

Rozšiřovací vlastnosti grafů a struktur

Pavel Klavík

Hlavní motivace pro studium kreslení grafů a geometrických reprezentací je najít způsoby, jak vizualizovat grafy efektivně, aby jejich struktura byla tak srozumitelná, jak je to jenom možné. V této práci se zaměřujeme na strukturální vlastnosti, které vyplývají z toho, že grafy mají určitý druh geometrických reprezentací. Studujeme dva druhy geometrických reprezentací: Průnikové reprezentace, ve kterých jsou vrcholy reprezentovány geometrickými množinami, zatímco hrany jsou kódovány jejich průniky, a rovinná vnoření rovinných grafů, což jsou kreslení grafů do roviny bez křížení hran. Z existence geometrické reprezentace lze vyvodit dodatečné informace o grafu. Hlavní myšlenka této práce je se ptát, jaká další informace se dá vyvodit ze struktury všech možných geometrických reprezentací.

V části I studujeme problém rozšiřování částečných reprezentací pro průnikové reprezentace. Vedle grafu obsahuje vstup také částečnou reprezentaci, která předepisuje reprezentaci indukovaného podgrafu. Ptáme se, zdali je možné tuto částečnou reprezentaci rozšířit na plnou reprezentaci vstupního grafu, aniž bychom pozměnili předepsané množiny. Tento problém jsem uvedl v roce 2010 ve své bakalářské práci. Popisujeme přehled známých výsledků pro řadu grafových tříd. Soustředíme se na intervalové grafy a dokazujeme jak strukturální, tak algoritmické výsledky pro jejich problém rozšiřování částečných reprezentací.

V části II studujeme algebraické vlastnosti grafů, konkrétně jejich grupy automorfismů, problém grafového izomorfismu a regulární nakrytí grafů. Hlavní strukturální nástroj je 3-souvislá redukce, která rozkládá libovolný graf G na jeho 3-souvislé komponenty. Hlavně se soustředíme na rovinné grafy, ale řada našich výsledků funguje i pro obecné grafy. V roce 1867 popsal Jordan induktivní charakterizaci grup automorfismů stromů. My popisujeme první Jordanovskou induktivní charakterizaci grup automorfismů rovinných grafů. Také studujeme pro řadu grafových tříd a parametrů problém grafového izomorfismu omezeného seznamy. Pro regulární grafové nakrytí popisujeme všechny regulární kvocienty rovinných grafů a konstruujeme FPT algoritmus pro testování existence regulárního nakrytí pro rovinné vstupy.