

Trabajo Fin de Máster

Comparación entre métodos implícitos y explícitos para la simulación computacional de la contracción del tejido músculo esquelético

Autor Ana Pilar Esteban Hombrados

> Directores Dr. Jorge Grasa Orús

Dra. Begoña Calvo Calzada

Escuela de Ingeniería y Arquitectura $\frac{2019}{2020}$



DECLARACIÓN DE AUTORÍA Y ORIGINALIDAD

(Este documento debe entregarse en la Secretaría de la EINA, dentro del plazo de depósito del TFG/TFM para su evaluación).

,en

D./Dª. ANA PILAR ESTEBAN HOMBRADOS

aplicación de lo dispuesto en el art. 14 (Derechos de autor) del Acuerdo de 11 de septiembre de 2014, del Consejo de Gobierno, por el que se aprueba el Reglamento los de la Universidad Zaragoza, de TFG TFM de V Declaro (Grado/Máster) que el presente Trabajo de Fin de (Título del Trabajo) MÁSTER

COMPARACIÓN ENTRE MÉTODOS IMPLÍCITOS Y EXPLÍCITOS PARA LA SIMULACIÓN COMPUTACIONAL DE LA CONTRACCIÓN DEL TEJIDO MÚSCULO ESQUELÉTICO

es de mi autoría y es original, no habiéndose utilizado fuente sin ser citada debidamente.

Zaragoza, 19 de Noviembre de 2020

Jantan

Fdo: ANA PILAR ESTEBAN HOMBRADOS

Agradecimientos

Me gustaría aprovechar este espacio para dar las gracias al Dr. Jorge Grasa por la disposición, ayuda y dedicación en la dirección de este trabajo y agradecer también el apoyo y seguimiento de este proyecto por parte de la Dra. Begoña Calvo.

También querría agradecer a mi familia y amigos por el apoyo y la confianza depositada en mí.

PRESENTACIÓN TRABAJO FIN DE MÁSTER

El trabajo de fin de máster desarrollado tiene como objetivo la simulación computacional de la contracción del tejido muscular, particularizado a la contracción de los músculos extraoculares con el fin último de reproducir, de forma lo más realista posible, el movimiento ocular.

Previamente a la simulación del movimiento ocular, se va a estudiar la capacidad de los métodos explícitos e implícitos para reproducir la contracción, para lo cual será necesario implementar mediante subrutinas de usuario el comportamiento del tejido muscular en el software comercial de elementos finitos Abaqus [1].

Tras la determinación de las geometrías y condiciones de contorno de los modelos, así como los parámetros óptimos, se procederá a la simulación de la contracción muscular bajo contracción isométrica y concéntrica. El movimiento o contracción es una acción que se produce de manera rápida en el tiempo por lo que es importante considerar la inercia de los tejidos implicados. Por todo ello, se pretende explorar las diferentes técnicas numéricas de simulación, cuasi-estáticas y dinámicas, considerando métodos implícitos y explícitos.





Por último, se definirá un modelo de elementos finitos compuesto por los músculos extraoculares rectos: superior, inferior, externo e interno y la esclera ocular partiendo de un modelo del sistema ocular previo [2]; y se particularizará la aplicación de dichas técnicas numéricas a los músculos extraoculares rectos con la intención última de lograr una simulación del movimiento horizontal y vertical ocular.

Índice general

Índice de figuras				
Índice de tablas VI				
Li	sta d	e símbolos	IX	
1.	Intr	oducción	1	
	1.1.	Anatomía y fisiología ocular	1	
	1.2.	La movilidad ocular	3	
		1.2.1. Tejido músculo esquelético	6	
		1.2.2. Comportamiento mecánico del tejido muscular	8	
	1.3.	Motivación	16	
	1.4.	Objetivos y alcance del trabajo	17	
	1.5.	Descripción de la memoria	17	
2.	\mathbf{Sim}	ulación computacional de la contracción muscular: métodos implícitos		
	$vs \in$	xplícitos	20	
	2.1.	Modelado del tejido músculo-esquelético	20	
		2.1.1. Comportamiento pasivo	21	
		2.1.2. Comportamiento activo	21	
	2.2.	Algoritmos de integración temporal	23	
		2.2.1. Método Implícito	23	
		2.2.2. Método Explícito	24	
		2.2.3. Implementación del modelo en Abaqus	26	
	2.3.	Simulación de la contracción muscular	26	
		2.3.1. Modelo de un fascículo	28	
		2.3.2. Respuesta de un músculo fusiforme	37	
		2.3.3. Músculo tipo penniforme	43	
3.	\mathbf{Sim}	ulación del movimiento ocular	50	
	3.1.	Modelo de elementos finitos	50	
		3.1.1. Interacciones y condiciones de contorno	53	
	3.2.	Resultados	54	
		3.2.1. Movimiento horizontal	55	
		3.2.2. Movimiento vertical	58	

4.	Conclusiones y líneas futuras 4.1. Conclusiones	64 64 66
Aı	iexos	69
A.	Anexo I. Desplazamientos y tensiones en el modelado de un fascículo	70
в.	Anexo II. Desplazamientos y tensiones en geometría fusiforme	74
C.	Anexo III. Desplazamientos y tensiones en geometría penniforme	80
Bi	bliografía	85

Índice de figuras

1. Vista lateral y posterior de la órbita y músculos que intervienen en el						
	movimiento ocular.	1				
1.1.	Ojo humano y principales componentes. [3]	1				
1.2.	2. Conformación del ojo en sus diferentes capas. [3]					
1.3.	Anatomía del sistema ocular y detalle de los músculos extraoculares 3					
1.4.	Posición músculos extraoculares e inserción en el globo	4				
1.5.	Movimiento ocular.	4				
1.6.	Direcciones rotacionales de ambos ojos. [4]					
1.7.	'. Estructura del tejido muscular [5].					
1.8.	Arquitectura del tejido muscular. (1) Músculo plano (2) Músculo circular (3)					
	Músculo fusiforme con las fibras alineadas con la dirección del tendón. (4)					
	Músculo bíceps, con doble cabeza, tiene su origen en un solo tendón y termina					
	en dos tendones diferentes. (5) Músculo digástrico, con doble vientre muscular.					
	(6) Músculo multigástrico. (7) Músculo unipenado, con la dirección de las					
	fibras diferente a la dirección del tendón. (8) Músculo bipenado, con la dos					
	direcciones de fibras, diferentes a la dirección del tendón. [5]	8				
1.9.	Curva tensión-deformación elástica típica del tejido músculo-esquelético	9				
1.10.	Comportamiento viscoelástico del tejido muscular.	10				
1.11.	Relación fuerza-longitud	11				
1.12.	Relación fuerza-velocidad	13				
1.13.	1.13. Relación fuerza activa-voltaje del estímulo eléctrico					
1.14.	Sacudida muscular en respuesta a un único estímulo para fibra lenta y rápida	14				
1.15.	Relación <i>fuerza-frecuencia</i>	16				
2.1.	Tipos de contracción muscular esquematizados: (a) isométrica, (b)					
	concéntrica, (c) excéntrica [6]	27				
2.2.	Función de activación muscular normalizada.	28				
2.3.	Condiciones de contorno: contracción isométrica.	29				
2.4.	Condiciones de contorno: contracción concéntrica					
2.5.	Modelos analizados					
2.6.	Análisis de sensibilidad de tamaño de malla en el modelo de contracción					
	isométrica de un fascículo.	31				
2.7.	Análisis de sensibilidad del tamaño de malla en el modelo de contracción					
	concéntrica de un fascículo.	32				

2.9.	Análisis de sensibilidad del factor de escalado de masa en el modelo de	
	contracción isométrica en un fascículo.	34
2.11.	Análisis de sensibilidad del factor de escalado de masa en el modelo de	
	contracción concéntrica en un fascículo.	35
2.12.	Curva tensión isómetrica máxima-velocidad modelado dinámico de un	
	fascículo bajo contracción concéntrica.	36
2.13.	Orientación de las fibras de un músculo fusiforme	37
2.14.	Músculo fusiforme. Contracción isométrica.	38
2.15.	Músculo fusiforme. Contracción concéntrica.	38
2.16.	Modelos de elementos finitos analizados para el músculo fusiforme	39
2.17.	Análisis de sensibilidad de tamaño de malla en el modelo de contracción	
	isométrica de un músculo fusiforme	40
2.18.	Análisis de sensibilidad del tamaño de malla en el modelo de contracción	
	concéntrica de un músculo fusiforme	40
2.19.	Análisis de sensibilidad del factor de escalado de masa en el modelo de	
	contracción isométrica en un músculo fusiforme.	41
2.20.	Análisis de sensibilidad del factor de escalado de masa en el modelo de	
	contracción concéntrica en un músculo fusiforme.	41
2.21.	Curva tensión–velocidad modelado dinámico de un músculo fusiforme bajo	
	contracción concéntrica.	43
2.22.	Condiciones de contorno para la simulación de la contracción isométrica en	
	un músculo penniforme.	44
2.23.	Condiciones de contorno para la simulación de la contracción concéntrica en	
	un músculo penniforme.	44
2.24.	Geometría de un músculo penniforme mallada.	45
2.25.	Análisis de sensibilidad de tamaño de malla en el modelo de contracción	
	isométrica en un músculo penniforme.	46
2.26.	Análisis de sensibilidad del tamaño de malla en el modelo de contracción	
	concéntrica en un músculo penniforme	46
2.27.	Análisis de sensibilidad del factor de escalado de masa en el modelo de	
	contracción isométrica en un músculo penniforme	47
2.28.	Análisis de sensibilidad del factor de escalado de masa en el modelo de	
	contracción concéntrica en un músculo penniforme.	47
2.29.	Curva fuerza-velocidad modelado dinámico de un músculo penniforme bajo	
	contracción concéntrica.	48
21	Orientación de las fibras de los músculos extraocularos rectos	51
3.1. 3.9	Modelo de elementos finitos con tajido adinoso	52
0.2. 3.3	Componentes del modelo ocular malladas	52 52
3.4	Constraint tipo Tie en la inserción de los músculos a la esclera	53
3.5	<i>Empatramiento</i> de los músculos rectos y tejido adiposo en el extremo	54
3.6	Gráficas de $\lambda_{i,i}$ en el movimiento horizontal	55
3.7	Movimiento de abducción utilizando el método implícito	56
3.8	Movimiento de abducción utilizando el método explícito	56
3.9	Desplazamientos movimiento de aducción utilizando el método implícito	57
3.10	Movimiento de aducción utilizando el método explícito.	57
3.11	Gráficas de contracción del movimiento vertical.	58
3.12	Movimiento de depresión utilizando el método implícito.	59
3.13.	Movimiento de depresión utilizando el método explícito.	59

3.14. 3.15. 3.16	Movimiento de elevación utilizando el método implícito	60 60
3.10.	músculo superior recto	61
0.11.	del músculo recto superior	62
4.1.	Imagen representativa de distintos tipos de estrabismo	67
A.1.	Desplazamientos en las tres direcciones en la malla del orden de 100 elementos para contracción isométrica y concéntrica en caso de un fascículo Tensión principal máxima en las tres direcciones en la malla del orden de 100	70
A.3.	elementos para contracción isométrica y concéntrica para un fascículo Mapa de color representación de los desplazamientos en la dirección x durante	71
A.4.	simulación contracción isométrica en un fascículo	72
A.5.	simulación contracción isométrica en un fascículo	72
A.6.	longitudinaldurante simulación contracción concéntrica en un fascículo Mapa de color representación de la tensión principal máxima en el instante	72
A.7.	t=0.38 s durante simulación contracción isométrica en un fascículo Mapa de color representación de la tensión principal máxima durante	73
D 1		10
В.1. В.2.	Desplazamientos en las tres direcciones en la malla del orden de 100 elementos para contracción isométrica y concéntrica en caso de un músculo fusiforme Tensión principal máxima en las tres direcciones en la malla del orden de 100 elementos para contracción isométrica y concéntrica en caso de un músculo	74
Ъĝ	fusiforme.	75
В.3.	Mapa de color representación de los desplazamientos en la dirección x durante simulación contracción isométrica de un músculo fusiforme.	76
Б.4. В 5	Mapa de color representación de los desplazamientos en la dirección y durante simulación contracción isométrica de un músculo fusiforme.	76
D.0.	simulación contracción isométrica de un músculo fusiforme	77
В.0. В 7	simulación contracción concéntrica de un músculo fusiforme	77
В.1. В.8	simulación contracción concéntrica de un músculo fusiforme	78
B.9.	simulación contracción concéntrica de un músculo fusiforme	78
B.10	simulación contracción isométrica de un músculo fusiforme	79
-	simulación contracción concéntrica de un músculo fusiforme.	79
C.1.	Desplazamientos en las tres direcciones en la malla del orden de 100 elementos para contracción isométrica y concéntrica en caso de un músculo penniforme.	80
C.2.	Tensión principal máxima en la malla del orden de 100 elementos para contracción isométrica y concéntrica en caso de un músculo penniforme	81

C.3.	Mapa de color representación de los desplazamientos en la dirección y durante		
	simulación contracción isométrica de un músculo penniforme	82	
C.4.	Mapa de color representación de los desplazamientos en la dirección		
	longitudinal durante simulación contracción isométrica de un músculo		
	penniforme	82	
C.5.	Mapa de color representación de los desplazamientos en la dirección y durante		
	simulación contracción concéntrica de un músculo penniforme	83	
C.6.	Mapa de color representación de los desplazamientos en la dirección		
	longitudinal durante simulación contracción concéntrica de un músculo		
	penniforme	83	
C.7.	Mapa de color representación de la tensión principal máxima durante		
	simulación contracción isométrica de un músculo penniforme	84	
C.8.	Mapa de color representación de la tensión principal máxima durante		
	simulación contracción concéntrica de un músculo penniforme	84	

Índice de tablas

1.1.	Direcciones de rotación del ojo respecto a sus ejes.	5	
2.1.	Parámetros del tejido muscular considerados [7]	28	
2.2.	Tamaños de malla utilizados en el fascículo.	29	
2.3.	Resultados de la reducción de tiempo porcentual con el análisis <i>Mass scaling</i> en el modelo del fascículo	35	
2.4.	Tamaño malla analizados en el músculo fusiforme	38	
2.5. Resultados de la reducción de tiempo porcentual con el análisis Mass scaling			
	en el modelado de un músculo fusiforme	42	
2.6.	Análisis tamaño malla en un músculo penniforme	45	
2.7.	Resultados de la reducción de tiempo porcentual con el análisis Mass scaling		
	en el modelado de un músculo penniforme	47	
3.1.	Tamaño de malla para cada elemento del sistema ocular.	52	
3.2.	Resultados de la reducción de tiempo porcentual con el análisis <i>Mass scaling</i> en el cálculo del músculo superior recto. Los valores de esta tabla son tomados respecto al tiempo de cálculo considerado inicialmente de 0.177 s	61	
A.1.	Resumen valores máximos en malla representativa de 100 elementos en un		
	nodo de un fascículo	71	
B.1.	Resumen valores máximos en malla representativa de 100 elementos en un		
	nodo de un músculo fusiforme.	75	
C.1.	Resumen valores máximos en malla representativa de 100 elementos en un		
	nodo de en un músculo penniforme	81	

Lista de símbolos

Ψ		Función densidad de energía de deformación.		
F		Gradiente de deformación.		
λ_a		Contracción/elongación de las fibras musculares.		
M		Tensor estructural de las fibras musculares.		
N		Tensor estructural de las fibras de colágeno.		
C_e		Deformación elástica de los puentes cruzados.		
$\bar{\Psi}_{vol}$		Parte volumétrica variable de Ψ .		
$\bar{\Psi}_p$		Contribución pasiva de la parte desviadora.		
$\bar{\Psi}_{a}^{r}$		Contribución activa de la parte desviadora.		
\bar{I}_1, \bar{I}_2		Invariantes del tensor modificado de Cauchy-Green.		
\bar{I}_4		Pseudo- invariante de la respuesta pasiva.		
\bar{C}		Tensor modificado de Cauchy-Green.		
$\bar{\Psi}'_a$		Contribución activa de la parte desviadora particularizada para músculo.		
P_0		Factor proporcional debido a la contracción muscular.		
f_{λ}		Influencia de la superposición de filamentos en la respuesta activa.		
$ar{\lambda}_a$		Parte desviadora de la elongación de las fibras musculares.		
λ_{opt}		Elongación de la fibra con superposición de filamentos óptima para generar ϵ		
r		Iuerza. Delegión fuerza voltais		
Jv	_	Amplitud del velta is del estímula eléctrica		
V	_	Vielandel voltaje del estimulo electrico.		
a		valor dei voltaje sin respuesta de fuerza.		
J train		Relacion fuerza-frecuencia.		
n D		Numero de puisos simulados.		
P T		Amplitud de la contracción del musculo.		
T_c		Tiempo de contracción del músculo.		
$t_{stim}(i)$		Intervalo de tiempo entre estímulos.		
P_a		Tensión activa.		
v_{-}		Valor absoluto de la velocidad concéntrica máxima.		
P_T		Tensión total en la fibra muscular.		

1. Introducción

En este capítulo se presenta una breve introducción de la anatomía y fisiología ocular, la biomecánica extraocular y el comportamiento del tejido músculo-esquelético junto a la la motivación y objetivos establecidos para la realización del presente Trabajo de Fin de Máster.

1.1. Anatomía y fisiología ocular

El ojo humano es el órgano anatómico que recoge en su interior la estructura sensible que hace posible el inicio del complejo proceso de la visión. Por su forma se le denomina Globo ocular. Es un órgano par situado a ambos lados del plano sagital, protegido por grasa y tejidos blandos y por las paredes óseas que componen las cavidades orbitarias, donde además del globo ocular se alojan el nervio óptico, los músculos oculares, la glándula lagrimal, vasos y nervios. Los párpados, las pestañas y las lágrimas son protectores del ojo.



Figura 1.1: Ojo humano y principales componentes. [3]

Cuando miramos a una persona de frente, vemos que sus dos ojos están separados por la nariz. Es por ello por lo que a la parte interna de los ojos se la puede calificar con el adjetivo de parte nasal. Por el contrario, la externa de cada ojo está en la zona más próxima a los huesos temporales del cráneo y por ello recibe este adjetivo posicional (temporal). Además la parte interna o nasal recibe el calificativo anatómico de medial y la parte externa o temporal es denominada asimismo lateral. Añadiendo los términos superior e inferior y en otra orientación anterior y posterior podremos reconocer espacialmente cualquiera de las estructuras del ojo.

El globo ocular, esfera de unos 24 mm de diámetro anteroposterior, está formado de fuera a dentro por tres capas concéntricas de acuerdo a la Figura 1.2 [3]:

- La exterior es la túnica fibrosa o córneo-escleral que se compone de dos segmentos esféricos; el anterior la córnea, es la porción más pequeña y prominente; el posterior es la esclerótica. Revistiendo los párpados por su cara posterior (interior) y parte de la esclera anterior (por su exterior) está la conjuntiva, membrana en la que se vierte la secreción lagrimal que participará en la nutrición y protección de las capas superficiales de la córnea.
- La capa intermedia (úvea) es la túnica vascular, la componen por delante, el iris, por detrás, la coroides, y la unión de ambos, un engrosamiento que se conoce con el nombre de cuerpo ciliar.
- La capa interna, túnica nerviosa es la retina, que se continúa por delante con la capa profunda del cuerpo ciliar y del iris.



Figura 1.2: Conformación del ojo en sus diferentes capas. [3]

La córnea es la porción anterior clara y transparente de la capa externa del globo ocular. Es la superficie refractante mayor del ojo y la más sensible del cuerpo, dada la abundancia de fibras nerviosas que contiene. Su función fisiológica principal es mantener la superficie del ojo lisa y transparente, mientras protege el contenido intraocular. Se continúa con la esclerótica. Tanto por delante como por detrás se encuentra la córnea bañada por líquidos, que le proporcionarán los elementos nutrientes para el metabolismo corneal dado que no tiene vasos sanguíneos. La lágrima humedece el epitelio corneal o cara anterior y el humor acuoso hacen posible la nutrición desde la cara posterior o endotelial.

La esclerótica o esclera es la túnica que junto con la córnea, forma la capa fibrosa externa del globo ocular. Constituye el esqueleto del globo ocular. Está compuesta de haces de tejido conjuntivo y fibras elásticas que le dan una consistencia fuerte, permitiéndole mantener la forma del ojo a pesar de alcanzar un espesor máximo de 1 mm. [3] En su parte delantera presenta las inserciones de los músculos extrínsecos del ojo, y en el polo posterior, la salida

del nervio óptico, la vena central de la retina y accede al interior del ojo la arteria central de la retina.

1.2. La movilidad ocular

El ojo gira libremente en todas las direcciones gracias a seis músculos conocidos como músculos extraoculares o extrínsecos, cuatro rectos y dos oblicuos, que tienen su origen en las paredes de la órbita y se insertan en la esclerótica, Figura 1.3. Ambos ojos se mueven simultáneamente de forma asociada, regulados por centros de asociación que inervan grupos de músculos de los dos ojos al mismo tiempo.



Figura 1.3: Anatomía del sistema ocular y detalle de los músculos extraoculares.

Los músculos rectos ocupan las posiciones mediales (o lado nasal), lateral, superior e inferior. Se originan en la parte posterior, en el anillo tendinoso común del vértice de la órbita conocido como anillo de Zinn, y se insertan en la mitad anterior del globo ocular. Las distancias medias entre el borde de la córnea (limbo) y la inserción de los músculos son las siguientes: recto interno 5.5 mm, recto inferior 6.5 mm, recto externo 6.9 mm y recto superior 7.7 mm [4].

Los músculos oblicuos ocupan las regiones orbitarias superior e inferior, no se originan en el anillo tendinoso común, y a diferencia de los músculos rectos se insertan en la mitad posterior del globo ocular. El músculo oblicuo mayor o superior, se dirige hacia delante a lo largo del techo de la órbita hasta que alcanza la tróclea, un tendón fibrocartilaginoso que modifica su trayecto. Pasa a través de la tróclea y cruza el globo ocular lateralmente. La contracción de este músculo dirige la pupila hacia abajo y hacia afuera.



Figura 1.4: Posición músculos extraoculares e inserción en el globo.

El músculo oblicuo inferior o menor, es el único del conjunto que no se origina en la parte posterior de la órbita sino que lo hace en la zona media del suelo de la órbita. Este músculo cruza el suelo orbitario siguiendo una dirección posterolateral para insertarse, por debajo del recto externo, en el globo ocular. La contracción de este músculo dirige entonces la pupila hacia arriba y hacia fuera.

Como puede concluirse de esta descripción general, los músculos oculares extrínsecos no actúan en forma aislada, sino que en su conjunto se encargan de los movimientos coordinados que permiten colocar la pupila en el dirección que sea necesaria.

Los músculos recto inferior y recto superior realizan acciones contrarias, la contracción del músculo recto superior eleva, aduce y rota internamente el globo ocular, mientras que el recto inferior lo deprime, aduce y rota externamente. De igual manera, los músculos recto medial y lateral, en su contracción, producen la aducción o la abducción del globo ocular, respectivamente, Figura 1.5.



Figura 1.5: Movimiento ocular.

El músculo primario que mueve un ojo en una dirección dada se conoce como agonista y el músculo que controla ese movimiento y ejerce fuerza en la dirección opuesta al agonista, se conoce como antagonista. El músculo recto interno o medial y externo o lateral forman una pareja agonista-antagonista para producir el movimiento del ojo en el plano horizontal (aducción y abducción). Mientras que el músculo superior e inferior forman la pareja agonista-antagonista para producir el movimiento en el plano vertical (elevación y depresión). Si bien es cierto, que dada su inserción en la esclera los músculos superior e inferior también participan de forma secundaria en el movimiento de rotación, cuyos principales responsables son los músculos oblicuos.

	Rotación sobre el eje Z	Rotación sobre el eje X	Rotación sobre el eje Y
Ángulo	aducción	elevación	intorsión
positivo	(hacia la nariz)	(hacia arriba)	(rotando hacia
			dentro)
Ángulo	abducción	depresión	extorsión
negativo	(contra la nariz)	(hacia abajo)	(rotando hacia
			fuera)

Tabla 1.1: Direcciones de rotación del ojo respecto a sus ejes.

Cuando miramos un objeto se producen simultáneamente, en la retina de ambos ojos, sendas imágenes, que no son iguales, ya que cada ojo observa el objeto desde un ángulo distinto, aunque la diferencia es muy pequeña. Estas dos imágenes, ligeramente diferentes, producen la sensación de relieve, de profundidad del objeto.



Figura 1.6: Direcciones rotacionales de ambos ojos. [4]

La visión binocular es un reflejo condicionado que exige la alineación correcta de los ojos desde el período neonatal y la proyección de imágenes similares en cada retina.

La visión binocular es una facultad que se adquiere a partir de reflejos posturales, de fijación, de acomodación y de convergencia, dominados por el reflejo de fusión. Percepción simultánea, fusión y estereopsia son tres fenómenos perceptores que se incluyen en la visión binocular, pudiendo actuar simultáneamente [3]. El primero de ellos es el menos desarrollado, y el último el de mayor desarrollo en el ojo normal.

La imagen que se proyecta en la retina de cada ojo es distinta y así se transmite al cerebro, percepción simultánea. No obstante, las imágenes de un objeto visto con ambos ojos caen sobre porciones correspondientes de las retinas, dando lugar a una impresión visual única.

La fusión es el resultado de los objetos proyectados en los puntos retinianos correspondientes, con sus dos imágenes fundidas a nivel del SNC^1 en una sola percepción.

La estereopsia es la percepción de la tercera dimensión. La cercanía o el alejamiento relativo de los puntos del objeto obtenidos de las imágenes retinianas fundidas aunque ligeramente dispares, desplazadas, dan lugar a una sensación de relieve.

1.2.1. Tejido músculo esquelético

Los músculos son los encargados de ejecutar las acciones ordenadas por el cerebro a partir del centro oculomotor. Los músculos están, por un lado, unidos al globo ocular, y por otro, al esqueleto. Es necesario conocer la dinámica de los músculos para poder realizar la descripción del movimiento del ojo en sí.

En cuanto a su estructura, el músculo está organizado jerárquicamente formando una serie de paquetes definidos por el tejido conjuntivo que los rodea, contenidos sucesivamente uno dentro del otro. El músculo completo está rodeado por el *epimisio*. Le siguen los *fascículos* que están rodeados por el *perimisio* y que contienen a su vez fibras musculares empaquetadas por el *endomisio*, distribuidas en una dirección determinada de acuerdo a la arquitectura del músculo [5].

El tejido conectivo que envuelve las estructuras musculares, está formado por fibras de colágeno reticuladas. Estas capas de tejido conectivo se prolongan a lo largo de todo el músculo hasta los extremos distal y proximal, donde conforman los tendones. En las inmediaciones de estos tejidos conectivos, viajan vasos sanguíneos y fibras nerviosas que aumentan su tamaño a medida que salen del músculo.

En cada una de las fibras musculares se encuentran las proteínas que se encargan de producir la contracción dispuestas de forma tal que se repiten a lo largo de la longitud de la misma. Estas proteínas constituyen la unidad mínima funcional del músculo que se conoce como *sarcómero*.

¹Sistema Nervioso Central



Figura 1.7: Estructura del tejido muscular [5].

Cada sarcómero, alojado en el sarcoplasma, posee filamentos de proteínas compuestos por una agrupación de proteínas de filamento delgado (*actina*) y de filamento grueso (*miosina*) que se repiten periódicamente, dando una apariencia estriada al tejido cuando se observa al microscopio. Cada miofibrilla alberga aproximadamente 1500 filamentos de *miosina* y 3000 de *actina* [8].

La *miosina* es responsable de la contracción, su principal propiedad durante dicha acción se centra en las cabezas de sus cadenas, ya que es la zona capaz de hidrolizar ATP^2 , el cual brinda la energía necesaria para la contracción. Esta acción se puede desempeñar en presencia de *actina*, uniéndose a ella y produciendo movimiento [5].

Adicionalmente a la estructura del tejido, es importante tener en cuenta otras características tales como la forma, posición y tipo de movimiento en que participa ya que van a estar estrechamente relacionados con la función que dicho músculo desarrolle.

En función de la geometría los músculos se pueden clasificar atendiendo a su forma, como por ejemplo, músculo plano, circular, ancho, largo, corto, etc. [9], o según la forma en que se distribuyen las fibras con respecto al tendón, distinguiendo entre músculos fusiformes, digástricos, multigástricos, uni o multipenados (Figura 1.8). El efecto de la disposición de las fibras en el resultado mecánico de la fuerza, se estudia a través de la arquitectura muscular.

 $^{^{2}}$ Adenosín trifosfato



Figura 1.8: Arquitectura del tejido muscular. (1) Músculo plano (2) Músculo circular (3) Músculo fusiforme con las fibras alineadas con la dirección del tendón. (4) Músculo bíceps, con doble cabeza, tiene su origen en un solo tendón y termina en dos tendones diferentes. (5) Músculo digástrico, con doble vientre muscular. (6) Músculo multigástrico. (7) Músculo unipenado, con la dirección de las fibras diferente a la dirección del tendón. (8) Músculo bipenado, con la dos direcciones de fibras, diferentes a la dirección del tendón. [5]

Los músculos que tienen forma de huso, en los que tanto la dirección de las fibras como el tendón coinciden con la dirección axial, son músculos que se contraen de forma rápida y en los que la fuerza generada se transmite en dirección longitudinal del mismo (Figura 1.8). Se podría pensar, que los músculo de fibras paralelas producen mayor fuerza por no tener un ángulo que descomponga la fuerza en la dirección transversal; sin embargo, los músculos con angulación (penados), tienen la ventaja de que en el mismo volumen pueden empaquetar un mayor número de fibras. Por lo tanto, aunque la alineación oblicua de las fibras conlleva a una descomposición de la fuerza, el hecho de contar con un mayor número de fibras le permite realizar mayor fuerza en la dirección longitudinal. Debido a que en esta última configuración arquitectónica, las fibras son mucho más cortas, con menor número de sarcómeros en serie, el desplazamiento y la velocidad del músculo son menores que en los músculos de fibras paralelas a la dirección del movimiento [10]. El hecho de que la fuerza se descomponga en la dirección transversal, permite que estos músculos transmitan la fuerza hacia otro músculo aledaño.

Por ejemplo, los músculos planos y fusiformes (Figura 1.8) tienen tendones relativamente cortos, fibras largas y movimientos extensos pero poco potentes; los unipenados cuentan con un tendón largo en los que terminan las fibras que vienen oblicuas a través del músculo, lo cual asegura una amplia sección fisiológica y consecuentemente mayor fuerza muscular y por último los multipenados (Figura 1.8) son capaces de generar mayor fuerza gracias a las fibras que se unen al tendón desde diversas direcciones [5].

1.2.2. Comportamiento mecánico del tejido muscular

El desarrollo de modelos constitutivos, lo más realistas posibles, requiere el conocimiento de las propiedades y respuesta mecánica de los tejidos que se desean modelar, en este caso nos centraremos en el tejido músculo-esquelético. En este apartado se resumen las propiedades y fenómenos mecánicos más representativos de dicho tejido, basados en estudios previos [11,12].

El comportamiento del músculo se puede considerar como la suma de dos contribuciones, la contribución pasiva, entendida como la resistencia que ofrece el tejido a la deformación y la contribución activa, es decir, la capacidad del músculo de generar fuerza para dar lugar al movimiento.

1.2.2.1. Respuesta pasiva

Las propiedades y fenómenos más relevantes del tejido músculo-esquelético, en cuanto a su comportamiento mecánico pasivo, se pueden resumir en cuatro [6]:

• **Propiedades elásticas.** En general, tanto el tejido muscular como los ligamentos y tendones, presenta un comportamiento anisótropo debido a la orientación preferencial de las fibras de colágeno. Desde el punto de vista microscópico, son materiales heterogéneos como consecuencia de su estructura variable en cada punto. Ante cargas fisiológicas normales experimentan grandes deformaciones y su comportamiento no-lineal se ha atribuido al patrón ondulado de las fibras de colágeno. La Figura 1.9 representa de forma esquemática la curva tensión-deformación de este tipo de material en un ensayo uniaxial de tracción, en ella se observa que la curva puede dividirse en tres partes:



Figura 1.9: Curva tensión-deformación elástica típica del tejido músculo-esquelético

- Región OA. Corresponde al rango fisiológico dentro del cual el tejido trabaja normalmente y puede representar hasta un 4% de deformación. En esta fase del ensayo, tensiones iniciales de pequeña magnitud provocan un gran alargamiento, debido a que el arrollamiento de las fibras de colágeno es fácil de deshacer. Se interpreta a menudo como la región en la cual las ondulaciones de las fibras comienzan a reducirse y se alinean en la dirección de la carga aplicada.
- Región AB. Las fibras de colágeno y elastina ya enderezadas se alargan elásticamente, necesitando mayor tensión para provocar un alargamiento. El valor tangente se toma como la rigidez elástica.
- Región BC. La relación entre tensión y deformación deja de ser lineal y se produce la desorganización de las fibras y la rotura de las mismas que acaba con la rotura final del tejido.
- Tensiones residuales. Los tejidos no se encuentran libres de tensiones en la

configuración de referencia debido fundamentalmente al crecimiento, remodelación, daño o deformaciones viscoplásticas que se desarrollan durante la vida.

• Fenómenos inelásticos. Muestran un comportamiento viscoelástico (relajación y/o fluencia) atribuido a la interacción tangencial del colágeno con la matriz de proteoglicanos (la cual actúa como lubricante entre las fibras de colágeno). El comportamiento se describe en la Figura 1.10, donde se observa como si se carga el tejido hasta una longitud determinada y ésta se mantiene constante, la tensión se relaja desde la inicial hasta la de equilibrio.

En este trabajo solo se considerará el comportamiento no-lineal y anisótropo del tejido.



Figura 1.10: Comportamiento viscoelástico del tejido muscular.

• Crecimiento y remodelación. El crecimiento tiene lugar cuando se producen cambios en la masa y/o volumen tanto de las células como de la matriz extracelular y la remodelación cuando se produce una modificación de la microestructura sin modificar su tamaño y forma.

1.2.2.2. Respuesta activa

La fuerza activa F_{activa} desarrollada por el músculo depende de diversos factores como son su longitud, velocidad de contracción, tiempo de duración de dicha contracción, así como de su propia arquitectura muscular. Además de otros factores como son la temperatura y la fatiga.

Tomando como punto de partida las contracciones isométricas , en las cuales la longitud del músculo permanece constante, existe una longitud a la cual el músculo puede generar una fuerza máxima. Esta longitud se conoce como longitud óptima L_{opt} y esta fuerza como fuerza isométrica máxima F_0 . De esta forma, la fuerza activa se puede expresar mediante una serie de parámetros adimensionales que escalan la magnitud de F_0 [13–15], obtenidos de la relación fuerza-longitud f_l , fuerza-velocidad f_{vel} y fuerza-señal de activación f_{α} :

$$F_{activa} = F_0 f(\lambda) f(\lambda) f_\alpha \tag{1.1}$$

El número de factores que escalan la fuerza isométrica puede ser aumentado en función de la complejidad del modelo numérico que pretenda desarrollarse, en este caso, se centra la atención en las tres relaciones principales: dependencia con la longitud, dependencia con la velocidad y dependencia con la señal de excitación.

1. Dependencia con la longitud $f(\lambda)$

La fuerza que realiza el músculo no es constante sino que varía a medida que cambia la longitud del mismo [16]. Como se observa en la Figura 1.11, cuando los parámetros de activación son fijos, la fuerza que produce un músculo cuya longitud varía entre un 50 % y un 150 % de la longitud óptima, L_{opt} , implica fuerzas de activación distintas y menores a la fuerza máxima, F_0 .



Longitud de fibra comparada con longitud óptima

Figura 1.11: Relación fuerza activa-longitud desarrollada en el sarcómero.

La explicación a nivel molecular al cambio de fuerza con la longitud es básicamente geométrica. Debido a que la fuerza está directamente relacionada con el número de puentes cruzados que interactúan con la actina en cada sarcómero, el nivel de solapamiento entre el filamento grueso y el delgado, permitirá un mayor o menor número de enlaces [16]. Como se observa en la Figura 1.11, la fuerza máxima F_0 se produce cuando todos los puentes cruzados tienen probabilidad de enlazarse con la actina del sarcómero (A). Cuando la longitud del sarcómero aumenta, entonces el solapamiento entre la actina y la miosina disminuye de modo tal que, un porcentaje de puentes cruzados ya no están habilitados para enlazarse con la actina (C). Del mismo modo, si la longitud del sarcómero es muy corta, las proteínas de actina interfieren unas con otras (D).

La relación fuerza-alargamiento, $f(\lambda)$ se expresa como:

$$f_{\lambda} = \exp^{\frac{-(\bar{\lambda}_a - \lambda_{opt})^2}{2\xi^2}} \tag{1.2}$$

donde λ_a representa la parte desviadora de la elongación de las fibras musculares. λ_{opt} define la elongación de la fibra a la cual la superposición de los filamentos es óptima

para la generación de fuerza y ξ ajusta la amplitud horizontal de la función.

2. Dependencia con la velocidad $f(\dot{\lambda})$

Del ensayo realizado por A. V. Hill [17], en el cual se estimula el músculo a una contracción tetánica bajo condiciones de fuerza isotónica (constante) en longitudes cercanas a la óptima, se relaciona la fuerza y la velocidad de acuerdo a las variables termodinámicas internas del músculo. Como conclusión, se plantea una relación entre la energía que se disipa, con la que se produce [18] y se obtiene la Ecuación 1.3 durante el acortamiento del músculo basada en resultados experimentales.

$$(v+b)(F_{vel}+a) = b(F_0+a)$$
(1.3)

donde v es la velocidad de contracción, F_{vel} es la fuerza del músculo dependiente de la velocidad, F_0 es la fuerza máxima isométrica generada por el músculo y a y b constantes relacionadas según:

$$b = a(v_0/F_0) \tag{1.4}$$

donde v_0 es la velocidad máxima cuando F_{vel} es cero.

Del mismo modo, durante el alargamiento la fuerza aumenta a medida que aumenta la velocidad hasta un máximo que suele estar entre 1,5 a 1,8 veces la fuerza isométrica máxima F_0 , tal y como se observa en la Figura 1.12. La ecuación que representa la fuerza excéntrica está dado por:

$$f(\dot{\lambda}) = d - (d-1) \frac{1 + \frac{v}{v_{min}}}{1 - k_{cc}k_{ec}(\frac{v}{v_{min}})}$$
(1.5)

siendo v la velocidad instantánea en la fibra, v_{min} la velocidad mínima (negativa) de la velocidad de contracción, k_{cc} y k_{ec} constantes del músculo y d un parámetro que representa la fuerza máxima que puede lograr el músculo a mayor velocidad en un trabajo excéntrico [13].

De todo ello, se obtiene que cuanto mayor es la carga aplicada al músculo, menor será la velocidad a la que podrá contraerse. De la misma manera, a mayor velocidad de contracción, menor será la fuerza que puede realizar el músculo. La causa biológica de este hecho experimental es la pérdida de fuerza en el elemento contráctil, cuando los puentes cruzados deben activarse y desactivarse rápidamente.



Figura 1.12: Relación fuerza activa-velocidad de contracción.

3. Dependencia con la señal de excitación (f_{α})

La relación *fuerza-señal de activación* describe la dependencia de la fuerza activa generada por el músculo y la señal de excitación que recibe. En general, esta relación proporciona el comportamiento del músculo en función del tiempo.

Para describir la dependencia con la señal de excitación se propone una relación fuerza-señal de activación que depende a su vez de la relación de la fuerza con el voltaje de la señal interpuesta (f_V) y de la relación de la fuerza con las características intrínsecas de las fibras en el tiempo (f_t) :

$$f_{\alpha} = f_V f_t \tag{1.6}$$

Relación fuerza-voltaje (f_V) .

Si el estímulo se provoca sobre una única fibra, se tiene que una vez superado el umbral de reclutamiento, la fibra responderá con la mayor fuerza capaz de hacer (ley del todo o nada). Sin embargo, como el músculo completo es una mezcla de fibras con diferentes umbrales y características intrínsecas, tendrá una respuesta que dependerá de la intensidad de la señal y su variación en el tiempo.

De la Figura 1.13 se deducen dos conclusiones relativas al umbral de reclutamiento y al punto de saturación. La señal de excitación debe rebasar el umbral de reclutamiento propio del músculo, definido como el nivel mínimo de señal excitatoria requerida para iniciar cargas repetidas [19], ya que para valores inferiores, no habrá respuesta de ninguna fibra y por lo tanto no hay generación de fuerza. Cuando el voltaje aumenta, la fuerza asciende gradualmente de forma no lineal hasta llegar a un punto de saturación. En dicho punto, todas las fibras estarán reclutadas como se observa en la Figura 1.13.



Figura 1.13: Relación fuerza activa-voltaje del estímulo eléctrico.

La relación de fuerza-voltaje para el músculo esquelético vendrá dada por:

$$f_V = 1 - \exp^{\frac{a-V}{d}} \qquad V \ge a \tag{1.7}$$

donde V es la amplitud del voltaje del estímulo eléctrico, a el punto de corte con el eje de abscisas y d el parámetro que controla la curvatura para la relación de la fuerza normalizada (f_V) .

Relación fuerza-tiempo (f_t) .

La respuesta mecánica del músculo a un único estímulo tiene como parámetros característicos la amplitud de la fuerza (P) y el tiempo de subida (T_c) o tiempo de contracción (Figura 1.14).



Figura 1.14: Sacudida muscular en respuesta a un único estímulo para una fibra lenta (línea discontinua) y para una fibra rápida (línea continua). El parámetro T_c representa el tiempo de contracción y P la amplitud de la fuerza del pulso.

La expresión matemática propuesta por [20] de la fuerza producida para la respuesta a un pulso, f_{Pulse} , está dada por la ecuación:

$$f_{\text{Pulse}}(P, T_c, t) = \frac{Pt}{T_c} e^{1 - (\frac{t}{T_c})}$$
(1.8)

donde P es la amplitud o pico de fuerza del pulso, T_c es el tiempo de contracción y t el tiempo que dura el pulso.

El tiempo de contracción T_c es un parámetro característico del tipo de fibra muscular de modo que, las fibras rápidas tienen T_c cortos del orden de 20 a 35 ms mientras que las fibras de contracción lenta presentan valores entre 60 y 90 ms [21]. Debido a que en el modelo que se propone no se trabaja a nivel de fibra y la reacción se mide experimentalmente sobre un fascículo o músculo completo, se hace una aproximación del comportamiento a un tiempo de contracción aparente T'_C y una fuerza pico promedio P', con lo que la Ecuación 1.8 se expresa como:

$$f_{Pulse}(P', T'_c, t) = \frac{P't}{T'_c} e^{1 - (\frac{t}{T'_c})}$$
(1.9)

Si la señal excitatoria se aplica mediante un tren de estímulos, la fuerza se incrementa progresivamente debido a la suma de los pulsos superpuestos. En general, la frecuencia con la que el músculo es estimulado se expresa con su inverso: el intervalo interestímulo (IIE) definido como el tiempo entre cada disparo. En la Ecuación 1.10 se expresa la relación de la fuerza en el tiempo como suma de impulsos representados como en 1.9 desfasados en el tiempo [20].

$$f_t(P',T',t) = \sum_{i=1}^n P' \frac{t - IIE(i)}{T'_c} e^{1 - (\frac{t - IIE(i)}{T'_c})}$$
(1.10)

Debido a que la suma de los pulsos es no lineal [22] el incremento de frecuencia de la señal de excitación causa un aumento en la fuerza hasta llegar a un nivel máximo. Esta relación llamada ganancia [20] será denominada como relación fuerza-frecuencia f_{fr} . La expresión de la relación fuerza-frecuencia está dada por:

$$f_{fr} = (1 - r)e^{(-fr_{norm})/c}$$
(1.11)

donde fr_{norm} es el producto entre la frecuencia fr y el tiempo de contracción T'_c , r se determina con el cociente entre la fuerza pico del pulso P y la fuerza máxima de tetanización F_0 y c representa la tasa en que se incremente la fuerza con el aumento de la frecuencia.

Con esta corrección, la Ecuación 1.10 se modifica con el producto de la Ecuación 1.11, quedando expresada como:

$$f_t(P',T',f_r,t) = \sum_{i=1}^n \left[\left(1 - re^{(f_r T')/c} \right) \left(P' \frac{t - IEE}{T'} e^{1 - \left(\frac{t - IEE}{T'}\right)} \right) \right]$$
(1.12)



Figura 1.15: En el gráfico se observa la relación no lineal de *fuerza-frecuencia* que afectará la relación *fuerza-tiempo* tanto de fibras lentas como de fibras rápidas de acuerdo a sus valores de $P' \ge T'$.

1.3. Motivación

Disponer de un modelo matemático que permita reproducir el comportamiento del tejido músculo-esquelético permite abordar numerosos estudios en la rama de la Ingeniería Biomédica. Estos estudios, permiten no sólo comprender la respuesta del tejido ante diferentes parámetros como el tipo de fibra muscular, su orientación, el efecto de la frecuencia de excitación, etc., sino también desarrollar modelos que puedan ayudar clínicamente a planificar protocolos de diagnóstico, patrones o estrategias de entrenamiento, o planificación de cirugías. En este TFM, se pretende explorar las técnicas numéricas más adecuadas para simular la contracción muscular. Como fin último se pretende avanzar en el desarrollo de un modelo del sistema ocular, basado en el método de elementos finitos, que permita su utilización en la simulación del movimiento ocular para que en un futuro pudiese ser utilizado para desarrollar planes preoperatorios, entrenamientos médicos, etc.

Los músculos durante el movimiento, en contacto con la esclera y grasa de la órbita, experimentan grandes deformaciones, por lo que el problema a resolver es complejo debido a la alta no-linealidad. Además, la contracción es una acción que se produce de forma rápida en el tiempo por lo que es importante considerar la inercia de los tejidos implicados. En los trabajos previos del grupo de investigación Applied Mechanics and Bioengineering (AMB)³ la simulación computacional del tejido músculo-esquelético se había abordado mediante

³El Grupo Applied Mechanics and Bioengineering (AMB) es uno de los grupos de investigación de la División de Ingeniería Biomédica del Instituto de Investigación en Ingeniería de Aragón (I3A)

algoritmos implícitos, usando el software ABAQUS/Standard. En este TFM se ha procedido a analizar la posibilidad de utilizar algoritmos explícitos de integración temporal, con la intención de mejorar y optimizar un modelo inicial del sistema ocular [2] y ampliar los valores de los ángulos de rotación obtenidos en el globo ocular. Los ángulos que se obtuvieron eran coherentes con otros estudios presentados hasta la actualidad en la comunidad científica [23,24], pero resulta necesario mejorar la amplitud del movimiento.

Se pretende en el presente trabajo, modelar mediante elementos finitos y analizar la respuesta computacional de diferentes tipos de músculos de acuerdo a su arquitectura o disposición de fibras así como par diferentes tipos de contracción (isométricas y concéntricas). Esta respuesta se analizará de forma dinámica considerando algoritmos implícitos y explícitos por medio de ABAQUS/Standard y ABAQUS/Explicit. En el caso del procedimiento explícito se analizará la influencia del escalado de masa sobre el movimiento determinando la viabilidad de utilizar este procedimiento. Finalmente, se procederá a la simulación del movimiento ocular mediante la activación de los músculos rectos extraoculares.

1.4. Objetivos y alcance del trabajo

El trabajo tiene como objetivo global la simulación computacional del comportamiento del tejido músculo esquelético utilizando algoritmos de integración temporal implícitos e explícitos. La comparación entre las diferentes estrategias se abordará inicialmente en geometrías musculares idealizadas y posteriormente en un modelo del globo ocular más los músculos extraoculares para poder abordar la simulación del movimiento ocular.

Para alcanzar el objetivo global del TFM se han establecido los siguientes objetivos específicos:

- Estudio del modelo de comportamiento del tejido muscular y su implementación en ABAQUS/Implicit o Standard mediante la subrutina UMAT.
- Estudio del modelo de comportamiento del tejido muscular y su implementación en ABAQUS/Explicit mediante la subrutina VUMAT.
- Desarrollo de geometrías idealizadas de diferentes tipos de músculos que permitan el análisis de la contracción en tiempos computacionales bajos y comparación de resultados en función del algoritmo temporal utilizado.
- Simulación de dos tipos de contracciones: isométrica y concéntrica.
- Análisis de sensibilidad de variables como el tamaño de malla y las técnicas de reducción del coste computacional en la simulación dinámica mediante el método explícito sobre la relación fuerza-velocidad del músculo.
- Simulación del movimiento ocular y comparación con estudios de la literatura.

1.5. Descripción de la memoria

La presente memoria se divide en tres capítulos que describen el trabajo realizado.

 Capítulo 2. Simulación computacional de la contracción muscular con métodos implícitos y explicítos. Se detalla el proceso seguido para el modelado de las geometrías y adaptación de las subrutinas para la simulación del comportamiento del tejido músculo esquelético. Se exponen los resultados del análisis en tres geometrías diferentes: modelado de un fascículo, geometría fusiforme y geometría penniforme.

- Capítulo 3. Métodos implícitos y explícitos en el movimiento ocular. Se presenta el modelo formado por la esclera y los cuatros músculos extraoculares rectos y los resultados obtenidos en la simulación del movimiento ocular horizontal y vertical atendiendo a las conclusiones obtenidas acerca de los algoritmos de integración temporal en el capítulo anterior.
- Capítulo 4. Conclusiones. Por último, se recogen los aspectos más relevantes obtenidos de las simulaciones y se incluyen líneas futuras de trabajo o mejora.

2. Simulación computacional de la contracción muscular: métodos implícitos vs explícitos

En este capítulo se describe el modelo computacional utilizado para reproducir el comportamiento del tejido músculo esquelético. Este comportamiento no está implementado en los softwares comerciales por lo que es necesario su programación por medio de subrutinas de usuario en el software Abaqus. Dado que la contracción muscular varía con el tiempo, se van estudiar dos métodos de resolución numérica, concretamente una metodología ímplicita y otra explicita. Para realizar la comparación entre ambos métodos se utilizarán geometrías sencillas idealizadas que representan un fascículo muscular, un músculo fusiforme y uno penniforme. Se realizará también un análisis de sensibilidad del tamaño de malla y de la utilización de la técnica *Mass scaling*. Por último se calculará la curva que representa la tensión isométrica máxima frente a la velocidad de contracción que caracteriza el movimiento muscular mediante los dos algoritmos.

2.1. Modelado del tejido músculo-esquelético

En este apartado se resume el modelo de comportamiento utilizado en este TFM, desarrollado previamente en el grupo de investigación AMB y descrito de forma más completa en los trabajos de B. Hernández-Gascón y J. Grasa [25, 26]. Este modelo es capaz de reproducir tanto la respuesta activa como pasiva del tejido y se basa en la definición de una función de energía de deformación [25] que define el comportamiento hiperelástico anisótropo del tejido:

$$\Psi = \Psi(\mathbf{C}, \mathbf{C}_e, \lambda_a, \mathbf{N}, \mathbf{M}). \tag{2.1}$$

Esta función depende de las variables de estado, **F** (gradiente de deformación) a través de $\mathbf{C} = \mathbf{F}^T \mathbf{F}$ (tensor de deformación de Cauchy-Green), λ_a (contracción o elongación de las fibras musculares) y de los tensores estructurales $\mathbf{M} = \mathbf{m}_0 \otimes \mathbf{m}_0$ y $\mathbf{N} = \mathbf{n}_0 \otimes \mathbf{n}_0$, que definen la anisotropía del músculo debida a la dirección preferencial de las fibras musculares y de colágeno, respectivamente. A su vez, la función depende también de \mathbf{C}_e , que representa la deformación elástica de los puentes cruzados. La función de energía de deformación puede dividirse en dos partes, una que contempla la energía cuando se produce cambio de volumen y otra asociada a la conservación del mismo, llamada desviadora; este tratamiento permite gestionar computacionalmente la restricción de cuasi-incomprensibilidad. Además, la parte desviadora, se divide en una contribución pasiva, debida al colágeno y la elastina, $\bar{\Psi}_p$, y una contribución activa asociada a las fibras musculares $\bar{\Psi}_a$. Por consiguiente, la función energía de deformación total Ψ puede expresarse como:

$$\Psi = \Psi_{vol}(J) + \bar{\Psi}_p(\bar{\mathbf{C}}, \mathbf{N}) + \bar{\Psi}_a(\bar{\mathbf{C}}_e, \bar{\lambda}_a, \mathbf{M}).$$
(2.2)

La Eq. (2.2) se puede particularizar para el músculo esquelético y formularse como [25]:

$$\Psi = \Psi_{vol}(J) + \bar{\Psi}_p(\bar{I}_1, \bar{I}_2, \bar{I}_4) + f_\lambda f_V f_{train} \bar{\Psi}'_a(\bar{J}_4).$$
(2.3)

A continuación se describen cada una de las contribuciones.

2.1.1. Comportamiento pasivo

La función de la energía de deformación pasiva, $\bar{\Psi}_p$, se define como una función de los invariantes:

$$\bar{I}_1 = tr\bar{\mathbf{C}}, \qquad \bar{I}_2 = \frac{1}{2}((tr\bar{\mathbf{C}})^2 - tr\bar{\mathbf{C}}^2), \quad \bar{I}_4 = \mathbf{n}_0.\bar{\mathbf{C}}\mathbf{n}_0 = \bar{\lambda}^2, \tag{2.4}$$

donde I_1 and I_2 son el primer y segundo invariante del tensor de deformación simétrico de Cauchy-Green modificado $\bar{\mathbf{C}}$, e \bar{I}_4 es el pseudo-invariante relativo a la anisotropía de la respuesta pasiva (fibras de colágeno). De acuerdo con la función de energía de deformación propuesta en [27], la respuesta pasiva $\bar{\Psi}_p$ puede escribirse como:

$$\bar{\Psi}_p = c_1(\bar{I}_1 - 3) + \frac{c_3}{c_4} (\exp^{c_4(\bar{I}_4 - \bar{I}_{4_0})} - c_4(\bar{I}_4 - \bar{I}_{4_0}) - 1)$$
(2.5)

2.1.2. Comportamiento activo

La energía de deformación asociada a la respuesta activa y en consecuencia, a la interacción de la actina y la miosina, se expresa como el producto de una serie de funciones que escalan la maxima tensión isométrica capaz de generar el músculo. La contribución activa de la función de energía de deformación $\bar{\Psi}'_a$ se expresa en términos del pseudo-invariante asociado $\bar{\mathbf{C}}_e$ y la dirección \mathbf{m}_0 [25]:

$$\bar{\Psi}'_{a} = \frac{1}{2} P_{0} (\bar{J}_{4} - 1)^{2} \qquad \bar{J}_{4} = \mathbf{m}_{0} \cdot \bar{\mathbf{C}}_{e} \mathbf{m}_{0} = \bar{\lambda}_{e}^{2}.$$
(2.6)

donde P_0 es un factor de proporcionalidad relativo a la maxima tensión activa debida a la contracción muscular [25]. La influencia de la superposición de filamentos en la respuesta activa del músculo f_{λ} es reformulada en términos de la elongación de las fibras de los mismos:

$$f_{\lambda} = \exp^{\frac{-(\bar{\lambda}_a - \lambda_{opt})^2}{2\xi^2}} \tag{2.7}$$

Aquí $\bar{\lambda}_a$ representa la parte desviadora de la elongación de las fibras musculares. λ_{opt} define la elongación de la fibra a la cual la superposición de los filamentos es óptima para la generación de fuerza y ξ ajusta la amplitud horizontal de la función. f_V se expresa como:

$$f_V = 1 - \exp^{\frac{a-V}{d}} \tag{2.8}$$

donde V es la amplitud del voltaje del estímulo eléctrico, a es el valor de voltaje al cual no se obtiene respuesta de fuerza y d controla la curvatura de la función.

La fuerza ejercida por un músculo es mayor cuando el tiempo de contracción es más largo y éste puede alcanzar la tetanización completa. Esta dependencia se expresa con f_{train} [28]:

$$f_{train} = (1 - re^{-fr \cdot c}) \sum_{i=1}^{n} P \frac{t - t_{stim}(i)}{T_c} e^{(1 - \frac{(t - t_{stim}(i))}{T_c})}$$
(2.9)

donde r y c regulan la curvatura de la pendiente inicial y final de la relacion frecuencia-fuerza. n es el número de pulsos de la simulación, P y T_c definen la amplitud y el tiempo de contracción aparente de todo el músculo, respectivamente, y $t_{stim}(i)$ es el intervalo de tiempo entre estímulos (i-1) e i.

Finalmente, debe satisfacerse una relación constitutiva derivada de principios termodinámicos para obtener la evolución de la velocidad de contracción $\dot{\lambda}_a$ [25]:

$$P_a - \frac{\partial \bar{\Psi}}{\partial \bar{\lambda}_a} + \left(2\bar{\mathbf{C}}_e \frac{\partial \bar{\Psi}}{\partial \bar{\mathbf{C}}_e} \bar{\mathbf{F}}_a^{-T} \right) : \frac{\partial \bar{\mathbf{F}}_a}{\partial \bar{\lambda}_a} = C\dot{\bar{\lambda}}_a \tag{2.10}$$

donde se define la tensión activa P_a expresada como:

$$P_a = P_0 f\left(\bar{\lambda}_a\right) f_{\text{train}} f(\dot{\bar{\lambda}}_a) \tag{2.11}$$

Esta expresión tiene en cuenta la dependencia de la fuerza activa respecto a la velocidad de contracción. Así, $f(\dot{\lambda}_a)$ será:

$$f(\dot{\bar{\lambda}}_a) = \frac{1}{\nu}\dot{\bar{\lambda}}_a + 1 \tag{2.12}$$

donde ν representa el valor absoluto de la máxima velocidad concéntrica de contracción.

El párametro C se define como:

$$C = \left(\frac{1}{v_0} \left(P - P_0 f(\bar{\lambda}_a) f_{\text{train}}\right)\right)^2 \tag{2.13}$$

donde P es la deformación total de la fibra muscular. Sustituyendo las Eqs. (2.11) y (2.13) en (2.10), resulta la expresión de $\dot{\bar{\lambda}}_a$:

$$\dot{\bar{\lambda}}_{a} = \frac{P_{0}f\left(\bar{\lambda}_{a}\right)f_{\text{train}} - \frac{\partial\bar{\Psi}}{\partial\bar{\lambda}_{a}} + \left(2\bar{\mathbf{C}}_{e}\frac{\partial\bar{\Psi}}{\partial\bar{\mathbf{C}}_{e}}\bar{\mathbf{F}}_{a}^{-T}\right):\frac{\partial\bar{\mathbf{F}}_{a}}{\partial\bar{\lambda}_{a}}}{\left(\frac{1}{v_{0}}\left(P - P_{0}f(\bar{\lambda}_{a})f_{\text{train}}\right)\right)^{2} - \frac{1}{\nu}P_{0}f\left(\bar{\lambda}_{a}\right)f_{\text{train}}}$$
(2.14)

2.2. Algoritmos de integración temporal

En elementos finitos la resolución de problemas temporales se puede abordar de formas diferentes. Si la carga aplicada variara lentamente y no provocara efectos inerciales, el problema se podría aproximar a un modelo pseudo-estático y resolver mediante un método implícito. En cambio, si la carga varía con el tiempo de forma rápida, los efectos inerciales dejarían de ser despreciables, considerándose un problema dinámico [29].

Los problemas no lineales (debido al material, a la geometría, o a las condiciones de contorno), se pueden dividir en problemas dependientes del tiempo, cuando los efectos de la aceleración no pueden ser despreciados, o problemas cuasi-estáticos o temporalmente independientes cuando la carga se aplica de forma tan lenta que permite despreciar los efectos de la aceleración [30].

Los algoritmos de integración temporal pueden ser clasificados, a su vez, como implícitos o explícitos. En general, el método implícito define el estado del modelo para cada incremento temporal basándose en la información de ese mismo incremento y el previo, mientras que el método explícito usa los datos del incremento previo para resolver ecuaciones dinámicas durante el nuevo incremento. En el algoritmo implícito la solución de las ecuaciones de elementos finitos se itera hasta conseguir cumplir el criterio de convergencia en cada incremento; mientras que el algoritmo explícito puede ser resuelto directamente sin requerimiento de iteraciones.

En general, los métodos implícitos dan lugar a soluciones correctas en tiempos de cálculo totales más pequeños. Pero en problemas con grandes deformaciones o contactos pueden aparecer problemas numéricos como por ejemplo distorsiones en la malla que dificultan la convergencia, ante los cuales el método explícito se plantea como una alternativa [31], pero hay que tener en cuenta que al no obligar a que se cumplan las ecuaciones de equilibrio, la solución obtenida puede no ser correcta, dependiendo en gran medida del incremento temporal.

El método explícito manifiesta una relación lineal entre el tiempo de cálculo total y el tamaño del modelo, marcada por el número de elementos y el tamaño de los mismos [31]. Los tiempos de cálculo totales son superiores al método implícito y muy largos debido a la necesidad de utilizar incrementos de tiempo muy pequeños. El tiempo crítico para cada paso es función del material y del tamaño del elemento más pequeño del sistema. Para asegurar la estabilidad, el incremento de tiempo debe ser menor que el paso de tiempo crítico. [32] Por este motivo, es importante alcanzar un equilibrio óptimo entre el tamaño de la malla y la exactitud de la solución.

2.2.1. Método Implícito

Un método implícito se caracteriza por determinar la solución de elementos finitos en el instante $t + \Delta t$ basado en la información en $t + \Delta t$. Hay numerosos métodos de resolución aunque el método más utilizado en problemas cuasiestáticos es el de Newton-Raphson. Dado el sistema de ecuaciones [31] :

$$\bar{G}(\bar{u}) = \int_{v} \bar{B}^{T} \bar{\sigma}(\bar{u}) dV - \int_{S} \bar{N}^{T} \bar{t} dS = 0$$
(2.15)
donde \bar{G} es un conjunto de ecuaciones no lineales de \bar{u} , y \bar{u} y es el vector de desplazamientos nodales. \bar{B} es la matriz que relaciona las tensiones y los desplazamientos, y su transpuesta junto con el vector de deformaciones, $\bar{\sigma}$ es integrado en el volumen, V. \bar{N} es la matriz de las funciones de forma del elemento, \bar{t} es el vector de tensiones en el contorno y su producto se integra en el contorno del dominio. La Ecuación 2.15, se resuelve en cada incremento donde las cargas y/o desplazamientos son aplicados en incrementos de tiempo Δt , hasta el último instante t.

El valor de \bar{u} se actualiza incrementalmente desde t hasta $t + \Delta t$. Una estimación de las raíces de la Ecuación 2.15 para cada iteración sería:

$$\delta \bar{u}_{(i+1)} = \bar{u}_{(i+1)}^{(t+\Delta t)} - \bar{u}_i^{(t+\Delta t)} = -\left[\frac{\partial \bar{G}(\bar{u}_i^{(t+\Delta t)})}{\partial \bar{u}}\right]^{-1} \bar{G}(\bar{u}_i^{(t+\Delta t)})$$
(2.16)

donde $\delta \bar{u}_{i+1}$ es el vector nodal de desplazamientos para la iteración *i* en el instante $t + \Delta t$. La derivada parcial en el lado derecho de la ecuación es la matriz jacobiana y se puede definir como la matriz de rigidez tangente \bar{K} . La Ecuación 2.16, se manipula y se invierte para llegar al siguiente sistema de ecuaciones:

$$\bar{K}(\bar{u}_i^{(t+\Delta t)})\delta\bar{u}_{(i+1)} = -\bar{G}(\bar{u}_i^{(t+\Delta t)})$$
(2.17)

La Ecuación 2.17, debe ser resuelta para cada iteración, para conocer el cambio de $\delta \bar{u}_{(i+1)}$. Esto implica que la matriz de rigidez, \bar{K} debe invertirse en cada incremento, asegurando el equilibrio global del modelo en cada incremento de tiempo. De este modo, se asegura la precisión de la solución para incrementos de tiempo relativamente grandes pero se aumenta considerablemente el coste computacional.

Para la siguiente iteración i, $\delta \bar{u}_{(i+1)}$ ha sido determinado y una mejor aproximación de la solución se ha conseguido con la Ecuación 2.16, $\bar{u}_i^{(t+\Delta t)}$. Este valor se utiliza como aproximación de la solución en la siguiente iteración (i + 1).

La precisión de la solución se basa en el criterio de convergencia donde el valor actualizado de \bar{G} debe ser menor que cierta tolerancia. En casos de alta no linealidad entre tensiones y deformaciones o que impliquen contacto entre superficies pueden aparecer complicaciones y ser difícil predecir si la convergencia será alcanzada y en cuánto tiempo, dado que numerosas iteraciones serán necesarias para resolver un incremento, provocando incrementos de tiempo cada vez menores.

2.2.2. Método Explícito

El método explícito se caracteriza por determinar la solución en $t + \Delta t$ basada en la información en el instante anterior t. Las aceleraciones y velocidades en un nodo en el instante de tiempo t son consideradas constantes durante el incremento y se utilizan para resolver el instante $t + \Delta t$. El programa Abaqus [1] utiliza el esquema de integración de Euler resultando [31]:

$$\bar{u}^{(i+1)} = \bar{u}^i + \Delta t^{(i+1)} \bar{\bar{u}}^{(i+\frac{1}{2})} \tag{2.18}$$

$$\dot{\bar{u}}^{(i+\frac{1}{2})} = \dot{\bar{u}}^{(i-\frac{1}{2})} + \frac{\Delta t^{(i+1)} + \Delta t^{(i)}}{2} \ddot{\bar{u}}^{(i)}$$
(2.19)

donde \bar{u} es el desplazamiento. El término "explícito" se refiere al hecho de que el estado del análisis avanza considerando constantes los valores de velocidad, $\dot{\bar{u}}$, y aceleración, $\ddot{\bar{u}}$, durante los intervalos de tiempo. Las aceleraciones son calculadas al inicio del incremento según:

$$\ddot{\bar{u}}^{(i)} = \bar{M}^{-1}(\bar{F}^{(i)} - \bar{I}^{(i)}) \tag{2.20}$$

donde \overline{F} es el vector de fuerzas externas, \overline{I} es el vector de fuerzas internas y \overline{M} es la matriz de masa concentrada, que como es diagonal, la inversión es un proceso trivial, a diferencia de la matriz de rigidez en el método implícito que es una matriz no-diagonal. Así, se resuelve el sistema de forma más eficiente, reduciéndose el tiempo computacional.

El límite de estabilidad que determina el tamaño del incremento de tiempo es:

$$\Delta t \le \frac{2}{\omega_{max}} \tag{2.21}$$

donde ω_{max} es el máximo de los valores propios de los elementos. De forma práctica, la Ecuación 2.21 se implementa como:

$$\Delta t = \min\left(\frac{L^e}{c^d}\right) \tag{2.22}$$

donde L^e es la longitud característica del elemento y c^d es la velocidad de la onda de dilatación (dilatational wave):

$$c^d = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} \tag{2.23}$$

donde λ y μ son las constantes elásticas de Lamé y ρ es la densidad del material.

Un problema cuasi-estático resuelto con el método explícito respecto al método implícito, tendrá incrementos de tiempo más pequeños y más sencillos de resolver, resultando en un mayor número de incrementos menos costosos individualmente para obtener la solución. Para asegurar la eficiencia del análisis es importante asegurarse que el tamaño de los incrementos sea lo más regular posible y que el elemento más pequeño no reduzca el tiempo de incremento de todo el modelo.

Si este problema ocurriese, se trata de evitar la escala de tiempo real dado que el tiempo total de cálculo sería muy elevado. Es por esto que aparecen métodos que artificialmente reducen el tiempo de simulación. El primero de ellos consistiría en simplemente acelerar la velocidad de aplicación de la deformación o de la carga y el segundo, en escalar la densidad del material del modelo, lo que se conoce como escalado de masa.

El escalado de masa o *mass scaling* se presenta por tanto, como una herramienta para mejorar la eficiencia computacional de los modelos explícitos con problemas cuasiestáticos y dinámicos que contienen elementos muy pequeños que controlan el tiempo crítico de paso entre incrementos. Al aplicarla, multiplica por un factor la masa de los elementos indicados

por el usuario, o de todo el modelo. Así, el tamaño de los incrementos de tiempo necesarios para resolver el problema aumenta.

Además, el aumento de masa, también aumenta la inercia de los elementos cuando estos son acelerados y se pueden dar efectos de "arrastre" de algunos elementos por otros más pesados a los que están unidos, a la par que un aumento de la energía ante cualquier impacto proporcional al factor de escalado.

Es importante, por tanto, que las fuerzas inerciales no afecten a la respuesta mecánica y provoquen resultados dinámicos poco realistas. Para evitarlo, el ratio de energía cinética respecto a la energía interna total debe ser menor de un cinco por ciento para poder despreciar dichos efectos.

2.2.3. Implementación del modelo en Abaqus

El modelo para reproducir la contracción está programado a través de una subrutina de usuario en Abaqus denominada UMAT, para el método implícito y mediante una subrutina VUMAT, para el caso explícito.

La diferencia más importante entre los dos métodos es que no es necesario definir la matriz de rigidez tangente en el método explícito. Cuando se escribe la subrutina UMAT es vital que la matriz jacobiana sea precisa para conseguir de forma correcta y eficiente la solución aproximada del problema a resolver. Esto hace que la escritura de la subrutina VUMAT sea más directa, aunque la elección de los elementos disponibles para el usuario se limita a elementos con aproximación lineal.

El incremento de tiempo inicial utilizado en ABAQUS/Implicit es elegido por el usuario, y se controlan los incrementos subsiguientes por un control de incremento automático. Un procedimiento similar puede utilizarse en ABAQUS/Explicit pero es recomendable que el programa determine el incremento necesario utilizando los criterios anteriormente descritos.

2.3. Simulación de la contracción muscular

Con el objetivo de analizar el comportamiento del tejido muscular utilizando los dos tipos de algoritmos temporales, se van a simular dos tipos de contracción muscular: isométrica y concéntrica. Se utilizarán geometrías simplificadas de tres tipos de músculos. En primer lugar, se analiza el comportamiento de un fascículo; posteriormente se procede a simular un músculo fusiforme y, por último, el comportamiento de un músculo penniforme.



Figura 2.1: Tipos de contracción muscular esquematizados: (a) isométrica, (b) concéntrica, (c) excéntrica [6].

En la contracción isométrica, la longitud del músculo permanece constante debido a que los desplazamientos en los extremos en todas las direcciones se encuentran impedidos y no hay carga externa aplicada. El pulso eléctrico aplicado en el músculo provoca la contracción muscular. La contracción concéntrica, se produce cuando el músculo levanta una fuerza externa menor que la fuerza máxima capaz de contraer el músculo. Como consecuencia, el músculo acorta su longitud.

En las simulaciones incluidas en este apartado, se utilizarán las propiedades recogidas en la Tabla 2.1 de acuerdo a la Sección 2.1. En la Tabla 2.1 se incluyen las propiedades que caracterizan la respuesta pasiva y activa del músculo tibial de rata Wistar macho, obtenidas en el laboratorio del grupo de investigación AMB¹.

¹Grupo Applied Mechanics and Bioengineering (AMB)

	Parámetros
Respuesta pasiva	$c_1 = 0,08837$ MPa
	$c_3 = 0,00987 \text{ MPa}$
	$c_4 = 2,\!23787$
	$c_5 = 3,06367 \text{ MPa}$
	$c_6 = -4,75963$ MPa
	$c_7 = -2,76353$ MPa
	$ar{I}_{40}=1,\!25638$
	$\bar{I}_{4_{ref}} = 1,25638$
Máxima tensión isométrica	$P_0 = 0.2$ MPa
Relación fuerza-deformación	$\lambda = 1$
	$\lambda_{opt}=1$
	$\xi = 0,1$
Relación fuerza-voltaje	$a=1,\!609~{ m V}$
	$V=8~{ m V}$
	$d=1,\!474~{ m V}$
Relación fuerza-tiempo	P=1,0036 N
	$T_c{=}0{,}045~{ m s}$
	$f_r=90~{ m Hz}$
	r=1,4
	c = 0.08
	h = -0.85

	Tabla 2.1:	Parámetros	del	tejido	muscular	considerados	[7]	l
--	------------	------------	-----	--------	----------	--------------	-----	---

Se aborda la contracción durante 1 s siguiendo la función de activación de la Figura 2.2 correspondiente a la ecuación (2.9).



Figura 2.2: Función de activación muscular normalizada.

2.3.1. Modelo de un fascículo

Los músculos esqueléticos están constituidos por fascículos musculares rodeados por el *perimisio* y, formados a su vez, por agrupaciones de fibras musculares. Se procede a la simulación de la contracción isométrica y concéntrica a través de los distintos algoritmos temporales expuestos para su comparación.

2.3.1.1. Geometría

El modelo de trabajo es una simplificación de un haz de fibras musculares obtenido tras la aplicación de simetría respecto a tres planos. Las dimensiones del modelo resultante son $10 \times 10 \times 100 \ mm$. Se trabaja suponiendo que la orientación de las fibras musculares sigue la dirección del eje z (Figuras 2.3 y 2.4).

Para el modelado de la contracción isométrica, se imponen condiciones de contorno en ambos extremos de la geometría impidiendo el desplazamiento longitudinal (dirección z), además de las condiciones de contorno necesarias por la aplicación de simetría.

Por otro lado, para el modelado de la contracción concéntrica, se impide únicamente el desplazamiento en uno de los extremos del modelo y se aplica una tensión variable en el otro extremo. Además, se requiere de un elemento rígido situado en el extremo donde se aplica la fuerza, para evitar la elongación muscular en los momentos en los que la fuerza externa es superior a la fuerza de contracción ejercida por el músculo, aplicando una condición de contacto sin fricción tangencial entre ambas superficies.



Figura 2.3: Condiciones de contorno: Figura 2.4: Condiciones de contorno: contracción isométrica. Figura 2.4: Condiciones de contorno:

2.3.1.2. Modelos de elementos finitos

Creada la geometría simplificada y las condiciones de contorno, se procede al mallado del modelo mediante elementos $C3D8^2$.

Se trabaja con diferentes tamaños de malla para poder llevar a cabo un análisis de sensibilidad del tamaño de malla en la solución, ver la Tabla 2.2.

Denominación malla	Tamaño	N ^o elementos
Malla orden 10 elementos	10	10
Malla orden 100 elementos	4.05	100
Malla orden 1000 elementos	2.22	1125
Malla orden 5000 elementos	1.28	4992
Malla orden 10000 elementos	1	10000

Tabla 2.2: Tamaños de malla utilizados en el fascículo.

²C3D8: elementos hexaédricos de ocho nodos lineal.



Figura 2.5: Modelos analizados.

2.3.1.3. Resultados

Para una mejor comparación de los resultados, se selecciona un elemento central, alejado de las condiciones de contorno en los extremos. Se lleva a cabo el análisis en Abaqus utilizando los métodos de resolución *Static General, Dynamic Implicit* y *Dynamic Explicit*. Se compara la tensión en la dirección Z para la contracción isométrica y el alargamiento λ_{total} (Figura 2.6), variable que representa la contracción de las fibras musculares para la contracción concéntrica. Se elige representar la tensión en la dirección Z en el caso isométrico dado que por el tipo de contracción, en la que la longitud inicial es igual a la longitud final, las condiciones de contorno (extremos impedidos) y la orientación preferencial de las fibras en la dirección longitudinal Z, el valor de λ_{total} se mantiene constante e igual a la unidad, y no permite su comparación. Otras variables de interés obtenidas en la simulación se han resumido en el Anexo A.



Figura 2.6: Análisis de sensibilidad de tamaño de malla en el modelo de contracción isométrica de un fascículo.

La contracción isométrica no se ve afectada por el tamaño de malla y el tipo de algoritmo de integración temporal empleado, dado que sean cuales sean éstos, los resultados obtenidos son los mismos, por lo que una malla de 10 elementos (más eficaz computacionalmente) sería suficiente para obtener resultados con suficiente precisión.



Figura 2.7: Análisis de sensibilidad del tamaño de malla en el modelo de contracción concéntrica de un fascículo.

Analizando la Figura 2.7, se observa que modelos con tamaño de malla inferiores a 100 elementos, en el caso de contracción concéntrica, no reproducen correctamente la contracción. Para mallas con más elementos, los resultados son similares.

Se estudia la influencia del escalado de masa en la obtención de resultados según el método explícito. Adicionalmente, se estudia el comportamiento muscular para distintos niveles de activación según los distintos algoritmos de integración temporal.

Se analiza primero la influencia del escalado de masa en los resultados, con el objetivo de analizar el compromiso entre la reducción del tiempo de cálculo total del modelo y la precisión de los resultados. Para mayor certeza en las conclusiones obtenidas, se estudian tres tamaños de mallas de 100, 1.000 y 5.000 elementos, de acuerdo a la Tabla 2.2.

El escalado de masa (mass scaling) multiplica por un factor la masa de los elementos indicados por el usuario, o de todo el modelo. Esto tiene un efecto directo sobre el tamaño de los incrementos de tiempo necesarios para resolver el problema: al aplicar el escalado de masa los incrementos se hacen más largos, reduciendo el número de incrementos necesarios para resolver el problema y, por tanto, el tiempo de cálculo. Como contrapartida: incrementar la masa del modelo por un factor como 10, 100 o 1000 no es recomendable en problemas de impactos ya que pueden alterar la solución. En este caso, la principal aplicación del escalado de masas es reducir el tiempo de cálculo en problemas muy largos, como una simulación cuasi-estática, que son problemas de cargas a baja velocidad en los que estos efectos perjudiciales no tienen lugar.





Figura 2.9: Análisis de sensibilidad del factor de escalado de masa en el modelo de contracción isométrica en un fascículo.

Como se observa en la Figura 2.9, los resultados obtenidos con cualquier factor de escalado son idénticos y ligeramente diferentes al obtenido sin la utilización del escalado de masa. La diferencia es tan pequeña que se recomienda el uso del escalado de masa con factores de ordenes elevados para conseguir mayores reducciones porcentuales del tiempo de cálculo, como se observa en la Tabla 2.3





Figura 2.11: Análisis de sensibilidad del factor de escalado de masa en el modelo de contracción concéntrica en un fascículo.

	Reducción de tiempo (%)					
MALLA:	100 elem.		1000 elem.		5000 elem.	
Factor de escalado	Isom.	Conc.	Isom.	Conc.	Isom.	Conc.
Mass scaling=10	69.62%	69.80%	69.00%	68.29%	67.16%	67.66%
Mass scaling=100	90.29%	89.01%	90.83%	89.88%	89.98%	88.12%
Mass scaling=1000	99.97%	96.07%	96.76%	96.06%	96.90%	95.58%
Mass scaling=10000	99.99%	98.82%	99.03%	99.01%	98.97%	98.81%

Como se observa en la Figura 2.11, la contracción se produce más tarde conforme aumenta el factor de escalado de masa para el caso de contracción concéntrica.

Tabla 2.3: Resultados de la reducción de tiempo porcentual con el análisis *Mass scaling* en el modelo del fascículo.

Analizados los resultados recogidos en las Figuras 2.11 y la Tabla 2.3, se deduce que para las tres tamaños de malla analizados:

- Se obtienen los mismos resultados independientemente del factor de escalado utilizado en el caso de la contracción isométrica. Consiguiendo reducciones de tiempo de entre 98,97% (Malla 5.000) hasta 99,99% (Malla 100), sin modificaciones significativas en los resultados obtenidos en la simulación.
- Se considera óptimo un factor de escalado máximo del orden de 10 en el caso concéntrico. Consiguiendo reducciones de tiempo entre 67,66 % (Malla 5.000) y 69,8 % (Malla 100) sin alteración de los resultados.
- Factores de escalado de orden superior a 100, resultan en una notable reducción de tiempo, pero en una clara alteración de los resultados.

Por tanto, se intuye la independencia entre el factor de escalado y el tamaño de malla para el caso isométrico y la dependencia entre el factor de escalado y el tamaño de malla para el caso concéntrico. Esto se puede explicar por posibles efectos de inercia provocados por la aplicación del escalado de masa en un modelo más complejo que el isométrico, compuesto por la fuerza externa y la condición de contacto.

Por último, se analiza la curva tensión isométrica máxima–velocidad obtenida para la contracción concéntrica, correspondiente al modelo de 100 elementos por haberse demostrado anteriormente ser la más eficiente computacionalmente. Se representa la velocidad, en m/s, en el extremo del músculo frente a diferentes valores de la tensión exterior aplicada en su extremo.



Figura 2.12: Curva tensión isómetrica máxima–velocidad modelado dinámico de un fascículo bajo contracción concéntrica.

Las curvas de la Figura 2.12, se corresponde con la Figura 1.12 en el momento de contracción de las fibras, es decir, en el momento en el que un músculo está sometido a un pulso eléctrico que provoca la contracción de sus fibras. En la simulación, debido la dirección global de los ejes en el modelo, la velocidad se obtiene negativa pero para observar y homogeneizar la presentación de dicha curva se presenta positiva. La tendencia de la curva es coherente.

Se observan pequeñas diferencias entre la curva obtenida con el análisis dinámico implícito

37

y explícito, pero los valores obtenidos en la Figura 2.12 en ambos casos, son coherentes considerando los parámetros de la Tabla 2.1, es decir, tensión isométrica máxima de 0.2 MPa y valor de la constante C_1 igual a 0.0837 MPa.

2.3.2. Respuesta de un músculo fusiforme

En este caso, se toma una geometría de músculo simplificada para estudiar la respuesta de un músculo tipo fusiforme. Los músculos fusiformes se caracterizan por su forma de huso, alargada y más estrecha en los extremos que en la parte central. La dirección preferencial de la anisotropía asociada tanto al colágeno como a las fibras musculares es la misma y para los músculos fusiformes, se considera paralela a la geometría externa del músculo.

Se procede al modelado y simulación de las contracciones isométricas y concéntricas a través de los distintos algoritmos temporales expuestos y utilizando las mismas propiedades del tejido que en el caso anterior, excepto la rigidez de la parte elástica del material, C_1 , pasando a 0.00837 MPa.

2.3.2.1. Geometría

Se trabaja con un modelo simplificado, correspondiente a un octavo del músculo en el que se aplica simetría en los tres ejes $x, y \neq z$.

La orientación de las fibras, Figura 2.13, se obtiene a través de un análisis térmico. El proceso se basa en aplicar condiciones de contorno en temperatura en los extremos del músculo para generar un gradiente de temperatura y de esta forma obtener un vector de flujo térmico en cada uno de los nodos de la malla. Tras normalizar los valores obtenidos, se generara un nuevo archivo que contiene para cada punto de integración de la malla de elementos finitos los valores necesarios para la lectura de la subrutina de usuario del material.



z ×

Figura 2.13: Orientación de las fibras de un músculo fusiforme.

Para el modelado de la contracción isométrica, se imponen condiciones de contorno en ambos extremos de la geometría impidiendo el desplazamiento longitudinal, además de las condiciones de contorno necesarias por la aplicación de simetría.

Por otro lado, para el modelado de la contracción concéntrica, se impide el desplazamiento en las tres direcciones en uno de los extremos del modelo y se aplica una tensión de 0.015MPa en el otro extremo. En esta ocasión, el valor de tensión externa es necesariamente menor para conseguir la convergencia. Además, se requiere de un elemento rígido situado en el extremo donde se aplica la fuerza, para evitar la elongación muscular en los momentos en los que la tensión externa es superior a la fuerza de contracción ejercida por el músculo, aplicando una condición de contacto tangencial entre ambas superficies.



isométrica.

Figura 2.14: Músculo fusiforme. Contracción Figura 2.15: Músculo fusiforme. Contracción concéntrica.

2.3.2.2.Modelos de elementos finitos

Una vez definida la geometría y condiciones de contorno, se procede al mallado del modelo mediante elementos $C3D8^3$.

Se han definido diferentes tamaños de malla para poder llevar a cabo un análisis de sensibilidad del tamaño de malla en la solución. Los distintos tamaños de malla utilizados se recogen en la Tabla 2.4.

Denominación malla	Tamaño	N ^o elementos
Malla orden 10 elementos	100	12
Malla orden 100 elementos	2	115
Malla orden 1000 elementos	0.85	1026
Malla orden 5000 elementos	0.55	4980
Malla orden 10000 elementos	0.4	10235

Tabla 2.4: Tamaño malla analizados en el músculo fusiforme.

³C3D8: elementos hexaédricos lineales de ocho nodos según la notación de ABAQUS.



Figura 2.16: Modelos de elementos finitos analizados para el músculo fusiforme.

2.3.2.3. Resultados

Los resultados se analizan en un elemento central, alejado de las condiciones de contorno en los extremos. Se lleva a cabo el análisis bajo las técnicas *Dynamic Implicit* y *Dynamic Explicit*. Se muestran los resultados de λ_{total} , variable que representa el acortamiento de las fibras. Otras variables de interés como los desplazamientos y tensiones obtenidas en el análisis se pueden encontrar en el Anexo B.

En este caso, la convergencia con el algoritmo *Static General* no puede ser alcanzada. Esto se puede explicar por la importancia de los efectos inerciales en el músculo no recogidos por el algoritmo estático con la nueva orientación de las fibras, por lo que se desestima calcular en el modelo fusiforme y en próximos modelos musculares con dicho algoritmo, es decir, considerando el problema cuasiestático.



Figura 2.17: Análisis de sensibilidad de tamaño de malla en el modelo de contracción isométrica de un músculo fusiforme.



Figura 2.18: Análisis de sensibilidad del tamaño de malla en el modelo de contracción concéntrica de un músculo fusiforme.

Se deduce analizando las Figuras 2.17 y 2.18 la dependencia del tamaño de malla ya que los resultados difieren en función del tamaño del número de grados de libertad de la malla. A diferencia de los resultados en el modelado del fascículo, en esta ocasión, no se obtienen resultados idénticos a partir de un determinado tamaño de malla pero sí muy similares.

El cálculo explícito para la contracción concéntrica con malla del orden de 10.000 elementos no llega a completar. Esto se puede deber al gran peso computacional del modelo. Pese a esto y dado que el mayor interés del estudio se centra en la contracción muscular, se da por válido el resultado obtenido.

Las mayores discrepancias se producen en la relajación muscular, a partir de los 0.5 segundos. La contracción muscular, comprendida entre los 0.05 y 0.5 segundos aproximadamente es casi idéntica tanto en la contracción isométrica como en la contracción

concéntrica para mallas del orden de los 100 elementos o superior. Esto nos lleva a concluir que la malla de 100 elementos sería suficientemente representativa para futuros cálculos.

Se estudia la influencia del escalado de masa en los resultados de contracción isométrica y concéntrica con el algoritmo dinámico explícito y la curva tensión-velocidad obtenida del ensayo de distintas simulaciones de contracción concéntrica.

Se presentan primero los resultados obtenidos de la aplicación de distintos factores de escalado de masa, para analizar en el caso fusiforme la relación entre tiempo de cálculo y precisión de los resultados.



Figura 2.19: Análisis de sensibilidad del factor de escalado de masa en el modelo de contracción isométrica en un músculo fusiforme.



Figura 2.20: Análisis de sensibilidad del factor de escalado de masa en el modelo de contracción concéntrica en un músculo fusiforme.

Como anteriormente, se analizan tres tamaños de malla 100, 1.000 y 5.000 para tener una mayor perspectiva sobre los resultados y dadas las diferencias encontradas en la relajación muscular.

	Reducción de tiempo (%)					
MALLA:	100 elem.		1000 elem.		5000 elem.	
Factor de escalado	Isom.	Conc.	Isom.	Conc.	Isom.	Conc.
Mass scaling=10	48.64%	54.01%	71.70%	80.14%	66.07%	58.73%
Mass scaling=100	83.10%	84.53%	90.33%	93.51%	87.88%	—
Mass scaling= 1000	94.48%	94.60%	_	97.54%	—	—
Mass scaling= 10000	98.20%	97.81%	99.12%	99.24%	99.00%	97.73%

Tabla 2.5: Resultados de la reducción de tiempo porcentual con el análisis *Mass scaling* en el modelado de un músculo fusiforme.

Los valores de la Tabla 2.5 representados con guiones no se han podido obtener debido a que el cálculo correspondiente no completa en su totalidad.

Las conclusiones obtenidas a la vista de los resultados del análisis del escalado de masa son:

- La influencia del escalado de masa se hace más evidente durante la relajación muscular.
- En ambos casos isométrico y concéntrico, se recomienda la utilización de un escalado de masa de orden inferior a 1.000. A partir de este factor, la contracción y el comportamiento muscular se ve alterado significativamente.
- Aparecen problemas de convergencia en el cálculo con la aplicación de algunos factores de masa. La simulación se detiene en la segunda mitad del Step cuando se produce la relajación.
- Las reducciones de tiempo obtenidas con las aplicación de los factores de escalado son notables, pudiendo alcanzar valores porcentuales de entre un 48.64 % y un 90. 33 % en el caso isométrico y de entre un 54.01 % y 93.33 % en el caso concéntrico.

Se confirma la dependencia entre tamaño de malla y factor de escalado en ambas contracciones. Se obtienen mayores reducciones de tiempo en la contracción concéntrica para todas las mallas, y una mayor reducción de tiempo para la misma contracción cuanto menor es el tamaño de malla. Esto se puede deber a la complejidad de los modelos y el aumento del número de elementos.

Por último, se analiza la curva tensión-velocidad para el caso concéntrico con los algoritmos dinámicos explícito e implícito. Se trabaja con la malla de 100 elementos como ya se ha mencionado anteriormente. Por la orientación del sistema de referencia la velocidad resulta negativa pero se presenta positiva en la Figura 2.12.



Figura 2.21: Curva tensión-velocidad modelado dinámico de un músculo fusiforme bajo contracción concéntrica.

En este caso, el rango de velocidades obtenido es ligeramente inferior a la Figura 2.12 en la contracción del fascículo pero su tendencia sigue siendo coherente con la Figura 1.12. La variación en los valores de la velocidad se podría explicar por la orientación preferencial de las fibras según la geometría muscular en el caso fusiforme y por la diferencia en el valor de rigidez, C_1 . En este caso, al modificar los valores de presión aparecen problemas de convergencia en el modelo por lo que las curvas no se extienden hasta el valor de 0.2 MPa; sin embargo, la tendencia de la curva mostrada en la Figura 2.21 es coherente.

2.3.3. Músculo tipo penniforme

En esta sección, se considera como geometría una simplificación de un músculo penniforme para estudiar su comportamiento. Los músculos penniformes se caracterizan por su forma de pluma debido a la orientación de sus fibras. Dichas fibras están orientadas a un cierto ángulo de la línea de acción del músculo y rotan durante la contracción. Como consecuencia, la fuerza capaz de ejercer el músculo es mayor que en otro tipo de músculos pero la velocidad de contracción del músculo es inferior.

A continuación, se procede al modelado y simulación de contracciones isométricas y concéntricas a través de algoritmos de integración implícitos y explícitos en un músculo penniforme de forma simular a los casos anteriores.

2.3.3.1. Geometría

Se trabaja con un modelo simplificado en el que se aplica simetría respecto al eje x. En este caso no se puede aplicar simetría a lo largo de los ejes y y z como en los casos anteriores debido a la orientación de las fibras.

La componente de la fuerza de las fibras a lo largo de la línea de acción del músculo o línea que conecta sus inserciones en los huesos es la que contribuye a la fuerza de todo el músculo. Los músculos penniformes poseen mayor número de fibras en una sección transversal generando más fuerza pero, al no estar alineadas su respuesta es más lenta comparada con músculos con las fibras paralelas a la línea de acción [?]. Se tomarán como ejemplo 25° como ángulo medio de orientación de las fibras para este modelo simplificado.

Las condiciones de contorno aplicadas al músculo serán las mismas que para los casos anteriores, a excepción de las condiciones de contorno asociadas a las simetrías. Para simular la contracción isométrica, se impide el desplazamiento longitudinal en ambos extremos. Para simular la contracción concéntrica, se impide el desplazamiento longitudinal en uno de los extremos, y se aplica una fuerza de 0.05 MPa en el extremo opuesto, de acuerdo al último valor de presión aplicado en el caso fusiforme. Se aplica la condición de contorno de simetría respecto al eje x y se impide la esquina superior izquierda según la Figura 2.23 en las tres direcciones. Por la simetría se trabaja, por tanto, con la mitad de la geometría. Además, como en casos anteriores, para evitar la elongación muscular en momentos en los que la fuerza externa es superior a la fuerza de contracción, se sitúa un sólido rígido en el extremo de aplicación de la tensión y una condición de contacto tangencial.



Figura 2.22: Condiciones de contorno para la simulación de la contracción isométrica en un músculo penniforme.

Figura 2.23: Condiciones de contorno para la simulación de la contracción concéntrica en un músculo penniforme.

2.3.3.2. Mallas de elementos finitos

Se procede al mallado del modelo. Se continúan utilizando elementos C3D8 para el mallado y se disponen las fibras a 25^{o} de la línea de acción del músculo.

Se trabaja con diferentes tamaños de malla, del orden de los modelados en los casos anteriores, para proceder al análisis de sensibilidad del tamaño de malla en la solución, tanto en con el algoritmo implícito como explícito.

Denominación malla	Tamaño	N ^o elementos
Malla orden 10 elementos	15	9
Malla orden 100 elementos	7.5	105
Malla orden 1000 elementos	3.4	1080
Malla orden 5000 elementos	2	5000
Malla orden 10000 elementos	1.6	10075

Tabla 2.6: Análisis tamaño malla en un músculo penniforme.



Figura 2.24: Geometría de un músculo penniforme mallada.

2.3.3.3. Resultados

Los resultados se analizan en un elemento central del músculo modelado, alejado de las condiciones de contorno de los extremos y se lleva a cabo un análisis *Dynamic Explicit* y *Dynamic Implicit*. Se descarta el análisis estático a la vista de la no convergencia en el caso fusiforme.

En las Figuras 2.25 y 2.26 se muestran los resultados propios del análisis de sensibilidad del tamaño de malla llevados a cabo tanto en contracción concéntrica como isométrica. Como valor representativo se recoge λ_{total} . Otras variables relevantes se incluyen en el Anexo C.



Figura 2.25: Análisis de sensibilidad de tamaño de malla en el modelo de contracción isométrica en un músculo penniforme.



Figura 2.26: Análisis de sensibilidad del tamaño de malla en el modelo de contracción concéntrica en un músculo penniforme.

Se concluye que ambos modelos son prácticamente insensibles al tamaño de malla. Dicha sensibilidad es poca o prácticamente nula para la contracción isométrica donde se podría incluso validar la malla de 10 elementos como suficientemente representativa. En el caso concéntrico, la malla de 10 elementos presenta valores mas atípicos en el momento de la relajación para el caso isométrico y la malla de 10.000 elementos presenta oscilaciones propias de la vibración del músculo durante todo el movimiento en torno a un valor medio que se corresponde con los valores obtenidos para el resto de mallas.

Por la discrepancia en los resultados obtenidos en la malla de 100 elementos y para mayor seguridad, se toma como malla de trabajo para futuros cálculos la malla de 100 elementos.

En base a los resultados presentados, se procede a analizar la influencia del escalado de masa en los resultados del modelo penniforme con la malla de 100, 1.000 y 5.000 elementos. Posteriormente, se analizara el comportamiento muscular para distintos niveles de fuerza externa según los distintos algoritmos dinámicos.

Se presenta primero el análisis del escalado de masa y la tabla resumen con los valores porcentuales del tiempo de cálculo de cada modelo.



Figura 2.27: Análisis de sensibilidad del factor de escalado de masa en el modelo de contracción isométrica en un músculo penniforme.



Figura 2.28: Análisis de sensibilidad del factor de escalado de masa en el modelo de contracción concéntrica en un músculo penniforme.

	Reducción de tiempo (%)					
MALLA:	100 elem.		1000	1000 elem.		elem.
Factor de escalado	Isom.	Conc.	Isom.	Conc.	Isom.	Conc.
Mass scaling=10	49.44%	65.34%	58.10%	56.51%	65.43%	64.94%
Mass scaling=100	80.90%	88.07%	84.85%	85.05%	87.81%	87.27%
Mass scaling= 1000	94.95%	95.45%	94.97%	85.83%	95.34%	95.21%
Mass scaling= 10000	98.31%	97.72%	98.11%	98.60%	98.34%	98.32%

Tabla 2.7: Resultados de la reducción de tiempo porcentual con el análisis *Mass scaling* en el modelado de un músculo penniforme.

Del estudio realizado y a la vista de las Figuras 2.27, 2.28 y la Tabla 2.7 se deduce:

- Tanto en contracción isométrica como concéntrica se recomienda la aplicación del escalado de masa en un factor del orden de 1.000 o inferior sin alteración de los resultados.
- Las reducciones de tiempo computacional son notables con valores porcentuales de entre un 49.44% y 95.34% en el caso isométrico y de entre un 65.34% y un 95.21% para el caso concéntrico.

Resumiendo, se obtienen resultados similares para factores de escalado iguales o inferiores a 1.000. Resulta especialmente favorable dada la precisión de los resultados y la notable reducción del coste computacional del modelo.

Por último, se muestra la curva tensión-velocidad para el caso de músculo penniforme. En este caso y a diferencia de los anteriores, por la orientación del modelo respecto al sistema de referencia la velocidad resulta positiva. Independientemente del signo de la velocidad derivado de la orientación de la geometría, el sentido físico permanece siendo el mismo, cuanto mayor es la fuerza de oposición al movimiento de contracción menor es la velocidad de contracción, ya que mayor es la fuerza que debe vencer el músculo para contraerse.



Figura 2.29: Curva fuerza-velocidad modelado dinámico de un músculo penniforme bajo contracción concéntrica.

De este modo, la gráfica obtenida en la Figura 2.29 resulta coherente con la Figura 1.12. Destacar también que en el caso penniforme el movimiento ya no sólo se produce en el eje longitudinal como en los casos anteriores. En este modelo y debido a la orientación de las fibras, el movimiento en la dirección transversal es también igualmente significativo. Esto podría explicar que el rango de velocidades en valor absoluto observado sea menor que en las Figuras 2.12 y 2.21. Todo ello concuerda con la descripción teórica de un músculo penniforme, el cual es capaz de desarrollar una fuerza mayor al aumentar el número de fibras en la sección transversal a costa de hacerlo más lentamente.

3. Simulación del movimiento ocular

En este capítulo, se presenta la simulación computacional correspondiente a la contracción de los músculos extraoculares rectos que componen el sistema ocular. El modelo parte del modelo inicial desarrollado previamente [2]. Con las conclusiones obtenidas en el capítulo anterior, se pretende analizar los desplazamientos obtenidos en el modelo ya existente, estudiar la influencia de los algoritmos de integración temporal en los resultados e intentar aproximar el modelo a uno más realista a través del estudio del comportamiento computacional del tejido músculo-esquelético.

Para ello, se trabaja sobre las geometrías y mallas, se adapta el modelo y la subrutina de usuario que describe el tejido muscular a elementos hexaédricos y se simula con los algoritmos *Dynamic Implicit* y *Dynamic Explicit*. Se estudian los resultados obtenidos con dichos algoritmos y se realiza un análisis de la influencia del escalado de masa sobre la contracción de un músculo recto. Finalmente, se recogen los desplazamientos obtenidos valorando el coste computacional.

3.1. Modelo de elementos finitos

Para definir el modelo de elementos finitos del globo más los músculos se parte de un modelo desarrollado previamente [2]. Se ha incorporado la córnea para cerrar la esclera y proporcionar una imagen más realista del globo. El modelo también incluye los cuatro músculos extraoculares rectos y tejido adiposo entre los músculos rectos y esclera. Se decide eliminar la grasa del modelo para reducir el nivel de complejidad del mismo y centrar el estudio en la contracción de los músculos.

El comportamiento de los músculos extraoculares rectos se simula mediante la formulación presentada en la Sección 2.1. Se puede considerar a los músculos extraoculares rectos como músculos de tipo fusiforme, por lo que la orientación se sus fibras se ha considerado paralela a la geometría externa del músculo.



Figura 3.1: Orientación de las fibras de los músculos extraoculares rectos.

Para definir la orientación de las fibras, Figura 3.1, se ha seguido el mismo procedimiento explicado en el Apartado 2.3.2, es decir se procedes a realizar un análisis térmico en cada músculo. Así, se obtienen cuatro archivos, uno para cada músculo, con las orientaciones de las fibras normalizadas en cada punto de integración del modelo.

Se ha considerados que los cuatros músculos tienen el mismo comportamiento y como no se disponen de datos experimentales para este tipo de músculos, se han considerado los parámetros activos y pasivos recogidos en el Tabla 2.1.

Para incorporar el tendón, unión de los músculos con la esclera y la cavidad ósea, se definen una región (conjunto de elementos) al inicio y final del músculo donde solo se incorpora la respuesta pasiva del tejido.

La esclera y la córnea se consideran material homogéneo, elástico e isótropo. Se define con módulo de Young, 21MPa, y coeficiente de Poisson 0,3. [33].

El elemento elegido para malla la esclera, córnea y músculos extraoculares es el C3D8¹. El tamaño de malla elegido se ha establecido teniendo en cuenta las conclusiones obtenidas en el apartado 3, correspondiente a un tamaño de malla intermedio como se muestra en la Tabla 3.1. En la Figura 3.3 se muestra la malla para cada uno de los componentes del conjunto a estudiar.

 $^{^1\}mathrm{C3D8}:$ elementos hexaédricos lineales de ocho nodos según la notación de ABAQUS.



Figura 3.2: Modelo de elementos finitos con tejido adiposo.

Parte mallada	Tamaño	N ^o elementos
Músculo superior recto	4	117
Músculo inferior recto	4	210
Músculo lateral recto	4	240
Músculo medio recto	4	180
Esclera y córnea	2	357

Tabla 3.1: Tamaño de malla para cada elemento del sistema ocular.



3.1.1. Interacciones y condiciones de contorno

Para simular el movimiento de la esclera por la contracción de alguno de los músculos y dado que se decide no incluir el tejido adiposo, se modifican algunas de las condiciones de contorno respecto al modelo inicial [2].



Figura 3.4: Constraint tipo Tie en la inserción de los músculos a la esclera.

Para simplificar el modelo, la esclera y la córnea son tratadas como *Rigid Body*. De este modo, todos los nodos del globo se rigen por el movimiento de un único nodo de referencia y sus posiciones relativas permanecen constantes a lo largo de la simulación. Esto permite su movimiento y evita la deformación de sus elementos durante la simulación.

Además, para simular la inserción de los músculos en la esclera, se recurre a lo que Abaqus denomina una *Constraint* de tipo *Tie*, con la intención de contribuir a una simulación realista del tendón en la zona de inserción. Esta conexión permite vincular, en la zona del contacto, cada nodo del músculo recto seleccionado a otro del grupo opuesto, perteneciente a la esclera, estableciendo igualdad de desplazamientos en las tres direcciones del espacio. Por otro lado, se impide el desplazamiento de los músculos extraoculares rectos y el tejido adiposo en el extremo opuesto a la esclera, para simular el correcto movimiento del sistema por la contracción muscular.



Figura 3.5: Empotramiento de los músculos rectos y tejido adiposo en el extremo.

Por último, para permitir la correcta rotación de la esclera y dado que se elimina el tejido adiposo intramuscular cuya principal función es la estabilización del movimiento, se introduce una condición de contorno en el punto de referencia de la esclera ubicado en la parte posterior. De esta forma, se limitan los desplazamientos de la misma, y se permite únicamente la rotación en las tres direcciones bajo la condición de contorno que Abaqus denomina *Pinned*.

3.2. Resultados

La complejidad del modelo es elevada y la convergencia es difícil de alcanzar debido a las geometrías, mallas y condiciones de contorno. Teniendo en cuenta el enfoque y el principal objetivo del presente TFM, se presentan resultados de los músculos de forma aislada. Es decir, los cálculos se llevan a cabo simulando la activación individual de cada músculo.

Se muestran los resultados en un elemento alejado de las condiciones de contorno aplicadas en los extremos de los músculos. Los algoritmos utilizados para el análisis son *Dynamic Implicit* y *Dynamic Explicit*. De acuerdo con los apartados anteriores, se descarta el uso del método *Static*.

Los parámetros musculares utilizados para la simulación del tejido muscular activo son los presentados en la Tabla 2.1. El valor de la presión isométrica máxima utilizado es 0,1MPa en las zonas activas del músculo y 0,005MPa en las zonas de simulación del tendón.

Para la simulación computacional de los músculos extraoculares se modifica también el parámetro relacionado con el módulo de comprensibilidad del músculo. El valor se disminuye

dos órdenes de magnitud respecto a los cálculos presentados en el Apartado 2 donde el valor se había asemejado al valor propio del agua. Estudios indican que en los tejidos musculares este valor es muy inferior [34]. Como consecuencia, la disminución del valor del módulo de comprensibilidad implica mayor facilidad del músculo para cambiar su volumen y por tanto una mejora en la convergencia.

3.2.1. Movimiento horizontal

El movimiento horizontal se descompone en los movimientos de abducción y aducción, cuyos principales responsables son los músculos extraoculares rectos lateral y medial. El movimiento de abducción es aquel en el que la rotación ocular se produce sobre el eje Z de forma positiva girando hacia la nariz (Figura 1.6, Tabla 1.5), mientras que el movimiento de aducción es aquel que se produce sobre el mismo eje Z pero de forma negativa contra la nariz. A continuación, se presentan los resultados de la simulación de dichos movimientos bajo las hipótesis planteadas.

Para el movimiento de abducción, se activa el músculo recto lateral. Se aborda la contracción durante un tiempo de 0.1663 s. Para el movimiento de aducción, se activa el músculo recto medial, abordando la contracción durante 0.1874 s. En ambos casos, este tiempo es suficiente para permitir la contracción muscular total de acuerdo con la Figura 2.2, la cual ya se alcanza a partir de los 0.05 segundos. Los tiempos de contracción simulados vienen limitados por la convergencia obtenida con el método explícito, mucho más complicada de obtener que en el método implícito.



(a) Comparación λ_{tot} entre el método *Dynamic Explicit* y *Dynamic Implicit* en la contracción del músculo recto lateral.

(b) Comparación λ_{tot} entre el método *Dynamic Explicit* y *Dynamic Implicit* en la contracción del músculo recto medial.

Figura 3.6: Gráficas de λ_{tot} en el movimiento horizontal.

De la comparación mostrada en la Figura 3.6 se deduce que los resultados obtenidos en ambos casos presentan comportamientos muy similares tanto con el método implícito como explícito. Ambos métodos son capaces de reproducir la contracción muscular con la geometría y condiciones planteadas.



Figura 3.7: Movimiento de abducción utilizando el método implícito.



Figura 3.8: Movimiento de abducción utilizando el método explícito.

El movimiento de abducción, y como se muestra en las Figuras 3.7 y 3.8, se consigue simular de forma realista aunque los resultados de desplazamiento obtenidos son muy diferentes con cada uno de los métodos. Para el tiempo ensayado, con el método implícito se obtiene un desplazamiento máximo de 2.196 mm y con el método explícito de 4.469 mm, más del doble.



Figura 3.9: Desplazamientos movimiento de aducción utilizando el método implícito.



Figura 3.10: Movimiento de aducción utilizando el método explícito.

Igual que en el caso anterior y tal y como se muestra en las Figuras 3.9 y 3.10, los desplazamientos obtenidos en implícito para el mismo instante de tiempo son mucho menores, teniendo un valor de desplazamiento máximo de 1.625 mm en el cálculo implícito y de 5.056 mm en el cálculo explícito.

Como comprobación, y dado que con la utilización de métodos implícitos el cálculo para tiempos de contracción mayores es posible, se simula el modelo con el algoritmo implícito hasta 1 segundo. El objetivo es intentar conseguir el mismo valor de desplazamiento máximo que el obtenido con el método explícito. En el caso del músculo lateral, el valor de desplazamiento máximo obtenido con el método implícito es 2.523 mm, el cual se obtiene en el instante 0.4 s. En el caso del músculo medial, el valor de desplazamiento máximo obtenido es de 1.809 mm para el instante 0.4 s.

Como conclusión, los desplazamientos obtenidos por el método implícito son muy inferiores, incluso con tiempos de simulación de la contracción mucho mayores, a los obtenidos con el método explícito, con el que se obtienen desplazamientos más realistas. El tiempo de cálculo es de aproximadamente un minuto para el caso implícito y de aproximadamente 15 minutos para el caso explícito, para el mismo tiempo de simulación de la contracción de 0.1663 s para el músculo recto lateral y de 0.1874 s para el músculo recto medial.

3.2.2. Movimiento vertical

Los músculos encargados del movimiento vertical o movimiento de elevación - depresión son el par de músculos recto inferior y superior. Dichos movimientos suponen la rotación de la esclera sobre el eje X hacia arriba o hacia abajo (Figura 1.6 y Tabla 1.5), respectivamente. A continuación, se presentan los resultados de la simulación del movimiento de elevación y depresión bajo los dos algoritmos de integración temporal dinámicos.

Para el movimiento de depresión y elevación, se activa el músculo recto inferior y superior, respectivamente. Se aborda la contracción durante un tiempo de 0.119 s y 0.177 s, respectivamente. En ambos casos y tal y como se ha mencionado para la simulación del movimiento ocular horizontal, es tiempo suficiente para permitir la contracción muscular total de acuerdo con la Figura 2.2, la cual ya se alcanza a partir de los 0.05 segundos. Los tiempos de contracción simulados vienen limitados por la convergencia obtenida con el método explícito.



(a) Comparación entre el método *Dynamic Explicit* y *Dynamic Implicit* en la contracción del músculo recto inferior.



(b) Comparación entre el método *Dynamic Explicit* y *Dynamic Implicit* en la contracción del músculo recto superior.

Figura 3.11: Gráficas de contracción del movimiento vertical.

Igual que se observa en la simulación de la contracción del movimiento horizontal, la contracción muscular se consigue con ambos métodos para simular la contracción de los músculos recto inferior y superior. Del mismo modo y como se observa en la Figura 3.11, los valores de λ_{tot} son muy similares con ambos métodos.



Figura 3.12: Movimiento de depresión utilizando el método implícito.



Figura 3.13: Movimiento de depresión utilizando el método explícito.

El movimiento de depresión con la activación del músculo inferior no se consigue apenas con el método implícito (Figura 3.12), el cual presenta un valor de desplazamiento máximo para el tiempo de contracción ensayado de $0.5541 \ mm$ frente a los $2.333 \ mm$ con el método explícito (Figura 3.13). Respecto al resto de músculos, estos valores de desplazamientos resultan sensiblemente menores a los obtenidos con el resto de los músculos en tiempos de contracción similares. Esto se podría deber a razones geométricas o de eficacia del *Tie* entre músculo y esclera.


Figura 3.14: Movimiento de elevación utilizando el método implícito.



Figura 3.15: Movimiento de elevación utilizando el método explícito.

Los valores de desplazamiento máximos obtenidos en la simulación de la contracción del músculo recto superior son de 2.613 mm con el método implícito (Figura 3.14) y de 6.261 mm con el método explícito (Figura 3.15). Los valores obtenidos con el método implícito son significativamente más pequeños que los obtenidos con el método explícito.

Del mismo modo que en el Apartado 3.2.2, se obtienen los valores de desplazamiento máximos con el método implícito para tiempos de contracción de 1 segundo, en los cuales se consigue la convergencia. Estos valores son para el movimiento de depresión de 0.769 mm en el instante 0.4 s y de 3.027 mm en el instante 0.41 s para el movimiento de elevación. Aunque los tiempos de cálculo son mucho menores con el método implícito, en torno a un minuto, resulta ser un modelo computacionalmente mucho más sencillo pero incapaz de obtener unos desplazamientos similares a los obtenidos con el método explícito, más próximos a la realidad.

De forma representativa para el caso de los músculos extraoculares rectos, se estudia el efecto del *mass scaling* sobre un músculo extraocular recto. Se elige para ello el músculo superior recto. Se analiza el efecto de aplicar un factor de escalado de masa 10, 100, 1.000 y 10.000 de acuerdo con el Apartado 2. En este caso, se emplea un tiempo de step de 0.5 segundos en todos los cálculos ensayados con escalado de masa para comprobar si la convergencia se puede obtener con dicha herramienta en un tiempo de contracción mayor.



Figura 3.16: Análisis de sensibilidad del factor de escalado de masa en la contracción del músculo superior recto.

Factor de escalado	Reducción de tiempo ($\%$)
Mass scaling=10	85.11%
Mass scaling=100	96.42%
Mass scaling=1000	97.43%
Mass scaling=10000	98.87%

Tabla 3.2: Resultados de la reducción de tiempo porcentual con el análisis *Mass scaling* en el cálculo del músculo superior recto. Los valores de esta tabla son tomados respecto al tiempo de cálculo considerado inicialmente de 0.177 s.

Se observa según la Tabla 3.2 como la reducción de tiempos es notable con esta herramienta. La representación de λ_{tot} (Figura 3.16) muestran valores similares para todos los factores aunque desviaciones a partir de un factor de escalado del orden de 100.

En lo relativo a los desplazamientos y rotación de la esclera, se observa en la Figura ?? como éstos varían en función del escalado de masa. Para un factor de escalado 10 se obtiene un desplazamiento máximo de 6.291 mm; para 100, 6.383 mm; para 1.000, 6.076 mm; y para 10.000, 9.087 mm; frente a los 1.311 mm del cálculo sin escalado de masa. Como se observa en la Figura 3.16 para valores altos de mass scaling del orden de 10.000 la contracción muscular parece producirse más tarde, de ahí la disminución en el valor de desplazamiento.

La convergencia se obtiene en el caso de factor de escalado 10 hasta 0.22 segundos y en

todos los demás casos hasta el valor de 0.5 segundos. Esto podría significar que el modelo es computacionalmente más costoso debido a elementos de pequeño tamaño que reducen el tiempo de incremento de todo el modelo dificultando su convergencia. Si bien es cierto, a diferencia de los casos anteriores, la aplicación del escalado de masa de ordenes elevados supone una mayor deformación de la geometría del músculo tal y como se puede observar en la Figura 3.17.

Como conclusión, la elección del factor de escalado de masa no es trivial, pero empleado en el orden de magnitud apropiado conforme a la geometría, malla y condiciones de contorno resulta ser una herramienta especialmente interesante en el caso de los músculos rectos dado que facilita la convergencia, consigue reducciones de tiempo muy significativas con resultados precisos para ordenes de magnitud inferiores a 10.000.



Figura 3.17: Análisis de sensibilidad del factor de escalado de masa durante la contracción del músculo recto superior.

4. Conclusiones y líneas futuras

En este capítulo se recogen las conclusiones a las que se ha llegado con este estudio y las líneas futuras de investigación en este campo como continuación a este Trabajo Fin de Máster.

4.1. Conclusiones

A continuación, se recogen algunas de las conclusiones más importantes del análisis de los modelos y simulaciones presentadas en el Capitulo 2 comparando los diferentes modelos, fascículo, músculo fusiforme y músculo penniforme; y contracciones musculares, isométrica y concéntrica.

Relativo al modelado de las geometrías de los diferentes modelos, se consigue el modelado de las geometrías y la subrutinas utilizadas para simular la contracción isométrica y concéntrica de cada tipo de arquitectura muscular simulado.

Relativo al algoritmo de integración temporal empleado:

- Se evidencia la necesidad de recurrir a algoritmos de integración temporal dinámicos para el cálculo frente a análisis cuasi-estáticos.
- Con algoritmos de integración dinámicos todos los cálculos convergen y completan el step de 1 segundo.
- El tiempo de cálculo para un mismo modelo empleando el algoritmo explícito frente al implícito es claramente superior.
- En la contracción muscular, los resultados obtenidos con los dos algoritmos de integración dinámicos resultan coherentes e incluso en las simulaciones de alguna contracción, iguales.

Relativo a la influencia del tamaño de malla:

- Todos los modelos a excepción del modelado de un fascículo en contracción isométrica, son sensibles al tamaño de malla.
- A partir de un tamaño de malla del orden de 100 elementos, el modelo es insensible al tamaño de malla al menos durante la contracción muscular.

• Tamaños de malla más pequeños resultan en tiempos de cálculo muy elevados, de incluso más de 600 horas, que no resultan computacionalmente eficientes teniendo en cuenta el punto anterior.

Relativo a la influencia del escalado de masa:

- Es una potente herramienta para la reducción del tiempo computacional en los modelos, llegando a reducir el tiempo de cálculo incluso en un 99,99 %.
- A costa de dicha reducción de tiempo compromete la precisión de los resultados. En el modelo de un fascículo sólo un factor de escalado de orden 100 podría ser aplicado y de orden 1000 para el caso fusiforme y penniforme.
- El escalado de masa podría implicar problemas de convergencia en la relajación muscular, como en el caso fusiforme a partir de un factor de escalado 100 en tamaños de malla pequeños.

Relativo al comportamiento muscular:

- Se verifica la correcta simulación de la contracción muscular a través de la curva tensiónf-velocidad obtenida en todas las geometrías con la subrutina y parámetros utilizados en los cálculos.
- Se demuestra la concepción teórica que propone una mayor velocidad de contracción de los músculos fusiformes respecto a los músculos penniformes, los cuales son capaces de desarrollar una fuerza mayor por la mayor concentración de fibras en la sección transversal pero de forma más lenta.

En cuanto al modelo del sistema ocular, se consigue reproducir un modelo del sistema ocular basado en las geometrías del modelo inicial [2], y de acuerdo a las conclusiones planteadas anteriormente, se han planteado:

Con todo ello, se consigue la correcta contracción de los cuatro músculos extraoculares rectos con los métodos dinámicos implícito y explícito, obteniendo nuevos valores de desplazamientos máximos de rotación de la esclera.

Los valores de desplazamientos son superiores a los obtenidos en el modelo de partida y coherentes los modelos computacionales presentados hasta la fecha en la comunidad científica [23,24]. Una posible explicación del por qué los rangos de desplazamientos obtenidos no son tan altos como cabría esperar inicialmente podría ser, y tal y como apuntan nuevos estudios [35], una mala definición de los músculos pasivos, definidos comunmente como modelos viscoelásticos. Según indica este estudio, dicho modelo no sería capaz de predecir adecuadamente el ratio de deformación propio del tejido muscular y una nueva formulación o mejora debería ser aplicada.

En lo relativo a los algoritmos de integración temporal, el método implícito resulta mucho más favorable desde el punto de vista computacional, con tiempos de cálculo muy inferiores al método explícito y mayor facilidad de obtención de la convergencia. El método explícito, por su parte, resulta mucho menos eficiente computacionalmente, con tiempos de cálculo 15 veces superiores. Por contra, los resultados obtenidos con este método son más realistas, consiguiendo desplazamientos máximos incluso un 50 % superiores a los obtenidos con el método implícito.

Adicionalmente, del análisis del escalado de masa, particularizado en el músculo recto superior, se puede concluir que dicha herramienta proporciona reducciones porcentuales de tiempo de cálculo muy notables. Además, facilita la convergencia de los modelos y los resultados obtenidos son precisos para ordenes de magnitud inferiores a 10.000. Si bien es cierto, la elección del factor de escalado es vital. Factores de escalado de masa muy elevados suponen deformaciones en los músculos y alteración excesiva de los resultados. Se aconseja por tanto la utilización del escalado de masa en futuros modelos, tras la realización de un análisis del factor de escalado a aplicar.

De forma general, se ha explorado la contracción muscular a través de distintas geometrías musculares desde la unidad elemental que es el fascículo, pasando por geometrías reales presentes en el cuerpo humano como son los músculos fusiformes y penniformes, hasta la aplicación concreta en los músculos extraoculares rectos presentes en el sistema ocular. Se consigue, por tanto, el objetivo del presente TFM de estudiar la utilidad y bondad de los diferentes algoritmos de integración temporal para simular la contracción muscular.

4.2. Líneas futuras de trabajo

Este trabajo pretende contribuir como fin último al desarrollo de un modelo que describa la biomecánica ocular y su movimiento por medio de simulaciones dinámicas en tres dimensiones por medio del análisis del comportamiento de la contracción muscular bajo diferentes hipótesis de cálculo. Para ello es necesaria la comprensión del tejido muscular, el conocimiento de la fisiología ocular y la elección y adecuación de las técnicas numéricas.

La obtención de un modelo realista del sistema ocular permitiría, como se ha mencionado, una mejora en la prevención, diagnóstico y tratamiento de pacientes. Una de las aplicaciones más directas, en un paso siguiente, sería la utilización del modelo para la simulación de operaciones de estrabismo.

El estrabismo afecta a aproximadamente un 4% de la población [36]. Es una condición en la que los dos ojos de los pacientes no se fijan en el mismo punto. Un ojo se fija en un objetivo mientras que el otro tiene una desviación sistemática en todas las direcciones de la mirada, o una desviación que varía con la dirección de la misma y con la distancia de fijación.



Figura 4.1: Imagen representativa de distintos tipos de estrabismo.

Aunque en la mayoría de los casos la causa del estrabismo es una anomalía neuromuscular, las cirugías actuales actúan sobre los tejidos musculares y la esclera. Las operaciones más comunes son dos: recesión y resección. La recesión consiste en alterar la posición de inserción de los músculos extraoculares en la esclera y la resección consiste en retirar una porción del músculo extraocular y volver a coser en la misma posición. Normalmente estas operaciones van de la mano, actuando en el músculo agonista y antagonista.

Pese a todos los avances científicos, la incertidumbre asociada a dichas operaciones es alta y puede incluso depender de la destreza del cirujano o de las decisiones tomadas en el momento de la operación. Además, el éxito de dichas operaciones no es muy alto, ya que el problema de estrabismo puede no llegar a corregirse necesitando de una segunda intervención en un 20% de los casos aproximadamente [36].

Este valor se produce por múltiples errores cometidos durante la trayectoria operatoria. Un modelo ocular capaz de simular el movimiento y trazar un plan pre- y post-operatorio permitiría la minimización de los mismos y supondría un avance significativo en las cirugías de estrabismo, que podría ser extrapolado a otras condiciones del sistema ocular.

Algunas de las mejoras o líneas futuras con las que continuar son las siguientes:

- Estudio del comportamiento de los músculos pasivos para conseguir un mayor rango de desplazamiento.
- Estudio de la influencia del cambio de la inserción del musculo en el movimiento.
- Estudiar la influencia del cambio de la longitud del musculo en el movimiento.
- Incluir la contracción del resto de los músculos para poder completar los diferentes movimientos oculares.

Anexos

A continuación, se presentan los desplazamientos en las tres direcciones y la tensión principal máxima, para cada uno de los modelos y casos simulados. El objetivo es reflejar en mayor detalle el comportamiento muscular y completar los resultados presentados de los modelos.

A. Anexo I. Desplazamientos y tensiones en el modelado de un fascículo

Se presentan los resultados de desplazamientos en las tres direcciones y tensión principal máxima con los diferentes algoritmos de integración sin escalado de masa en el modelado de un fascículo para la malla de orden 100 elementos, designada como lo suficientemente representativa en el Apartado 2.3.1. Para el caso isométrico se escoge un nodo central, alejado de las condiciones de los extremos. En en el caso concéntrico se toma un nodo del extremo móvil del músculo.



Figura A.1: Desplazamientos en las tres direcciones en la malla del orden de 100 elementos para contracción isométrica y concéntrica en caso de un fascículo.



Figura A.2: Tensión principal máxima en las tres direcciones en la malla del orden de 100 elementos para contracción isométrica y concéntrica para un fascículo

Se deduce la insensibilidad del modelo en el caso isométrico respecto al algoritmo utilizado. En el caso concéntrico se evidencia la diferencia entre el algoritmo estático y los algoritmos dinámicos. Dentro de los algoritmos dinámicos, los resultados obtenidos son los mismos. Se presenta además la Tabla A.1, resumen de los valores máximos de las gráficas anteriores.

Valores máximos	Tensión principal (Mpa)	u1 (mm)	u2 (mm)	u3 (mm)
Estático Isométrico	0.1301	0	0.0008	0
Implícito Isométrico	0.1301	0	0.0008	0
Explícito Isométrico	0.1299	0	0.0008	0
Estático Concéntrico	0.0290	0.321	0.312	-11.404
Implícito Concéntrico	0.0511	0.214	0.214	-8.001
Explícito Concéntrico	0.0511	0.214	0.214	-8.001

Tabla A.1: Resumen valores máximos en malla representativa de 100 elementos en un nodo de un fascículo.

En el caso isométrico, las tensiones son mayores que en el caso concéntrico. Destacar en el caso concéntrico el ligero engrosamiento de la sección en la dirección x e y. El acortamiento de las fibras produce el desplazamiento del músculo en la dirección longitudinal.

Adicionalmente, se muestran mapas de color de la geometría completa en los instantes de tiempo en los que el valor de los desplazamientos transversales y longitudinal y la tensión principal son máximos, para el caso de contracción isométrica y concéntrica respectivamente.

En el caso isométrico se muestra el valor de u_2 (mm) y u_3 (mm), dirección transversal, para reflejar el engrosamiento de la sección. Para el caso concéntrico se muestra u_3 (mm), dirección longitudinal, para mostrar el acortamiento muscular provocado por la contracción, dado que los valores obtenidos en las otras dos direcciones son despreciables respecto a la dirección longitudinal.



Figura A.3: Mapa de color representación de los desplazamientos en la dirección x durante simulación contracción isométrica en un fascículo.



Figura A.4: Mapa de color representación de los desplazamientos en la dirección y durante simulación contracción isométrica en un fascículo.



Figura A.5: Mapa de color representación de los desplazamientos en la dirección longitudinaldurante simulación contracción concéntrica en un fascículo.

Por último, en las Figuras A.6 y A.7 se presenta el mapa de color de las tensiones cuando el valor es máximo en el Step simulado para ambas contracciones. Se centra el estudio en los valores máximos provocados durante la contracción. Los valores de tensión aumentan en algunos casos durante o tras la relajación muscular.



Figura A.6: Mapa de color representación de la tensión principal máxima en el instante t=0.38 s durante simulación contracción isométrica en un fascículo.



Figura A.7: Mapa de color representación de la tensión principal máxima durante simulación contracción concéntrica en un fascículo.

B. Anexo II. Desplazamientos y tensiones en geometría fusiforme

Se muestran las gráficas de desplazamientos y tensión para ambas contracciones sin escalado de masa para el modelo del músculo fusiforme. Como en el Anexo A, se escoge un nodo central alejado de las condiciones de contorno de los extremos para el caso isométrico y un nodo del extremo móvil del músculo para el caso concéntrico. Los resultados se muestran en la malla del orden de 100 elementos.



Figura B.1: Desplazamientos en las tres direcciones en la malla del orden de 100 elementos para contracción isométrica y concéntrica en caso de un músculo fusiforme.



Figura B.2: Tensión principal máxima en las tres direcciones en la malla del orden de 100 elementos para contracción isométrica y concéntrica en caso de un músculo fusiforme.

Debido a la orientación de las fibras paralela a la forma del músculo, el engrosamiento de la sección es superior al caso del fascículo y el mayor desplazamiento se da en la dirección longitudinal, dirección principal de acortamiento de las fibras. Los resultados de dicho desplazamiento son negativos por el sentido de los ejes. La tensión principal es mayor en el caso isométrico mientras que el desplazamiento es mayor para el caso concéntrico. Los resultados con ambos algoritmos dinámicos son muy similares, la principal diferencia se encuentra en el comportamiento durante la relajación muscular del caso concéntrico.

Valores máximos	Tensión principal (Mpa)	u1 (mm)	u2 (mm)	u3 (mm)
Implícito Isométrico	0.0325	0.402	-4.136	0.715
Explícito Isométrico	0.0326	0.397	-4.105	0.707
Implícito Concéntrico	0.0056	0.631	-5.296	1.120
Explícito Concéntrico	0.0055	0.625	-5.255	1.108

Tabla B.1: Resumen valores máximos en malla representativa de 100 elementos en un nodo de un músculo fusiforme.

A continuación, se presentan los mapas de color para cada una de las contracciones simuladas con el algoritmos implícito y explícito. Se presentan los desplazamientos en las tres direcciones para apreciar el engrosamiento de la sección y la contracción en la dirección longitudinal.



Figura B.3: Mapa de color representación de los desplazamientos en la dirección x durante simulación contracción isométrica de un músculo fusiforme.



Figura B.4: Mapa de color representación de los desplazamientos en la dirección y durante simulación contracción isométrica de un músculo fusiforme.



Figura B.5: Mapa de color representación de los desplazamientos en la dirección z durante simulación contracción isométrica de un músculo fusiforme.



Figura B.6: Mapa de color representación de los desplazamientos en la dirección x durante simulación contracción concéntrica de un músculo fusiforme.



Figura B.7: Mapa de color representación de los desplazamientos en la dirección y durante simulación contracción concéntrica de un músculo fusiforme.



Figura B.8: Mapa de color representación de los desplazamientos en la dirección z durante simulación contracción concéntrica de un músculo fusiforme.

Los mapas de color obtenidos en las figuras anteriores concuerdan con las condiciones de contorno y el comportamiento esperado en la contracción de un músculo fusiforme. En el caso isométrico, al tener impedido el desplazamiento en los extremos, el acortamiento de las fibras provoca la deformación del músculo. En el caso concéntrico, la libertad en el extremo del músculo permite que éste se contraiga.



Figura B.9: Mapa de color representación de la tensión principal máxima durante simulación contracción isométrica de un músculo fusiforme.



Figura B.10: Mapa de color representación de la tensión principal máxima durante simulación contracción concéntrica de un músculo fusiforme.

Las mayores tensiones se producen en el extremo delgado del músculo, el cual sufre los mayores desplazamientos.

C. Anexo III. Desplazamientos y tensiones en geometría penniforme

Se muestran las gráficas de desplazamientos y tensión en un nodo del músculo penniforme en la malla de 100 elementos. En el caso isométrico, se elige un nodo lateral en la parte central donde se aplica la simetría. En el caso concéntrico, se elige como en los análisis anteriores un nodo central en el lado de la simetría del extremo móvil.



Figura C.1: Desplazamientos en las tres direcciones en la malla del orden de 100 elementos para contracción isométrica y concéntrica en caso de un músculo penniforme.



Figura C.2: Tensión principal máxima en la malla del orden de 100 elementos para contracción isométrica y concéntrica en caso de un músculo penniforme.

Los resultados obtenidos con ambos algoritmos se consideran muy similares. Los desplazamientos con respecto al eje x son cero debido a la simetría. Como consecuencia de la orientación de las fibras el desplazamiento en la dirección longitudinal no es tan evidente respecto a los desplazamientos en demás direcciones y es comparable al desplazamiento en la dirección transversal en y. Las tensiones vuelven a ser mayores en el caso isométrico respecto al concéntrico como el caso del fascículo y el músculo fusiforme.

Valores máximos	Tensión principal (Mpa)	u1 (mm)	u2 (mm)	u3 (mm)
Implícito Isométrico	0.0830	0	-1.575	1.688
Explícito Isométrico	0.0810	0	-1.536	1.637
Implícito Concéntrico	0.0563	0	-1.963	3.778
Explícito Concéntrico	0.0533	0	-2.050	3.704

Tabla C.1: Resumen valores máximos en malla representativa de 100 elementos en un nodo de en un músculo penniforme.

A continuación, se muestran los desplazamientos y las tensiones a través de un mapa de color para los instantes en los que el desplazamiento y la tensión son máximos para cada caso. Los desplazamientos respecto al eje x debido a la aplicación de simetría son despreciables por lo que no se presentan en las consiguientes figuras.



Figura C.3: Mapa de color representación de los desplazamientos en la dirección y durante simulación contracción isométrica de un músculo penniforme.



Figura C.4: Mapa de color representación de los desplazamientos en la dirección longitudinal durante simulación contracción isométrica de un músculo penniforme.



Figura C.5: Mapa de color representación de los desplazamientos en la dirección y durante simulación contracción concéntrica de un músculo penniforme.



Figura C.6: Mapa de color representación de los desplazamientos en la dirección longitudinal durante simulación contracción concéntrica de un músculo penniforme.

Los desplazamientos se producen por tanto en la dirección y y z, provocando el engrosamiento de la sección a la par que el movimiento en el eje longitudinal del músculo. Además, y como se ve en las Figuras C.7 y C.8, la mayor concentración de tensiones se produce en la cara impedida por la condición de contorno necesaria, que impide el movimiento de una de las caras respecto al eje z. En caso de omitir esta condición de contorno, el movimiento propio del músculo implicaría el desplazamiento de todo el músculo según la orientación de las fibras.



Figura C.7: Mapa de color representación de la tensión principal máxima durante simulación contracción isométrica de un músculo penniforme.



Figura C.8: Mapa de color representación de la tensión principal máxima durante simulación contracción concéntrica de un músculo penniforme.

Bibliografía

- [1] Dassault Systèmes. https://www.3ds.com/. [Online; accessed 13-September-2018].
- [2] A.P. Esteban. Simulación computacional de la biomecánica ocular. Bachelor's thesis. Universidad de Zaragoza. 2018.
- [3] Leonardo D. Dimieri, Gustavo Gasaneo. Aspectos físicos de la visión humana. https: //enterfea.com/difference-between-static-and-dynamic-analysis/. [Online; accessed 2-October-2020].
- [4] JOHANNES Kepler and U Linz. Biomechanical modelling of the human eye. *Netzwerk für Forschung, Lehreund Praxis, Linz,* 231, 2004.
- [5] A. Ramírez. Modelado y simulación del tejido músculo-esquelético. Validación experimental con el músculo tibial anterior de rata. PhD thesis, Universidad de Zaragoza, 2010.
- [6] Begoña Calvo Calzada. Modelado numérico del tejido músculo esquelético. Technical report, Mecánica de medios continuos y teoría de estructuras. Master Ingeniería Biomédica. Universidad de Zaragoza., 2014-2015.
- [7] J. Grasa, M. Sierra, M. J. Muñoz, F. Soteras, R. Osta, B. Calvo, and F. J. Miana-Mena. On simulating sustained isometric muscle fatigue: a phenomenological model considering different fiber metabolisms. *Biomechanics and Modeling in Mechanobiology*, 13(6):1373–1385, 2014.
- [8] A. C. Guyton. Tratado de fisiología médica. Elsevier España, 11, 2006.
- [9] E. C. Ross and C. A. Simmons. Introductory biomechanics from cells to organisms. *Cambridge University Press*, 2007.
- [10] E. L. Brainerd E. Azizi and T. J. Roberts. Variable gearing in pennate muscles. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 105(5):1745–1750, 2008.
- [11] Y. C. Fung. Biorheology of soft tisuues. *Biorheology*, 10:139–155, 1973.
- [12] J. D. Humphrey. Continuum biomechanics of soft biological tissues. Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences., 175:1–44, 2002.
- [13] T. Johansson, P. Meier, and R. Blickhan. A finite-element model for the mechanical analysis of skeletal muscles. *Journal of Theoretical Biology*, 206(1):131–149, 2000.

- [14] J. A. C. Martins, E. B. Pires, R. Salvado, and P. B. Dinis. A numerical model of passive and active behavior of skeletal muscles. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 151:419–433, 1998.
- [15] K. A. Edman and C. Reggiani. Length-tension-velocity relationships studied in short consecutive segments of intact muscle fibres of the frog. Advances in Experimental Medicine and Biology, 170:495–509, 1984.
- [16] A. M. Gordon, A. F. Huxley, and F. J. Julian. Tension development in highly stretched vertebrate muscle fibres. *The Journal of Physiology*, 184(1):143–169, 1966.
- [17] A. V. Hill. The heat of shortening and the dynamic constants of muscle. Proceedings of Royal Society of London Series, 195:126–136, 1938.
- [18] Y. C. Fung. Biomechanics. Mechanical properties of living tissues. Springer-Verlag, 1993.
- [19] D. Kernell and A. W. Monster. Threshold current for repetitive impulse firing in motoneurones innervating muscle fibres of different fatigue sensitivity in the cat. Brain Research, 229(1):193–196, 1981.
- [20] A. J. Fuglevand, D. A. Winter, and A. E. Patla. Models of recruitment and rate coding organization in motor-unit pools. *Journal of Neurophysiology*, 70(6):2470–2488, 1993.
- [21] M. Kuno, Y. Miyata, and E. J. Muñoz-Martinez. Properties of fast and slow alpha motoneurones following motor reinnervation. The Journal of Physiology, 242(1):273–288, 1974.
- [22] A. Mannard and R. B. Stein. Determination of the frequency response of isometric soleus muscle in the cat using random nerve stimulation. *The Journal of Physiology*, 229(2):275–296, 1973.
- [23] Sander Schutte, Sven PW van den Bedem, Fred van Keulen, Frans CT van der Helm, and Huibert J Simonsz. A finite-element analysis model of orbital biomechanics. *Vision research*, pages 1724–1731, 2006.
- [24] J Iskander, Mohammed Hossny, Saeid Nahavandi, and L Del Porto. An ocular biomechanic model for dynamic simulation of different eye movements. *Journal of biomechanics*, 71:208–216, 2018.
- [25] B. Hernández-Gascón, J. Grasa, B. Calvo, and J. Rodríguez. A 3d electromechanical continuum model for simulating skeletal muscle contraction. *Journal of Theoretical Biology*, 335:108–118, 2013.
- [26] Grasa J., Hernández-Gascón B., Ramírez A., Rodríguez J., and Calvo B. Modelado numérico del comportamiento del tejido músculo-esquelético. *Revista Internacional de* Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería, 28:177–186, 2012.
- [27] B. Calvo, M. Sierra, J. Grasa, M. Muñóz, and E. Peña. Determination of passive viscoelastic response of the abdominal muscle and related constitutive modeling: Stressrelaxation behavior. *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, 36:47–58, 2014.
- [28] A. Rodríguez. Simulación computacional del comportamiento biomecánico del músculo bíceps femoral humano. Master's thesis, Universidad de Zaragoza, 2017.

- [29] Łukasz Skotny. https://enterfea.com/difference-between-static-and-dynamic-/ analysis/. [Online; accessed 2-October-2020].
- [30] Ajay Harish. https://www.simscale.com/blog/2019/01/ implicit-vs-explicit-fem/. [Online; accessed 2-October-2020].
- [31] P.E. McHugh F.J. Harewood a. Comparison of the implicit and explicit finite element methods using crystal plasticity. *Computational Materials Science*, 39:481—494, 2007.
- [32] Hamid Naghibi Beidokhti, Dennis Janssen, Mehdi Khoshgoftar, Andre Sprengers, Emin Semih Perdahcioglu, Ton Van den Boogaard, and Nico Verdonschot. A comparison between dynamic implicit and explicit finite element simulations of the native knee joint. *Medical engineering & physics*, 38(10):1123–1130, 2016.
- [33] Kinon Chen and James D Weiland. Mechanical properties of orbital fat and its encapsulating connective tissue. *Journal of biomechanical engineering*, 133(6):064505, 2011.
- [34] Mukherjee S. Chawla A. and Karthikeyan B. Characterization of human passive muscles for impact loads using genetic algorithm and inverse finite element methods. *Biomech Model Mechanobiol*, 8:67–76, 2009.
- [35] J.L. Demer. The active pulley hypothesis. Encyclopedia of the Eye, Academic Press, pages 18–26, 2010.
- [36] Sander Schutte. The improvement of strabismus surgery: The role of the suspension of the human eye. 2013.