

基于风险控制的证券投资决策

黄继平 黄良文 陈蔚

ABSTRACT

This paper puts forward Markowitz's Mean-Variance Model under the VaR (Value at Risk) constraint. After analyzing Markowitz's Mean-Variance Model under the VaR constraint fit for China's securities market, it presents the dynamic adjustment method of investor's optimal securities investment portfolio. In the end, it gives out a practical analytical example in China's securities market and research conclusions.

关键词: Markowitz 均值-方差模型; VaR 方法; 最优证券投资组合; 动态调整

Markowitz 证券组合核心理论是在投资决策中选择风险(用方差或标准差描述)最小、期望收益(用均值描述)最大的证券组合,即依据均值-方差模型来构造最优证券投资组合。Markowitz 的均值-方差模型给出了投资决策的最基本、最完整的分析框架,是当今投资理论和投资实践的主流方法。

由美国 J. P. Morgan 公司率先提出的风险价值方法即 VaR (Value at Risk) 方法,是一种能够非常直观地测量不同交易、不同业务部门的市场风险,并将这些风险集成为一个数值的风险测量方法。由于该方法在风险测量、投资者收益/风险特征的量化、风险资本和投资资本的设定以及绩效评估等方面均有广泛的应用价值,因此,投资者尤其是机构投资者在进行证券投资决策时需要考虑 VaR 的约束。

本文在 Markowitz 证券组合理论的框架下,讨论中国证券市场上基于 VaR 约束的证券投资决策问题,即根据 VaR 约束下的 Markowitz 均值-方差模型,构建和动态调整投资者的最优证券投资组合。

一、VaR 约束下的 Markowitz 均值-方差模型

Markowitz 证券组合核心理论包括两种模型,即不包含无风险证券和包含无风险证券的均值-方差模型。

但是,Markowitz 均值-方差模型存在以下两个明显的缺点:

首先,该模型使用方差或标准差从波动性(即实际结果偏离期望结果的程度)这个角度来反映风险,这在一定程度上测量了证券价格的变化程度,但方差或标准差存

在两个不足之处:第一,方差或标准差只描述了收益偏离期望值的程度,没有描述偏离的方向,而在实际中人们关心的是负偏离即损失的情况;第二,方差或标准差并没有反映证券组合的损失到底有多大。因此,方差或标准差不适宜直接用来测量证券组合的市场风险。

其次,该模型是利用等效用曲线函数来描述投资者的收益/风险特征,而等效用曲线函数存在着这样的缺陷:第一,效用是投资者对一项投资行为的满意程度,是投资者的一种主观心理感受,具有很大的随意性,很难用一个准确的数学公式来表示;第二,在等效用曲线函数的应用过程中,必须假定投资者是风险厌恶的,并且在投资过程中对待风险的态度是固定不变的,这与投资者的实际情况不符;第三,投资者的等效用曲线函数只包含标准差和期望回报率这两个变量,而在实际应用中,等效用曲线函数应该反映投资者的情绪、心理等诸多现实影响因素。

而 VaR 测量的是在一定的置信度下,在正常的市场环境下,某一证券或证券组合在未来特定一段时间内的预期最大可能损失。它是一种非常直观的市场风险测量方法,弥补了方差或标准差的两个不足。同时,客观的 VaR 方法比主观的等效用曲线函数更好地描述了投资者的收益/风险特征,因为 VaR 方法能够使投资者根据自身财务状况、市场环境和对投资损失的心理承受能力,更加客观、容易、准确地量化自己的收益/风险特征;同时由于 VaR 描述的是损失状况,因此它更接近投资者对风险的直接心理感受。由于 VaR 方法的这些优点,我们认为引入 VaR 方法,可以补充和改进传统的 Markowitz 均值-方差模型。具体的引入方法就是对由传统的 Markowitz 均值-方差模型构造出的有效组合边界,弃用等效用曲线函数,而

利用 VaR 约束来求解投资者的最优投资组合。

由于 Markowitz 均值 方差模型包括两种类型, 因此, VaR 约束下的 Markowitz 均值 方差模型也包括两种类型, 即 VaR 约束下不包含无风险证券和包含无风险证券的 Markowitz 均值 方差模型。下面我们分别阐述这两种模型。

(一) VaR 约束下不包含无风险证券的 Markowitz 均值 方差模型

1. 模型内容。模型为:

$$\text{模型 I} \begin{cases} \min \sigma_p^2 = X^T \Sigma X \\ \max E(r_p) = X^T R \\ \text{s. t. } \text{Prob}(r_p < -\text{VaR}) \leq 1 - c \\ \text{s. t. } \sum_{i=1}^n x_i = 1 \end{cases}$$

其中, c 为置信水平, 其余各项含义与前述相同。

在证券回报率为正态分布情况下, 根据大数定理, 投资组合的 VaR 定义式 $\text{Prob}(r_p < -\text{VaR}) \leq 1 - c$ 可转化为:

$$\text{VaR} = - [E(r_p) - \Phi^{-1}(c) \sigma_p] \quad (1)$$

其中, $\Phi(\cdot)$ 是标准正态分布的分布函数。

模型 I 图示如图 1。

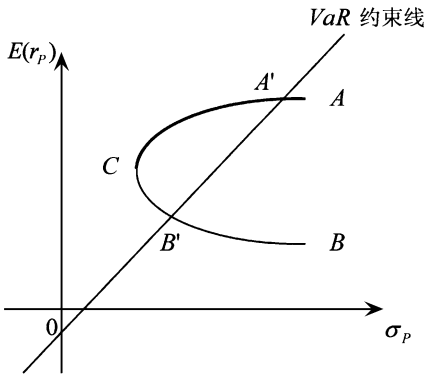


图 1 模型 I 图示

图 1 中 VaR 约束表现为一条斜率为 $\Phi^{-1}(c)$ 、截距为 $-\text{VaR}$ 的直线。在该直线及其以上的全部投资组合都具有 c 的概率使其回报率超过最小值 $-\text{VaR}$; 而在该直线以下的全部投资组合的回报率在置信水平 c 下不超过 $-\text{VaR}$ 。因此, 曲线 CA' (A' 为 VaR 约束线与原有有效组合边界 CA 的交点) 是 VaR 约束下的有效组合边界。

2 模型求解。由于 VaR 约束的复杂性, 用传统的 Lagrange 乘子法难以求解。因此, 我们使用几何方法来求解该模型。

(1) VaR 约束下投资者有效组合边界范围的确定。首先是求解 A' 点的坐标。 n 种证券组合的投资权重向量为 (x_1, x_2, \dots, x_n) , 其中, $x_n = 1 - x_1 - x_2 - \dots - x_{n-1}$, 则组合的期望回报率 $R_p [R_p = E(r_p)]$ 与方差 σ_p^2 可分别表示为:

$$+ (1 - x_1 - x_2 - \dots - x_{n-1}) R_n \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \sigma_p^2 = & x_1^2 \sigma_{11} + x_2^2 \sigma_{22} + \dots + x_{n-1}^2 \sigma_{(n-1)(n-1)} \\ & + (1 - x_1 - x_2 - \dots - x_{n-1})^2 \sigma_{nn} \\ & + 2x_1 x_2 \sigma_{12} + \dots + 2x_1 x_{n-1} \sigma_{1(n-1)} \\ & + 2x_1 (1 - x_1 - \dots - x_{n-1}) \sigma_{1n} + \dots \\ & + 2x_{n-1} (1 - x_1 - \dots - x_{n-1}) \sigma_{(n-1)n} \end{aligned} \quad (3)$$

由于方差-协方差矩阵 Σ 是正定矩阵, 所以在权重空间 $(x_1, x_2, \dots, x_{n-1})$ 中, 式(3)代表等方差超椭球面, σ_p^2 取不同的值可得到一族同心超椭球面; 式(2)代表等期望回报率超平面, R_p 取不同的值可得到一族平行超平面。这样, n 种证券组合的最优投资权重应在等方差超椭球面与等期望回报率超平面的正切点。将这些正切点连接起来, 就得到一条直线, 该直线就是这 n 种证券投资组合的临界线。

式(2)和式(3)在点 $(x_1, x_2, \dots, x_{n-1})$ 处的法向量分别为 $(R_1 - R_n, R_2 - R_n, \dots, R_{n-1} - R_n)$ 和 $(P_1 \Sigma QW^T, P_2 \Sigma QW^T, \dots, P_k \Sigma QW^T, \dots, P_{n-1} \Sigma QW^T)$, 其中, $P_1 = [1, 0, 0, \dots, 0, 0, -1]$; $P_2 = [0, 1, 0, \dots, 0, 0, -1]$; \dots ; $P_{n-1} = [0, 0, \dots, 0, 1, -1]$;

$$Q = \begin{vmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ -1 & -1 & \dots & -1 & 1 \end{vmatrix}; W = \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_{n-1} \\ 1 \end{vmatrix}。$$

由临界线定义可得临界线方程为:

$$\begin{aligned} \frac{P_1 \Sigma QW^T}{R_1 - R_n} &= \frac{P_2 \Sigma QW^T}{R_2 - R_n} = \dots = \frac{P_k \Sigma QW^T}{R_k - R_n} \\ &= \dots = \frac{P_{n-1} \Sigma QW^T}{R_{n-1} - R_n} \end{aligned} \quad (4)$$

由式(4)可得到 $n - 2$ 个方程构成的线性方程组:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1(n-1)}x_{n-1} = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2(n-1)}x_{n-1} = b_2 \\ \dots \\ a_{(n-2)1}x_1 + a_{(n-2)2}x_2 + \dots + a_{(n-2)(n-1)}x_{n-1} = b_{n-2} \end{cases} \quad (5)$$

其中:

$$\begin{aligned} a_{ij} &= \frac{\sigma_{ij} + \sigma_{im} - \sigma_{in} - \sigma_{jn}}{R_i - R_n} - \frac{\sigma_{j(n-1)} + \sigma_{in} - \sigma_{jn} - \sigma_{(n-1)n}}{R_{n-1} - R_n}; \\ b_i &= -\frac{\sigma_{in} - \sigma_{im}}{R_i - R_n} + \frac{\sigma_{(n-1)n} - \sigma_{nn}}{R_{n-1} - R_n} \quad (i = 1, 2, \dots, n - 2; j = 1, 2, \dots, n - 1)。 \end{aligned}$$

同时, 式(1)可转化为:

$$\sigma_p^2 = \frac{1}{[\Phi^{-1}(c)]^2} (R_p^2 + 2\text{VaR}R_p + \text{VaR}^2) \quad (6)$$

根据均值和方差的表达式 $R_p = X^T R$ 和 $\sigma_p^2 = X^T \Sigma X$, 式

(6)可表示为:

$$X^T \Sigma X = \frac{1}{[\Phi^{-1}(c)]^2} [VaR^2 + 2VaRX^T R + (X^T R)^2] \quad (7)$$

因为线性方程组(5)的秩是 $n - 2$, 所以它的基础解系的个数是 1, 即 x_2, x_3, \dots, x_{n-1} 都可由 x_1 表示(利用消元法可得)。同时, 由于 $\sum_{i=1}^n x_i = 1, x_n$ 也可由 x_1 表示。我们将 x_2, x_3, \dots, x_n 代入式(7), 在事先设定的一个 VaR 水平比如 5% 的约束下, 可得到一个关于 x_1 的一元二次方程。求出 x_1 , 就可得到 x_2, x_3, \dots, x_n 的值。因为 x_1 有两个根, 因此式(5)有两组解。然后根据公式 $\sigma_p^2 = X^T \Sigma X$ 和 $R_p = X^T R$, 我们可求得 σ_p 和 R_p 的值, 共有两组, 其中两个数值都较大的那一组在图 4 中的点就是 A' 点, 另一组在图 1 中的点是 B' 点, 而我们需要的是 A' 点。这样我们就得到了 A' 点的横坐标 $\sigma_{A'}$ 和纵坐标 $R_{A'}$ 。

然后是求解 C 点的坐标。C 点是垂直于 σ_p 轴的直线与曲线 AB 相切的切点。由 Markowitz 证券组合理论可得曲线 AB 的表达式为:

$$\sigma_p = \left[\frac{1}{GH - E^2} (HR_p^2 - 2ER_p + G) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (8)$$

其中, $G = R^T \Sigma^{-1} R; E = R^T \Sigma^{-1} F; H = F^T \Sigma^{-1} F; F = [1, 1, \dots, 1]^T$ 为 n 维向量。因此, C 点处的横坐标和纵坐标分别为 $R_C = E/H$ 和 $\sigma_C = 1/\sqrt{H}$ 。

这样, VaR 约束下投资者有效组合边界的范围就是: $R_C \leq R_p \leq R_{A'}, \sigma_C \leq \sigma_p \leq \sigma_{A'}$ 。

(2) VaR 约束下投资者有效组合边界范围内最优投资组合的求解。给定 VaR 约束下投资者有效组合边界范围内的一个期望回报率, 通过联立式(5)和式(2), 利用线性方程组的消元法, 可求得组合的最优投资权重向量, 然后根据式(3)可算出在该最优投资权重向量下组合的最小标准差; 或者给定 VaR 约束下投资者有效组合边界范围内的一个标准差, 通过联立式(5)和(3), 可求得组合的最优投资权重向量, 然后根据式(2)可算出在该最优投资权重向量下组合的最大期望回报率。

从以上分析可以看出, VaR 约束实际上缩小了 Markowitz 均值-方差模型所确定的最优投资组合的选择范围。但是应该注意可能出现两种极端情况: 一是 VaR 约束太严, 即 VaR 约束线的斜率太大, 与原有有效组合边界 CA 不相交, 使式(5)无解, 以致于任何组合选择都被排除在外; 二是 VaR 约束太松, 也就是说 VaR 约束线的斜率太小, 与原有有效组合边界 CA 在太靠右的位置相交, 没有起什么实质性的约束意义。

(二) VaR 约束下包含无风险证券的 Markowitz 均值-方差模型

1. 模型内容。模型内为:

$$\text{模型 II} \begin{cases} \min \sigma_p = w_M \sigma_M \\ \max E(r_p) = r_f + \frac{[E(r_M) - r_f]}{\sigma_M} \sigma_p \\ s. t. \text{Prob}(r_p < -VaR) \leq 1 - c \\ s. t. w_M + w_f = 1 \end{cases}$$

模型中的各项含义与前述相同。模型图示如图 2、图 3。

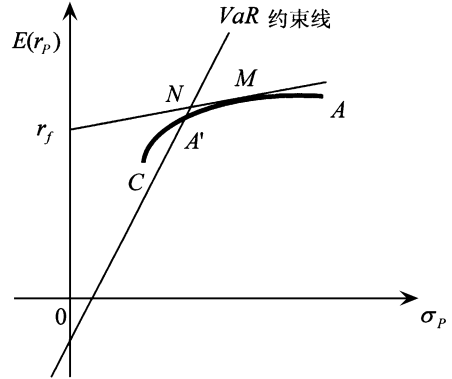


图 2 点 N 在切点 M 点左边, 表示投资于无风险证券

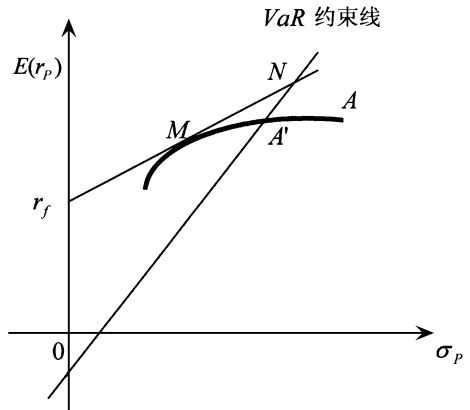


图 3 点 N 在切点 M 右边, 表示卖空无风险证券

VaR 约束下的投资者最优投资组合是半直线 $r_f M$ 与 VaR 约束线相交的点即点 N 所代表的投资组合。点 N 可能在切点 M 点的左边, 如图 2 所示, 表示投资于无风险证券; 点 N 也可能在 M 点的右边, 如图 3 所示, 表示卖空无风险证券。

2 模型求解。首先是求解原有有效组合边界半直线 $r_f M$ 的方程。 $r_f M$ 的方程为:

$$\sigma_p = \frac{\sigma_M}{R_M - r_f} (R_p - r_f) \quad (9)$$

其中, $R_M = \frac{Er_f - G}{Hr_f - E}; G = R^T \Sigma^{-1} R; \sigma_M =$

$$\sqrt{\frac{HR_M^2 - 2ER_M + G}{GH - E^2}}$$

其次是求解 VaR 约束线的方程。 VaR 约束线的方程为:

$$R_p = \Phi^{-1}(c) \sigma_p - VaR \quad (10)$$

然后是求解投资者的最优投资组合。求解投资者的

最优投资组合就是求解 N 点坐标和 N 点处的投资权重向量。通过联立式 (9) 和式 (10), 求得 N 点坐标为: 横坐标

$$\sigma_N = \frac{\sigma_M (VaR + r_f)}{\sigma_M \Phi^{-1}(c) - (R_M - r_f)}, \quad \text{纵坐标 } R_N = \frac{\Phi^{-1}(c) \sigma_M r_f + VaR (R_M - r_f)}{\sigma_M \Phi^{-1}(c) - (R_M - r_f)}$$

再根据公式 $\sigma_p = w_M \sigma_M$, 在 N 点处有 $\sigma_N = w_M \sigma_M$, 因此, 在 N 点处有风险证券总的投资权重为:

$$w_M = \frac{\sigma_N}{\sigma_M} = \frac{VaR + r_f}{\sigma_M \Phi^{-1}(c) - (R_M - r_f)}$$

这样, 求得的 N 点处各只有风险证券在总投资 (包含无风险证券投资) 中的投资权重向量为: $w_M X = w_M \Sigma^{-1} J^T (J \Sigma^{-1} J^T)^{-1} K$, 其中, $J = \begin{bmatrix} R_1 & R_2 & \dots & R_n \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}; K = \begin{bmatrix} R_M \\ 1 \end{bmatrix}$ 。由于 w_M

+ $w_f = 1$, 因此无风险证券在总投资中的投资权重为: $w_f = 1 - w_M$ 。

二、适合于我国证券市场的 VaR 约束下的 Markowitz 均值-方差模型

由于我国证券市场不允许做空行为, 因此在将模型 I 和模型 II 应用于我国证券市场时应加上一个不允许做空的限制条件, 即适合于我国证券市场的 VaR 约束下不包含无风险证券和包含无风险证券的 Markowitz 均值-方差模型的内容分别为:

$$\text{模型 III} \begin{cases} \min \sigma_p^2 = X^T \Sigma X \\ \max E(r_p) = X^T R \\ s. t. \text{Prob}(r_p < -VaR) \leq 1 - c \\ s. t. \sum_{i=1}^n x_i = 1 \\ s. t. X \geq 0 \end{cases}$$

和

$$\text{模型 IV} \begin{cases} \min \sigma_p = w_M \sigma_M \\ \max E(r_p) = r_f + \frac{[E(R_M) - r_f]}{\sigma_M} \sigma_p \\ s. t. \text{Prob}(r_p < -VaR) \leq 1 - c \\ s. t. w_M + w_f = 1 \\ s. t. X \geq 0 \\ s. t. w_f \geq 0 \end{cases}$$

三、投资者最优证券投资组合的动态调整

由 VaR 约束下的 Markowitz 均值-方差模型构建出的最优投资组合, 在投资管理过程中, 需要根据组合 VaR 值的变化情况进行动态调整。一旦计算出的组合 VaR 值达到或超过控制上限, 比如大于等于 5%, 就需要对组合进行调整, 将组合的 VaR 值调整到允许的范围内。

调低一般投资组合 VaR 值的通常方法是通过减持边

际 VaR/成分 VaR/增量 VaR 最大的若干只个券, 或者在减持边际 VaR/成分 VaR/增量 VaR 最大的若干只个券的同时, 增持边际 VaR/成分 VaR/增量 VaR 最小的若干只个券, 从而将组合的 VaR 值调整到允许的范围内。但是在用这些方法来调整由 VaR 约束下 Markowitz 均值-方差模型构造出的最优投资组合的实际 VaR 值时, 它们都面临着同样的问题: VaR 值调低后的组合极可能不再是一个满足 Markowitz 均值-方差模型的最优投资组合, 即 VaR 值调低后的组合在 $\sigma_p - E(r_p)$ 二维平面上的坐标点将很难落在有效组合边界 CA 或 $r_f M$ 上。因此, 调低由 VaR 约束下 Markowitz 均值-方差模型构建出的最优投资组合的实际 VaR 值, 一般不采用上述方法, 可采用如下方法:

当原有最优投资组合的实际 VaR 值达到或超过控制上限时, 对组合里的个券品种重新进行评价和筛选, 在考虑证券备选池里的候选个券的基础上, 确定出一个新的投资组合; 然后重新使用模型 III 或模型 IV (如果是在我国证券市场, 则重新使用模型 V 或模型 VI), 构建出一个新的最优投资组合, 在充分考虑调整成本的基础上, 将原有最优投资组合调整为新的最优投资组合。在不追加新的投资资金的情况下, 调整的具体办法是:

1. 卖掉新的最优投资组合中没有、而原有最优投资组合中有的个券;
2. 当新的最优投资组合中的个券是原有最优投资组合中的个券时: (1) 当该只个券的现时市场价值 = 该只个券新的最优投资权重 × 原有最优投资组合的现时市场价值时, 继续持有该只个券不变; (2) 当该只个券的现时市场价值 > 该只个券新的最优投资权重 × 原有最优投资组合的现时市场价值时, 减持该只个券, 减持量 = (该只个券的现时市场价值 - 该只个券新的最优投资权重 × 原有最优投资组合的现时市场价值) / 该只个券的现时市场价格; (3) 当该只个券的现时市场价值 < 该只个券新的最优投资权重 × 原有最优投资组合的现时市场价值时, 增持该只个券, 增持量 = (该只个券新的最优投资权重 × 原有最优投资组合的现时市场价值 - 该只个券的现时市场价值) / 该只个券的现时市场价格;
3. 当新的最优投资组合中的个券不是原有最优投资组合中的个券时, 买进该只个券, 买进量 = (该只个券新的最优投资权重 × 原有最优投资组合的现时市场价值) / 该只个券的现时市场价格。

在追加新的投资资金的情况下, 除了用“原有最优投资组合的现时市场价值 + 新追加的资金量”来代理“原有最优投资组合的现时市场价值”这一项外, 调整的具体办法与上述不追加新的投资资金情况下的办法是相同的。

四、VaR 约束下 Markowitz 均值-方差模型在我国证券市场的应用实例分析

应用实例: 假定在某些投资原则的指导下, 投资组合

经理筛选出一个由中国石化(600028)、五粮液(000858)、深圳机场(000089)这三只股票和 98 中铁(1)(129806)这只企业债构成的一个投资组合。所用数据的时间窗口是 2002 年 10 月 28 日~ 2003 年 10 月 27 日,共有 241 个交易日。该投资组合的一些基础数据的计算结果或设定如下:

(1) 个券期望日回报率矩阵 R 的计算结果如下:

$$R = (0.075623\%, 0.018264\%, 0.017779\%,$$

$$0.012260\%)^T$$

(2) 个券日回报率的方差 协方差矩阵 Σ 的计算结果如下:

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 1.576088\% & 0.010883\% & 0.012622\% & -0.000043\% \\ 0.010883\% & 1.475288\% & 0.011591\% & 0.000059\% \\ 0.012622\% & 0.011591\% & 1.734377\% & -0.000028\% \\ -0.000043\% & 0.000059\% & -0.000028\% & 0.0697\% \end{pmatrix}$$

(3) 置信水平 c 的设定。我们将置信水平 c 取值 95%, 则 $\Phi^{-1}(c) = 1.65$ 。

(4) VaR 值的设定。我们将 VaR 值设定为 5%。

(5) 无风险证券日回报率的确定。我们将中国人民银行发行的 3 个月短期央行票据作为我国证券市场上的代表性无风险证券,其日回报率 r_f 为 0.0075%。

VaR 约束下 Markowitz 均值 方差模型在我国证券市场中的应用实例分析有两种类型:不包含无风险证券的模型 V 和包含无风险证券的模型 VI 的应用实例分析。

(一) 不包含无风险证券的模型 V 的应用实例分析

1. VaR 约束下投资者有效组合边界范围的确定。见图 4。首先是求解 A' 点的坐标。 A' 点处个券投资权重向量的计算结果为: $X_{A'} = (17.098819\%, 0.6110284\%, 4.773041\%, 77.517112\%)^T$, 这样,求解出的 A' 点的坐标为:横坐标 $\sigma_{A'} = 3.04445\%$, 纵坐标 $R_{A'} = 0.023394\%$ 。

然后是求解 C 点的坐标。求解出的 C 点的坐标为:横坐标 $\sigma_c = 2.530536\%$, 纵坐标 $R_c = 0.015043\%$ 。

这样,5% VaR 约束下投资者有效组合边界的范围就是: $0.015043\% \leq R_p \leq 0.023394\%$, $2.530536\% \leq \sigma_p \leq 3.04445\%$ 。

2. 5% VaR 约束下投资者有效组合边界范围内最优投资组合的求解。分两种情况求解:

(1) 给定 5% VaR 约束下投资者有效组合边界范围内的一个期望日回报率 R_p^* 的值,比如 $R_p^* = 0.02\%$, 则组合的最优投资权重向量为: $X_p^* = (11.780439\%, 0.358353\%, 4.603099\%, 83.258108\%)^T$, 在该最优投资权重向量下组合的最小标准差为: $\sigma_p^* = 2.723824\%$ 。

(2) 给定 5% VaR 约束下投资者有效组合边界范围内的一个标准差 $\sigma_p^{\#}$ 的值,比如 $\sigma_p^{\#} = 3\%$, 则组合的最优投资权重向量为: $X_p^{\#} = (16.469905\%, 0.581149\%, 4.752945\%, 78.196001\%)^T$ 在该最优投资权重向量下组

合的最大期望日回报率为: $R_p^{\#} = 0.022993\%$ 。

(二) 包含无风险证券的模型 VI 的应用实例分析

5% VaR 约束下投资者最优投资组合点就是 N 点所代表的投资组合。见图 5。求解出的 N 点的坐标和投资权重向量为:横坐标 $\sigma_N = 3.045502\%$, 纵坐标 $R_N = 0.025078\%$, 有风险证券总的投资权重为: $w_M = 62.154797\%$, 其中,各只有风险证券在总投资中的投资权重向量为: $w_M X = (10.627736\%, 0.379783\%, 2.966739\%, 48.180603\%)^T$, 无风险证券 3 个月期限央行票据在总投资中的投资权重为: $w_f = 37.845139\%$ 。

根据组合实际 VaR 值的变化情况,对由上述两种模型构造出来的投资者最优投资组合进行动态调整,可按本文第四部分阐述的方法进行。

五、研究结论

本文将 VaR 方法引入 Markowitz 证券组合核心理论中,利用 VaR 约束而非等效用曲线函数来求解投资者的最优证券投资组合,是对传统的 Markowitz 证券组合理论的一种创新。同时,本文从风险控制这个角度来构建和动态调整投资组合,体现了一种成熟的投资理念,即在证券投资管理中,首先是考虑如何控制风险,然后才考虑如何赢利。因此,本文的研究结果对我国证券市场上的投资者,尤其是机构投资者来说,具有理论指导意义和实际应用价值。

参考文献

[1] Mac Belniak, Practical Challenges of Portfolio Optimization, A Fair Isaac White Paper, May 2003.
 [2] Simone Manganelli and Robert F. Engle, Value at Risk Models in Finance, Working Paper No. 75, European Central Bank, August 2001.
 [3] Coronado and Maria, Comparing Different Methods for Estimating Value at Risk (VaR) for Actual Non-linear Portfolios: Empirical Evidence, Working Paper, 2000.
 [4] Crouchy, M., D. Galai and R. Mark, Risk Management, McGraw Hill, New York, 2000.
 [5] Marshall, C. and M. Siegel, Value at Risk: Implementing a Risk Measurement Standard, Journal of Derivatives, Vol. 4(Spring), 1997.
 [6] Markowitz, H.M., Portfolio Selection, Journal of Finance, Vol. 7, March, 1952.

作者简介

黄继平,男,厦门大学经济学院博士研究生,主要研究方向为金融工程与风险管理。
 黄良文,男,厦门大学经济学院教授、博士生导师。
 陈蔚,男,国家统计局办公室。

(责任编辑:石庆焱)