

Název práce: Geometrické lineární a nelineární problémy prostorů funkcí

Autor: Petr Petráček

Katedra: Katedra matematické analýzy

Školitel: prof. RNDr. Jaroslav Lukeš, DrSc., Katedra matematické analýzy

Abstrakt: Tato práce sestává ze čtyř vědeckých článků. Články prezentované v prvních dvou kapitolách se věnují teorii reálných a komplexních L_1 -preduálů. Články prezentované v třetí a čtvrté kapitole jsou věnovány problematice lineability a algebrability podmnožin reálných funkcí a měr. V Kapitole 1 představujeme charakterizaci komplexních L_1 -preduálů pomocí komplexního barycentrického zobrazení. Tato charakterizace je přirozeným rozšířením charakterizace reálných L_1 preduálů pocházející od Bednara a Laceyho. V Kapitole 2 odpovíme na otázku položenou Laceyem v roce 1973. Dokazujeme přitom existenci kompaktního prostoru K a uzavřeného podprostoru $\mathcal{H} \subset \mathcal{C}(K)$ obsahujícího konstantní funkce, pro který platí $\overline{\partial_{\mathcal{H}}K} = K$, \mathcal{H} je maximální vzhledem k $\partial_{\mathcal{H}}K$ a \mathcal{H} není L_1 -preduál. V Kapitole 3 se věnujeme lineabilitě množin nikde monotonních znaménkových Radonových měr na \mathbb{R}^d . Konkrétně dokazujeme existence vektorového prostoru dimenze \mathfrak{c} jehož každý nenulový prvek je nikde monotonní míra absolutně spojitá vzhledem k d -rozměrné Lebesgueově míře. Nadto dokazujeme, že existuje takový lineární prostor, který je hustý v prostoru znaménkových absolutně spojitých Radonových měr vybaveném normou totální variace. Kapitola 4 je věnována studiu lineability a algebrability podmnožin lokálně rekurentních spojitých funkcí. V této kapitole dokazujeme, že množina spojitých skoro všude diferencovatelných lokálně rekurentních funkcí je silně \mathfrak{c} -algebrabilní a obsahuje nekonečně dimenzionální uzavřený lineární podprostor prostoru spojitých funkcí na jednotkovém intervalu. Dále se zaměřujeme na množinu těch spojitých lokálně rekurentních funkcí, které jsou zároveň spojitě vůči hustotní a \mathcal{I} -hustotní topologii. Dokazujeme, že tato množina je silně \mathfrak{c} -algebrabilní a neobsahuje žádný nekonečně dimenzionální uzavřený podprostor prostoru spojitých funkcí na jednotkovém intervalu.

Klíčová slova: L_1 -preduál, barycentrické zobrazení, nikde monotonní míry, lokálně rekurentní funkce, lineabilita, algebrabilita