

# Teoria das Situações Didáticas e o Ensino Remoto em tempos de pandemia: Uma proposta para o Ensino do conceito de Volume por meio da plataforma Google Meet e o software GeoGebra

**Theory of Didactic Situations and Remote Education in pandemic times: A proposal for teaching the concept of Volume through the Google Meet platform and geogebra software**

Rosalide Carvalho de Sousa<sup>1</sup>, José Gleison Alves da Silva<sup>1</sup>, Francisco Régis Vieira Alves<sup>1</sup>, Francisca Cláudia Fernandes Fontenele<sup>2</sup>, Daniel Brandão Menezes<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Fortaleza, Brasil

<sup>2</sup> Universidade Estadual Vale do Acaraú, Sobral, Brasil

[rosalidecarvalho@hotmail.com](mailto:rosalidecarvalho@hotmail.com), [gleison.proformat.seduc@gmail.com](mailto:gleison.proformat.seduc@gmail.com), [fregis@ifce.edu.br](mailto:fregis@ifce.edu.br), [claudiafontenele05@gmail.com](mailto:claudiafontenele05@gmail.com), [brandaomenezes@hotmail.com](mailto:brandaomenezes@hotmail.com)

**Recibido:** 14/12/2020 | **Aceptado:** 04/02/2021

**Cita sugerida:** R. Carvalho de Sousa, J. Gleison Alves da Silva, F. Régis Vieira Alves, F. C. Fernandes Fontenele and D. Brandão Menezes, “Teoria das Situações Didáticas e o Ensino Remoto em tempos de pandemia: Uma proposta para o Ensino do conceito de Volume por meio da plataforma Google Meet e o software GeoGebra,” *Revista Iberoamericana de Tecnología en Educación y Educación en Tecnología*, no. 28, pp. 174-183, 2021. doi: 10.24215/18509959.28.e21

Esta obra se distribuye bajo **Licencia Creative Commons CC-BY-NC 4.0**

## Resumo

Em meio à pandemia do Coronavírus – COVID 19 e ao distanciamento social que causou o fechamento de todas as instituições de ensino de todo o mundo, professores foram obrigados, de forma emergencial, a reinventarem-se no processo de transmissão do ensino para os estudantes com o propósito de diminuir o impacto que tal situação provocou no procedimento estratégico do aprendizado. Diante disso, este artigo apresenta alguns resultados de uma investigação em andamento, que acontece no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará – IFCE, Brasil, cuja aplicação foi realizada por

intermédio do Ensino Remoto. Esses resultados buscaram responder ao seguinte questionamento: É possível, por intermédio do Ensino Remoto, aplicar as dialéticas da Teoria das Situações Didáticas (ação, formulação, validação e institucionalização), de modo a promover o desenvolvimento lógico dedutivo para a resolução de problemas? Dessa forma, apresenta-se uma situação didática no viés do ENEM que foi estruturada nas quatro fases da TSD, com o amparo do *software* GeoGebra e alicerçada na EDF, em que a principal característica é a produção de recursos didáticos e a formação de professor. Utilizou-se o GeoGebra para modelar o problema, pois possibilita que o aprendiz movimente e visualize elementos e propriedades matemáticas essenciais para o

desenvolvimento do raciocínio lógico-dedutivo necessários à resolução de problemas.

*Palavras-chave:* Teoria das situações didáticas; Ensino remoto; Engenharia didática; Volume; GeoGebra; Formação de professores.

## Abstract

In the midst of the Coronavirus pandemic - COVID 19 and the social detachment that caused the closure of all educational institutions around the world, teachers were forced, in an emergency way, to reinvent themselves in the process of transmitting education to students with the purpose of reducing the impact that this situation had on the strategic learning procedure. In light of this, this article presents some results of an ongoing investigation, which takes place at the Federal Institute of Education, Science and Technology of Ceará - IFCE, Brazil, whose application was carried out through Remote Education. These results sought to answer the following question: Is it possible, through Remote Teaching, to apply the dialectic of Theory of Didactic Situations (action, formulation, validation and institutionalization), in order to promote the deductive logical development for solving problems? In this way, a didactic situation is presented from the perspective of ENEM that was structured in the four phases of TSD, with the support of the GeoGebra software and based on EDF, in which the main characteristic is the production of didactic resources and teacher training. GeoGebra was used to model the problem, as it allows the learner to move and visualize elements and mathematical properties essential for the development of logical-deductive reasoning necessary to solve problems.

*Keywords:* Didactic situations theory; Remote teaching; Didactic engineering; Volume; GeoGebra; Teacher training.

## 1. Introdução

No ano de 2020, o mundo foi paralisado devido a uma pandemia relacionada ao novo Coronavírus - Covid-19 [1]. No Brasil, Escolas, Universidades, Instituições Públicas e Privadas tiveram todas as suas aulas presenciais canceladas. Diante desses acontecimentos, as escolas passaram a funcionar por intermédio do Ensino Remoto ou por outros meios tecnológicos que possibilitassem a transmissão do conhecimento aos estudantes. Assim, essa modalidade de ensino emergencial foi amparada pela lei 14040/20 de 18 de agosto de 2020 [2].

Para não haver prejuízo e gerar um aprendizado satisfatório ao aluno, os professores tiveram que se reinventar, passando a utilizar plataformas, *softwares*, aplicativos de mensagens e ferramentas digitais que lhes proporcionassem uma melhor transmissão dos conteúdos e, conseqüentemente, a buscarem metodologias de ensino

que propiciassem a construção do conhecimento e despertasse o interesse dos estudantes.

Desse modo, apresenta-se uma proposta direcionada aos professores que procuram recursos didáticos-pedagógicos, que possam contribuir para o desenvolvimento intelectual dos estudantes, afluindo neles a autonomia e o senso investigativo, por meio da resolução de problemas matemáticos.

A proposta foi fundamentada na Teoria das Situações Didáticas (TSD) com o intuito de criar um modelo de ensino que promova a interação entre a tríade: professor – aluno – conhecimento matemático [3], [4], a partir da resolução de problemas, mobilizando seus conhecimentos epistêmicos e pragmáticos para o desenvolvimento de ações, formulações e validações, que possibilite a utilização de propriedades e teoremas para formular um modelo de resolução.

Diante desse interesse, buscou-se responder ao seguinte questionamento: É possível, por intermédio do Ensino Remoto, aplicar as dialéticas da Teoria das Situações Didáticas (ação, formulação, validação e institucionalização), de modo a promover o desenvolvimento lógico-dedutivo para a resolução de problemas?

Portanto, o objetivo desse artigo é apresentar ao professor de Matemática um recurso didático embasado na Engenharia Didática de Formação, estruturado nas quatro fases da TSD e modelado pelo *software* GeoGebra no viés de problemas selecionados do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), a fim de proporcionar aos docentes ferramentas educativas que podem promover um ambiente favorável à compreensão e formulação de estratégias de resolução de problemas. Assim, faz-se necessário, nesse momento, expor a relevância de tais avaliações na educação brasileira.

O ENEM é uma prova criada pelo governo federal brasileiro em 1998, cujo principal objetivo é avaliar o desempenho do aluno ao término do Ensino Médio. Além de proporcionar aos estudantes brasileiros, a oportunidade de ingressar no ensino superior, uma vez que seus resultados são usados por muitas universidades públicas e privadas, como critério de seleção.

Ademais, utilizou-se a EDF por ter como público-alvo professores em formação inicial e a produção de recurso para o ensino de Matemática [5], [6] entretanto, segue o percurso metodológico baseado nas etapas da Engenharia Didática (ED), a saber: análises preliminares, análise *a priori*, experimentação, análise *a posteriori* e validação [7], [8].

A formação ocorreu com 10 alunos do curso de licenciatura de Matemática da Universidade Estadual Vale do Acaraú – UVA, Brasil, pela plataforma “Google Meet”. Além destes, foram utilizados o *software* GeoGebra para celulares e computadores e o aplicativo de mensagens “WhatsApp”.

## 2. Fundamentação Teórica

### 2.1. Teoria das Situações Didáticas (TSD)

A TSD foi desenvolvida na França, por volta de 1980, por Guy Brousseau que buscava a construção de um ambiente de ensino que relacionasse momentos de interação entre professores – alunos e saber (Figura 1).



Figura 1. Triângulo Didático [4]

Essas interações, a partir de um meio criado pelo docente, impulsiona o aprendizado do estudante, levando em consideração “professor e alunos (elementos humanos), mediadas pelo saber (elemento não-humano), que determina a forma como tais relações irão se desenvolver” [4] e nesse meio, a participação do professor é essencial, porque parte dele a escolha do problema, a forma como irá mediar e como deve adaptá-lo para que essa tríade seja estabelecida. Pommer [4] com base em [3] esclarece que o papel do professor frente as situações didáticas se estabelecem da seguinte maneira:

*(a) procurar situações de aprendizagem onde os alunos possam dar sentido ao conhecimento, através da contextualização e personalização do saber, num movimento de vivenciar o conhecimento pela ação do próprio aluno; (b) ajudar os alunos no sentido inverso, ou seja, descontextualizando e despersonalizando os conhecimentos, de modo análogo como fazem os matemáticos, o que conduz a tornar as produções dos alunos fatos universais e reutilizáveis em outras situações e contextos [4].*

Observando esses aspectos referente ao papel do professor frente às situações didáticas, devem ser estabelecidos meios que direcionem ao Ensino Remoto e que possam encontrar problemas que possibilitem essa interação (Figura 1), mesmo que distante.

Essa procura deve propiciar aos sujeitos, como base na mediação do docente, a relação necessária para que ocorra os momentos estabelecidos pela TSD. Segundo [9] a TSD se baseia em três hipóteses:

*i. O aluno aprende adaptando-se a um milieu que é fator de dificuldades, de contradições, de desequilíbrio[...]. Esse saber, fruto da adaptação dos alunos, manifesta-se pelas respostas novas, que são a prova da aprendizagem. ii. [...]. O professor deve criar e organizar um milieu que seja suficiente para desenvolver situações suscetíveis de provocar essas aprendizagens.*

*iii. A terceira hipótese postula que esse milieu e essas situações devem engajar os conhecimentos matemáticos envolvidos durante o processo de ensino e aprendizagem.*

Baseado nessas hipóteses, o professor deve planejar um ambiente com o objetivo de ensinar conteúdos matemáticos, provocando o aprendizado e emergindo as ações dos estudantes, frente ao problema.

Esse planejamento Brousseau [10] denomina de situação didática, um meio imaginado e construído pelo professor, criando condições para a apropriação dos saberes dos alunos. Essa situação didática se torna parte fundamental de uma situação didática, proporcionando ao discente agir, formular, validar hipóteses e, por fim, o professor institucionaliza o saber.

A situação didática baseada na TSD emerge a partir das etapas de Ação, Formulação, Validação e Institucionalização, descritas a seguir [11]:

**Situação de Ação:** Esta é uma situação em que o conhecimento do assunto se manifesta apenas por decisões, por ações regulares e eficazes no meio e onde não tem importância para o desenvolvimento, interações com o meio no qual o ator pode ou não identificar e explicar o conhecimento necessário.

**Situação de Formulação:** É uma situação que relaciona pelo menos dois alunos a um meio. Seu sucesso comum requer que se formule o conhecimento em questão (de alguma forma) para o benefício do outro que precisa dele para convertê-lo em uma decisão eficaz sobre o meio.

**Situação de Validação:** Uma situação de validação é uma situação cuja solução requer que os alunos, em conjunto, estabeleçam a validade do conhecimento característico dessa situação. Sua efetiva realização, portanto, também depende da capacidade dos protagonistas de estabelecerem essa validade juntos.

**Situação de Institucionalização:** É uma situação que se resolve pela passagem do conhecimento do seu papel de meio de resolução de uma situação de ação, formulação ou prova, para um novo papel, o de referência para usos pessoais futuros ou coletivo.

Os trabalhos desenvolvidos sobre o tema Teoria das Situações Didáticas são apresentados em experimentos presenciais [12], [13], [14], [15], [16] o que possibilita a interação de maneira contínua, durante a Resolução dos problemas. No entanto, esse período de pandemia e distanciamento social mudou o processo de ensino e aprendizagem dos sujeitos, tornando-se desafiante para alunos e professores de todo o mundo, inclusive no Brasil, com a migração para o ensino remoto.

### 2.2. Ensino Remoto

Com a paralisação das Instituições de ensino em todo o mundo, os professores tiveram que se reinventar para

levar o conhecimento de maneira satisfatória e sem prejuízo aos estudantes.

A partir de então, surgiram muitos modelos de ensino por intermédio de plataformas que pudessem unir todos os alunos, mesmo que distantes, e um desses modelos de ensino que se destacará nesse artigo é o Ensino Remoto.

De acordo com [17] "O Ensino Remoto ou Aula Remota se configura como uma modalidade de ensino ou aula que pressupõe o distanciamento geográfico de professores e estudantes" e que acontece de forma virtual e síncrona. O que difere do ensino presencial é apenas a distância entre os sujeitos incluídos nos processos de ensino e aprendizagem.

Mesmo com as dificuldades que essa modalidade Remota apresenta, ela pode ser um meio que minimizará o impacto de aprendizagem dos alunos de forma emergencial. Em trabalhos como [18] há relatos que essas modalidades são bastante positivas, quando se relacionam ao período de pandemia, mas também existem os pontos negativos como: falta de acesso à internet, a difícil compreensão, a presença do professor para tirar dúvidas momentaneamente e a adaptação de alguns públicos-alvo [19] que prejudicam o processo de transmissão do docente para o aluno.

De tal maneira, buscou-se relacionar a Teoria das Situações Didáticas (TSD) por intermédio do Ensino Remoto, utilizando aplicativos de mensagens como o *whatsapp* e o *software* GeoGebra para celulares e computadores, ampliando o público-alvo.

Destacou-se o uso da plataforma *Google Meet*, serviço de reuniões gratuito que pode ser acessado por todas as pessoas que possuem celulares, computadores e acesso à internet. Essa plataforma vai nos apoiar no processo de transmissão dos saberes, durante a Resolução dos problemas.

### 2.3. Engenharia Didática de Formação (EDF)

A Engenharia Didática (ED) (Clássica ou de 1ª geração) teve origem na França, primeiro por Chevallard e Brousseau em 1982 e, logo depois, por Michèle Artigue em 1989. De acordo com [5], começa um processo de evolução e de mudança de interesse em um público-alvo, surgindo assim a noção de Engenharia Didática de 2ª geração ou Engenharia Didática de Formação (EDF) com atenção ao papel do professor [20].

De início, destaca-se a Engenharia Didática clássica. Essa metodologia foi comparada ao trabalho de engenheiro que projeta, gerencia, executa e fiscaliza uma obra e, quando se refere à educação, caracteriza-se por um experimento em que o professor assume o papel de engenheiro concebendo, realizando, observando e analisando as sequências de ensino [7]. Como destaca Laborde [21]

*A Engenharia Didática refere-se a um método que visa a realização de estudos empíricos de fenômenos didáticos em circunstâncias compatíveis com um estudo ético do*

*ensino, ou seja, no ambiente real e complexo das salas de aula [21]*

Esses estudos, como destacam os autores, são realizados por intermédio de experimentos de situações de ensino aplicados em sala de aula, com o objetivo de analisar o conhecimento por parte do aprendiz.

Sendo assim, a metodologia ED se divide em quatro etapas, a saber: Análises preliminares ou prévias, Concepção das situações didáticas, experimentação e análise a posteriori e validação (Figura 2).



Figura 2. As etapas da Engenharia Didática [4]

Seguindo as etapas da ED, a referida pesquisa inicia-se pela etapa de Análises preliminares que se consubstanciam em estudo baseado em alguns aspectos que envolvem o objeto a ser estudado como, por exemplo, a análise epistemológica do conteúdo em questão, análises da maneira como é ensinado e quais os efeitos, uma análise das concepções dos estudantes, quais as dificuldades e quais obstáculos que impedem sua evolução, a análise do público-alvo, onde irão aplicar a pesquisa. Desse modo, essa primeira etapa dá um suporte ao professor/pesquisador, quando diz respeito ao conhecimento do quadro geral do objeto de estudo, o que lhe permite a construção de um recurso que vise ao aprendizado do estudante, superando os obstáculos identificados, por intermédio da construção de situações didáticas.

Essas situações didáticas são controladas pelas variáveis didáticas definidas pelo pesquisador, objetivo da segunda etapa, a Análise a priori. Essas variáveis são distinguidas como macro-didáticas e micro-didáticas. Artigue [7] define as variáveis macro-didáticas ou globais, quando se refere a organização geral da engenharia e as micro-didáticas ou locais, quando se refere a organização de uma sessão didática, sendo esta utilizada na construção da sequência de ensino. Nesta etapa, também criou-se a concepção da situação didática do ENEM, com o suporte do software GeoGebra.

Na terceira etapa, fase de Experimentação, consubstanciada pela aplicação da situação didática com os sujeitos da pesquisa, dá-se o momento da coleta de dados obtidos por meio de fotos, áudios, escrita, relatos entre outros, para que possam ser analisados na última etapa da engenharia de dados.

No entanto, esse texto traz uma perspectiva de formação de professores e a apresentação de um recurso para o ensino de Matemática. Desse modo, abordou-se a metodologia da Engenharia Didática de Formação (EDF).

No tópico seguinte, abordar-se-á o percurso metodológico fundamentado na ED.

### 3. Metodologia

Nesta pesquisa, foi realizado um estudo de cunho qualitativo, em que procurou-se investigar as percepções dos professores em formação inicial sobre a utilização de um recurso didático-pedagógico, na qual se utilizou como instrumentos de coleta de dados, registros fotográficos, gravações audiovisuais, produções escritas, observações e também *screenshot* das conversas em grupos de *WhatsApp*.

A metodologia de pesquisa adotada foi a Engenharia Didática (ED), com ênfase na Engenharia Didática de Formação (EDF), conhecida também como Engenharia Didática de Segunda Geração, sendo que esta é considerada como uma generalização da Engenharia Didática clássica, porém com foco na formação docente e na concepção de recurso didático.

Assim, a metodologia da EDF acompanha o roteiro da ED que foi consolidada na aplicação de suas quatro fases (análise preliminar, análise *a priori*, experimentação e análise *a posteriori*), utilizadas para estruturar e organizar a aplicação deste estudo.

Na primeira fase da Engenharia Didática, análises preliminares, realizou-se um estudo, levando em consideração três aspectos: I) uma síntese epistemológica sobre o ensino do conceito de Volume; II) análise de livros didáticos inscritos no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), sobre a abordagem do conteúdo de Volume; e III) material disponível no banco de questões do ENEM, para selecionar um problema sobre o conteúdo de Volume, com potencial para o uso no *software* GeoGebra.

No que concerne ao primeiro aspecto relacionado, buscou-se autores como [22], [23], [24], [25], entre outros. Todos os autores apresentam estudos que propõem a apropriação dos conceitos de grandezas geométricas, tanto para a formação docente, quanto para a aprendizagem dos discentes nas escolas de educação básica.

Com relação ao aspecto II, analisaram-se 03 (três) livros didáticos, limitando-se ao segundo volume de cada coleção, por contemplar o conteúdo matemático abordado nessa investigação. Em [26], [27], [28], buscou-se fazer um levantamento de como os conteúdos geométricos são tratados. Assim, verificou-se que os livros didáticos expõem o cálculo de área de figuras poligonais de forma clara e precisa, as fórmulas são deduzidas e bem explicadas, porém, no momento da prática docente, o ensino é ministrado por meio de listas de fórmulas,

esperando-se que os discentes apenas memorizem. Em geral, os professores seguem a sequência em que os conteúdos estão distribuídos nos livros: teoria, demonstração e exercícios, geralmente valorizando fórmulas, em detrimento do desenvolvimento das noções intuitivas de conceito geométricos, com exceção de [27] que, ao fazer uma pequena introdução ao conteúdo de "Áreas: medidas e superfícies", traz uma noção intuitiva de áreas.

Por fim, em relação ao aspecto III, fez-se um levantamento de questões sobre Volumes que fossem mais adequadas ao uso do *software* GeoGebra como uma ferramenta de auxílio ao aprendiz nas ações desenvolvidas para solucionar o problema e que também permitissem promover um modelo pautado na TSD.

Na etapa da análise *a priori* e concepção da situação didática, apresentou-se a descrição e o planejamento de uma situação didática selecionada das provas do ENEM, com ênfase no conteúdo de Volume, estruturadas nas quatro fases da TSD e modeladas pela utilização do GeoGebra, pois o uso desse recurso tecnológico permite a realização de simulações que possibilitam ao futuro professor uma maior assimilação dos conceitos matemáticos presentes no enunciado da questão, facilitando a transição do saber científico para o saber escolar.

Na etapa da Experimentação, aplicou-se a situação didática construída na etapa anterior com um grupo de 10 (dez) alunos do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual Vale do Acaraú, localizada no município de Sobral, estado do Ceará, Brasil. A aplicação ocorreu por meio de encontros virtuais, através da ferramenta "*Google Meet*", assim realizados em decorrência da suspensão das aulas presenciais, ocasionada pela pandemia da Covid-19. O encontro teve duração de 120 minutos. Os participantes receberam a situação-problema do ENEM, por meio do aplicativo de "*WhatsApp*" em pdf, como também o arquivo ggb da construção da questão no *software* GeoGebra. Também foi disponibilizado para o grupo, links e QR-Code desse mesmo material que seria usado na aplicação da situação didática, de modo a garantir o acesso de todos, durante o encontro.

Assim, para garantir o bom andamento da investigação, os acadêmicos foram orientados a dividirem-se em grupos que foram assim distribuídos: três grupos (dois grupos com 3 membros e um grupo com 4). Os grupos criaram subgrupos em "*WhatsApp*" para garantir a troca de informações e a formulação de estratégias de resolução do problema. Convém ressaltar que, com a condição de isolamento social imposta pela pandemia, as etapas da TSD tiveram que ser adaptadas ao ensino virtual, de modo que todas as suas dialéticas fossem vivenciadas.

Portanto, os futuros professores foram orientados a fazerem "*screenshot*" das conversas realizadas nos grupos

de “WhatsApp”, assim como fotos e/ou gravações das resoluções no caderno, da manipulação no GeoGebra e todas as anotações realizadas pelo grupo. Cada grupo deveria escolher um representante para apresentar as estratégias de resolução empregadas para resolver a questão. Ao final do encontro, os registros deveriam ser enviados a pesquisadora para proceder às análises e à validação dos resultados. Esse processo se consubstanciou no estabelecimento de contrato didático.

A análise dos resultados ocorreu na última etapa da Engenharia Didática, análise *à posteriori* e validação interna, característica da ED. Essas análises ocorreram por meio da confrontação com os dados pressupostos na análise *a priori*, almejando à validação do objetivo proposto.

#### 4. Resultados

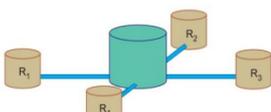
Com base na situação didática do ENEM, definiu-se a pergunta que norteou este artigo: É possível, por intermédio do Ensino Remoto, aplicar as dialéticas da Teoria das Situações Didáticas (ação, formulação, validação e institucionalização), de modo a promover o desenvolvimento lógico-dedutivo para a resolução de problemas?

Almejou-se que esse questionamento fosse atingido durante a experimentação da situação e validada no momento da análise *a posteriori*, última etapa da ED. As variáveis microdidáticas foram concretizadas pela concepção da situação didática de um problema selecionado da prova do ENEM e modelado pelo *software* GeoGebra, de modo a permitir que as ações aferidas pelos futuros professores, nos momentos das dialéticas da TSD, promovessem a estruturação de um modelo matemático de resolução.

O problema escolhido foi retirado da prova do ENEM, ocorrida durante o ano de 2019, cujo conteúdo é referente ao volume de um cilindro reto (Quadro 1).

Quadro 1. Questão de Volume do ENEM (2019) [29]

Uma construtora pretende conectar um reservatório central ( $R_c$ ) em formato de um cilindro, com raio interno igual a 2 m e altura interna igual a 3,30 m, a quatro reservatórios cilíndricos auxiliares ( $R_1, R_2, R_3, R_4$ ), os quais possuem raios internos e alturas internas medindo 1,5 m.



As ligações entre o reservatório central e os auxiliares são feitas por canos cilíndricos com 0,10 m de diâmetro interno e 20 m de comprimento, conectados próximos às bases de cada reservatório. Na conexão de cada um desses canos com o reservatório central há registros que liberam ou interrompem o fluxo de água.

No momento em que o reservatório central está cheio e os auxiliares estão vazios, abrem-se os quatro registros e, após algum tempo, as alturas das colunas de água nos reservatórios se igualam, assim que cessa o fluxo de água entre eles, pelo princípio dos vasos comunicantes.

A medida, em metros, das alturas das colunas de água nos reservatórios auxiliares, após cessar o fluxo de água entre eles, é

(A) 1,44.  
 (B) 1,16.  
 (C) 1,10.  
 (D) 1,00.  
 (E) 0,95.

No momento do encontro, realizado na plataforma “Google Meet”, a pesquisadora disponibilizou o link e o QR Code de acesso à questão do ENEM e também da construção no GeoGebra. Ademais, foram enviadas aos futuros professores, mensagens com o arquivo em pdf da situação proposta e o arquivo ggb do problema modelado no *software*.

Desse modo, disponibiliza-se a construção no GeoGebra do problema proposto; assim, o leitor pode acompanhar o movimento das medidas de modo dinâmico, através do QR Code na Figura 3.



Figura 3. Questão de Volume do ENEM construída pelos autores no GeoGebra (2019)

Desse modo, foi aferido um tempo para que os participantes promovessem as ações de resolução. Durante essa dialética, a pesquisadora ainda exibiu em tela o problema proposto, de modo a garantir a todos, o total acesso aos materiais necessários à aplicação da pesquisa (Figura 4).

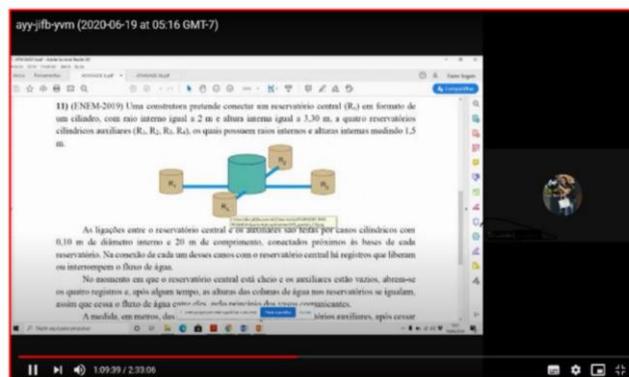


Figura 4. Aplicação da situação didática no Google Meet (2020)

Os participantes também foram orientados pela pesquisadora a utilizarem a construção no *software* GeoGebra (Figura 5) para promover estratégias de resolução.

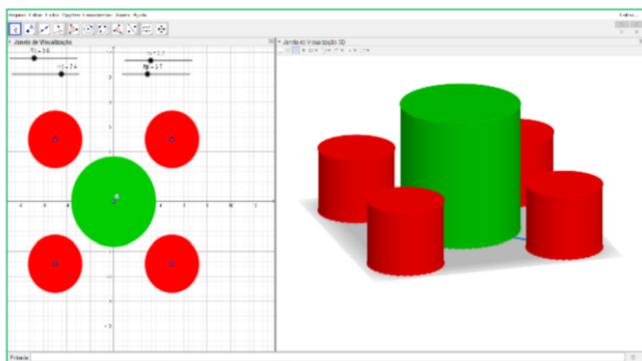


Figura 5. Visualização da construção realizada pelos autores do problema do ENEM no GeoGebra.

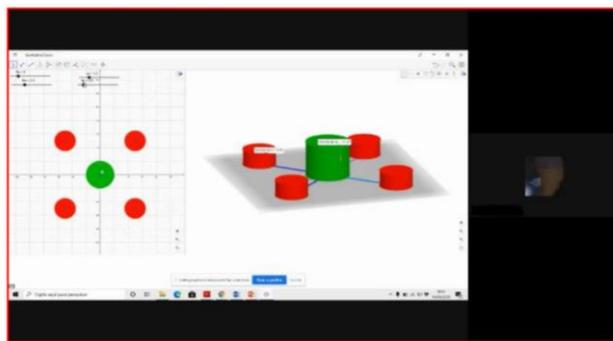


Figura 6. Exploração da situação didática do ENEM no GeoGebra pelo grupo 3

Assim, os futuros docentes realizaram a leitura do problema, acessaram a construção no GeoGebra e, a partir disso, começaram a extrair as primeiras informações do enunciado da questão que poderiam ser usados para estruturar um modelo de resolução da situação didática proposta, consistindo assim na dialética da ação. De acordo com [30], é nesse momento que “os estudantes se debruçam sobre a leitura do problema e tentam descobrir os aspectos geométricos e numéricos que estão no enunciado da questão”.

Após o contato inicial com a situação proposta, todos os grupos começaram a troca de informações por meio de mensagens via “WhatsApp” em seus respectivos grupos, na tentativa de estabelecer as estratégias de resolução do problema. Assim, traz-se, como exemplo, a transcrição de áudio coletada pela gravação de um dos grupos, no momento da formulação:

*Grupo 1: Analisando a questão 10, eu vou utilizar aqui o GeoGebra para ajudar a compreender melhor como resolver esse problema. O reservatório central, tem raio 2 metros, a altura dele é 3,30 metros, então eu vou mexer aqui no controle deslizante e colocar esses valores, já aparece aqui o volume desse reservatório. Os reservatórios auxiliares, eles têm raio 1,5 metros e altura também 1,5 metros, então aqui já aparece o volume do reservatório auxiliar, aqui só aparece de um reservatório, mas no caso já dá para saber que cada reservatório auxiliar tem esse valor. No caso, eu noto que tem também esses canos cilíndricos, e que também vai água para eles, então eu preciso calcular o volume desses canos. Então, calculando o volume desses canos e diminuindo do volume do reservatório central, já vou conseguir ter a noção de como encontrar essa altura, que deve ser equivalente em todo reservatório. Agora eu vou fazer no caderno.*

Desse modo, todos os grupos promoveram essa interação via troca de mensagens e construíram seus modelos de solução. Convém ressaltar que os grupos relataram utilizar a construção no GeoGebra para despertar os conhecimentos epistêmicos e pragmáticos que permitissem criar um modelo algébrico que respondesse à questão, conforme mostra a imagem da Figura 6, do representante de um dos grupos, demonstrando como utilizou o software para solucionar a situação didática.

Em seguida, apresentou-se a etapa da validação em que um representante de cada grupo iria expor a todos os presentes, as estratégias que lhes permitiram instituir um modelo matemático de solução. Portanto, exibe-se aqui a dialética de validação do grupo 2 (Figura 7).

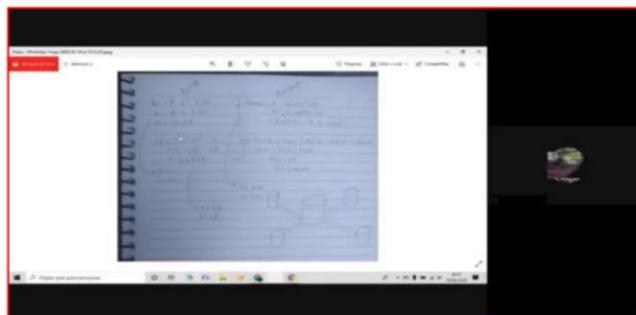


Figura 7. Validação do modelo algébrico do problema do ENEM apresentado pelo grupo 2

Segue a transcrição gravada pelo Google Meet, no momento da explicação da solução algébrica do grupo 2.

*O que é que a questão está pedindo? Ela diz, que o reservatório central está todo cheio, e, quando ele fica cheio ele vai esvaziando e preenchendo os reservatórios auxiliares. Nisso, a questão pede que a gente deixe a altura do reservatório central igualado com a altura dos reservatórios auxiliares. Para isso, a gente vai calcular o volume do reservatório central pela fórmula  $V_c = \pi \cdot r^2 \cdot h$ , que vai dá  $\pi \cdot 2^2 \cdot 3,3 = 13,2\pi$ , nós vamos deixar o pi para facilitar o cálculo. Agora, a gente vai para o cálculo dos reservatórios auxiliares, fazendo o mesmo esquema o reservatório central, chegando a  $3,375\pi$ . Também vamos descobrir o volume dos nossos canos, no nosso caso, vamos fazer o cálculo de um e depois multiplicar por 4, que é  $0,2\pi$ . Aqui, agente vai fazer o seguinte cálculo:  $13,2\pi = 4\pi \cdot (1,5)^2 \cdot h + 0,2\pi + 4\pi h$ , aqui vamos passar esse  $0,2\pi$  para o outro lado, ficando assim:  $13\pi = 13h\pi$ , corta  $\pi$  com  $\pi$ , resultando em  $13h = 13$ , que vai ser  $h = 1$  metro. Então, pelos cálculos que agente fez aqui, encontramos que a altura que a água fica nivelada nos reservatórios auxiliares e o reservatório central é igual a 1 metro. Assim, quando ele chega a 1 metro de altura de água, estão todos nivelados.*

Pelo exposto, têm-se a representação algébrica da situação-problema, de acordo com os seguintes procedimentos:

Inicialmente, eles calcularam o volume do reservatório central através da seguinte expressão:

$$\begin{aligned}R_c &= A_b \cdot h \\R_c &= \pi \cdot r^2 \cdot h \\R_c &= \pi \cdot 2^2 \cdot 3,3 \\R_c &= 13,2\pi \text{ m}^3\end{aligned}$$

Em seguida, utilizou a mesma expressão do cálculo anterior, para calcular o volume dos quatro canos que fazem ligação entre o reservatório central e os auxiliares:

$$\begin{aligned}V_c &= 4 \cdot \pi \cdot (0,05)^2 \cdot 20 \\V_c &= 4 \cdot \pi \cdot 0,025 \cdot 20 \\V_c &= 0,2\pi\end{aligned}$$

O grupo relacionou o volume do reservatório central com o volume dos canos, por meio de uma subtração simples para determinar o volume dos reservatórios auxiliares.  $13,2\pi - 0,2\pi = 13\pi$ .

Por fim, igualam o volume do reservatório central a ser distribuído, com o somatório dos volumes dos canos e dos reservatórios auxiliares, apresentando o modelo matemático de solução do grupo.

$$\begin{aligned}13\pi &= 4 \cdot \pi \cdot (1,5)^2 \cdot h + 4 \cdot \pi \cdot h \\13\cancel{\pi} &= 4\cancel{\pi} + 2,25 \cdot h + 4 \cdot \cancel{\pi} \cdot h \\13 &= 9h + 4h \\h &= \frac{13}{13} \\h &= 1\end{aligned}$$

Com isso, o grupo concluiu que a medida das alturas das colunas de água, nos reservatórios auxiliares, deveria ser de 1,00 metro.

Depois das vivências das etapas anteriores pelos futuros professores, o pesquisador retomou as ações do encontro, procedendo à formalização dos conceitos matemáticos a partir das estratégias de resolução exibidas pelos futuros docentes, esclarecendo as dúvidas e promovendo um novo conhecimento. É importante relatar que, nesse momento, a pesquisadora também realizou a demonstração da solução por meio da construção no *software* GeoGebra, promovendo a confrontação do modelo gerado no computador e o modelo matemático exibido no enunciado da questão.

Com relação a utilização do *software* GeoGebra como recurso didático, os professores em formação afirmaram que ele foi importante tanto para ajudar a construir a resposta, quanto para validar a solução por eles apresentadas, possibilitando a visualização de um novo padrão de solução, permitindo assim ajustar e apresentar a resposta correta.

Referente a TSD, verificou-se que mesmo essa teoria tendo sido criada para ser utilizada presencialmente, foi possível, no caso específico dessa situação didática, promover sua aplicação através de um ensino totalmente remoto, o que se constitui em um modelo didático

promissor para a inserção das tecnologias na educação matemática.

## Conclusão

Com base nos resultados coletados durante a experimentação, verificou-se que esse modelo aplicado remotamente foi bastante satisfatório, sendo possível ao professor (pesquisador) identificar as dialéticas da ação, formulação e validação nas ações realizadas pelos participantes para estabelecer as estratégias de resolução da situação didática. Sendo possível perceber também que o pesquisador conseguiu estabelecer a institucionalização por meio dos dados observados durante o processo adidático, fazendo um levantamento de todos os dados e sintetizando em uma única solução.

Referentes aos recursos tecnológicos utilizados nesse estudo, ressalta-se que eles foram essenciais no processo de transmissão dos conceitos necessários para o desenvolvimento da pesquisa, como também para promover a apropriação de novos saberes matemáticos. Portanto, constatou-se que inserir ferramentas tecnológicas no processo de ensino-aprendizagem pode proporcionar ao professor, subsídios para desenvolver e executar práticas docentes mais eficientes e, conseqüentemente, um ensino de qualidade.

Com relação a metodologia EDF, ela proporcionou toda uma fundamentação teórica e uma organização da situação didática com foco na relação Ensino Remoto e TSD, permitindo ao investigador, mesmo à distância, ter um controle sobre as ações dos acadêmicos, identificando momentos adequados para intervenções pontuais.

Conforme abordou-se no início dessa investigação, as práticas docentes, em nível global, necessitaram se apropriar de novos modelos didáticos-pedagógicos que permitissem executar um ensino adequado, mesmo não ocorrendo de forma presencial, na tentativa de minimizar os impactos negativos no aprendizado dos alunos. Dessa forma, acredita-se que esse trabalho pode promover ao professor, um recurso valioso no planejamento e na execução das ações docentes para o ensino de matemática.

Conclui-se, assim, que os resultados apresentados neste artigo, podem contribuir para promover um aluno que seja protagonista na apropriação dos saberes matemáticos. Ademais, verificou-se que é plenamente possível apresentar um modelo de ensino que produza resultados positivos na aprendizagem, desde que se tenha subsídios adequados para um bom planejamento e execução da sessão didática.

Portanto, espera-se que essa proposta seja proveitosa para os professores que desejem desenvolver atividades com o conceito de Volume, assim como para a resolução de problemas. Almeja-se, também, que esse modelo, aqui apresentado, potencialize a aproximação do ensino ao mundo digital e que o professor possa, finalmente, se conscientizar de que a educação pós-pandemia requer

mudanças de conceitos e atitudes em prol de uma educação de qualidade.

## Referências

- [1] ONU News (2020, Mar 11). Organização Mundial da Saúde declara novo coronavírus uma pandemia. [Online]. Available: <https://news.un.org/pt/story/2020/03/1706881>
- [2] JusBrasil. (2020, oct 6). Lei 14040/20 | Lei nº 14.040, de 18 de agosto de 2020 [Online] Available: <https://presrepublica.jusbrasil.com.br/legislacao/913976559/lei-14040-20>
- [3] G. Brousseau. *Théorisation des phénomènes d'enseignement des mathématiques*. Mathematics. Université Sciences et Technologies - Bordeaux I, 1986.
- [4] W. M. Pommer. *A Engenharia Didática em sala de aula: Elementos básicos e uma ilustração envolvendo as Equações Diofantinas Lineares*. São Paulo: 2013.
- [5] S. Almouloud and M. J. F. Silva, "Engenharia Didática: evolução e diversidade," *Revista eletrônica de Educação Matemática*, vol. 7, no. 2, pp. 22-52, 2012.
- [6] M. J. Perrin-Glorian, P. M. B. Bellemain, "L'ingenierie didactique entre recherche et ressource pour l'enseignement et la formation des maitres," *Caminhos da Educação Matemática em Revista*, vol. 9, no. 1, 2019.
- [7] M. Artigue, "Ingenieria Didática," in *Ingeniería didáctica en Educacion Matemática: Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. M. Artigue, R. Douady, L. Moreno, P. Gomez, Ed., Bogotá: Grupo Editorial Iberoamericano, 1995, pp. 33-61.
- [8] M. Artigue. "Engenharia Didática," in *Didática das Matemáticas*. J. Brun, Ed., Tradução de: Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, Cap. 4. pp. 193-217, 1996.
- [9] S. A. Almouloud. *Fundamentos da Didática da Matemática*. São Paulo: UFPR, 2007.
- [10] G. Brousseau, *Theory of didactical situations in mathematics: didactique des mathématiques, 1970\_1990*. New York, Boston, Dordrecht, London, Moscow: Kluwer Academic Publishers, 2002.
- [11] G. Brousseau. *Glossaire de quelques concepts de la théorie des situations didactiques en mathématiques*, 2010.
- [12] A. P. R. A. Santos and F. R. V. Alves, "A Teoria das Situações Didáticas no ensino das Olimpíadas de Matemática: Uma Aplicação do Teorema de Pitot," *Revista IndagatioDidactica*, vol. 9, no. 4, pp. 279-296, 2017.
- [13] A. P. R. A. Santos and F. R. V. Alves, "O cálculo de áreas: uma aplicação da engenharia didática no contexto das Olimpíadas de Matemática," *Revista Indagatio Didactica*. vol. 2, no. 10, pp. 199-222, 2018.
- [14] S. Nobre and A. L. Manrique, "Análise de uma sequência didática envolvendo conteúdos de geometria," *Educação Matemática em Pesquisa*, vol. 21, no. 5, pp. 134-150, 2019.
- [15] T. Figueroa and S. A. Almouloud, "Análise de uma sequência didática envolvendo conteúdos de geometria," *Educação Matemática em Pesquisa*. vol. 21, no. 5, pp. 134-150, 2019.
- [16] J. G. A.Silva, F. R. V. Alves and D. B. Menezes, "Uma Engenharia Didática (ED) aplicada a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas e Privadas (OBMEP): Situações Didáticas Olímpicas para o ensino de Geometria Euclidiana plana," *REMAT*, vol. 17, pp. 1-16, 2020.
- [17] J. A. Moreira and E. Schlemmer, "Por um novo conceito e paradigma de educação digital online," *Revista UFG*, vol. 20, pp. 1-35, 2020.
- [18] C. Tamayo and M. T. Silva, "Desafios e possibilidades para a educação (Matemática) em tempos de "Covid - 19" numa escola em crise," *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, vol. 13, no. 1, pp. 29-48, 2020.
- [19] W. G. B. Abrantes and J. L. C. Filho, "Desdobramentos do ensino de Matemática remoto em tempos de isolamento social: avanços e obstáculos" in *CONEDU: VII Congresso Nacional de Educação*, Maceió - AL, 2020.
- [20] M. J. Perrin-Glorian, "Questions didactiques soulevées à partir de l'enseignement des mathématiques dans les classes «faibles»," *Recherches en didactique des mathématiques*, vol. 13, pp. 5-118, 1993.
- [21] C. Laborde, "Teaching learning projects and didactical engineering," *La matematica e la sua didattica*, vol. 25, no. 2, pp. 163-179, 2017.
- [22] A. C. Costa, A. P. B. Bermejo and M. S. F. Moraes, "Análise do Ensino de Geometria," in *X Encontro Gaúcho de Educação Matemática*, pp.1-10, 2009.
- [23] A. P. N. B. Figueiredo, P. M. B. Bellemain and R. A. M. Teles, "Grandeza Volume: um estudo exploratório sobre como alunos do ensino médio lidam com situações de comparação," *Bolema*, vol. 28, no.50, pp. 1172-1192, 2014.
- [24] R. Douady and M. J. Perrin-Glorian, "Um processo d'apprentissage du concept d'airesurface plane," *Educational Studies in Mathematics*, vol. 20, no. 4, pp. 387-424, 1989.
- [25] C. A. Vuelma, V. C. Garcia and V. Trevisan, "Ensino de áreas e volumes: articulação do mundo físico com os objetos geométricos e suas representações," in *Reflexão e pesquisa na fomração do professor de Matemática*. V. C. V. Garcia, E. Z. Búrigo, M. V. A. Basso and M. A. Gravina, Org., Porto Alegre: Evangraf UFRGS, 2011, pp. 197-228.
- [26] M. Paiva, *Matemática Paiva*. 2. ed. São Paulo:

Moderna, 2013.

[27] L. R. Dante, *Matemática: Contexto & Aplicações*. 3. ed. São Paulo: Ática, 2016.

[28] G. Iezzi, O. Dolce, D. Degenszajn, R. Périgo and N. Almeida. *Matemática: ciências e aplicações*. 9. ed. São Paulo: Saraiva, 2016.

[29] Brasil. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Provas do ENEM. [Online] Available: <http://portal.inep.gov.br/provas-e-gabaritos>

[30] R. C. de Sousa, F. R. V. Alves and F. C. F. Fontenele, "Engenharia Didática de Formação (EDF): uma proposta de situação didática do ENEM com o uso do software GeoGebra para professores de matemática no Brasil," *Revista Iberoamericana de Tecnología en Educación y Educación en Tecnología*, no. 26, pp. 90-99, 2020.

*Informação de Contato dos Autores:*

**Rosalide Carvalho de Sousa**

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará  
Av. Humberto Lopes, Pe. Ibiapina  
Sobral  
Brasil

[rosalidecarvalho@hotmail.com](mailto:rosalidecarvalho@hotmail.com)

ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-8059-1159>

**José Gleison Alves da Silva**

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará  
Sobral  
Brasil

[gleison.proformat.seduc@gmail.com](mailto:gleison.proformat.seduc@gmail.com)

ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-3093-0239>

**Francisco Régis Vieira Alves**

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará  
Av. Treze de Maio, Benfica  
Fortaleza  
Brasil

[fregis@ifce.edu.br](mailto:fregis@ifce.edu.br)

ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0003-3710-1561>

**Francisca Cláudia Fernandes Fontenele**

Universidade Estadual Vale do Acaraú  
Av. da Universidade, Benfica  
Fortaleza  
Brasil

[Claudiafontenele05@gmail.com](mailto:Claudiafontenele05@gmail.com)

ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-1825-7272>

**Daniel Brandão Menezes**

Universidade Estadual Vale do Acaraú  
Sobral  
Brasil

[brandaomenezes@hotmail.com](mailto:brandaomenezes@hotmail.com)

ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-5930-7969>

**Rosalide Carvalho de Sousa**

Licenciada em Ciências Habilitação em Matemática pela Universidade Estadual Vale do Acaraú (UVA). Pós-Graduada em Metodologia do Ensino Fundamental e Médio, pela Universidade Estadual Vale do Acaraú. Professora efetiva da Secretaria de Educação do Estado do Ceará – SEDUC. Mestranda em Ensino de Ciências e Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Estado do Ceará – IFCE.

**José Gleison Alves da Silva**

Mestrando em Ensino de Ciências e Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará – IFCE, Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual Vale do Acaraú – UVA, Professor de Matemática da rede Municipal de Sobral – CE (Brasil).

**Francisco Régis Vieira Alves**

Possui graduação em Bacharelado em Matemática pela Universidade Federal do Ceará (1998), graduação em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal do Ceará (1997), mestrado em Matemática Pura pela Universidade Federal do Ceará (2001) e mestrado em Educação, com ênfase em Educação Matemática, pela Universidade Federal do Ceará (2002). Doutorado com ênfase no ensino de Matemática (UFC - 2011). Atualmente é professor do Centro Federal de Educação Tecnológica do Ceará, do curso de Licenciatura em Matemática. Coordenador do Programa de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática - PGECM - IFCE.

**Francisca Cláudia Fernandes Fontenele**

Licenciada em Matemática pela Universidade Estadual Vale do Acaraú (UVA), possui especialização em Ensino de Matemática pela UVA, Mestrado e Doutorado em Educação pela Universidade Federal do Ceará (UFC). Atualmente é professora assistente da Universidade Estadual Vale do Acaraú. Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Educação Matemática, atuando especificamente no campo da Didática da Matemática, Metodologias de Ensino, Teorias de Aprendizagem e História da Educação Matemática no Brasil.

**Daniel Brandão Menezes**

Doutorado em Educação pela Universidade Federal do Ceará - UFC, Mestre em Matemática pela UFC, Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual do Ceará - UECE e professor titular da Universidade Estadual Vale do Acaraú - UVA, Brasil.