

Univerzita Karlova
Pedagogická fakulta

Katedra matematiky a didaktiky matematiky

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Přístupy k výuce matematiky se zaměřením na učivo zlomků
Attitudes towards teaching mathematics focusing on fractions

Martina Moulisová

Vedoucí práce: doc. RNDr. Darina Jirotková, Ph. D.
Studijní program: Učitelství pro základní školy
Studijní obor: Učitelství pro 1. stupeň základní školy

Odevzdáním této diplomové práce na téma Přístupy k výuce matematiky se zaměřením na učivo zlomků potvrzuji, že jsem ji vypracovala pod vedením vedoucího práce samostatně za použití v práci uvedených pramenů a literatury. Dále potvrzuji, že tato práce nebyla využita k získání jiného nebo stejného titulu.

V Praze, 20. 4. 2018

Chtěla bych poděkovat vedoucí této diplomové práce doc. RNDr. Darině Jirotkové, Ph. D. za vedení a podnětné rady. Dále bych ráda poděkovala všem členům své rodiny za trpělivost a morální i materiální podporu, kterou mi během studia poskytli.

Abstrakt

Diplomová práce se věnuje přístupům k výuce matematiky se zaměřením na učivo zlomků. V úvodní části se věnuji přístupům k výuce a vymezuji dva výukové styly, transmisivní a konstruktivistický. V případě konstruktivistického stylu se zároveň věnuji pojmu genetický konstruktivismus v návaznosti na tzv. Hejného metodu. Dále okrajově představuji výukové metody a role učitele.

V další části práce se věnuji zlomkům, především propedeutice a dětským prekonceptům v této oblasti. Práce se zabývá otázkou, jak pracovat s prekoncepty u dětí a jakým způsobem jejich vědomosti nadále rozvíjet. Představuji různé modely zlomků a na práci s nimi poukazuji v praktické části.

Cílem výzkumné části je zmapovat přístupy začínajících učitelů k propedeutice zlomků tak i k samotné výuce tohoto tématu, což jsem uskutečnila formou 4 rozhovorů a pozorování výuky. Rozhovory jsou v praktické části analyzovány a odpovědi respondentů porovnávány jak mezi sebou navzájem, tak i s mými očekávanými odpověďmi. Reflexe pozorování výuky nabízí tipy na aktivity, které mohou přispět k porozumění zlomkům.

V závěru práce shrnuji výsledky analýzy rozhovorů a celkové naplnění cílů.

Klíčová slova:

zlomky, propedeutiky, prekoncepty, přístupy k výuce, rozhovory

Abstract

This diploma thesis is concerned with the attitude towards teaching mathematics focusing on teaching fractions. The first part pays attention to the attitudes towards teaching and specifies two different styles, classical and constructivism. In case of constructivism, I also pay attention to the term genetic constructivism in connection to Hejný's methodology. After that I present teaching methodology and roles of teacher.

The other part of this piece of work engages in fractions especially in children pre-concepts and developing activities which lead to understanding fractions. This piece of work answers the question on how to cope with pre-concept knowledge and in which way it should be developed. I present different kinds of models of fractions and how to work with them in practical part of this thesis.

The aim of the practical part is to map the attitudes towards teaching fractions and work with pre-concepts of beginning teachers which is made by interviewing 4 teachers and observing their lessons. Those interviews are analyzed in practical part and the answers of respondents are compared to each other as well as to my expected answers. The reflection of observing the lesson is full of activities which may lead to understanding fractions.

At the end I summarize the results of the analysis of interviews and the whole fulfilment of aims.

Key words

fractions, pre-concept, attitudes towards teaching, interviews

Obsah

Úvod	7
1 Přístupy k výuce matematiky	10
1.1 Legislativní ukotvení vyučování matematice	10
1.2 RVP ZV – Matematika a její aplikace	11
1.3 Přístupy k výuce matematiky v současném školství	11
1.3.1 Tradiční (klasické) pojetí vyučování	12
1.3.2 Konstruktivismus	13
1.3.3 Konstruktivismus v současném školství	15
1.3.4 Genetický konstruktivismus	18
1.3.5 Význam komunikace a sociální interakce v klasickém i konstruktivistickém vyučování	19
1.3.6 Vyučovací metody	22
1.3.7 Učitel	23
1.4 Shrnutí	25
2 Zlomky	26
2.1 Historický vývoj učiva zlomků a jeho vliv na dnešní výuku	26
2.2 Učivo zlomků na prvním stupni ZŠ	27
2.3 Funkce prekonceptů v učivu zlomků, jeho využití i nástrahy	29
2.4 Propedeutika a její význam	31
2.5 Modely zlomků	33
2.6 Četnost kognitivních konfliktů v učivu zlomků	35
2.7 Kmenové zlomky	36
B PRAKTICKÁ ČÁST	39
3 Výzkumná část	39
3.1 Východiska a charakteristika výzkumné části	39
3.2 Cíle výzkumné části	40
3.3 Rozsah, uskutečnění výzkumu a charakteristika respondentů	41
Předvýzkum	41
Rozhovor a pozorování č. 1 (R-1) - EH	42

Reflexe rozhovoru č. 1.....	42
Rozhovor a pozorování č. 2 (R-2) - KŽ	43
Reflexe rozhovoru č. 2.....	43
Rozhovor a pozorování č. 3 (R-3) – ZF.....	43
Reflexe rozhovoru č. 3.....	43
Rozhovor a pozorování č. 4 (R-4)– ZB	44
Reflexe rozhovoru č. 4.....	44
3.4 Předvýzkum – analýza odučené hodiny	45
Diktát zlomků	47
Výzva: řazení zlomků podle velikosti.....	49
Skládání celků + zaznamenávání na tabuli diskuze	49
Návrat k výzvě	50
Shrnutí analýzy odučené hodiny	52
3.5 Analýza pozorování výuky a rozhovorů s respondentkami.....	54
Závěr.....	81
4 Seznam použitých informačních zdrojů	83
5 Seznam příloh.....	86
Příloha č. 1 – rozhovor EH	87
Příloha č. 2 – rozhovor KŽ	91
Příloha č. 3 – rozhovor ZF.....	98
Příloha č. 4 – rozhovor ZB	105

Úvod

Když jsme se ve čtvrtém ročníku měli rozhodnout, jaké téma pro svou diplomovou práci si vybereme, vyvolalo to mezi námi docela velké diskuze. Vzhledem k tomu, že náš obor jde v podstatě napříč všemi předměty, naše volba se neomezovala pouze na jednu či dvě katedry jako u studentů oborového studia. Mohli jsme si zvolit cokoliv.

K tomu, že u mě to bude matematika, jsem dospěla poměrně brzy. Matematika mě s jistými přestávkami vždy bavila, dokonce jsem si v ní připadala i dobrá. Na vysoké škole jsem matematikou procházela bez obtíží, mé volitelné předměty se většinou ubíraly také tímto směrem. Po docela krušných začátcích mi přirostla k srdci i matematika profesora Hejného, která se na fakultě vyučuje, ale byl to především konstruktivistický přístup k výuce, který mě přesvědčil, že tohle je právě to, čemu se chci věnovat.

Se zlomky jsem jako žákyně nikdy neměla problém, a tak jsem se rozhodla tomuto tématu věnovat i v diplomové práci. Dodnes s úsměvem na tváři vzpomínám na úpravu algebraických výrazů v 8. nebo 9. ročníku základní školy, které někdy zabraly i více než stránku velkého sešitu. Bavilo mě to, protože to mělo řád, kterému jsem naprosto přesně rozuměla. *„Když chci zlomky dělit, obrátím druhý zlomek naruby., Zlomek vždy uvádím v základním tvaru., Nezapomeň před násobením zkrátit, co jde!“*. Ze základní i střední školy jsem měla v paměti pevně zafixovaná pravidla pro práci se zlomkem ve tvaru čísla a tím jsem nabyla přesvědčení, že zlomkům rozumím.

A tak jsem se s nadšením pustila do práce. Začala jsem vyhledávat literaturu, přemýšlet nad praktickou částí a pomalu jsem se dostávala hlouběji k jádru tématu. Prvním nápadem na praktickou část bylo vytvoření jakési příručky pro učitele o tom, jakým způsobem zavádět zlomky a učit žáky na prvním stupni tak, aby tomu opravdu rozuměli i za 10 nebo 20 let. Chtěla jsem přispět k tomu, aby znalosti žáků nebyly pouze formální, ale aby opravdu rozuměli jádru problému. To, že zlomky, o kterých je celá tato práce, jsou něco docela jiného, než jen soubor pravidel, jsem zjistila velmi záhy.

K uvědomění si, že s mým vlastním chápáním zlomků to nebude tak slavné, jsem přišla ve chvíli, kdy za mnou přišla kamarádka s prosbou o vysvětlení, proč když zlomek $\frac{3}{4}$ dělí zlomkem $\frac{1}{2}$, dostává výsledek $\frac{3}{2}$, což je 1,5 a tedy číslo větší než původní číslo dělené. Já na ni chvíli jen koukala a v duchu si říkala, že to má určitě špatně

vydělené, protože při dělení nemůže být výsledkem číslo větší. To dá rozum. Jenže neměla. Měla to správně a já si uvědomila, že jsem vlastně nikdy nepátrala po tom, proč to tak je. Pro mě byly zlomky jen souhrn pravidel, které fungují, nikdy jsem se nezajímala proč, nikdy to po mně ani nikdo nechtěl vědět. V písémkách se vždy cenil výsledek a ten jsem měla většinou dobře, pravidla fungovala. A tak jsem dospěla k vlastnímu formalismu.

Musím uznat, že v tuhle chvíli mě to ve psaní diplomové práce docela zabrzdilo. Z tématu, ve kterém jsem si byla jistá svými znalostmi, se stalo téma, kterému vlastně až tak nerozumím. Ukázalo se, že mám sama problémy s tím, proti čemu chci bojovat. Zjistila jsem, že mé vědomosti, ale hlavně téměř nulové didaktické zkušenosti mi bohužel neumožní tvorbu příručky pro učitele. A proto jsem začala hledat směr nový.

Narazila jsem na spoustu článků o tom, že zlomky jsou téma obtížné, děti s ním mají většinou problémy, nedochází k porozumění, zaujalo mne i několik diplomových prací, které se podobným tématem zabývaly. Co mi však „na trhu“ chybělo, bylo zpracování přístupu učitelů k tomuto tématu. Většina výzkumů, na které jsem narazila, se zabývala žáky, jejich obtížemi, případně řešitelskými strategiemi, ale nenarazila jsem na výzkum, který by se věnoval didaktické stránce věci. Proto jsem se rozhodla, že se pokusím na téma zlomky podívat z pohledu učitele. Jakým stylem k tomuto tématu učitelé přistupují, jaké volí metody, postupy i aktivity. Zde tedy vzniká první cíl mé diplomové práce:

- seznámit se s přístupy učitelů k výuce zlomků

K tomu, se váže i můj další cíl, představit dva v podstatě opačné přístupy k výuce matematiky s jejich klady i zápory. Z vlastní zkušenosti vím, že ani jeden přístup nemůžeme nutně považovat za ten špatný a druhý za ten správný. Každý z nich může určitému typu žáka něco nabídnout nebo je vhodný v jiné situaci. Vzhledem k tomu, že sama jsem začínající učitel s téměř nulovou praxí, zaměřila jsem se na začínající učitele s praxí do 5 let.

Ve své diplomové práci věnuji pozornost jak samotné výuce zlomků, tak i propedeutice zlomků a práci s prekoncepty, protože se domnívám, že právě tam je jádro celého problému nepochopení zlomků žáky. Sama na sobě jsem měla možnost vidět, jak mi přesně tento druh aktivit chyběl k tomu, abych o zlomcích více přemýšlela

a neubírala se pouze cestou pravidel. V této oblasti jsem tedy formulovala další cíle práce:

- jakým způsobem pracují začínající učitelé s prekoncepty z oblasti zlomků u žáků prvního stupně;
- jaký je význam propedeutiky zlomků v raném školním věku a jaké úlohy učitelé k rozvoji představ zlomku využívají;
- s jakými modely zlomků se žáci setkávají a jaké jsou jejich nejčastější obtíže.

Praktická část tedy mapuje přístupy 4 vybraných začínajících učitelů k práci se zlomky. Jako nástroj kvalitativního výzkumu jsem využila polostrukturovaný rozhovor. Odpovědi jednotlivých respondentů porovnáám mezi sebou a zároveň vždy uvádím svoji očekávanou odpověď.

Cílem této diplomové práce je zároveň vyzkoušet si vedení a analýzu rozhovoru s respondenty. Naplnění tohoto cíle uvádím prostřednictvím reflexí z vedení jednotlivých rozhovorů.

A TEORETICKÁ ČÁST

1 Přístupy k výuce matematiky

První část této kapitoly se věnuje legislativnímu zařazení matematiky do vyučovacího procesu. Blíže popisuje strukturu Rámcového vzdělávacího programu (RVP) a specifikuje požadované výstupy v oblasti výuky zlomků. Dále představuje dva protipólní přístupy k výuce, transmisivní a konstruktivistický, a věnuje se jejich charakteristice. Závěr kapitoly se věnuje výukovým metodám a rolím učitele.

1.1 Legislativní ukotvení vyučování matematice

V současné době se vyučování matematice stejně tak jako celý školský systém řídí školským zákonem 561/2004 Sb. (a jeho novelami). Ten stanovuje dva dokumenty, jimiž se musí učitelé řídit, a to Rámcový vzdělávací program (RVP), vydávaný MŠMT a Školní vzdělávací program (ŠVP), který si píší školy samy, a který musí vycházet z požadavků RVP.

RVP je závazný dokument, který vymezuje povinný obsah, rozsah a podmínky vzdělávání formou tzv. očekávaných výstupů. Každá etapa vzdělávání se řídí svým vlastním Rámcovým vzdělávacím programem. Webové stránky Národního ústavu pro vzdělávání tedy vyjmenovávají tyto druhy RVP:

- Rámcový vzdělávací program pro předškolní vzdělávání (RVP PV)
- Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání (RVP ZV)
- Rámcový vzdělávací program pro základní umělecké vzdělávání (RVP ZUV)
- Rámcový vzdělávací program pro gymnázia (RVP GV)
- Rámcový vzdělávací program pro střední odborné vzdělávání (RVP SOV)
- Rámcový vzdělávací program pro speciální vzdělávání (RVP SV)

V současné době probíhá revize RVP, kterou Národní ústav pro vzdělávání prezentuje takto:

„Na základě této revize budou stanoveny očekávané výsledky učení dětí v předškolním vzdělávání a žáků základních a středních škol (dále pouze žáci), které budou závazné a společné pro všechny; při formulaci výsledků bude důsledně přihlíženo k jejich:

- *konzistenci s obecnými cíli vzdělávání;*

- *formativní funkci, včetně funkce kultivační;*
- *věcné správnosti;*
- *nezbytnosti pro vzdělávání žáků v dalších ročnících či stupních vzdělávání;*
- *potřebnosti v každodenním životě;*
- *adekvátnosti a nezbytnosti pro profesní nebo další vzdělávání žáků.*“

V oblasti matematiky se v revizi RVP pracuje s novým vymezením matematické gramotnosti.¹

ŠVP vydávané příslušnou školou konkretizuje daný obsah, který většinou dělí do dílčích předmětů nebo modulů, formuluje cíle jednotlivých oblastí vzdělávání, stanovuje časový plán a formy výuky.

1.2 RVP ZV – Matematika a její aplikace

Výuce matematiky je v RVP ZV věnována kapitola 5.2 členěná na 3 části: charakteristika vzdělávací oblasti, cílové zaměření vzdělávací oblasti a konkrétní výčet očekávaných výstupů. RVP klade značný důraz na uplatňování a využívání matematických poznatku v běžném životě a praktických činnostech. Zároveň věnuje pozornost i rozvoji logického myšlení, osvojení si matematických pojmů, studijním návykům a schopnostem samostatného uvažování, argumentace i práce ve skupině. Výuka na prvním stupni základní školy je rozdělená na 2 vzdělávací období, první období obsáhne první až třetí ročník, druhé období pak čtvrtý a pátý. Na konci třetího a pátého ročníku musí žák splňovat očekávané výstupy definované RVP ZV.

1.3 Přístupy k výuce matematiky v současném školství

Přístupem k výuce matematiky se rozumí takové pojetí vyučování, které je v ideálním případě průnikem schopností a přesvědčení učitele a zároveň nejlepšího zájmu dítěte – žáka. Nelze s určitostí říci, že jeden přístup je kompletně správný, a proto se v současném školství přístupy často kombinují. Za základní rozlišení dnešních nejčastěji se vyskytujících přístupů k výuce matematiky považujeme tradiční a konstruktivistické vyučování, jejichž vymezení vychází z klasifikace výukových metod.

¹ Matematická gramotnost je schopnost jedince poznat a pochopit roli, kterou hraje matematika ve světě, dělat dobře podložené úsudky a proniknout do matematiky tak, aby splňovala jeho životní potřeby jako tvořivého, zainteresovaného a přemýšlivého občana. (Definice PISA 2003)

Přístupy k výuce matematiky závisí na více faktorech. Kvalitní výuku netvoří pouze volba výukového stylu, ale je ovlivněna i osobností učitele samotného, prostředím, konkrétní situací i probíraným učivem.

Následující kapitola se podrobněji věnuje dvěma přístupům, které leží na protilehlých koncích pomyslné osy, tedy tradičnímu (klasickému) přístupu a konstruktivistické výuce

1.3.1 Tradiční (klasické) pojetí vyučování

Tradiční, klasické nebo také transmisivní pojetí vyučování je založeno na předávání (transmisi) již hotových poznatků učitele žákovi. Tento systém vyučování spadá na počátky 19. století a teoreticky ho zpracoval J. F. Herbart a jeho následovníci. Dle jejich teorie má vyučování „*zprostředkovat výsledky lidského vědění a zkušeností, zpracované do vyučovacích předmětů*“.² Informace jsou předány prostřednictvím učitelova výkladu, zhlédnutím filmu, čtením z učebnice nebo encyklopedie. Žák je tedy v tomto pojetí pasivním příjemcem orientovaným na výkon, který si ukládá nově nabyté vědomosti do paměti, bez ohledu na vědomosti předchozí. Učitel mu takto hotové poznatky předkládá v dobré víře toho, že jde o nejjednodušší a nejrychlejší cestu vedoucí k zapamatování. Výkonnostní orientace většinou příliš nezohledňuje individualitu dětí, nezabývá se porozuměním, ale množstvím zapamatovaných informací a schopností je co nejrychleji a nepřesněji aplikovat nebo odříkat.

Jak už bylo řečeno, žák nemá příliš prostoru pro vlastní kreativní činnost. Motivace žáka je často vnější – výkonem, známkou, a jeho znalost je vzhledem k chybějícímu porozumění krátkodobá. Žák má ve své představě v lepším případě uloženou informaci – šablonu, kterou však dokáže použít jen v daném konkrétním případě. Vzhledem k tomu, že poznatek nezkonstruoval a neopřel o žádnou svoji předchozí zkušenost, prožitek nebo manipulační činnost, tato informace je v paměti žáka izolovaná a žák s ní není schopen pracovat. Velmi často se stává, že žák danou informaci po čase zapomíná úplně.

Žák je plně závislý na vědomostech učitele, které si imitativní činností osvojuje. Typickou aktivitou žáka je řešení modelových úloh a situací dle daného návodu.

² VORLÍČEK, Chruoš. *Úvod do pedagogiky*. Jinočany: H & H, 2000. ISBN 808602279-x. s. 105

Vzhledem k jeho pasivitě při tvoření poznatku je tento poznatek pouze reproduktivní a často také formální (Hejný, 2004).

Zvláštním typem transmisivního přístupu k vyučování je vyučování instruktivní. Instruktivní vyučování je založeno, jak už název napovídá, na instruování žáků k dané činnosti. V praxi to tedy znamená, že učitel podsouvá žákovi své ověřené postupy a návody, čímž se aktivita žáků a jejich kognitivní činnost ještě více potlačuje.

V současném školství se takto „čistě transmisivní“ přístup již příliš nevyskytuje, učitelé se snaží přístupy kombinovat a žáky do výuky více zapojovat.

Transmisivní vyučování může být vhodným doplňkem ke konstruktivistickému pojetí. Pro předání fakt a skutečností, která nelze samostatně objevit nebo na která ve školní realitě není dostatek času, je tradiční způsob vyučování využíván i v konstruktivistickém přístupu. Vzhledem k převaze frontální výuky je tradiční pojetí výuky schopné předat informace a zprostředkovat vzdělání velkému množství žáků najednou a zdá se tedy být pro společnost ekonomicky výhodné. Podle Hodnocení naplňování Strategie vzdělávací politiky ČR do roku 2020 je však tato ekonomická výhoda pouze krátkodobá, jelikož ekonomický trh si žádá pracovníky kreativní a samostatné v řešení logistických problémů.

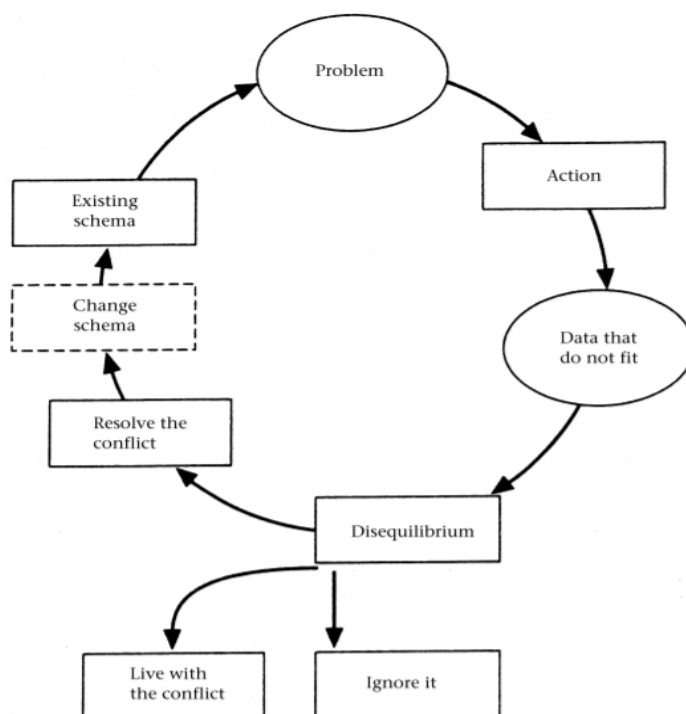
1.3.2 Konstruktivismus

Konstruktivistický přístup k vyučování obecně je založen na myšlence aktivního učebního procesu, ve kterém si žák vytváří nové poznatky na základě současných nebo předchozích vědomostí a ty následně reflektuje. Konstruktivističtí psychologové (např. Piaget) věří tomu, že člověk je schopen na základě vlastní zkušenosti zkonstruovat obecnou teorii poznávání daného problému (Haylock a Thangata, 2008). Učitelé opírající se o myšlenku konstruktivismu tedy pracují s ideou, že žák přichází do školy s již předchozí znalostí nebo zkušeností (prekonceptem), kterou obohacuje o nové poznatky, jež následně konstruuje do schémat.

Model konstruktivismu je dle Piageta (1977) založen na ryze individuálním poznávání pomocí procesů asimilace a akomodace, vedoucích k dosažení stavu nazývanému equilibrium (rovnováha), přičemž četnost procesů asimilace a akomodace by měla být vyvážená.

Proces asimilace probíhá v případě, že nový poznatek žáka není v rozporu s jeho předchozí zkušeností, a tedy dokonale zapadá do již vybudovaného schématu. Žák je s novou informací spokojen a dosahuje první fáze equilibria – jeho nově nabyté znalosti jsou v rovnováze s jeho předchozí zkušeností.

Proces akomodace je názorně zobrazen na obrázku č. 1³ a popsán v díle *Numeracy and Beyond* (Hughes, Desforges, Mitchell, 2000, s. 14 - 15). V situaci, kdy nová informace neodpovídá žákově prekonceptu, je žák nucen zapojit proces akomodace. Autoři Haylock a Thangata (2008) nazývají tuto situaci kognitivním konfliktem.



Obr. 1 Proces akomodace

Na počátku je žák spokojen se svými vědomostmi a nachází se ve stavu nazývaném equilibrium (rovnováha). Následuje problém, který se žák pokouší řešit za použití stávajících schémat, naráží však na nekompatibilitu nové informace s předpokládaným výsledkem nebo již vybudovaným schématem a kognitivní rovnováha je narušena (disequilibrium). Disequilibrium může vyústit několika způsoby:

³ HUGHES, Martin, Charles. DESFORGES a Christine. MITCHELL. *Numeracy and beyond: applying mathematics in the primary school*. Philadelphia, PA: Open University Press, 2000. ISBN 0335201296. s. 14

- žák se může rozhodnout konfliktní myšlenku zcela ignorovat a zůstat při své původní představě;
- může se rozhodnout, že se s konfliktní myšlenkou *naučí žít*. To znamená, že žák kognitivní konflikt nepopírá, ale není schopen ho do svých představ přijmout tak, aby byl smysluplný.

V obou těchto případech nedochází k procesu učení, protože žák novou informaci nezpracoval.

K procesu učení vzhledem ke konstruktivistické teorii dochází za předpokladu, že:

- žák je ochoten svoji představu rekonstruovat s ohledem na nově nabyté informace, a v cestě za znovudosažením rovnováhy (equilibria) mění svá existující schémata (Hughes, Desfores, Michtell, 2000, s. 14 - 15).

Haylock a Thangata (2008, s. 36) poukazují na názor ostatních autorů (Ernest, 1991; Harries a Spooner, 2000; Merttens, 1996), kteří na rozdíl od Piageta vyzdvihují důležitost sociální sféry, diskuze a reflexe v konstruktivistickém přístupu k učení. Tento přístup se nazývá sociální konstruktivismus a je opřen o Vygotského (1978) teorii, která sociální interakci považuje za základní stavební kámen kognitivního vývoje.

1.3.3 Konstruktivismus v současném školství

V současném českém školství se konstruktivistický přístup k výuce matematiky objevuje stále častěji. Mnoho učitelů se snaží čít konstruktivisticky, vymýšlí si své vlastní přístupy a aktivity, vyhledává vhodné materiály. Zároveň je však tento přístup spojen zejména se jménem profesora Milana Hejného, který přichází s ucelenou koncepcí navazujících aktivit. Spolu s týmem kolegů matematiků a didaktiků se zasadil o uvedení tzv. Hejného metody do českého základního školství. Tato metoda vznikla především z experimentů a poznatků otce profesora Hejného, Víta Hejného. Ten se zabýval otázkou, proč se žáci raději naučí vzorečky a postupy matematických úkonů, než aby se jim snažili porozumět. Jeho práce však vlivem politické situace nemohla být publikována. První ucelené myšlenky této metody byly publikovány až v roce 1987 profesorem Hejným.

Na rozdíl od tradiční metody, která se zabývá především nácvikem typických úloh a postupem jejich řešení se Hejného metoda v duchu konstruktivismu zaměřuje na budování mentálních matematických schémat, která si žák tvoří sám postupným

objevováním nebo diskuzí se spolužáky. Takto pojatá výuka se řídí následujícími 12 klíčovými principy, které jsou východiskem téměř čtyřicetileté praxe, experimentů a výzkumu profesora Hejného a jeho otce Víta Hejného. S těmito principy dále pracuji v praktické části této práce, kde uvádím příklady naplnění některých principů na konkrétních situacích z výuky, zejména v analýze vlastní odučené hodiny.

1. Budování schémat

Soustavná a cílená práce s dětskými prekoncepty vede k rychlejšímu a zároveň hlubšímu porozumění. Lidé ukládají různé informace do své mysli ve formě schémat. Profesor Hejný často uvádí metaforický příklad s počtem oken ve vašem bytě, s kterým přišel americký psycholog J. R. Gerrig. Pokud se vás někdo zeptá na počet oken ve vašem bytě, z paměti pravděpodobně nebudete vědět, ale po chvíli přeci jen odpovíte. A často správně. V hlavě si totiž promítnete schéma vašeho bytu, který si místnost po místnosti projdete, a okna spočítáte. Děti mají v hlavě podobná schémata a jejich rozvoj a práce s nimi pomáhá vyvozovat obecné principy.

2. Práce v prostředích

Systém výukových prostředí umožňuje dítěti větší koncentraci na daný problém. Nerozptyluje se neznámými skutečnostmi nebo okolními jevy. Prostředí jsou navíc navržena tak, aby co nejvíce korespondovala s dětskou zkušeností z běžného života a byla tedy schopná zprostředkovat matematické vědění ve známé a představitelné situaci. Série na sebe navazujících úloh se stejným námětem je také vhodně gradovaná a motivuje k vyšším výkonům a dalším experimentům.

3. Prolínání témat

Informace jsou předávány právě prostřednictvím schémat, které si žáci snadněji a kdykoliv vybaví. Izolovanost matematických jevů způsobuje, že je dítě ovládá pouze v období, kdy se je učí, ale po přechodu k dalšímu tématu má tendence je zapomenout, aby uvolnilo kapacitu nové látce. Témata zasazená do souvislostí a opřená o naši vlastní zkušenost jsme schopni si kdykoliv vybavit nebo odvodit.

4. Rozvoj osobnosti

Základy sociálního chování, mravnost, schopnost se rozhodovat, argumentovat, diskutovat, ale také nést důsledky svého chování a přiznat chybu, to jsou všechno principy, o které se M. Hejný snažil při vývoji této metody.

Učitel při výuce není nositelem pravdy a nepředává hotové informace, ale nechává žáky diskutovat o problémech a diskusi pouze řídí, je-li to nutné. Důraz tedy není kladen jen na matematické poznání, ale i na rozvoj sociální stránky dítěte a jeho přípravu na život.

5. Skutečná motivace

„Chci vědět“ je jedno ze základních hesel skutečné motivace. Dítě je do úlohy natolik ponořeno, že chce přijít nejen na správné řešení, ale i na princip matematického jevu samo, vlastním bádáním a snahou. Matematické úlohy jsou v Hejného metodě nastaveny tak, aby byly pro děti výzvou, která je bude bavit. Kolegiální a tvůrčí atmosféra, která je rozvíjena v rámci předchozího principu dodává dítěti pocit bezpečí při samostatném objevování.

6. Reálné zkušenosti

Využití vlastní zkušenosti dítěte vede k přirozenému poznávání a tvorbě obecných úsudků. Prostředí, v nichž se žáci pohybují v matematice, jsou tvořena tak, aby co nejvíce korespondovala s reálnou zkušeností dítěte. Například prostředí autobus napodobuje klasickou jízdu autobusem s nástupem a výstupem cestujících. Žák si tuto situaci dovede představit, a proto se pro něj matematika stává konkrétnější a lépe uchopitelná.

7. Radost z matematiky

Nejúčinnější motivací je radost z vlastního úspěchu. Uznání spolužáků, učitele i radost z vlastních pokroků je hnacím motorem pro další poznávání. Gradace úloh dle náročnosti, která je v této metodě také velmi zásadní, dává příležitost zažít úspěch všem dětem.

8. Vlastní poznatek

Koncepce této výuky je stavěná na přesvědčení, že poznatek získaný vlastní činností je kvalitnější než poznatek převzatý. Matematika je žákem objevována a jeho vědomosti konstruovány soustavnou činností. Žák sbírá zkušenosti jak svou vlastní prací, tak diskuzí se spolužáky, vzájemným vysvětlováním objevených teorií. Po nabytí dostatečného množství zkušeností konstruuje vlastní poznání.

9. Role učitele

Učitel může zastávat ve výuce různé role (viz kap. 1.3.7), ale heslem konstruktivisticky vedené výuky je tvrzení, že učitel není nositelem pravdy. Učitel je v roli průvodce, který zprostředkovává žákům úlohy, staví je před

problémy, jejichž řešení je však už plně na žácích. Zároveň je učitel moderátorem diskuzí, kterým přikládá ve výuce zásadní roli.

10. Práce s chybou

Bezpečná a tvůrčí atmosféra ve třídě zajišťuje i přístup učitele k žákově chybě. Někteří učitelé dokonce říkají, že chyba je vítána, jakožto prostředek k dalšímu učení a sebepoznání. Děti jsou podporovány k samostatnému hledání svých vlastních chyb a zároveň k pochopení příčiny dané chyby. Analýza chyby vede k hlubší zkušenosti a vzhledu do problému.

11. Přiměřené výzvy

Různá úroveň obtížnosti úloh zajišťuje možnost individualizace jednotlivých žáků dle jejich aktuálních potřeb. Slabší žáci nejsou ochuzeni o pocit úspěchu a nedostavuje se u nich tedy pocit úzkosti a strachu z hodin matematiky, protože se vždy najdou úlohy, které jsou schopni vyřešit. Žáci nadanější jsou naopak náročnějšími výzvami motivováni k další a další práci, prohlubují své znalosti a v hodinách se nenudí. Učebnice vydávané v duchu této metody jsou koncipované tak, aby myslely na oboustrannou individualizaci, tedy jak na úlohy pro žáky slabší, tak na úlohy pro žáky nadanější.

12. Podpora spolupráce

Spolupráce ve dvojicích nebo i ve skupinkách je žádanou formou výuky, protože dodává prostor pro diskuzi, které si konstruktivisté velmi cení. Nápady, postupy řešení i samotné výsledky jsou diskutovány žáky, žáci se učí vysvětlovat své myšlenkové pochody, argumentovat, obhajovat a zároveň i naslouchat druhým a uznávat jiný názor. Spolupráce se spolužáky jim zpřístupní odlišné pohledy na řešení stejného problému, žáci tedy nelpí pouze na jednom instruovaném postupu řešení. Zároveň se však nevyklučuje ani práce samostatná, pokud žákovi více vyhovuje.

1.3.4 Genetický konstruktivismus

Genetický konstruktivismus je termín, se kterým přišel profesor Kvasz, když se snažil oddělit přístup Hejného metody od radikálního konstruktivismu, kvůli kterému je často kritizován. Profesor Kvasz charakterizuje profesora Hejného jako člověka, který svoji metodu představuje ryze z praktického hlediska, aby byla srozumitelná především

učitelům. Domnívá se, že kritika této metody je pouze dílem nedorozumění, vzniklého považováním prakticky založených textů za teoretický výklad metody.

Kvasz pracuje s analogií vzniku matematiky formou dialogu v antickém Řecku a faktu, že Hejného metoda považuje dialog za klíčový. Zároveň upozorňuje na zásadní odlišnost od ostatních koncepcí, kterou vidí v zakotvení Hejného metody v matematické zkušenosti a znalosti dětské psychiky.

„Ako naznačuje názov „genetický konstruktivismus“, to základné, čo túto metódu odlišuje od ostatných druhov konstruktivismu je genetický prístup k matematike založený na detailnom poznaní jej histórie a epistemologie.“ (Kasz, 2016, str. 17)

Formuluje tedy 5 základních principů genetického konstruktivismu, které dokládají rozdílnost tohoto přístupu od ostatních proudů tohoto směru: princip epistemické blízkosti matematiky, ontické závažnosti, instrumentální ukotvenosti, genetické postupnosti a didaktické adekvátnosti (Kvasz, 2016).

- Princip epistemické blízkosti pojednává o důležitosti vlastní matematické zkušenosti žáka, ze které se rodí matematický poznatek. Tento poznatek nemůže být předán nebo osvojen pamětním učením. (Kvasz, 2016)
- Princip ontické závažnosti pojednává o věčnosti a faktickém obsahu matematiky. (Kvasz, 2016)
- Princip instrumentální ukotvenosti popisuje důležitost a smysl s manipulace se symboly a ikonami, který se umožní žákovi připravit na jevy, které nelze přímo modelovat v duchu epistemické blízkosti. (Kvasz, 2016)
- Princip genetické postupnosti vytváří z učebnic Hejného metody soubor aktivit řazených s ohledem na historický vývoj vzniku matematického poznání. (Kvasz, 2016)
- Princip didaktické adekvátnosti říká, že každá kognitivní změna, která zapříčiní osvojení si matematického jevu má proběhnout až tehdy, je-li na o žák připraven. (Kvasz, 2016)

1.3.5 Význam komunikace a sociální interakce v klasickém i konstruktivistickém vyučování

Komunikace a sociální interakce hraje v poznávacím procesu žáků zásadní roli, avšak ve školství nebyla vždy důsledně rozvíjena. V této kapitole bych chtěla objasnit, jakou roli hraje komunikace a sociální interakce v obou výše zmíněných přístupech, tradičním i konstruktivistickém vyučování.

Role komunikace a sociální interakce vychází z role učitele. V tradičním přístupu je učitel autoritou a komunikace je tedy této roli přizpůsobena. Dle rozsáhlého výzkumu P. Gavory (2000) uvedeného v publikaci J. Mareše a J. Křivohlavého (1995) má učitel v oblasti komunikace 6 práv:

1. kdykoliv si vzít slovo, přerušit žáka;
2. mluvit s kým chce (skupinou, s jednotlivcem, s celou třídou);
3. mluvit o čem chce;
4. mluvit jak dlouho chce (někdy nerespektuje ani zvonění);
5. v rámci učebny mluvit, kde chce;
6. mluvit v pozici, kterou považuje za vhodnou.

Přestože P. Gavora dodává, že je čistě na učiteli, nakolik bude svoje autoritativní postavení upřednostňovat a vyzdvihovat svoji důležitost, s tímto přístupem se u některých učitelů stále setkáváme. Od žáka se očekává odpověď na učitelem položené otázky, případně se i žák sám táže učitele, avšak komunikace mezi dětmi navzájem se nerozvíjí, nepodporuje a je velmi často považována za nežádoucí.

Konstruktivistický učitel naopak diskuzi ve třídě podporuje a podněcuje, protože věří, že diskutování o problému přináší větší vhled a porozumění než prosté rozhodnutí, zda je problém vyřešen správně nebo ne. Vzhledem k faktu, že nezaujímá autoritativní postavení, je ochoten připustit, že žák může být schopen probíranou látku vysvětlit spolužákovi lépe než on sám, proto nechává dětem co největší prostor. Podporuje spolupráci ve dvojicích nebo ve skupinách, řešení úloh žáci prezentují sami a učí se tak nejen vysvětlovat ostatním, ale také argumentovat a obhajovat svůj styl řešení. Velkou výhodou tohoto přístupu je fakt, že se žáci setkávají s různými pohledy na způsob řešení a mohou si vybrat ten, který jim bude nejvíce vyhovovat.

Hejný ve svém článku Interakční strategie (Hejný, 2004) představuje dva typy interakčních strategií učitele, které víceméně odpovídají tradičnímu (postojová strategie) versus konstruktivistickému (dialogická strategie) přístupu jako dvou krajních pólů ve vzdělávacích přístupech, které názorně porovnávají použitím přehledné tabulky. (Tab. 1)⁴

Přístupová strategie učitele	Postojová	Dialogická
Evidování toho, co se seběhlo	Předpojaté	Průzkumné
Zkoumání příčin žákova činu	Povrchové nebo schází	Empatické a odosobněné
Hodnocení žáka i situace	Tezovité	Komplexní
Rozhodnutí učitele o reakci	Definitivní	Podmíněné
Konání – učitelova reakce	Mocenské	Dialogické

Tab. 1

V postojové přístupové strategii učitele často dochází k předpojatosti vlivem nálepkování a škatulkování žáků. Učitel rozhoduje na základě předchozí zkušenosti a nehledí na daný projev chování nebo jednání individuálně. Velmi často se vůbec nezaobírá možnými příčinami a rovnou přechází k hodnocení situace. Rozhodnutí učitele je nezvratné a vychází z jeho autoritativního postavení, učitel má poslední slovo.

Naopak dialogická přístupová strategie prvotně zkoumá příčiny a důvody vzniklé situace. Klade důraz na empatii a snaží se vidět problém i z pohledu žáka, situaci hodnotí komplexně s přihlédnutím na všechny aktuální okolnosti. O rozhodnutí je ochoten diskutovat, svůj názor nepovažuje za jediný správný.

Závěrem této podkapitoly bychom chtěli poukázat na zřejmý rozdíl v přístupu ke komunikaci ve vyučování. Na jedné straně je komunikace, diskuze a sociální interakce vítaným a žádaným společníkem ve vzdělávání, na straně druhé jevem nežádoucím, narušujícím klid a harmonii vzdělávání. Ať už se jako učitelé přikláníme ke

⁴ HEJNÝ, Milan, In Hejný, M., Novotná, J. a Vondrová, N., ed. *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky*. Praha: Univerzita Karlova v Praze - Pedagogická fakulta, 2004. ISBN 8072901893., str. 46.

kterémukoliv z výukových principů, měli bychom myslet na to, že komunikace a sociální interakce je základním stavebním kamenem ve vzdělávání, protože právě sociální interakcí, nápodobou a pokládáním otázek se dítě učí poznávat svět už od raného dětství.

1.3.6 Vyučovací metody

Vyučovací metody jsou nezbytným prostředkem vyučování, ať už učitel upřednostňuje jakýkoliv učební styl nebo přístup, a proto zde uvádím jejich základní rozdělení.

Pojem metoda má své kořeny v řečtině a v překladu znamená doslova „za cestou“, významově tedy „cesta za něčím“ (cílem), (Polák, 2016). V dnešním pojetí si slovo metoda vykládáme jako „soubor určitých postupů, prostředků nebo návodů, pomocí kterých dosáhneme či můžeme dosáhnout stanoveného cíle, a to v jakékoliv činnosti.“⁵

Výuková metoda je dle definice uvedení v Didaktice matematiky II (Polák, 2016) „koordinovaný systém vyučovacích činností učitele a učebních aktivit žáka, který je zaměřen na dosažení stanovených výchovně vzdělávacích cílů.“ Klasifikace výukových metod bohužel není jednotná. V odborné literatuře se setkáváme s členěním podle různých didaktických i jiných kritérií, a proto bylo pro praktické využití velmi přínosné zavedení kombinované základní klasifikace výukových metod, kterou v novější didaktické literatuře používají dle Poláka (2016) autoři I. Lerner, (1986) J. Maňák –V. Švec (2003) a L. Zormelová (2012). Tito autoři rozdělili výukové metody na 3 skupiny:

I. Tradiční (klasické) výukové metody

II. Aktivizující výukové metody

III. Komplexní výukové metody

Každá z těchto základních skupin obsahuje soubor vhodných výukových metod, využívaných učiteli matematiky.

⁵ POLÁK, Josef. *Didaktika matematiky: jak učit matematiku zajímavě a užitečně*. Plzeň: Fraus, 2016. ISBN 9788074893261., str.

I. Tradiční (klasické) výukové metody:

1. metody slovní: monologické metody jako výklad, vysvětlování, informačně – instruktivní metoda, dialogické metody – rozhovory se žáky, metoda otázek a odpovědí, metody písemných prací – školních i domácích, metody práce s textem;
2. metody názorně demonstrační: pozorování, statická projekce, dynamická projekce (animace, videoprojekce);
3. metody dovednostně praktické: osvojování si dovedností žáka nápodobou či praktickou činností.

II. Aktivizující výukové metody:

1. metoda problémového výkladu, při které je řešení problémových úloh žáky součástí jejich poznávací činnosti;
2. heuristická (objevitelská) metoda, která je založena nejen na řešení problémových úloh žáky, ale i na částečné formulaci nových poznatků přímo žáky;
3. výzkumná metoda, která předpokládá u žáků větší množství vědomostí a zkušeností, řešení problémových úloh již provádí téměř samostatně.

III. Komplexní výukové metody, u nichž se uplatňuje komplex psychodidaktických aspektů vyučování a specifických aktivizačních didaktických prostředků, přičemž se v nich zpravidla prolínají metody a organizační formy výuky.⁶

1.3.7 Učitel

Být učitel je velmi komplexní role, kterou velmi srozumitelně popisuje Jeremy Harmer ve své knize *How to Teach English* (Harmer, 2007). Přestože Harmer hovoří o rolích učitele ve vztahu k výuce anglického jazyka, tyto role jsou obecně aplikovatelné na učitele jakéhokoliv předmětu.

V první řadě je nutné si uvědomit, že mezi pracovní náplň učitele nepatří pouze výuka samotná, ale také administrativní činnost, management třídy nebo sebevzdělávání. Harmer také dále uvádí, že učitelé jsou stejně jako žáci individuální osobnosti, které se liší svým charakterem, přístupem k výuce a během výuky zastávají

⁶ POLÁK, Josef. *Didaktika matematiky: jak učit matematiku zajímavě a užitečně*. Plzeň: Fraus, 2016. ISBN 9788074893261., str. 44

různé role, jejichž charakteristiku představuji v následujícím odstavci (Harmer, 2007). Vzhledem k původu zdroje jsou některé role učitele uváděny v anglickém jazyce.

Kontrolor

- učitel má ve třídě nadřazenou pozici
- vědomosti učitele jsou přenášeny na žáky pomocí drilových aktivit, frontální výuky, nacvičováním postupů
- výhody této role spočívají v situacích, kdy učitel potřebuje něco ohlásit třídě nebo vysvětluje pravidla

Organizátor

- organizace různých druhů aktivit, rozdělení do skupiny, začátky a konce aktivit
- organizace samotné aktivity (pokud aktivita není dobře vysvětlena a zorganizována, její cíl se nenaplní)

Asesor (hodnotitel)

- učitel hodnotí práci žáků
- žák vždy musí vědět, proč a za co je hodnocen

Prompter (to prompt – přimět někoho)

- podněcuje studenty k vlastní aktivitě, k zapojení se do výuky
- motivuje
- pomáhá v diskuzi, například když si žák nemůže vzpomenout na nějaký výraz

Participant (účastník)

- učitel se účastní aktivity na stejné úrovni jako student
- učitel se musí naučit potlačit svoji dominantní roli a přizpůsobit se úrovni žáků

Resourcer (ressource - zdroj)

- učitel je v pozadí, dění pouze pozoruje, připraven pomoci, pokud žák požádá

Tutor

- nabízí pomoc při práci ve skupinách nebo při samostudiu, ukazuje žákům nový směr

Pozorovatel

- učitel v roli pozorovatele pozoruje a následně hodnotí individuální výkon žáka
- pozornost by neměla být zaměřena pouze na chyby, ale i na to, co žák udělal správně (kritika a pochvala by měly být v rovnováze)

Každý učitel během výuky vystřídá několik rolí, které vhodně volí podle typu aktivit. Každá role se hodí pro určitý druh práce a je pouze na učiteli aby správně zvolil tu vhodnou.

1.4 Shrnutí

Tato kapitola vymezila legislativní zařazení výuky matematiky, blíže přiblížila funkci RVP a současný pohled na jeho plnění. Zároveň nás seznámila s dvěma základními přístupy ke vzdělávání všeobecně. V závěru charakterizuje různé role učitele a jejich praktický vliv na výuku.

2 Zlomky

Následující kapitola se věnuje tématu zlomků. V úvodu se krátce věnuje historii zlomků v matematice. Tyto poznatky z jejich vývoje mohou učitelům pomoci porozumět, proč mají někteří žáci s tímto učivem obtíže. Pozornost je také věnována přístupu k výuce zlomků na prvním stupni s ohledem na skutečnost, že ne všichni učitelé jsou za jedno s tím, aby se zlomky na prvním stupni vyučovaly. Dále vymezuje pojmy prekoncepty a propedeutika zlomků, které slouží jako podklad pro plnění cílů praktické části této práce. Další část se věnuje různým modelům zlomků a opět slouží jako teoretický podklad k naplnění cíle *modely zlomků*. Závěr kapitoly využívá znalosti z historických pramenů a představuje oblast výuky kmenových zlomků jako jeden z možných nástrojů sloužících k hlubšímu porozumění.

2.1 Historický vývoj učiva zlomků a jeho vliv na dnešní výuku

První dochovaná zmínka o existenci zlomků pochází ze starobylého Egypta. Zlomky se však vyvíjely na více místech. V Mezopotámii užívali zlomky šedesátinné, zapisované klínopisně (sumerské písmo ryté do hliněných tabulek) stejně jako přirozená čísla. Od Egyptanů převzali kladné kmenové zlomky také Řekové. Zápis zlomků ovšem nebyl jednotný, Řekové je dlouhou dobu zapisovali pouze písemně, později je označovali malými řeckými písmeny se dvěma čárkami nebo s čárkou a pruhem (Polák, 2014). Nejdokonalejší byl zápis zlomků, kde se jmenovatel psal nad čitatele, zatím bez zlomkové čáry.

Dnešní podoba zlomků má svůj historický vývoj v Indii, kde se zlomky vyvíjely poněkud rychleji než v ostatních zemích. V Indii nejdříve používali pouze kmenové zlomky, ale již ve 4. st. př. n. l přešli k počítání i se zlomky dnešními, tedy takovými s čitatelem různými od jedné. V 6. – 7. století dokonce odpovídá nauka o zlomcích téměř dnešním znalostem. Do Evropy se zlomky rozšířily díky arabským matematikům v 8. – 9. století, významnou roli měl však ve 13. století italský matematik Leonardo Pisánský (Fibonacci), jehož kniha *Liber abaci* (Kniha o abaku) se stala na dlouhou dobu učebnicí matematiky. V této knize z roku 1202 se poprvé objevuje název zlomek, jako český překlad z latinského slova *fraktura* (frango = lomit) a zároveň zlomková čára.

Terminologie v oblasti zlomků jak ji známe dnes, se také vyvíjela postupně. Čítec a jmenovatel jsou dílem Řeka Maxima Planuda z 13. století. Zajímavostí je, že

operace krácení a rozšiřování zlomků byly používány již od 12. století, avšak svůj název získalo krácení zlomků v 15. století a rozšiřování dokonce až ve století 19. Stejně tak operace převádění na společného (stejného) jmenovatele se užívala od 12. století, ale termín zavedl až německý matematik v 15. století, nejmenší společný jmenovatel pak až ve 2. pol. 16. století (Polák, 2014, str. 35).

Na počátku 20. století se zlomky zařazovaly do výuky už v prvním ročníku a to formou výpočtu polovin, třetin, čtvrtin,... desetin. Některé operace, jako sčítání, odčítání a násobení polovin a smíšených čísel s polovinami a se třetinami již od druhého ročníku (Močnik 5, 1876, cit. dle Mikulčák, 2010, str. 184). Ve výuce žáci využívali zlomkové počítadlo, které má 1 tyčku vcelku, v druhé řadě shodnou tyčku rozdělenou na poloviny, na třetím na třetiny atd. Desetiny a setiny byly vysvětlovány na centimetrech, decimetrech a metru (Mikulčák, 2010). Ve čtvrtém ročníku výuka pokračuje sčítáním a odčítáním zlomků o různém základu.

V porovnání s dnešními očekávanými výstupy uvedenými v RVP ZV, kde se učivo zlomků objevuje až ve 2. vzdělávacím období, tedy v období 4. a 5. ročníku, a to ve znění:

„M-5-1-05 modeluje a určí část celku, používá zápis ve formě zlomku

M-5-1-06 porovná, sčítá a odčítá zlomky se stejným jmenovatelem v oboru kladných čísel“⁷

byly nároky na počátku 20. století na žáky prvního stupně mnohem vyšší. Výuka však probíhala především memorováním naučených postupů bez dostatečného porozumění dané látce.

2.2 Učivo zlomků na prvním stupni ZŠ

Výuka zlomků na prvním stupni základní školy je v současnosti stále diskutovaným tématem. Jedná se o látku komplexní a pro žáky často velmi náročnou. Vědomosti a poznatky, které se v hlavách našich předků rodily několik staletí, ne-li tisíciletí, chceme po dnešních žácích během pár hodin. Vyskytly se názory, proč vůbec v dnešní době učivo zlomků do výuky základní školy zařazovat, když jejich praktické využití

⁷ *Národní ústav pro vzdělávání: Školské poradenské zařízení a zařízení pro další vzdělávání pedagogických pracovníků [online]. In: . [cit. 2018-03-26]. Dostupné z: [://www.nuv.cz/ramcove-vzdelavaci-programy](http://www.nuv.cz/ramcove-vzdelavaci-programy)*

v digitální době téměř zcela převzala desetinná čísla. Podle studie Rozvoj pojmu zlomek ve vyučování matematice (Macháčková, Tichá, 2006) byly proti výuce zlomků na základní škole nejčastějšími následující argumenty:

- *obtížnost a přílišná náročnost tematického celku na čas i energii, kterou potřebují žáci k osvojení tohoto učiva;*
- *nízká úroveň dosažených výsledků, která neodpovídá vynaloženému úsilí;*
- *využívání desetinných čísel (a nikoli zlomků) v nejrůznějších oblastech lidské činnosti a dostupnost kalkulaček pro všechny žáky, čímž roste význam desetinných čísel a zvládnutí technik operování s nimi a zlomky ustupují do pozadí.*

Mnozí pedagogové se naopak domnívají, že bychom měli výuce zlomků, a především propedeutice zlomků věnovat mnohem více času, než je tomu nyní, zaměřit se co možná nejvíce na manipulativní činnosti a budovat v dětech tak silnou a ukotvenou představu zlomků, kterou budou schopni použít v různých situacích. V již zmiňované studii se pro zachování výuky zlomků na základní škole objevily tyto argumenty:

- *význam pro propedeutiku algebry;*
- *význam pro rozvíjení funkčního myšlení;*
- *využívání některých zlomků v praxi.*⁸

Přestože zlomky jako takové a především operace s nimi jsou v běžné matematice nahrazeny desetinnými čísly, jejich výuka má stále význam pro pochopení učiva ve vyšších ročnících a je skvělým prostředkem v rozvoji myšlení.

Učivo zlomků je především záležitostí 7. ročníku. Zde se probírají všechny operace se zlomky, žák se pomalu připravuje na práci s algebraickými výrazy, pro které je schopnost pracovat s číslem ve tvaru zlomku nezbytná. Základ pro pochopení učiva zlomků je však položen mnohem dříve, většinou ještě před nástupem dítěte do školy, a poté rozvíjen na prvním stupni.

⁸ MACHÁČKOVÁ, Jana a Marie TICHÁ. *Rozvoj pojmu zlomek ve vyučování matematice: Studijní materiály k projektu* [online]. Jednota českých matematiků a fyziků, 2006 [cit. 2018-01-26].

2.3 Funkce prekonceptů v učivu zlomků, jeho využití i nástrahy

Dítě se s pojmy kolem učiva zlomků setkává v běžném životě mnohem dříve, než je tomu ve školní praxi. Již v útlém věku slýchá výroky typu *Dej mi půlku.*, *Je tři čtvrtě na osm.*, *Koupila jsem čtvrtku chleba.* Mohlo by se zdát, že dítě má tedy o zlomcích vytvořenou představu opřenou o vlastní zkušenost z běžných denních situací a učivo by mu nemělo dělat problém. Záleží však na tom, zda má dítě představu pouze o pojmu jakožto pojmenování určité věci nebo skutečnosti, či zda faktu „čtvrťka chleba“ opravdu rozumí.

Učitel by měl v první řadě zjistit, zda se u dětí nějaký prekoncept vyskytuje, podle toho začít pracovat a sledovat, jakým způsobem žáci předkládané informace zpracovávají. Může se totiž stát, že přestože se na počátku zdá, že žáci mají o zlomcích nějakou představu, může se jednat i o tzv. miskonept, tedy představu založenou na nepřesných nebo mylných informacích. S přítomností těchto miskoneptů ve vědomí žáka musí učitel počítat a brát na ně ohled. Velmi důležité je se například při opravování žákovských prací zaměřit právě na příčinu žakovy chyby, zda ji žák udělal na základě vlastní neopatrnosti, nevědomosti, anebo je naopak na základě právě mylné předchozí zkušenosti přesvědčen o své pravdě a své chybě nerozumí. Avšak i od miskoneptu lze vhodnými úlohami a otázkami dospět k izolovanému modelu a později k porozumění komplexnímu.

Již v úvodu jsme se zmínili, že učivo zlomků je velmi bohaté na pojmy, které dítě zná z běžného života. To, co se však v první chvíli jeví jako obrovská výhoda, může být přesně základem neúspěchu. Matematické názvosloví v souvislosti s učivem zlomků se hojně využívá v běžném životě, ovšem velmi často nepřesně. Jedním příkladem za všechny je známá „větší a menší polovina“.

Prokázat, co vlastně si dítě pod pojmem polovina doopravdy představuje, by bylo velmi obtížné. Můžeme se dohadovat, zda vidí polovinu rohlíku k snídani, polovinu sáčku bonbonů, o které se podělil se sourozencem, anebo již má představu o souvislosti mezi slovem polovina a dělení na 2 stejné části. V praxi se však stále setkáváme s případy, kdy si dítě v raném věku žádá *větší polovinu* koláče.

V této souvislosti mohu uvést i příklad z praxe, kdy si dívka (5 let) vyžádala k svačině *půlku rohlíku*. Vzala jsem tedy rohlík a dle svého zvyku ho horizontálně rozdělila na 2 poloviny, svrchní a spodní. Dívka však takto dělený rohlík odmítla se

slovy, že „*chtěla jenom půlku a tohle není půlka, to je dlouhý rohlík*“. Když jsem ji tedy vyzvala, aby mi ukázala, jak vypadá polovina, vzala nůž a druhý rohlík bez rozmýšlení vertikálně rozkrojila středem, tedy na levou a pravou polovinu, z nichž jednu bez otálení přijala.

Z tohoto příkladu můžeme soudit, že tato dívka měla již v hlavě vybudovanou představu poloviny rohlíku. Fakt, že dokázala danou polovinu sama „vymodelovat“, nás vede k přesvědčení, že dívka chápala pojem polovina ve smyslu: předmět rozděl na 2 části. Zda věděla, že části musí být stejně velké, nelze posoudit. Jestli by však stejný proces byla schopná zopakovat i s tabulkou čokolády, sáčkem sladkostí nebo jiným předmětem je diskutabilní. Vzhledem k tomu, že horizontální dělení rohlíku odmítla jako špatné, se přikláníme k názoru, že se u dívky jednalo zatím o izolovaný model pojmu polovina.

Název *polovina* pro označení pokynu *rozděl na dvě shodné části*, se jeví vzhledem k pojmům *třetina* nebo *čtvrtina* jako výjimka, žáci však většinou nemají problém pojmu rozumět. V některých případech můžeme zaznamenat označení *dvoutina*, vzniklé analogicky ze *třetiny*, *čtvrtiny* atp. Problém může nastat při zápisu zlomku $\frac{1}{2}$, který bývá často zaměňován se zlomkem $\frac{1}{5}$.

V souvislosti se zlomky jsem si vzpomněla na dětskou básničku, kterou jsme s kamarády používali k odhadu času. Se slovy *čtvrt, půl, tři čtvrtě celá, ukaž mi, ručičko, kolik to dělá*, každý na své vlastní dlani, která slouží jako ciferník hodiny, ukazuje dané části hodiny. Jen slova této říkanky nedávají téměř žádný smysl. V propojení s pohybem ruky a ukazováním daných částí celku – ciferníku, však již získává úplně jiný rozměr a je jedním z příkladů, že zlomky jako pojmy jsou v dětském světě přítomny mnohem dříve, než by se mohlo zdát.

Pokud půjdeme od úplných kořenů a tedy po samotném významu sova zlomek, český jazyk definuje zlomek jako „*malá část celku/ odlomená část předmětu/zápis podílu dvou čísel respektive výrazů, označovaných jako čísel a jmenovatel, pomocí zlomkové čáry*“.⁹ Z matematického hlediska je však toto vymezení poněkud nedostatečné. Z definice nevyplývá, jak malá je „*malá*“ část celku, chybí zde informace o vztahu velikostí dvou zlomků. V matematickém pojetí je dělení celku na zlomky chápáno jako rozdělení na určitý počet shodných částí daného celku.

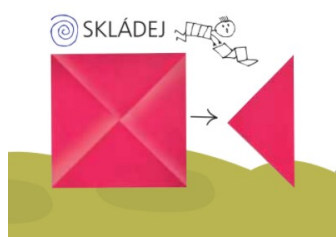
⁹ VÝZNAM SLOVA, CIT [7. 12. 2017], Dostupné online z URL <http://www.vyznam-slova.com/zlomek>

Učivo zlomků však nepůsobí problémy jen v České republice. Podobně, jako slovo zlomek není v českém jazyce přesně definováno, v anglickém jazyce narážejí na problém se slovem *celek*, který je označován slovem *the whole*. Výslovnost tohoto slova je však stejná se slovem *hole* znamenajícím *díra*. V situaci, kdy má dítě před sebou papír rozstříhaný na 4 části a zadání *show me the whole*, se pak může stát, že dítě ukáže na volný prostor mezi těmito dílky, poukazující na *the hole* (Haylock, 2010, s. 208). Což je velmi výstižný příklad toho, že ptát se po příčině žákova neúspěchu má vždy cenu, může se totiž stát, že se ve finále vůbec nejedná o neúspěch, ale pouze o jiné pochopení zadání nebo spoléhání se na již zmíněný miskoncept.

2.4 Propedeutika a její význam

Výuka zlomků by neměla začínat vysvětlením pojmů zlomek, zlomková čára, čítec a jmenovatel. Tato slovní a symbolická reprezentace přichází až mnohem později. Pro pochopení podstaty je nutné vycházet z předchozích zkušeností dětí a ty dále rozvíjet manipulativní činností. Žáci by si měli učivo co nejvíce „osahat“. V takovém případě mluvíme o tzv. propedeutice učiva zlomků, tedy souboru takových aktivit, které žáka soustavně a smysluplně připravují na danou látku.

Příkladem propedeutiky zlomků může být například úloha v učebnici Matematika 1, pro 1. ročník základní školy nakladatelství FRAUS autorů M. Hejný, D. Jirotková, J. Slezáková – Kratochvílová o překládání papíru (Obr. 2.1)¹⁰ nebo úloha Spravedlivě rozděl ve 2. díle téže učebnice, tedy přibližně ve druhém pololetí 1. ročníku. (Obr. 2.2)¹¹.



Obr. 2.1: Skládání papíru



Obr. 2.2: Spravedlivě rozděl koláč

¹⁰ HEJNÝ, Milan, Darina JIROTKOVÁ a Jana SLEZÁKOVÁ-KRATOCHVÍLOVÁ. *Matematika: pro 1. ročník základní školy*. Ilustroval Dana RAUNEROVÁ. Plzeň: Fraus, 2007-. ISBN 978-80-7238-626-0. str. 19

¹¹ HEJNÝ, Milan, Darina JIROTKOVÁ a Jana SLEZÁKOVÁ-KRATOCHVÍLOVÁ. *Matematika: pro 1. ročník základní školy*. Ilustroval Dana RAUNEROVÁ. Plzeň: Fraus, 2007-. ISBN 978-80-7238-627-7. str. 11

Úloha na obr 2.1 nabízí mnoho aktivit. V první řadě je to úloha podporující manipulativní činnost a rozvoj jemné motoriky, která je v prvním ročníku obzvláště důležitá. V druhé řadě nabízí mnoho otázek matematických. Jedná se o matematický rébus nebo hádanku, která se ptá: „Jak musím přeložit čtverec papíru, abych získala trojúhelník jako na obrázku?“ Vzhledem k tomu, že se jedná o první úlohu tohoto typu v učebnici, sklady na papíře jsou vyznačené. Zároveň je to skvělý nástroj na procvičení geometrických tvarů. (Jaký tvar má původní papír? Jaký tvar chci získat? Kolik trojúhelníků jsem získal/získala přeložením papíru?) Tato aktivita však může být i základem pro rozvoj pojmu polovina, případně i čtvrtina jako polovina z poloviny.

Představme si situaci, že jeden žák vůbec netuší, jak má papír přehnout. Spolužák se mu snaží poradit a říká: „Přelož papír na půlku.“ Zde se však nabízí 2, možná dokonce 3 možnosti řešení:

1. žák přehne papír tak, jak je vyznačeno na obrázku, tedy spojením protilehlých rohů;
2. žák přehne papír na polovinu tak, že mu vzniknou 2 obdélníky
3. třetí možnost je spíše okrajová, ale i ta může u žáků prvního ročníku rozpoutat diskuzi, a to tedy možnost přehnout papír na 2 obdélníky, kdy vzniká obdélník pravý a levý – tedy vertikálně, nebo obdélník horní a dolní – tedy horizontálně.
4. (dalším možným řešením je přeložení papíru přes střed čtverce na dva lichoběžníky, toto řešení však u žáků prvního ročníku není příliš pravděpodobné)

Předpokládám, že častější bude řešení č. 2, tedy přeložení papíru na 2 obdélníky. Zde opět nastává prostor pro diskuzi, který by učitel měl určitě využít, a to především diskuze o tom, co znamená pokyn „přelož na půl“. Žáci mají šanci se již v prvním ročníku dozvědět, že překládání, případně dělení na poloviny znamená dělení na 2 stejné části jakýmkoliv způsobem.

Pro dívku z předchozí kapitoly, která odmítla vodorovnou polovinu rohlíku se slovy, že to není polovina, by tato úloha vyvolala přesně ten kognitivní konflikt, který by narušil její stav equilibria (rovnováhy, znalosti) a při správné akomodaci nové informace do svého již vytvořeného schématu „polovina“ by došlo k napravení miskonceptu. A to je přesně to, co od propedeutiky jakéhokoliv učiva očekáváme. Význam propedeutiky leží právě v práci s prekoncepty žáků a v nabourávání jejich

představ takovým způsobem, aby se z prekonceptu případně i miskonceptu mohl stát izolovaný model dané znalosti.

Obr. 2.2 představuje podobnou úlohu, žák má spravedlivě rozdělit koláč. Zde může nastat otázka, co znamená pokyn „rozděl spravedlivě“. Vzhledem k tomu, že se jedná o koláč, může žák argumentovat, že na jedné straně je lepší (případně jiný) druh ovoce než na druhé. V tuto chvíli je dobré znovu zopakovat, že spravedlivým dělením rozumíme rozdělením na určitý počet velikostně shodných částí.

Propedeutika zlomků však nemusí probíhat jen v hodinách matematiky. Hodina tělesné výchovy a rozdělování žáků do družstev je také ideální příležitostí, jak procvičovat dělení po částech a dělení na části. V prvním případě, dělení po částech žáci zjišťují, do kolika například tříčlenných družstev jsou schopni se rozdělit. V případě dělení na části zjišťují, kolik žáků bude v každém družstvu, když družstev bude např. pět.

Dalším příkladem pak může být výuka hodin a práce s ciferníkem v hodinách předmětu Člověk a jeho svět.

2.5 Modely zlomků

Ve výuce zlomků stále mluvíme o důležitosti manipulační složky a vizuální podpory. Proto se při seznamování se se zlomky často využívá modelů. Odborná literatura nejčastěji uvádí tyto modely:

- kruhový (koláč, pizza, ciferník)
- obdélníkový (čokoláda)
- tyč (provázek, proužek papíru)
- soubor předmětů (sáček bonbonů, kuličky, počet dětí ve třídě)

V prvních třech příkladech mluvíme o tak zvaných kontinuálních či spojitých modelech. Modelem je jeden předmět, celek. V případě sáčku s bonbony nebo pytlíku kuliček mluvíme o modelu v diskrétní podobě, celkem tedy není předmět jeden, ale soubor těchto předmětů.

Žáci by se měli setkávat s oběma typy modelů, aby byly schopní řešit různé typy úloh. Zároveň by žáci měli mít možnost vidět řešení stejné úlohy použitím různých modelů, a tím zjistit, který model je pro ně ten nejsrozumitelnější. Právě variabilita

modelů a schopnost žáka samostatně posoudit, který model je vhodný pro řešení dané úlohy, usnadňuje propojení představy s výpočtem a vede k hlubšímu porozumění zlomkům a operací s nimi.

Specifickým modelem mohou být také peníze nebo mince. Práce s penězi děti přirozeně motivuje, navíc se jedná o model používaný v běžné praxi. Rozměňování peněz také slouží jako názorná ukázka důležitosti celku. Pětikorunová mince může reprezentovat $\frac{1}{2}$ z desetikoruny, ale zároveň $\frac{1}{4}$ z dvacetikoruny (Obr. 3)¹²



Obr. 3: Model mince

Uvědomění si, že část se vždy pojí ke konkrétnímu celku je pro pochopení práce se zlomky klíčová. Macháčková a Tichá (2006) dokonce uvádějí, že otázky vztahu celku a části jsou provázány na další matematické struktury, jejich pochopení ovlivňuje pojmotvorný proces (množina objektů s určitými vlastnostmi), jsou aplikovatelné v mnoha oblastech matematiky i společenské, přírodní a technické praxe.¹³

Příklad úlohy, kdy se celek mění dokonce v průběhu početní úlohy, můžeme najít v učebnici Matematika: pro 3. ročník základní školy nakladatelství Fraus.¹⁴

Práce s daty

Opakované půlení

1 Adam ukrojil z pizzy polovinu, Blažena polovinu ze zbytku a z toho, co zbylo po ní, si ukrojila polovinu Cecílie. Jak velká část pizzy zůstala? Byla větší Adamova část, anebo kousky obou dívek dohromady?

Obr. 4

¹² <http://e.2zskladno.cz/kurz/9/vyuka/1/>

¹³ MACHÁČKOVÁ, Jana a Marie TICHÁ. *Rozvoj pojmu zlomek ve vyučování matematice: Studijní materiály k projektu* [online]. Jednota českých matematiků a fyziků, 2006 [cit. 2018-01-26].

¹⁴ HEJNÝ, Milan. *Matematika: pro 3. ročník základní školy*. Ilustroval Lukáš URBÁNEK. Plzeň: Fraus, 2009. ISBN 978-80-7238-824-0. str. 47

Jedná se o úvodní úlohu kapitoly *Opakované půlení*, ve které žák nejdříve půlí celou pizzu, následně půlí polovinu pizzy a na to ještě čtvrtinu pizzy. V jednu chvíli tedy pracuje s pojmem polovina, ale zároveň objevuje a používá i pojmy čtvrtina a osmina. Ve druhé otázce má zároveň sečíst 2 zlomky o různém základu, což je dle RVP ZV učivo až druhého stupně. Avšak vzhledem k faktu, že žák pracuje s modelem, ať už přímo stříhá model kruhu nebo si ho pouze kreslí, je schopen úlohu vyřešit. V případě, že by stejně starý žák, tedy žák přibližně v polovině 3. ročníku dostal úlohu $\frac{1}{4} + \frac{1}{8}$, vyřešit by ho pravděpodobně neuměl. To nám jasně ukazuje důležitost a podstatu práce s modely. Ať už se jedná o práci ryze manipulativní, kdy žák fyzicky stříhá nebo překládá, nebo mu již stačí si daný model nakreslit a dělení naznačit například vyšrafováním, takováto práce se zlomky nám dává příležitost začít s obtížnějšími příklady mnohem dříve, než je žák schopen pochopit symboliku zápisu.

2.6 Četnost kognitivních konfliktů v učivu zlomků

Učivo zlomků je velmi bohaté na schopnost vyvolat kognitivní konflikt. Haylock a Thangata (2008, s. 26) uvádějí příklad sčítání zlomků $\frac{1}{2}$ a $\frac{1}{4}$. Žák, který doposud pracoval pouze s celými čísly, aplikuje pravidlo pro sčítání celých čísel i na učivo zlomků. Výsledky $\frac{1}{6}$ nebo $\frac{2}{6}$ tedy poukazují na to, že žák aplikoval osvojený postup pro sčítání celých čísel, ale nepropojil ho s učivem zlomků. Hlubšího porozumění učiva zlomků může učitel dosáhnout, pokud problém sčítání zlomků prezentuje pomocí diagramu. Tato vizuální podpora pomůže žákovi čelit kognitivnímu konfliktu a porozumět sčítání zlomků.

K podobnému kognitivnímu konfliktu může docházet i při jiných matematických operacích aplikovaných na zlomky, jako je násobení a dělení, které se vyučují na vyšším stupni základní školy. Uvědomění si, že při násobení zlomků zlomkem je výsledkem číslo menší, než tomu bylo na počátku operace, je pro dítě velmi složité. Stejně tak při dělení zlomků, dojdeme k výsledku většímu, než je číslo dělené. Pro obě tyto operace existují různé pomůcky, jak žákům látku více zpřístupnit, avšak mnozí učitelé věří, že základ porozumění těmto složitějším operacím se zlomky leží v učivu prvního stupně a v propedeutice učiva zlomků vůbec. Čím více a hlouběji žák porozumí zlomku jako takovému, jeho reprezentaci a významu, tím větší šanci má na vyšším stupni porozumět látce složitější.

Na prvním stupni může u žáka způsobit kognitivní konflikt například ekvivalentnost zlomků. Jeden žák dojde k výsledku $\frac{1}{2}$ a druhý žák k výsledku $\frac{2}{4}$. Začnou se dohadovat, či výsledek je správně, protože na první pohled vidí, že se nejedná o stejná čísla. K pochopení toho, že obě odpovědi jsou stejné a liší se jen zápisem, (a tedy k vyřešení nastalého kognitivního konfliktu: stejné nebo různé číslo) může dojít několika způsoby:

- do diskuze může vstoupit třetí žák, který spolužákům problém vysvětlí
- nebo může zasáhnout paní učitelka a nabídnout dětem nějaký nástroj na ověření teorie, zda jsou tyto zlomky shodné či ne.

V duchu konstruktivistické výuky by se jednalo nejspíš o pobídnutí ke grafickému znázornění nebo manipulativní činnosti s nějakou pomůckou. Právě manipulativní činností, překrýváním obrazců a zaměňováním různých částí žák dospívá k porozumění vztahu $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8} = \frac{8}{16}$.

2.7 Kmenové zlomky

Jednou z cest, jak docílit u žáků i hlubšího pochopení celé problematiky zlomků by mohla být zvýšená pozornost věnovaná výuce kmenových zlomků.

Jak už bylo zmíněno výše, zlomky znali již staří Egypťané, a to především jako nástroj na řešení úloh typu *Spravedlivě rozděl mezi x podílníků*. Úloha znějící: *Spravedlivě rozděl 3 bochníky chleba mezi 4 podílníky.*, by tedy v egyptském pojetí měla řešení $\frac{1}{2}$ a $\frac{1}{4}$. Toto řešení je velmi odlišné od řešení dnešního žáka, který by úlohu vyřešil jako podíl počtu podílníků a počtu chlebů, tedy $\frac{3}{4}$. Egypťané však tento zápis zlomku neznali, používali pouze tzv. kmenové zlomky, tedy zlomky ve tvaru $\frac{1}{n}$ (Hejný, 2006).

Vzhledem k velmi úzkému propojení matematiky a reálného života je egyptské řešení úlohy smysluplnější na což ve své studii poukazuje B. V. Bolgarskij (Hejný, 2006). Cílem dělení bochníků chleba bylo chléb nerozdrobit na malé části, ale naopak se snažit, aby každý z podílníků dostal kus co největší.

Použití kmenových zlomků při počítání s částmi využívali Egypťané více než 1000 let. To v mnoha pedagogických pracovnících podněcuje otázku, zda by se výuce

kmenových zlomků neměla věnovat větší pozornost, než je tomu doposud. Pokud civilizaci trvalo 3000 let než „dozrála“ k pochopení zlomků tak jak je známe dnes, neměli bychom i my dnes dát žákům příležitost nejdříve pracovat se zlomky kmenovými a až dostatečně pochopí jejich princip, přejít i na výuku zlomků s čitatelem jiným od jedné? Možnou odpovědí na otázku, proč tomu tak není, je skutečnost, že v dnešní době chápeme kmenový zlomek pouze jako předpojem (prekoncept) pro práci s částí celku, ale nevěnujeme mu dostatečnou pozornost. Přitom právě skutečnost, že tak vyspělá civilizace jako byli Egypťané, ustrnula u používání kmenových zlomků na 1000 let, poukazuje na skutečnost, že kmenové zlomky budou pravděpodobně důležitou vývojovou etapou ve vzniku a pochopení pojmotvorného procesu.

Výše zmíněnou úlohu o dělení chleba (m bochníků chleba mezi n podílníků) by dnešní žák vyřešil zlomkem $\frac{m}{n}$, který můžeme rovněž zapsat jako $m \cdot \frac{1}{n}$. Předpokládaný myšlenkový proces žáka toho řešení je následovný: Žák rozdělí každý bochník chleba na m stejných částí. Předpokládáme, že každou část přiřkne jednomu z podílníků. Ať už ji graficky vybarví, označí číslem nebo zaznamená jen v myšlenkovém procesu, tyto části poté vynásobí počtem chlebů n .

V tomto myšlenkovém procesu přikládáme větší váhu prvnímu kroku, a to tedy samotnému dělení celku na správný počet částí – n -tin, čímž vlastně získáváme kmenový zlomek. Následné násobení m krát počet n -tin je již pro žáka operace snadná. Jedna n -tina se pro ně stává v podstatě běžným číslem a násobení 2 čísel není pro žáka novým úkonem (Hejný, Novotná, Stehlíková, 2004).

Dle experimentu (Hejný, 2004, str. 350), je řešení úloh typu egyptské dělení chleba pro žáky po jisté době poměrně srozumitelné. Řešením mnoha úloh stejného typu, manipulací s kruhovými modely, stříháním, vybarvováním a podobně získávají snadno „(...) *činnostní vhled a tvoří si tak generický model pro hladký způsob dělení.*“¹⁵.

Problémovější úlohy jsou však takové, u kterých po některém kroku dělení nevznikne zůstatek, složitelný z celého počtu chlebů. V tuto chvíli nastává situace, kdy se část chleba stává pro příští dělení nový celkem a žák si musí uvědomit, jak s touto skutečností pracovat. Řešení těchto úloh by však měla předcházet manipulativní činnost

¹⁵ HEJNÝ, Milan, Jarmila NOVOTNÁ a Naďa VONDROVÁ, ed. *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky*. Praha: Univerzita Karlova v Praze - Pedagogická fakulta, 2004. ISBN 80-7290-189-3., str. 351

vycházející z prekonceptů dětí tedy z předchozích znalostí, které si dítě intuitivně osvojuje.

B PRAKTICKÁ ČÁST

3 Výzkumná část

3.1 Východiska a charakteristika výzkumné části

Výzkumná část této diplomové práce je vzhledem ke stanoveným cílům rozdělena na několik oddílů. Východiskem a zároveň předvýzkumem této diplomové práce je má vlastní odučená hodina na téma zlomky v 5. ročníku. Tato hodina mě svými dílčími neúspěchy a mou vlastní nejistotou v oblasti zlomků inspirovala k volbě tématu diplomové práce. Najednou jsem si nebyla jistá, jak k tomuto tématu přistupovat, proč je pro žáky tak obtížné a jaké aktivity nejen volit, ale také jak je efektivně uspořádat. Po reflektování této hodiny jsem dospěla k několika otázkám, na které jsem hledala odpověď, a z nichž se některé staly i cíli mého výzkumu.

Hlavní výzkum této diplomové práce je rozdělen na dvě části. V obou případech se jedná o kvalitativní výzkum, jehož výzkumným nástrojem je rozhovor doplněný pozorováním. Vzhledem k tomu, že sama jsem začínající učitel, zaměřila jsem se i ve svém výzkumu na učitele, kteří učit právě začínají nebo mají praxi kratší než 5 let. Všechny respondentky vyučují matematiku dle učebnic a metody profesora Hejného, některé z nich na bilingvních školách v kombinaci s anglickým kurikulem.

První část výzkumu se věnuje prvním dvěma cílům, a to tedy otázce významu dětských prekonceptů v oblasti zlomků a propedeutiky tohoto učiva v raném školním věku. Zde jsem se zaměřila na práci učitelů v prvních ročnících základních školy, na jejich přístupy, metody a zkušenosti. V obou případech jsem měla možnost být přímo přítomná na hodině, která se touto problematikou zabývala, následoval rozhovor s vyučujícím.

Druhá část vychází z dalšího cíle a věnuje se již výuce zlomků jako takových a zkoumá tedy přístupy učitelů k výuce zlomků, jejich priority, funkce modelů a práce s nimi. Výzkum je prováděn opět stejným způsobem, tedy polostrukturovaným rozhovorem s učitelem dané třídy a pozorováním výuky.

Jedním z cílů téhle práce je i zmapování přístupů učitelů k výuce matematiky, jejich schopnost komunikovat s žáky a používané výukové metody. K tomuto účelu slouží stručné reflexe pozorovaných hodin, které jsem zhotovila na základě poznámek

z pozorování a následné analýzy pořízeného videa. Jako teoretický podklad pro svou analýzu využívám poznatků z teoretické části této diplomové práce.

Otázky k polostrukturvanému rozhovoru jsem měla připravené v písemné formě, po dobu vedení rozhovoru jsem si dělala poznámky. Rozhovory jsem s vědomím všech respondentů nahrávala a jejich přepis je součástí příloh této práce. V přepisu rozhovorů používám iniciál jmen respondentek, sebe označuji jako T (tazatele).

Ve třech z pěti pozorovaných tříd jsem dostala písemný souhlas rodičů k pořízení videozáznamu, ve všech případech však pouze pro vlastní analýzu hodiny, bez možnosti zveřejnění. Proto tyto záznamy nemohou být součástí této práce.

3.2 Cíle výzkumné části

Jak jsem již uvedla, cíle výzkumné části vycházejí především z mých otázek vázajících se k tematické hodině.

Plánování této hodiny mě postavilo do situace, ve které stojím před 5. ročníkem, mám odučit hodinu na nějaké téma a já vlastně nemám potuchy, na čem mohu stavět. Začala jsem se celkově zabývat, tím, jakým způsobem probíhá na prvním stupni výuka zlomků, jaké typy aktivit žáci za 5 let studia zažijí a jakým způsobem s nimi pracují jejich učitelé. To dále vedlo k otázkám toho, kolik toho žáci již vlastně umí, když do školy přijdou, zda je téma zlomků něco, co se ve škole rozvíjí a zpřesňuje, nebo se jedná pro žáky o úplně novou látku, s novými představami a pojmy. Z těchto a dalších otázek vyvstaly tyto cíle, kterým se věnuji ve svém výzkumu:

- Jakým způsobem pracují začínající učitelé s prekoncepty z oblasti zlomků u žáků prvního stupně;
- Jaký je význam propedeutiky zlomků v raném školním věku a jaké úlohy učitelé k rozvoji představ zlomku využívají;
- S jakými modely zlomků se žáci setkávají a jaké jsou jejich nejčastější obtíže;
- Zmapovat přístupy začínajících učitelů ve výuce zlomků.

Cílem mé diplomové práce bylo zároveň vyzkoušet si vedení rozhovoru a ten následně analyzovat. Proto ve výzkumné části uvádím i reflexe z průběhu jednotlivých rozhovorů.

3.3 Rozsah, uskutečnění výzkumu a charakteristika respondentů

V této kapitole blíže specifikuji jednotlivé výzkumné části, kdy a kde se konaly a jejich průběh, u rozhovorů uvádím i vlastní reflexe z jejich vedení a návrhy na případné úpravy. V závěru jsou základní informace shrnuty v přehledné tabulce (Tab. 2).

Předvýzkum

Předvýzkumná část, tedy odučení vlastní hodiny, probíhala 21. 10. 2015 na Fakultní základní škole Brána jazyků v Praze v 5. ročníku. Jednalo se o třídu vedenou spíše v duchu tradičního přístupu k výuce, i když se paní učitelka snažila o prvky konstruktivismu. Tato třída měla celkem 24 žáků, mezi nimiž byly poměrně značné rozdíly, a proto se v následujících odstavcích stručně věnuji i její charakteristice.

Několik žáků bylo výrazně nadprůměrných, zapálených pro matematiku, s velmi rozvinutým logickým myšlením. Dva z těchto žáků mi také výrazně pomohli při mé hodině, kdy jsem se do učiva sama zamotala. Jednalo se o chlapce a dívku poměrně rozdílných povah. Dívka neměla problém s prací ve dvojici či skupině. Na svůj věk měla velmi silně vyvinutou schopnost přizpůsobit se úrovni ostatních, když byla požádána, aby vysvětlila svůj postup. Z jejího vystupování byla znát upřímná touha ostatním problém vysvětlit.

Hoch byl naopak poměrně uzavřený, nerad někomu pomáhal a nejraději pracoval sám, případně ve dvojici s výše zmiňovanou dívkou. Jeho řešitelské strategie byly často neobvyklé, založené na hlubším porozumění.

Zároveň byli ve třídě dvě dívky a chlapec, kteří byli vědomostmi na úrovni 3. - 4. ročníku, většinou se sami od sebe nezapojovali, neměli odvahu se do úloh pustit sami, vyžadovali značnou asistenci.

Ve třídě mě zaujal ještě jeden chlapec, na kterého jsem při plánování hodiny myslela a byla jsem hodně zvědavá, jak se k mé hodině postaví.

Žák M. je velmi bystrý a inteligentní. Jedná se spíše o tichého, introvertního kluka, který příliš nevyhledává společnost. Rád čte, na jeho lavici vždy najdeme knížku, kterou velmi často otevírá i při hodině. Jeho pracovní nasazení je různé. Často to vypadá, že nedělá vůbec nic. Pokud se však pro něco nadchne, dostane odpověď na svoji otázku, tak naslouchá a je plně soustředěný.

Rád pracuje sám, v případě práce ve dvojici nebo ve skupině se příliš nezapojuje (sedí s velmi upovídaným spolužákem, který si veškerou svoji činnost komentuje). Spolupráci se sousedem v lavici jsem viděla naživo na hodině matematiky. Spolužák se mu snažil poměrně dlouho vysvětlit, jak daný příklad řešil, a že je naprosto jasné, že to tak má být. Ten příklad měl však špatně. M. ho bez špetky zájmu nechal mluvit, přesto že podle mého názoru moc

dobře věděl, že to je špatně. Když se spolužák dostatečně vypovídal, M. velmi klidným hlasem ukázal na špatný řádek a řekl: „*Tady to máš špatně, tohle je blbost. Má to být takhle.*“ A pak si zpátky hleděl svého.

Velmi zajímavé jsou M. řešitelské strategie a způsob zaznamenávání práce. M. si poznámky prostě nepíše. Pokud se nejedná vyloženě o diktát nebo písemnou práci, kterou by musel odevzdat, máloco ho donutí k vedení si poznámek. Psaní výpočtů a postupů v matematice ho vyloženě otravuje. Proč by měl počítat písemně do sešitu, když má na stole kalkulačku? Často také používá vlastní strategie, místo zavedených postupů.

V mé hodině pracoval neobvykle soustředěně, z čehož jsem měla velkou radost. Přestože odmítl pracovat ve dvojici, dala jsem mu možnost pracovat samostatně a on této příležitosti využil. V druhé části hodiny se rovněž zapojoval do diskuze a představil třídě jedno ze svých řešení.

Rozhovor a pozorování č. 1 (R-1) - EH

První rozhovor probíhal s paní učitelkou EH prvního ročníku ZŠ Tip Toes. Jedná se o soukromou školu s česko-britským vzdělávacím systémem, tedy o školu bilingvní. Žáci mají výuku některých předmětů včetně vybraných hodin matematiky v angličtině, učí se zároveň podle anglického i českého kurikula.

Paní učitelka EH je začínající učitelkou, v této třídě učí od září 2017, v roce 2016/2017 dělala asistentku v Mateřské škole. Má vystudovaný obor Učitelství pro 1. stupeň ZŠ.

Rozhovor probíhal dne 9. 2. 2018 ve sborovně školy, nebyl nikým přerušen a trval 11,5 min. Rozhovoru předcházelo pozorování výuky. (viz Příloha č. 1)

Reflexe rozhovoru č. 1

Rozhovor s paní učitelkou EH byl mým prvním rozhovorem, sloužícím k další analýze. Probíhal ve sborovně školy v poměrně uvolněné atmosféře, přesto jsem byla trochu nervózní.

Měla jsem předem připravené otázky a okruhy, na které se chci ptát, avšak zároveň jsem se snažila reagovat i na odpovědi paní učitelky. V několika případech se mi to podařilo, někdy působí rozhovor poněkud strojeně díky mé snaze držet se připravených otázek. Občas tedy docházelo k tomu, že jsem ztratila nit', či jsem nevěděla, zda už jsem se na podobnou otázku neptala, či na ni nedostala odpověď v jiné souvislosti. Přesto si však myslím, že jsem z paní učitelky dokázala vytáhnout potřebné informace.

Po reflektování jsem si za cíl v dalším rozhovoru vytyčila nedržet se příliš připravených otázek, více se uvolnit a otázky pokládat s větší rozvahou a klidem.

Rozhovor a pozorování č. 2 (R-2) - KŽ

Paní učitelka KŽ učí v 5. ročníku stejné školy jako EH. V této třídě začínala svoji profesní dráhu a učí již třetím rokem. Má vystudovaný obor Učitelství pro 1. stupeň ZŠ.

Rozhovor opět navazoval na pozorování výuky a trval 17min a 57 vteřin. S paní učitelkou jsme mluvily ve sborovně školy, kde se nacházel další vyučující, který do rozhovoru nezasahoval. (viz Příloha č. 2).

Reflexe rozhovoru č. 2

Vzhledem k tomu, že rozhovor číslo dvě probíhal ve stejný den, jako rozhovor č. 1, neměla jsem úplně možnost naplnit mnou stanovené cíle pro příští rozhovor, k těm jsem dospěla až po hlubší reflexi. Musím však říci, že bezprostředně po R1 jsem si uvědomila několik skutečností a ty se snažila již při R2 zúročit. V první řadě mluvit více nahlas a pomaleji, což se mi myslím povedlo. Na druhou jsem dospěla k dalšímu poznání a to, že žádný návod na vedení rozhovoru není univerzální, protože rozhovor je veden vždy s jiným respondentem. Jen když porovnám R1 a R2, tak mohu najít několik rozdílů. Po skončení R1 jsem se snažila lépe formulovat otázky, protože jsem měla pocit, že paní učitelka EH reaguje s jistým neklidem, jako by úplně nevěděla, na co se ptám. Paní učitelka KŽ byla evidentně sebejistější, často začala odpovídat na otázku ještě před jejím dokončením a byla celkově více energická.

Rozhovor a pozorování č. 3 (R-3) – ZF

Třetí respondentka mého výzkumu je paní učitelka ZF, která učí v prvním ročníku státní ZŠ v Praze, ve třídě s bilingvním programem. Žáci mají opět některé hodiny včetně jedné hodiny matematiky týdně vedené v angličtině.

Paní učitelka učí prvním rokem, má vystudovaný obor Učitelství pro 1. stupeň ZŠ. Rozhovor probíhal po pozorované hodině u stolečku na chodbě a trval 17 min a 55 vteřin. (viz Příloha č. 3)

Reflexe rozhovoru č. 3

Třetí rozhovor a opět úplně jiný než oba předešlé. Paní učitelka působila sebevědomě, její odpovědi byly rozvážné a velmi promyšlené. Musím přiznat, že mě paní učitelka rozhodila už svojí první odpovědí. Měla jsem dojem, že mi odpověděla skoro na vše, na co jsem se chystala ptát. V té chvíli jsem byla nucena improvizovat, ale zároveň jsem dokázala lépe reagovat na odpovědi paní učitelky. Rozhovor tím dle mého názoru získal na autentičnosti.

Na druhou stranu jsem přišla o jistotu předem formulovaných otázek, a proto došlo několikrát k nepochopení, především kvůli mé nepřesně položené otázce. Celkově však hodnotím tento rozhovor za jeden z nejlepších. Bylo hodně znát, že paní učitelce na odpovědích záleží, že opravdu přemýšlí o tom, co říká.

Hodně jsem se v tomto rozhovoru zaměřila i na otázky týkající se odučené hodiny, protože dle mého názoru to byla ukázková hodina plná propedeutických aktivit a velmi mile mě překvapilo, jak dobře se s nimi žáci prvního ročníku byli schopni popasovat.

Rozhovor a pozorování č. 4 (R-4)– ZB

Čtvrtý rozhovor probíhal s paní učitelkou ZB na státní základní škole v Praze. Paní učitelka učí matematiku v paralelních 4. ročnících, přestože má vystudované učitelství psychologie a výtvarné výchovy. Nyní si dodělává studium učitelství matematiky pro 2. a 3. stupeň. Na škole učí 5. rokem.

Měla jsem možnost zúčastnit se pozorování na obou hodinách, avšak pouze z jedné jsem mohla pořídit videozáznam. Rozhovor probíhal po odučení obou pozorovaných hodin v době konání IT soutěže, na které paní učitelka držela dozor. Chvillemi jsme tedy byly přerušovány dotazy soutěžících studentů.

Délka rozhovoru tedy kvůli přerušování nelze určit přesně, přibližně trval 11 min. (viz Příloha č. 4)

Reflexe rozhovoru č. 4

Na začátek musím říci, že poslední rozhovor probíhal už poněkud v časovém presu, jelikož paní učitelka z osobních důvodů dva předchozí termíny zrušila. Rozhovor probíhal v době konání IT soutěže, na které měla paní učitelka dozor, takže jsme byly

několikrát přerušeny soutěžícími žáky. To způsobilo, že rozhovor není úplně plynulý, několikrát jsme já i paní učitelka ztratily nit, k některým otázkám jsme se vracely. Paní učitelka měla také tendence poněkud odbíhat od tématu, což se projevilo především ke konci rozhovoru, kdy téma stočila k didaktickým obtížím zavádění násobilky a po následném přerušení jedním z žáků jsme se k tématu zlomků již nevrátily. Rozhovor tak může působit poněkud neukončeně. V této práci pracuji pouze s částí rozhovoru, která se týká tématu zlomků.

Výzkumná část	Datum realizace	Místo	Čas	Poznámky
Předvýzkum	21. 10. 2015	ZŠ Brána Jazyků	45 min	-
R 1 - EH	09. 02. 2018	ZŠ Tip Toes	11 min 30 s	Příloha č. 1
R 2 - KŽ	09. 02. 2018	ZŠ Tip Toes	17 min 57 s	Příloha č. 2
R 3 - ZF	14. 02. 2018	ZŠ Angel	17 min 55 s	Příloha č. 3
R 4 - ZB	01. 03. 2018	ZŠ Chodov	10 min 33 s	Příloha č. 4

Tabulka č. 2 Přehled uskutečnění výzkumných prvků

3.4 Předvýzkum – analýza odučené hodiny

V této kapitole předkládám svoji přípravu k hodině věnované tématu zlomků a následně ji znovu analyzuji na základě nynějších poznatků především z odborné literatury. Přípravu vkládám bez jakýchkoliv úprav v původní verzi ze dne 21. 10. 2015.

K analýze využívám informací z reflexe, kterou jsem psala bezprostředně po odučené hodině, zároveň uvádím původně zamýšlený cíl aktivity a v závěru navrhuji nynější řešení situace s ohledem na prostudovanou literaturu a nově nabyté zkušenosti.

Příprava na hodinu - 21. 10. 2015

1. Základní údaje:

- FZŠ Brána jazyků, 5. ročník (24 žáků)
- rozvržení lavic ve třídě je klasické, 3 řady frontálně k tabuli

2. Způsob evidence výuky:

- se souhlasem rodičů byl pořízen videozáznam hodiny sloužící k následné analýze k mé diplomové práci
- zápis klíčových momentů: Aneta Hanzlíková

3. Scénář hodiny

Aktivita	Interakce	Průběh aktivity	Didaktická analýza	Časový průběh	Poznámky
„Diktát zlomků“	společná práce	Ž budou chodit jeden za druhým k tabuli a zapisovat zlomky	Procvičování sluchové analýzy. Upevnění písemného zápisu zlomků.	max. 7 min (upravím podle spolupráce dětí)	<i>Nevím, zda jsou Ž zvyklí chodit k tabuli, tak aby to nezabralo celou hodinu. Pokud by to nešlo, tak nechám cca 10-15 Ž a zbytek půjde na jinou aktivitu.</i>
Znázorní část celku	individuálně s následnou kontrolou	Ž budou znázorňovat do sešitu části celku, poté kontrola na tabuli.	Zopakování pojmů celek a zlomek na obdélníku. Práce s čtvercovou sítí.	max. 8 min	Možnost vynechat, aktivita dle časové náročnosti předchodí.
Výzva: Zkus seřadit zlomky z 1. aktivity od největšího po nejmenší.		Rychlá aktivita, nechat málo času, nevím, zda to umí, vrátíme s k tomu po aktivitě Skládání celku.		max 5 min	<i>Evidence na tabuli.</i>
Skládání celku	skupinová práce	→ model kruhu → pojmenovat části celku → poskládat celek - zakreslit obrazce, → najít co nejvíce možností	Manipulace se zlomky, propedeutika sčítání a krácení zlomků	10 min	<i>Rozdělení do dvojic do 10 s. Umožnit Ž pracovat samostatně.</i>
Zaznamenání obrazců na tabuli + společná diskuze	společná práce	Ž budou diktovat, jak poskládali celek, zakreslíme na tabuli.	Záměnnost = shodnost zlomků. $\left(\frac{1}{2} = \frac{2}{4}\right)$	15 min	Můžou zakreslovat i 2 Ž zároveň nebo učitel.
Návrat k Výzvě - kontrola		Ž si zkontrolují, jak seřadili zlomky a zda by teď něco neudělali jinak.	Hodnota zlomku	5 min	

4. Reflexe

- zhodnocení hodiny žáky

Cílem této vyučovací hodiny bylo vzhledem k zadání vedoucí praxe zopakování učiva zlomků jako příprava na zavádění krácení a sčítání zlomků se stejným jmenovatelem. Zároveň měl být brán zřetel na správný číselný zápis zlomků ve tvaru $\frac{n}{m}$ a schopnost toto číslo přečíst.

Jako studentka tehdy 4. ročníku jsem se snažila naplánovat hodinu podle svého nejlepšího svědomí. Mým cílem bylo vnést do třídy vedené v duchu tradiční matematiky bohaté na drilové aktivity trochu konstruktivismu, ke kterému jsme vedeni na fakultě. Měla jsem výhodu v tom, že jsem žáky této třídy poměrně znala, vzhledem k tomu, že jsem do třídy občas docházela jako asistentka. I tak bylo plánování hodiny i její realizace poměrně oříškem.

Za největší spor, který se ve mně odehrával, byla na jedné straně snaha naplnit zadané cíle vzhledem k požadavkům daného předmětu a nechat děti prožít moji hodinu tak, aby pro ně byla opravdu přínosná na straně druhé.

Z dnešního pohledu mohu říci, že bych rozhodně volila méně aktivit a v jiné souslednosti. V následující části rozeberu jednotlivé aktivity vzhledem k původnímu záměru, realizaci a z dnešního pohledu a v některých případech navrhu možná zefektivnění.

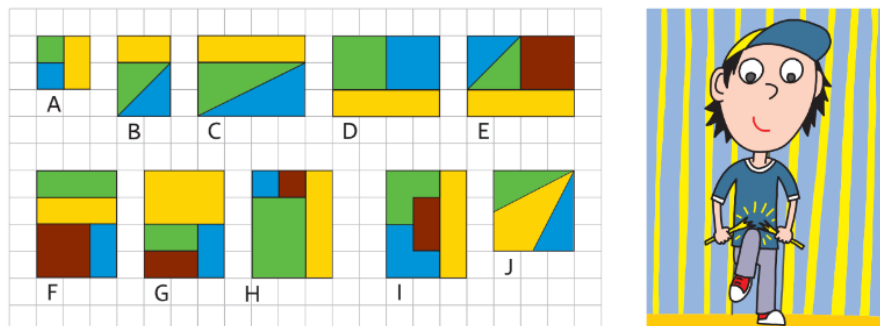
Diktát zlomků

Tato aktivita byla do plánu hodiny zařazena jako prostředek naplnění cíle *Žáci si zopakují pravidla pro zápis zlomků*. První aktivita jakéhokoliv učebního plánu by měla být aktivizační. Měla by žáky motivovat a nabudit na téma dané hodiny. V tomto případě se sice jednalo o úlohu aktivizační, avšak ve smyslu *žáci aktivně chodí k tabuli, hýbají se*. Podle průběhu realizace usuzuji, že pro žáky to byla aktivita příliš jednoduchá, stereotypní a navíc zabrala spoustu času. Z pohledu výuky zlomků šlo pouze o formální poznatek, tedy zápis, který je dle odborné literatury považován v procesu pochopení učiva za nejméně důležitý.

Nicméně schopnost zlomek formálně zapsat je zejména pro práci se zlomkem jako číslem nezbytná a je proto potřeba žákům zprostředkovat i takové typy úloh, kde tuto dovednost získají. Nemělo by se ale jednat o zkušenost takto formální. K naplnění stejného cíle, tedy procvičení zápisu čísla ve tvaru zlomku, můžeme využít typy úloh, které se zlomkem pracují jako s částí celku. Oproti mnou navrhované aktivitě si žáci

procvičí zároveň obě oblasti. K tomuto účelu mohou sloužit tyto typy cvičení: „Zapiš, jaká část obrázku je vybarvena“ (obr. 5.1)¹⁶ nebo (Obr. 5.2)¹⁷

1 Řekni a zapiš číslem, jaká část obsahu daného čtyřúhelníku je **žlutá**, **zelená**, **modrá** a jaká **hnědá**. Zapiš číselnou rovností rozklad každého čtyřúhelníku.



Obr. 5.1 Zapiš, jaká část obdélníku je vybarvena

ZLOMEK JAKO ČÁST CELKU – KRESLÍME A VYBARVUJEME

1. Urči, na kolik stejných částí jsou rozděleny: a) jednotlivé útvary, b) jednotlivé stavby. Potom zapiš zlomkem, jaká část celku je vybarvena (V) a jaká část vybarvena není (N).

a)

V: N:

V: N:

V: N:

NEXT

b)

V: N:

V: N:

V: N:

V: N:

7

Obr. 5.2 Jaká část celku je vybarvena/nevybarvena, zapiš zlomkem.

V obou předložených aktivitách žák dosáhne v myšlenkovém procesu daleko vyšší aktivity, než jen při pouhé aplikaci pravidla zlomek jedna polovina zapisujeme jako jedna lomeno dva.

¹⁶ HEJNÝ, Milan. *Matematika: pro 4. ročník základní školy*. Ilustroval Lukáš URBÁNEK, ilustrovala Dana RAUNEROVÁ. Plzeň: Fraus, 2010. ISBN 978-80-7238-940-7, str. 54.

¹⁷ BLAŽKOVÁ, R, K MATOUŠKOVÁ a M VAŇUROVÁ. *Pracovní sešit - Zlomky pro 4. ročník*. Alter, 2003. ISBN 092127, str. 5

Výzva: řazení zlomků podle velikosti

Mým úmyslem bylo žákům nabídnout na začátku hodiny nějaký problém, který zatím nebudou umět vyřešit s tím, že po skončení hlavní aktivity se k němu vrátíme a s nově nabytými zkušenostmi ho vyřešíme. Takovýto typ problémových úkolů je vhodnou motivací pro další činnost, měl by v žácích probouzet touhu přijít problému na kloub. V mém případě však nebyl dobře naplánovaný.

Princip tohoto úkolu spočíval v objevení zákonitostí u krácení a rozšiřování zlomků. Vzhledem k tomu, že se však jednalo o první aktivitu na toto téma, zvolila jsem příliš mnoho zlomků s různým základem a navíc několik druhů rozšířených zlomkových řad. Žáci tedy pracovali jak se zlomkovou řadou $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$, tak se zlomky $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$ a zároveň se zlomky s jiným základem. Kombinace zlomků s různým základem, navíc i zlomků jako jsou například desetiny, které se na kruhovém modelu vyznačují poměrně obtížně, způsobila, že řadu od největšího po nejmenší byli schopni sestavit na konci hodiny pouze dva žáci. Ze svého předchozího působení v této třídě mohu říci, že se jednalo o žáky nadprůměrné.

Od zadávání problémových úkolů mě to však neodradilo. Tento neúspěch беру jako skvělou zkušenost a příležitost se zamyslet nad tím, jakým způsobem je vhodné s problémovými úkoly pracovat. Z dnešního pohledu bych si rozhodně zadání pečlivěji promyslela, pravděpodobně bych celou aktivitu rovnou zadala spolu s manipulativní činností, která by žákům dala příležitost úlohu okamžitě řešit.

Skládání celků + zaznamenávání na tabuli diskuze

Při plánování výuky jsem aktivitu skládání celků a následnou diskusi považovala za stěžejní. Žáci dostali do dvojice obálku s barevně odlišenými částmi kruhového modelu (poloviny, třetiny, čtvrtiny, pětiny, šestiny a osminy). Jejich úkolem bylo složit co možná nejvíce různých celků, tyto zaznamenávat a v evidenci možných kombinací odhalit již zmiňovanou shodnost zlomků. Žáci opravdu zapáleně pracovali a poctivě sestavovali a zaznamenávali, avšak pro vyvození nějakého obecného pravidla nebo odhalení nové skutečností měli příliš mnoho různých celků. Společná evidence na tabuli byla také poměrně zmatečná, trvala příliš dlouho a k žádnému odhalení nevedla.

Tato aktivita v reálu tedy naplnila jiný cíl, než kvůli kterému byla zadávána. Žáci měli možnost se velmi podrobně seznámit s kruhovým modelem celku, manipulativní

činností vytvářel různé kombinace složení celku, avšak nedokážu posoudit, zda u nich došlo k poznání záměnnosti zlomků.

Překreslování sestavených kruhů na tabuli nebyla vhodná forma evidence možností, trvala příliš dlouho, byla nepřesná a nepřehledná. Žáci mohli na tabuli své sestavené modely přímo lepit, čímž by se zachovala přesnost a ušetřil čas.

Pro naplnění mého původního cíle bych z dnešního pohledu volila práci se zlomkovou zdí (Obr. 3.3).

celek	[Green bar]											
polovina	[Yellow bar]						[Yellow bar]					
třetina	[Green bar]				[Green bar]				[Green bar]			
čtvrtina	[Yellow bar]			[Yellow bar]			[Yellow bar]			[Yellow bar]		
pětina	[Green bar]		[Green bar]		[Green bar]		[Green bar]		[Green bar]		[Green bar]	
šestina	[Yellow bar]		[Yellow bar]		[Yellow bar]		[Yellow bar]		[Yellow bar]		[Yellow bar]	
sedmina	[Green bar]	[Green bar]	[Green bar]	[Green bar]	[Green bar]	[Green bar]	[Green bar]	[Green bar]	[Green bar]	[Green bar]	[Green bar]	[Green bar]
osmina	[Yellow bar]	[Yellow bar]	[Yellow bar]	[Yellow bar]	[Yellow bar]	[Yellow bar]	[Yellow bar]	[Yellow bar]	[Yellow bar]	[Yellow bar]	[Yellow bar]	[Yellow bar]
devítina	[Green bar]	[Green bar]	[Green bar]	[Green bar]	[Green bar]	[Green bar]	[Green bar]	[Green bar]	[Green bar]	[Green bar]	[Green bar]	[Green bar]
desetina	[Yellow bar]	[Yellow bar]	[Yellow bar]	[Yellow bar]	[Yellow bar]	[Yellow bar]	[Yellow bar]	[Yellow bar]	[Yellow bar]	[Yellow bar]	[Yellow bar]	[Yellow bar]
dvanáctina	[Green bar]	[Green bar]	[Green bar]	[Green bar]	[Green bar]	[Green bar]	[Green bar]	[Green bar]	[Green bar]	[Green bar]	[Green bar]	[Green bar]

Obr. 6 Zlomková zeď

Zlomkovou zeď jsem jako pomůcku neznala, ale přijde mi jako ideální model pro naplnění mého cíle. Žáci mohli dostat rozstříhanou zlomkovou zeď, kterou by sestavili, a pak by záměnou dílků mohl odhalit shodnou velikost určitých zlomků.

Návrat k výzvě

K diskuzi, která nás měla zavést zpět k výzvě a řazení zlomků dle velikosti nakonec došlo, avšak jen u několika dětí. Nemohu však posoudit, zda žáci výzvu vyřešili díky poznání z hlavní aktivity, nebo zda postupovali jiným způsobem.

U tabule své řešení představovala dvojice výše zmíněných nadaných žáků, kteří na úkolu pracovali společně a nabídli toto řešení:

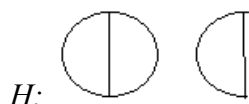
$$\frac{3}{2}; \quad \left(\frac{6}{10}; \frac{8}{12}; \frac{2}{3} \right); \quad \left(\frac{1}{2}; \frac{2}{4}; \frac{4}{8} \right); \quad \frac{4}{10}; \frac{2}{6}$$

Po zhlédnutí videa z hodiny jsem zjistila, že jsem se v tomto okamžiku dopustila didaktické chyby a to tím, že jsem ostatní žáky nepřiměla, aby výklad svých spolužáků poslouchali. Upřímně jsem se soustředila na výklad hochy (H) a dívky (D) u tabule, že

jsem zapoměla na svoji roli moderátora diskuze a nepřipravila jim vhodné prostředí pro jejich prezentaci řešení.

Prezentace společného řešení se ujala D, jejíž slovní argumenty H doplňoval nákrasy:

D: $\frac{3}{2}$ je nejvíc ze všeho, to je jeden celek a jedna polovina



Následně začala D vysvětlovat, proč jsou zlomky $\frac{6}{10}$; $\frac{8}{12}$; $\frac{2}{3}$, spolu v kroužku.

D:.... a dali jsme to do kroužku vlastně kvůli tomu, že když si to znázorníte, tak všechno je....všechno má stejný...ehm... jakoby...je to všechno stejný....

D zde svůj výklad doplňuje výraznou gestikulací a pravděpodobně se snaží přijít na slovo *stejně velké*, načež vyzve H k tomu, aby to nakreslil.

D: Nakresli kruh, (H postupuje dle pokynů) vyznač tam třetiny a teď tam nakresli $\frac{8}{12}$...

H bez problémů vyznačí třetiny, ale se zaznačením dvanáctin má již problém, a tak se malování ujímá D. Při snaze vyznačit dvanáctiny, však udělá chybu a vyznačí pouze desetiny. Poté, co jí H začne do nákresu dokreslovat, mu zpět předává fix se slovy *Tak si to nakresli sám*.

H celý nákres smaže a zároveň maže i rámeček kolem zlomků $\frac{6}{10}$; $\frac{8}{12}$; $\frac{2}{3}$, prohodí zlomek $\frac{6}{10}$ se zlomkem $\frac{2}{3}$ a kreslí nový rámeček, tentokrát takto: $\frac{2}{3}; \left[\frac{8}{12}; \frac{6}{10} \right]$. ještě než ho však dokreslí, opět se opraví na verzi: $\left[\frac{2}{3}; \frac{8}{12} \right]; \frac{6}{10}$ se slovy *Tohle je stejný* (ukazuje na rámeček) *a tohle je jiný* (ukazuje na $\frac{6}{10}$).

D na toto reaguje slovy: *A proč nám to teda předtím vycházelo?*, avšak v momentě, kdy jí to H začne kreslit a vysvětlovat, tak mu dá za pravdu a vysvětlování končí.

V tuhle chvíli si myslím, že D úplně nerozuměla tomu, proč to tak, je, ale nechtěla si to nechat nakreslit, ať už z důvodu toho, že se na ně koukala celá třída, nebo proto, že si to chtěla sama promyslet.

Na této krátké části hodiny, která trvala přesně 2 min a 43 s jsem si vyzkoušela, jaké je to nechat žáka objevit svou vlastní chybu. Když tito dva žáci přišli k tabuli, měli za to, že jdou prezentovat správné řešení, byli si naprosto jistí. Až tím, že své argumenty měli znovu zvážit a vysvětlit ostatním, přišli na svou chybu a H byl zároveň schopný ji ihned opravit. Bylo zjevné, že chápe, proč je to špatně, i když možná zatím nerozuměl, proč k chybě došlo, zda nepozorností nebo něčím jiným.

Shrnutí analýzy odučené hodiny

Bezprostředně po hodině jsem byla ze svého výstupu docela zklamaná. Hodina neproběhla podle mých představ, ukousla jsem si moc velké sousto, na které jsem se nedokázala dostatečně připravit. Na druhou stranu jsem však byla příjemně překvapená z pracovního nasazení některých žáků. I přes ne vždycky srozumitelné zadání, žáci pracovali dle svých možností.

Množství možností v hlavní manipulativní aktivitě mi na první pohled trochu ztížilo následnou práci a cestu k mnou vytyčeným cílům, na druhé straně však umožnilo diferenciaci obtížnosti. Bylo zajímavé sledovat, jaké strategie kteří žáci využívali při skládání různých celků. Slabší žáci začali se skládáním jednobarevných celků, tedy $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ nebo $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$ a podobně. Někteří těmito kombinacemi dokonce skončili a až po mém pobídnutí, zda by to šlo i jinak teprve vzali v úvahu i různobarevné kombinace. Naopak skupinka žáků nadanějších se od počátku snažila sestavit celek s použitím co nejvíce různých barev (částí). Jedna z dvojic žáků se snažila najít nějaký vlastní systém ve svém skládání a zaznamenávání. Je tedy zřejmé, že všichni žáci ve třídě, která byla poměrně značně různorodá, měli příležitost pracovat podle svých možností.

Co se týká mého přístupu k výuce v této hodině, mým cílem učit v duchu konstruktivismu. Nechat žáky pracovat co možná nejvíce bez mé intervence.

První část hodiny však probíhala spíše v tradičním duchu. Vysvětlila jsem, o co půjde v první aktivitě a ihned jsem na příkladu demonstrovala, co po žácích požaduji. Bez dalšího otálení jsem začala vyvolávat jednoho žáka po druhém a aktivita začala. Vzhledem k nešťastné volbě drilové aktivity jako první aktivity v hodině, působí úvodní část hodiny stroze a příliš uspěchaně.

Konstruktivistický přístup se splnil v hlavní části hodiny, tedy manipulaci s kruhovými modely. Využila jsem jednu z aktivizujících výukových metod, metodu

heuristickou (objevitelskou). Vzhledem k výše popsaným okolnostem (nedostatek času a mnoho kombinací) žáci sice neměli prakticky možnost k objevení dojít, ale pokud bych aktivitu příště upravila, věřím, že žáci by se danému cíli dobrali.

Podle mého názoru zde došlo k naplnění hned několika principů, z nichž některé uvádím spolu s konkrétním příkladem:

- Radost z matematiky – podle celkové atmosféry ve třídě si troufám říci, že většina žáků pracovala se zaujetím.
- Vlastní poznatek a práce s chybou – oba tyto principy se hezky prolínají na příkladu zmíněného hochy (H), který svojí vlastní soustavnou prací došel k porozumění nejen dané látky, ale i své chyby. Princip práce s chybou jsem si vyzkoušela i já, když jsem žáky nechala svoje řešení obhájit, přestože nebylo bezchybné. Musím uznat, že jsem byla hodně zvědavá, zda žáci na chybu přijdou.
- Princip přiměřené výzvy – velký rozptyl možností v hlavní aktivitě byl v určitou chvíli problém, ale zároveň umožnil výuku individualizovat. Nejvíce mi utkvěla v paměti radost jedné výrazně slabší žákyně, která nejprve skládala celky pouze podle barev, tedy vždy ze shodných částí. Už to, že tento úkol splnila, pro ni bylo velkým úspěchem a na můj popud, zda by to nešlo i nějak kombinovat, se s radostí pustila do další práce. Ze svého působení ve třídě jako asistentka vím, že zrovna tato dívka se do práce pouštěla jen velmi nerada.
- Role učitele – zde jsem splnila pravidlo toho, že učitel není nositelem pravdy, snažila jsem se žáky pouze směřovat, nehodnotit jejich postupy ani řešení. Co mi dělalo problém, byla role moderátora diskuze. Svou pozornost jsem více věnovala tomu, co říká prezentující žák, než tomu, abych mu pomohla utvořit podmínky pro diskuzi s ostatními spolužáky.

Závěr hodiny měl být věnován diskuzi. Ta bohužel neproběhla podle mých představ, ale minimálně v útržcích rozhovorů se žáky se mi myslím dařilo zaujímat dialogické přístupové strategie. Přestože jsem některé žáky velmi dobře znala a předem jsem dokázala odhadnout, jak si v které aktivitě povedou, snažila jsem se k nim přistupovat bez předpojatosti, což se mi v několika případech ihned v dobrém vrátilo (případ Maxe a slabší dívky).

Nyní s odstupem času mohu potvrdit, že tato hodina byla jednou z těch „aha hodin“, tedy takovou, která sice nevyšla na první pohled podle mých představ, ale na druhou stranu nabízí spoustu podnětů k zamyšlení.

3.5 Analýza pozorování výuky a rozhovorů s respondentkami

V úvodu této kapitoly uvádím stručné reflexe z pozorovaných hodin, kde věnuji pozornost především přístupu vyučujících k výuce, jejich učebnímu stylu, použitým metodám a typům aktivit, které v hodinách proběhly.

Hlavní výzkumnou částí této práce je analýza rozhovorů s učitelkami prvního stupně. Jedná se o dvě učitelky 1. ročníku (respondentky EH a ZF), jednu učitelku 4. ročníku (respondentka ZB) a učitelku 5. ročníku (respondentka KŽ).

Nejprve jsem měla v úmyslu analyzovat zvlášť odpovědi učitelů prvních ročníků a zvlášť učitelů ročníků vyšších, ale některé otázky se shodují u všech respondentů, a tak jsem se rozhodla poskytnout celkový pohled na danou problematiku. U některých otázek tedy uvádím odpovědi všech respondentek, v závěru analýzy, kdy se dostáváme k analýze samotné výuky zlomků, se jedná především o odpovědi respondentek ZB a KŽ.

Celá analýza je prezentovaná pomocí přehledné tabulky, kde je vždy představeno téma otázky, případně zkrácená verze otázky samotné, má očekávaná odpověď a odpovědi respondentek. Vše je doplněno odkazy na plné znění příslušné odpovědi v přepisu rozhovoru, které jsou součástí příloh této práce.

Obsah odpovědí respondentek spolu s mými očekávanými odpověďmi je následně komentován.

Součástí rozhovoru bylo i stručné představení samotné hodiny, proto se některé učitelky odkazují na aktivity, které v dané hodině proběhly.

3.5.1 Pozorování výuky

Výuka EH:

Úvod: hádání tématu na interaktivní tabuli (obrázky rozpůleného ovoce, jablka, meloun, citron,...)

- Žáci navrhovali různá řešení, ale nakonec se shodli na tom, že hodina se bude věnovat půlení ovoce.

1. aktivita: rozdělování obrázků na interaktivní tabuli na poloviny

- Vzhledem ke stanovenému cíli, který jak jsem se později dozvěděla, zněl *Naučit žáky spravedlivé půlení*, se mi tato aktivita jeví jako nešťastně zvolená. Žáci sice pomyslně půlili ovoce naznačením čáry, avšak o spravedlivém dělení nemůže být řeč. Půlení bylo pouze naznačeno a nebyla zachována pravidla 2 stejných dílů, i když se žáci snažili.
- Jako předměty na půlení se objevovaly nejdříve jednotlivé kusy jako jablko, meloun, avšak poté se objevil i obrázek hroznového vína, u něhož byly některé kuličky v zákrytu, a nebylo možné přesně určit počet.

2. aktivita: skupinová práce, spravedlivé dělení, žáci dostali do skupiny z papíru vstřížený ovál (meloun), kruh (koláč), jablko, čokoládu a kus provázku a jejich úkolem bylo tyto objekty spravedlivě rozdělit. Následovala prezentace řešení ve skupinách.

- Tato aktivita již měla potenciál, ale žáci nedostali v podstatě žádné instrukce k tomu, jak zařídit aby došlo ke spravedlivému dělení. Někteří tedy připravený „koláč“ přestříhli od oka, někteří přišli na metodu přeložení a o spravedlivé dělení se alespoň pokusili.
- Výstupem této aktivity měla být diskuze o tom, jak zařídit spravedlivé půlení a ověření toho, zda k němu v případě jednotlivých skupin došlo. V tuto chvíli bych nechala žáky porovnat jednotlivé části napříč skupinami, abychom opravdu ověřili, zda jsou části shodné. K diskuzi mezi žáky téměř nedošlo.

3. aktivita: žáci dělili přidělený počet žetonů na poloviny, některá skupina dostala lichý počet, diskuze o tom, kdy lze spravedlivě dělit a kdy ne.

- Tato aktivita byla bohužel přerušena zvoněním, takže děti stihly akorát rozdělit žetonky na 2 hromádky, diskuze o tom, proč to někdy lze a někdy nelze rozdělit spravedlivě proběhal jen s jednou skupinou.

Přístup učitele: Vyučující EH se snažila učit v duchu konstruktivismu, ale nevhodně zvolené aktivity ji nutily některé části hodiny řídit. Z mého pohledu žáci pracovali pod hranicí svých možností, zadané úkoly pro ně nebyly dostatečnou výzvou. Heuristické (objevitelské) metoda v aktivitě č 2, kdy žáci měli objevit pravidlo spravedlivého

dělení, se tedy změnila spíše na metodu dovednostně praktickou, kdy žáci pouze trénovali stříhání.

Výuka ZF

Úvod: řada čísel, porovnávání čísel (warm up s přesahem do dalších aktivit)

- Jako počáteční aktivitu zvolila vyučující ZF budování představy číselné řady, která v první třídě stále dělá některým žákům problémy. Následně žáci utvořili náhodně dvojice a čísla porovnávali vytvořením znaku menší, větší pomocí svých vlastních těl. Stejný princip porovnávání byl poté využit i v práci se zlomky.

1. aktivita: skládání dílků koláčů, rozstříhané modely kruhu, barevně oddělené, cíl – poskládat celý koláč

- Žáci pracovali s polovinami, třetinami, čtvrtinami, pětinaми a osminami. Každý si vzal jeden dílek koláče a měl za úkol najít zbytek tak, aby jim vznikl celý koláč. Při společné kontrole byli schopni správně pojmenovat jednotlivé části. (Náš koláč má 5 dílků, každý má pětinu.)

2. aktivita: následně sami žáci dostali do skupiny koláč, který měli rozdělit na požadovaný počet dílů.

- Než se pustili do samotného dělení, proběhla diskuze, jak to zařídit, aby byly části opravdu stejně velké a spravedlivé. Vhodnými otázkami dovedla ZF 2 žáky k nápadu s přepůlením papíru a následně stříhání podél vzniklé linie. Při komunikaci se žáky působila paní učitelka velmi zaujatě, každému, kdo měl zájem, dala prostor se vyjádřit a zároveň dbala na to, aby se žáci navzájem poslouchali. Byla jsem velmi mile překvapena, kolik jsou toho žáci v prvním ročníku schopni vymyslet.

3. aktivita: porovnávání jednotlivých částí celku ve dvojici

- Stejným způsobem, jaký žáci použili při porovnávání čísel v první aktivitě, nyní porovnávali zlomky. Žáci všechny aktivity stihli rychleji, než se předpokládalo, a tak se vyučující snažila vymyslet nějakou závěrečnou aktivitu, avšak žáci začali spontánně říkat, kdo měl jakou část, vzhledem k tomu na kolik dílků se dělil.

36 ZF: (...)ale oni spontánně mi začli odpovídat na to, jak to bylo u nich ve dvojici, kdo měl větší část a kdo menší a sami pojmenovávali, že když druhý měl dílek, kde se dělili jen na půlky, na dva... mezi dvě děti, tak to bylo víc, než když on byl ve skupině, kde se dělili mezi osm dětí. Tak to mi přišlo jako neuvěřitelné, vlastně hezký závěr, a potom už jenom na vyplnění, do konce hodiny měli skládat kruhy z různých částí... (viz Příloha č. 3)

4. aktivita: skládání celku z různých částí

- Závěrem žáci skládali různé koláče a zkoušeli, jaké kombinace dílků fungují. V jedné skupince vznikla neuvěřitelná debata o tom, zda je šestina větší než pětina, která celou hodinu završila. (viz Příloha č. 3, odst. 61-62)

Přístup učitele: Přístup vyučující byl čistě konstruktivistický, komunikace a spolupráce jak mezi dětmi, tak s učitelem byla jednou ze stěžejních částí hodiny. Jednotlivé aktivity na sebe navazovaly a žáci neměli problém se v hodině orientovat.

Výuka KŽ

Úvod: navázání na ciferníkovou matematiku z předešlých hodin, vyznačování zlomků na ciferníku

- Žáci dostali za úkol vyznačit na ciferníku 12 min a určovali, jaká je to část celku. Dalším úkolem bylo vyznačit 36 min ze zbytku, což už byl pro některé žáky problém. Spoustu žáků vyznačilo 36 min na celku, zbytek se dohadoval, zda je rozdíl, když budou 36 min značit zleva doprava nebo zprava doleva.

1. aktivita: sčítání zlomků na čokoládě

- Práce s obdélníkovým modelem, někteří žáci zvládli bez obtíží, některým dělala problém vyznačení zlomků na čokoládě, jakým způsobem ji rozdělit, aby to fungovalo.
- Objevil se příklad s rozšířeným zlomkem a diskuze, zda platí, že $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$, žáci nad ním diskutovali. Já jsem se poté na tento příklad ptala v rozhovoru a KŽ potvrdila, že některé děti zlomky bez obtíží krátí/rozšiřují, ale některé zatím na princip nepřišly. (viz Příloha č. 3 – odst. 36-44).

2. aktivita: úloha z testu – 1. stroj váží o třetinu míň než 2. stroj, kolik váží oba dohromady

- Zde se KŽ vrátila k úloze z pololetního testu, která dělala mnoha žákům problémy. Z mého pohledu bylo hlavním problémem pochopení rozdílu mezi *váží třetinu a je o třetinu lehčí*. Ptala jsme se paní učitelky, zda je to část problém a její názor byl takový, že žáci udělali chybu především z toho důvodu, že se zároveň jednalo o počítání s velkými čísly, které jim dělá problém. (viz Příloha č. 3 – odst. 51-56)
- Žáci opět o úloze dostali možnost diskutovat, některé nápady přicházeli přímo od nich, někdy se do diskuze vhodnou otázkou vložila i vyučující.

3. aktivita: porovnávání zlomků s pomocí zlomkovnice

- V závěru hodiny žáci pracovali na cvičení v učebnici – porovnávání zlomků. Někteří žáci zvládali porovnávání bez použití zlomkovnice, dle slov KŽ to některé žáky vyloženě otravuje. Naopak někteří ji využívali stoprocentně.

Přístup učitele: Hodina probíhala opět v duchu konstruktivismu, vyučující se velmi dobře zhostila své role. S žáky po celou dobu vstřícně komunikovala, používala metody názorné i instruktivní. Žáci byli evidentně zvyklí tímto způsobem pracovat. Všila jsem si, že vyučující byla schopná monitorovat práci celé třídy, neustále žáky obcházela, byla připravená kdykoliv pomoci, poradit. Na druhou stranu jim však dala prostor pro samostatnou práci.

Výuka ZB – 1. hodina

Úvod: připomenutí úlohy maminka poslala nakoupit polovinu svých dětí a ještě půl dítěte.

- Vyučující zahájila hodinu připomenutím úlohy, kterou ve třídě probírali před nějakou dobou. Bohužel se však jednalo pouze o připomenutí slovní, (*pamatujete si, jak jsme řešili...kdo si vzpomene na výsledek*). Někteří žáci si opravdu vzpomněli, avšak v hodině nedošlo k opětovnému vysvětlení toho, jak se úloha řešila.
- Připomenutí této úlohy sloužilo pouze jako klíč k dnešnímu tématu.

1. aktivita: určování velikosti vybarvených částí obrazců

- První aktivita z učebnice nakonec zabrala téměř celou hodinu. Žáci měli pracovat samostatně, což mi přišlo jako nešťastně zvolená forma práce. Zaznamenala jsme několik žáků, kteří si s úlohou vůbec nevěděli rady. Někteří tedy vůbec

nepracovali. Zaznamenala jsem část rozhovoru, jednoho tápajícího žáka s učitelkou:

Ž: A jak mám poznat, kolik to je?

U: Kolik tady máš čtverečků?... A kolik je tohle čtverečků....půl čtverečku a půl čtverečku, to je celý čtvereček. Kolik je jeden ze dvou?

- Důsledně se dbá na správný, jednotný zápis.

2. aktivita: pracovní sešit, určování částí z celku, krychlové stavby

- Opět samostatná práce se společnou kontrolou, nedostatek času na rozmyšlení.

Žáci jsou tlačeni do jednotného postupu - $\frac{1}{6}$ z 12 $\rightarrow 12 : 6 = 2$ kostičky.

Přístup učitele: Přestože vyučující KŽ učí podle stejných, konstruktivisticky založených učebnic (nakl. Fraus), hodina byl vedena spíše klasickým stylem s prvky konstruktivismu. Žáci byli často tlačeni k jednotnému postupu, formulace některých otázek žákovi přímo podsouvala správnou odpověď. V případě, že žák dostal šanci vysvětlit své řešení ostatním, vyučující ho několikrát přerušila hovorem s jiným žákem nebo přímo zásahem do jeho výkladu.

Výuka ZB – 2. hodina

Druhá hodina měla téměř identický scénář, jako hodina první, stejné aktivity, podobné problémy. V této třídě jsou navíc integrované 2 děti, které jsou vědomostmi na úrovni 2. – 3. ročníku. Tito dostali odlišný pracovní list s tématem zlomků a pracovali samostatně. V době, kdy měli i ostatní žáci zadanou práci se jim KŽ snažila věnovat individuálně, avšak opět spíše direktivním a instruktivním přístupem. Z mého pohledu jim příliš často vše vysvětlovala a radila. Žáci neměli k dispozici žádné pomůcky, které by jim mohli pomoci úlohy modelovat.

3.5.2 Shrnutí pozorování výuky

Přestože jsem si pro svůj výzkum zvolila poměrně malý vzorek respondentů, ráda bych uvedla několik postřehů z pozorování. Všichni učitelé se snažili k výuce přistupovat konstruktivisticky, učili podle jednotné řady učebnic, avšak jejich výuka nebyla stejná. To dokazuje, že samotný styl výuky ještě nezaručí výuku kvalitní. Do celkové realizace se promítá mnoho dalších vlivů jako je osobnost učitele, zvolené téma a aktivity v hodině, ale také množství a úroveň žáků ve třídě.

Vyučující EH měla ve třídě v době pozorování 10 žáků, které však z mého pohledu trochu podcenila. Náplň hodiny nebyla dostatečně pestrá, zároveň nedošlo v určitých aktivitách k naplnění cíle (stříhání na stejné části). Oproti tomu vyučující ZF měla hodinu více promyšlenou a nebála se trochu riskovat. Sama v rozhovoru uvádí, že nečekala, že by žáci úlohy zvládli tak dobře. Pozorovaná hodina vyučující KŽ měla dostatečný spád a byla velmi bohatá na diskuze. Žáci z obou pozorovaných hodin ZB se zasekli na stejné, první aktivitě. To se myslím trochu podepsalo na dalším průběhu hodiny, kdy vyučující nedala žákům dostatečný prostor látku si látku znázornit, případně pochopit. Vedení hodiny tedy nakonec odpovídalo spíše tradičnímu stylu s prvky konstruktivismu.

3.5.3 Analýza rozhovorů

Předmětem analýzy rozhovorů bylo především naplnění cílů praktické části této diplomové práce, a proto se podrobněji věnuji následujícím tématům:

- prekoncepty v oblasti zlomků a jejich význam, propedeutika
- modely zlomků a pomůcky ve výuce
- přístup učitelů a jejich vztah k tomuto tématu

Otázka (zkráceno)	Očekávaná odpověď
Odpověď EH (viz Příloha č. 1)	
Odpověď ZF (viz Příloha č. 3)	
Odpověď KŽ (viz příloha č. 2)	
Odpověď ZB (viz Příloha č. 4)	
<p>Všeobecný přístup učitele k výuce zlomků</p> <p>Někteří učitelé se domnívají, že učivo zlomků je příliš obtížné a zabere spoustu času ho ve školách učit a to bez jasného výsledku, a proto by ho na prvním stupni vůbec neučili. Někteří naopak prosazují pro výuku zlomků na prvním stupni větší hodinovou dotaci a považují tuto výuku za nezbytnou pro další matematickou.... matematické jevy.</p> <p>Jaký je tvůj názor...</p>	<p>Předpokládala jsem, že paní učitelky budou výuce zlomků na prvním stupni nakloněny. Ať už z důvodu toho, že na prvním stupni je více času na manipulativní činnosti, které napomáhají pochopení učiva zlomků, anebo proto, že žáci do školy už s určitými vědomostmi přicházejí a byla by škoda těchto vědomostí nevyužít.</p>

22 EH: Ehm...No já si myslím, že každý obtížný u...každé obtížné učivo by mělo...eeh...začínat po malých krocích... takže ..ve chvíli, kdy to učivo je tak obtížné, že s ním nikdo nechce pracovat, tak aby se učili přesně pùlit, dělit na kusy, aby měli zakořeněnou tu představu té poloviny a nemohli pak dělat ty chyby, ve smyslu, že sečtou dvě poloviny a budou si myslet, že je to jedna čtvrtina nebo takhle...

2 ZF: (dlouhá odmlka) Tak já si myslím, že určitě není vhodné tohle učivo odsouvat na druhý stupeň, protože tam je učiva hodně a není tolik času na... (zaváhání)... manipulaci, kterou já považuji za stěžejní. Tam, na druhém stupni, už to může být hodně o tom, že se učivo představí, procvičuje a pak se očekává, že ho žáci umí, ale pokud někdo potřebuje delší rozjezd, potřebuje nabýt tu zkušenost, kterou třeba během života ještě nemá, tak na prvním stupni... ehm... je ten prostor daleko větší.

3 T: ...uhm...

4 ZF: ...proto....a může se to tam... do výuky se to může zařazovat po maličkých kousíčkách, nenásilně, aniž by to ty děti vlastně tušily a potom, všechno co za ty roky nastřádají, věřím, že zúžitkují na druhém stupni.

2 KŽ: Já si myslím, že je úplně správně, že ho...že se těm zlomkům věnujeme už takhle od ..ehm útlého věku. Já tuhle třídu učím až od 3. třídy takže nevím, jak dělili chleba a jak dělili pizzu na víc částí, ale ve čtvrté třídě jim to přišlo už jako úplně automatické a myslím si, že tu zkušenost mají ze svého života a někteří ji potřebovali víc rozvinout, někteří míň, že je to dost individuální, ale jsem ... určitě bych ji...to do osnov zařadila.

2 ZB: Já myslím, že určitě je to věc, která je na prvním stupni naprosto jako běžně schůdná a téma dětma je přijatelná i ty děti, který jsou jako výrazně špatné, tak dokážou částečně ty zlomky pochopit...a ...a oni je hlavně používají, oni už děti v první, druhé třídě normálně z běžného života, poloviny, třetiny, čtvrtiny...oni se s tím prostě setkávají a znají to.... Když se řekne čtvrt hodiny, tak prostě dítě ve druhý, třetí třídě ví, co to znamená čtvrt hodiny, že to je 15 minut prostě, ta čtvrt.

Komentář	<p>Všechny paní učitelky se shodly na tom, že učivo zlomků na první stupeň patří. Jako argument pro svá tvrzení uvádějí fakt, že učivo druhého stupně je již náročnější a není možné se mu věnovat delší dobu. Z toho důvodu je první stupeň ideálním místem pro zejména manipulativní aktivity a činnosti, které žáků umožní získat požadovanou zkušenost a vhled do problému. Dostatek času zároveň umožňuje věnovat se tématu po malých krůčcích a dát dětem prostor získat potřebnou zkušenost. Některé paní učitelky dokonce poznamenaly, že žáci již nějaké základy tohoto učiva mají z běžného života, takže je toto téma stejně nevyhnutelné.</p>
Plánování výuky s ohledem na prekoncepty EH Počítala jsi při plánování výuky s nějakými prekoncepty u žáků? (1) ZF Počítala jsi s tím, že budou t žáci prekoncepty natolik vyvinuté? (7)	<p>Vzhledem k tomu, že obě paní učitelky učí v duchu konstruktivismu, předpokládala jsem, že při plánování výuky na prekoncepty žáků ohledy brát budou a přizpůsobí tomu výběr aktivit, tak by s prekoncepty v hodině pracovaly.</p>
<p><i>2 EH: Počítala jsme s tím, plánov....ehm...doufala jsem, že mi sami řeknou slovo polovina, a že sami dokážou na tu moji otázku, jestli to rozdělit spravedlivě ...řeknou, že to je slovo polovina, že to je napůl.</i></p>	
<p><i>8 ZF: Ehm, vůbec jsem to nečekala..... protože běžně se bavíme o polovinách a třetinách. Myslím, že už se zmínila i čtvrtina, když překládáme papír, ale že naprosto přirozeně přijdou s pětinou, šestinou a osminou, ehm ve správném tvaru, správně použit použitý výraz, jsem nečekala, rozhodně to nemají ode mě (smích)...</i></p>	

<p>Komentář</p>	<p>Obě paní učitelky s prekoncepty u žáků počítaly, tak jak jsem očekávala, avšak každá trochu jiným způsobem.</p> <p>Hodina paní učitelky EH byla zaměřená pouze na spravedlivé půlení, jiné dělení se v hodině neobjevovalo a od žáků očekávala především správné pojmenování procesu, rozděl na dva díly = rozděl na poloviny.</p> <p>Ocenila jsem, že se paní učitelka ZF nebála v ukázkové hodině zařadit i jiné zlomky než jen poloviny, žáci nejdříve pracovali s polovinami, třetinami, čtvrtinami, pětina a osminami, které měli již nastříhané. Při vlastní aktivitě, kdy žáci sami dělili kruh na určitý počet částí, volila paní učitelka poloviny, čtvrtiny a osminy, tedy zlomky, k nimž lze dojít postupným půlením. (ZF: <i>Návodnými otázkami jsem je dovedla k tomu, aby to teda nestříhali od voka, ale zjistili si to, i proto jsem zvolila čísla, která se dají půlit, půlit, půlit, takže tam byly ehm poloviny, čtvrtiny a osminy. (34)</i>)</p> <p>Řekla bych tedy, že plánování práce s prekoncepty se více podařilo pan učitelce ZF, která se nebála do hodiny zařadit i obtížnější prvky. Hodina EH podle mého názoru nepředstavovala pro žáky žádnou výzvu.</p>
<p>Přítomnost prekonceptů a jejich vliv na výuku</p> <p>EH</p> <p>Setkala si se u dětí s prekoncepty i v jiných hodinách než v matematice? S prekoncepty zlomků tedy? Přesně s tím slovem polovina, nebo že by to použili v jiném kontextu než v matematice? (3)</p> <p>ZF</p>	<p>Předpokládala jsem, že obě respondentky budou mít zkušenosti s prekoncepty zlomků ve výuce nejen matematiky. Názvosloví zlomků je poměrně hojně užíváno v běžném hovoru i každodenních situacích (půlka chleba, čtvrt na dvě), takže jsem předpokládala, že ani dětem toto není cizí.</p>

<p>... Ehm, vzpomeneš si na nějakou situaci, kdy by žák využil ve škole právě znalost z domova? Právě, teda v oblasti zlomků? (13)</p>	
<p>4 EH: <i>Ehm..um...určitě polovina už děti použily v prvou...v pracovkách, když jsme skládali vlaštovku a .. ehm ... i jsme měli v učebnici češtiny návod na skládání vlaštovky, kde se překládal papír několikrát napůl.</i></p> <p>8 EH: <i>...takže v tělocviku...ale předpokládám, že se třeba rozdělujou napůl, a že musej s tím pracovat.</i></p>	
<p>14 ZF: <i>(přemýšlí) Tak, myslím si, že všechny děti typicky znají půlení...</i></p> <p>16 ZF: <i>..protože, to je jednodušší (chvilě ticha), ale asi se tak často v domácím prostředí nepoužívá třetina, už protože rozdělit něco přesně na třetiny je náročnější (chvilě ticha). A přemýšlím (ticho), ta zkušenost z domova je určitě klíčová pro to...</i></p> <p>17 T: <i>Uhm...</i></p> <p>18 ZF: <i>...protože jenom pokud nějaký žák už něco do té hodiny přináší ve chvíli, kdy já bych měla být správně v pozadí, tak pokud by tam ty zkušenosti z domova nebyly, tak já se nehnu.</i></p> <p>19 T: <i>Uhm...</i></p> <p>20 ZF: <i>Takže to, že jsou tady děti, které, ať už kvůli starším sourozencům nebo proto, že jsou z podnětného prostředí a ještě nadprůměrně vnímavé, tak to do té třídy přinesou a ostatní to můžou převzít, takže ty zkušenosti z běžného života, z domova, jsou v tomhle podle mě stěžejní. Nevím, jestli jsem úplně vodp odpověděla na tu.....</i></p>	
<p>Pní učitelka KŽ žáky převzala až ve třetím ročníku, a proto o přítomnostech prekonceptů nemá jasnou představu, nicméně na základě jejich práce</p>	

ve vyšších ročnících předpokládá, že žáci své prekoncepty rozvíjeli a propedeutice se věnovali. (KŽ: 3-10)	
2 ZB: ...a oni je hlavně používají, oni už děti v první, druhé třídě normálně z běžného života, poloviny, třetiny, čtvrtiny...oni se s tím prostě setkávají a znají to.... Když se řekne čtvrt hodiny, tak prostě dítě ve druhé, třetí třídě ví, co to znamená čtvrt hodiny, že to je 15 minut prostě, ta čtvrt.	
Komentář:	<p>Obě paní učitelky prvních tříd se shodly na tom, že minimálně půlení žáci z domova velmi dobře znají a používají. Paní učitelka ZB přítomnost prekonceptů u dětí uvedla jako jeden z argumentů, proč výuku zlomků zařazovat na první stupeň.</p> <p>Paní učitelka ZF však velmi hezky vystihla podstatu prekonceptů a jejich roli v konstruktivistické výuce. Pokud chce být učitel ve výuce průvodcem, jsou pro ni tyto znalosti žáka klíčové. Právě to, že někdo ví něco navíc, podněcuje ve třídě diskuzi a přináší nové a nové podněty, které mohou být zařazovány.</p> <p>Všechny pan učitelky považují práci s prekoncepty za vhodný prostředek uvedení do tématu.</p>
<p>Miskoncepty a kognitivní konflikty ve výuce zlomků</p> <p>EH</p> <p>... Spolu s prekoncepty jdou ruku v ruce i miskoncepty, což jsou teda mylné představy. Setkala ses i s tímto případem? Jak jsi s ním pracovala... (9)</p> <p>ZF</p>	<p>Soudě podle mých zkušeností jsem předpokládala, že žáci v prvním ročníku budou mít mylné představy, vzniklé právě z běžného života. Od toho se také odvíjela moje doplňující otázka na EH, zda se setkala u žáků s pojmy <i>větší a menší polovina</i>.</p> <p>U starších žáků jsem předpokládala výskyt miskonceptů nebo vyvolání kognitivního konfliktu v oblasti operací se zlomky, tedy automatické použití algoritmu pro sčítání při práci se zlomky.</p>

<p>Ehm, v ruku v ruce s prekoncept jdou i miskoncepty . (23)</p> <p>Setkáváš se teda spíš s tímhle případem nebo máš nějaký příklad toho, že by dítě přišlo s představou, která by ti naopak trochu nabořovala tvůj učební plán? (25)</p>	
<p>10 EH: <i>Uhm..... V hodině jsme se setkali, že rozdělili napůl prostě jenom na dvě části, ale pracovali jsme s tím tak, že... jsme si říkali, jestli to je spravedlivé nebo není spravedlivé.</i></p> <p>16 EH: <i>No jediné že by měli, že měl zakořeněn tu polovinu, že prostě jsou dvě části a je jedno jaký, takže to by pak bylo horší se přeučovat na to, že prostě polovina musí být spravedlivá.</i></p> <p>17 T: <i>S takovým tím klasickým větší a menší polovina, jsi se nesetkala?</i></p> <p>18 EH: <i>Ehm....ve školce? ..(smích)</i></p>	
<p>26 ZF: <i>(přemýšlí) Zatím jsem se s tím nesetkala, ale učím pouze krátce, takže tohle je moje první třída. Ehm, hodně děti, nevím, jestli je to věkem, hodně neřeší, protože v běžném životě se to taky neřeší, když něco není jako přesně stejně velké.</i></p> <p>28 ZF: <i>Že když jsme půlili provázek, tak spoustu dětí, i když jsem je náhodnými otázkami naváděla, jak zařídí, aby byly stejné ty půlky, tak to někteří stejně šmikly od voka a některým to i vyšlo, takže potom jim to jenom jako potvrzuje tu teorii, že prostě to vidí. Takže tohle vychází asi z běžného života...</i></p> <p>30 ZF: <i>... že v tom běžném životě není až tak potřeba ehm řešit, jestli je to opravdu spravedlivé</i></p>	

-

62 ZF takže tam přesně naběhl ten miskonecept, nebo ani nevím jestli miskonecept, ta prostě představa toho, že když teda čtvrtina je jako to čtyři co tam slyší, menší než to osm, takže by to mělo být menší, tak tam už to nabíhalo, ale tím, že to bylo podložené těmi kousky reálnými, tak doufám, že z toho byla hned zase vyvedena, z toho omylu.

30 KŽ: Ehm... třeba ten chlapecek v dnešní hodině to jakoby navrhnul, že jo, na to řešení, že by udělal, ale ten by asi obojí násobil, ale vlastně si hned uvědomil... ne ne ne ne, tady to nefunguje ...

(dále 36-44 – kognitivní konflikty a miskoneceptu v rozšiřování zlomků)

6 ZB: Asi ve zlomcích jsem se s tím nesečkala, je teda pravda, že když jsme učili, když jsem učila jako podle Altra ...podle Alteru tak tam nejsou hodiny, tam nejsou ciferníky a my teďko ve čtvrté třídě právě když učím podle Hejnýho, tak jsme na ně ještě nenarazili, my je budeme teď dělat, takže pravděpodobně jestli..., což já si myslím, že by tam mohl být jako problém v hodinách, tam se to jako blbě převádí, tak tam, že bych mohla na něco narazit takovýho....

Komentář: Má otázka ohledně miskoneceptů v oblasti zlomků byla pravděpodobně v obou případech špatně formulovaná. Měla jsem pocit, že obě paní učitelky úplně nerozumí tomu, na co se ptám. Zároveň někdy zaměňuji termíny kognitivní konflikt a miskoneceptu, proto jsme tyto dvě oblasti zařadila do jedné kategorie.

V oblasti půlení jsem očekávala, že žáci nebudou příliš řešit, zda jsou obě části stejně velké, ale důležitější pro ně bude počet vzniklých částí, tedy vztah půlení = rozděl na 2 části. Tento předpoklad se potvrdil, jelikož obě paní učitelky zaznamenaly obtíže právě ve spravedlivém dělení. Na druhou stranu to pro mne bylo i trochu zarážející zjištění, protože z mých zkušeností jsou děti

	<p>vesměs soutěživé a často řeší, zda mají všichni stejně.</p> <p>Přítomnost miskonceptu, které vyvolávají kongitivní konflikty se potvrdila u jedé žačky první třídy (ZF), která při porovnávání dvou zlomků okamžitě použila své znalosti z porovnávání čísel, tedy když čtyři je menší než osm, pak tedy čtvrtina by měla být menší než osmina. Zároveň však měla před očima důkaz o opaku a bylo vidět, že nad tím hodně přemýšlí. Podobné smýšlení, aplikace známého pravidla, se objevila i v pátém ročníku u jednoho chlapce při sčítání dvou zlomků.</p>
<p>Modely zlomků ve výuce</p> <p>EH</p> <p>...a jakými modely zlomků se už tvoji žáci setkali v prvním ročníku? (27)</p> <p>ZF</p> <p>Ehm vlastně dnešní hodna byla celá o kruhovém modelu zlomku. Pracuješ i s jinými modely? (41)</p> <p>KŽ</p> <p>Dobře...když jsme se teda dostali k čokoládě jako k modelu zlomku, jaké další modely používáš? (21)</p> <p>ZB</p> <p>Pracují i s jinými modely zlomků? (13)</p>	<p>Vzhledem k tomu, ž vím, jaké učebnice žáci používají, jsem očekávala, že žáci vyšších ročníků určitě pracují s kruhovým i obdélníkovým modelem a modelem tyče. Byla jsem zvědavá, zda učitelé zařazují do hodin i aktivity s diskrétním modelem.</p>

30 EH: **čokoláda**, pak i ty bonbony, jakože rozdělujeme **víc kusů**, jabko, meloun a takhle to ovoce jsme rozdělovali, ten **koláč** jsem rozdělovali..

32 EH:..**provázku**...

42 ZF: (přítakání) Tak zatím jsme dělili papír, tak to se dá považovat za nějaký **čokoládový** nebo **obdélníkový model**. Ehm, v úlohách pro... ve výzvách matematických, které máme na nástěnce je **tyč**, kterou zatím řešila asi jenom jeden nebo dvě děti (...) Takže tam se objevil tyčový. Dělali jsme **dělení lentilek**. (chvíle ticha) Babička má lentilky, dělí je mezi děti, aby měli stejně. Dělili jsme zatím jenom mezi dvě, že byli ve dvojicích, ...

22 KŽ: My jsme měli **koláč**, máme takové pěnové zlomky takže..a nebo **ciferník** hodně používáme..

23 T:..ten jsme vlastně viděli v hodině...

24 KŽ: ...ten byl v hodině...a jinak často pracujeme i s tou **tyčí**, že jsme se setkali v učebnici s obrázky..s úlohami s modelem tyče a už si to děti...jakoby já jim nevnučuju to, jak..jakou metodu mají použít, ale..trošinku jim podsouvám to, že by bylo dobré, kdyby si to nějak znázornily.....ale samozřejmě jsou děti, které si to vůbec na papír znázornit nepotřebují, drží to v hlavě....a pokud to tak zvládnou, tak mě to nevadí...

14 ZB: Uhm, měli jsme ..já tady nemám ten první díl (učebnic, pozn.)....měli jsme samozřejmě **kruhový** zlomky se vyskytují častose krájí koláče a krájíme pizzy a podobný věci...eh... potom se vyskutujou různý i jiný tvary, který se prostě rozdělují třeba na trojúhelníky, že to je jako větší tvar, který je spojen z pravidelných trojúhelníků..a úplně nejjednodušší věc, která je, tak buďto na **kostičkách** nebo na **knoflíkách** nebo na něčem takovým jako je...nebo na korálkách, že jo..mám 12 korálků a chci ti dát jednu třetinu přesně...

Komentář:

V první řadě mě velmi mile překvapilo, že se žáci již v prvním ročníku setkávají s několika **různými modely** zlomků, mezi něž obě respondentky zařadily i diskrétní modely, kterým se věnuji v následující otázce.

	<p>Paní učitelka EH pokládala za různý model zlomku i druhy ovoce, v hodině jsme viděli, že žáci dělí meloun, jablko, hrušku nebo hroznové víno. Myslím si, že tyto aktivity by byly vhodné jako úvodní aktivity dělení, avšak ve vztahu ke zlomkům může nepravidelný tvar způsobit žákům obtíže.</p> <p>Sama paní učitelka přiznává, že největší problém dělá žákům rozdělit objekt spravedlivě (na stejné části). Ve skupinové práci se žáky snažila přimět k tomu, aby předložený meloun, koláč, čokoládu a provázek nedělili od oka, ale aby nějakým způsobem zajistili, že obě části budou stejné. V úvodní aktivitě však žákům předložila obrázky zmiňovaného ovoce na interaktivní tabuli, které žáci právě od oka půlili fixem což je dle mého názoru v rozporu s jejím cílem – naučit žáky spravedlivé půlení. (EH 49)</p> <p>U druhé paní učitelky (ZF) jsem měla možnost vidět práci pouze s modelem kruhu, avšak žáci jsou zvyklí i na dělené papíru (obdélník) a někteří se setkali i s modelem tyče.</p>
<p>Diskrétní modely zlomků a práce s nimi</p> <p>EH</p> <p>Jak děti zvládají práci s diskretními modely?</p> <p>ZF</p> <p>Ehm, dokážeš třeba posoudit, jestli dětem dělал větší problém práce právě s diskretním modelem, což jsou právě ty lentilky nebo skupina žáků, skupina objektů nebo ten spojitý model, kontinuální, jeden celek.</p> <p>(43)</p>	<p>U této otázky jsem nevěděla, co očekávat. Tušila jsem, že žáci s diskretním modelem pracují, ale nedokázala jsme odhadnout v jaké míře a zda v kontextu zlomků.</p>

<p>KŽ</p> <p>Používáte při práci se zlomky i diskrétní modely to znamená soubor nějakých předmětů, ne jenom teda kruh – koláč, ale ... (45)</p> <p>ZF</p> <p>(13, 16)</p>	
<p>34 EH: <i>Uhm, podle mě to jim jde ještě jako lépe rozřazovat ty jednotlivé ... že to spočítají a rozdělí to, že daleko snadněji než trefit tu polovinu mi přijde...</i></p>	
<p>44 ZF: <i>Ehm, řekla bych, že je pro ně méně představitelné to s těmi lentilkami, protože to nevidí na první pohled, když je to větší počet lentilek tak musí opravdu spočítat, že obě ty děti mají stejně. Kdyžto, když mají kus koláče, tak na první pohled, pokud je tam výraznější rozdíl...</i></p> <p>45 T: <i>Tak vidí....</i></p> <p>46 ZF: <i>... vidí, že on má větší kus než já.</i></p>	
<p>46 KŽ: <i>.. Neřekla bych předmětů...já vlastně jako předměty používám pak ty žáky, ...když bych jim řekla, rozdělte se po trojicích, rozdělte se po čtveřicích, že by takhle dělili ten svůj celek, tu třídu na části, (...) (dále 49-50)</i></p>	
<p>14 ZB (...) <i>a úplně nejjednodušší věc, která je, tak buďto na kostičkách nebo na knoflíkách nebo na něčem takovém jako je...nebo na korálkách, že jo..mám 12 korálků a chci ti dát jednu třetinu přesně...</i></p>	

16 ZB (...) oni když mají nějaký počet kostiček nebo knoflíků, mají jich třeba 12 a potřebují dát spolužákovi třetinu z těch 12, tak ví, že mu mají dát 4 knoflíky...

Komentář:

U této otázky nastal zásadní rozpor.

Paní učitelky EH a ZB považují práci s diskretním modelem pro žáky za snazší a lépe uchopitelnou než dělení modelu spojitého. Žáci si rychle osvojili postup práce, kdy spočítají všechny předměty v galerii a ty poté rozdělí na dvě (příp. více) hromádek. Starší žáci si pravděpodobně osvojili vztah: odděl třetinu = vyděl třemi a nedělá jim tak práce s diskretním modelem problém.

Naopak paní učitelka ZF považuje diskretní model za složitější, protože to dle jejích slov žáci *nevidí na první pohled*. Pokud mají před sebou 2 hromádky lentilek a mají říci, zda jsou stejné, musí obě hromádky přepočítat, kdežto pokud mají před sebou 2 části celku, znázorněného na stejném modelu, jsou schopni ihned určit, zda se jedná o části shodné nebo ne.

S paní učitelkou KŽ jsme se více zaobírali otázkou rozdílu dělení na části a dělení po částech, kdy sama paní učitelka přiznala, že se zabývá téměř výhradně dělením po částech a dodala, že se bude muset zaměřit i na druhý způsob.

Upřednostňování určitého modelu zlomky před ostatními

KŽ

Ehm, všimla sis, že by třeba děti upřednostňovaly nějaký model před ostatními? (27)

ZB

Všimla jste si, že by upřednostňovali nějaký model zlomku nad

Tato doplňující otázka vychází z výzkumu Diplomové práce Marty Siblíkové *Vytváření představ zlomků na 1. stupni ZŠ* (2014), který tvrdí, že někteří žáci mají tendence upřednostňovat kruhový model před ostatními.

<p>ostatními? Když potom mají vyloženě třeba slovní úlohu a mají si to sami znázornit, není ten model zadaný, tak že by si prostě vybrali nějaký konkrétní...(17)</p>	
<p>28 KŽ:..já si myslím, že jsme hodně děl...pracovali i s tou čokoládou, takže oni..je jakoby napadne...kdybych jim řekla, že mají vyznačovat minuty, tak je prostě automaticky vezmou kruh, ale pokud budou sčítat ty zlomky, tak mi i přesto, že jsme je sčítali zlomky třeba i na ciferníku, tak ale je jakoby větší část jsme se věnovali tomu na čokoládě, tak si myslím, že to už je podnítí pro to, aby použily tu...podněcuje pro to, aby je použily čokoládu nebo ten model prostě toho obdélníku nebo čtverec...</p>	
<p>18 ZB: Hodně z nich, protože se na tom většinou začíná, tak upřednostňují ty koláče, ty se dobře krájí na půlky, (...)</p> <p>20 ZB: (...) často ten kruhový model upřednostňují.</p>	
<p>Komentář:</p>	<p>Moje očekávání se v této otázce zčásti naplnilo. Stejně jako v DP M. Siblíkové jsem předpokládala, že žáci budou upřednostňovat kruhový model a paní učitelka ZB to potvrdila. Jako argument uvádí, že se žáci s kruhovým modelem setkávají jako s prvním.</p> <p>Třída paní učitelky KŽ je naopak velmi zvyklá pracovat s modelem obdélníku (čokoládou), a proto si tedy paní učitelka myslí, že by žáci volili spíš tento model. Zároveň však dodává, že to hodně závisí na typu aktivity, protože žáci jsou schopni si model volit podle toho, jakou úlohu zrovna řeší.</p>

<p>Podstata propedeutiky</p> <p>EH</p> <p>... co je pro tebe v oblasti propedeutiky zlomků nejdůležitější? (54)</p> <p>ZF</p> <p>Závěrem bych se teda ještě chtěla zeptat, jaká pokud jestli bys zvládla říct třeba dvě nebo tři aktivity, které jsou podle tebe v propedeutice zlomků nejdůležitější? (65)</p> <p>KŽ</p> <p>Ehm..co třeba...když jsme se už vyloženě dostali k těm prekonceptům..co si teda ty myslíš, že jsou ideální aktivity právě pro nějaké ty začátky se zlomky. (11)</p>	<p>Na tuto otázku jsem očekávala jasnou odpověď, tedy jakékoliv manipulativní činnosti, které žákům poskytnou možnost vizualizace abstraktního pojmu zlomek. Porovnávání částí celku, nahrazování, stříhání, skládání.</p> <p>Zároveň jsme doufala, že někdo zmíní i práci s kmenovými zlomky, které sice už asi nejsou čistě propedeutickou aktivitou, ale práce s nimi je pro pochopení podstaty zlomků velmi přínosná.</p>
<p><i>55 EH: No...jako...to aby měli tu představu o tom a nedělali ty chyby ..úplně z to ...z toho..práce s čísly, aby měli představu přesně, že ta půl není čtvrtina...</i></p>	
<p><i>s čísly, aby měli představu přesně, že ta půl není čtvrtina...</i></p> <p><i>66 ZF: (přemýšlí) Aktivity nevím, ale určitě hodně vedu děti k tomu, že to musí být jako přesně stejné, (...) Stěžejní určitě rozkládání celku a skládání celku ze stejných částí...</i></p>	

68 ZF: ... ale i to porovnávání částí. (...) když už budou ty dílky popsané tím zlomkem a oni zároveň budou vnímat zlomek a zároveň tu část a budou porovnávat, (...). Takže hodně skládání, rozkládání celku ze stejných částí a různých částí a porovnávání.

70 ZF: Přijde mi stěžejní ty aktivity na ten celek, že to asi chybí hodně, že **ten zlomek se vždycky musí odvíjet od toho celku....**

71 T: Takže propojení...

72 ZF: ... aby pochopili, že to je ta část celku

73 T: ...hm, propojení, jak konkrétního zlomku na konkrétní celek.

74 ZF: (přítakání)

12 KŽ: Asi **rozdělování třídy** třeba do skupin po dvou, po třech, a jak to dělí postupně, potom různé **překládání papíru**,když někdo přinese **dort**, jako často mi sem tady děti nosí, tak aby vypočítali, kolik dílků může teda každý dostat, nebo jak ho můžeme vůbec rozdělit, aby každý byl spokojený...a ...moc se mým dětem líbila ...to **dělení chlebů podle podílníků** a aby to byl spravedlivý způsob...

13 T: ...takže využívají **kmenové zlomky**...

14 KŽ: ...uhm...takže vyžívali **kmenové zlomky**...

Komentář:

Paní učitelka EH bohužel neodpověděla nijak konkrétně, ale paní učitelky ZF a i KŽ vyjmenovaly téměř všechny zásadní aktivity, které jsem očekávala. Obsáhly nejen manipulativní aktivity, nezmínily i důležitost vztahu část – celek, přesnost a výše zmiňovanou práci s kmenovými zlomky.

<p>Aktivity navazující na tuto hodinu</p> <p>EH</p> <p>...Jaké další aktivity plánuješ do budoucna s dětma dělat? Ve výhledu třeba dvou měsíců... (35)</p> <p>ZF</p> <p>Plánuješ nějak rozvíjet tu dnešní hodinu? (59)</p>	<p>Nepředpokládala jsem, že mi paní učitelky předloží soupis aktivit, které by v budoucnu chtěly dělat, ale spíše mě zajímalo, zda vůbec přemýšlí o tom, že na tuto hodinu nějak naváží, nebo k jakému vyššímu cíli směřují.</p>
<p>36 EH: celkově eh hodně v učebnici je ty dečky a tohleto takže v tom skládáme napůl různými způsoby...takže to ještě budeme dělat ...až na to najdeme čas, když tak to uděláme v pracovkách...</p> <p>37 T:...takže plánuješ i mezipředmětový vztahy, prostě využít to, že není čas v matematice v jiných předmětech...</p> <p>38 EH: Jo....ve výtvarce mám v podstatě...i, když jsou to spíše pracovky, tak pak z toho něco kreativně vytvoříme (smích)</p>	
<p>60 ZF: Ehm, zatím jsem o tom nepřemýšlela. Myslím si, že nějak asi cíleně ne, že až se to zase objeví, tak že ty děti to automaticky najdou. Ehm určitě se chystám na to koupit nějaký opravdický koláč a dělit ho, ehm ať už kruhový nebo obdélníkový. Ehm, chystám se na dělení čísel nebo lentilek na třetiny, což je náročnější, což zároveň buduje i násobky tří, protože to se nám taky už objevuje v učebnici, takže spíš takové jako jednorázové, na zpestření, aktivity, které ale do budoucna určitě přinesou ovoce.</p>	
<p>Komentář:</p>	<p>Obě paní učitelky se mi zdály touto otázkou trochu zaskočený. Řekla bych, že paní učitelka EH se hodně drží učebnice a využívá aktivity, které jsou v ní pro propedeutiku zlomků připraveny, tak jak přijdou. U paní učitelky ZF byl znát jistý přesah do</p>

	reálného využití (opravdivý koláč), ale vzhledem k tomu, ž toto téma zatím otevřela poprvé, nepřemýšlela o dalších krocích dopodrobna.
<p>Používání pomůcek ve výuce</p> <p>EH</p> <p>Všimla jsem si, že žáci používali teda při řešení dnešních úloh nějaké pomůcky. O jaké pomůcky se teda jednalo... (39)</p> <p>ZF</p> <p>Jaký je tvůj názor, ehm, všeobecně na používání pomůcek v matematice? (47)</p> <p>KŽ</p> <p>V tom následujícím cvičení žáci porovnávali zlomky a měli k dispozici zlomkovnici, jsou na ní zvyklí? Pracovat se zlomkovnicí? (57)</p> <p>ZB</p> <p>A používají v hodinách nějaké manipulativní pomůcky? (23)</p>	<p>Používání různých pomůcek považuji v matematice za velmi důležité, v učivu zlomků téměř za zásadní. Předpokládala jsem tedy, že učitelé v hodinách pomůcky využijí, ať už se bude jednat o jednorázové pomůcky v rámci aktivity – stříhání papíru, provázku, nebo možnost vymodelovat si zadanou úlohu například pomocí kostiček.</p>
<p><i>40 EH: Měli jsme teda interaktivní tabuli, měli jsme provázek, nastříhané ty..eh..tvary barevného papíru, které reprezentovali tu čokoládu a tak a pak jsme měli ještě žetony, to jsou vlastně kulaté placičky, kterými jsme reprezentovali ty bonbony a takovýchle věci.</i></p>	

41 T: *Myslíš, že by to děti zvládly i bez nich? Kdybys jim řekla, rozděl...máš jablko, rozděl ho napůl, že by byly schopné to třeba vyjádřit, nakreslit bez toho aniž by ho vyloženě fyzicky stříhaly?*

42 EH: *No asi joo, asi by to dokázaly, možná i díky těm zkušenostem z tý školky, že by to dokázaly...*

43 T: *Jaký je tvůj názor vůbec na používání pomůcek v matematice?*

44 EH: *No, čím víc tím líp*

48 ZF: *(smích) No, mám pocit, že obecně, já používám spoustu pomůcek. (...) Hodně to dětem pomáhá se soustředit, protože se střídají aktivity, hodně můžu zkoušet, sami si chodí pro pomůcku, která jim vyhovuje. Například mají k dispozici právě žetonky, lentilky na počítání, můžou jít na krokovací pás, fyzicky krokovat nebo krokují na páse, na lavici nebo už máme i počítadla, protože jsme zjistili, že krokovací pás do dvaceti některým nestačí, takže už maj i počítadlo do stovky a u zlomků mi to přijde ještě výraznější, protože tam ta představa vlastně toho budoucího zlomku zapsaného čísla a té reality je hrozně nepředstavitelná, že tam je ta zkušenost hrozně důležitá a spoustu dětí ještě teď, v únoru, potřebuje větší čísla nad deset vidět třeba v žetonkách...*

49 T: *Hm.*

50 ZF: *...nebo použít prsty. Takže pro mě je pomůcka něco, co obzvláští výuku, ehm, něco, co udrží pozornost dětí a ještě navíc pomáhá získávat tu představu těch čísel...*

58 KŽ: *Už měli tu zkušenost, ale byli tam žáci, kteří už to odmítli, kteří vlastně řekli „A musíme to používat?“ ...a to bych řekla to, že už tu zkušenost prostě mají, i v angličtině už to používali a stříhali si ty části a že některé to už vyloženě otravuje používat....a proto jsem řekla, ať si jí nevšímají a dělají to podle sebe, ale přesto jsem si dneska všimla, že jedna holčička byla schopná porovnávat ty zlomky jenom díky tomu, že měla*

tu zlomkovnici.

24 ZB: Občas jo...jako my máme...máma jich docela dost, máme kostky různý, já jsem jim je nesla, kdyby je potřebovali, oni některý děti je potřebujou a některý děti zase je nechtějí, protože řeknou, že vyndat a zandat kostky je bude zdržovat, že oni se na to podívají a vidí to....

Máme různý jako....stříhání právě těch kruhů a rozstříhávání a podobně, ale je fakt, že oni ty zlomky už začali a ze začátku jsou ty manipulativní pomůcky potřeba víc, než teď..

Komentář:

V obou prvních třídách žáci s pomůckami přímo pracovali. Jak už jsem zmiňovala, ve třídě vyučující EH si nejsem úplně jistá vhodností zvolených modelů meloun a jablko, které mohou být vzhledem k cíli hodiny sporné, ale na druhou stranu se s tím žáci poměrně poprali. Ve třídě ZF se celá hodina odvíjela od kruhového modelu, žáci nejdříve přímo pracovali s nastříhanými zalaminovanými částmi kruhu, které jsem paní učitelce po dohodě zapůjčila předem. Dále pak sami stříhali opět z kruhového modelu. Obě paní učitelky se zároveň shodly, že pomůcky ve výuce považují za velmi důležité. S tím podle mého názoru a vzhledem k pozorované hodině souhlasí i KŽ, ve třídě měli spoustu pomůcek a i během výuky KŽ žákům připomínala, že mohou použít, co potřebují. V rozhovoru však podotýká, že mnoho žáků již používání pomůcek odmítá, což ukazuje na příkladu se zlomkovnicí.

V hodině ZB se práce s pomůckami téměř neobjevila, žáci měli k dispozici kostičky pro znázornění úlohy s krychlovými stavbami v pracovním sešitě, ale většina je nepoužila. Z mého pohledu nebyly žáci dostatečně zvyklí a motivovaní pomůcky používat, přestože by mohly některým pomoci problematiku zlomků pochopit.

Závěr

Tato diplomová práce mi umožnila hlouběji nahlédnout především do propedeutiky zlomků a práce s dětskými prekoncepty v této oblasti. Jedná se o oblast, které jsem zpočátku nevěnovala moc pozornosti. Až matematika na vysoké škole a diplomové práce mě donutily přemýšlet i o tom, co vše může žákům napomáhat pochopit nějaké matematické téma. Prostřednictvím pozorování výuky, rozhovorů s vyučujícími i studiem odborné literatury jsem tedy naplnila stanovené cíle týkající se práce s prekoncepty zlomků a propedeutiky zlomků.

Abych pronikla do samotné podstaty mého tématu, poměrně značné množství času jsem věnovala i samotnému tématu zlomků. Nejvíce mě zaujal historický vývoj tohoto učiva a uvědomění si toho, že lidstvo dozrávalo tisíce let k pochopení skutečností, které po žácích požadujeme za 2 – 3 roky. To mě znovu donutilo zamyslet se nad důležitostí propedeutických aktivit.

Přestože můj výzkumný vzorek byl poměrně malý, dokázala jsem si udělat představu o tom, jakým způsobem lze pracovat s dětskými prekoncepty a jaké propedeutické aktivity jsou vhodné pro budování představy zlomku. Za nejprínosnější považuji pozorování hodiny vyučující ZF, která byla jasným důkazem toho, jaké množství informací si žáci přinášejí z běžného života do školy a jsou schopni při volbě vhodných aktivit využít.

Ve vyšších ročnících jsem měla šanci vidět práci s různými modely zlomků, z rozhovorů jsem poté zjišťovala, zda se žáci zaměřují pouze na některé modely, nebo jsou schopni pracovat s různými. U některých žáků se potvrdila tendence volit kruhový model, na níž ve své práci poukazuje M. Siblíková (2014)

Často jsme také v rozhovorech narazili na práci s diskrétním modelem. Respondentky se však neshodly na tom, zda je pro děti diskrétní model obecně učivo snazší či obtížnější.

Během pozorování výuky i četbou odborné literatury jsem více pronikla do zákonitostí učebních přístupů. Porovnávala jsem striktnost a řád transmisivní výuky s uvolněností a sociálním aspektem výuky konstruktivistické a potvrdila jsem si, že konstruktivisticky založená výuka je směr, kterým bych se chtěla ubírat. Zároveň jsem se seznámila s pojmem genetický konstruktivismus profesora Kvasze, který dodává Hejného metodě teoretický podklad.

Ve výzkumné části bylo mým cílem zmapovat přístupy začínajících učitelů k tomuto tématu, především s ohledem na práci s prekoncepty žáků. Prímým pozorováním a následně i analýzou videa z hodiny jsem získala představu o tom, jakým způsobem učitelé s žáky pracují. V mém vzorku preferovaly všechny vyučující konstruktivistický přístup k výuce, přesto však hodina ZB měla mnoho rysů hodiny tradiční.

Mým osobním cílem při psaní této diplomové práce bylo získat větší vhled do oblasti zlomků sama pro sebe, oprostít se od pevně zažitých a naučených pravidel a více nad úlohami přemýšlet. Myslím, že tento cíl se mi naplnit povedl, protože učivo zlomků na prvním stupni je přesně více o přemýšlení a jisté vzhledu do problému, než o naučených pravidlech. Často jsem během pozorování výuky s žáky z povzdálí řešila úlohy a snažila se přijít na princip, jakým to funguje.

Psaní diplomové práce mi umožnilo vyzkoušet si, jaké to je soustavně a dlouhodobě pracovat na uceleném projektu, kolik úsilí a energie je nutné vynaložit nejen na sepsání samotné práce, ale také na organizační činnost s tímto spojenou. S nynějšími zkušenostmi, získanými psaním této práce je zřejmé, že bych některé oblasti řešila jinak. V první řadě bych se snažila obsáhnout větší a rozmanitější výzkumný vzorek, aby byl můj výzkum průkaznější. Také bych se lépe připravila na vedení rozhovorů a počítala s obtížemi při formulaci otázek. Vedením rozhovoru a následnou analýzou odpovědí jsem zjistila, jak obtížné je přesně formulovat otázku a zároveň umět naslouchat. K tomuto zjištění bych však bez předchozích zkušeností nedošla a nevěděla bych, na co se při příštím výzkumu zaměřit.

4 Seznam použitých informačních zdrojů

BLAŽKOVÁ, R, K MATOUŠKOVÁ a M VAŇUROVÁ. *Pracovní sešit - Zlomky pro 4. ročník*. Alter, 2003. ISBN 092127.

Definice PISA 2003, Koncepce matematické gramotnosti ve výzkumu PISA 2003, ÚIV, Praha.

E-LEARNINGOVÝ SYSTÉM: ZŠ a MŠ Kladno [online]. In: . [cit. 2018-03-12]. Dostupné z: <http://e.2zskladno.cz/kurz/9/vyuka/1/>

HARMER, Jeremy. *How to teach English*. New ed., 2nd impression. Harlow: Pearson, 2007. How to. ISBN 9781405853095.

HAYLOCK, Derek. *Mathematics explained for primary teachers*. 4th ed. Thousand Oaks, Calif: SAGE Publications, 2010. ISBN 9781848601963.

HAYLOCK, Derek a Fiona THANGATA. *Key concepts in teaching primary mathematics*. London: Sage, 2008. ISBN 9781412934091.

HEJNÝ, Milan, Darina JIROTKOVÁ a Jana SLEZÁKOVÁ-KRATOCHVÍLOVÁ. *Matematika: pro 1. ročník základní školy*, ilustrovala Dana RAUNEROVÁ. Plzeň: Fraus, 2007-. ISBN 978-80-7238-626-0.

HEJNÝ, Milan. *Matematika: pro 4. ročník základní školy*. Ilustroval Lukáš URBÁNEK, ilustrovala Dana RAUNEROVÁ. Plzeň: Fraus, 2010. ISBN 978-80-7238-940-7.

HEJNÝ, Milan, Jarmila NOVOTNÁ a Nad' a VONDROVÁ, ed. *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky*. Praha: Univerzita Karlova v Praze - Pedagogická fakulta, 2004. ISBN 80-7290-189-3.

HEJNÉHO METODA: Zasloužená radost z poznávání [online]. [cit. 2018-01-30]. Dostupné z: <https://www.h-mat.cz/hejneho-metoda>

HUGHES, Martin, Charles. DESFORGES a Christine. MITCHELL. *Numeracy and beyond: applying mathematics in the primary school*. Philadelphia, PA: Open University Press, 2000. ISBN 0335201296.

KVASZ, Ladislav. *Princípy genetického konstruktivismu*. In: *Dva dny s didaktikou matematiky 2016: sborník příspěvků ze semináře katedry matematiky a didaktiky*

matematiky. Praha: Univerzita Karlova, [online]. [cit. 2018-04-10]. Dostupné z: https://www.researchgate.net/publication/315327300_Principy_genetickeho_konstrukcivizmu

MACHÁČKOVÁ, Jana a Marie TICHÁ. *Rozvoj pojmu zlomek ve vyučování matematice: Studijní materiály k projektu* [online]. Jednota českých matematiků a fyziků, 2006 [cit. 2018-01-26].

MCGRATH, Caroline. *Supporting early mathematical development: practical approaches to play-based learning*. New York: Routledge, 2010. ISBN 9780415491624.

Metodický portál inspirace a zkušenosti učitelů, [cit. 2018-04-16]. Dostupné z: http://wiki.rvp.cz/Knihovna/1.Pedagogicky_lexikon/G/Gramotnost/

MIKULČÁK, Jiří, BEČVÁŘ, Jindřich, ed. *Nástin dějin vzdělávání v matematice (a také školy) v českých zemích do roku 1918*. Praha: Matfyzpress, 2010. Dějiny matematiky. ISBN 9788073781125.

Národní ústav pro vzdělávání: Školské poradenské zařízení a zařízení pro další vzdělávání pedagogických pracovníků [online]. In: . [cit. 2018-03-26]. Dostupné z: www.nuv.cz/ramcove-vzdelavaci-programy

PIAGET, Jean. *The development of thought: equilibration of cognitive structures*. New York: Viking Press, 1977. ISBN 978-0670270705.

POLÁK, Josef. *Didaktika matematiky: jak učit matematiku zajímavě a užitečně*. Plzeň: Fraus, 2014. ISBN 978-80-7238-449-5.

POLÁK, Josef. *Didaktika matematiky: jak učit matematiku zajímavě a užitečně*. Plzeň: Fraus, 2016. ISBN 9788074893261

SIBLÍKOVÁ, Marta. *Vytváření představ zlomku na 1. stupni ZŠ*. Praha, 2014. Diplomová práce. Pedagogická fakulta Univerzity Karlovy. Vedoucí práce Mgr. Marie Tichá, CSc.

VORLÍČEK, Chrudoš. *Úvod do pedagogiky*. Jinočany: H & H, 2000. ISBN 808602279-x.

WYGOTSKY, L. S. ED. BY MICHAEL COLE .: *Mind in society: the development of higher psychological processes*. [Nachdr.]. Cambridge, Mass. [u.a.]: Harvard Univ. Press, 1978. ISBN 0674576292.

5 Seznam příloh

Příloha č. 1 – rozhovor EH

Příloha č. 2 – rozhovor KŽ

Příloha č. 3 – rozhovor ZF

Příloha č. 4 – rozhovor ZB

Příloha č. 1 – rozhovor EH

- 1 T: Tak...první část našeho rozhovoru se týká oblasti dětských prekonceptů v učivu zlomků a práce s nimi. Prekoncept je předchozí znalost nějaké oblasti učiva, kterou žáci získali v běžném životě, ale ne výkladem ve škole. Když jsi plánovala výuku, počítala jsi s tím, že žáci nějaké prekoncepty mají?
- 2 EH: Počítala jsem s tím, plánov....ehm...doufala jsem, že mi sami řeknou slovo polovina a že sami dokážou na tu moji otázku, jestli to rozdělit spravedlivě ...řeknou, že to je slovo polovina, že to je napůl.
- 3 T: Setkala jsi se u dětí s prekoncepty i v jiných hodinách než v matematice? S prekoncepty zlomků tedy? Přesně s tím slovem polovina, nebo že by to použily v jiném kontextu než v matematice?
- 4 EH: Ehm..um...určitě polovina už děti použily v prvou...v pracovkách, když jsme skládali vlaštovku a .. ehm ... i jsme měli v učebnici češtiny návod na skládání vlaštovky, kde se překládal papír několikrát napůl.
- 5 T: Dobře, takže především pracovní činnosti. Co třeba tělocvik?
- 6 EH: Já ho neučím...
- 7 T: ...dobře...
- 8 EH: ...takže v tělocviku...ale předpokládám, že se třeba rozdělují napůl, a že musej s tím pracovat.
- 9 T: Uhm. (přítakání) Spolu s prekoncepty jdou ruku v ruce i miskoncepty, což jsou teda mylné představy. Setkala ses i s tímto případem? Jak jsi s ním pracovala...
- 10 EH: Uhm..... V hodině jsme se setkali, že rozdělili napůl, prostě jenom na dvě části, ale pracovali jsme s tím tak, že... jsme si říkali, jestli to je spravedlivé nebo není spravedlivé.
- 11 T: Uhm. (přítakání) Ehm...Často jsem třeba viděla na hodinách, že žáci při dělení koláče řešili, zda je polovina maková nebo tvarohová a zda je to potom spravedlivé nebo není. Setkala ses i s tímhle případem?
- 12 EH: (chvilka váhání)... Vidělas, že jsem koláč vyrobila jenom z hnědého barevného papíru, takže v mém případě se to nestalo, ale určitě to zkusím...
- 13 T: Dobře... Dokázala bys najít nějaké výhody, ale naopak i nevýhody práce s prekoncepty v učivu zlomků?
- 14 EH: No, já myslím, že je nejdůležitější navázat na nějaký předchozí znalosti žáků ...že to si myslím, že je výhoda...

- 15 T: ...takže jenom výhody, žádná nevýhoda tě nenapadá...
- 16 EH: No, jediné že by měli, že měli zakořeněnou tu polovinu, že prostě jsou dvě části a je jedno jaký, takže to by pak bylo horší se přeučovat na to, že prostě polovina musí být spravedlivá.
- 17 T: S takovým tím klasickým větší a menší polovina jsi se nesetkala?
- 18 EH: Ehm....ve školce? ..(smích)
- 19 T: Ve školce...dobře..Ech..Chtěla bys k otázce prekonceptů ještě něco dodat?
- 20 EH: Nic mě nenapadá.
- 21 T: Dobře. Tak se přesuneme k druhé části rozhovoru a to je už sama propedeutika učiva zlomků. Začneme úplně obecně... Někteří učitelé se domnívají, že učivo zlomků je příliš obtížné a zabere spoustu času ho ve školách učit, a to bez jasného výsledku, a proto by ho na prvním stupni vůbec neučili. Někteří naopak prosazují pro výuku zlomků na prvním stupni větší hodinovou dotaci a považují tuto výuku za nezbytnou pro další matematickou.... matematické jevy.
Jaký je tvůj názor...
- 22 EH: Ehm..No já si myslím, že každý obtížný u...každé obtížné učivo by mělo...eeh...začínat po malých krocích... takže ..ve chvíli, kdy to učivo je tak obtížné, že s ním nikdo nechce pracovat, tak aby se učili přesně půlit, dělit na kusy, aby měli zakořeněnou tu představu té poloviny a nemohli pak dělat ty chyby ve smyslu, že sečtou dvě poloviny a budou si myslet, že je to jedna čtvrtina nebo takhle...
- 23 T: Uhm. Kdy bys teda podle sebe začínala s výukou zlomků a jakým způsobem?
- 24 EH: Já si myslím, že to, co jsme dneska viděli, je tak jako ideální už i pro tu první třídu a naše děti se už učily i o...vlastně eště jednodušším způsobem ve školce o zlomcích, i když nikdo neřekl, že to jsou zlomky, ale mají tam ty různé tvary a skládaly je dohromady a, ehm,...z pěny třeba kusy kruhu, půlkruh, a tam už se učí i pojmenovat i v angličtině ty tvary, a že když je pak skládaly do celku, tak vlastně aniž by jim třeba někdo řekl, ehm...tam akorát řekli třeba slož..kru..kolo a oni skládali a vlastně se jako učili už aniž by, ehm, věděli, že to jsou zlomky a že skládají jedna celá nebo...
- 25 T: ...takže se začínali už ve školce učit přes manipulaci s nějakými modely...
- 26 EH: Uhm... (přítakání hlavou).
- 27 T: Když jsme se teda dostali k těm modelům zlomků, s jakými modely se už tvoji žáci setkali v prvním ročníku.

- 28 EH: Eh...no, čokoláda..myslíš takhle?..
- 29 T: Uhm..
- 30 EH: čokoláda, pak i ty bonbony,jakože rozdělujeme víc kusů, jabko, meloun, a takhle to ovoce jsme rozdělovali, ten koláč jsem rozdělovali..
- 31 T: Takže jsou to jak věci z praxe, jako třeba jablko a meloun, tak i přímo modely zlomků, teda čokoláda jako obdélník, koláč jako kruh..setkali se třeba s modelem tyče?
- 32 EH:..provázku...
- 33 T: Provázek... To by se dalo....
Super, že zařazuješ i bonbony, což je...což není úplně obvyklé, většinou se diskretní modely, teda soubor nějakých...eh...jednotlivých částí často vynechává, jak s tím děti pracují, nemají s tím problém?
- 34 EH: Uhm, podle mě to jim jde ještě jako lépe rozřazovat ty jednotlivé... že to spočítají a rozdělí to, že daleko snadněji než trefit tu polovinu mi přijde...
- 35 T: Dobře...Jaké další aktivity plánuješ do budoucna s dětma dělat? Ve výhledu třeba dvou měsíců..
- 36 EH: celkově, eh, hodně v učebnici je ty dečky a tohleto, takže v tom skládáme napůl různými způsoby..takže to eště budeme dělat...až na to najdeme čas, kdyžtak to uděláme v pracovkách...
- 37 T:...takže plánuješ i mezipředmětový vztahy, prostě využít to, že není čas v matematice, v jiných předmětech..
- 38 EH: Jo...ve výtvarce mám v podstatě...i když jsou to spíše pracovky, tak pak z toho něco kreativně vytvoříme (smích)
- 39 T: Ehh...Všimla jsem si, že žáci používali teda při řešení dnešních úloh nějaké pomůcky. O jaké pomůcky se teda jednalo..
- 40 EH: Měli jsme teda interaktivní tabuli, měli jsme provázek, nastříhané ty..eh..tvary barevného papíru, které reprezentovaly tu čokoládu a tak, a pak jsme měli eště žetony, to jsou vlastně kulaté placičky, kterými jsme reprezentovali ty bonbony a takovýchle věci.
- 41 T: Myslíš, že by to děti zvládly i bez nich? Kdybys jim řekla rozděl..máš jablko, rozděl ho napůl, že by byly schopné to třeba vyjádřit, nakreslit, bez toho, aniž by ho vyložene fyzicky stříhaly?
- 42 EH: No asi joo, asi by to dokázaly, možná i díky těm zkušenostem z tý školky, že by to dokázaly...

- 43 T: Jaký je tvůj názor vůbec na používání pomůcek v matematice?
- 44 EH: No, čím víc, tím líp
- 45 T: Dobře. Ummm...Mohla by ses ještě trochu vrátit k těm aktivitám, které jsme viděli, a popsat je?
- 46 EH: Ehá ...V...nejdřív jsme začali s interaktivní tabulí, kde jsme celkově nejdřív zkoušeli, jestli děti poznají, jaké téma bude, když tam byly teda rozpůlená jablka, rozpůlený meloun, rozpůlený napůl citron, tak jestli poznají, že to bude o půlkách nebo proč vlastně, jak jsi viděla, tak říkaly, že budem v matematice se bavit o ovoci, což vlastně napůl je pravda...a teď jsem se úplně ztratila...co jsem to říkala...
- 48 T: Ehm, popsat ty aktivity...
- 49 EH: Jo! Tak tam jsme půlili obrázky, nejdřív tužkou, potom jsme si ověřovali vlastně na té skupinové práci, jestli jsme to rozpůlili správně, eh... když opravdu měli už ten papír a mohli ho přehnout napůl a zkusit ho rozpůlit, a... potom jsme do skupinové práce přidali žetony a malinko jsme nakousli, proč to někdy přesně jde rozpůlit napůl a proč někdy přesně nejde, pokud se jedná o ty žetony ...a to je asi všechno.
- 50 T: Co bylo teda cílem těch aktivit, co jsi vlastně sledovala, že ty děti se naučí v téhle hodině?
- 51 EH: Chtěla jsem, aby rozuměly tomu, že slov...že napůl je spravedlivě, že tam musí bejt dvě úplně stejné spravedlivé části, aby to nebylo jenom napůl, prostě dva kusy, jakékoliv...a aby rozuměly slovu polovina a mohly...a uměly ho použít...
- 52 T: Takže nejzásadněji.....nejzásadnější pro tebe bylo zjistit, nebo dostat do těch dětí, že když se něco dělí napůl, tak ty části jsou stejné, a přitom i když jsou dvě, tak hlavní je, že jsou stejné..
- 53 EH: (Přítakání)
- 54 T: Dobře. Závěrem bych se chtěla ... zeptat, co je pro tebe v oblasti propedeutiky zlomků nejdůležitější. Jestli bys dokázala vypíchnout jednu nebo dvě...aktivity třeba...nebo nějaké cíle možná...kam vlastně směřuješ...
- 55 EH: No...jako...to aby měli tu představu o tom a nedělali ty chyby ..úplně z to ...z toho..práce s čísly, aby měli představu přesně, že ta půl není čtvrtina...
- 56 T: Ehm.. Dobře. Tak to je ode mě asi všechno, já ti děkuji za rozhovor.

Příloha č. 2 – rozhovor KŽ

- 1 T: Takže, na úvod našeho rozhovoru bych chtěla začít úplně obecně. Ehm...někteří učitelé se domnívají, že učivo zlomků je příliš obtížný a jeho vysvětlování zabere spoustu času, a proto by ho třeba na prvním stupni vůbec neučili. Naopak někteří prosazují pro výuku zlomků a chtějí pro ni větší hodinovou dotaci, protože věří, že je to nezbytné učivo pro další matematické jevy. Jaký je tvůj názor.
- 2 KŽ: Já si myslím, že je úplně správně, že ho...že se těm zlomkům věnujeme už takhle od..ehm, útlého věku. Já tuhle třídu učím až od 3. třídy, takže nevím, jak dělili chleba a jak dělili pizzu na víc částí, ale ve čtvrté třídě jim to přišlo už jako úplně automatické a myslím si, že tu zkušenost mají ze svého života a někteří ji potřebovali víc rozvinout, někteří míň, že je to dost individuální, ale jsem ... určitě bych ji...to do osnov zařadila.
- 3 T: Uhm, takže už ty v tom třetím ročníku, kdy jsi třídu převzala, jsi se setkala s tím, že děti nějaké prekoncepty měly...
- 4 KŽ: Uhm, určitě...
- 5 T:...a pracovaly s nimi ještě i v tom třetím ročníku, nebo už tam byla spíš ta zkušenost z prvního a druhého...
- 6 KŽ: ..jooo...(váhání)...tak...jako jestli využily...jestli si tu zkušenost získaly až ve třetím ročníku, anebo jestli už to znaly..
- 7 T: ...spíš jestli ji měly ze školy, nebo to byla taková ta všeobecná zkušenost jako půlka chleba, čtvrt na 3...
- 8 KŽ:...já si myslím, že to bylo jako spíš,eh...ze svýho...jako z vlastních zkušeností ze života...
- 9 T: Dobře...
- 10 KŽ:...ale nedokážu to vlastně odhadnout, tím, že jsem je neučila (T: jasně, tím, že jsem je neučila, tak to není úplně...)...hmm...
- 11 T: Ehm..co třeba...když jsme se už vyloženě dostali k těm prekonceptům..co si teda ty myslíš, že jsou ideální aktivity právě pro nějaké ty začátky se zlomky.
- 12 KŽ: Asi rozdělování třídy třeba do skupin po dvou, po třech, a jak to dělí postupně, potom různé překládání papíru,když někdo přinese dort, jako často mi sem tady děti nosí, tak aby vypočítaly, kolik dílků může teda každý dostat, nebo jak ho můžeme vůbec rozdělit, aby každý byl spokojený...a...moc se

- mým dětem líbila...to dělení chlebů podle podílníků a aby to byl spravedlivý způsob...
- 13 T:...takže využívají kmenové zlomky...
- 14 KŽ:...uhm...takže vyžívali kmenové zlomky...
- 15 T: To měla být další otázka, protože kmenové zlomky jsou jedním z tématem, který by mělo dětem pomoci zlomky jako takové více pochopit...souhlasíš s touhle myšlenkou?
- 16 KŽ: Uhm, určitě..jájsem..
- 17 T: ...a z praxe to máš teda ověřené...
- 18 KŽ:...ano, myslím si, že to děti, jednak je to bavilo a jednak si to hezky uvědomily...právě na těch kmenových zlomcích..
- 19 T: Uhm, takže když teda děti s kmenovými zlomky pracují, tak mají potom větší..dejmetomu.. šanci zlomkům porozumět?
- 20 KŽ: Ehm, já si myslím, že asi ano, nebo teda takovou zkušenost já mám, takže tím, že jsme to dělili a začali jsme vyloženě s těmi kmenovými zlomky, tak ten přechod do těch zlomků složitějších už nebyl tak obtížný. Ale samozřejmě je to individuální, mám tu ty žáky ve třídě rozdílných schopností a dovedností, takže to záleží opravdu na každém konkrétním dítěti. Někdo tu představu ani teď,eh..jakoby úplně nemá, ta čokoláda mu třeba pomůže, ale nechápe, jaký ta čokoláda má mít rozměr, aby to tam vůbec vyznačil, a když tam vyznačuje, tak hodně chybují v tom, že když mají třeba vyznačit jednu pětinu, tak řeknou, že je to automaticky je to pět dílků, kdyby sčítali pětinu a šestinu, a šestina, že je šest dílků, přitom je to přesně naopak.
- 21 T: Dobře...když jsme se teda dostali k čokoládě jako k modelu zlomku, jaké další modely používáš?
- 22 KŽ: My jsme měli koláč, máme takové pěnové zlomky, takže..a nebo ciferník hodně používáme..
- 23 T:...ten jsme vlastně viděli v hodině..
- 24 KŽ:...ten byl v hodině...a jinak často pracujeme i s tou tyčí, že jsme se setkali v učebnici s obrázkem..s úlohami modelem tyče a už si to děti...jakoby já jim nevnučuju to, jak..jakou metodu mají použít, ale..trošinku jim podsouvám to, že by bylo dobré, kdyby si to nějak znázornily...ale samozřejmě jsou děti, které si to vůbec na papír znázornit nepotřebují, drží to v hlavě....a pokud to tak zvládnou, tak mně to nevadí...

- 25 T:..tak je necháváš...
- 26 KŽ: Uhm...
- 27 T:Ehm, všimla sis, že by třeba děti upřednostňovaly nějaký model před ostatními? Dost často se stává, že děti třeba kruhový model, že se s ním setkávají častěji, a mají tendenci ho potom upřednostňovat...a nebo tím, že mají v tvé hodině...
- 28 KŽ:..já si myslím, že jsme hodně děl...pracovali i s tou čokoládou, takže oni..je jakoby napadne...kdybych jim řekla, že mají vyznačovat minuty, tak je prostě automaticky vezmou kruh, ale pokud budou sčítat ty zlomky, tak mi i přesto, že jsme je sčítali zlomky třeba i na ciferníku, tak ale je jakoby větší část jsme se věnovali tomu na čokoládě, tak si myslím, že to už je podnítí pro to, aby použili tu...podněcuje pro to, aby je použily čokoládu nebo ten model prostě toho obdélníku nebo čtverec...
- 29 T: Učivo zlomků je taky plné tzv. kognitivních konfliktů, což znamená, že žáci jsou...mají tendence používat algoritmy naučené z jiných prostředí, které však u zlomků nefungují, jako například u sčítání zlomků. Objevuje se, že žáci sečtou čitatele spolu a jmenovatele spolu a je jim to v podstatě jedno...
- 30 KŽ:Ehm... třeba ten chlapeček v dnešní hodině to jakoby navrhnul, že jo, na to řešení, že by udělal, ale ten by asi obojí násobil, ale vlastně si hned uvědomil... ne nenene, tady to nefunguje, ale myslím si, že je to i tím, že z té angličtiny mají zase jinou zkušenost, že ta dbá třeba víc na to, že si ty postupy ukazují a že si něco z toho postupu něco on zapomněl...nebo zapamatoval, a pak to pomotá, ale vlastně samo mu došlo to, že to správné není, ale jako ta první představa toho, zkusím to tak, a pak dojde k tomu, aha, tady to nefunguje..
- 31 T:...tady to nefunguje...Ehm...nějaké jiné kognitivní konflikty teda kromě toho sčítání
- 32 KŽ: ...sčítání...eh...myslím si, že kdybychom...my jsme ještě jakoby nic..že bychom je násobili, ty zlomky, jsme nedělali, ...nebo odčítali...takže tam...bych ani neřekla..
- 33 T: ono vlastně ani sčítání, které jste dneska dělali, není v rámcovém vzdělávacím plánu pro první stupeň...
- 34 KŽ:Ehm..(přemýšlí)
- 35 T: Třeba rozšiřování zlomků?
- 36 KŽ: Rozšiřování zlomků...to...ta jedna holčička vlastně, jak je krátila, ty zlomky, dneska, tak bych řekla, že s tím někdo přišel, řekli jsme si, že to takhle funguje,

vyzkoumali jsme si, že to tak funguje, že ten zlomek je vlastně stejně velký, akorát má prostě jiná ta čísla...a někde někdo to jako přijme, někdo, někdo ne, já jim to asi nijak nevnucuju, a ...

37 T: Tam byl přesně příklad v hodině $\frac{3}{5}$ jsou stejně jako $\frac{6}{10}$, takže to se tak nějak objevilo...

38 KŽ:...objevilo se to a já jsem dělala takovou jako nevědoucí a říkala jsem, že nechápu, jak je to možné, no, a oni tím, že jsme pracovali s těmi modely a...s těmi pěnovými zlomky, tak tam to vlastně zjistili, že $\frac{2}{4}$ jsou stejně jako $\frac{1}{2}$...

39 T: jasně...

40 KŽ:...skrz tu zkušenost to vlastně objevili a řekla bych, že ti bystřejší to potom aplikovali už i na těžší zlomky, se kterými nemají takovou zkušenost ze svého života.

41 T: Uhm, takže to pravidlo, které objevili přesně tou manipulací, jsou schopni pak už aplikovat...

42 KŽ:...ano...jak kteří..

43 T: jasně...samozřejmě...

44 KŽ: ..každý na své úrovni..někdo to vidí jenom u poloviny, někomu je to jedno a dám mu jakýkoliv zlomek a tam už to dokáže říct..

45 T: Používáte při práci se zlomky i diskrétní modely, to znamená soubor nějakých předmětů, ne jenom teda kruh – koláč, ale ..

46 KŽ:...Neřekla bych předmětů..já vlastně jako předměty používám pak ty žáky...když bych jim řekla, rozdělte se po trojicích, rozdělte se po čtveřicích, že by takhle dělili ten svůj celek, tu třídu, na části, ale samozřejmě tam se taky stane to, že by nám vyšel nějaký zbytek...jo...a asi jsme to nedělali, tak že by jsem jim řekla rozdělte se do čtvrtin...a možná ale..i kdybych to řekla, tak by mi řekl ale to nejde, protože je nás 14 a 14 nejde dělit 4...

47 T:Uhm (přitakání)

48 KŽ: ...nebo takhle přesně to tam dneska bylo...protože čtyřku nebo...devítku nejde rozdělit na půlku, ale jde jí rozdělit na půlku, ale se zbytkem, jo, že, a proto už jí dělí jinak, že už si myslím, že se snaží pak hned najít další cestu, jak by se to jako dělit dalo

49 T: Uhm...v tom případě teda jsou zvyklí počítat i s ...respektive, ne jinak. Ty jsi říkala, že se dělí po trojicích nebo vytvoříte skupinky po trojicích, mají zkušenost i

- s ostatními ..ehm..jako s tou opačnou verzí s dělením na části? Řekneš třeba potřebuju 4 družstva, kolik bude v každém družstvu?
- 50 KŽ: Asi jsme to někdy dělali, ale vlastně teď si uvědomuju, že upřednostňuju to, že řeknu udělejte trojice, ale schválně to zkusím, protože je to věc, kterou si myslím, že by měli zvládnout i na opačnou stranu, ale k tomu tréninku tak často nedochází, protože nemají v mých hodinách možnost získat tu zkušenost.
- 51 T: Uhm. To samý v podstatě bylo při té slovní úloze, tam jsme se setkali s problémem, kdy stroj vážil o třetinu míň, nebo vážil třetinu. Často dělají v těchto úlohách chyby?
- 52 KŽ: Já si myslím, že tady udělali tu chybu kvůli tomu, že tam bylo velké číslo. Že kdyby jako, že...ta pozornost byla odvedená jiným směrem tím, že dělili, a pro ně prostě písemné dělení je docela těžká matematická operace a vlastně už pak nepřemýšleli o tom, co si četli. Kdyby tam bylo... byly jenom třetiny, bylo tam, že bylo 6 jablek, tak bych řekla, že by tu chybu neudělali. Ale tím, že si ... byla ta pozornost odvedena jiným směrem, tak mohli chybovat a už si znova nepřčetli to zadání.
- 53 T: Já jsem si všimla, i že když se toto pak řešilo v té skupině, tak tam spousta dětí vlastně ze začátku tvrdil..vydělily správně tu třetinu, a pak to chtěly přičítat k tomu původnímu číslu....
- 54 KŽ: Ano...protože měly sečíst ty stroje a řekly..ano..
- 55 T: Ale oni tvrdili, že ten výsledek je ta váha toho druhého stroje, tím by ale zjistili stroj o třetinu těžší a měl být lehčí...
- 56 KŽ: Ne, já si myslím, že tam jakoby pletli dvě věci dohromady, že říkali, že váží tu třetinu, ale cílem té úlohy bylo sečíst oba ty stroje dohromady, takže proto je chtěli sečíst a jeden by pak vážil jednu třetinu a jeden ten celek...že nedomysleli tu úlohu...ale tam bylo vidět, že třeba té holčičce jedné to ihned došlo a i já vím, že se k takovéto úloze budu muset ještě vrátit a dát jim jí jinou, s jinými čísly, ale podobným způsobem, abych si ověřila, že to došlo i ostatním...a věřím, že u některých si to budu muset ověřit ještě pětkrát a třeba prostě se k tomu stejně nedojde...
- 57 T: V tom následujícím cvičení žáci porovnávali zlomky a měli k dispozici zlomkovnici, jsou na ní zvyklí? Pracovat se zlomkovnicí?
- 58 KŽ: Už měli tu zkušenost, ale byli tam žáci, kteří už to odmítli, kteří vlastně řekli „A musíme to používat?“ ...a to bych řekla to, že už tu zkušenost prostě

mají, i v angličtině už to používali a stříhali si ty části, a že některé to už vyloženě otravuje používat...a proto jsem řekla, ať si jí nevšímají a dělají to podle sebe, ale přesto jsem si dneska všimla, že jedna holčička byla schopná porovnávat ty zlomky jenom díky tomu, že měla tu zlomkovnici.

59 T: Tyhle rozdíly necháváš tak nějak plynout mezi dětmi...

60 KŽ: Ehm...ty rozdíly, prostě ke každému přistupuju individuálně, každý jede na maximum svých možností a každý prostě někdy nestihne všechno, co ostatní, ale já si myslím, že právě kvůli tomu je tahle matematika takhle uzpůsobena...jako...né všichni dělají stejnou činnost vždycky...to rozhodně ne...

61 T: Když se ještě vrátíme k těm modelům zlomků, tak jedním takovým specifickým modelem jsou peníze nebo mince, používáte také ve výuce peníze?

62 KŽ: Používáme, nebo používali jsme, ale teď asi delší dobu jsme na nic nenarazili, ale určitě počítáme..zrovna teď to budou mít v domácím úkolu, že tři chlapeci mají tolik a tolik korun, jeden dá druhému 3 koruny, kolik pak budou mít nebo kolik měli na počátku, takže zkušenost s tím mají

63 T: Já jsem třeba myslela spíš to, že v podstatě u těch mincí se to váže k tomu celku, kdy například pětikorunová mince je jednou polovinou z desetikoruny, ale zároveň čtvrtinou z dvacký. Jak se třeba s touhle skutečností vyrovnávají?

64 KŽ: ehm..no, tak to se asi přiznám, že takovýmhle způsobem jsme to zatím nedělali.

65 T: (přítakání)

66 KŽ: Ale jakoby spíš...spíš bychom to dělali asi na tom modelu jako...asi stejně my moc takhle takovým způsobem s tím moc nepracujem.

67 T: Dobře.

68 KŽ: Ale zase je to dobrý podnět a zkusím ho zapojit do výuky.

69 T: Jak celkově děti mají představu o celku a o částech, o tom, co je větší, co je menší...nebo spíš jinak, že se zlomek musí vždycky vztahovat k nějakému celku, aby dával v podstatě smysl.

70 KŽ: To je zase individuální, no, jsou děti, které tomu rozumí a ví bez jakékoliv dopomoci to, a jsou děti, které prostě potřebují tu pomůcku, aby si to na tom uvědomily...že by musely použít nějakámanipulativa k tomu, aby například tu úlohu dokázaly vyřešit.

- 71 T: Dobře. Já bych se závěrem chtěla zeptat, jaký je téma zlomků pro tebe. Jestli je to téma, které máš ráda, kterému třeba rozumíš, jseš si tím jistá, nebo naopak téma kterému se vyhýbáš...
- 72 KŽ: Já to téma mám ráda, protože to většinou děti baví, což mě docela překvapilo, protože z různých diskuzí nebo i výsledku těch testů bylo vždycky, že české děti v tom úspěšné nejsou...
- 73 T...(nejsou, celosvětově je to považováno za obtížné téma...)
- 74 KŽ: Ale jakoby já nevidím v té své třídě nějaký odpor, zrovna že by všichni jako nenáviděli zlomky, to rozhodně ne...protože používáme ty pomůcky, rozumí tomu, mají tu zkušenost z domova a řekla bych, že díky tomu, že děti to učivo mají rádi, já ho mám ráda, a nebo že to jde i tím druhým směrem, já se tomu nebráním, jsem tomu otevřená a právě ty děti to přijímají ode mě...prostě ta atmosféra běží obousměrně.
- 75 T: Dobře. Úplně poslední otázka, jaký je tvůj názor na propedeutiku zlomků jako takovou
- 76 KŽ: V té naší řadě učebnic nebo celkově?
- 77 T: Celkově, obecně. Jestli...od kdy začít s propedeutikou zlomků, případně jakým způsobem..
- 78 KŽ: Já si myslím, že už od tří let, kdy maminka dělí mezi sourozence hračky, jídlo, cokoliv...od útlého věku si myslím, že to v rodinách zapojují, ale samozřejmě se jako nesetkáváme...jako...na pětinu asi nikdo nic nerozdělí, že asi tu zkušenost prostě získají až v ... *(přerušeni)*...někdo vchází do sborovny, KŽ se dívá na hodiny a zjišťuje, že už bude muset jít
- 80 takže si myslím, že už od malinka z rodin, ve školkách si myslím, že už s tím taky můžou pracovat, můžou rozdělovat různě papír, můžou si hrát, nebo když dělí kostky, s kterými si hrají...řekla bych, že od malička už tu zkušenost mají
- 81 T...a nemají problém si s tím poradit, aniž by věděli, že se jedná o zlomky...
- 82 KŽ:...přesně tak, to si myslím, že vůbec není potřeba jim to říkat a dokáží to rozdělit do skupiny
- 83 T: Tak já ti děkuji za rozhovor.
- 84 KŽ: Taky děkuji, omlouvám se, ale já už opravdu musím....

Příloha č. 3 – rozhovor ZF

- 1 T: Tak, na začátek bych chtěla začít úplně obecně. Některý učitelé se domnívají, že učivo zlomků je příliš obtížné a zabere spoustu času, bez nějakého jasného výsledku, a proto by ho na prvním stupni vůbec neučili. Někteří naopak prosazují pro výuku zlomků na prvním stupni větší hodinovou dotaci, protože považují za...toto téma za nezbytné pro další matematický rozvoj. Jaký je tvůj názor?
- 2 ZF: (dlouhá odmlka) Tak já si myslím, že určitě není vhodné tohle učivo odsouvat na druhý stupeň, protože tam je učiva hodně a není tolik času na... (zaváhání)... manipulaci, kterou já považuji za stěžejní. Tam, na druhém stupni, už to může být hodně o tom, že se učivo představí, procvičuje, a pak se očekává, že ho žáci umí, ale pokud někdo potřebuje delší rozjezd, potřebuje nabýt tu zkušenost, kterou třeba během života ještě nemá, tak na prvním stupni...ehm... je ten prostor daleko větší.
- 3 T:...uhm...
- 4 ZF:...proto...a může se to tam...do výuky se to může zařazovat po maličkých kousíčkách, nenásilně, aniž by to ty děti vlastně tušily, a potom všechno, co za ty roky nastřádají, věřím, že zužitkují na druhém stupni.
- 5 T: Dobře. Trošku už jsi nakousla mojí další otázku, a to je propedeutika zlomků. Od jakého ročníku si myslíš, že je možný zlomky učit. Nebo případně, kdy bys je začala zařazovat.
- 6 ZF: Tak zlomky ve smyslu té propedeutiky teda, tím, že učím podle metody pana profesora Hejného, tak tam jsou aktivity zařazované už od první třídy. Ehm...věřím, že i ve školce je prostor na spravedlivé půlení jak...čehokoliv, nejlépe asi jídla pro děti. Takže si myslím, že tahle otázka je z mého pohledu prakticky irelevantní, protože se to nedá tak říct. Děti umí už ve, nevím, třech letech se rozdělit se sourozencem spravedlivě o rohlík, což je taky půlení. Takže v téhle základní formě si myslím, že není věkové omezení. Otázka je, kdy jsou schopné třeba části pojmenovat. Dneska v hodině jsme viděli, že spousta dětí a ostatní úplně přirozeně přejímaly to, že prostě mají šestiny, osminy a nedělalo jim to žádný problém, prostě to vzaly jako že ten kousek se tak jmenuje a vůbec se nad tím nepozastavovaly. (odmlka) Ehm, se zápisem si myslím, že je na místě počkat...nejdříve do páté třídy.

- 7 T: Dobře, když jsi nakousla teda zážitky z dnešní hodiny...ehm...když jsi hodinu plánovala, čekala jsi, že děti budou...ehm...mít prekoncepty natolik vyvinuté?
- 8 ZF: Ehm, vůbec jsem to nečekala...protože běžně se bavíme o polovinách a třetinách. Myslím, že už se zmínila i čtvrtina, když překládáme papír, ale že naprosto přirozeně přijdou s pětinou, šestinou a osminou, ehm, ve správném tvaru, správně použit použitý výraz, jsem nečekala, rozhodně to nemají ode mě(smích)...
- 9 T: (přítakání)
- 10 ZF: ...teda alespoň ne vědomě. Tohle bylo poprvé, co jsme se něčemu takovému věnovali víc, předtím jsme jenom překládali papír, půlili provázek, co jsme měli v knížce, děl... půlení nebo krájení koláčů jsme ještě vůbec nedělali...
- 11 T:uhm...
- 12 ZF:...takžetohle byla jejich první zkušenost s takými aktivitami a viděla jsi sama, jak se s tím poprali.
- 13 T: Zvládli to opravdu velmi dobře, vzhledem k tomu, jestli teda říkáš, že to byla první aktivita. Ehm, vzpomeneš si na nějakou situaci, kdy by žák využil ve škole právě znalost z domova? Právě teda v oblasti zlomků?
- 14 ZF: (přemýšlí) Tak, myslím si, že všechny děti typicky znají půlení...
- 15 T:Uhm...
- 16 ZF: ..protože to je jednodušší (chvíle ticha), ale asi se tak často v domácím prostředí nepoužívá třetina, už protože rozdělit něco přesně na třetiny je náročnější (chvíle ticha). A přemýšlím (ticho), ta zkušenost z domova je určitě klíčová pro to...
- 17 T:Uhm...
- 18 ZF:...protože jenom pokud nějaký žák už něco do té hodiny přináší ve chvíli, kdy já bych měla být správně v pozadí, tak pokud by tam ty zkušenosti z domova nebyly, tak já se nehnu.
- 19 T:Uhm...
- 20 ZF: Takže to, že jsou tady děti, které, ať už kvůli starším sourozencům, nebo proto, že jsou z podnětného prostředí a ještě nadprůměrně vnímavé, tak to do té třídy přinesou a ostatní to můžou převzít, takže ty zkušenosti z běžného života, z domova, jsou v tomhle podle mě stěžejní. Nevím, jestli jsem úplněvodpověděla na tu...
- 21 T: Ona ta otázka...

- 22 ZF: ...otázku.
- 23 T:....nebyla úplně dobře položená. Já jí zkusím otočit. Ehm,v ruku v ruce s prekoncepty jdou i miskoncepty.
- 24 ZF: Hm.
- 25 T: Setkáváš se teda spíš s tímhle případem,nebo máš nějaký příklad toho, že by dítě přišlo s představou, která by ti naopak trošku nabourala tvůj učební plán?
- 26 ZF: (přemýšlí) Zatím jsem se s tím nesetkala, ale učím pouze krátce, takže tohle je moje první třída. Ehm, hodně děti, nevím, jestli je to věkem,hodně neřeší, protože v běžném životě se to taky neřeší, když něco není jako přesně stejně velké.
- 27 T: Hm.
- 28 ZF: Že když jsme půlili provázek, tak spoustu dětí, i když jsem je náhodnými otázkami naváděla, jak zařídí, aby byly stejné ty půlky, tak to někteří stejně šmikli od voka a některým to i vyšlo, takže potom jim to jenom jako potvrzuje tu teorii, že prostě to vidí. Takže tohle vychází asi z běžného života...
- 29 T: Hm.
- 30 ZF: ... že v tom běžném životě není až tak potřeba, ehm, řešit, jestli je to opravdu spravedlivé...
- 31 T: Hm.
- 32 ZF:... do úplnosti.
- 33 T: Na druhou stranu zrovna děti jsou naopak docela soupeřivé, s tím, že kdo má větší kus, je docela problém, což to mě třeba překvapuje. Ehm, v té ukázkové hodině jsme viděli několik aktivit, mohla bys mi je popsat?
- 34 ZF: (přítakání) Tak první aktivita se netýkala zlomků, to bylo spíš tak na probuzení. Ehm, řada čísel, kterou budujeme dlouhodobě. Pořád se stavíme do řad, přeřikáváme popředu, pozadu, protože některé děti potřebují znova a znovu slyšet, jak jdou čísla za sebou, a zařadila jsem jí proto, abych na ní navázala porovnáváním čísel, které jsem potom chtěla využít k porovnávání zlomků, a protože tuhle aktivitu jsme ještě nedělali ani s čísly, že by ze svých těl stavěli znaménka, tak jsem to využila jako úvod, který potom využiji. Potom jsme měli skládání dílků koláčů. Ehm, napadlo mě, že to postavím hodně do té reality, že říkali, jakou příchut' by mohl mít koláč dané barvy, takže to pro ně bylo, ehm, víc uvedení do kontextu reálného života. Měli za úkol najít dílky a poskládat je, aby vznikl celý koláč. Měli to usnadněné tím, že dílky měly stejnou barvu. Oni se dokonce na to ptali, jestli mají být stejné nebo ne. Já jsem jim na to neodpověděla

a nechala jsem je, ale nakonec to udělali tak, jak, v podstatě asi na štěstí (smích), podle barev, protože jinak bysme se vlastně nedostali k tomu, co jsme chtěli, ale tak nějak bysme z toho určitě vybruslili. Takže postavili kruhy, třetiny ze tří dílků, a potom jsme si to představovali a oni vlastně sami spontánně začli říkat, že když jsou na dvě části, tak já mám půlku, všichni máme půlku a jsou stejně velké. Potom, když už věděli, jak to funguje, když se nějaký kruh dělí na části, tak, ehm, oni sami dostali, našli si koláče, kde bylo napsáno, na kolik stejných dílků je mají rozdělit, a to udělali. Návodnými otázkami jsem je dovedla k tomu, aby to teda nestříhali od voka, ale zjistili si to, i proto jsem zvolila čísla, která se dají půlit, půlit, půlit, takže tam byly, ehm, poloviny, čtvrtiny a osminy. To zvládli úplně s přehledem, potom jsme si už jenom pověděli, jak jim to šlo a zvládli jsme všechno o hodně rychleji, než jsem čekala, takže potom jsem zařadila (chvíle ticha), jestli jsem něco nepřeskočila, snad ne, už takovou improvizaci...

35 T: ... porovnávání těch...

36 ZF: Jó, potom vlastně jsem využila tu aktivitu z úvodu, kdy porovnávali části těch koláčů, což vzhledem k tomu, že to bylo jasně viditelné, tak pro ně nebyl problém. Co bylo ale zajímavé, což už byla improvizace, že jsem se potom zeptala, ptala jsem se na něco úplně jiného, ale oni spontánně mi začli odpovídat na to, jak to bylo u nich ve dvojici, kdo měl větší část a kdo menší, a sami pojmenovávali, že když druhý měl dílek, kde se dělili jen na půlky, na dva...mezi dvě děti, tak to bylo víc, než když on byl ve skupině, kde se dělili mezi osm dětí. Tak to mi přišlo jako neuvěřitelné, vlastně hezký závěr, a potom už jenom na vyplnění, do konce hodiny, měli skládat kruhy z různých částí...

37 T: Hm.

38 ZF: ... do celku. Což se jim taky dařilo...

39 T: I to jim překvapivě šlo velmi dobře.

40 ZF: ... jakou barvu hledají a dokonce byli schopní i pojmenovat ty části, které dávají ten celek, takže.

41 T: Ehm, vlastně dnešní hodina byla celá o kruhovém modelu zlomku. Pracuješ i s jinými modely?

42 ZF: (přítakání) Tak zatím jsme dělili papír, tak to se dá považovat za nějaký čokoládový nebo obdélníkový model. Ehm, v úlohách pro...ve výzvách matematických, které máme na nástěnce, je tyč, kterou zatím řešila asi jenom jeden nebo dvě děti. Oni si můžou sami zvolit, jestli to chtějí řešit nebo ne. A

zatím se mi nedaří se úplně k tomu vracet ve výuce, takže ta motivace je zatím spíš od rodičů, kteří vědí, že to tam visí, než že by oni měli motivaci mezi sebou se motivovat a řešit je. Takže tam se objevil tyčový. Dělali jsme dělení lentilek.(chvíle ticha) Babička má lentilky, dělí je mezi děti, aby měli stejně. Dělili jsme zatím jenom mezi dvě, že byli ve dvojicích, a potom jsme dělali dělení čísel na stejné části, rozsypávání. To jim šlo taky velmi dobře. Udělali jsme vlastně všechno dělení do dvaceti.

- 43 T: Ehm, dokážeš třeba posoudit, jestli dětem dělал větší problém práce právě s diskretním modelem, což jsou právě ty lentilky nebo skupina žáků, skupina objektů, nebo ten spojitý model, kontinuální, jeden celek.
- 44 ZF: Ehm, řekla bych, že je pro ně méně představitelné to s těmi lentilkami, protože to nevidí na první pohled, když je to větší počet lentilek, tak musí opravdu spočítat, že obě ty děti mají stejně. Kdyžto, když mají kus koláče, tak na první pohled, pokud je tam výraznější rozdíl...
- 45 T: Tak vidí....
- 46 ZF:... vidí, že on má větší kus než já.
- 47 T: Jaký je tvůj názor, ehm, všeobecně na používání pomůcek v matematice?
- 48 ZF: (smích) No, mám pocit, že obecně já používám spoustu pomůcek. Když jsem z nějakých vnějších okolností donucená být mimo třídu, tak jsem z toho úplně nesvá. Hodně to dětem pomáhá se soustředit, protože se střídají aktivity, hodně můžu zkoušet, sami si chodí pro pomůcku, která jim vyhovuje. Například mají k dispozici právě žetonky, lentilky na počítání, můžou jít na krokovací pás, fyzicky krokovat nebo krokují na páse, na lavici, nebo už máme i počítadla, protože jsme zjistili, že krokovací pás do dvaceti některým nestačí, takže už mají i počítadlo do stovky a u zlomků mi to přijde ještě výraznější, protože tam ta představa vlastně toho budoucího zlomku zapsaného čísla a té reality je hrozně nepředstavitelná, že tam je ta zkušenost hrozně důležitá a spoustu dětí ještě teď, v únoru, potřebuje větší čísla nad deset vidět třeba v žetonkách...
- 49 T: Hm.
- 50 ZF:...nebo použít prsty.Takže pro mě je pomůcka něco, co obzvláštní výuku, ehm, něco, co udrží pozornost dětí, a ještě navíc pomáhá získávat tu představu těch čísel...
- 51 T: Hm.
- 52 ZF:... at' už v jakékoliv formě.

- 53 T: Dobře.
- 54 ZF: Takže pomůcky ano.
- 55 T: Takže pomůcky ano (smích).
- 56 ZF: A co nejvíc.
- 57 T: Ehm, jaké další podpůrné aktivity, právě k tématu zlomky, plánuješ do budoucna? Třeba ve výhledu měsíce, dvou.
- 58 ZF: Hm.(chvíle ticha)
- 59 T: Plánuješ nějak rozvíjet tu dnešní hodinu?
- 60 ZF: Ehm, zatím jsem o tom nepřemýšlela. Myslím si, že nějak asi cíleně ne, že až se to zase objeví, tak že ty děti to automaticky najdou. Ehm, určitě se chystám na to, koupit nějaký opravdický koláč a dělit ho, ehm, ať už kruhový nebo obdélníkový. Ehm, chystám se na dělení čísel nebo lentilek na třetiny, což je náročnější, což zároveň buduje i násobky tří, protože to se nám taky už objevuje v učebnici, takže spíš takové jako jednorázové, na zpestření, aktivity, které ale do budoucna určitě přinesou ovoce.
- 61 T: Já jsem si teďka ještě vzpomnělana jednu situaci z té hodiny, ehm, kdy, ehm, žáci se v podstatě dostali k prvnímu kognitivnímu konfliktu, to byla ta aktivita s šestinou a s čtvrtinou, s pětinou, nevim, byla tam porovnávání dvou zlomků...
- 62 ZF: Oni skládali kruh z těch různých částí, úplně jednoduše řekli, že ta modrá část je polovina. Holčička řekla, že červená je čtvrtina. Pak tam měli osminu a nacpali tam ještě teda pětinu. To nevěděli, že je pětina, takže někdo říkal třetina, tak jsme zkusili, kolik těch stejných hnědých částí dá dohromady kruh. Zjistili teda, že to je pětina, a pak vlastně Viki řekla: „No jo, ale tak tohle musí být teda třetí..., tohle musí být teda šestina a ne čtvrtina, když je to větší než...(chvíle ticha)...“ ..co tam bylo (přemýšlí), byla tam, jo,,, ...musí to být šestina a ne čtvrtina, protože je to větší než ta pětina tady vedle.“ Tak já jsem, chvíli jsem je nechala, a pak jsem vznesla otázku, no, nebo podnět „No, tak to zkuste, jestli, kolik těch červených částí ta čtvrtina správně složí to.“ Tak zjistili, že teda čtvrtina, no, takže tam přesně naběhl ten miskoncept, nebo ani nevim, jestli miskoncept, ta prostě představa toho, že když teda čtvrtina je jako to čtyři, co tam slyší, menší než to osm, takže by to mělo být menší, tak tam už to nabíhalo, ale tím, že to bylo podložené těmi kousky reálnými, tak doufám, že z toho byla hned zase vyvedena, z toho omylu.

- 63 T: Ehm, že měla v podstatě před očima důkaz něčeho, co vlastně tvrdí, jehož opak tvrdí.
- 64 ZF: Ano.
- 65 T: Hm, dobře. Závěrem bych se teda ještě chtěla zeptat, jaká, pokud, jestli bys zvládla říct třeba dvě nebo tři aktivity, které jsou podle tebe v propedeutice zlomků nejdůležitější?
- 66 ZF: (přemýšlí) Aktivity nevím, ale určitě hodně vedu děti k tomu, že to musí být jako přesně stejné, takže pořád je navádím, i dneska, k tomu, aby jako dělali to tak, aby měli jistotu, že to je stejné, protože s tím oni mají trošku problém, že to nejradši dělají od voka. Stěžejní určitě rozkládání celku a skládání celku ze stejných částí...
- 67 T: Hm.
- 68 ZF:... ale i to porovnávání částí. Dneska to měli jednodušší, protože řešili jenom reálnou velikost, ale pak mi přijde důležité, když už budou ty dílky popsány tím zlomkem a oni zároveň budou vnímat zlomek a zároveň tu část a budou porovnávat, aby si vlastně fixovali nebo respektive odfixovávali tu představu, kterou vlastně tam použila Viky. Takže hodně skládání, rozkládání celku ze stejných částí a různých částí a porovnávání.
- 69 T: Hm.
- 70 ZF: Přijde mi stěžejní ty aktivity na ten celek, že to asi chybí hodně, že ten zlomek se vždycky musí odvíjet od toho celku....
- 71 T: Takže propojení...
- 72 ZF:... aby pochopili, že to je ta část celku
- 73 T: ...hm, propojení, jak konkrétního zlomku na konkrétní celek.
- 74 ZF: (přítakání)
- 75 T: Dobře. Tak ode mě je to všechno. Děkuji za rozhovor.
- 76 ZF: Také děkuji.

Příloha č. 4 – rozhovor ZB

- 1 T: Takže na začátek bych chtěla začít úplně obecně. Ehm...někteří učitelé se domnívají, že učivo zlomků je příliš obtížný, a proto by ho na prvním stupni vůbec neučili. Někteří zase prosazují, že výuka zlomků je zásadní pro další matematické jevy, a proto má na prvním stupni určitě svoje místo. Jaký je Váš názor?
- 2 ZB: Já myslím, že určitě je to věc, která je na prvním stupni naprosto jako běžně schůdná a téma dětma je přijatelná, i ty děti, který jsou jako výrazně špatné, tak dokážou částečně ty zlomky pochopit...a ...a oni je hlavně používají, oni už děti v první, druhé třídě normálně z běžného života, poloviny, třetiny, čtvrtiny...oni se s tím prostě setkávají a znají to.... Když se řekne čtvrt hodiny, tak prostě dítě ve druhý, třetí třídě ví, co to znamená čtvrt hodiny, že to je 15 minut prostě, ta čtvrt.
- 3 T: Takže jste se setkala s tím, že děti používají ve škole svoje prekoncepty, které nezískaly ve škole.
- 4 ZB: Hm, hm...běžně.
- 5 T: Setkáváte se i s tím, že by tyhle prekoncepty se v podstatě obrátily proti Vám a staly se z nich miskoncepty? To znamená, že by měli něco zakořeněno právě z běžného života špatně, a vy potom ve škole s tím musíte pracovat?
- 6 ZB: Asi ve zlomcích jsem se s tím nesečkala, je teda pravda, že když jsme učili, když jsem učila jako podle Altra...podleAlteru, tak tam nejsou hodiny, tam nejsou ciferníky, a my teďko ve čtvrté třídě právě když učím podle Hejného, tak jsme na ně ještě nenarazili, my je budeme teď dělat, takže pravděpodobně jestli...což já si myslím, že by tam mohl být jako problém v hodinách, tam se to jako blbě převádí, tak tam že bych mohla na něco narazit takového....
- 7 T: ...že tam nějaký problém bude...
- 8 ZB: ...hmm...že čtvrt hodiny, třičtvrtě hodiny a teď najednou dostat do šedesátiminutového ciferníku třetinu, to si myslím, že možná bude jako trošku problém, budem to muset nakreslit...
- 9 T: Zlomky jsou také plný takzvaných kognitivních konfliktů, kdy žák má právě vsugerovaný nějaký postup, který právě funguje třeba u sčítání klasických čísel, ale u zlomků to tak nefunguje. Setkáváte se i s tímto problémem?
- 10 ZB: My se tak jako setkáváme a snažíme se prostě vždycky jako překreslovat, vysvětlovat, aby ty děti samy...ono dneska to bylo vidět, že jo, v tý první

třídě(pozn. první pozorovaná třída, 4.C), v tom céčku, tak tam vlastně když jsme došli k tomu poslednímu příkladu, tak oni velmi rychle jako odhalili, že ta žlutá část je polovina, byly to tři děti z té třídy a dokázaly to spolužákům pak vysvětlit, když jsem je jako začala strkat tím směrem, kterej mně přijde, že je schůdnej i pro ty slabší...a v té druhý třídě, oni prostě jako i ty děti, který jsou hrozně napřed, se na to podívaly a naprosto jako se spokojily s tím, že by to byly třetiny...

11 T: Uhm...viděly ...brali to prostě tak, jak to vidí, a už neměly potřebu to dokazovat...

Ehm, když jsme teda zabrousili k té dnešní hodině, eh..dneska používali v podstatě jenom obdélníkový model zlomku...

12 ZB: Hm (přítakání)

13 T: Pracují i s jinými modely zlomků?

14 ZB:Uhm, měli jsme ..já tady nemám ten první díl (*učebnic, pozn.*)...měli jsme samozřejmě kruhový zlomky se vyskytují často...se krájí koláče a krájíme pizzy a podobný věci...eh... potom se vyskutujou různý i jiný tvary, který se prostě rozdělují třeba na trojúhelníky, že to je jako větší tvar, který je spojen z pravidelných trojúhelníků..a úplně nejjednodušší věc, která je, tak buďto na kostičkách nebo na knoflíkách nebo na něčem takovým jako je...nebo na korálkách, že jo..mám 12 korálků a chci ti dát jednu třetinu přesně...

15 T: Nemají potom problém třeba vyjádřit právě na tom diskrétním modelu, kdy je teda soubor nějakých předmětů, vyjádřit, kolik je ta třetina, že je to vlastně počet, není to jakoby tvar, není to ucelený?

16 ZB: No, tak z toho důvodu právě pak se jako různě se přechází z těch...z těch jako...různejch, že jo, modelů, kdy.....*přerušeni*

...jo to jsem chtěla říct, že vlastně proto se přechází mezi těma různýma modelama, že oni když mají nějaký počet kostiček nebo knoflíků, mají jich třeba 12 a potřebují dát spolužákovi třetinu z těch 12, tak ví, že mu mají dát 4 knoflíky...

17 T: Všimla jste si, že by upřednostňovali nějaký model zlomku nad ostatními? Když potom mají vyloženě třeba slovní úlohu a mají si to sami znázornit, není ten model zadaný, tak že by si prostě vybrali nějaký konkrétní...

18 ZB: Hodně z nich, protože se na tom většinou začíná, tak upřednostňují ty koláče, ty se dobře krájí na půlky, takže já právě jsem začínala úlohou, kterou

jsme dělali už jako před nějakou dobou, kde právě je to jedno a půl dítěte a hrozně vtipně se ty děti rozkrajují na půlky ...*přerušeni* ...

.... já nevím, kde jsme byli....

19 T: To upřednostňování kruhového modelu....

20 ZB: Jo...většinou na tom se jim to dobře dělá, oni tam dobře vidí tu půlku, takže často ten kruhový model upřednostňují. Já osobně, co mám zkušenost ze školy a vůbec, tak mám dojem, že je lepší ten jakoobdélníkovéj,...protože se na tom ty věci jako rozkrajují, že jo, na tom je vidět hezky násobení, prostě...

21 T: ...pravej úhel je tam znát no... (smích)

22 ZB: jako, když potřebuju vybrat...prostě tři čtvrtiny, tak to rozkrájím na 3 a na 4, tak to vím...no.....Jako mě přijde lepší, oni většinou upřednostňují ten kruhovej...

23 T: A používají v hodinách nějak manipulativní pomůcky?

24 ZB: Občas jo...jako my máme...máme jich docela dost, máme kostky různé, já jsem jim je nesla, kdyby je potřebovali, oni některý děti je potřebují a některý děti zase je nechťejí, protože řeknou, že vyndat a zandat kostky je bude zdržovat, že oni se na to podívají a vidí to....

Máme různé jako...stříhání právě těch kruhů a rozstříhávání a podobně, ale je fakt, že oni ty zlomky už začali a ze začátku jsou ty manipulativní pomůcky potřeba víc, než teď..

25 T: Závěrem bych se chtěla zeptat, co znamená téma zlomků pro Vás...

26 ZB: Pro mě...(smích).....Já bych nejradši učila lomený výrazy, ale to ve čtvrtý třídě nejde...ehm...ne, já jako, pro mě zlomky jsou dobrý, já mám zlomky ráda a já s tím nemám nějaký zvláštní problém...pro mě třeba teď hrozný je, kdy mám ty dvě děti v jedné třídě, který jsou opravdu na úrovni druhý, třetí třídy, že zavádím násobilku...mám s tím velmi výrazný problém, chodím za staršíma kolegyněma a těch se ptám, protože mám strach, že tu násobilku zavedu špatně...z hlediska toho, že nejsem prvostupňář...

zde se rozhovor stočil k jinému tématu a k tématu zlomků jsme se již nevrátili