

**PLATAFORMA BASADA EN COMPUTACIÓN CIENTÍFICA PARA LA  
SELECCIÓN DE CARACTERÍSTICAS DISCRIMINANTES ACÚSTICAS Y DE  
RUIDO EN EL ANÁLISIS DE VOCES PATOLÓGICAS**

**LUIS ANDERSON TREJOS VIDAL**

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE OCCIDENTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
DEPARTAMENTO DE AUTOMÁTICA Y ELECTRÓNICA  
PROGRAMA DE INGENIERÍA BIOMÉDICA  
SANTIAGO DE CALI  
2012**

**PLATAFORMA BASADA EN COMPUTACIÓN CIENTÍFICA PARA LA  
SELECCIÓN DE CARACTERÍSTICAS DISCRIMINANTES ACÚSTICAS Y DE  
RUIDO EN EL ANÁLISIS DE VOCES PATOLÓGICAS**

**LUIS ANDERSON TREJOS VIDAL**

**Proyecto de Grado para optar el título de  
Ingeniero Biomédico**

**Director  
JUAN DIEGO PULGARÍN G.  
Magister en Ingeniería**

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE OCCIDENTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
DEPARTAMENTO DE AUTOMÁTICA Y ELECTRÓNICA  
PROGRAMA DE INGENIERÍA BIOMÉDICA  
SANTIAGO DE CALI  
2012**

**Nota de aceptación:**

**Aprobado por el Comité de Grado en cumplimiento de los requisitos exigidos por la Universidad Autónoma de Occidente para optar al título de Ingeniero Biomédico**

**JUAN CARLOS MENA**  
Jurado

**PAULO CÉSAR CALVO**  
Jurado

**Santiago de Cali, 30 de Julio de 2012**

## CONTENIDO

	pag.
<b>LISTA DE FIGURAS</b>	<b>6</b>
<b>LISTA DE TABLAS</b>	<b>8</b>
<b>LISTA DE ANEXOS</b>	<b>9</b>
<b>RESUMEN</b>	<b>10</b>
<b>INTRODUCCIÓN</b>	<b>11</b>
<b>PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA</b>	<b>12</b>
<b>1.OBJETIVOS</b>	<b>13</b>
<b>1.1. OBJETIVO GENERAL</b>	<b>13</b>
<b>1.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS</b>	<b>13</b>
<b>2.JUSTIFICACIÓN</b>	<b>14</b>
<b>3.MARCO TEÓRICO</b>	<b>15</b>
<b>3.1. VOZ HUMANA</b>	<b>15</b>
<b>3.2. CARACTERÍSTICAS DE LA VOZ HUMANA</b>	<b>16</b>
<b>3.3. MÉTODOS DE SELECCIÓN DE CARACTERÍSTICAS</b>	<b>20</b>

<b>3.4.</b>	<b>CLASIFICACIÓN</b>	<b>23</b>
<b>3.5.</b>	<b>EVALUACIÓN DEL CLASIFICADOR</b>	<b>31</b>
<b>4.</b>	<b>DESARROLLO DEL SISTEMA</b>	<b>34</b>
<b>4.1.</b>	<b>BASES DE DATOS</b>	<b>34</b>
<b>4.2.</b>	<b>FILTRO PRE-ÉNFASIS</b>	<b>34</b>
<b>4.3.</b>	<b>EXTRACCIÓN DE CARACTERÍSTICAS</b>	<b>36</b>
<b>4.4.</b>	<b>SELECCIÓN DE CARACTERÍSTICAS</b>	<b>39</b>
<b>5.</b>	<b>RESULTADOS</b>	<b>40</b>
<b>5.1.</b>	<b>BÚSQUEDA SECUENCIAL FLOTANTE HACIA ADELANTE (SFFS).</b>	<b>40</b>
<b>5.2.</b>	<b>ANÁLISIS LINEAL DISCRIMINANTE PONDERADO (WLDA).</b>	<b>41</b>
<b>5.3.</b>	<b>CLASIFICADOR BAYES</b>	<b>41</b>
<b>5.4.</b>	<b>INTERFACE BASADA EN MATLAB</b>	<b>44</b>
<b>6.</b>	<b>CONCLUSIONES</b>	<b>48</b>
<b>7.</b>	<b>RECOMENDACIONES Y TRABAJO FUTURO</b>	<b>50</b>
	<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	<b>51</b>
	<b>ANEXOS</b>	<b>55</b>

## LISTA DE FIGURAS

	pág.
<b>Figura 1 Aparato fonador humano.</b>	<b>16</b>
<b>Figura 2 Contorno de pitch, segmento sostenido /a/ voz sana.</b>	<b>17</b>
<b>Figura 3 Contorno de pitch, segmento sostenido /a/ voz patológica</b>	<b>17</b>
<b>Figura 4 Jitter correspondiente al segmento sostenido /a/.</b>	<b>18</b>
<b>Figura 5 Jitter correspondiente al segmento sostenido /a/.</b>	<b>18</b>
<b>Figura 6 Shimmer correspondiente al segmento sostenido /a/.</b>	<b>19</b>
<b>Figura 7 Shimmer correspondiente al segmento sostenido /a/.</b>	<b>19</b>
<b>Figura 8 GNE, sana (línea continua) vs hipernasal (línea punteada)</b>	<b>19</b>
<b>Figura 9 Modelo para reconocimiento de patrones estadísticos</b>	<b>25</b>
<b>Figura 10 Funciones de probabilidad para <math>w_1</math>, <math>w_2</math>. X variable aleatoria continua</b>	<b>26</b>
<b>Figura 11 Probabilidades posteriori</b>	<b>27</b>
<b>Figura 12 Regiones de clasificación para dos categorías.</b>	<b>28</b>
<b>Figura 13 Ejemplo de las superficies de decisión para dos clases, en 1 dimensión.</b>	<b>29</b>
<b>Figura 14 Ejemplo de las superficies de decisión para dos clases, en 2 dimensiones.</b>	<b>29</b>
<b>Figura 15 Ejemplo de las superficies de decisión para dos clases, en 3 dimensiones.</b>	<b>30</b>
<b>Figura 16 Ejemplo para densidades de probabilidad y regiones de decisión iguales y diferentes, donde el hiperplano no debe ser perpendicular a la línea que conecta las medias.</b>	<b>30</b>

<b>Figura 17 Ejemplos donde los valores de covarianza son diferentes de cero.</b>	<b>31</b>
<b>Figura 18 Espectrograma para el fonema /a/, segmento original.</b>	<b>35</b>
<b>Figura 19 Espectrograma para el fonema /a/, segmento pre-enfatizado.</b>	<b>35</b>
<b>Figura 20 Promedio (línea continua) y banda (línea punteada) de desviación estándar de contorno de pitch, voces normales.</b>	<b>36</b>
<b>Figura 21 Promedio (línea continua) y banda (línea punteada) de desviación estándar de contorno de pitch, voces patológicas.</b>	<b>36</b>
<b>Figura 22 Promedio (línea continua) y banda (línea punteada) desviación estándar de contorno jitter, voces sanas.</b>	<b>37</b>
<b>Figura 23 Promedio (línea continua) y banda (línea punteada) desviación estándar de contorno jitter, voces patológicas.</b>	<b>37</b>
<b>Figura 24 Promedio (línea continua) y banda (línea punteada) desviación estándar de contorno Shimmer, voces normales.</b>	<b>38</b>
<b>Figura 25 Promedio (línea continua) y banda (línea punteada) desviación estándar de contorno Shimmer, voces patológicas.</b>	<b>38</b>
<b>Figura 26 Promedio (línea continua) y banda (línea punteada) desviación estándar de contorno GNE, voces normales.</b>	<b>38</b>
<b>Figura 27 Promedio (línea continua) y banda (línea punteada) desviación estándar de contorno GNE, voces patológicas.</b>	<b>38</b>
<b>Figura 28 Promedio contorno de GNE voces normales (línea continua) y voces patológicas (línea punteada).</b>	<b>39</b>
<b>Figura 29 Análisis de variabilidad entre los componentes principales (PCA)</b>	<b>43</b>
<b>Figura 30 Contorno de pitch donde se resaltan las características más relevantes</b>	<b>46</b>
<b>Figura 31 Contorno de GNE donde se resaltan las características más relevantes</b>	<b>46</b>
<b>Figura 32 Interface para la extracción de características acústicas y de ruido</b>	<b>47</b>

## LISTA DE TABLAS

	pag.
<b>Tabla 1 Subconjunto de características seleccionadas por el algoritmo SFFS.</b>	<b>40</b>
<b>Tabla 2 Resultados de validación cruzada para un clasificador lineal entrenado con el subconjunto de características arrojado por el algoritmo SFFS.</b>	<b>42</b>
<b>Tabla 3 Resultados de validación cruzada para un clasificador lineal entrenado con 12 componentes entregados por WLDA.</b>	<b>42</b>
<b>Tabla 4 Componentes principales que aportan una confianza superior al 95%</b>	<b>43</b>
<b>Tabla 5 Resultados de validación cruzada para un clasificador lineal entrenado con 12 componentes principales.</b>	<b>44</b>
<b>Tabla 6 Ficha técnica</b>	<b>45</b>



## LISTA DE ANEXOS

	Pág.
Anexo A. Regularización.	54

## RESUMEN

La forma clásica de detección de patologías en voz humana se realizaba usando métodos invasivos. El desarrollo de herramientas computacionales dio pie a la implementación de software que permite la detección de problemas en la producción del habla utilizando conjuntos de características de alta dimensionalidad. El problema con la alta dimensionalidad se ve reflejado en el tiempo de cálculo y en los recursos usados. Existen métodos para reducir la cantidad de características manteniendo las tasas de acierto e incluso mejorándolas. En el presente trabajo se presenta una metodología para desarrollar, implementar y evaluar una plataforma computacional para la estimación de parámetros acústicos y de ruido en voz humana basado en selección discriminante de características para pacientes con alteraciones de la voz. No solamente se enfoca en una selección discriminante de características sino que permite al personal médico tener una retroalimentación de la patología y llevar un seguimiento cuantificado de los progresos o desmejoras presentadas en los pacientes.

Palabras claves (Dimensionalidad, tasas de acierto, parámetros acústicos, parámetros de ruido, selección discriminante)

## INTRODUCCIÓN

Existen muchos tipos de desórdenes en la producción de la voz relacionados con diferentes patologías del aparato fonatorio, estos desórdenes provocan en los pacientes poca inteligibilidad en el lenguaje afectando su capacidad de comunicación. Tradicionalmente las técnicas de diagnóstico de estas enfermedades comprenden métodos invasivos, por lo anterior es preciso desarrollar estrategias de tipo no invasivo para la detección e identificación de este tipo de enfermedades.

Los desórdenes generados por estas enfermedades provocan variaciones físicas en la voz, que pueden ser medidos a partir de métodos computacionales con el propósito de diferenciar una voz normal de una voz patológica.

El diagnóstico asistido de enfermedades de la voz ha sido abordado con diferentes estrategias, donde las principales analizan medidas de perturbación, ruido y energía, con otros parámetros como la relación señal ruido (SNR), la relación entre armónicos y ruido (HNR) y la energía normalizada del ruido (NNE), y otras utilizan características de perturbación y de ruido como el jitter, el shimmer, el HNR, el NNE, entre otras.

Los investigadores del área utilizan conjuntos de características de alta dimensionalidad y algunos casos involucran parámetros que presentan mayor complejidad en la interpretabilidad de su origen físico. Por lo tanto, existe la necesidad de una plataforma que permita hacer análisis acústico y de ruido de la voz y que permita hacer una selección discriminante de ellas, particularmente para la detección de patologías del aparato fonatorio.

## **PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

Los métodos para el diagnóstico de patologías del aparato fonatorio que generan desordenes en la producción de la voz, son tradicionalmente invasivos, los cuales hacen uso de diferentes métodos como laringoscopia indirecta, nasofaringolaringofibrosocopia, telelaringoscopia, Laringoscopia directa, estronoscopia, electroglotografía, los cuales provocan hinchazón de las vías respiratorias y de ser realizados por personal inexperto o de presentarse una complicación durante el procedimiento se pueden generar perforaciones en las paredes de la laringe.

Debido a esto es necesario desarrollar estrategias que permitan realizar una detección de dichas patologías de forma no invasiva. Adicionalmente los métodos basados en computación científica que se han usado para la identificación de patologías en el aparato fonatorio utilizan conjuntos de características de una alta dimensionalidad y no se interpreta claramente el origen físico de algunos parámetros. Por estas razones es necesario desarrollar, implementar y evaluar una plataforma computacional para la estimación de parámetros acústicos y de ruido en voz humana basado en selección discriminante de características, para el análisis de señales de voz en pacientes con alteraciones en la voz.

## **1. OBJETIVOS**

### **1.1. OBJETIVO GENERAL**

Desarrollar, implementar y evaluar una plataforma computacional para la estimación de parámetros acústicos y de ruido en voz humana basado en selección discriminante de características para pacientes con alteraciones de la voz

### **1.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Seleccionar los parámetros acústicos y de ruido apropiados para detección de voz, alteraciones de voz y/o trastornos de voz de pacientes debido a problemas fisiológicos del tracto vocal.
- Implementar una metodología de selección efectiva de características basada en Análisis Lineal Discriminante Ponderado y Búsqueda Secuencial Flotante.
- Desarrollar una herramienta de software basada en Matlab®, con interfaces de adquisición y reproducción de audio, tal que estime parámetros acústicos y de ruido en voz humana basado en selección discriminante de características para pacientes con alteraciones de la voz.
- Validar las características en la clasificación o estimación de grado de desorden de voz en pacientes con alteraciones de la voz mediante la evaluación de desempeño de un clasificador lineal.

## 2. JUSTIFICACIÓN

El desarrollo de herramientas en el apoyo diagnóstico y de rehabilitación, ha sido siempre la premisa del ingeniero biomédico en el sector salud. Particularmente, el procesamiento de señales en plataformas computacionales ha llevado al aprovechamiento de interfaces hardware ya existentes, de bajo costo y de amplia versatilidad, para enfocarse en el desarrollo de interfaces de software que permitan un fácil uso, una alta confiabilidad, y una fácil y no costosa actualización y/o modificación según las necesidades.

Por ello, desde el grupo de investigación GBio, se tiene en sus líneas de desarrollo potencializar el área de procesamiento de señal aprovechando plataformas actuales, para obtener productos que suplan necesidades del sector salud. Particularmente, una de ellas, ha sido el procesamiento de señales de voz patológicas, requeridas por el Instituto para niños ciegos y sordos de la ciudad de Cali, así como por el Departamento de Fonoaudiología y Terapia Oral de HUV, el cual tiene como necesidad actual la estimación de parámetros de hipernasalidad en niños de 5 a 15 años.

Por ello, y como proyecto inicial, se propone el desarrollo de esta herramienta como primer producto de procesamiento de señal del grupo GBio, basado en los antecedentes y estado del arte en el que se encuentra actualmente la detección de voces patológicas, con referentes mundiales y locales en Colombia.

### **3. MARCO TEÓRICO**

#### **3.1. VOZ HUMANA**

La voz es producida mediante la interacción de la vibración de las cuerdas vocales y el tipo de articulación que se presente en las cavidades superiores de la laringe. El sonido es producido cuando el aire espirado provoca dicha vibración y el sonido es amplificado al pasar por el tracto vocal, dándole un timbre y sonoridad específica para cada persona.

Se pueden diferenciar tres procesos básicos en la producción de la voz:

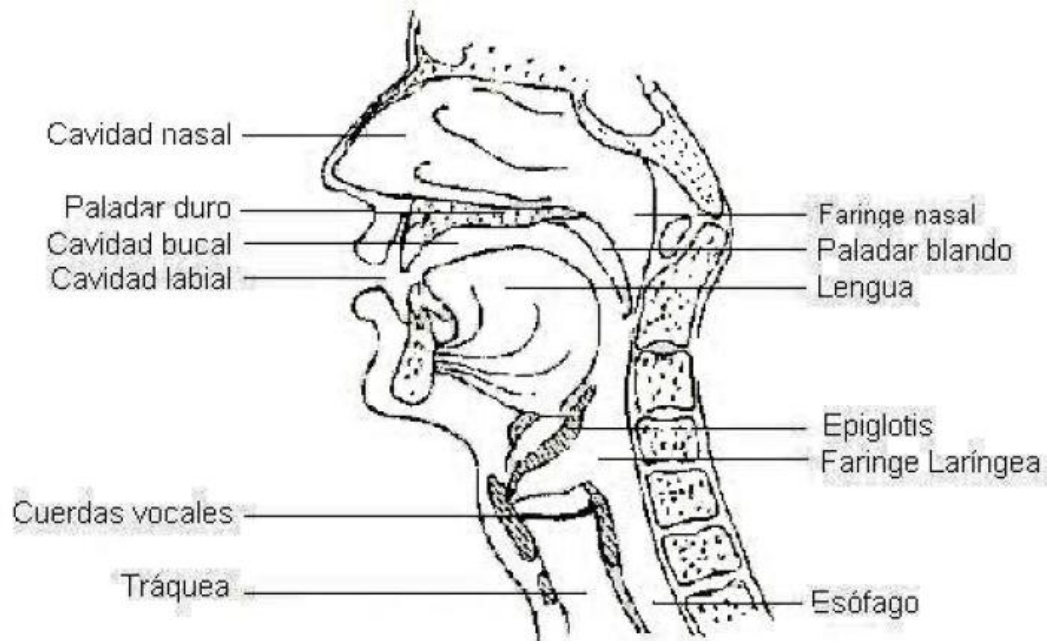
El aire pasa de los pulmones hacia la laringe, luego a través de la tráquea y glotis. Durante la respiración la glotis permite el paso de aire a los pulmones permitiendo la oxigenación, sin embargo la glotis se va estrechando de forma intermitente mientras cierra el paso de aire de tal forma que los pulmones junto con las cuerdas vocales se encargan de la generación del sonido.

Las cavidades oral y nasal son las encargadas de modular, dando forma a los sonidos y definiendo la capacidad de entonación.

Las partes finales de las cavidades mencionadas anteriormente son las encargadas de emitir la voz en forma de ondas sonoras.

La entonación que se da al habla se asocia a los movimientos de alejamiento, acercamiento y tensión que se presentan en la glotis; partiendo de este hecho se puede introducir el término frecuencia fundamental de la voz, la cual es determinada por la velocidad con la que vibran las cuerdas vocales. Luego que el aire supera la glotis, este se acerca al tracto vocal donde se varía su resonancia a través de la modificación de la cavidad oral (lengua, labios, mandíbulas).

**Figura 1 Aparato fonador humano.**



**Fuente** [OROZCO, JUAN RAFAEL. Voice pathology detection by means of acoustic analysis and non-linear dynamics techniques. [consultado 05 de junio de 2012]. Disponible en internet:

[http://udea.academia.edu/JuanRafaelOrozcoArroyave/Papers/1407424/Voice\\_pathology\\_detection\\_by\\_means\\_of\\_acoustic\\_analysis\\_and\\_nonlinear\\_dynamics\\_techniques](http://udea.academia.edu/JuanRafaelOrozcoArroyave/Papers/1407424/Voice_pathology_detection_by_means_of_acoustic_analysis_and_nonlinear_dynamics_techniques)

### **3.2. CARACTERÍSTICAS DE LA VOZ HUMANA**

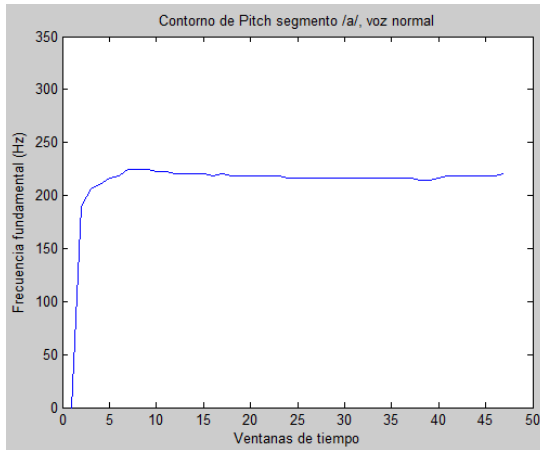
En personas con alteraciones en la producción de la voz, se encuentran variaciones en las características acústicas y de ruido, las cuales pueden ser medidas. Algunas de estas características son la frecuencia fundamental o pitch, jitter, shimmer, relación armónico ruido (HNR), relación de excitación glótica (GNE), relación señal ruido (SNR), energía normalizada del ruido (NNE), entre otras características. Sin embargo, en el presente documento solo se usaran las siguientes características debido que desde el punto de vista biomédico, son las que aportan mayor retroalimentación al personal clínico respecto a la relación de estas con el aparato fonador, la cuales son Pitch, Jitter, Shimmer y GNE.

**3.2.1. Pitch.** Es también conocido como la frecuencia fundamental a la cual vibran las cuerdas vocales, y su inverso a la vez, se conoce como el periodo fundamental. Para la estimación debe tenerse en cuenta que el cálculo observado en las figuras 2 y 3, se realiza sobre segmentos finitos de la señal. Luego de

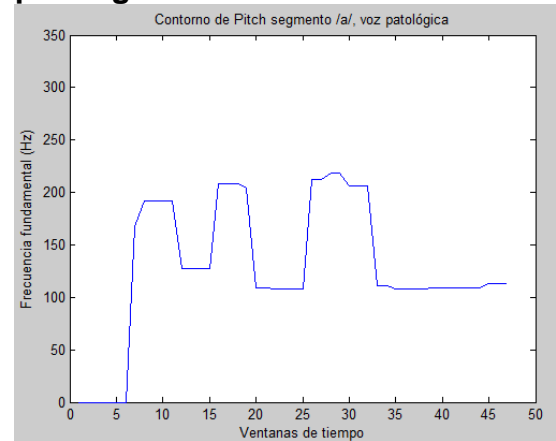


realizar los cálculos de los contornos de pitch, el comportamiento esperado es el observado en en las figuras 2 y 3.

**Figura 2 Contorno de pitch, segmento sostenido /a/ voz sana.**



**Figura 3 Contorno de pitch, segmento sostenido /a/ voz patológica.**



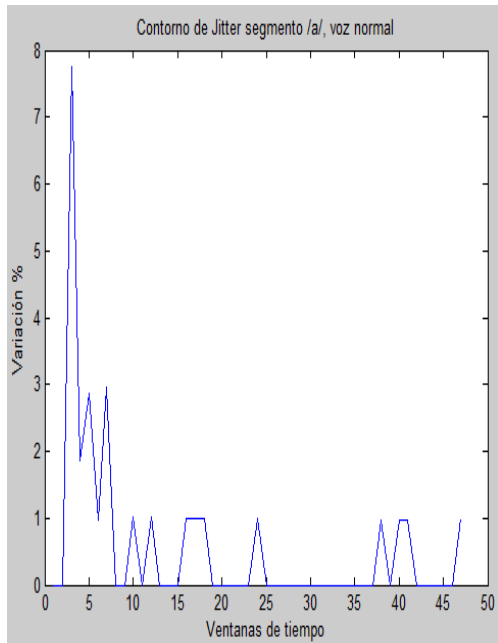
Debido a que la señal de voz no es estacionaria, necesita además de la frecuencia fundamental en el segmento sonoro, la evolución de esta frecuencia en la modulación. Por ello, para encontrar el contorno de pitch, se utilizan frecuentemente herramientas de tipo temporo-frecuencial como la transformada de tiempo corto de Fourier (STFT) para observar la evolución de ella.

**3.2.2. Jitter.** Es la perturbación en la frecuencia fundamental de la voz, es por esta razón que para el cálculo del jitter es necesario haber calculado previamente el contorno de pitch.

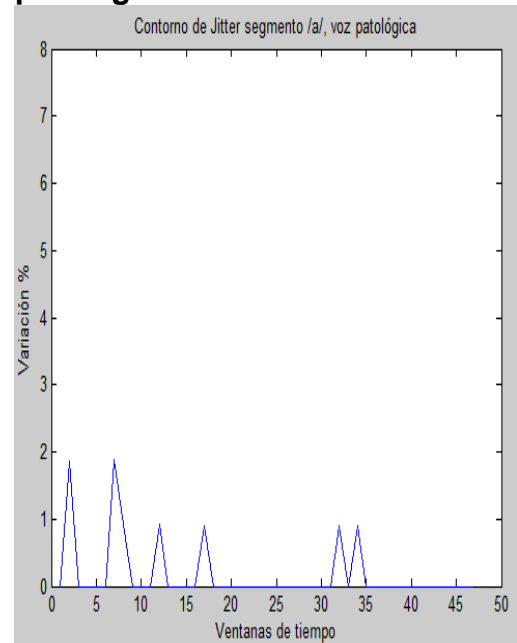
En el caso de las voces patológicas, la envolvente de la frecuencia fundamental presenta variaciones que en voces sanas no se evidencian; teniendo en cuenta dicho comportamiento, se hace necesario cuantificar dicho comportamiento y para su cálculo se mide la variación de la frecuencia fundamental de una ventana con respecto al pitch de la ventana anterior de manera relativa [17].

Los resultados esperados para esta característica se muestran en las figuras 4 y 5, donde se puede observar la diferencia que presenta la amplitud de esta característica al comparar una voz sana con una patológica.

**Figura 4 Jitter correspondiente al segmento sostenido /a/, voz sana.**



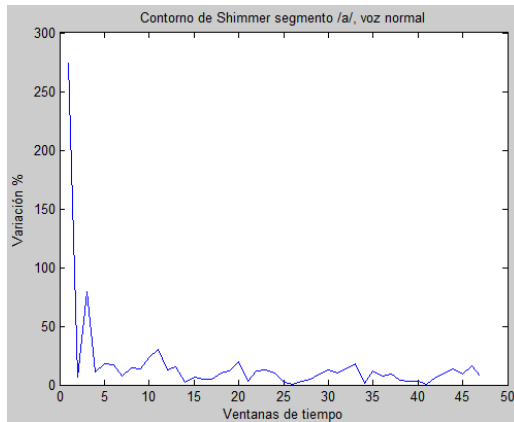
**Figura 5 Jitter correspondiente al segmento sostenido /a/, voz patológica.**



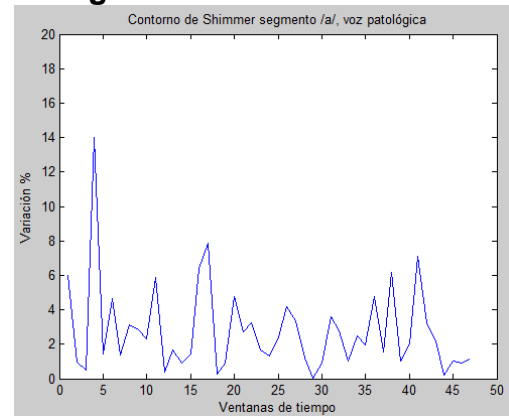
**3.2.3. Shimmer.** Representa una medida de perturbación de la amplitud del pico máximo de la señal pico a pico. Con esta característica es posible medir los pequeños lapsos de inestabilidad vocal.

Para su estimación, se mide la amplitud pico a pico en una ventana y se calcula la variación con la amplitud pico a pico de la ventana anterior de manera porcentual [17] como se observa en las figuras 6 y 7; se observa en dichas figuras la variación en la amplitud que presenta esta característica al comparar una voz sana con una patológica.

**Figura 6 Shimmer correspondiente al segmento sostenido /a/, voz sana.**



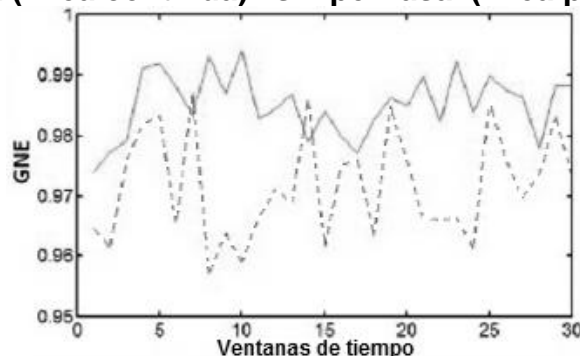
**Figura 7 Shimmer correspondiente al segmento sostenido /a/, voz patológica.**



**3.2.4. Relación de excitación glótica (GNE).** Esta característica se basa en la correlación entre los contornos de Hilbert de diferentes canales de frecuencia, distribuidos uniformemente en el espectro. Todas las bandas son excitadas al mismo tiempo razón por la cual se esperan formas similares en los contornos. En voces sanas, se presenta una alta correlación entre los contornos de diferentes frecuencias, sin embargo, en señales con presencia de patologías, dicha correlación es más baja [8], [9], [12].

En estudios realizados en [9] se muestra la efectividad de esta característica en la diferenciación entre voces patológicas y voces sanas.

**Figura 8 GNE, sana (línea continua) vs hipernasal (línea punteada)**



Fuente [OROZCO, JUAN RAFAEL. Voice pathology detection by means of acoustic analysis and non-linear dynamics techniques. [consultado 05 de junio de 2012]. Disponible en internet: [http://udea.academia.edu/JuanRafaelOrozcoArroyave/Papers/1407424/Voice\\_pathology\\_detection\\_by\\_means\\_of\\_acoustic\\_analysis\\_and\\_nonlinear\\_dynamics\\_techniques](http://udea.academia.edu/JuanRafaelOrozcoArroyave/Papers/1407424/Voice_pathology_detection_by_means_of_acoustic_analysis_and_nonlinear_dynamics_techniques)]

### 3.3. MÉTODOS DE SELECCIÓN DE CARACTERÍSTICAS

La reducción de la dimensionalidad genera subconjuntos con aquellas características que permiten una mayor separabilidad entre las clases. Algunos métodos realizan ponderaciones de estas, con el fin de disminuir redundancias y los recursos usados por la máquina como se observa en [5]. Los métodos propuestos son búsqueda secuencial flotante (SFFS) [6], [10], y el análisis lineal discriminante (WLDA) [14], [15].

**3.3.1. Análisis lineal discriminante ponderado (WLDA).** WLDA se basa en el criterio de Fisher ponderado “por parejas” (Weighted Pairwise Fisher Criteria), con el cual se trata de resolver las limitaciones que presenta el análisis lineal discriminante en la reducción de la dimensionalidad debido a que no se conserva la distancia entre las clases del espacio proyectado [16].

Para la implementación del algoritmo LDA se aplica la siguiente metodología [14]:

- Se generan conjuntos de datos y el conjunto de prueba, los cuales son clasificados en el espacio original.
- Se calcula el valor promedio para cada conjunto de datos y el valor promedio para el conjunto de datos completo. En el caso de poseer un problema de clasificación con 2 clases, se debe calcular  $\mu_1$  y  $\mu_2$  los cuales son los valores promedio para los conjuntos de datos 1 y conjunto de datos 2. Posteriormente se calcula  $\mu_3$  basados en Ecuación 1.1

$$\mu_3 = p_1 * \mu_1 + p_2 * \mu_2 \quad \text{Ecuación 1.1}$$

donde  $p_1$  y  $p_2$  son las probabilidades a priori de las clases; para el caso de solo dos clases,  $p_1$  y  $p_2$  son asumidos como 0.5.

- En LDA, las dispersiones intra-clase y entre-clase son usados para formular criterios para la separabilidad de las clases. La dispersión intra-clase es la covarianza esperada de cada una de las clases. En un problema de dos clases, la dispersión intra-clase es calculada

$$S_w = \sum_j p_j * S_j \quad \text{Ecuación 1.2}$$

Las matrices de covarianza  $S_j$  son simétricas, y son calculadas con la siguiente ecuación

$$S_j = (x_j - \mu_j) * (x_j - \mu_j)^T \quad \text{Ecuación 1.3}$$

La dispersión entre-clase es calculada usando la ecuación

$$S_B = \sum_j (\mu_j - \mu_3) * (\mu_j - \mu_3)^T \quad \text{Ecuación 1.4}$$

Para calcular el factor de optimización, si las clases son de tipo dependiente

$$criterio_j = inv(S_j) * S_B \quad \text{Ecuación 1.5}$$

Si las clases de tipo independiente, el criterio de optimización se calcula

$$criterio_j = inv(S_w) * S_B \quad \text{Ecuación 1.6}$$

- Por definición, un auto-vector de una transformación representa un sub-espacio invariante de una dimensión del vector del espacio en el cual la transformación fue aplicada. Las matrices de auto-vectores son calculadas por los diferentes criterios según Ecuación 1.5 y Ecuación 1.6
- Para cualquier problema con  $L$  clases, deben calcularse  $L-1$  auto-valores diferentes de cero. Posteriormente se realiza la transformación de los conjuntos de datos usando la transformada LDA. La transformada brinda límites definidos, los cuales son usados para el proceso de clasificación. Igualmente el conjunto de evaluación es transformado y clasificado usando la distancia euclídea de los vectores de evaluación al valor promedio de cada una de las clases.

- Los vectores de evaluación serán asignados dependiendo del valor mas pequeño al calcular la distancia euclidea, de este modo se asignara a la clase mas cercana.

Para resolver las limitaciones presentadas por LDA, el criterio de Fisher es ahora representado por la Ecuación 1.7 [14]:

$$J_F(A) = tr((AS_w A^T)^{-1}(AS_B A^T)) \quad \text{Ecuación 1.7}$$

donde

$$S_B = \sum_{i=1}^L p_i (\mu_i - \mu_3)(\mu_i - \mu_3)^T \quad \text{Ecuación 1.8}$$

y

$$S_w = \sum_{i=1}^L p_i S_i \quad \text{Ecuación 1.9}$$

son las matrices de dispersión entre-clases y la matriz combinada de dispersión intra-clase respectivamente.  $L$  es el numero de clases,  $\mu_i$  es la media de la clase  $i$ ,  $\mu$  es la media de todas las clases,  $p_i$  es la probabilidad a priori de la clase  $i$  y  $S_i$  es la matriz de covarianza intra-clase de la clase  $i$ . Este criterio es modificado a:

$$J_w(A) = \sum_{i=1}^{L-1} \sum_{j=i+1}^L p_i p_j w(\Delta_{ij}) tr((AS_w A^T)^{-1}(AS_{ij} A^T)) \quad \text{Ecuación 1.10}$$

donde  $w: R_0^+ \rightarrow R_0^+$  es una función de ponderación que depende de la distancia Mahalanobis entre las clases  $i$  y  $j$  del modelo original:

$$\Delta_{ij} = \sqrt{(\mu_i - \mu_j)^T S_w^{-1} (\mu_i - \mu_j)} \quad \text{Ecuación 1.11}$$

Este es conocido como el criterio de Fisher ponderado “por parejas”, y en este, el error de Bayes entre dos clases depende de la distancia Mahalanobis. De esta manera es posible considerar las distancias entre clases una a una, permitiendo observar la particularidad de cada pareja de clases [16].

**3.3.2. Algoritmo de búsqueda secuencial flotante hacia adelante (SFFS).** El algoritmo SFFS básicamente es un procedimiento en el cual se incluyen y excluyen características de un grupo base. Se trata de excluir la característica que aporta menos al conjunto, y se agrega una nueva de tal forma que el rendimiento del grupo actualizado es mayor que el rendimiento del conjunto anterior.

El funcionamiento de este método de selección de características puede ser dividido en los siguientes pasos [10],[12]:

- Se tienen  $L$  características listas para ser seleccionadas y formar un subgrupo  $X_L$  escogidas por el criterio de una función  $J(X_L)$ .
- Inclusión: Usando la metodología de búsqueda secuencial flotante, se selecciona una característica  $X_{L+1}$ ; si el subgrupo actualizado es más significativo que el subgrupo anterior, entonces esta característica será almacenada.
- Exclusión condicional: encuentra la característica menos significativa en el subgrupo actualizado. Si el subgrupo sin esta característica es más significativo, esta característica será excluida del subgrupo de características seleccionadas formando un nuevo subgrupo donde esta ya no está presente.
- Continuación de la exclusión condicional: se continúa buscando la característica menos significativa del subgrupo; si el subgrupo sin esta característica es más significativo, la característica es retirada del subgrupo y se genera uno nuevo sin ella. Cuando el subgrupo es menos significativo sin la característica menos significativa, se devuelve al paso 1.

### **3.4. CLASIFICACIÓN**

El reconocimiento de patrones es una disciplina científica que tiene por objetivo la clasificación de elementos en unas determinadas clases o categorías establecidas. Los elementos a clasificar pueden ser imágenes, señales de onda o

cualquier tipo de medida que necesite ser clasificada; en este caso, se clasificarán las señales de voz.

**3.4.1. Generalidades.** Para la clasificación de elementos se hace necesaria la extracción de características las cuales no estén correlacionadas entre sí o que no aporten información redundante al sistema de clasificación [11].

La cantidad de características a usar para la clasificación varía dependiendo de la aplicación, y su complejidad. Sin embargo hay que tener en cuenta que un número elevado de características puede elevar la carga computacional sin necesariamente mejorar en gran medida el rendimiento del clasificador [11].

Además de lo anteriormente mencionado, hay que tener en cuenta que el clasificador debe tener una capacidad de generalización adecuada, debido a que de no ser así, el rendimiento de este será elevado para los datos que estén muy cercanos a los de entrenamiento, y un dato nuevo será clasificado erróneamente [11].

La etapa de clasificación puede realizarse siguiendo la metodología mostrada a continuación [11]:

- **Adquisición:** donde con el uso de sensores se digitaliza la señal u objeto de interés a clasificar [11].
- **Segmentación y agrupamiento:** en esta etapa se realiza una selección de la información relevante para la extracción de las características y se excluye aquellos segmentos que se consideran como ruido y dificultan computacionalmente la clasificación [11].
- **Extracción de características:** esta etapa debe hacerse cuidadosamente dado que las características seleccionadas deben ser discriminantes, fáciles de extraer e invariantes. Deben ser similares para elementos de la misma clase y diferentes para las demás categorías [11].
- **Clasificación:** para realizar este paso, es necesario usar un vector de características que permita asignar el objeto a una categoría. Dado que realizar una clasificación perfecta es imposible, se determina la probabilidad de que un

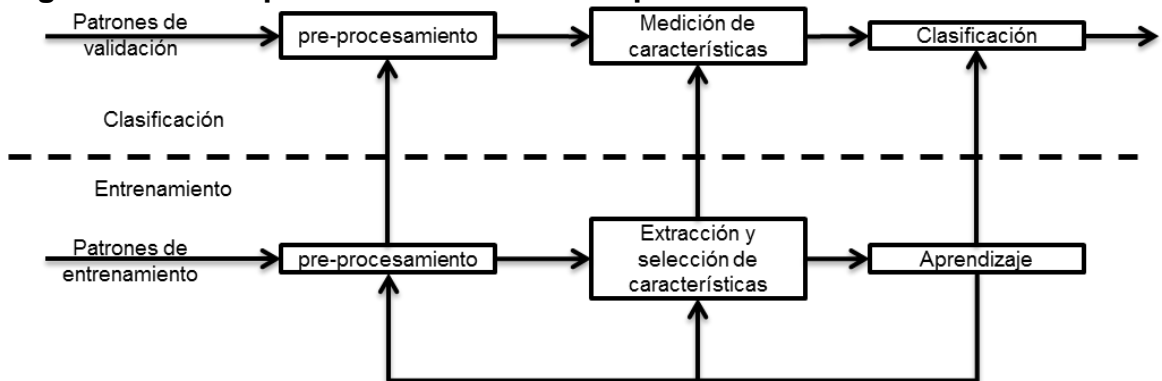


elemento pertenezca a una clase o categoría. La dificultad con la que se realiza la clasificación dependerá de la cantidad de características usadas, y la información que estas sean capaces de entregar al clasificador [11].

- **Post-proceso:** este es el momento en el cual se corrigen errores cometidos en la etapa de clasificación; esta etapa permite mejorar el desempeño del sistema [11].

En la figura 9 puede observarse el proceso que se realiza para la clasificación de patrones [13].

**Figura 9 Modelo para reconocimiento de patrones estadísticos**



Fuente [JAIN, ANIL K.; DUIN, ROBERT; MAO, JIANCHANG. *Statistical Pattern Recognition: A Review*. IEEE TRANSACTIONS ON PATTERN ANALYSIS AND MACHINE INTELLIGENCE, VOL. 22, NO. 1, JANUARY 2000]

**3.4.2. Aprendizaje.** Se refiere al tipo de algoritmo empleado para reducir el error en un conjunto de entrenamiento. Según la forma como sean presentados los datos al clasificador al momento de entrenarlo podemos diferenciar los siguientes tipos de aprendizaje [11]:

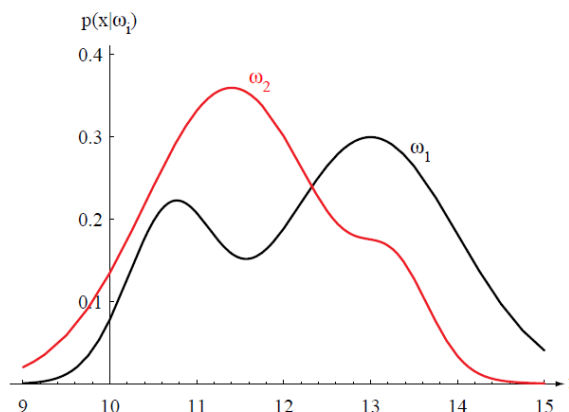
- **Aprendizaje supervisado:** en este tipo de aprendizaje, al clasificador se le presentan un conjunto de características de entrada o patrones de entrenamiento y se le especifica a que clase o categoría pertenecen los patrones presentados [11].
- **Aprendizaje no supervisado:** en este método de aprendizaje solo se le suministra los patrones de entrenamiento y la cantidad de clases en que se

pueden clasificar. El algoritmo a través de un proceso de agrupamiento, forma conjuntos naturales de los patrones de entrada [11].

**3.4.3. Clasificador lineal o Bayes.** En este tipo de clasificador se trabajan las diferentes clases o categorías como los estados de la naturaleza denotados por la letra  $W$ , donde la clase 1 se denota por  $w_1$ , la clase 2 por  $w_2$  y de esta forma hasta la clase  $n$  por  $w_n$ ; dado que los anteriores estados de la naturaleza son impredecibles,  $W$  es considerada una variable que debe ser descrita probabilísticamente [11].

Además de esto se debe considerar las probabilidades a priori de cada una de las clases las cuales están dadas por el conocimiento previo que se tiene sobre el problema y se define por las letras  $P(w_1), P(w_2), \dots, P(w_n)$ , para cada una de las clases anteriormente establecidas; es claro que las probabilidades a priori de todas las clases al final deben sumar 1. Por ejemplo, dadas las probabilidades a priori, y dos estados de la naturaleza,  $w_1$  y  $w_2$ , la regla de decisión se define como se muestra en la Figura 10 [11].

**Figura 10 Funciones de probabilidad para  $w_1, w_2$ .  $X$  variable aleatoria continua**



Fuente [DUDA, R. O., HART, P. E., STORK, D. G. Pattern classification. Segunda edición. 1997.]

Si  $P(w_1) > P(w_2)$ , entonces escoja  $w_1$ , de lo contrario, escoja  $w_2$ .

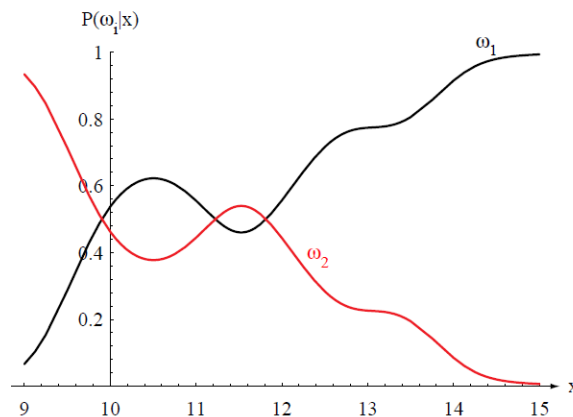
$p(x/w_i)$ : Probabilidad de  $x$  dado que el estado de natura es  $w_i$ .

Ahora suponiendo que se conocen las probabilidades a priori y  $p(x/w_i)$ , es posible aplicar la formula de Bayes que esta dada por [11]:

$$P(w_i/x) = \frac{p(x/w_i)*P(w_i)}{p(x)} \quad \text{Ecuación 1.12}$$

donde  $P(w_i/x)$  es la probabilidad del estado de la naturaleza  $w_i$  dado que la característica  $x$  ha sido medida [11].

**Figura 11 Probabilidades posteriori**



Fuente [DUDA, R. O., HART, P. E., STORK, D. G. Pattern classification. Segunda edición. 1997.]

Teniendo estas probabilidades, la regla decisión ahora estará dada por:

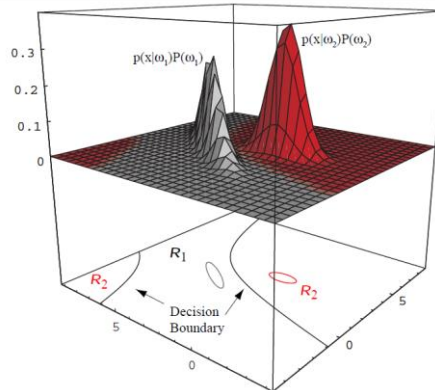
$$P(error/x) = \begin{cases} P(w1/x) & \text{si se decide } w2 \\ P(w2/x) & \text{si se decide } w1 \end{cases} \quad \text{Ecuación 1.13}$$

Se decide  $w1$  si  $P(w1/x) > P(w2/x)$ , en caso contrario, se decide  $w2$ .

En el caso de tener más de dos características, es más simple calcular la probabilidad de estar en lo correcto; de esta forma, el clasificador de Bayes selecciona las regiones con mayor probabilidad de tal forma, que ninguna otra región tendrá una probabilidad de error más pequeña a la seleccionada [11].

**3.4.3.1. Reglas de decisión.** El efecto de estas reglas es dividir el espacio de características en  $c$  regiones de decisión, denotadas por  $R_1, R_2, \dots, R_c$ . De tal forma que si se tiene  $g_i(X) > g_j(X)$ , para todo  $j \neq i$ , entonces  $X$  se encuentra en la región  $R_i$  y será asignado a  $W_i$ . Las regiones están separadas entre sí por los **contornos de decisión**, los cuales son superficies que unen unas regiones con otras [11].

**Figura 12** Regiones de clasificación para dos categorías.



Fuente [DUDA, R. O., HART, P. E., STORK, D. G. Pattern classification. Segunda edición. 1997.]

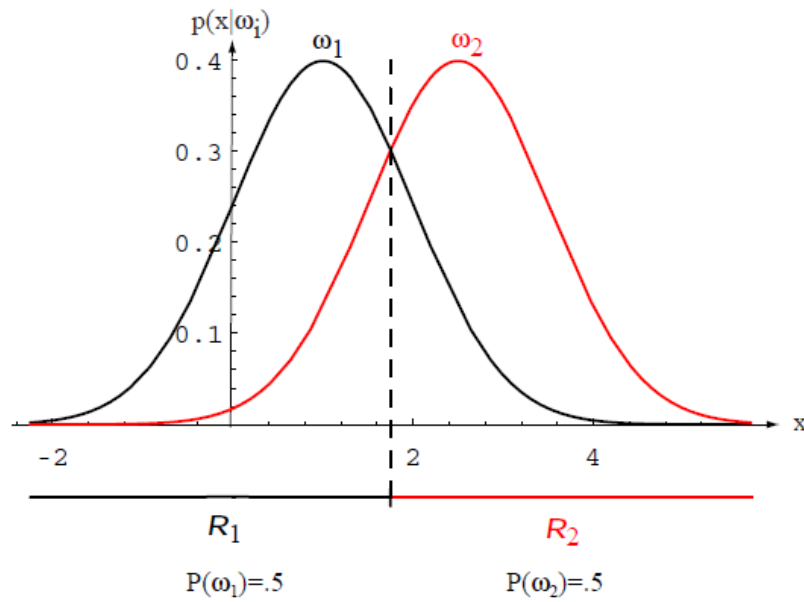
**3.4.3.2. Matriz de covarianza.** Como característica posee que es siempre simétrica y semidefinida positiva. Esta matriz permite calcular la dispersión de los datos en cualquier dirección o en cualquier subespacio.

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1i} \\ \sigma_{21} = \sigma_{12} & \sigma_{22} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \sigma_{ij} = \sigma_{ji} \\ \sigma_{i1} = \sigma_{1i} & \cdots & \sigma_{ij} = \sigma_{ji} & \sigma_{ii} \end{bmatrix} \quad \text{Ecuación 1.14}$$

Los elementos en la diagonal de la matriz son las varianzas de los  $x_i$ , y los elementos fuera de la diagonal son las covarianzas que existen entre los elementos  $x_i$  y  $x_j$ .

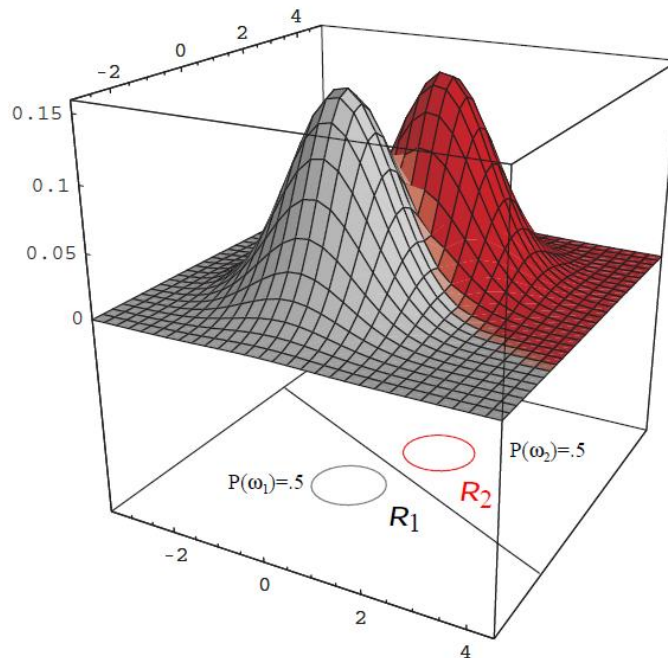
- **Caso 1.** Los elementos  $x_i$  y  $x_j$  son estadísticamente independientes, por lo tanto sus valores de covarianza son iguales a cero. Se usa la distancia euclídea para asignar el vector  $X$  a la clase más cercana, y las superficies de decisión son partes de hiperplanos perpendiculares a la línea que separa las medias. Este caso es llamado el **Clasificador de distancia mínima**.

**Figura 13** Ejemplo de las superficies de decisión para dos clases, en 1 dimensión.



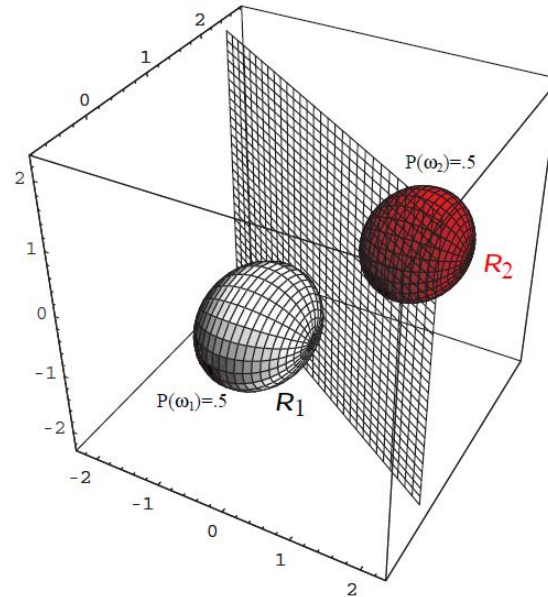
Fuente [DUDA, R. O., HART, P. E., STORK, D. G. Pattern classification. Segunda edición. 1997.]

**Figura 14** Ejemplo de las superficies de decisión para dos clases, en 2 dimensiones.



Fuente [DUDA, R. O., HART, P. E., STORK, D. G. Pattern classification. Segunda edición. 1997.]

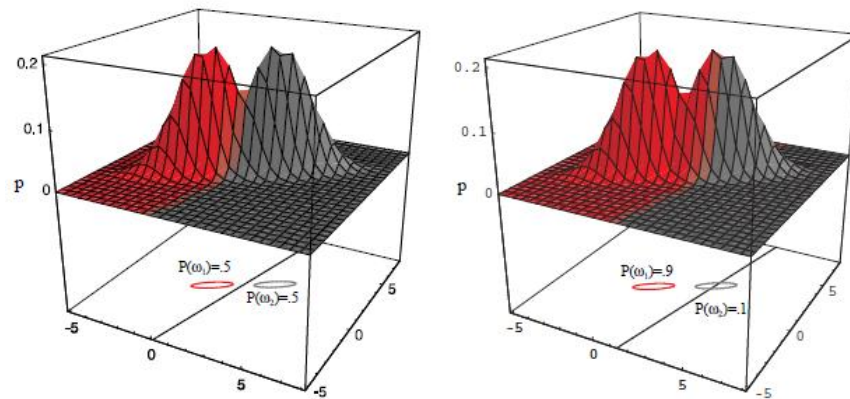
**Figura 15** Ejemplo de las superficies de decisión para dos clases, en 3 dimensiones.



Fuente [DUDA, R. O., HART, P. E., STORK, D. G. Pattern classification. Segunda edición. 1997.]

- **Caso 2.** Los valores de covarianza son muy cercanos a cero; las superficies de decisión son hiperplanos pero esta vez no son perpendiculares a la línea media que las separa. Se usa la distancia mahalanobis para medir la distancia y así asignarlo a la clase mas cercana.

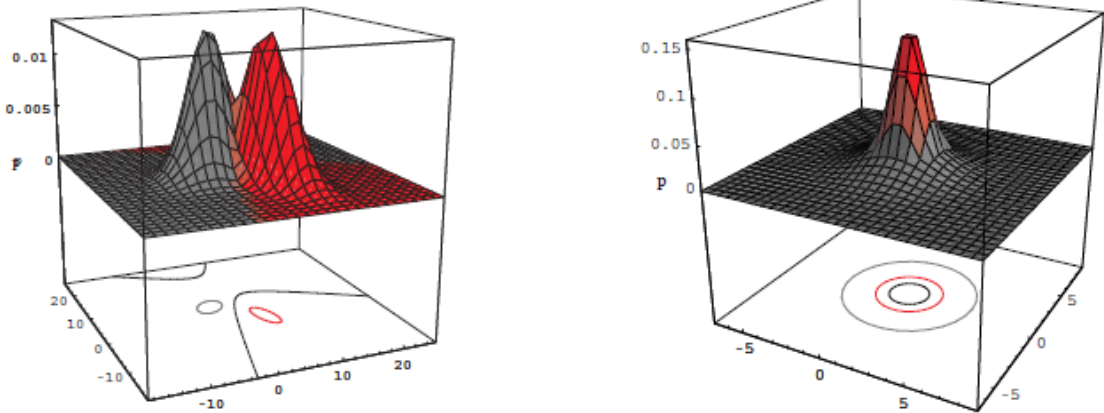
**Figura 16** Ejemplo para densidades de probabilidad y regiones de decisión iguales y diferentes, donde el hiperplano no debe ser perpendicular a la línea que conecta las medias.



Fuente [DUDA, R. O., HART, P. E., STORK, D. G. Pattern classification. Segunda edición. 1997.]

- **Caso 3.** Los valores de covarianza son diferentes de cero, y las matrices de covarianza son diferentes para cada categoría. En general pueden asumirse que las superficies de decisión serán hiperplanos, pares de hiperplanos, hiperesferas, hiperelipsoides, hiperparaboloides e hiperparaboloides de diferentes tipos.

**Figura 17 Ejemplos donde los valores de covarianza son diferentes de cero.**



Fuente [DUDA, R. O., HART, P. E., STORK, D. G. Pattern classification. Segunda edición. 1997.]

### 3.5. EVALUACIÓN DEL CLASIFICADOR

Es necesario evaluar la utilidad de los clasificadores midiendo el porcentaje de observaciones que fueron clasificadas correctamente. Para llevar a cabo este proceso se plantean dos métodos: prueba de muestras independientes y validación cruzada [18], [19].

**1.5.1 Prueba de muestras independientes.** Este método es usado cuando el conjunto de muestras que se posee es grande, ya que posteriormente es dividirlo en un conjunto de entrenamiento y un conjunto de clasificación. Para construir el clasificador se usa el conjunto de entrenamiento y son clasificadas las muestras del conjunto de validación usando la regla de clasificación. Los pasos para evaluar el clasificador usando este método son:

- Separar aleatoriamente la muestra en dos conjuntos de tamaños  $n_{Entrenamiento}$  y  $n_{Validación}$ , donde  $n_{Entrenamiento} + n_{Validación} = n_{Muestras}$ , siendo  $n_{Muestras}$  la cantidad de observaciones que se poseen de las características.

- Construir el clasificador usando el conjunto de entrenamiento.
- Presentar cada patrón del conjunto de validación al clasificador y obtener la etiqueta de clase asignada a este. Dado que se conocen las clases a las que realmente pertenecen los datos de validación, es posible obtener el número de patrones correctamente clasificados  $P_{cc}$ .
- El porcentaje de observaciones clasificadas correctamente esta dado por

$$\text{ErrCla} = \frac{P_{cc}}{n_{\text{Entrenamiento}}} * 100 \quad \text{Ecuación 1.15}$$

Este método tiene como ventaja el bajo tiempo empleado en su proceso, sin embargo los porcentajes de error en la clasificación pueden presentar una alta varianza debido a que estos dependen de los conjuntos seleccionados inicialmente tanto para entrenamiento como para validación.

**1.5.2 Validación cruzada.** Consiste en dividir el conjunto de muestras en  $k$  particiones de tamaño  $K_p = n_{\text{Muestras}}/k$ , donde  $n_{\text{Muestras}}$  es el número total de patrones. Una partición es usada como conjunto de validación, mientras  $k-1$  particiones son usadas como conjunto de entrenamiento. Los pasos para evaluar el clasificador usando este método son:

- Dividir aleatoriamente el conjunto de muestras en  $k$  particiones.
- Seleccionar una de las  $k$  particiones para usar como conjunto de validación.
- Usar las restante  $k-1$  particiones para entrenar el clasificador.
- Presentar el conjunto de validación al clasificador y obtener las etiquetas asignadas a estas muestras.
- Determinar el error de clasificación.



- Repetir los pasos mencionados anteriormente hasta que las  $k$  particiones hallan sido usadas como conjunto de validación.
- Calcular el valor promedio de los  $k$  errores.

Este método posee como ventaja que es poco sensible a la partición de los datos, ya que cada uno de ellos logra estar en el conjunto de validación al menos una vez, y  $k-1$  veces en el conjunto de entrenamiento. La varianza estimada se reduce a medida que  $k$  es seleccionado más grande. Como desventaja, este método debe entrenar el clasificador  $k$  veces, lo cual eleva el tiempo de cálculo [19]

## 4. DESARROLLO DEL SISTEMA

### 4.1. BASES DE DATOS

La base de datos consta de un conjunto de 90 señales de voz tomadas de una población infantil de la ciudad de Manizales y facilitada por el grupo de procesamiento y reconocimiento de señales (GPRS) de la Universidad Nacional de Colombia Sede Manizales. La población consta de niños de ambos sexos, y se encuentran 40 señales con voces normales, y 50 señales con voces que presentan algún grado de desorden. Las clases de voz que se establecerán para su identificación son: voz normal y voz patológica.

Las grabaciones se realizaron con una frecuencia de muestreo de 22050 Hz, 1 canal, con una resolución de 16 bits por muestra. El segmento de la vocal /a/ sostenido ya se encuentra separado de los segmentos no sonoros, los cuales no son objeto de estudio para esta investigación.

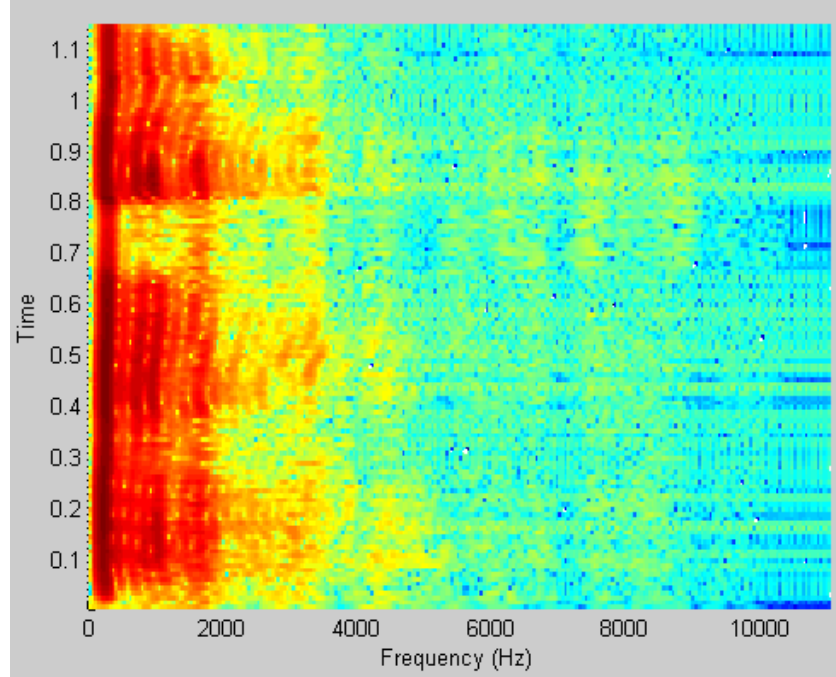
### 4.2. FILTRO PRE-ÉNFASIS

La etapa de filtrado pre-énfasis permite acentuar las altas frecuencias de la señal de voz. Para su implementación se usa una expresión recursiva como se muestra a continuación:

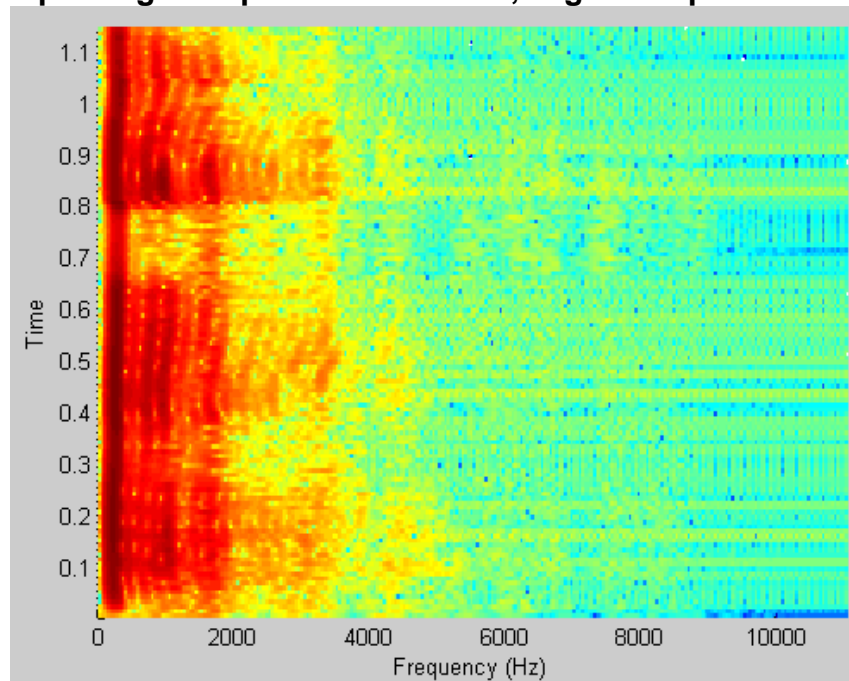
$$y_p(n) = y(n) + a_{pre}y(n - 1) \quad \text{Ecuación 2.1}$$

donde  $a_{pre}$  es el factor de pre-énfasis el cual según la literatura debe estar en un rango de (0.9 a 0.95) [21] para acentuar las componentes espectrales superiores a 1000 Hz, donde la percepción auditiva es más sensible.

**Figura 18 Espectrograma para el fonema /a/, segmento original.**



**Figura 19 Espectrograma para el fonema /a/, segmento pre-enfanzado.**



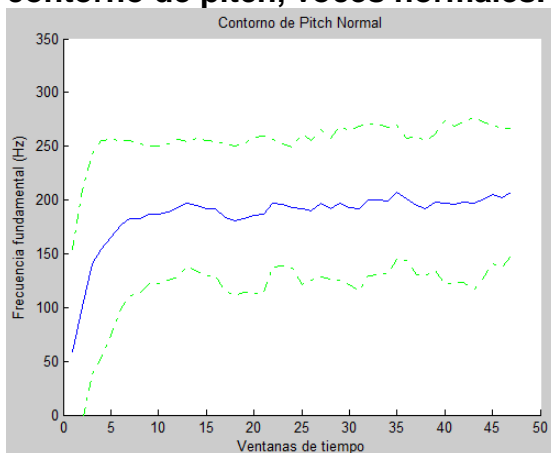
En las figuras 15 y 16 se puede observar como en la señal luego de pasar por el filtro de pre-énfasis, las altas frecuencias son acentuadas y se evidencian frecuencias que anteriormente no eran visibles.

### 4.3. EXTRACCIÓN DE CARACTERÍSTICAS

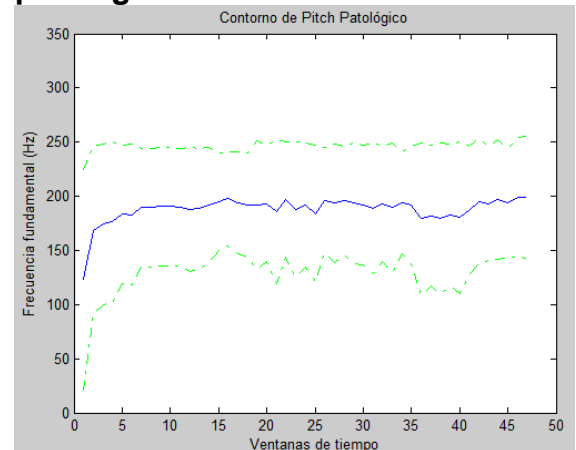
Para la etapa de extracción de características se genera un algoritmo el cual carga una a una las señales de las bases de datos; a cada una de estas señales se le aplican los algoritmos de extracción tanto de pitch, jitter, shimmer y gne. Luego de realizar el cálculo de las características, estas son almacenadas en un vector, donde cada fila contiene los valores extraídos para cada grabación; este arreglo será el vector de características inicial para cada clase: *normal* y *patológica*.

**4.3.1. Pitch.** Para calcular esta característica se realiza una segmentación de la señal donde los segmentos a seleccionar deben estar en un rango de 2 ms a 20 ms para cubrir las voces infantiles[9]; con base a esto, se selecciona un tamaño de ventana de 9.0 ms y un traslape de 2.0 ms, aplicando una ventana tipo hamming. Tras calcular el valor promedio de esta característica para las muestras normales y patológicas, y graficarlas junto su desviación estándar, se obtienen los contornos vistos en las figuras 20 y 21.

**Figura 20 Promedio (línea continua) y banda (línea punteada) de desviación estándar de contorno de pitch, voces normales.**



**de desviación estándar de contorno de pitch, voces patológicas.**

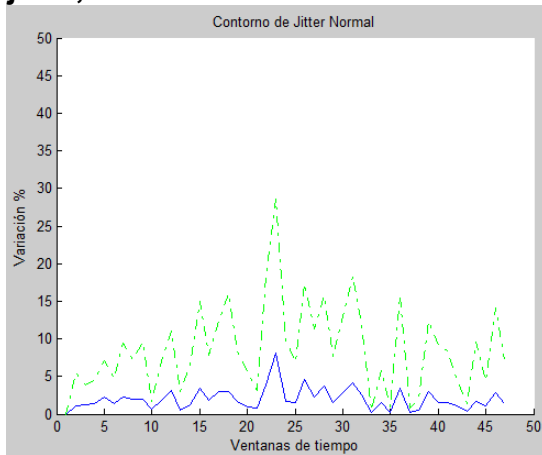


**Figura 21 Promedio (línea continua) y banda (línea punteada)**

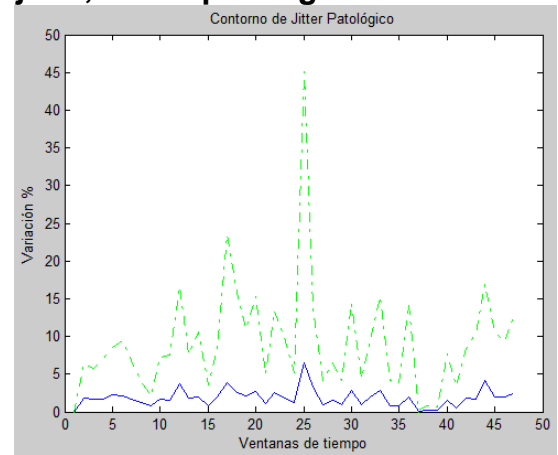
Según la fundamentación teórica expuesta en la sección 1.2.1, el contorno de pitch es una característica que podría tener una discriminación entre clases importante; sin embargo al analizar el contorno de pitch en conjunto para la población normal y patológica, se observa que el comportamiento de la frecuencia fundamental para ambas poblaciones no evidencia una diferencia marcada; además se observa similitud en el rango presentado por la banda de desviación estándar en ambas poblaciones, permitiendo observar que la variabilidad de la frecuencia fundamental en voces sanas y patológicas, se mueven en similares anchos de banda.

**4.3.2. Jitter.** Esta característica depende directamente de la variación de la frecuencia fundamental. Los resultados obtenidos para voces normales y patológicas pueden observarse en las figuras 22 y 23 respectivamente.

**Figura 22 Promedio (línea continua) y banda (línea punteada) desviación estándar de contorno jitter, voces sanas.**

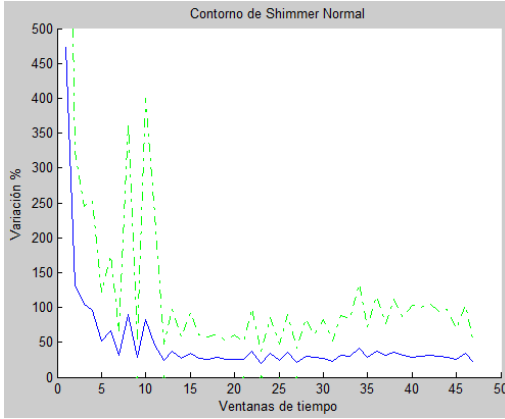


**Figura 23 Promedio (línea continua) y banda (línea punteada) desviación estándar de contorno jitter, voces patológicas.**

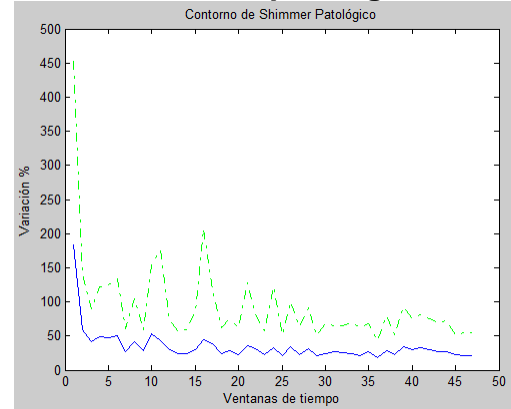


**4.3.3. Shimmer.** Al estimar el promedio y la banda de desviación estándar de la medida de perturbación pico a pico máximo de las señales de voz tanto normales como patológicas, se obtuvo que en voces normales se presentan valores más elevados de esta característica que en voces patológicas; igualmente al observar la banda de desviación estándar se hace evidente que en voces normales hay una mayor variación del shimmer con respecto a la variación que presenta este parámetro en señales de voces patológicas, como puede observarse en las figuras 24 y 25.

**Figura 24 Promedio (línea continua) y banda (línea punteada) desviación estándar de contorno Shimmer, voces normales.**

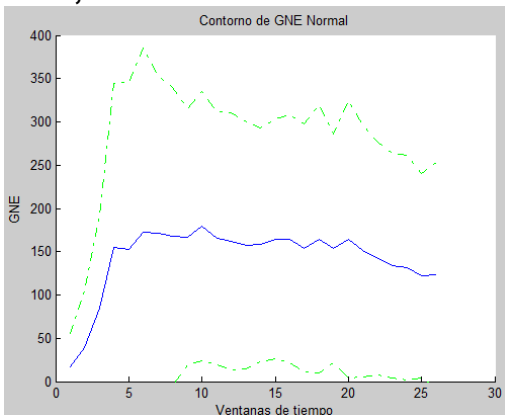


**Figura 25 Promedio (línea continua) y banda (línea punteada) desviación estándar de contorno Shimmer, voces patológicas.**

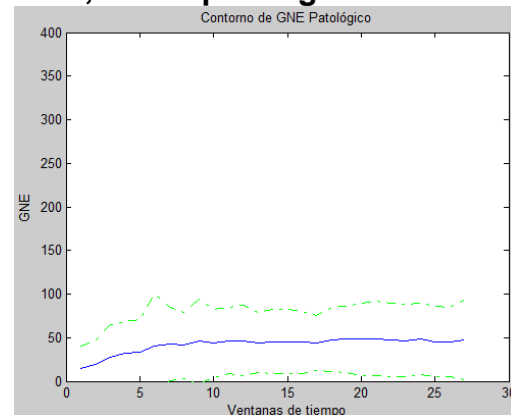


**4.3.4. Relación de excitación glótica (GNE).** Los valores obtenidos para esta característica presentan el comportamiento esperado según la fundamentación teórica presentada en la sección 1.2.4; se calculó el promedio de este parámetro como también su banda de desviación estándar tanto para el conjunto de voces normales como para las voces patológicas, con lo que se puede corroborar que en voces sanas se presentan valores de GNE superiores a los que presenta esta característica en voces patológicas; también se evidencia que el ancho de banda de la desviación estándar para el GNE de voces normales es superior al que se presenta en voces patológicas, como se ve en las figuras 26 y 27.

**Figura 26 Promedio (línea continua) y banda (línea punteada) desviación estándar de contorno GNE, voces normales.**

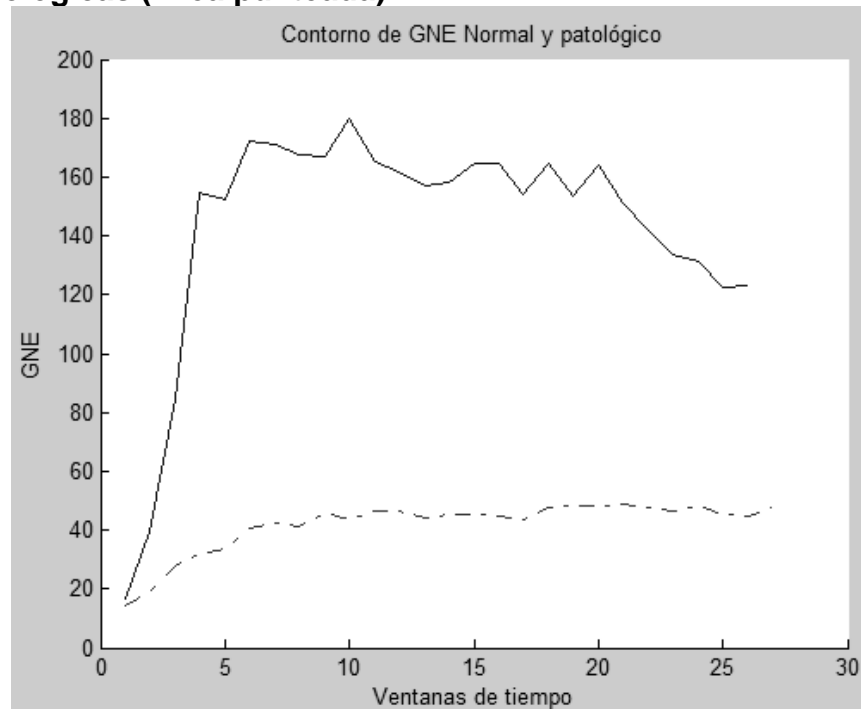


**Figura 27 Promedio (línea continua) y banda (línea punteada) desviación estándar de contorno GNE, voces patológicas.**



Al observar los contornos de GNE en una misma grafica, figura 28, y teniendo en cuenta la información de las bandas de desviación estándar mostradas anteriormente, figuras 26 y 27, se logra vislumbrar la discriminación entre voces normales y patológicas debido a los rangos dinámicos que esta característica presenta en ambas poblaciones.

**Figura 28 Promedio contorno de GNE voces normales (línea continua) y voces patológicas (línea punteada).**



#### 4.4. SELECCIÓN DE CARACTERÍSTICAS

Para llevar a cabo esta etapa de selección de características, se construye un vector con los parámetros estimados tanto para las voces normales como para las voces patológicas; en dicho vector se organizan para cada grabación, todas sus características estimadas en una fila de 168 columnas. En las primeras 47 columnas de cada fila se ubican los valores correspondientes al contorno de pitch, en las siguientes 47 columnas los valores correspondientes al contorno de jitter, las siguientes 47 columnas almacenarán el contorno de shimmer y en las últimas 27 columnas se ubica el contorno de GNE. Teniendo en cuenta que la base de datos utilizada consta de 90 grabaciones, la matriz de datos que será usado como base para realizar la selección tendrá un tamaño de 90 filas por 167 columnas.

## 5. RESULTADOS

### 5.1. BÚSQUEDA SECUENCIAL FLOTANTE HACIA ADELANTE (SFFS).

Además del conjunto de características generado en la sección 2.4, es necesario agregar a dicho vector, una columna adicional donde se indica la categoría a la que pertenece cada fila de características. Luego de aplicar el algoritmo SFFS, se obtiene un grupo de características de menor dimensión, las cuales contienen la información que permite una mayor separabilidad entre las clases establecidas [10], [12].

En la tabla 1 pueden observarse los valores con los que el subconjunto de características fue seleccionado.

**Tabla 1 Subconjunto de características seleccionadas por el algoritmo SFFS.**

Número de características seleccionadas	Tasa de clasificación correcta	Característica seleccionada	Límite inferior para clasificación	Límite superior para clasificación	Límite inferior de clasificación Mahalanobis
1	0.768	151	0.760	0.776	0.768
2	0.788	1	0.780	0.796	0.779
3	0.831	144	0.823	0.839	0.798
4	0.868	32	0.860	0.876	0.772

Las características seleccionadas son aquellas cuyo límite inferior de clasificación de Mahalanobis se encuentren dentro de los límites inferior y superior para clasificación o estén más cercanos a estos valores y además posean las mas altas tasas de clasificación correcta.

Se observa que las características seleccionadas por el algoritmo SFFS, corresponde a los valores del contorno de pitch en las ventanas de tiempo 1 y 32, y a los valores del contorno de GNE en las ventanas de tiempo 144 y 151; la característica pitch en la sección 1.2.1 se había vislumbrado como un parámetro que permitiría un buen desempeño al momento de realizar una clasificación entre las clases, sin embargo al observar su comportamiento promedio para las poblaciones sanas y patológicas en la sección 2.3.1 se fue mas escéptico con respecto a la separabilidad que brinda esta característica; a pesar de esto, el algoritmo SFFS arroja que la frecuencia fundamental en las ventanas de tiempo mencionadas anteriormente aporta información importante para la etapa de



clasificación. Por otro lado, la característica GNE tanto en la sección 1.2.4 como en la sección 2.3.4 daba indicios de aportar información importante para la etapa de clasificación, lo que es corroborado al observar los resultados del algoritmo de búsqueda secuencial flotante hacia adelante.

## **5.2. ANÁLISIS LINEAL DISCRIMINANTE PONDERADO (WLDA).**

Para llevar a cabo WLDA, se debe poseer una matriz con las características y un vector con las clases a las que pertenecen el conjunto de características de cada paciente. Adicionalmente debe definirse la dimensión que tendrá el vector de características luego de aplicar el análisis lineal discriminante ponderado. Debido a que WLDA se basa también en análisis de componentes principales (PCA)[11], [13], [20], para el cual se realiza un análisis mas detallado en la sección 3.3, la reducción de la dimensionalidad del conjunto de características será de doce parámetros por muestra, de este modo la matriz de entrada para la etapa de clasificación será de noventa filas por doce columnas.

A pesar que WLDA realiza una modificación en el criterio de Fisher para resolver las limitaciones que presenta PCA como se explica en la sección 1.3.1, el vector resultado de aplicar esta metodología no permite identificar cuales de las características abordadas en 1.2 son las que aportan la información mas importante respecto a separabilidad entre clase *voz normal* y clase *voz patológica*.

Los resultados en la selección de características por parte de WLDA no son explícitos, como se mencionó anteriormente no dando una realimentación sobre las características relevantes de pitch, jitter, shimmer y GNE. Su importancia y aporte se discute gracias al desempeño que se observará en el clasificador lineal, experimento 2.

## **5.3. CLASIFICADOR BAYES**

Con base en la sección 1.5, para la estimación de la utilidad del clasificador, se decide realizar validación cruzada [18], [19] debido al número de muestras que se poseen. Se tomó  $k=10$ , para generar 10 particiones en la matriz de datos de 90 filas.

En la implementación del clasificador se usa una función discriminante de tipo lineal; para analizar los conjuntos de características obtenidos en la sección 3.1 y 3.2 se realizan tres experimentos.

**5.3.1. Experimento 1.** Se entrena el clasificador con el subconjunto de características 1, 32, 144, 151 arrojadas como aquellas que permiten la mas alta separabilidad entre clases para las voces normales y patológicas; para el entrenamiento de este clasificador, las *voces normales* son etiquetadas con el número 1 y las *voces patológicas* con el número 2, con la finalidad de calcular el porcentaje de error en la etapa de clasificación de una forma práctica; se obtiene con este subconjunto los siguientes resultados:

**Tabla 2 Resultados de validación cruzada para un clasificador lineal entrenado con el subconjunto de características arrojado por el algoritmo SFFS.**

Sub-conjunto de características	Promedio de error de validación	Desviación estándar de error de validación
1, 32, 144, 151	18.88 %	9.14

**5.3.2. Experimento 2.** Se entrena el clasificador con el subconjunto de características obtenidas al usar el algoritmo de análisis lineal discriminante ponderado (WLDA); las muestras son etiquetadas con el número uno para pacientes con voz normal y con el numero 2 para pacientes con voz patológica, esto con el fin de calcular de forma practica el promedio y la desviación estándar del error de validación; tras realizar este procedimiento se obtuvo el resultado presentado en la Tabla 3.

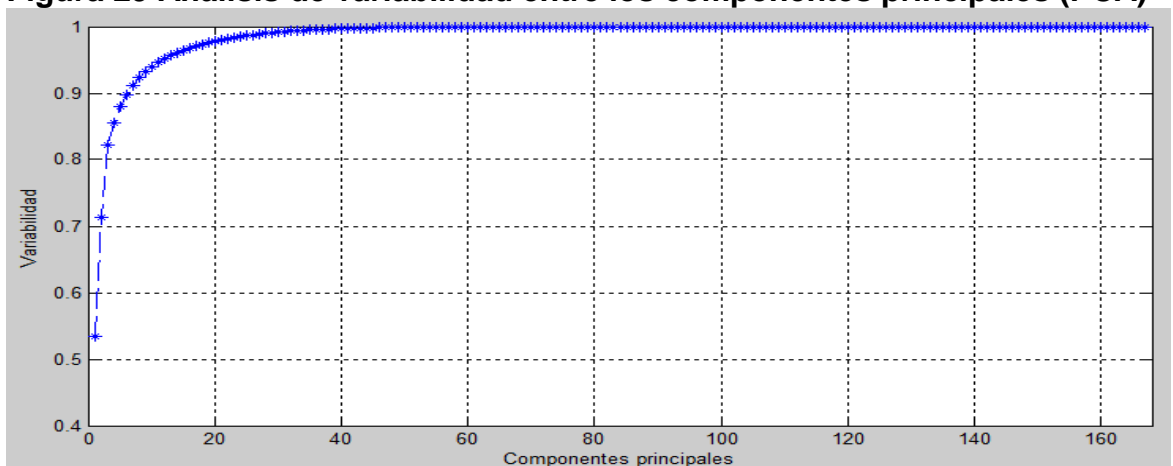
**Tabla 3 Resultados de validación cruzada para un clasificador lineal entrenado con 12 componentes entregados por WLDA.**

Número de características	Promedio de error de validación	Desviación estándar de error de validación
12	28.14 %	14.05

**3.3.3. Experimento 3.** Se entrena el clasificador con las 167 características extraídas en la sección 2.3, con la finalidad de observar la diferencia que presenta en los porcentajes de error de validación al realizar reducción de dimensionalidad usando los métodos SFFS y WLDA.

Al realizar la implementación del clasificador anteriormente descrito, se observa que la matriz de covarianza para el entrenamiento no es definida positiva, razón por la cual no es posible implementar este clasificador a menos que se realice una etapa de regularización. Se opta por realizar una reducción de dimensionalidad haciendo uso del análisis de componentes principales (PCA), disminuyendo el vector de 167 a 12 características con base en los datos de la tabla 5 y el comportamiento observado en la figura 29.

**Figura 29 Análisis de variabilidad entre los componentes principales (PCA)**



**Tabla 4 Componentes principales que aportan una confianza superior al 95%**

Variabilidad	Componente principal.
0,5337	1
0,7129	2
0,8212	3
0,8550	4
0,8800	5
0,8966	6
0,9115	7
0,9232	8
0,9324	9
0,9398	10
0,9458	11
0,9516	12

Los primeros componentes agrupan los coeficientes de las variables con mayor variabilidad, organizados en orden descendente de mayor a menor varianza. De acuerdo al análisis del intervalo de confianza del 95% [20], este criterio se cumple entre los doce primeros componentes.

Se procede a entrenar el clasificador usando 12 componentes principales, y se aplica el método de validación cruzada, con lo cual se obtienen los siguientes resultados:

**Tabla 5 Resultados de validación cruzada para un clasificador lineal entrenado con 12 componentes principales.**

<b>Número de componentes principales</b>	<b>Promedio de error de validación</b>	<b>Desviación estándar de error de validación</b>
12	41.11 %	17.41

Luego de realizar los experimentos 1, 2 y 3, se evidencia que una selección efectiva de características permite entrenar un clasificador de Bayes con un conjunto de datos de baja dimensionalidad conservando la capacidad de generalización, como es el caso del experimento 1, donde se extraen solamente 4 características del conjunto de datos inicial (ver sección 2.4) usando la búsqueda secuencial flotante hacia adelante, y obteniendo un desempeño superior a los arrojados por los clasificadores en los experimentos 2 y 3, donde se realizan transformaciones basadas en PCA para extraer los doce componentes que mas información aportan.

#### **5.4. INTERFACE BASADA EN MATLAB**

Esta interface tiene como objetivo principal permitir al usuario calcular los parámetros acústicos y de ruido en voz humana. A continuación, se describen las funciones principales y ficha técnica, de tal forma que el usuario para darle un uso adecuado.

##### **3.4.1. Ficha técnica del sistema.**

**Tabla 6 Ficha técnica**

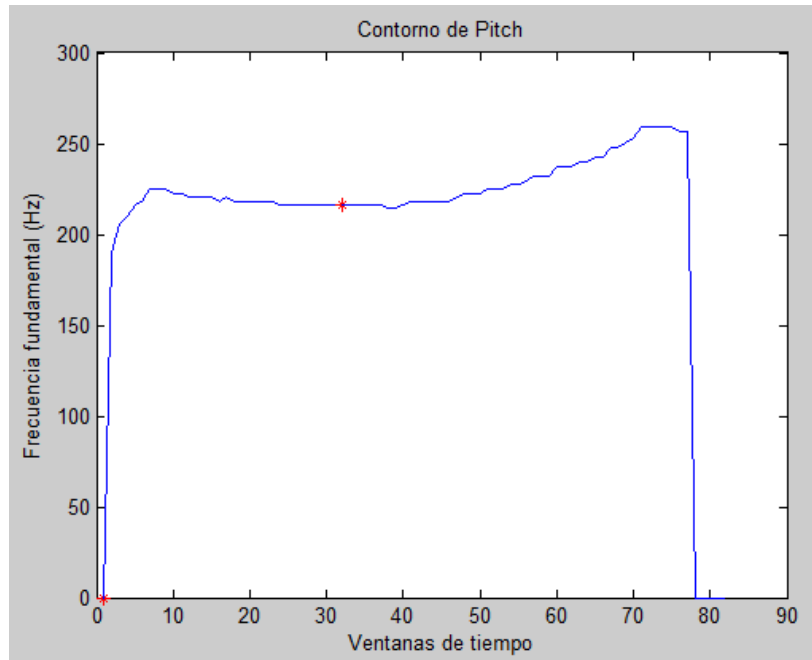
Sistema operativo	Windows XP, Windows Vista, Windows Server, Windows 7
Procesador:	Intel Pentium 4 (2.4 – 3.0) GHz o AMD Athlon 64 o Sempron a 2.4
Memoria RAM:	RAM mínima de 2048 MB
Personal Encargado	Médicos
Restricciones	Adquisición de datos usando micrófono dinámico, un solo canal. Matlab 7.0 o superior para ejecutar el programa.
Descripción general	La aplicación permite la adquisición o selección de señales de audio. Permite realizar una etapa de pre-procesamiento. Extrae características acústicas y de ruido (Pitch, Jitter, Shimmer y GNE).
Control de seguridad	El análisis de las características debe ser confirmado por el criterio de un especialista. Deben tenerse en cuenta los factores relevantes consignados en la historia clínica.

**3.4.2. Funciones del sistema.** El programa se inicia tras escribir el comando Voz1.fig en la ventana de comandos de MATLAB; desde la pantalla principal puede accederse a señales que se encuentren almacenadas en el disco duro; además puede realizarse adquisición de datos si se posee un micrófono que cumpla las restricciones establecidas en la tabla 7. El sistema permite reproducir la señal cargada antes de realizar el análisis. Se cuenta además con una etapa de pre-procesamiento en la cual pueden ajustarse parámetros descritos en la sección 2.2.

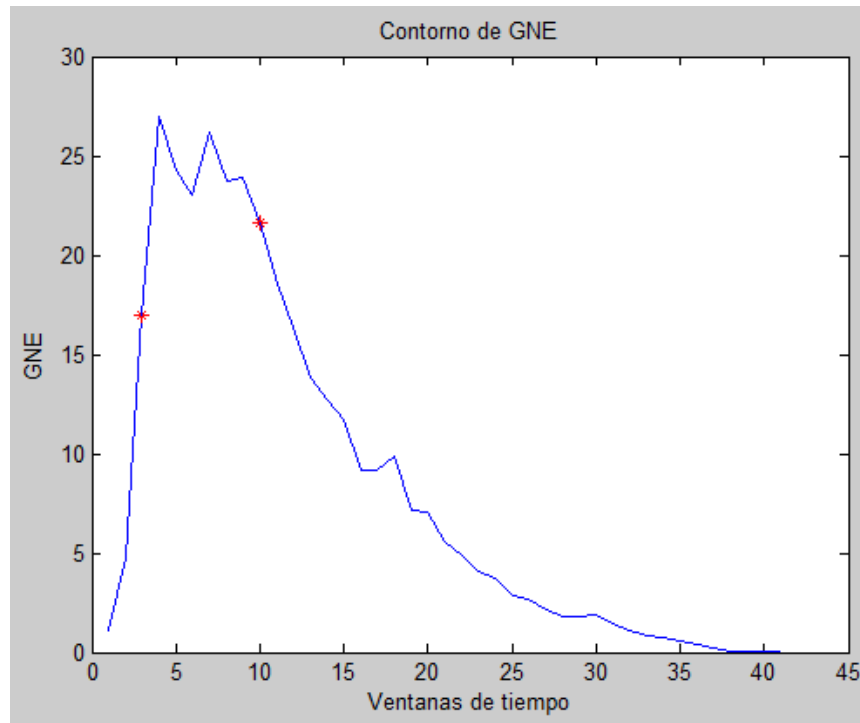
Una vez cargada la señal a analizar, se habilitan las acciones para calcular el contorno de Pitch, posteriormente se habilitan acciones para calcular los contornos de Jitter, Shimmer y GNE; la interface es mostrada en la figura 32.

Dentro de los contornos de Pitch y GNE son marcadas las características que mostraron un mejor desempeño en las pruebas de clasificación realizadas. En las figuras 30 y 31 se muestran ejemplos donde son resaltadas estas características en contornos de una señal de voz.

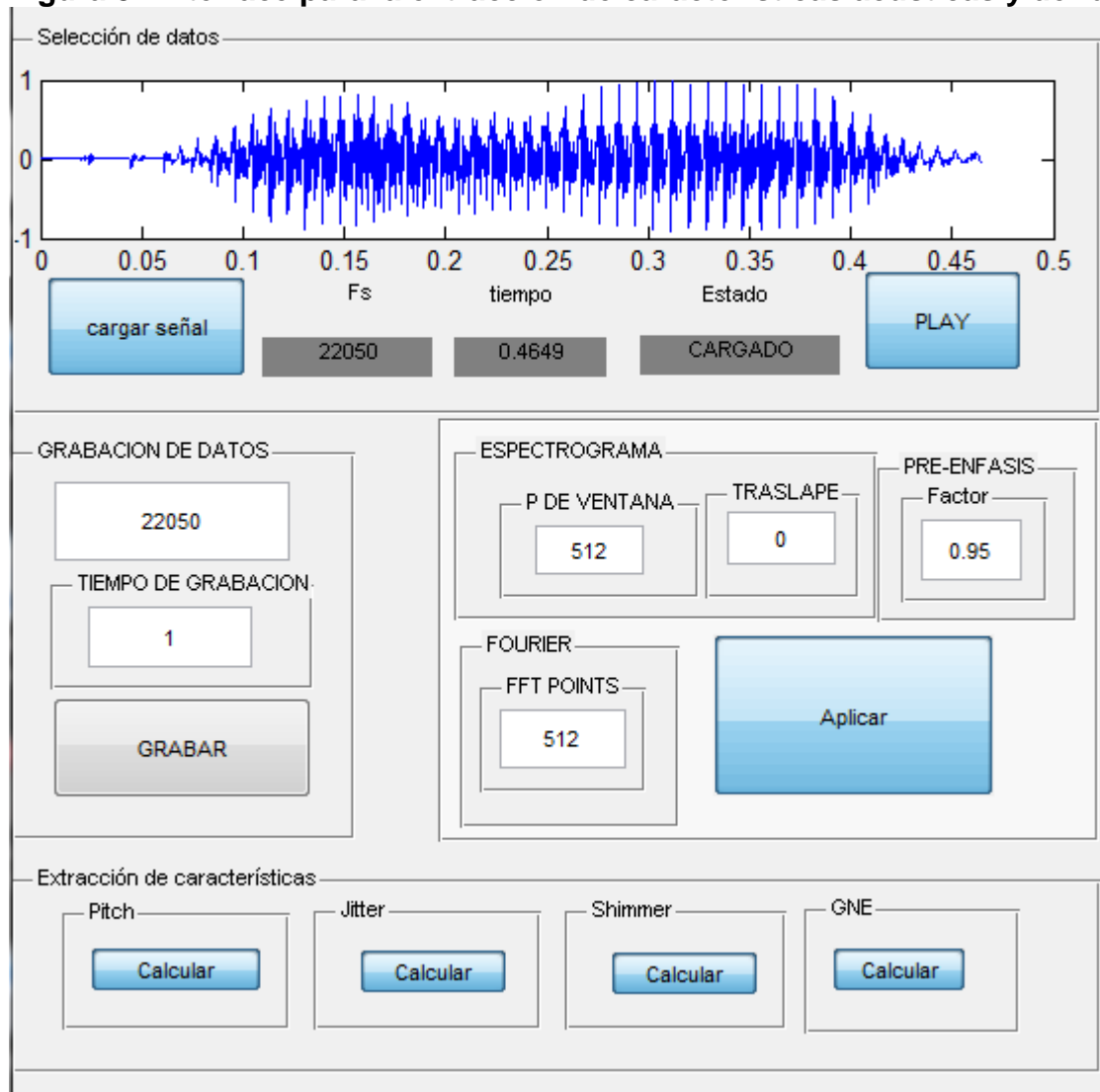
**Figura 30 Contorno de pitch donde se resaltan las características más relevantes**



**Figura 31 Contorno de GNE donde se resaltan las características más relevantes**



**Figura 32** Interface para la extracción de características acústicas y de ruido



## 6. CONCLUSIONES

En la selección de parámetros acústicos es necesario asegurarse de escoger aquellos que no estén relacionados entre si; ya que pudo observarse que aquellos parámetros que aportan mas información son pitch, shimmer y GNE, debido a que en las características seleccionadas en los subconjuntos finales del algoritmo SFFS, aparecen constantemente elementos que forman parte de los contornos de estas características. Sin embargo en ninguna de las pruebas realizadas se seleccionó por parte de SFFS las características que componen el contorno de jitter, el cual mide la variación del pitch.

A pesar que se encontró que el shimmer aporta información importante que permite una separabilidad entre *voz normal* y *voz patológica*, los resultados en las pruebas de clasificación mostraron que hay una capacidad de generalización más elevada cuando se trabaja solamente con los componentes de los contornos de pitch y GNE.

En la implementación de SFFS, las etapas de inclusión y exclusión de características hacen posible realizar una selección adecuada de características, dado que busca realizar la máxima reducción del conjunto de características inicial, conservando una tasa de clasificación correcta elevada.

Al aplicar WLDA, se observa que no hace una selección de características, sino que presenta una reducción de dimensionalidad conservando la máxima separabilidad entre clases gracias a un análisis discriminante lineal (LDA) seguido de PCA. Esta transformación es la razón por la cual no es posible identificar cuales características son las que aportan individualmente la información mas importante en la etapa de clasificación.

En el proceso de clasificación, un aspecto importante de observar siempre debe ser la matriz de covarianza del conjunto de datos, sea el original o los seleccionados por alguno de los métodos. Esta matriz debe ser definida positiva, esto indicando que el problema sea bien condicionado (los valores singulares mas altos no son muy lejanos a los valores singulares mas bajos). Sin embargo, en la matriz particularmente arrojada después de WLDA, muchas veces no se cumple dicha condición, lo cual lleva a un pobre desempeño de clasificación. Por ello se recomienda siempre para los parámetros acústicos y de ruido desarrollados en este trabajo, tener una etapa previa de regularización de la matriz de datos utilizando métodos convencionales como Tikhonov (ver Anexo A).



Debido al número de muestras que se poseen en la base de datos, para la tarea de clasificación fue necesario realizar una validación cruzada para  $k$  particiones. Pudo observarse una generalización aceptable por parte del clasificador lineal tras usar las características seleccionadas con SFFS y WLDA. SFFS producen errores de clasificación con una variabilidad mas baja que en los métodos donde se realizaron transformaciones para reducir la dimensionalidad. Esto indica un buen camino en el sentido de siempre tener métodos que nos permitan seleccionar características efectivas, no solamente reducir dimensionalidad.

## 7. RECOMENDACIONES Y TRABAJO FUTURO

Debido a que tanto en la reducción de la dimensionalidad en al usar WLDA como PCA se encontró que sus matrices de covarianza no estaban definidas positivas, se recomienda agregar una etapa de regularización que mejore esta limitación. En el caso del análisis lineal discriminante ponderado ya se han realizado estudios donde se realiza esta recomendación y es conocido como análisis discriminante regularizado ponderado (WRDA).

Como trabajo futuro se plantea implementar esta metodología para su funcionamiento en tiempo real, como también explorar otro tipo de características que permitan un mejor rendimiento en la diferenciación de voces normales y patológicas y a su vez permitan una retroalimentación al personal médico.

## BIBLIOGRAFÍA

[1] VARGAS, JESÚS. Selección de características en el análisis acústico de voces. Trabajo de grado como requerimiento parcial para optar al título de Magister en Automatización Industrial. Manizales: Universidad Nacional de Colombia. Facultad de Ingeniería y Arquitectura Departamento de Electricidad, Electrónica y Computación, 2003. 145 p.

[2] HOYOS, ANDRES; PULGARIN GIRALDO, JUAN DIEGO. Restauración mediante métodos de regularización basados en SVD y PDE en señales 1D y 2D. En: Colombia. 2009. Evento: XIV Simposio de Tratamiento de Señales, Imágenes y Visión Artificial STSIVA 2009. Ponencia: Restauración mediante métodos de regularización basados en SVD y PDE en señales 1D y 2D Libro: Memorias Del Xiv Simposio De Tratamiento De Señales, Imágenes Y Visión Artificial – Stsiva 2009, Fondo Editorial De La Universidad Tecnologica De Pereira , p1 - 6 , v.1, fasc.1.

[3] THOMSON, D.L.; CHENGALVARAYAN, R. Use of periodicity and jitter as speech recognition of features. Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, 1998. Vol.1, p 21-24.

[4] MANFREDI, C. Adaptive Noise Energy estimation in pathological Speech Signals. Biomedical Engineering, IEEE Transactions on, 2000, p 1538-1543.

[5] MURILLO-RENDÓN, SANTIAGO. Detección automática de patologías relacionadas con la voz usando características acústicas y de ruido. XV SIMPOSIO DE TRATAMIENTO DE SEÑALES, IMÁGENES Y VISIÓN ARTIFICIAL, 2011.

[6] VERVERIDIS, D.; KOTROPOULOS, C. Emotional Speech Classification using Gaussian mixture models and the sequential floating forward selection algorithm. Multimedia and Expo, 2005. ICME 2005. IEEE International Conference on, 2005, p 1500-1503.

[7] SHAHNAZ ,C.; P. ZHU W.; M.O. AHMAD. A New Technique for the Estimation of Jitter and Shimmer of Voiced Speech Signal. Electrical and Computer Engineering, 2006. CCECE '06. Canadian Conference on, **2006**.

[8] GODINO, JUAN IGNACIO, *et al.* The Effectiveness of the Glottal to Noise Excitation Ratio for the Screening of Voice Disorders. *Journal of Voice*, Vol. 24, No. 1, 2010

[9] OROZCO, JUAN RAFAEL. Voice pathology detection by means of acoustic analysis and non-linear dynamics techniques. [consultado 05 de junio de 2012]. Disponible en internet: [http://udea.academia.edu/JuanRafaelOrozcoArroyave/Papers/1407424/Voice\\_pathology\\_detection\\_by\\_means\\_of\\_acoustic\\_analysis\\_and\\_nonlinear\\_dynamics\\_techniques](http://udea.academia.edu/JuanRafaelOrozcoArroyave/Papers/1407424/Voice_pathology_detection_by_means_of_acoustic_analysis_and_nonlinear_dynamics_techniques)

[10] P. PUDIL, *et al.* Floating search methods in feature selection. *Pattern Recognition, Letters* 15, 1994, p 19 – 125.

[11] DUDA, R. O., HART, P. E., STORK, D. G. *Pattern classification*. Segunda edición. 1997.

[12] MICHAELIS D.; GRAMSS T.; STRUBE H.W.. Glottal-to-Noise Excitation Ratio – a New Measure for Describing Pathological Voices. *Acustica, Acta Acustica*, volume 83, 1997, p 700 – 706.

[13] JAIN, ANIL K.; DUIN, ROBERT; MAO, JIANCHANG. *Statistical Pattern Recognition: A Review*. IEEE TRANSACTIONS ON PATTERN ANALYSIS AND MACHINE INTELLIGENCE, VOL. 22, NO. 1, JANUARY 2000

[14] LOOG, M.; DUIN, R.; HAEB-UMBACH, R. Multiclass linear dimension reduction by weighted pairwise Fisher criteria.(2001) . *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, volume 23, No 7, p 762-766

[15] KANAGASUNDARAM, AHILAN; *et al.* Weighted LDA techniques for I-vector based speaker verification. 2012 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, IEEE, Japan, p 4781-4784

[16] MURILLO, JOSE. EXTRACCIÓN DE CARACTERÍSTICAS MEDIANTE CRITERIOS BASADOS EN TEORÍA DE LA INFORMACION. Tesis Doctoral. Madrid: UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID. Departamento de teoría de la señal y comunicaciones, 2007. p 138.

- [17] PINO, PAULINO; *et al.* Diseño de un sistema de medición de parámetros característicos y de calidad de señales de voz. Venezuela. Ingeniería UC, Vol. 15, Núm. 2, 2008, p 13-20
- [18] MARTINEZ ,W. L.; MARTINEZ A. R. Computational Statistics Handbook with MATLAB. Chapman & Hall/CRC, 2002.
- [19] WAHBA, Y.; ZHAN H. Generalized Approximated cross-validation for Support Vector Machines: Another way to look at margin like quantities. In A. Smola, P. Bartlett, B. Schölkopf and D.Schuermans, Advances in Large Margin Classifiers. Cambridge, MA: MIT Press, 2000.
- [20] DAWSON, B; TRAPP, R. G. Bioestadística Médica. México: El Manual Moderno. Cuarta edición. (2005).
- [21] CHILDERS, D. Speech Processing & Synthesis Toolboxes, John Wiley and Sons. 1999.
- [22] I. J. D. CRAIG AND J. C. BROWN. Inverse Problems in Astronomy. Adam Hilger Ltd, Bristol, England and Boston, Massachusetts, 1986.
- [23] F.Ñ ATTERER. The Mathematics of Computerized Tomography. John Wiley, 1986.
- [24] A.Ñ . Tikhonov and A. V. Goncharsky. Ill-Posed Problems in the Natural Sciences. MIR Publishers, 1987.
- [25] J. HADAMARD. Lectures on Cauchy's Problem in Linear Partial Diferential Equations. Yale University Press, New Haven, 1923.
- [26] C. HANSEN. Regularization Tools, A Matlab Package for Analysis and Solution of Discrete Ill-Posed Problems Version 3.1 for Matlab 6.0. Department of Mathematical Modelling, Technical University of Denmark, URL: <http://www.imm.dtu.dk/pch> 2001

[27] P. C. HANSEN. Rank-deficient and discrete ill-posed problems. Numerical aspects of linear inversion. SIAM, 1997..

## ANEXOS

### Anexo A. Regularización

Los métodos de regularización para el cómputo de soluciones estables de problemas mal condicionados ocurren con suficiente frecuencia en la ciencia en ingeniería [22], [23], [24], debido a que presentan una estructura generalizada en su tratamiento numérico. La manera más fácil de ilustrar las principales dificultades asociadas con tales problemas, es considerado por ejemplo el problema de mínimos cuadrados:

$$\min_x \|Ax - b\|_2 \quad (1)$$

La dificultad en la solución de (1) se presenta si la matriz  $A$  está mal condicionada, esto es, si el cálculo de la solución es altamente sensitivo a las perturbaciones de los datos. Si se calcula la solución ordinaria por mínimos cuadrados  $X_{LSQ}$  mediante la factorización QR de  $A$ , la solución es inútil debido a que presenta problemas de inconsistencia, aun en el caso en que hay una solución única ya que allí el mínimo es cero y todo parece funcionar.

Este gran número de condiciones, implica que las columnas de  $A$  son linealmente dependientes. Así, en el caso (1), las tres principales dificultades asociadas son:

1. El número de condición de la matriz  $A$  es grande.
2. Reemplazar  $A$  por una matriz correctamente condicionada derivada de  $A$ , no necesariamente conlleva a una solución útil.
3. Se debe tener el suficiente cuidado cuando se imponen las restricciones complementarias.

El propósito de la teoría de regularización numérica es proveer métodos numéricos eficientes y estables para incluir restricciones adecuadas que conlleven a soluciones correctas, y que provean métodos robustos para seleccionar el peso óptimo dado a estas restricciones, tales que la solución regularizada sea una buena aproximación de la solución deseada.

Problemas discretos mal condicionados: se define como problema mal condicionado, aquel cuya solución no es única o no es función continua de los datos, i.e., si una pequeña perturbación de los datos puede causar grandes perturbaciones en la solución [25].

El siguiente sistema lineal de ecuaciones:

$$Ax = b, \quad A \in \mathbb{R}^{n \times n} \quad (2)$$

Se puede afirmar que es un problema discreto mal condicionado si se satisfacen los siguientes criterios:

1. Los valores singulares de  $A$  decaen a cero.
2. La proporción entre el valor singular no cero más grande y el más pequeño es significativamente grande.

El criterio 2 implica que matriz  $A$  está mal condicionada, i.e., que la solución es potencialmente sensitiva a las perturbaciones. El criterio 1 implica que no existe una matriz de coeficientes cercana bien condicionada y con un rango numérico bien determinado.

Un aspecto importante de los problemas discretos mal condicionados es que pueda lograrse una solución aproximadamente significativa. En cambio, el mal condicionamiento implica que los métodos estándar de algebra lineal [26] para resolver (2) y (1), tales como  $LU$ , Cholesky o factorización QR, no puedan ser utilizados de una manera directa para calcular alguna solución, por lo que se deben aplicar métodos más depurados a fin de garantizar el cálculo de una solución significativa.

Métodos de regularización: La primera dificultad con los problemas discretos mal condicionados (2) y (1), consiste en que son esencialmente indeterminados debido al grupo de pequeños valores singulares de  $A$ . Por lo tanto, es necesario incorporar más información acerca de la solución deseada a fin de estabilizar el problema y seleccionar una solución útil y estable.



Aunque muchos tipos de información complementaria sobre la solución  $x$  son posibles en principio, la aproximación dominante de la regularización de problemas discretos mal condicionados requiere que la norma<sup>2</sup> (o una seminorma apropiada) de la solución sea pequeña [27]. Una estimación inicial  $\hat{x}$  de la solución puede ser incluida en una restricción complementaria. Por lo tanto, la restricción complementaria involucra minimización de la cantidad  $\Omega$ .

$$\Omega(x) = \|L(x - \hat{x})\|_2 \quad (3)$$

Donde, la matriz  $L$  es típicamente la matriz de identidad  $I$  o una aproximación discreta  $p \times n$  del  $(n-p)$ -ésimo operador derivador, siendo  $L$  una matriz agrupada con rango de filas completo.

Al introducir la restricción  $\Omega(x)$ , no se debe tener en cuenta el requerimiento, donde  $Ax=b$  en el sistema lineal (2) y, en cambio buscar la solución que provea un balance apropiado entre la minimización de  $\Omega(x)$  y la minimización de la norma residual  $\|Ax - b\|_2$ . Así la solución regularizada con pequeñas (semi)normas y normas residuales no estará tan alejada de la solución deseada, la solución del problema sin perturbar. La misma idea se aplica, desde luego, al problema de mínimos cuadrados (1).

Sin duda, la más común y bien conocida forma de regularización es la conocida como *regularización de Tikhonov*, que define la solución regularizada  $x_\lambda$  como la mínima combinación de pesos de la norma residual y de la restricción complementaria:

$$x_\lambda = \{\text{mín}\{\|Ax - b\|_2^2 + \lambda^2\|(x - \hat{x})\|_2^2\}\} \quad (4)$$

donde el parámetro de regularización  $\lambda$  controla el peso dado por la restricción complementaria relativa a la minimización de la norma residual. Claramente, un  $\lambda$  grande (equivalente a una gran cantidad de regularización) favorece a una pequeña seminorma solución, mientras que un pequeño valor de  $\lambda$  tiene el efecto contrario. El parámetro  $\lambda$  también controla la sensibilidad de la solución regularizada  $x_\lambda$  a las perturbaciones en  $A$  y  $b$ , y el límite de perturbación es proporcional a  $\lambda^{-1}$ .

Así, el parámetro de regularización es la cantidad que controla las propiedades de la solución regularizada, por lo que  $\lambda$  debe ser entonces seleccionada apropiadamente.

Métodos de selección de parámetro: En los métodos de regularización es necesario escoger el valor adecuado de  $\lambda$  para que la solución responda al balanceo de los errores involucrados en la estimación.

Los métodos de selección de parámetro, generalmente, pueden clasificarse en 2 tipos:

1. Los basados en el conocimiento de  $\|e\|$  o de un estimado suyo.
2. Los que trabajan sin información sobre  $\|e\|$ .

Cuando se carece de información sobre  $\|e\|$ , es necesario obtener la mayor información posible de los únicos datos disponibles, la aproximación por el lado derecho de  $b$ . Este es el esquema de funcionamiento de métodos como *Validación Cruzada Generalizada (GCV)* y *L-curva*, los cuales se implementan sobre estimadores lineales.