

《周易》对中国古代数学的影响

乐爱国

(厦门大学 哲学系, 福建 厦门 361005)

摘要:分析中国古代数学史上重要的数学著作可以看出,《周易》往往被古代数学家们视作数学发展最早的源头,而且在一些重要的数学著作中,数学家们运用《周易》中的有关概念表述数学问题,对《周易》中的数学问题及其相关问题进行深入的研究,取得了重要的数学成就。这一切足以表明《周易》对于古代数学发展具有非常重要的影响。

关键词:周易;中国古代数学;数学的起源;数学问题

中图分类号:E221 **文献标识码:**A **文章编号:**1003-3882(2003)03-0076-05

The affect of *Zhouyi* on ancient Chinese mathematics

LE Ai-guo

(Institute of Science of Religion, Department of Philosophy, Xiamen University, Xiamen 361005, China)

Abstract: It can be seen by analyzing the important works of the history of ancient Chinese mathematics, *Zhouyi* used to be regarded as the earliest origin of the development of mathematics by ancient mathematicians. Moreover, in some important mathematic works, mathematicians took advantage of notions related in *Zhouyi* to explain mathematic issues. They had made deep research on the mathematic issues in *Zhouyi* and obtained important achievements. All of these aspects are enough to manifest that *Zhouyi* had exerted important affects on the development of ancient mathematics.

Key words: *Zhouyi*; ancient Chinese mathematics; origin of mathematics; mathematic issues

中国古代数学自汉代《九章算术》形成体系,发展至宋元时期达到高峰,期间出现了不少重要的数学著作。汉唐时期有“算经十书”,除《九章算术》之外,还有《周髀算经》、《海岛算经》、《五曹算经》、《孙子算经》、《夏侯阳算经》、《张丘建算经》、《五经算术》、《缀术》、《缉古算经》,以及《数术记遗》;宋元时期有数学四大家,包括秦九韶撰

《数书九章》,李冶撰《测圆海镜》,杨辉撰《详解九章算法》、《杨辉算法》等,朱世杰撰《四元玉鉴》。宋元之后,明代有著名数学家程大位撰《算法统宗》,等等。虽然《周易》算不上是一部专门的数学著作,但是,它作为古代重要典籍,尤其是作为儒家经典,流传于世,对于中国古代数学具有重要的影响。研究自汉代《九章算术》至宋元时期

收稿日期:2002-11-21

作者简介:乐爱国(1955-),浙江宁波人,哲学硕士,厦门大学哲学系副教授。主要从事中国古代哲学与科学的研究。

以及明代的数学发展可以看出,那些流传久远的重要的数学著作中大都留存着《周易》影响的痕迹。

一、《周易》与数学的起源

标志中国古代数学体系形成的《九章算术》,由 246 个与实际生活密切相关的应用题及其解法所构成,分为方田、粟米、衰分、少广、商功、均输、盈不足、方程、勾股等九章,内容涉及初等数学中的算术、代数、几何等,包括分数概念及其运算、比例问题的计算、开平方和开立方的运算、负数概念、正负数加减运算、联立一次方程的解法等。从逻辑的角度看,《九章算术》与《周易》之间似乎并没有直接的关系。然而,魏晋时期的著名数学家刘徽在为《九章算术》作注时却说:“徽幼习《九章》,长再详览,观阴阳之割裂,总算术之根源。探赜之暇,遂悟其意。是以敢竭顽鲁,采其所见,为之作注。”^{[1](序)}也就是说,刘徽是通过《周易》的阴阳之说“总算术之根源”,从而明白《九章算术》之意,并为《九章算术》作注。显然,在刘徽看来,《九章算术》与《周易》有着密切的关系。

在这一基础上,刘徽进一步认为,古代数学的产生可以追溯到包牺氏画八卦。他在《九章算术注》的“序”中说:“昔在包牺氏始画八卦,以通神明之德,以类万物之情,作九九之数,以合六爻之变。暨于黄帝,神而化之,引而伸之,于是建历纪、协律吕,用稽道原,然后两仪四象精微之气可得而效焉。”刘徽认为,数学是包牺氏为了“合六爻之变”而发明的,后来经由黄帝的进一步发展,以发挥《周易》“两仪四象”的功效。

数学的产生是否真的源于《周易》,伏羲是否“作九九之数”,这是需要用历史事实来证明的问题。刘徽简单地断定伏羲作九九之数,很容易使我们联想起《易传》中把远古时期的许多技术发明,包括鱼网、耒耜、市场、船、车、门、杵臼、弧矢、宫室、棺槨、结绳记事等 11 项,看作是当时圣人效法卦象而作;其中最早的是包牺氏“作结绳而为罔罟,以佃以渔,盖取诸离”^{[2](《系辞下传》)}。由此可见,刘徽所谓伏羲作九九之数的观点很可能是受到《易传》的影响。

继刘徽之后,古代数学家大都认同数学源于《周易》的说法。宋朝时期著名数学家秦九韶的数学著作《数书九章》系统地总结和发挥了高次方程数值解法和一次同余组解法,提出了相当完备的“正负开方术”和“大衍求一术”,达到了当时世界数学的最高水平。^{[3](上册“第九篇”)}在论及数学的起源问题时,秦九韶说:“周教六艺,数实成之。学士大夫,所从来尚矣。……爰自河图、洛书闾发秘奥,八卦、九畴错综精微,极而至于大衍、皇极之用,而人事之变无不该,鬼神之情莫能隐矣。”^{[4](序)}他认为,数学的起源可以追溯到“河图洛书”、“八卦九畴”,仍然把数学的起源归于《周易》。

元朝时期著名数学家朱世杰的《四元玉鉴》论述了多元高次方程组的求解和高阶等差级数等方面的问题,被美国科学史家乔治·萨顿(G. Sarton)称为“中国数学著作中最重要的一部,同时也是中世纪最杰出的数学著作之一”^[5]。该书的“前序”由他的好友莫若所作,其中说道:“数一而已。一者万物之所从始,故易一太极也。一而二,二而四,四而八,生生不穷者,岂非自然而然之数耶?河图洛书泄其秘,《黄帝九章》著之书,其章有九,而其术则二百四十有六,始方田,终勾股,包括三才,旁通万有。”^[6]同样认为数学最早源于“河图洛书”。

明朝末期的数学家程大位所撰的《算法统宗》是珠算著作,流传久远。该书的“首篇”有:“总说、河图、洛书、伏羲则图作易图、洛书释数、九宫八卦图、洛书易换数、黄钟万事根本图。其中“总说”说:“数何肇?其肇自图、书乎!伏羲得之以画卦,大禹得之以序畴,列圣得之以开物成务。凡天官、地员、律历、兵赋以及纤悉杪忽,莫不有数,则莫不本于《易》、《范》。故今推明直指算法,辄揭河图、洛书于首,见数有原本云。”^{[7](首篇)}与以往的数学家一样,程大位也认为数学起源于“河图洛书”,伏羲画卦。他还在“书《直指算法统宗》后”说:“数居六艺之一,其来尚矣,盖自伏羲幸世,龙马负图,而数肇端。轩后纪历,隶首作算,而法始衍。故圣人继天立极,所以齐度量而立民信者,不外黄钟九寸之管。”

需要进一步指出的是,古代数学家把数学的

起源归于《周易》以及“河图洛书”，不仅仅是为了从数学发展史的角度确定数学的来源问题，更在于说明《周易》的原理与数学研究之间有着密切的关系。

二、《周易》原理与数学研究

刘徽在《九章算术注》中虽然指出《九章算术》与《周易》有着密切的关系，并且认为他的《九章算术注》运用了《周易》的原理，但是，无论是《九章算术》还是刘徽的《九章算术注》，我们都很难以看出这两部数学经典与《周易》有任何直接的逻辑关系。然而，在刘徽之后的许多古代数学著作中，则不乏有数学与《周易》密切相关的事例，大致可分为以下三类：

第一，对《周易》中有关概念的运用。《算术记遗》是经北周数学家甄鸾注释而成，该著作后来被列为唐代明算科考试的必读书之一。全书主要分为两大部分，一是大数进法，二是记数法。记数法列举了 14 种记法：“其一积算，其一太一，其一两仪，其一三才，其一五行，其一八卦，其一九宫，其一运筹，其一了知，其一成数，其一把头，其一龟算，其一珠算，其一计数”^[4]。显然，这里采用了《周易》中的一些重要概念。古代数学家大都研读过《周易》，因此，在研究数学的过程中借助于《周易》的概念是不足为奇的。

元代数学家朱世杰在所撰《四元玉鉴》的“卷首”有“四象细草假令之图”一节，通过“一气混元”、“两仪化元”、“三才运元”、“四象会元”的概念分别给出了天元术、二元术、三元术、四元术的例题各一道，并予以解答和说明。这显然是受到《周易》的“易有太极，是生两仪，两仪生四象，四象生八卦”以及“三才”之道的影响。同时，在《四元玉鉴》下卷的八门中有“两仪合辙”提出二元术问题 12 道，“三才变通”提出三元术问题 11 道，“四象朝元”提出四元术问题 6 道。至于朱世杰的“四元术”，莫若在《四元玉鉴》的“前序”中说：“其法以元气居中，立天元一于下，地元一于左，人元一于右，物元一于上。阴阳升降，进退左右，互通变化，错综无穷。”^[6]祖颐在《四元玉鉴》的“后序”中说：朱世杰“探三才之曠，索九章之隱，

按天、地、人、物立成四元，以元气居中，立天勾、地股、人弦、物黄方。”也就是说，“四元术”以天、地、人、物为“四元”，以元气（常数项）居中。显然，这是借助了《周易》的天、地、人“三才”的概念。

明末数学家程大位所撰的《算法统宗》，把河图、洛书、伏羲易图等置于全书之首，然后才介绍数学基础知识、珠算理论以及各类算题，这也许包含了借《周易》的概念统领整个数学体系的意味。

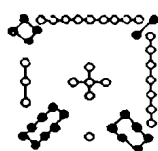
虽然在今天看来，古代数学家运用《周易》的有关概念来表述数学问题似有牵强附会之嫌，但笔者认为，古代数学家在数学研究中所采取的这种做法不可轻易视之为牵强附会而予以否定，而应当深入研究他们所采用的《周易》的概念与其数学研究之间所存在的关系；即使属牵强附会，也应进一步分析其原因以及对于数学研究所起的作用。

第二，对《周易》中数学问题的研究。《周易》中包含有数学问题，其中最为重要的是《周易·系辞上传》中所言：“天一，地二，天三，地四，天五，地六，天七，地八，天九，地十。天数五，地数五，五位相得而各有合。天数二十有五，地数三十，凡天地之数，五十有五，此所以成变化而行鬼神也。大衍之数五十，其用四十有九。分而为二以象两，挂一以象三，揲之以四以象四时，归奇于扚以象闰，五岁再闰，故再扚而后挂。乾之策，二百一十有六。坤之策，百四十有四。凡三百有六十，当期之日。二篇之策，万有一千五百二十，当万物之数也。是故四营而成易，十有八变而成卦，八卦而小成。引而伸之，触类而长之，天下之能事毕矣。”毫无疑问，这一揲蓍卜筮之法包含了数学问题。对此，历代数学家多有研究。北周数学家甄鸾曾撰《五经算术》，《四库全书·五经算术》“提要”说：“是书举《尚书》、《孝经》、《诗》、《易》、《论语》、《三礼》、《春秋》之待算乃明者列之。”其中卷上“《周易》策数法”对上述《周易》中的数学问题作了研究和注释。甄鸾说：“天以一生水，地以二生火，天以三生木，地以四生金，天以五生土。天数奇，二十五。地数耦，三十。并天地之数，合五十五，谓之大衍之数。揲蓍得乾

者,三十六策然后得九一爻。爻有三十六策,合二百一十六。揲著得坤者,二十四策然后得六一爻。爻有二十四策,合一百四十四。并乾、坤之策,三百六十,当一期之日者,举全数也。上下经有六十四卦,卦有六爻,合三百八十四爻。阴阳各半。阳爻称九,阴爻称六。九、六各百九十二也。阳爻以三十六策乘之,得六千九百一十二,阴爻以二十四策乘之,得四千六百八。并阴阳之策,合得一万一千五百二十也。四营者,仰象天,俯法地,近取诸身,远取诸物也。十八变者,三变而成爻,十八变而六爻也。八卦而小成者,言虽成易,犹未备也。”^[9](卷上《周易》策数法)从数学的角度看,甄鸾的论述只是涉及算术中的加乘运算,但是可以从中看到古代数学家对于《周易》中的数学问题的关注;更重要的是,《五经算术》作为“算经十书”之一,其所包含的对《周易》中数学问题的研究,对于后世是具有重要影响的。

宋朝数学家秦九韶所撰的《数书九章》分为九类,每类九题,合八十一题。其第一类为“大衍类”,论及“大衍求一术”。秦九韶说:“昆仑旁礴,道本虚一,圣有大衍,微寓于《易》。奇余取策,群数皆捐,衍而究之,探隐知原。”^[4](序)他认为,“大衍求一术”存在于《周易》之中,只要深入研究《周易》揲著卜筮之法就能够把握。为此,该类的第一题为“蓍卦发微”：“问：《易》曰：‘大衍之数五十，其用四十有九’，又曰：‘分而为二以象两，挂一以象三，揲之以四以象四时’，三变而成爻，十有八变而成卦。欲知所衍之术及其数各几何？”^[4](卷第一《大衍类》)根据数学史家的研究，这里所提出的“大衍求一术”和现代数学通常所谓的一次同余组解法相类似。^[10]由此可见，秦九韶不仅从《周易》揲著之法中提出了数学问题，而且通过对这一数学问题的研究，引伸出一次同余组的解法，并且还明确把这一解法与《周易·系辞传》的“大衍之数”联系在一起，而称之为“大衍求一术”，这不能不说是易学研究与数学研究的一种和谐的统一。

第三，对《周易》中数学问题的进一步发挥。《周易》中的数学问题除以上所述揲著卜筮之法外，还有“河图洛书”问题。从数学的角度看，“洛书”是一个三阶纵横图(见下图)。



洛书

4	9	2
3	5	7
8	1	6

三阶纵横图

有关“洛书”的数字排列最早可见《大戴礼记·明堂》在论及明堂时所说的“二、九、四；七、五、三；六、一、八”。《黄帝内经·灵枢》的《九宫八风》篇也记有：“立秋二，玄委，西南方；秋风七，仓果，西方；立冬六，新洛，西北方；夏至九，上天，南方；招摇中央；冬至一，叶蛰，北方；立夏四，阴洛，东南方；春分三，仓门，东方；立春八，天留，东北方。”《易纬·乾凿度》说：“太一取其数以行九宫，四正四维皆合于十五。”后来的数学家甄鸾在《数术记遗》中对“九宫”作注释时说：“九宫者，即二四为肩，六八为足，左三右七，戴九履一，五居中央。”宋代的刘牧把“洛书(刘牧称之为“河图”)”与“九宫”等同起来，并且说：“昔虚牺氏之有天下，感龙马之瑞，负天地之数出于河，是谓龙图者也。戴九履一，左三右七，二与四为肩，六与八为足，五为腹心，纵横数之皆十五。”^[11]宋代理学家朱熹在所著《周易本义》中首先论及“河图洛书”的来源，并且说：“洛书盖取龟象。故其数戴九履一，左三右七，二四为肩，六八为足。”^[12]宋朝时期的数学家杨辉对“洛书”这一三阶纵横图作了深入的研究，并引伸到对多阶纵横图的研究。在所撰的《杨辉算法·续古摘奇算法》中，杨辉进一步构造出了四阶纵横图，并给出构造方法。此外，他还构造出了五阶、六阶、七阶、八阶、九阶和十阶纵横图，十阶纵横图又称“百子图”(见下图)：

1	20	21	40	41	60	61	80	81	100
99	82	79	62	59	42	39	22	19	2
3	18	23	38	43	58	63	78	83	98
97	84	77	64	57	44	37	24	17	4
5	16	25	36	45	56	65	76	85	96
95	86	75	66	55	46	35	26	15	6
14	7	34	27	54	47	74	67	94	87
88	93	68	73	48	53	28	33	8	13
12	9	32	29	52	49	72	69	92	89
91	90	71	70	51	50	31	30	11	10

百子图

继杨辉之后,明代数学家王文素《算学宝鉴》以及程大位的《算法统宗》也对多阶纵横图及其构造方法作过的论述。应当说,中国古代数学家对于纵横图的研究在很大程度上是与《周易》密切相关的。

三、《周易》与古代数学

理解《周易》与中国古代数学的密切关系,可以从儒家与古代数学的关系入手。早在春秋战国时期,数学就受到儒家较大的重视。春秋战国时期,儒家教育以“六艺”即礼、乐、射、御、书、数为基本内容;《周礼·地官司徒》有所谓“一曰五礼,二曰六乐,三曰五射,四曰五御,五曰六书,六曰九数”,这里的“数”实际上包括古代的数学知识,“九数”就是指当时数学这门功课的九个细目。至于“九数”的细目,《周礼》中没有列出。东汉的郑玄在他的《周礼注疏·地官司徒·保氏》中引郑司农(郑众)所言:“九数:方田、粟米、差分、少广、商功、均输、方程、赢不足、旁要;今有重差、夕桀、勾股。”这与《九章算术》的纲目大致相同。汉代,儒家经典被确立,同时,数学也被认为是儒家必须修习的科目。中国数学史家钱宝琮先生甚至认为,“《九章算术》的编集与东汉初年经古文学派的儒士有密切的关系”^[13]。南北朝时期的颜之推撰《颜氏家训》,其中的“杂艺”篇说:“算术亦是六艺要事,自古儒士论天道、定律历者,皆学通之。”认为儒家应当通晓数学。可见,在中国古代,数学与儒学具有非常密切的关系。正因为如此,也就不难理解被列为儒家五经之首的《周易》与古代数学的密切关系。

《周易》对于数学的影响至少包括两个方面:

其一,《周易》对古代数学家的知识结构的影响。古代数学家大都学习或研究过《周易》,甚至精通《周易》,因此,《周易》是古代数学家的知识结构中重要的组成部分。这样,他们在研究数学时或多或少会受到《周易》的影响,而且,这种影响是多层次、多方面的。

其二,易学对古代数学家研究方式的影响。

《易传》在诠释《周易》时认为,《周易》“广大悉备,有天道焉,有人道焉,有地道焉”^[2](《系辞下传》),而且是后来所有知识的总源头。与此相类似,古代数学家在研究数学时,首先要讨论“源”的问题,并且总是把《周易》看作是数学的源头,同时还试图从《周易》中引伸出数学问题进行研究。古代数学家的这一研究方式显然是受到《易传》的影响。

正是在《周易》的影响之下,中国古代数学家,或是把数学产生的源头归于《周易》,或是采用《周易》的概念以表达数学问题,或是对《周易》中的数学问题进行研究和引伸,从而对古代数学的发展做出了贡献,同时也证明了《周易》对于古代数学发展所起的积极作用。

参考文献:

- [1]刘徽.九章算术注[M].四库全书本.
- [2]孔颖达.周易正义[M].十三经注疏[Z].北京:中华书局,1980.
- [3]杜石然.中国古代科学家传记[M].北京:科学出版社,1992.
- [4]秦九韶.数书九章[M].四库全书本.
- [5]钱宝琮.宋元数学史论文集[M].北京:科学出版社,1966.204.
- [6]莫若.《四元玉鉴》前序[Z].朱世杰.四元玉鉴[M].中国科学技术典籍通汇:数学卷:(一)[M].郑州:河南教育出版社,1993.
- [7]程大位.算法统宗[M].中国科学技术典籍通汇:数学卷:(二)[M].郑州:河南教育出版社,1993.
- [8]徐岳.数术记遗[M].四库全书本.甄鸾注.
- [9]甄鸾.五经算术[M].四库全书本.
- [10]钱宝琮.中国数学史[M].北京:科学出版社,1964.206—209.
- [11]刘牧.易数钩隐图遗论九事[M].四库全书本.
- [12]朱熹.周易本义[M].四库全书本.
- [13]钱宝琮.《九章算术》及其刘徽注与哲学思想的关系[A].钱宝琮科学史论文集[C].北京:科学出版社,1983.

责任编辑:李尚信