

**Abstrakt dizertační práce “Výpočetní homotopická teorie”:** Tato práce studuje výpočetní složitost několika základních problémů algebraické topologie, které mají souvislost s otázkami v kombinatorice a výpočetní geometrii.

Problém rozšiřitelnosti je zadán topologickými prostory  $X, Y$ , podprostorem  $A \subseteq X$  a (spojitým) zobrazením  $f: A \rightarrow Y$ . A otázka je, zda  $f$  může být rozšířeno na celý prostor  $X$ . Předpokládáme, že  $X, Y$  a  $A$  jsou zadány jako konečné simplicialní komplexy a  $f$  jako simplicialní zobrazení. Výpočetní složitost budeme zkoumat za předpokladu, že  $Y$  je  $d$ -souvislý pro nějaké  $d \geq 1$ . Jinak je známo, že z teorie grup plyne, že problém rozšiřitelnosti je nerozhodnutelný.

Zde dokážeme, že rozšiřitelnost je i při tomto předpokladu nerozhodnutelná, pokud  $\dim X$  dosáhne hodnoty  $2d+2$ . Na druhou stranu pro každou pevnou hodnotu  $\dim X \leq 2d+1$  nalezneme algoritmus, který řeší problém rozšiřitelnosti v polynomiálním čase.

Ukážeme, že složitost výpočtu množiny všech homotopických tříd zobrazení  $X \rightarrow Y$  má podobnou charakteristiku.

Dále uvážíme problém homotopických grup  $\pi_k(Y)$  pro 1-souvislý prostor  $Y$  a dimenzi  $k \geq 2$ . První algoritmus na jejich výpočet našel Brown v roce 1957. My ukážeme, že  $\pi_k(Y)$  lze vypočítat v polynomiálním čase pro každou pevnou dimenzi  $k \geq 2$ . Na druhou stranu dokážeme, že výpočet  $\pi_k(Y)$  je  $\#P$ -těžký, pokud  $k$  je součástí vstupu. Je to zesílení Anickova výsledku z 1989, ve kterém se předpokládá, že  $Y$  je CW-komplex zakódovaný jistým velmi kompaktním způsobem.