

**ANÁLISIS DE LOS MULTIPLICADORES DE PRODUCCIÓN A PARTIR DE LA  
MATRIZ INSUMO PRODUCTO SIMÉTRICA PARA COLOMBIA – AÑO DE 1994**

**JESSICA CASTAÑEDA ROMERO  
PAULA ANDREA GARIZADO ROMAN**

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE OCCIDENTE  
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y ADMINISTRATIVAS  
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS ECONOMICAS  
PROGRAMA DE ECONOMÍA  
SANTIAGO DE CALI  
2005**

**ANÁLISIS DE LOS MULTIPLICADORES DE PRODUCCIÓN A PARTIR DE LA  
MATRIZ INSUMO PRODUCTO SIMÉTRICA PARA COLOMBIA – AÑO DE 1994**

**JESSICA CASTAÑEDA ROMERO  
PAULA ANDREA GARIZADO ROMAN**

**Este trabajo se presenta como Proyecto de Iniciación a la  
Investigación para optar al título de Economistas**

**Director  
HENRY DUQUE SANDOVAL  
Docente Hora cátedra e Investigador  
Universidad Autónoma de Occidente**

**Asesores  
HAROLD E. BANGUERO LOZANO  
Decano División de Ciencias Económicas y Administrativas  
Universidad Autónoma de Occidente  
JORGE CENTANARO MARTINEZ  
Consultor**

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE OCCIDENTE  
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y ADMINISTRATIVAS  
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS ECONOMICAS  
PROGRAMA DE ECONOMÍA  
SANTIAGO DE CALI  
2005**

Santiago de Cali, Junio 30 de 2005

Nota de Aceptación

Aprobada por el comité de grado en cumplimiento de los requisitos exigidos por la Universidad Autónoma de Occidente para optar al título de Economista.

---

Jurado. Avelino Martinez

---

Jurado. Gerardo Barona Tovar

## **AGRADECIMIENTOS**

Por la elaboración y culminación de este proyecto de investigación le agradecemos muy especialmente a:

***Dr. HENRY DUQUE SANDOVAL***

Docente Hora cátedra e Investigador de la Universidad Autónoma de Occidente  
Economista Universidad Autónoma de Occidente  
Magíster en Ingeniería de Sistemas – Universidad del Valle

***Dr. HAROLD E. BANGUERO LOZANO***

Decano División de Ciencias Económicas y Administrativas  
Universidad Autónoma De Occidente  
Economista Universidad del Valle  
Ph. D. en Economía – Universidad Chapel Hill-Carolina del Norte

***Dra. ELIZABETH APONTE JARAMILLO***

Directora del Grupo de Investigación de Economía y Desarrollo  
Universidad Autónoma de Occidente  
Economista Universidad del Valle  
Magíster en Política Económica – Universidad Nacional

***Dr. JORGE CENTANARO MARTINEZ***

Economista Universidad Jorge Tadeo Lozano  
Especialista en Medición Económica  
Consultor y Profesor Universitario

***Dr. JUAN CARLOS MIRANDA***

Profesor Estadístico Universidad Austral de Chile  
Postgrado en Población y Desarrollo – Naciones Unidas.-CEPAL  
Candidato a Doctor en Economía Aplicada - Universidad de Valladolid

## **INSTUCIONES**

**DANE**

Departamento Nacional de Estadística de Colombia

**CEPAL**

Comisión Económica Para Latinoamérica y el Caribe

## CONTENIDO

	Pág.
RESUMEN	vii
INTRODUCCIÓN	8
1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	9
2. JUSTIFICACION	10
3. OBJETIVOS	11
3.1 GENERALES	11
3.2 ESPECÍFICOS	11
4. ANTECEDENTES	12
5. MARCO TEORICO	16
5.1DEFINICIÓN	16
6. CONTEXTUALIZACION DE LA MATRIZ INSUMO PRODUCTO DENTRO DEL SISTEMA DE CONTABILIDAD NACIONAL 1993	18
6.1 MATRIZ DE OFERTA	20
6.2. MATRIZ DE UTILIZACIÓN	22
6.2.1 Cuadrante de consumo Intermedio	23
6.2.2 Cuadrante de Valor Agregado, Cuentas de Producción y generación del Ingreso	24
6.2.3 Cuadrante de Demanda Final	24
7. CONSIDERACIONES A LA MATRIZ INSUMO PRODUCTO	26
7.1 VALORACIONES DE LAS OPERACIONES	26

<b>7.1.1 Valores básicos</b>	<b>26</b>
<b>7.1.2 Precios del Productos</b>	<b>26</b>
<b>7.1.3 Precios del Comprador</b>	<b>27</b>
<b>8. APLICACIONES DE LA MATRIZ INSUMO PRODUCTO</b>	<b>28</b>
<b>9. MULTIPLICADORES DE PRODUCCIÓN O DE INTERDEPENDENCIA</b>	<b>30</b>
<b>9.1 MATRIZ DE TRANSACCIONES</b>	<b>31</b>
<b>9.2 MATRIZ DE COEFICIENTES TÉCNICOS</b>	<b>32</b>
<b>9.2.1 Hipótesis de Homogeneidad</b>	<b>33</b>
<b>9.2.2 Hipótesis de Proporcionalidad</b>	<b>33</b>
<b>9.2.3 Matrices de Interdependencias</b>	<b>34</b>
<b>10. METODOLOGÍA PARA LA ELABORACIÓN DE LA MATRIZ SIMÉTRICA DE COLOMBIA –1994</b>	<b>37</b>
<b>10.1 ADECUACIÓN MATRIZ INSUMO PRODUCTO</b>	<b>38</b>
<b>10.1.1 Matriz Utilización</b>	<b>39</b>
<b>10.1.2 Matriz de Producción</b>	<b>41</b>
<b>10.2 CÁLCULO MATRIZ SIMÉTRICA</b>	<b>41</b>
<b>10.2.1 Hipótesis de una Tecnología de Mercancías</b>	<b>42</b>
<b>10.2.2 Hipótesis de una Tecnología de Industrias</b>	<b>42</b>
<b>10.2.3 Matriz Simétrica</b>	<b>45</b>
<b>10.3 MATRIZ DE MULTIPLICADORES</b>	<b>49</b>
<b>11. ANALISIS DE LOS MULTIPLICADORES</b>	<b>52</b>
<b>11.1 ANÁLISIS POR GRANDES SECTORES</b>	<b>57</b>

<b>11.2 CÁLCULO DE LAS NECESIDADES DIRECTAS E INDIRECTAS</b>	<b>61</b>
<b>12. CONCLUSIONES</b>	<b>65</b>
<b>BIBLIOGRAFIA</b>	<b>67</b>
<b>ANEXOS</b>	<b>70</b>

## LISTA DE ANEXOS

	Pág.
Anexo A Álgebra de Matrices	71
Anexo B Operaciones entre matrices	74
Anexo C Síntesis de la secuencia para la elaboración de la Matriz Insumo Producto Simétrica para Colombia –1994	75
Anexo D <u>Matriz Insumo Producto Colombia.xls</u>	

## RESUMEN

El resultado de la presente investigación hace énfasis en la elaboración de una herramienta de vital importancia como es la Matriz Insumo Producto simétrica para Colombia, año base de 1994; teniendo como precedente que la matriz elaborada por el Departamento Nacional de Estadística DANE y que se difunde, no esta adecuada para efectuar análisis de predicción y de programación de la Actividad Económica.

Siendo evidente la necesidad de contar con este tipo de herramientas se elabora una matriz insumo producto simétrica de acuerdo a la nueva metodología del sistema de cuentas nacionales SCN 1993 y se realizan análisis de multiplicadores de producción para los 59 grupos de productos que conforman la economía.

*Keywords: Cuentas Nacionales, Matriz Insumo Producto, Matriz Simétrica, Multiplicadores de Producción.*

**J.E.L:** C670, E230

## INTRODUCCIÓN

Numerosos trabajos han sido realizados a partir de la Matriz Insumo Producto como una herramienta para diagnosticar y planificar la economía de un país, sin embargo en Colombia es apenas utilizada en algunos análisis elaborados principalmente en el sector público.

Como una contribución para difundir la utilización de esta herramienta y teniendo en cuenta el objetivo planteado en la presente investigación, se efectúa una revisión bibliográfica de los conceptos básicos del modelo insumo producto, se adecúa la matriz simétrica para Colombia, año base de 1994 y se calculan y analizan los multiplicadores de producción.

Es de resaltar que la importancia de la presente investigación radica en la adecuación de la herramienta que permitirá realizar diferentes estudios desde el ámbito académico.

## **1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

En Colombia a pesar de contar con diversas fuentes en estudios económicos y la utilización de diversas herramientas para el análisis económico, no se utiliza de forma continua y ordenada la matriz Insumo Producto, como si lo hacen en varios países según lo manifiesta la Asociación Internacional de Matriz Insumo Producto; esta poca utilización demuestra que se está perdiendo la oportunidad de tener información desde otra perspectiva que sirve como elemento de juicio para la toma de decisiones en materia de política económica hoy en día.

## 2. JUSTIFICACIÓN

La Matriz Insumo Producto constituye una herramienta central en el análisis económico ya que permite indagar las repercusiones sectoriales frente a variaciones que son consecuencia de las decisiones de los particulares o de los responsables de la definición de la política económica. A la vez, se puede decir que es una herramienta que posibilita analizar las debilidades y fortalezas del sistema de estadísticas económicas del país.

Con el cálculo y el análisis de la Matriz Insumo Producto Simétrica para el año base de 1994 se lograría contribuir a renovar esta herramienta de información estadística para que sirva de apoyo y complemente otros modelos económicos que permitan una mayor aproximación y comprensión de la realidad económica del país.

### **3. OBJETIVOS**

#### **3.1 OBJETIVO GENERAL**

Efectuar un análisis básico de los multiplicadores de producción a partir de la construcción de la matriz Insumo Producto simétrica para Colombia del año 1994 que surge de las matrices oferta – utilización del sistema de contabilidad nacional.

#### **3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Describir el modelo de Insumo Producto sus definiciones y su estructura.
- Construir las matrices Simétrica y de multiplicadores Nacionales<sup>1</sup>, a partir de las matrices de oferta – utilización del sistema de contabilidad nacional 1993.
- Efectuar un análisis básico de los multiplicadores de producción

---

<sup>1</sup> la matriz nacional, no incluye las importaciones complementarias de consumos intermedios.

#### 4. ANTECEDENTES

El modelo insumo producto pertenece a la categoría de los modelos multisectoriales o interindustriales. Este tipo de análisis económico constituye un eslabón entre el análisis parcial microeconómico, de tipo neoclásico, y el análisis macroeconómico de corte keynesiano.

Como forma de economía aplicada, el análisis intersectorial se entiende como el estudio cuantitativo de la interdependencia de las unidades de producción y consumo en una economía moderna, teniendo su origen en el trabajo de Wassily Leontieff en 1936 y ampliado en 1941<sup>2</sup> de las matrices de Estados Unidos de los años 1919 y 1929. El cual consistió en simplificar el modelo de Walras, para lo cual omitió los efectos de las ofertas limitadas de factores.

El análisis Insumo producto tiene su origen, en la Tableau Economique de F. Quesnay publicado en 1748, la cual se basa en los principios de circulación del dinero y los bienes de la economía del modelo clásico. Sin embargo los trabajos actuales en este campo tienen su base en los estudios de León Walras (1877), el cual establece la interdependencia entre los sectores económicos en función de

---

<sup>2</sup> CORTES A., Mariana Magdalena y PINZON S., Rómulo Enrique. Bases de Contabilidad Nacional Según el SCN 1993. Santa fé de Bogotá: DANE, 2000. p. 204.

las demandas de insumos, que cada industria realiza y de la capacidad de sustitución existente en su producción.

Leontieff basa su trabajo en la interdependencia de las empresas industriales, indagó sobre la estructura de la producción en los Estados Unidos. Parte del principio según el cual la actividad del país se organiza de tal forma que una empresa, para producir, necesita insumos que compra a otras y a su turno vende su producción a ramas de actividad que la utilizan como consumo intermedio. A partir de estas compras (Inputs) y ventas (Outputs) se construye una matriz de transacciones interindustriales.

El objetivo del modelo de Leontieff es calcular los niveles brutos de producción de las industrias en respuesta a los valores específicos de la demanda final. En este caso como en el modelo Keynesiano es necesario calcular los multiplicadores. En el modelo de Keynes el multiplicador de los gastos autónomos es un número, mientras que en el modelo de Leontieff el multiplicador tiene forma de matriz. Esta desagregación permite no sólo calcular los efectos de los cambios en el valor total de la demanda autónoma, sino también los efectos de los cambios en la composición de la misma.

El objetivo de Leontieff fue comprender mejor el funcionamiento de la economía estadounidense a través del análisis de los flujos interindustriales, dentro del marco de un solo modelo de equilibrio.

Para Leontieff el análisis Insumo Producto consisten en la extensión de la teoría clásica de interdependencia general, que considera la economía de un país, región o del resto del mundo como un sistema individual e interpreta todas sus funciones en términos de la propiedad del sistema.

De esta manera a lo largo de tiempo han existido una serie de estudios macroeconómicos que trabajan con variables en el ámbito agregado, los cuales han presentado como desventaja la realización de análisis a escala global, lo que imposibilita hacer frente a problemas que presenten un mayor grado de desagregación. Esto ha dado origen al desarrollo del modelo Insumo Producto el cual no solo analiza la interdependencia existente en la economía por parte de los sectores que la componen, si no que además ha presentado la utilidad a la hora de realizar proyecciones económicas retrospectivas, análisis regional y sectorial regional, entre otros.

Una de las aplicaciones al campo de la economía interindustrial está representada por la técnica matemática del análisis por actividades o de programación lineal. Aunque la mayor parte de las aplicaciones de esta técnica han sido sobre

problemas de una sola empresa, el método por si mismo es útil también para los problemas de la industria en general y para el análisis interindustrial. Ofreciendo además un medio para eludir el supuesto coeficiente de producción constantes en cada sector.

## 5. MARCO TEÓRICO

### 5.1 DEFINICIÓN

La descripción matemática de una matriz indica que es una disposición ordenada de elementos numéricos, es una tabla de doble entrada que organiza cierta información cuantitativa o cualitativa<sup>3</sup>. En el área de la medición económica entre otras aplicaciones se hace uso de este instrumento matemático en un modelo denominado “Insumo Producto” el cual se encuentra esquematizado en una Matriz.

La matriz: Insumo-Producto (MIP)<sup>4</sup> es un instrumento que permite efectuar análisis de contabilidad nacional con énfasis en la producción, destacando las relaciones de tipo técnico y económico entre los diferentes sectores (ramas de actividad y grupos de productos) del aparato productivo. De ésta manera se puede ilustrar la interrelación entre los diversos sectores productivos y entre estos y los utilizadores finales de los bienes y servicios.

---

<sup>3</sup> KLEIMAN, Ariel. Matrices Aplicaciones Matemáticas en Economía y Administración. 3 ed. México D.F: Editorial Limusa, 1987. p. 9-43

<sup>4</sup> El Modelo Insumo Producto tiene su origen en el trabajo de Wassily Leontieff en 1936 y ampliado en 1941 de las matrices de Estados Unidos de los años 1919 y 1929.

Las matrices insumo producto aplicadas como modelo de predicción económica, son por lo general rectangulares<sup>5</sup>, cuando el número de filas de productos es igual al número de columnas se les denomina **cuadradas no simétricas**. Una matriz simétrica es cuadrada, pero una matriz cuadrada no es necesariamente simétrica.<sup>6</sup>

Al igual que una Matriz Convencional la Matriz Insumo Producto cuenta con Filas y columnas; en forma general cada fila toma en cuenta las ventas realizadas por un sector al resto de los sectores, identificados en cada una de las columnas, y a los consumidores finales. Los productos intermedios se venden a industrias locales con objeto de producir otros bienes, mientras que los demás bienes se venden con destino a los utilizadores finales entendidos estos como el consumo privado, el consumo publico, la formación bruta de capital y las exportaciones.

---

<sup>5</sup> El término rectangular, alude a que el número de productos (filas) es distinto al número de industrias (columnas), aunque usualmente tales matrices presentan mayor cantidad de productos que de industrias.

<sup>6</sup> El Anexo 1 contempla el marco conceptual de Álgebra de Matrices.

## 6. CONTEXTUALIZACION DE LA MATRIZ INSUMO PRODUCTO DENTRO DEL SISTEMA DE CONTABILIDAD NACIONAL 1993

La matriz insumo producto, en el nuevo sistema de contabilidad nacional SCN 93<sup>7</sup>, se inserta dentro del marco central en las cuentas de bienes y servicios como cuadro integrador de las cuentas de oferta y demanda de bienes (también denominadas equilibrios oferta utilización) y las cuentas de producción, generación del valor agregado y distribución primaria (o simplemente las cuentas de producción).<sup>8</sup> La contextualización de la Matriz insumo producto se puede ver en el esquema No 1:

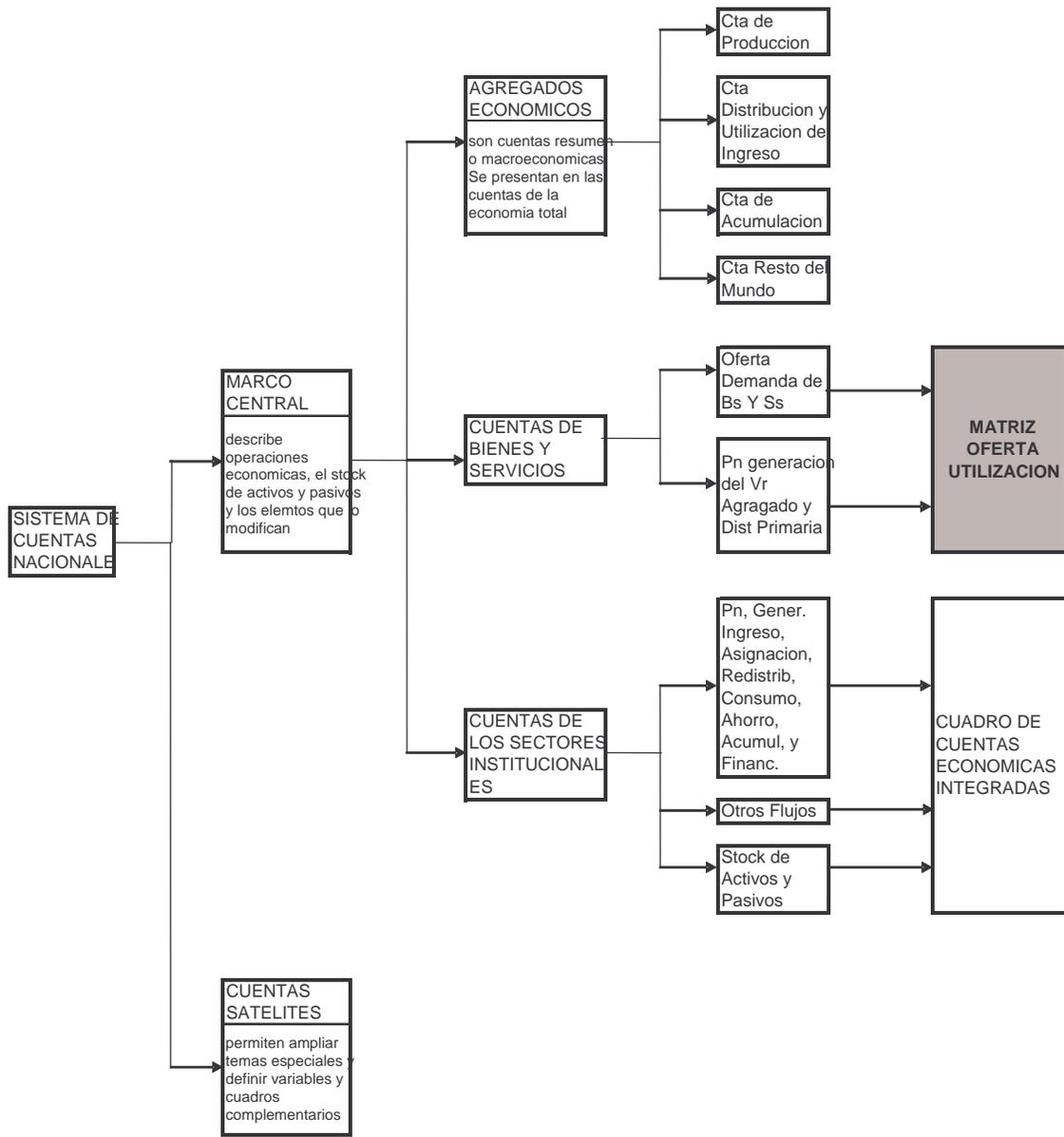
La matriz insumo producto, como cuadro integrador, en la nueva metodología de contabilidad nacional se denomina matriz oferta utilización y en realidad se descompone en dos matrices; una denominada matriz oferta y la otra la matriz utilización.

---

<sup>7</sup> **El Sistema de Cuentas nacionales SCN 1993** presenta las cuentas nacionales como un sistema constituido por un conjunto integrado y lógicamente coherente de cuentas, cuadros y balances macroeconómicos que se ajustan a un conjunto de conceptos, definiciones, convenciones, clasificaciones y reglas de contabilidad aceptadas internacionalmente.

<sup>8</sup> El Sistema de Cuentas Nacionales, plantea dos grandes divisiones las **Cuentas Satélites** y el **Marco Central** que a su vez esta compuesto por tres grandes grupos de cuentas, los **Agregados Económicos** o cuentas resumen, las **Cuentas de los Sectores Institucionales** con la que se efectúa análisis del flujo del ingreso y **las Cuentas de Bienes y Servicios** en donde se ubican las matrices oferta utilización y con las cuales se hacen análisis de la producción.

Esquema 1: Sistema de cuentas nacionales - SCN 1993



Fuente: **DANE**. *Metodología de las Cuentas Nacionales de Colombia – SCN 1993*. Bogotá D.C: Dane, 2002 p.560.

La matriz oferta está constituida por cuadrantes donde se registra la producción (P) y las importaciones (M); a su vez la matriz utilización esta conformada por el cuadrante de Consumo Intermedio (CI), el cuadrante de Valor Agregado (VA) y el de Demanda Final (DF).

### **6.1 MATRIZ DE OFERTA**

En la matriz de oferta se registra el origen de los productos: producción e importaciones de bienes y servicios y los elementos constituyentes de la valoración a precios del comprador que incluyen: márgenes de comercio, márgenes de transporte, impuestos y derechos a las importaciones, IVA no deducible, impuestos a los productos excepto IVA, subvenciones a los productos.

#### **Esquema 2: Matriz de oferta**



Fuente: Henry. Notas de clase economía descriptiva. Santiago de Cali, 2005.

La matriz oferta esta compuesta de tres cuadrantes<sup>9</sup>:

Matriz de Oferta Total

Matriz de Producción

Matriz de Importaciones

En el cuadrante de **Oferta Total**, se presenta la oferta total de productos, valorada a precios básicos y a precios de comprador, como resultado de la suma de la matriz de producción y la matriz de importaciones.

En la **matriz de Producción**, se presenta la producción desagregada por productos y ramas de actividad, en este cuadro de doble entrada, en las filas se determinan, para cada producto, las ramas de actividad que lo producen y en las columnas, lo que produce cada rama. En la diagonal principal aparecen las producciones principales y fuera de ella las producciones secundarias de cada rama de actividad.

En la matriz de **Importaciones**, se presentan las importaciones desagregadas por grupos de bienes y servicios y una columna de ajuste CIF – FOB.

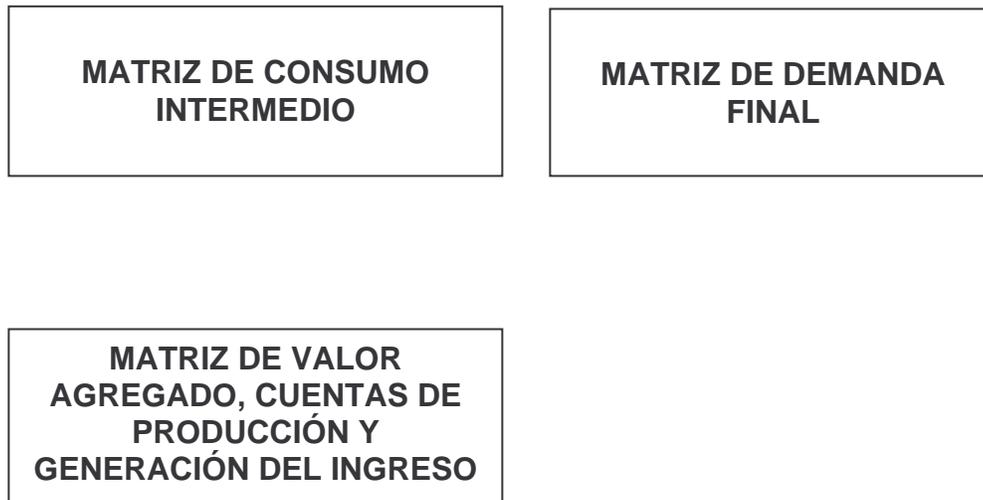
---

<sup>9</sup>DUQUE, S. Henry. Apuntes de Clase sobre la Nueva base de Contabilidad Nacional, las Cuentas de Bienes y Servicios y las Cuentas Regionales. Cali, 2003. p. 1 – 17

## 6.2 MATRIZ DE UTILIZACIÓN

En la matriz de utilización se registra el valor de los bienes destinados a los distintos usos que se les da en una economía, así como el valor de las remuneraciones pagadas por el uso de los factores productivos en el proceso de elaboración de los bienes.

### Esquema 3: Matriz de Utilización



Fuente: Henry. Notas de clase economía descriptiva. Santiago de Cali, 2005

La matriz Utilización esta conformada por tres matrices o cuadrantes<sup>10</sup>:

Cuadrante de Consumo Intermedio

Cuadrante de Valor Agregado ó Producción y Generación del Ingreso

Cuadrante de Demanda Final

**6.2.1 Cuadrante de Consumo Intermedio:** este cuadrante registra el valor de las compras y las ventas de productos entre ramas de actividad, es decir los flujos interindustriales.

El cuadrante central de la Matriz insumo Producto muestra en las filas el flujo de bienes y servicios, producidos por las distintas ramas de actividad, incluidas las importaciones y en las columnas, los flujos de bienes y servicios que los mismos sectores demandan para cumplir con sus procesos productivos. De esta forma un elemento de la matriz  $X_{ij}$  cualquiera, corresponde a la demanda de bienes y servicios realizada por el sector J al sector I que la genera. Este cuadro de doble entrada comprende 60 filas y 60 columnas.

El total de la fila de este cuadrante muestra el valor de las ventas de insumos realizados por cada rama de actividad y el total de la columna registra el valor de la producción de cada grupo de productos que se destinan a ser utilizados como insumos en la economía.

---

<sup>10</sup> Ibid., p.15.

### **6.2.2 Cuadrante de Valor Agregado ó Cuentas de Producción y Generación**

**del Ingreso:** Este cuadrante registra la cuenta de producción de cada rama de actividad en relación con la remuneración a los factores productivos utilizados por cada una de ellas.

Este cuadrante es una prolongación del cuadrante de consumo intermedio, dado que registra los demás componentes del costo de producción de la respectiva rama de actividad o sea el valor agregado que comprende: Remuneración a los Asalariados (RA) + Impuestos (II) – Subsidios (SS) + Excedente Bruto de Explotación (EBE) + Ingreso Mixto (IM).

El total de la columna representa el Valor Bruto de la Producción (VBP) que es la sumatoria de los gastos y costos de producción y muestra adicionalmente cual es el valor que cada rama de actividad agrega a los insumos que adquiere para obtener unos nuevos productos.

**6.2.3 Cuadrante de Demanda Final:** Este cuadrante presenta para cada grupo de productos la parte de la producción que se destina a la utilización final. Las filas de este cuadrante se refieren a los productos susceptibles de ser utilizados para satisfacer la demanda final que se descompone de la siguiente manera:

- Consumo Final de los Hogares (CFH)

- Consumo Final Público o del Gobierno (CFG)
- Formación Bruta de Capital Fijo (FIBKF)
- Variación de Existencias ( $\Delta E$ )
- Adquisición Neta de Objetos Valiosos (ANOV)
- Exportaciones (X)

## **7. CONSIDERACIONES A LA MATRIZ INSUMO PRODUCTO**

### **7.1 VALORACIONES DE LAS OPERACIONES**

Las transacciones económicas que registra la MIP, se efectúan en un ámbito espacial y temporal que afecta el valor de los bienes y servicios. Así, un mismo bien tiene distintas valoraciones de acuerdo con el lugar o momento en que se realice la transacción.

**7.1.1 Valores Básicos.** Debe contener los siguientes tres elementos: el costo de los insumos utilizados en la producción del bien, el pago por utilización de los factores productivos, incluida la utilidad y los impuestos indirectos asociados al productor.

**Valores Básicos** = *Costo de insumos + pago de factores productivos + impuestos indirectos al producto*

**7.1.2 Precios de Productor.** Corresponde a los precios básicos más los impuestos y derechos a las importaciones, mas el IVA no deducible, mas los impuestos a los productos menos los subsidios asociados a estos.

Es de aclarar que los impuestos que se incorporan al precio de productor sólo se refieren a productos.

**Precios de productor** = valores básicos + impuestos indirectos netos a los productos.

**7.1.3 Precios de Comprador.** Corresponde a los precios de adquisición, esto es, al valor en el punto de entrega al comprador o valor al precio de productor más los márgenes de distribución de los productos (Márgenes de Comercio y Márgenes de Transporte).

**Precios de Comprador** = precios de productor + márgenes comerciales

Debe hacerse hincapié en que al aplicar el modelo de insumo producto se deben utilizar matrices a valores básicos.

## 8. APLICACIONES DE LA MATRIZ INSUMO PRODUCTO

La matriz insumo producto puede ser utilizada para tres fines principalmente:

Primero como ***herramienta Estadística*** ya que otorga un marco de consistencia para las estimaciones que provienen de distintas fuentes: encuestas industriales, encuestas de mercadeo, etc dentro de la cual es útil para la toma de *Decisiones Empresariales* dado que brinda la participación relativa de una empresa en el total de una determinada rama de actividad con sus consecuentes posibilidades de expansión de mercado.

Segundo como ***herramienta*** en la ***Descripción de las relaciones intersectoriales*** asociadas con la producción que permite hacer diversos estudios como:

- Establecer cual es la participación total, directa e indirecta de los sectores productivos en cada producto final.
- Políticas de Empleo: permite medir los impactos directos e indirectos en la producción como consecuencia de cambios en la demanda final, para tomar decisiones con respecto al empleo.
- Proyecciones de Comercio Exterior: Se Obtiene la demanda directa de importaciones así como la demanda indirecta de todos los sectores involucrados directa o indirectamente, entre otras.

Finalmente y efectuando ciertas adecuaciones a la matriz y fijando ciertos supuestos o hipótesis de tipo tecnológico, puede servir como ***herramienta*** de ***Programación y Análisis de la Proyección de la Actividad Económica***, específicamente de la producción.

En este caso se puede utilizar para:

- Efectuar análisis de la estructura económica, asegurar la consistencia de planes de desarrollo e identificar posibles cuellos de botella en ellos.
- Contribuir al perfeccionamiento del sistema de contabilidad nacional.
- Estudiar composición del Valor Agregado de cada rama de actividad.
- Análisis de Precios y Costos que permiten determinar el efecto en el nivel general de los precios de la economía.
- Calcular requerimientos de importaciones.
- Analizar la incidencia de un aumento en las exportaciones sobre el aparato productivo.
- Como herramienta para la Evaluación de Proyectos<sup>11</sup>.

---

<sup>11</sup> CENTANARO, Jorge, LEON, R. Alejandro. Relaciones Intersectoriales de producción y empleo para análisis de política de demanda. El caso Colombiano. Santa fé de Bogotá: Planeación Nacional, 1982. P. 13-14

## 9. MULTIPLICADORES DE PRODUCCIÓN O DE INTERDEPENDENCIA

El estudio de modelos multisectoriales o interindustriales constituye un eslabón entre el análisis parcial, microeconómico de tipo neoclásico, y el análisis macroeconómico de corte keynesiano. El objetivo principal del modelo de Keynes era investigar los cambios en el nivel de la actividad económica (medido en el PNB) como resultado de cambio en los gastos autónomos, esto por medio del multiplicador del gasto<sup>12</sup>.

La matriz insumo producto como herramienta de previsión económica y con el objetivo de realizar análisis de los multiplicadores de producción, requiere que se utilicen los conceptos de álgebra matricial, los cuales plantean una serie de matrices que permiten llegar tanto a la solución del problema planteado como también generar una serie de informaciones que interpretadas adecuadamente desde el punto de vista económico permiten efectuar análisis adicionales del aparato productivo. El modelo de insumo producto esta soportado en tres matrices:

- Matriz de Transacciones
- Matriz o cuadro de Coeficientes Técnicos

---

<sup>12</sup> KOSIKOWSKI, Zbigniew. Técnicas de Planificación Macroeconómica. 3 ed. México: Editorial Trilla, 1970. p.113-114

- Matriz o cuadro de Coeficientes de Interdependencia, multiplicadores o matriz recíproca.

### **9.1 MATRIZ DE TRANSACCIONES**

Esta matriz recoge la información sobre las transacciones o flujos interindustriales y los flujos entre el aparato productivo y los utilizadores finales. Cada fila de la matriz representa el papel de un sector como *vendedor* de bienes y servicios a compradores intermedios y finales; y cada columna representa al sector en su papel de *comprador* de insumos producidos e insumos primarios. Los insumos comprados de otros sectores se llaman **producción secundaria** y los demás insumos se llaman **producción primaria** (no producidos). Los insumos primarios corresponden a los pagos por los servicios de los factores de producción tales como trabajo, capital y recursos naturales, que conforman el valor agregado.

Esta matriz se compone de tres cuadros o submatrices: El cuadrante de consumo intermedio, el cuadrante de valor agregado y el cuadrante de demanda final, como se explica en el esquema No. 3

Esta matriz debe cumplir con los siguientes requisitos:

- El cuadrante de consumo intermedio debe ser una matriz cuadrada de orden  $n$ .
- Debe construirse una matriz Rama por Rama o Producto por Producto<sup>13</sup>, esto garantiza el no trabajar con un matriz híbrida.

## 9.2 MATRIZ DE COEFICIENTES TÉCNICOS

En la aplicación de la teoría de insumo producto, la hipótesis básica es la de que para toda rama  $j$  la relación entre el consumo intermedio  $x_{ij}$  y la producción es constante.

Un coeficiente técnico es una razón que indica cuales son las necesidades del insumo  $i$  por peso de producción bruta del sector  $j$ .

El supuesto fundamental necesario para el análisis ínter industrial es que la actividad económica de un país puede repartirse entre un numero finito de sectores productivos, de tal forma que cada sector tenga una sola función de producción.

---

<sup>13</sup> En este trabajo se construirá una matriz producto por producto como lo indica la metodología.

La Matriz de Coeficientes Técnicos se basa en dos hipótesis como son la de homogeneidad y proporcionalidad.

**9.2.1 Hipótesis de homogeneidad:** Indica que cada rama de actividad económica produce una sola mercancía o producto, originado mediante una sola estructura de insumos, no pudiendo sustituirse los productos de diferentes sectores.

En este caso las unidades de observación para efectos de la contabilidad nacional son el establecimiento<sup>14</sup> y las mercancías<sup>15</sup>, dado que puede haber muchos establecimientos que producen más de un grupo de mercancías.

La hipótesis de homogeneidad exige que los establecimientos clasificados dentro de una rama de producción tengan insumos y productos idénticos y en las mismas proporciones. Como la matriz insumo producto se elabora en valores monetarios y no en unidades físicas, se pagan los mismos precios por los insumos, y los productos deben tener los mismos precios.

**9.2.2 Hipótesis de proporcionalidad:** Esta hipótesis establece que la cantidad empleada de cada insumo varía proporcionalmente con la producción total de ese sector.

---

<sup>14</sup> El establecimiento es la unidad más homogénea en cuanto a empleo de recursos y producción, así como unidad de información para los datos de insumos.

<sup>15</sup> Las mercancías son utilizadas como unidad estadística para los datos de producción y ventas.

Existe proporcionalidad entre la cantidad de producto de cada sector y las cantidades de insumos utilizados, esto implica funciones lineales de producción que son homogéneas de grado I y no existen externalidades. En otras palabras se suponen rendimientos constantes a escala y se excluyen explícitamente economías o deseconomías externas<sup>16</sup>

Los coeficientes técnicos se calculan como la razón entre los elementos de los cuadrantes de consumo intermedio y de valor agregado, y el valor bruto de la producción (VBP) de la respectiva columna, de la siguiente manera:

$$A_{ij} = \frac{CI_{ij}}{VBP_{.j}}$$

Donde:

$A_{ij}$ , es el coeficiente técnico ij

$CI_{ij}$ , es el consumo intermedio ij

$VBP_{.j}$ , es el valor bruto de la producción del sector j

**9.2.3 Matriz de Interdependencias:** También denominada matriz recíproca, matriz inversa de Leontieff o matriz de multiplicadores, es fundamental para el

---

<sup>16</sup>KOSIKOWSKI, Zbigniew. Técnicas de Planificación Macroeconómica. 3 ed. México: Editorial Trilla, 1970.p. 127

análisis de insumo producto, pues a través de ella es posible explicar la interdependencia tecnológica del sistema productivo y calcular los niveles de producción que se requerirán para satisfacer diversos niveles de demanda final neta, y por consiguiente, los requisitos de insumos intermedios que es necesario obtener para alcanzar la producción que se generaría; ésta matriz resulta de restar a una **matriz idéntica “I”** la **matriz de coeficientes técnicos de producción “A”** de ahí resulta la matriz  **$(I - A)$**  o matriz de Leontieff, y su inversa es la denominada matriz de interdependencias.

Esta matriz presenta valores positivos en todos sus elementos, la diagonal principal presenta valores mayores ó iguales a uno, y los elementos distintos a los de la diagonal principal son siempre positivos pero menores a uno.

En esta matriz se interpretan tanto los elementos componentes de ella como los totales de fila y los totales de columna; un elemento  $r_{ij}$  de la matriz inversa de Leontief indica cual es la cantidad de valor bruto de la producción necesaria directa e indirectamente del sector  $i$  para producir una unidad de Demanda Final del sector  $j$ . La sumatoria de la columna  $j$  de la matriz de interdependencias se interpreta como la cantidad de producción de todos los sectores (la economía en conjunto), necesaria directa e indirectamente para generar una unidad de demanda final del sector  $j$ , y la sumatoria de las filas  $i$  se interpreta como la

cantidad de producción del sector  $i$  necesaria directa e indirectamente para generar un vector unitario de demanda final (de la economía en conjunto).

## 10. METODOLOGÍA PARA LA ELABORACIÓN DE LA MATRIZ SIMÉTRICA DE COLOMBIA –1994

El presente trabajo es un estudio de carácter descriptivo de corte estadístico, tendiente a cubrir la deficiencia que se presenta en el Cálculo y actualización de la Matriz simétrica para Colombia y el análisis económico de los multiplicadores de producción.

La información de las matrices Oferta – Utilización se obtendrá de fuente secundaria como es el Departamento Administrativo Nacional de Estadísticas – DANE.

En este caso se cuentan con matrices de Transacciones de **OFERTA** y **UTILIZACION**<sup>17</sup>, que se encuentran valoradas a precios de mercado o adquisición<sup>18</sup>, son matrices rectangulares e híbridas<sup>19</sup>. Por tanto se hace necesario convertir estas matrices de Transacciones en matrices cuadradas simétricas a precios básicos.

---

<sup>17</sup> Las originales son suministradas por el DANE a valores básicos.

<sup>18</sup> Es el valor en el punto de entrega al comprador o valor al precio de productor más los márgenes de distribución de los productos.

<sup>19</sup> Son matrices producto por rama

La siguiente metodología se presenta en tres etapas:

- La primera comprende la adecuación de las matrices oferta y utilización producto-rama que se requiere para construir la matriz simétrica,
- La segunda muestra la conversión de la matriz producto por rama en una producto por producto aplicando el método matemático de acuerdo a la hipótesis de tecnología escogida para garantizar igualdad en la medición de la producción por compra y ventas y;
- En la tercera etapa se calculan los multiplicadores de producción para su posterior análisis.

### **10.1 ADECUACION DE LA MATRIZ INSUMO PRODUCTO - 1994**

Las matrices simétricas de insumo producto son cuadros esencialmente analíticos que generalmente se obtienen por una transformación de la matriz oferta y utilización. Son matrices cuadradas, lo que significa tener el mismo número de líneas y columnas; y pueden ser de la clase producto - producto o rama - rama.

El Departamento Nacional de Estadística – DANE, suministra las matrices oferta-utilización con las siguientes características:

- La matriz oferta está presentada a valores básicos y cada una de las ramas de actividad registra su producción principal y sus producciones secundarias o no características.
- La matriz utilización esta presentada a valores básicos, el cuadrante de consumo intermedio registra los valores transados de los insumos nacionales, el valor agregado se presenta a costo de factores y al adicionarse los impuestos indirectos a los productores se obtiene su monto a valores básicos.
- En las columnas se registran las ramas de actividad, que contienen información acerca de los costos asociados a la producción y en las filas se registran los grupos de productos, que muestran la distribución de los bienes y servicios en las distintas utilizations.

**10.1.1 Matriz utilización:** Esta matriz de utilización requiere diversos cambios en su estructura para estar de acuerdo con los requerimientos de producción y para posteriores cálculos; los cambios sugeridos son:

- Eliminar la fila y columna 60 (Servicios de Intermediación Financiera) y distribuir su valor en la columna o fila asociada a ella como es la 49 (Servicios de Intermediación financiera y conexos), en este caso los valores se distribuyen de acuerdo al porcentaje de participación de cada rama.

- En esta matriz se observan tres valores negativos que corresponden a la fila (41) Comercio, en las columnas (7) petróleo crudo, gas natural y minerales de uranio y torio, (10) Electricidad y gas de ciudad, (29) Productos de petróleo refinado; combustibles nucleares y productos de horno de coque; en este caso estos valores se reemplazan por cero y posteriormente también se ajusta el valor en la matriz de producción<sup>20</sup>.
- El cuadrante de valor agregado de esta matriz se acondiciona de acuerdo a la matriz insumo producto a precios de comprador para el año 1994 publicada por el DANE, se excluyen las filas de Impuestos sobre los productos; derechos e impuestos a la importación; otros impuestos a los productos; IVA y Subvenciones; se utiliza una sola fila con el nombre de Impuestos menos subvenciones sobre la producción e importaciones; en esta fila se tienen valores positivos para los impuestos y negativos para las subvenciones a los productos.<sup>21</sup>

Después de efectuar las anteriores modificaciones se obtiene una matriz de utilización adecuada para el cálculo de la matriz simétrica de 59x59.

---

<sup>20</sup> Los valores que se eliminan obedecen a supuestos de política económica, que se reflejan en la matriz de transacciones, el no eliminarlos genera sesgos en los resultados a obtener.

<sup>21</sup> Los impuestos a la producción comprende entre otros los impuestos sobre la contaminación, las licencias comerciales y los impuestos de timbre. Las subvenciones son equivalentes a impuestos negativos, las subvenciones a la producción son aquellas hechas a las empresas residentes como consecuencia de su participación en la producción y comprende las que paga el gobierno sobre la nomina o las transferencias dadas a las empresas destinadas a reducir la contaminación.

**10.1.2 Matriz de producción:** Al igual que la matriz de utilización y para garantizar la correspondencia en el número de ramas de actividad y de grupo de productos con ésta, es necesario efectuar las siguientes adecuaciones:

- Se eliminan la columna y la fila 60 (Servicios de Intermediación Financiera).
- Se reemplazan por cero el valor negativo en la fila Comercio (41) y la columna Petróleo crudo, gas natural y minerales de uranio y torio (7), este valor es el total de la sumatoria de los valores negativos de la matriz de utilización.

Con estas modificaciones la matriz de producción queda definida como una matriz de 59X59.

La conclusión de esta etapa se da cuando se verifica la igualdad del total del valor bruto de la producción en las matrices de producción y utilización.

## **10.2 CALCULO MATRIZ SIMETRICA**

En esta etapa se va a obtener una matriz producto por producto simétrica; para conseguir esta matriz es necesario elaborar transformaciones a las matrices de producción y de utilización de 59X59 adecuadas en la primera etapa.

En la transferencia de productos, se debe transformar la matriz de producción de tal manera que las producciones no típicas (secundarias) se asignen a los sectores en los cuales esa producción es típica (principales), modificando así la matriz origen de la producción nacional en una matriz diagonal.

En la transferencia de insumos, las dificultades son considerables dado que no se dispone de información sobre la forma en que se distribuyen los insumos de un establecimiento entre las diversas mercancías producidas.

Para salvar ésta dificultad, es necesario plantear hipótesis sobre las estructuras de insumos. Existen dos clases de hipótesis<sup>22</sup>:

**10.2.1 Hipótesis de una tecnología de mercancías:** supone que una mercancía tiene la misma estructura de insumos cualquiera que sea la rama de actividad en que se produce.

**10.2.2 Hipótesis de una tecnología de industrias:** supone que una industria o rama de actividad tiene la misma estructura de insumos cualquiera que sea la composición de su producción.

---

<sup>22</sup> El procedimiento de las dos hipótesis y su descripción metodológica y proceso matemático se pueden observar en Naciones Unidas. "Studies in methods, handbook of national accounting". New York: 2003. p. 75-102

Para el presente trabajo se utilizó la hipótesis de tecnología de mercancías realizando el siguiente proceso matemático<sup>23</sup>:

$$\mathbf{A}^* = \mathbf{A}\mathbf{C}^{-1}$$

Se combina una matriz de coeficientes técnicos de insumo producto, con la inversa de una matriz de coeficientes de producción cuyos elementos indican las proporciones de los diversos productos que son producidos por cada una de las ramas de actividad.

Donde:

$\mathbf{A}$  = matriz de coeficientes técnicos de insumo producto que se obtiene de la división entre la matriz de transacciones producto por rama y el Valor Bruto de la producción. Esta matriz debe ser una matriz cuadrada y valorada a precios básicos y del mismo orden que  $\mathbf{C}^{-1}$ .

$\mathbf{C}^{-1}$  = inversa de la matriz de coeficientes de producción que se obtiene a partir de la matriz de coeficientes de producción  $\mathbf{C}$ . Esta matriz se convierte en una inversa mediante la utilización del álgebra matricial<sup>24</sup>.

---

<sup>23</sup> Se tiene conocimiento de un método manual, el cual consiste en una transferencia de productos y de insumos teniendo en cuenta la hipótesis de tecnología utilizada.

<sup>24</sup> Por el orden de las matrices, para efectuar los cálculos de álgebra matricial, se utiliza el programa MATLAB The Language of Technical of computing, Versión 6.5, los cálculos finales y el ordenamiento de las matrices se realizó en Microsoft Excell 2003.

Con la construcción de  $\mathbf{A}^*$  se tiene la matriz de coeficientes técnicos producto por producto, de orden 59.

El producto de  $\mathbf{A}^*$  con el vector diagonalizado de la matriz de ***Demanda total*** permite obtener la nueva matriz de utilización “transacciones” de 59x59, la cual solo comprende el cuadrante de consumo intermedio.

Como es necesario complementar la matriz de utilización, se realiza el mismo procedimiento matemático al cuadrante de Valor Agregado:

$$\mathbf{VA}^* = \mathbf{VA} \mathbf{C}^{-1}$$

Donde:

$\mathbf{VA}$  = matriz de coeficientes técnicos de producción, conocida como la matriz factorial que se obtiene de la división entre los componentes del valor agregado y el Valor Bruto de la producción.

Del producto de  $\mathbf{VA}^*$  con el vector diagonalizado de la matriz de ***Demanda total*** se obtiene el cuadrante de Valor Agregado de la nueva matriz de utilización de 59x59.

Con esto ya se obtiene la nueva matriz de utilización “transacciones” de 59x59 y se han modificado los cuadrantes de consumo intermedio y de valor agregado, dejando igual el cuadrante de Demanda Total que muestra la matriz original del DANE<sup>25</sup>.

Los resultados anteriores son importantes, porque con ellos se construye la matriz de transacciones producto por producto logrando obtener los cuadrantes de consumo intermedio, de demanda final y de valor agregado, conformando así la matriz insumo producto simétrica de 59x59.

**10.2.3 Matriz simétrica:** El concepto de simetría, nos remite a que el valor total que se encuentre en cada columna debe ser igual al de la correspondiente fila, en este caso la matriz presenta unas diferencias en el total de filas y el total de columnas, las cuales deben ser ajustadas para obtener una matriz simétrica definitiva. En la contabilidad nacional y en el análisis económico, se dice que una matriz es simétrica, cuando tanto en filas como en las columnas se utilizan las mismas clasificaciones o unidades (los mismos productos, grupos de productos o industrias)<sup>26</sup>.

---

<sup>25</sup> A manera de prueba se elabora una matriz de 9x9 con el método matemático y el manual, obteniéndose valores muy similares en los dos casos, por lo tanto se decide generar las matrices 59x59 utilizando el método matemático.

<sup>26</sup> El concepto de simetría en la contabilidad nacional no es idéntico al del álgebra lineal en donde se define una matriz como simétrica cuando es igual a su traspuesta ( la matriz A es simétrica si  $A = A^T$  )

En la nueva matriz de utilización se encuentran algunas inconsistencias que deben ser modificadas como son:

En el cuadrante de Valor Agregado tiene valores negativos en excedente bruto de explotación y en la renta mixta; en el caso del Excedente Bruto de Explotación se asigna un valor de cero y el valor negativo se resta de la Remuneración a los Asalariados y en la Renta Mixta negativa se asigna un cero y este valor se disminuye de la remuneración a los asalariados y del excedente de bruto de explotación, proporcionalmente. En este cuadrante se observan valores negativos en Impuestos menos subvenciones sobre la producción e importaciones, los valores positivos corresponden a impuestos y los negativos a subvenciones sobre la producción.

En la fila de las Importaciones CIF y la columna (34) Desperdicios y desechos se observa un valor negativo, el cual se hace necesario eliminarlo colocando en esta fila el valor de cero.

Una vez realizadas las anteriores correcciones se constata, a manera de prueba las siguientes características en el cuadrante de consumo intermedio:

- Las filas 56, 57,58 Y 59 que corresponden a los servicios de no mercado o del Gobierno no deben tener valores.
- La fila (34) Desperdicios y desechos no deben presentarse valores negativos.
- En el grupo de productos (52) Servicio Domestico no se deben presentar valores ni en la fila, ni en la columna.

En el cuadrante de Demanda Final:

- Los valores de la demanda final en todas sus filas deben ser iguales a los registrados inicialmente en la matriz utilización del DANE.

Al comparar los valores del vector de demanda final de la matriz de utilización producto por rama con los contenidos en la matriz de utilización producto por producto y con el fin de garantizar igualdades en la suma de fila y columna de cada uno de los sectores, se utiliza un método que se denomina el ***Método de las proporciones iterativas – RAS*** que se describe a continuación:

***El método de las proporciones iterativas***<sup>27</sup>, permite ajustar los datos muestrales a un conteo completo de Totales Marginales, a partir de una matriz original,

---

<sup>27</sup>BANGUERO Harold, Maestría en demografía social – PLATS- UNAH, “Naturaleza, método y fuentes de datos demográficos”. Santiago de Cali: [s.f]. P. 1-15

mediante un procedimiento de ajuste iterativo de filas y columnas, es decir, primero horizontalmente y luego verticalmente. Cada paso en los cálculos es similar al del ajuste proporcional de una distribución simple a un total deseado. Este procedimiento también es conocido como el Método Deming.

Se comienza con un ajuste proporcional a lo largo de cada fila al total marginal de las filas ( $n_{ij}$ ), luego se continúa con un ajuste proporcional de los resultados a lo largo de cada columna al total marginal de cada ( $n_{ij}$ ). Este ajuste desarregla el ajuste anterior según filas. Por lo tanto se ajustan de nuevo las filas al total marginal de las filas ( $n_{ij}$ ). El ajuste de las filas desarregla los totales según columna. Por lo tanto se ajustan las cifras a los totales marginales de las columnas nuevamente ( $n_{ij}$ ). Si se continúa el proceso, al final se produce la convergencia a una matriz final de números que igualan los totales según filas y columnas simultáneamente<sup>28</sup>.

Para efectos de este trabajo se realizaron alrededor de 2.000 iteraciones en las pruebas iniciales y en las matrices finales se ajustaron con 1.000 iteraciones.

---

<sup>28</sup> Para la realización de este método se contaron con los servicios del Ingeniero Juan Carlos Flórez, quien automatizó el proceso en Microsoft Excell 2003.

### 10.3 MATRIZ DE MULTIPLICADORES

Con la matriz simétrica se procede a calcular la **Matriz de Multiplicadores de Producción o de Interdependencias**  $[ I - A^* ]^{-1}$ , también conocida como la inversa de Leontieff o la matriz recíproca, esta matriz se obtiene de calcular la **Matriz de Leontieff**  $[ I - A^* ]$  la cual resulta de restar la matriz identidad  $I$ , y la matriz de coeficientes técnicos producto x producto  $A^*$ .

La matriz  $A^*$  de coeficientes técnicos de insumo producto por producto debe tener las siguientes características:

- Todos los coeficientes de esta matriz deben ser valores positivos mayores que cero y menores que 1.
- En los sectores del gobierno, en Servicio Doméstico (52) y en Desperdicios y desechos (34) sus coeficientes en las filas son cero.

La Matriz de Leontieff  $[ I - A^* ]$  debe tener las siguientes características:

- Los coeficientes de la diagonal son positivos entre cero y uno y los demás coeficientes deben ser negativos o cero.

- El coeficiente en la diagonal de los sectores (34) Desperdicios y desechos, (52) Servicio Domestico, (56), (57), (58) y (59) Servicios de no mercado o del gobierno, es igual a 1.
- A manera de prueba se compara el total de columnas de la matriz de Leontieff con la suma de coeficientes de valor agregado más el coeficiente de importaciones, los valores para cada uno de los sectores deben ser iguales, el resultado cumple con la igualdad requerida.

La matriz de multiplicadores de producción  $[I - A^*]^{-1}$  tiene las siguientes características que aseguran la consistencia de los cálculos:

- Todos los elementos de la matriz son positivos.
- Los elementos de la diagonal deben ser mayores o iguales a uno.

En consecuencia cada uno de los elementos de la matriz inversa de Leontieff, es un coeficiente que indica el valor de la producción en términos del valor bruto de la producción del sector  $i$  que se requiere directa o indirectamente para producir una unidad monetaria de Demanda final (D) del sector  $j$ . Es de resaltar que los coeficientes  $r_{ij}$ , comprenden no solo los insumos directamente requeridos en la producción de cada bien, sino aquellos que resultan de las demandas indirectas

provenientes de otros sectores, que a su vez aportan insumos para la producción de dicho bien<sup>29</sup>.

Finalmente, se realiza una prueba de consistencia de los multiplicadores de producción, en donde se multiplica la matriz  $[I - A^*]^{-1}$  o matriz de multiplicadores, con el vector de la **Demanda Final**, la suma del vector resultante debe ser muy aproximada al Valor Bruto de la Producción, los resultados de la prueba presentan el valor bruto de la producción de \$111.298.503 millones de pesos, que comparado con el VBP obtenido de la matriz simétrica, \$111.298.413 millones de pesos presenta una diferencia porcentual prácticamente nula.

---

<sup>29</sup> La interpretación de los resultados de esta matriz se pueden ver en el marco conceptual.

## 11. ANÁLISIS DE LOS MULTIPLICADORES DE PRODUCCIÓN.

Un multiplicador es un coeficiente numérico que indica la magnitud del cambio de una variable (generalmente endógena) producida por la variación de una variable que se ha “pulsado” o modificado. El multiplicador refleja la “magnitud” de la variación de la variable endógena ante cambios en la variable modificada<sup>30</sup>.

Al contar con una matriz de ***multiplicadores de producción*** para los 59 sectores económicos en que se ha dividido la economía, se puede efectuar el análisis de dicha matriz para sus valores  $r_{ij}$  que representan la cuantía en que debe variar la producción del sector  $i$ -ésimo, si se desea variar en una unidad la demanda final del sector  $j$ -ésimo.

Por la naturaleza del concepto y de los cálculos efectuados los mayores multiplicadores  $r_{ij}$  se encuentran en la diagonal principal y son los siguientes:

- 1.3985 es el valor bruto de la producción, en unidades monetarias del grupo de productos (10) Electricidad y gas de ciudad, necesario directa o indirectamente para generar una unidad de demanda final de sí mismo.

---

<sup>30</sup> DUQUE, S. Henry. Apuntes de Clase Economía Descriptiva. Santiago de Cali, 2005. P. 1-30

Siguen en orden de importancia y con la misma interpretación los siguientes grupos de productos (13) Aceites, grasas animales y vegetales, borras y tortas con un valor de multiplicador de 1.2523; (49) Servicios de intermediación financiera y servicios conexos con un valor de multiplicador de 1.2089; (25) Cuero y productos de cuero; calzado con un valor de multiplicador de 1.1922; (22) Hilados e hilos, tejidos de fibras textiles incluso afelpados con un valor de multiplicador de 1.1732; entre otros.

En la matriz de multiplicadores de producción, los valores de la diagonal principal son mayores que 1 porque cada grupo de productos deben generar la unidad de demanda final y un esfuerzo adicional para generar esa misma unidad de demanda final.

En esta matriz se observa que para los grupos de productos (34) Desperdicios y desechos, (52) Servicio Domestico, (56) Servicios de administración pública y otros servicios para la comunidad en general, (57) Servicios de enseñanza de no mercado, (58) Servicios sociales y de salud de no mercado, (59) Servicios de asociaciones y esparcimiento y otros servicios de no mercado, el multiplicador es 1, dado que esos grupos de productos no requieren de insumos para generar producciones indirectas. Se puede observar que los valores que aparecen en ésta matriz se registran en el cuadrante de demanda final, siendo cero los valores en el consumo intermedio. En el caso del gobierno se tiene en cuenta el supuesto

utilizado para su registro en la contabilidad nacional el cual determina que el gobierno produce los servicios de no mercado y es él mismo quien los consume, dado que no se pueden individualizar sus consumos.

En cuanto a los principales elementos fuera de la diagonal, los multiplicadores que presentan mayor valor son:

El grupo de productos (3) animales vivos y productos animales que genera 0.7693 de unidades monetarias de valor bruto de la producción como necesidades directa e indirectas para obtener una unidad monetaria de demanda final del grupo de productos (12) carne y pescado.

Seguidamente el grupo de productos (7) Petróleo crudo, gas natural y minerales de uranio y torio que genera 0.6027 de unidades monetarias de valor bruto de la producción como necesidades directa e indirectas para obtener una unidad monetaria de demanda final del grupo de productos (29) Productos de petróleo refinado; combustibles nucleares y productos de horno de coque.

Al igual y con la misma interpretación se encuentran el grupo de productos (1) Café sin tostar no descafeinado y (17) Café transformado con un multiplicador de 0.5301; y (3) Animales vivos y productos animales y (14) Productos lácteos con un valor de multiplicador de 0.5314.

Al hacer el análisis en contexto de los multiplicadores y detectando los valores cero de la matriz, los cuales indican que no hay una relación funcional en la utilización de insumos para la producción de bienes y servicios, se aprecia que los productos de manufactura presentan relativamente mayor integración con el resto de grupos de productos, así como los servicios de mercado. A nivel de los productos agrícolas y los servicios de gobierno, la integración entre los grupos de productos es comparativamente menor.

En la matriz de multiplicadores también es posible interpretar el total de las columnas y las filas, en las primeras los resultados indican cual es el nivel de producción de todos los grupos de productos necesario directa e indirectamente para obtener una unidad de demanda final del sector  $j$ , a continuación se observan la sumatoria de filas y columnas de los multiplicadores de producción para cada grupo de productos:

Se resalta que a nivel de columnas los tres mayores multiplicadores de producción son:

- Carne y pescado (12), 2.2633 indica cual es el nivel de producción de todos los grupos de productos necesario directa e indirectamente para obtener una unidad de demanda final del sector 12.

- Cuero y productos de cuero; calzado (25), 2.1723 indica cual es el nivel de producción de todos los grupos de productos necesario directa e indirectamente para obtener una unidad de demanda final del sector 25.
- Productos lácteos (14), 2.1447 indica cual es el nivel de producción de todos los grupos de productos necesario directa e indirectamente para obtener una unidad de demanda final del sector 14.

A su vez la interpretación del total de las filas indica cual es la cantidad necesaria del producto del sector  $i$  para producir un vector unitario de la demanda final. Como se observa en la tabla anterior a nivel de filas los tres mayores multiplicadores de producción son:

- Servicios de intermediación financiera y conexos (49), lo cual indica que se requiere 4.4913 de valor bruto de la producción en unidades monetarias del sector 49 directa o indirectamente para producir un vector unitario de demanda final.
- Electricidad y gas de ciudad (10) lo cual indica que se requiere 3.7214 de valor bruto de la producción del sector 10 directa o indirectamente para producir un vector unitario de demanda final.
- Comercio (41), lo cual indica que se requiere 3.5393 de valor bruto de la producción del sector 41 directa o indirectamente para producir un vector unitario de demanda final.

## **11.1 ANÁLISIS POR GRANDES SECTORES**

Para un análisis más específico y sobre la base de agrupación en 9 grandes sectores de la economía de acuerdo a la metodología del DANE se puede decir:

- Del conjunto de grupos de productos Agricultura, caza, silvicultura y pesca (que comprende los grupos de productos del 1 al 5 en la matriz), el mayor multiplicador en cuanto al total de filas es (2) Otros productos agrícolas, con un valor de 2.8703 y el menor es (5) Pescado y otros productos de la pesca con un valor de 1.079; la diferencia entre los dos es de 1.7904, es de resaltar que el multiplicador mayor duplica al menor en éste conjunto de productos; a nivel de columnas el mayor multiplicador es (3) Animales vivos y productos animales con un valor de 1.4466 y el menor es (2) Otros productos agrícolas con un valor de 1.2112 lo que indica que los multiplicadores de sumatoria de columnas son mas homogéneos en este conjunto de grupo de productos .
- Del conjunto de grupo de productos Explotación minas y cantera (comprende los grupos de productos del 6 al 9), el multiplicador mayor en el total de filas es (7) Petróleo crudo, gas natural y minerales de uranio y torio, con un valor de 2.3616 y el menor es (8) Minerales metálicos con un valor de multiplicador de 1.0471; ellos dos también presentan los mayores

multiplicadores en la suma de columnas con valores de 1.3015 y 1.1281 respectivamente.

- Del conjunto de grupo de productos industria manufacturera (comprende los grupos de productos del 12 al 38), el mayor multiplicador en cuanto al total de filas es (30) Productos químicos básicos y elaborados (excepto productos de plástico y caucho), con un valor de 2.7417 y el menor multiplicador es (18) Cacao, chocolate y productos de confitería preparados con azúcar con un valor de 1.0306; es de resaltar que el multiplicador mayor duplica al menor en éste conjunto de productos; a nivel de columnas el mayor multiplicador es (12) Carne y pescado con un valor de 2.2633 y el menor es (38) Equipo de transporte con un valor de 1.4914, sin contar con el grupo de productos (34) Desperdicios y desechos que presenta un multiplicador de 1. En el caso de este grupo de productos los multiplicadores son heterogéneos lo cual refleja las disparidades en los procesos de producción entre los 26 grupos de productos que componen lo que se puede denominar industria manufacturera.
- Del conjunto de grupo de productos Electricidad y gas de ciudad (comprende los grupos de productos 10 y 11), el mayor multiplicador en cuanto al total de filas y columnas es (10) Electricidad y gas de ciudad, con un valor de 3.7214 y 1.7469 respectivamente; es de resaltar que el mayor multiplicador a nivel de filas refleja el mayor grado de interdependencia con el resto de sectores del aparto productivo.

- En el conjunto de grupo de productos Construcción y obras públicas (comprende los grupos de productos 39 y 40), se invierte la posición del mayor multiplicador en las filas y columnas, en el primer caso el sector (40) Trabajos y obras de ingeniería civil, presenta un multiplicador de 1.3353, y a nivel de columnas el mayor multiplicador (39) Trabajos de construcción y construcciones-Edificaciones, con un valor de 1.7465.
- Del conjunto de grupo de productos Comercio , restaurantes y hoteles (comprende los grupos de productos del 41 al 43), el mayor multiplicador en cuanto al total de filas es (41) Comercio, con un valor de 3.5393 y el menor multiplicador es (43) Servicios de hotelería y restaurantes con un valor de 1.3719, presentándose una diferencia de 2.1614, en este caso el primero de ellos triplica al menor; a nivel de columnas el mayor multiplicador es (43) Servicios de hotelería y restaurantes con un valor de 1.7760 y el menor es (42) Servicios de reparación de automotores y motocicletas, de artículos personales y domésticos con un valor de 1.5153. En el caso los multiplicadores son muy homogéneos.
- Del conjunto de grupo de productos Transporte, almacenamiento y comunicaciones (comprende los grupos de productos del 44 al 48), el mayor multiplicador en cuanto al total de filas es (44) Servicios de transporte terrestre, con un valor de 2.7244 y el menor es (45) Servicios de transporte por agua con un valor de 1.1210, con una notable diferencia de 1.6034 con el resto de productos, lo que refleja la dependencia del país de

este modo de transporte; a nivel de columnas el mayor multiplicador es (46) Servicios de Transporte aéreo con un multiplicador de 1.6459 y el menor es (48) Servicios de correos y telecomunicaciones con un valor de 1.2510.

- Del conjunto de grupo de productos Establecimientos financieros, seguros e inmuebles (comprende los grupos de productos 49 y 50), el mayor multiplicador al total de filas y columnas es (49) Servicios de intermediación financiera y servicios conexos, con un valor de 4.4913 y 1.5179 respectivamente. Es de resaltar que Servicios de Intermediación financiera y conexos es el mayor multiplicador en la matriz a nivel de filas y por lo tanto muestra la amplia relación con el resto de productos de la economía.
- Del conjunto de grupo de productos Servicios comunales y sociales (comprende los grupos de productos del 51 al 59), el mayor multiplicador en cuanto al total de filas es (51) Servicios a las empresas excepto servicios financieros e inmobiliarios, con un valor de 2.7971; a nivel de columnas el mayor multiplicador es (58) Servicios sociales de salud de no mercado con un valor de 1.6955 y el menor es (52) Servicio Doméstico con un valor de 1. En este grupo de productos se encuentran multiplicadores de producción de 1 que se explican como ya se dijo anteriormente por el supuesto utilizado en el registro de la actividad económica de los servicios de no mercado en la contabilidad nacional.

## 11.2 CALCULO DE LAS NECESIDADES DIRECTAS E INDIRECTAS.

Hasta el momento los análisis presentados corresponden a estructuras de costo unitario que surgen de los procesos matemáticos utilizados; sin embargo es posible presentar el total de la producción descomponiéndola en necesidades directas e indirectas por grupo de producto.

Las necesidades directas son la parte de la producción que va a la demanda final y las indirectas son los “insumos de los insumos” que se utilizan para la producción de los bienes que van a los utilizadores finales. Formalizando estos conceptos, para producir una unidad de demanda final en el sector  $j$  se requiere un valor bruto de la producción igual a la Demanda final más lo que el sector  $j$  utiliza para su autoconsumo; además, el sector  $j$  requiere insumos producidos por todos los sectores, pero los otros sectores para producir los insumos demandados por el sector  $j$ , requieren a su vez, cantidades específicas de valor bruto de la producción como sus insumos. Para producir estas cantidades, el sector  $j$  requiere insumos de los restantes sectores y estos requieren valor bruto del sector  $j$  para proporcionarlos<sup>31</sup>.

---

<sup>31</sup> KOSIKOWSKI, Zbigniew. Técnicas de Planificación Macroeconómica. 3 ed. México: Editorial Trilla, 1970. p.133-139

Entonces, para separar el efecto directo de los efectos indirectos (**ND**) en el valor bruto de la producción se multiplica la matriz de coeficientes técnicos de insumo producto (**A**) por el vector de la demanda final de la matriz de transacciones (**Y**) y posteriormente se le adiciona el vector resultante de multiplicar **AY**.

Donde  $ND = Y + AY$  que es la suma del efecto inicial (Y) y el efecto directo (AY).

Las necesidades indirectas (**NI**) resultan de restar al Valor bruto de la producción (**VBP**) los efectos indirectos para cada uno de los grupos de productos.

Donde  $NI = VBP - ND$

Como se observa en la tabla anterior el grupo de productos que presenta las menores necesidades directas es (34) Desperdicios y Desechos con un 50.6%; es de resaltar que este grupo de productos tiene connotaciones especiales por la naturaleza de este tipo de productos.

Exceptuando el anterior grupo de productos, la menor destinación de producción a satisfacer las necesidades directas las presenta (10) Electricidad y gas de ciudad con un 53.4%, seguido de (51) Servicios a las empresas excepto servicios financieros e inmobiliarios y (7) Petróleo crudo, gas natural y minerales de uranio y torio con 59.5% y 60.2% respectivamente.

Las mayores necesidades directas exceptuando los grupos de productos (52) Servicio Doméstico y los servicios del gobierno que son del 100% dado el supuesto de registro de la contabilidad nacional son: (21) Productos de tabaco con un 99.9%, (53) Servicios de enseñanza de mercado con 99.4%, (39) Trabajos de construcción y construcciones-Edificaciones con un 99.2% y (18) Cacao, chocolate y productos de confitería preparados con azúcar con un 98.4%.

Del total de los 59 grupos de productos, en un 40%, es decir 24, presentan un promedio de necesidades directas del 95.5% y acumulativamente 40 presentan destinación de su producción a necesidades directas superiores al 80%.

Al comparar los dos análisis anteriores entre los multiplicadores de producción a partir de costos unitarios y las necesidades directas e indirectas con valores totales de la producción, se espera encontrar un patrón de comportamiento; exceptuando los grupos de productos (34) Desperdicios y desechos (52) Servicios doméstico y los servicios del gobierno, se encuentra que el grupo de productos (49) Servicios de intermediación financiera y servicios conexos quien presenta el mayor multiplicador a nivel de filas, tiene una destinación de su producción a necesidades directas del 62.5% y (10) Electricidad y gas de ciudad quien a su vez tiene un alto multiplicador, presenta necesidades directas del 53.4%, en los demás sectores no se presenta el mismo comportamiento.

Se puede decir entonces, que no se presenta una relación funcional entre los multiplicadores y los montos de cada grupo de productos destinados a las necesidades directas e indirectas, aunque para su cálculo se utilicen algunos elementos comunes como la matriz de coeficientes técnicos de insumo producto.

## 12. CONCLUSIONES

De la presente investigación, se puede concluir:

- Se adecúa la matriz insumo producto simétrica y de multiplicadores nacionales para el año de 1994, como un instrumento que se utiliza para realizar distintos estudios e investigaciones de tipo económico. En Colombia se tiene evidencia de su uso en trabajos como el de Modelos de Insumo Producto Dinámico, Matrices de Contabilidad Social (SAM) y Modelos de Equilibrio General Computable, realizados por Planeación Nacional en donde no se suministra la matriz simétrica utilizada en desarrollo de estos.

La matriz simétrica construida es de gran utilidad dado que el DANE no hace una difusión amplia de ella y por tanto no está a disposición de la generalidad de los usuarios que potencialmente la puedan utilizar en análisis de distinto tipo.

- En el desarrollo de esta investigación se efectúa una revisión bibliográfica de los conceptos básicos del modelo insumo producto y se hace un esfuerzo para presentar en forma didáctica la metodología de cálculo y las interpretaciones de los resultados; este ejercicio es válido no solo en desarrollo de este trabajo, sino que se puede utilizar como notas de clase

en la enseñanza de este tema, para lograr que la investigación retorne algunos resultados en la mejora de los procesos docentes.

- Se efectúa un análisis básico de los multiplicadores de producción y de las necesidades directas e indirectas, a partir de la construcción de la matriz Insumo Producto simétrica, con lo cual es posible reconocer los grupos de productos con mayor grado de interdependencia en el proceso de producción. En este caso no es posible hacer un estudio comparativo con multiplicadores calculados en periodos anteriores dado que no se tiene conocimiento de trabajos que permitan hacer este tipo de análisis y porque el alcance de esta investigación no lo contemplaba.
- Es de resaltar que con la matriz insumo producto como herramienta de predicción y de Programación y Análisis de la Proyección de la Actividad Económica, es posible realizar diversos estudios y análisis como: impactos de los tratados de libre comercio en los diversos sectores de la economía, análisis de Precios y Costos que permiten determinar el efecto en el nivel general de los precios de la economía, cálculo y análisis de multiplicadores del gasto y elaboración por métodos indirectos de matrices de tipo regional, entre otros. Estas investigaciones se pueden realizar con la herramienta aquí adecuada en la medida de la oportunidad de cada una de ellas y la disponibilidad de información complementaria.

## BIBLIOGRAFIA

**ARYA Jagdish C y LARDNER Robin W.** *Matemáticas aplicadas a la administración y a la economía.* 3 ed. México: Ed. Prentice Hall, 1979. 870 p.

**BONET M. Jaime.** *La matriz insumo producto del caribe colombiano.* Banco de la Republica. Estudios Económicos Regionales. Santafé de Bogota: Banco de la República, 2000. 38 p.

**CAÑADA. M. Agustín,** *Una nota sobre coeficientes y modelos multiplicadores a partir del nuevo sistema input /output del SEC 95,* Subdirección Nacional de Cuentas Nacionales. España, 2001. 273 p.

**CENTENARO M. Jorge y LEON R. Alejandro A.** *Relaciones intersectoriales de producción y empleo para análisis de políticas de demanda. el caso colombiano.* Santafé de Bogotá: Senalde, 1982. 64 p.

**CORTES A. Mariana Magdalena y PINZON S. Rómulo Enrique.** *Bases de contabilidad nacional según el SCN 1993.* Santafé de Bogotá: DANE, 2000.440 p.

**CHENERY y CLARK.** *Economía interindustrial insumo producto y programación lineal.* 1964. 82 p.

**DANE.** *Metodología de las cuentas nacionales de Colombia – base 1994.*

*Operaciones de bienes y servicios.* Bogotá D.C: Dane, 2002. 656 p.

**DUQUE S., Henry,** *Notas de clase economía descriptiva.* Santiago de Cali, 2005.

65 p.

**FUENTES Noe A y BRUGUES Alejandro.** *Modelos de insumo producto regionales y procedimientos de regionalización.* [s.l.]:[s.f.],1998. 15 p.

**INSTITUTO NACIONAL DE ESTADÍSTICAS Y CENSOS (INDEC),** *Matriz insumo producto (MIP) argentina 1997.* Argentina: Secretaría de política Económica, Ministerio de Economía, 1997. 588 p.

**KOZIKOWSKI, Zbigniew.** *Técnicas de planificación macroeconómica.* 3 ed.

México: Editorial Trilla, 1970. 329 p.

**LEONTIEFF, Wassily.** *Essais d' economiques,* Paris : Edit. Calmanin, Lexy, [s.f.].

182 p.

**LORA, Eduardo.** *Técnicas de medición económica.* 3 ed. Bogotá D.C:

Alfaomega, 2005. 418 p.

**MIRANDA, Juan C. REYES, Rene.** *La matriz insumo producto de valdivia. Propuesta metodología para el análisis de las relaciones productivas de áreas menores.* Chile:. Universidad Austral de Chile, 1998. 254 p.

**NACIONES UNIDAS,** *Un sistema de cuentas nacionales.* departamento de asuntos económicos y sociales. New York, 1970. 240 p.

**NACIONES UNIDAS,** *Use of macro in policy analysis.* Serie f No. 81. New York, 2003. 333 p.

**NACIONES UNIDAS,** *Studies in methods, handbook of national accounting,* Department of Economics. Serie F No. 74. New York, 1999. 265 p.

**SERUZIER, Michael.** *Medir la economía de los países según el sistema de cuentas nacionales.* Alfaomega, 2003. 665 p.

## ANEXOS

### ANEXO A. ALGEBRA DE MATRICES

El orden de una matriz esta dado por el número de filas y columnas que la forman.

Si la matriz tiene  $m$  filas y  $n$  columnas, se dice que su tamaño es  $m \times n$ .

Una matriz  $1 \times n$  solo tiene una fila y una matriz tamaño  $m \times 1$  solo tiene una columna. Una matriz que solo tiene una fila se conoce como **matriz fila** o **vector fila** y la que tiene una sola columna se denomina **matriz columna** o **vector columna**<sup>32</sup>.

Con frecuencia conviene usar una notación de dobles subíndices para los elementos de una matriz. Por ejemplo  $a_{ij}$  denota al elemento de la matriz **A** que esta en el  $i$ -ésimo renglón y en la  $j$ -ésima columna.

Si todos los elementos de la matriz son ceros la llamamos **matriz cero** y la denotamos por 0.

Una matriz con el mismo numero de filas que de columnas de conoce como **matriz cuadrada**. Una matriz cuadrada se denomina una **matriz identidad** si todos los elementos de su diagonal son iguales a 1 y todos los elementos fuera de su diagonal son iguales a cero y se denota con **I**.

---

<sup>32</sup> ARYA Jagdish C. LARDNER Robin W. Matemáticas Aplicadas a la Administración y a la Economía. México. Editorial Prentice Hall. 3 ed. P. 348-351.

Las matrices suelen utilizarse para organizar sistemáticamente información de carácter estadístico, útil para la toma de decisiones administrativas y/o económicas.

Algunas matrices presentan características particulares en la disposición o en la naturaleza de sus elementos. Muchas de ellas son tan importantes en la teoría y en las aplicaciones, que han recibido denominaciones específicas.

Entre ellas se encuentran:

### **Matriz Cuadrada:**

Es una matriz que consta del mismo número de filas que de columnas. En símbolos es aquella que es  $m \times n$ , al referirse al orden de una matriz cuadrada de orden  $(n,n)$ , se dice simplemente que es una *matriz cuadrada de orden  $n$* .

En una matriz cuadrada  $\mathbf{A} = [ \mathbf{a}_{ij} ]$ , la diagonal principal es el conjunto de los elementos  $a_{ij}$  tales que  $i = j$ .

Entre las matrices cuadradas se identifican varios tipos:

***Matriz Diagonal:*** es una matriz cuadrada en que los elementos no diagonales son todos nulos.

**Matriz simétrica:** es una matriz cuadrada  $A = [a_{ij}]_{n \times n}$  en que  $a_{ij} = a_{ji}$  para todo  $i, j$ . Las matrices escalares, diagonales y las identidad de los diversos ordenes son simétricas.

**Matriz Rectangular:** Es una matriz en que el número de filas, es distinto al número de columnas, en símbolos, son aquellas en que  $m \neq n$ . Todas las matrices que no son cuadradas, son matrices rectangulares. Algunas matrices rectangulares de interés son:

**Vector fila (o matriz fila):** es una matriz formada por una sola fila, su orden es  $1 \times n$ , este tipo de vectores se le conoce como “n-dimensionales”.

**Vector columna (o matriz columna):** es una matriz formada por una sola columna, su orden es  $m \times 1$  y se les conocen como “m-dimensionales”.

## ANEXO B OPERACIONES ENTRE MATRICES

Entre matrices se presentan las siguientes operaciones:

Transpuesta de una matriz, suma, diferencia (resta), producto por un número, producto de matrices y la inversa de una matriz.

**Matriz inversa:** en el conjunto de los números reales, para todo número  $a \neq 0$  existe un número  $b$ , llamado inverso multiplicativo (o recíproco), que verifica la propiedad:

$$a * b = b * a = 1$$

Se simboliza este número  $b$  por  $a^{-1}$  o por  $\frac{1}{a}$

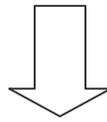
Solo las matrices cuadradas pueden tener inversa única, pero esto no garantiza que todas las matrices cuadradas tengan inversa.

## ANEXO C

### SÍNTESIS DE LA SECUENCIA PARA LA ELABORACIÓN DE LA MATRIZ INSUMO PRODUCTO SIMÉTRICA PARA COLOMBIA -1994 INFORMACIÓN ESTADÍSTICA - DANE

MATRIZ DE UTILIZACIÓN a valores básicos -1994 (rectangular)

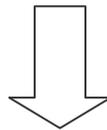
MATRIZ OFERTA a valores básicos – 1994 (rectangular)



Adecuaciones a

**MATRIZ DE UTILIZACIÓN** (rectangular)

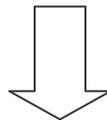
**MATRIZ OFERTA** (rectangular)



Método matemático  $A^* = AC^{-1}$

Método de las proporciones iterativas – RAS

**MATRIZ INSUMO PRODUCTO a valores básicos - simétrica**



**MATRIZ DE MULTIPLICADORES DE PRODUCCIÓN – simétrica**

Pruebas de consistencia de los multiplicadores de producción.

Fuente: Henry. Notas de clase economía descriptiva. Santiago de Cali, 2005

Tabla No 10

## Prueba de Necesidades Directas e Indirectas

	Productos	AY	Y	VBP	ND	NI	ND/VBP %
34	Desperdicios y desechos.	10.834	31.617	83.813	42.451	41.362	50,6
10	Electricidad y gas de ciudad	1.019.400	659.280	3.143.628	1.678.680	1.464.948	53,4
51	Servicios a las empresas excepto servicios financieros e inmobiliarios	1.002.800	334.609	2.248.433	1.337.409	911.024	59,5
7	Petróleo crudo, gas natural y minerales de uranio y torio	336.820	730.835	1.774.013	1.067.655	706.358	60,2
49	Servicios de intermediación financiera y servicios conexos.	2.504.400	694.109	5.120.028	3.198.509	1.921.519	62,5
4	Productos de silvicultura y extracción de madera	57.344	184.395	370.339	241.739	128.600	65,3
31	Productos de caucho y productos plásticos.	620.540	172.448	1.200.144	792.988	407.156	66,1
27	Pasta de papel, papel y cartón	539.740	315.433	1.241.627	855.173	386.454	68,9
42	Servicios de reparación de automotores y motocicletas, de artículos personales y domésticos.	597.410	538.016	1.605.058	1.135.426	469.632	70,7
47	Servicios de transporte complementarios y auxiliares.	334.710	260.534	841.123	595.244	245.879	70,8
15	Productos de molinería y almidones y sus productos;	337.080	1.210.668	2.168.664	1.547.748	620.916	71,4
29	Productos de petróleo refinado; combustibles nucleares y productos de horno de coque;	482.020	448.959	1.283.748	930.979	352.769	72,5
48	Servicios de correos y telecomunicaciones.	410.540	606.864	1.381.564	1.017.404	364.160	73,6
22	Hilados e hilos; tejidos de fibras textiles incluso afelpados	816.220	165.812	1.231.676	982.032	249.644	79,7
35	Metales comunes y productos metálicos elaborados exc. maq. y equipo	1.120.500	267.041	1.732.154	1.387.541	344.613	80,1
9	Otros minerales no metálicos	244.310	343.652	728.181	587.962	140.219	80,7
28	Impresos y artículos análogos	231.570	283.168	636.099	514.738	121.361	80,9
44	Servicios de transporte terrestre	1.540.400	2.678.252	5.169.422	4.218.652	950.770	81,6
46	Servicios de transporte aéreo.	235.570	345.914	709.580	581.484	128.096	81,9
30	Productos químicos básicos y elaborados (excepto productos de plástico y caucho)	1.207.600	1.687.555	3.531.643	2.895.155	636.488	82,0
26	Productos de madera, corcho, paja y materiales trenzables.	279.320	67.602	411.490	346.922	64.568	84,3
3	Animales vivos y productos animales	2.978.600	644.814	4.297.428	3.623.414	674.014	84,3
32	Vidrio y productos de vidrio y otros productos no metálicos n.c.p.	1.272.600	252.692	1.799.375	1.525.292	274.083	84,8
38	Equipo de transporte	164.250	1.056.468	1.436.417	1.220.718	215.699	85,0
6	Hulla y lignito; turba	25.156	403.347	500.401	428.503	71.898	85,6
17	Café transformado	46.979	259.160	352.883	306.139	46.744	86,8
55	Servicios de asociaciones y esparcimiento y otros servicios de mercado	254.050	882.438	1.301.693	1.136.488	165.205	87,3
45	Servicios de transporte por agua.	53.678	258.337	351.710	312.015	39.695	88,7
41	Comercio	1.882.100	6.305.539	9.148.499	8.187.639	960.860	89,5
2	Otros productos agrícolas	1.067.500	3.733.153	5.357.625	4.800.653	556.972	89,6
37	Otra maquinaria y suministro eléctrico	87.941	421.324	563.243	509.265	53.978	90,4
13	Aceites, grasas animales y vegetales, borras y tortas	158.490	449.381	670.840	607.871	62.969	90,6
36	Maquinaria para usos generales y especiales	116.980	425.588	593.364	542.568	50.796	91,4
11	Agua, alcantarillado, eliminación de desperdicios y servicios de saneamiento	151.200	430.170	634.836	581.370	53.466	91,6
8	Minerales metálicos	15.025	291.819	334.541	306.844	27.697	91,7
5	Pescado y otros productos de la pesca	151.560	172.444	353.186	324.004	29.182	91,7
16	Azúcar	236.470	702.413	1.018.461	938.883	79.578	92,2

19	Otros productos alimenticios, n.c.p.	168.530	488.026	692.215	656.556	35.659	94,8
25	Cuero y productos de cuero; calzado.	137.910	631.227	809.692	769.137	40.555	95,0
1	Café sin tostar no descafeinado	162.760	1.009.340	1.231.868	1.172.100	59.768	95,1
50	Servicios inmobiliarios y alquiler de vivienda.	439.410	6.002.843	6.746.243	6.442.253	303.990	95,5
43	Servicios de hotelería y restaurante.	356.230	2.977.274	3.483.377	3.333.504	149.873	95,7
40	Trabajos y obras de ingeniería civil	231.490	2.906.528	3.274.389	3.138.018	136.371	95,8
12	Carne y pescado	475.720	3.198.210	3.808.749	3.673.930	134.819	96,5
23	Artículos textiles (excepto prendas de vestir)	46.025	203.617	256.171	249.642	6.529	97,5
33	Muebles; otros bienes transportables n.c.p.	43.814	810.502	875.347	854.316	21.031	97,6
54	Servicios sociales y de salud de mercado	386.250	986.620	1.405.292	1.372.870	32.422	97,7
20	Bebidas	187.390	1.431.582	1.652.166	1.618.972	33.194	98,0
24	Tejidos de punto o ganchillo; prendas de vestir.	26.254	1.296.276	1.348.216	1.322.530	25.686	98,1
14	Productos lácteos	136.250	1.173.805	1.334.012	1.310.055	23.957	98,2
18	Cacao, chocolate y productos de confitería preparados con azúcar	35.933	334.892	376.843	370.825	6.018	98,4
39	Trabajos de construcción y construcciones. Edificaciones	353.950	6.478.822	6.887.120	6.832.772	54.348	99,2
53	Servicios de enseñanza de mercado	57.991	1.021.667	1.086.425	1.079.658	6.767	99,4
21	Productos de tabaco	3.887	108.088	112.131	111.975	156	99,9
52	Servicios Domésticos	0	368.960	368.960	368.960	0	100,0
56	Servicios de administración pública y otros serv. para la comunidad en general;	0	5.836.529	5.836.529	5.836.529	0	100,0
57	Servicios de enseñanza de no mercado	0	1.800.958	1.800.958	1.800.958	0	100,0
58	Servicios sociales y de salud de no mercado	0	2.300.430	2.300.430	2.300.430	0	100,0
59	Servicios de asociaciones y esparcimiento y otros servicios de no mercado	0	284.310	284.310	284.310	0	100,0
<b>VALOR BRUTO DE LA PRODUCCION</b>		<b>25.841.501</b>	<b>70.366.356</b>	<b>111.298.372</b>	<b>96.207.857</b>	<b>15.090.515</b>	

FUENTE. Calculo de los autores.

Donde:

Y + AY es la suma del efecto directo inicial (Y) y el efecto directo (AY)

A = Coeficientes tecnicos de insumo producto

Y = Demanda Final

VBP = Valor Bruto de la Producción

84,6