) = \cos(p^2 \cos^{-1}(x_j)) = T_{p^2}(x_j)$ 。

(5) 切比雪夫映射产生的序列互相关函数是正交的:

$$\begin{aligned} p, q(l) &= \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n T_p(x_j) T_q(x_{j+l}) \\ &= \int_{-1}^1 T_p(x) T_q^{l+1}(x) (x) dx \\ &= \begin{cases} 0 & p \neq q^{l+1} \\ \frac{1}{2} & p = q^{l+1} \end{cases} \end{aligned} \quad (14)$$

以上这些性质使得切比雪夫混沌序列十分适合作为混沌扩谱序列应用于异步 DS-SS 系统中。

2. 最优混沌扩谱序列

由式(8)可以看到,在假定加性高斯噪声和信号能量比值不变的情况下,即 N_0/P_T 不变时,为了降低误码率 e ,就要求减小来源于其他用户的干扰项(用 N_A^2 表示):

$$\begin{aligned} N_A^2 &= \frac{1}{6N^3} \sum_{k=1, k \neq i}^K [2 C_k(0) C_i(0) + 4 \sum_{l=1}^{N-1} C_k(l) C_i(l) \\ &+ \sum_{l=0}^{N-1} [C_k(l) C_i(l+1) + C_k(l+1) C_i(l)]] \end{aligned} \quad (15)$$

对于随机序列和混沌序列,假设它们的归一化非周期相关函数近似相等,即 $C_i(l) \approx C_k(l) \approx C(l)$ 对所有 i, k, l 成立:

$$N_A^2 = \frac{K-1}{6N} [2 + 4 \sum_{l=1}^{N-1} C^2(l) + 2 \sum_{l=0}^{N-1} C(l) C(l+1)] \quad (16)$$

对于上面的正二次多项式,可知最小值发生在 $\partial N_A^2 / \partial C(l) = 0$ 处,于是满足 N_A^2 干扰最低的最优扩谱序列的非周期相关函数为

$$C(l) = (-1)^l \frac{r^{l-N} - r^{N-l}}{r^{2N} - r^N}, \quad l = 0, 1, 2, \dots, N-1, r = 2 \pm \sqrt{3}. \quad (17)$$

可以证明(见附录 A)由下式构成的混沌序列是最优混沌序列^[3],即:

$$y_j = \frac{1}{\sqrt{A}} G(x_j) \quad (18)$$

其中 $G(x) = \sum_{j=1}^N d_j T_p^j(x) = \sum_{j=1}^N (-r)^j T_p^j(x)$, $x \in [-1, 1]$, $r = 2 \pm \sqrt{3}$, $T_p(x)$ 是切比雪夫映射。

3. 切比雪夫二进制序列

切比雪夫序列和最优混沌扩谱序列都是实数序列,应用时需要采用合适的载波调制方式。为了符合现有通信系统的要求,希望能从混沌实数序列中得到实用的随机二进制序列。于是,我们介绍一种构造方法^[5],用于产生基于切比雪夫二进制序列。

将切比雪夫映射产生实数序列中的每一个实数的绝对值,用二进制表示成:

$$\begin{aligned} |x| &= 0, b_1(x) b_2(x) \dots b_l(x) \dots b_m(x), \\ -1 &\leq x \leq 1, b_l(x) \in \{0, 1\} \end{aligned} \quad (19)$$

其中第 i 位

$$b_i(x) = \sum_{r=1}^{2^{i-1}} (-1)^{r-1} \frac{x^r}{2^i}, \quad c = \begin{cases} 0 & |x| < c \\ 1 & |x| \geq c \end{cases}$$

($c \geq 0$) 这样对于每一个初始值 x_0 和映射 $T_p(x)$,最多可以得到 m 个 $\{b_i(T_p^n(x))\}_{n=0}^m$ 序列。

图 3(a) 和 (b) 分别是 $i = 15$ 时切比雪夫二进制序列的离峰自相关以及 $i = 15, i = 16$ 切比雪夫二进制序列之间互相关值的分布图。图中离峰自相关、序列互相关和自相关峰值的比值大部分处于 $\pm 10\%$ 的范围内,具有 Gold 和 Kasami 序列相近的相关特性。然而,切比雪夫二进制序列具有生成序列数目多,生成的算法简单、一致的优点,是一种不错的可变长度扩谱序列。

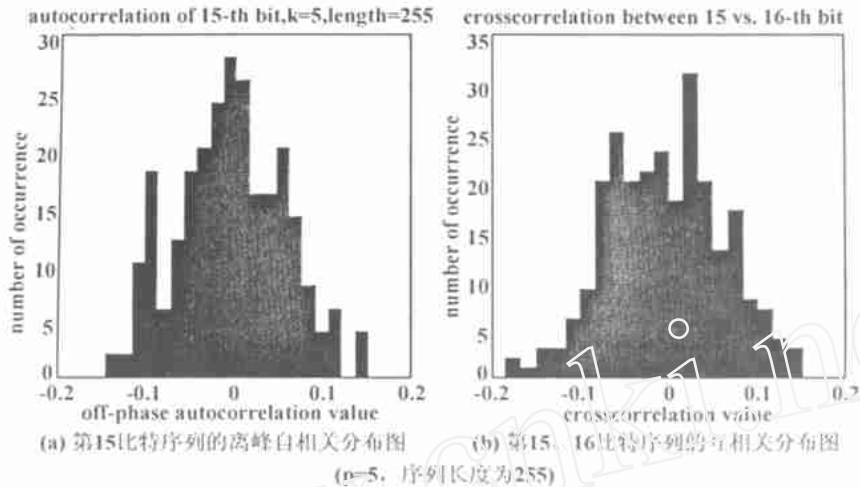


图 3 $i = 15$ 时切比雪夫二进制序列的离峰自相关以及 $i = 15, 16$ 切比雪夫二进制序列之间在相关值分布图

四、数值仿真与结果分析

借助异步 DS-CDMA 系统的平均信噪比公式和误码率数值模型,我们对采用混沌序列作为扩谱序列的混沌扩谱 DS-CDMA 系统和以 Gold 与 Kasami 序列为扩谱序列的传统 DS-CDMA 系统进行数值仿真和性能比较。

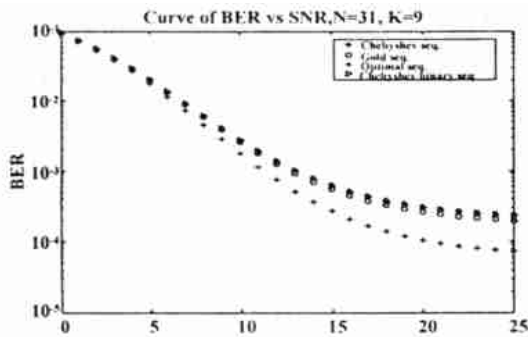


图 4 序列长度 $N = 31$, 9 个用户条件下的系统误码率

首先在不同的 $E_b/N_0 = PT/N_0$ 下,计算使用不同扩谱序列的系统误码率。在计算时需要将序列非周期自相关函数的最大值都统一为 $C(0) = N$ 。图 4 绘出扩谱序列长度为 31 时,切比雪夫实数序列、Gold 序列、最优混沌扩谱序列和切比雪夫二进制序列相对应的系统误码率曲线,其中切比雪夫实数序列、切比雪夫二进制序列的误码性能和 Gold 序列十分接近,而最优混沌序列的性能明显好于其余序列。随着信噪比的增加,序列之间的差别越来越明显。图 5 给出扩谱序列长度为 63 时,以上序列和小集合

Kasami 序列的误码率曲线。

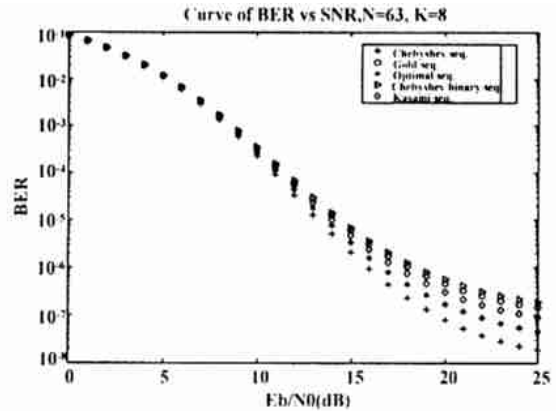


图 5 序列长度为 $N = 63$, 8 个用户条件下的系统误码率

接着计算在相同 E_b/N_0 信噪比条件下,用户数和系统误码率之间的关系曲线。图 6 是 $E_b/N_0 = 22$ dB、用户数从 8 变化到 30 时,使用不同扩谱序列的系统误码率曲线图,同样最优混沌序列优于其余的序列。

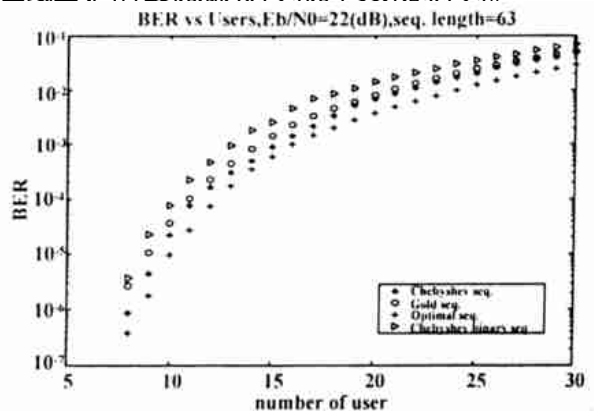


图 6 序列长度为 $N = 63$ 、信噪比为 22 dB 时,用户数和误码率的关系

从以上结果我们可以看到,使用不同扩谱序列的系统之间的性能比较接近。最优混沌扩谱序列是各种序列中性能最好的扩谱序列,在相同误码率的条件下,使用最优混沌扩谱序列和使用 Gold 序列的系统用户数相差约为 10%~15%。

五、结论和展望

异步 DS-CDMA 系统的理想扩谱序列要求既有强自相关和低互相关,还必须具有好的随机性。而利用混沌系统产生的混沌序列不但具有高度的伪随机,还具有 Kronecker Delta 自相关和近似正交的互相关特性,因此混沌序列是异步 DS-CDMA 系统较理想的扩谱序列之一。本文介绍的切比雪夫二进制序列不仅可以满足现有系统的要求,而且在序列的产生方法、序列数目和信息保密性上具有优于传统 Gold 和 Kasami 序列的优点:(1)序列数目大;(2)可以用一致的方法来得到不同扩谱因子所需的扩谱序列,这一点对于需要多业务、多速率的 3G 系统尤为重要;(3)由于混沌系统对于初始条件的敏感性,使得生成序列具有很好的保密性。切比雪夫实数序列和最优混沌序列虽然具有比二进制序列更好的性能,但是无法直接应用于现有的通信系统中,有关混沌调制的方法在应用上还有待进一步的研究。

附录 A:

定义:序列的非周期相关函数满足 $C(l)$

$$= (-1)^l \frac{r^{l-N} - r^{N-1}}{r^N - r^0}, l = 0, 1, 2, \dots, N-1, r = 2 \pm \sqrt{3}$$

条件的扩谱序列是异步 CDMA 的最优扩谱序列。

定理:由下式构成的混沌序列是最优混沌序列:

$$y_j = \frac{1}{\sqrt{A}} G(x_j), \text{其中}, G(x) = \prod_{j=1}^N d_j T_p^j(x) = \prod_{j=1}^N (-r)^j T_p^j(x), x$$

$$[-1, 1], r = 2 \pm \sqrt{3}, T_p(x) \text{ 是切比雪夫映射。}$$

证明:首先求序列的自相关峰值 $C(0)$:

$$\begin{aligned} C(0) &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n G^2(x_i) = \int_{-1}^1 G^2(x) (x) dx \\ &= \int_{-1}^1 \prod_{j=1}^N d_j^2 T_p^{j^2}(x) (x) dx \\ &= \frac{1}{2} \prod_{j=1}^N d_j^2 \int_{-1}^1 (-r)^{2j} = \frac{1}{2} \cdot \frac{r^2(1-r^{2N})}{1-r^2} = A \end{aligned} \tag{A.1}$$

然后用 $C(0)$ 归一化,得到序列的非周期相关函数:

$$\begin{aligned} C(l) / A &= \frac{1}{A} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n G(x_i) G(x_{i+l}) \\ &= \frac{1}{A} \prod_{m=1}^{N-l} d_m d_{m+l} \int_{-1}^1 T_p^{m+1^2}(x) (x) dx \\ &= (-1)^l \frac{r^{l-N} - r^{N-l}}{r^N - r^0} \end{aligned} \tag{A.2}$$

于是,该序列的非周期相关函数符合最优扩谱序列的定义。(证毕)

参考文献

- [1] Esmael H, Dinan, Bijan Jabbari. Spreading codes for direct sequence CDMA and wideband CDMA cellular networks [J]. IEEE Communications Magazine, 1998, (9).
- [2] Heinz Georg Schuster. Deterministic Chaos: An Introduction [M]. Physik - Verlag, 1984.
- [3] Chi - Chung Chen, Kung Yao, Ken Umeno, et al. Optimal chaotic spread spectrum sequences for uplink CDMA systems [A]. IEEE[C]. 2000. 135 ~ 140.
- [4] T Kohda, A Tsuneda, T Sakae. Chaotic binary sequences by Chebyshev maps and their correlation properties [A]. IEEE second international symposium on spread spectrum techniques and applications[C]. Japan, 1992.
- [5] T Kohda, A. Tsuneda. Even and odd correlation functions of chaotic Chebyshev bit sequences for CDMA [A]. IEEE[C]. 1994.
- [6] 汪海明, 赵建业, 郭仕德, 等. CNN 混沌扩频通信系统的性能研究 [J]. 电讯技术, 2002, 42(6): 99 ~ 103.
- [7] M B Pursley. Performance Evaluation for Phase - Coded Spread - Spectrum Multiple - Access Communication - Part I: System Analysis [J]. IEEE Trans. Communications, 1977, 25: 795 ~ 799.
- [8] Dilip V Sarwate, Michael B Pursley: Crosscorrelation properties of pseudorandom and related sequences [J]. Proc. of the IEEE, 1980, 68(5): 593 ~ 619.
- [9] Jhong Sam Lee, Leonard E Miller. CDMA 系统工程手册 [M]. 北京: 人民邮电出版社, 2001.
- [10] K Yao. Error probability of asynchronous spread spectrum multiple access communication systems [J]. IEEE Trans. Communications, 1977, 25: 803 ~ 809.
- [11] M B Pursley. Evaluating performance of codes for spread spectrum multiple access communications [A]. Proc. of the Twelfth Annual Allerton Conference on Circuit and System Theory, 1974 [C]. 765 ~ 774.
- [12] R L Adler, T J Rivlin. Ergodic and mixing properties of Chebyshev polynomials [A]. Proc. America Math. Soc. (vol. 15) [C]. 1964. 794 ~ 796.

作者简介:

李晓潮(1970 -) 男, 厦门大学物理系博士研究生(通讯联系人: 郭东辉 教授、博导)。