第 11 卷 第 3 期 莆 田 学 院 学 报 Vol.11 No.3
2004 年 9 月 Journal of Putian University Sep. 2004
文章编号:1672-4143(2004)03-0070-02 中图分类号:O211;O157.5 文献标识码:A

浅谈算法实例在图论教学中的作用

钱建国

(厦门大学 数学科学院, 福建 厦门 361005)

关键词: 图论教学; 算法实例; 离散数学

摘 要: 指出许多算法问题都直接或间接地与图有关。列举了一些常见的图论算法实例,主要包括经典算法实例、可化为图论问题的算法实例以及变换图等,探讨图论教学中的一些常见算法实例问题。

Graphs and Algorithm Instances in the Teaching of Graph Theory

QIAN Jian-guo

(Mathematics Department, Xiamen University, Xiamen 361005, China)

Key words: teaching of graph theory; algorithm instances; discrete mathematics

Abstract: A lot of algorithm problems are directly or indirectly involved with graphs. To connect some algorithm instances in the teaching of graph theory would be available and necessary. This paper lists some common algorithm instances including classical graphic algorithms, graphic changeable algorithms and interchange graphs, which are hoped to be helpful in the teaching of graph theory.

图论起源于 18 世纪的 "Könisberg 七桥"问题[1]。虽历经了 200 多年,但图论真正成为一门独立的学科并得到快速的发展却是近几十年的事,这主要得益于计算机科学的迅猛发展。作为离散数学重要的组成部分, 图论已成为当今计算机专业必不可少的学习内容。因为图论与算法问题有着密切关系, 图为一些算法问题提供了一个直观的数学平台, 图的理论也为这些算法的实现提供了理论依据。事实上,众多的算法问题都直接或间接地与图有关。例如在 NP- 完全问题中有相当一部分是图论问题或与"图"有关。然而,许多学生在学习图论时并未真正领会到这一点, 这对该课程的学习产生了消极的影响, 也有悖于离散数学课程内容设置的目的。因此,在图论教学中有的放矢地结合一些算法实例无疑对学生是有益的, 也是必要的。

本文旨在探讨图论教学中的一些常见算法实例问题。需要指出的是,图论本身并非算法理论,因而不可能系统而全面地涉及算法问题。

1 图论中的典型算法实例

在一般的图论教科书中都会介绍一些典型的算法,例如著名的"最短路径"、"最小生成树"、"哈米尔顿"及"完美匹配"等问题。这些问题一般说来都来自于图论本身,其中有些是有"好算法"(即多项式算法)的,而另一些则属 NP- 完全问题。一般来说, 这些典型实例及其算法历经几十年的研究已变得相当成熟, 在某种程度上反映了计算科学的发展过程。学生通过这些问题可以初步了解图论中的一些经典算法,进而领会"好算法"的理论意义和实际价值。同时,通过 NP–完全问题的一些实例(如哈密尔顿、最大团等问题)初步了解 NP-完全问题的真实涵义和在当今计算科学所扮演的

收稿日期: 2004-04-05
基金项目: 福建省自然科学基金资助项目(F0210011)
作者简介: 钱建国(1963-) 男, 浙江嵊州人, 副教授, 硕士生导师, 理学博士。

重要角色。学生通过这一部分内容的学习应达到这样三个目的:1) 能够衡量一个算法的优劣;2) 对于一些常见问题,知道哪些有多项式算法,哪些是 NP- 完全的;3) 对于 NP- 完全问题,了解近似算法的意义。

2 可化为图论问题的算法实例

除了上面提到的来自于图论本身的算法,还有另一类源于非图论的实际问题,但可转为图论的算法。如排课表问题、最优人员分派问题、竞赛排名问题、Hall 婚姻问题等等。

从理论上说,任何二元关系都可表示为一个图或有向图。通过图的理论,许多问题一般都可得到很好解决。学习这一部分内容可使学生领略用图论解决实际问题的一般方法,即:1) 根据实际问题的特点适当地定义"顶点"和"边",从而建立一个图或有向图。2) 用图的理论解决问题。

这一类问题一般都可自然地转化为图论问题,学生也易于理解。然而,由于课时所限,学生能够接触到的这方面的实例是极其有限的,这就要求学生能够举一反三。表 1 是一些常见和典型的实例。

表 1 一些算法及其图的模型

实 例	图	方 法
排 课 表	二 部 图	边着色理论
人 员 分 派	边赋权二部图	匹 配 理 论
单循环竞赛排名	竞 赛 图	有向图,强连通,有向路
Hall 婚姻问题	二 部 图	匹 配 理 论
工 件 排 序	边赋权有向图	有向 Hamilton 圈
Kekul□ 结构	—	匹 配 理 论
化学品仓储问题	—	顶点着色理论
印刷电路板	平 面 图	平 面 图
象棋中马的棋盘遍历问题	二 部 图	Hamilton 理论
前 缀 码	有向二叉根树	最优二叉树
整数分类问题	—	Ramsey 理论

3 变换图

在图论研究中,人们定义了许多的变换图,从最简单的"狼,羊,白菜"过河问题到较为复杂的 Z-变换图[2]。这些变换图的定义使得一些繁杂的问题变得直观而清晰。一般说来,当我们考察的对象是一些'状态'的集合,且其中一些状态可通过某种变换而互相得到时,都可把它定义成一个变换图来进行研究(其中,"状态"对应于变换图的顶点,而一次变换则是一条边或有向边)。如在计算机鼓轮设计中,一个读数位置就可看作是一个"状态",而旋转计算机鼓轮的一格就是一个变换,由此定义了一个有向图。这样一来,鼓轮的设计便转化为确定该有向图的有向 Hamilton 圈的问题[1,3]。

从理论上讲,这类问题都可以定义成一个变换图。然而在实际操作中,关键而困难的是要确定这个图的结构,否则,所定义的图便失去了实际价值。在多数实例中,确定变换图的结构往往是较困难的,需要一定的图论知识和技能的积累。一个典型的例子是被著名数学家 Simon 称为"认知科学"中无价的研究标本的 Hanoi 塔问题:n 个盘子在三根针上共有 3^n 种状态,而搬动一次盘则是一次变换。该问题的变换图 $T(n)$ 的结构可通过递归的方式得以刻划:$T(1)$ 是一个三角形,而 $T(n)$ 由 3 个 $T(n-1)$ 按一定的方式连接起来(见图 1,其中 $n = 3$, 顶点标号 $a_1a_2a_3$ 表示状态第 $i, i \in \{1,2,3\}$ 个盘子放在第 a_i 根针上)。通过 Hanoi 塔问题的变换图,我们可以很容易的给出任意两种状态间的一个 "搬盘方案"(即找出连接相应两点的最短路),进而得到最少搬盘次数的一个公式解[4]。

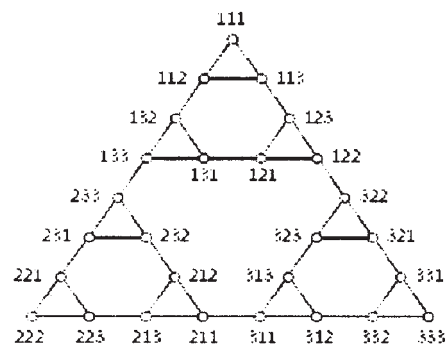

图 1 Hanoi 塔变换图

参考文献:

[1] J A Bondy, U S R Murty. 图论及其应用[M]. 吴望名,李念祖,吴兰芳,等译. 北京:科学出版社, 1984.

[2] 张福基, 郭晓峰. The Classification of Hexgonal Systems by Their Z-transforma- tion Graph [J]. 新疆大学学报, 1987, 4(2):7–12.

[3] 耿素云, 屈婉玲. 离散数学[M]. 北京:高教出版社, 1997.

[4] 钱建国, 张福基. How to move the discs on the tower of Hanoi[J]. 运筹学学报, 2001, 5(2):21–32.

[责任编辑 林 锋]