

# Virtuaalisten ja konkreettisten apuvälineiden käytön vaikutus viidesluokkalaisten murtolukujen oppimiseen

Vessonen, T., Väisänen, E., Laine, A. & Aunio, P.

## *Kohokohdat*

- Tutkimuksen pilotoinnissa tarkasteltiin virtuaalisten ja konkreettisten apuvälineiden vaikutuksia viidesluokkalaisten murto- ja desimaalilukujen osaamiseen.
- Sekä virtuaalisia apuvälineitä käyttävän ryhmän että konkreettisiä apuvälineitä käyttävän ryhmän murto- ja desimaalilukujen osaaminen parani verrattuna kontrolliryhmään.
- Virtuaalisia ja konkreettisiä apuvälineitä käyttävien interventioryhmien välillä ei havaittu eroa murtolukujen oppimisessa.
- Pilotoinnista saadut tulokset ovat rohkaisevia ja kannustavat suuremman aineiston keräämiseen.

## *Tiivistelmä*

Tämän tutkimuksen tarkoituksena on selvittää virtuaalisten ja konkreettisten apuvälineiden käytön vaikutuksia neljäs- ja viidesluokkalaisten suunnatussa murtolukuinterventiossa. Oppimistulosten lisäksi tutkimme apuvälineiden aikatehokkuutta sekä sitä, kuinka hyödyllisenä ja helppokäyttöisenä oppilaat pitävät apuvälineitä. Esittelemme tutkimuksemme pilotoinnin tuloksia.

*Asiasanat:* interventio, konkreettiset apuvälineet, matematiikan oppiminen, murtoluvut, virtuaaliset apuvälineet

## **Tutkimuksen tarkoitus**

Tämän tutkimuksen tarkoituksena on tarkastella virtuaalisten ja konkreettisten apuvälineiden käytön vaikutuksia neljäs- ja viidesluokkalaisten suunnatussa murtolukuinterventiossa. Oppimistulosten lisäksi tutkimuksemme vertaillaan apuvälineiden aikatehokkuutta eli sitä, onko virtuaalisia ja konkreettisiä apuvälineitä käyttävien ryhmien välillä eroa interventiotunnilla ratkaistujen tehtävien määrässä. Lisäksi tutkitaan sitä, kuinka hyödyllisenä ja kätevästi oppilaat pitävät kyseistä interventiota ja käyttämänsä apuvälinettä. Tutkimuksessa käytetty ja kehitetty Murtoraketti-interventio on tarkoitettu julkaista vapaaseen käyttöön. Tutkimuksen asetelmaa sekä interventiota pilotoitiin syksyllä 2019, ja tässä kirjoituksessa esitellään pilotoinnin tuloksia.

## **Aiempi tutkimus**

Murtolukuosaamisen on todettu ennustavan myöhempiä matemaattista suoriutumista, vaikka työmuistin, älykkyyden, sosioekonomisen taustan sekä muun matemaattisen osaamisen vaikutukset on kontrolloitu (Resnick ym., 2016; Siegler ym., 2012). On myös osoitettu, että

murtolukujen osaaminen ennustaa myöhempää matemaattista suoriutumista paremmin kuin matemaattinen suoriutuminen murtolukujen osaamista sekä yläkoulussa (Bailey ym., 2013) että ylimmillä alakoulun luokilla (Geary ym., 2017). Näin ollen murtolukujen oppimisen tukeminen voi kaventaa matemaattisten taitojen eroja sekä yläkoulussa että toisen asteen koulutuksessa (Geary ym., 2017). Koska matemaattiset taidot ennustavat myöhempää opintopolkua sekä työuraa, on lasten välisten taitoerojen kaventaminen erityisen merkityksellistä (Geary ym., 2017). Tutkittaessa murto- ja kokonaislukujen suuruuden vertailemisen yhteyttä algebran oppimisen valmiuksiin on myös todettu, että murtolukujen osaaminen on kokonaislukuja voimakkaammin yhteydessä valmiuksiin oppia algebraa (Booth & Newton, 2012; Booth ym., 2014). Murtolukujen osaaminen näyttäisi ennustavan hyvin myöhempää matemaattista suoriutumista ja olevan näin ollen tärkeä osa matemaattista osaamista.

Murtolukujen oppiminen tuottaa kuitenkin monelle lapselle haasteita (Resnick ym., 2016). Murtolukujen opettelemisessa lapset joutuvat ensimmäistä kertaa huomaamaan, että kokonaislukuihin pätevät säännöt eivät sovellukaan kaikkiin lukuihin (Tian & Siegler, 2017). Lisäksi murtolukujen merkitseminen vaatii sekä osoittajan että nimittäjän suhteen tarkastelua ja on sen vuoksi hitaampaa ja hankalampaa ymmärtää (Lortie-Forgues ym., 2015). Hitaan murtolukujen oppimisen on todettu alakouluikäisillä lapsilla ennustavan myöhempää heikkoa matemaattista suoriutumista; varsinkin matemaattisesti heikosti suoriutuvilla lapsilla murtolukutaitojen kehittymisen on havaittu olevan erityisen hidasta (Jordan ym., 2017). Tutkimuksissa on todettu, etteivät murtolukuihin liittyvät haasteet välttämättä helpotu itsestään. Yhdysvaltalaisen opettajien mukaan lapsilla on seitsemännellä luokalla heikoimmat taidot juuri murto- ja desimaaliluvuissa sekä sanallisten tehtävien ratkaisemisessa (Hoffer ym., 2007).

Apuvälineiden on todettu olevan tehokas keino murtolukujen oppimisen tukemisessa (Corbonneau ym., 2013). Konkreettiset apuvälineet ovat fyysisiä esineitä, joita käyttäjä voi käsin kosketella ja liikutella eli manipuloida (Clements, 1999). Virtuaaliset apuvälineet taas ovat teknologiaperustaisia visuaalisia malleja, jotka nekin mahdollistavat manipuloinnin (Moyer-Packenham & Bolyard, 2016). Apuvälineillä ei viitata pelkästään oikeaa vastausta ilmaiseviin laskuvälineisiin vaan välineisiin, joiden avulla käyttäjä voi havainnollistaa ongelmaa itse.

Tutkimuksissa, joissa on tarkasteltu murtolukujen oppimisessa käytettävien virtuaalisten ja konkreettisten apuvälineiden vaikutuksia oppimiseen, tulokset ovat olleet erilaisia eri ikäryhmissä (Mendiburo & Hasselbring, 2014; Moyer-Packenham ym., 2013). Kolmas- ja neljäsluokkalaisilla tehdyssä tutkimuksessa ei löytynyt tilastollisesti merkitsevää eroa konkreettisia tai virtuaalisia apuvälineitä käyttäneiden ryhmien välillä (Moyer-Packenham ym., 2013), kun taas viidesluokkalaisilla tehdyssä tutkimuksessa virtuaalisia apuvälineitä käyttänyt ryhmä suoriutui

konkreettisia apuvälineitä käyttänyttä ryhmää paremmin (Mendiburo & Hasselbring, 2014). Lisäksi tutkimuksessa, jossa verrattiin virtuaalisten apuvälineiden käytön vaikutuksia matemaattisesti eritasoisii lapsiin, todettiin matemaattisesti heikosti suoriutuvien lasten hyötyvän muita enemmän virtuaalisten apuvälineiden käyttämisestä (Moyer-Packenhamin & Suh, 2012).

Edellä mainituissa tutkimuksissa vertailtavien ryhmien intervention sisällöt, tunneilla tehdyt tehtävät sekä tehtävien tekemiseen ja intervention toteuttamiseen käytetty aika ovat vaihdelleet, ja lisäksi oppimisen seurantaan on käytetty mittareita, joiden luotettavuutta ei ole arvioitu (Mendiburo & Hasselbring; Moyer-Packenham ym., 2013). Nämä seikat ovat osaltaan voineet vaikuttaa tuloksiin ja niiden eroihin.

Virtuaalisilla apuvälineillä on todettu olevan myös muita kuin suoraan oppimistuloksissa näkyviä positiivisia vaikutuksia. Virtuaalisia apuvälineitä käyttävien lasten on todettu saavan harjoitustuntien aikana enemmän tehtäviä ratkaistua kuin konkreettisia välineitä käyttävien lasten, mikä viittaisi virtuaalisen apuvälineen aikatehokkuuteen (Mendiburo & Hasselbring, 2014). Aikatehokkuus on keskeinen asia opettajille, jotka pohtivat, mitä apuvälineitä omassa opetuksessa kannattaisi käyttää.

### **Tutkimuksen asetelma ja rakenne**

Tutkimuksen kvasiekperimentaalista asetelmaa ja interventiota kokeiltiin Etelä-Suomessa viidesluokkalaisilla lapsilla marras-joulukuussa 2019. Näillä yleisopetuksen luokilla opiskeli kaikkiaan 66 lasta, joista tutkimukseen osallistui 64. Lapsista 33 oli poikia ja 31 tyttöjä. Kenelläkään tutkimukseen osallistuneista ei ollut erityisen tuen päätöstä. Interventiotunnit toteutettiin normaalin koulupäivän aikana, ja tunneilla oli läsnä interventiotuntien pitäjän (tutkimuksen tekijä) lisäksi luokan oma opettaja. Lapset olivat opiskelleet murtolukuja viimeksi neljännen luokan keväällä.

Kolme luokkaa jaettiin kahteen interventioryhmään (virtuaalinen ja konkreettinen) ja yhteen kontrolliryhmään. Molemmat interventioryhmät osallistuivat kuuden 45 minuutin oppitunnin mittaiseen interventio-ohjelmaan, joka toteutettiin kahden viikon aikana. Virtuaalisessa interventioryhmässä lapset käyttivät tehtävien tekemisen tukena selainpohjaista apuvälinettä, konkreettisessa interventioryhmässä murtokakkuja. Kaikki interventiossa opetetut sisällöt olivat lapsille tuttuja sekä kolmannelta että neljänneltä luokalta. Neljännen ja viidennen luokan murto- ja desimaalilukuopetuksen sisällöt painottuvat laskutoimituksiin, joita interventiossa ei opetettu lainkaan. Näin ollen interventiossa opetetut sisällöt olivat lapsille kertausta ja lisäopetusta. Kontrolliryhmä jatkoi matematiikan opiskelua opetussuunnitelman mukaan, käytetyn oppikirjan mukaisessa järjestyksessä oman opettajansa johdolla. Murto- ja desimaalilukuja ei käsitelty tutkimuksen aikana.

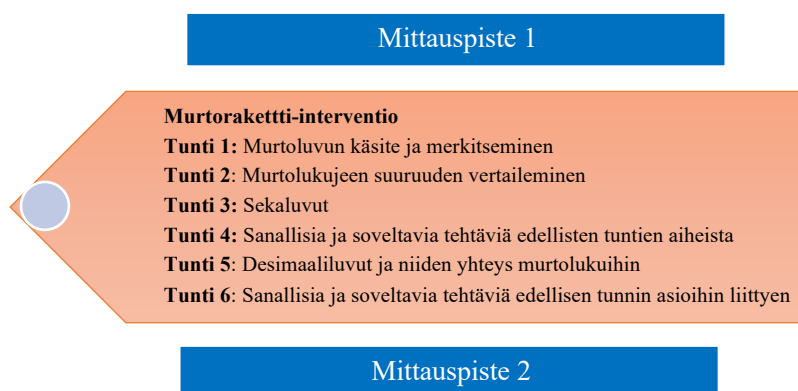
Ennen intervention alkua erillisiä erityisopettajan opintoja suorittavat opiskelijat kokeilivat tutkimuksessa käytettyjä apuvälineitä yliopiston matematiikan oppimisvaikeuksien kurssilla. Suurimmalla osalla heistä oli paljon kokemusta luokan-, aineen- tai varhaiskasvatuksen opettajana toimimisesta. Tehtävämönisteseen kirjaamiensa ajatusten perusteella opiskelijat kokivat konkreettisten välineiden sopivan taktiillisuutensa takia parhaiten nuoremmille, esimerkiksi kolmannen luokan lapsille, sekä sellaisille lapsille, joilla on haasteita murtolukujen oppimisessa. Virtuaalisten apuvälineiden katsottiin puolestaan sopivan ja mahdollisesti myös motivoivan enemmän vanhempia lapsia ja olevan kätevä väline silloin, kun murtoluvun käsite on jo suhteellisen tuttu. Ne ovat myös konkreettisia murtokakkuja paremmin saatavilla ja käteviä kokonaista luokkaa opetettaessa. Kokeilun perusteella sisällytimme tutkimukseemme myös apuvälineiden motivoivuuden tutkimisen.

### *Murtoraketti-interventio*

Pilotti-intervention rakenne ja sisällöt on esitetty kuviossa 1. Jokaisella tunnilla oli yksilöity sisältö, ja tunnit etenivät samaa rakennetta noudattaen. Ensin käytiin läpi tunnin ohjelma, jonka jälkeen kerrattiin edellisen tunnin keskeinen sisältö. Tämän jälkeen kuunneltiin tarina, joka alusti tunnin aihetta ja viritti lapset tunnelmaan. Tarinan jälkeen tunnin aihe opetettiin eksplisiittisesti ja vuorovaikutteisesti käytettävän apuvälineen avulla.

Opetusvaiheen jälkeen lapset saivat omat tehtävämönisteeset ja tekivät itsenäisesti tehtäviä, jonka aikana intervention pitäjä kiersi auttamassa. Itsenäisissä tehtävissä lapset tarkastelivat murtolukuja välineensä, tehtävämönisteen kuvallisten mallien sekä numerosymboleiden avulla. Tehtävät vaikeutuiivat tehtävämönisteen loppua kohden. Itsenäisten tehtävien jälkeen tunnilla ratkottiin vielä yhdessä aiheeseen liittyvä sanallinen tehtävä. Interventiotunneille haluttiin valita mahdollisimman neutraali ja kyseistä ikäryhmää kiinnostava teema. Teemaksi valittiin avaruusmatkailu, ja se näkyi erityisesti tunnilla kuunnelluissa tarinoissa sekä soveltavien tehtävien kontekstissa.

### ***Kuvio 1. Tutkimuksen rakenne ja intervention sisältö***



Konkreettisessa interventioryhmässä jokaisella lapsella oli käytössään muovisten murtokakkujen paketti. Murtokakkupaketin valmiilla välineillä on mahdollista mallintaa ainoastaan yhtä kokonaista, minkä takia sekalukuja käsittelevällä tunnilla oli muovisten murtokakkujen lisänä käytössä paperisia ympyröitä, joilla voitiin mallintaa useita kokonaisia. Virtuaalisen interventioryhmän apuväline oli virtuaalinen versio konkreettisista murtokakuista (Math Learning Center 2017). Ohjelma mahdollistaa murtokakkujen sekä -sauvojen mallintamisen niin, että lapsi voi itse päättää, moneenko osaan malli jaetaan, ja värittää haluamansa määrän osista. Ohjelmalla voi liikutella malleja toistensa päälle tai pitää malleja toistensa vieressä (Math Learning Centre, 2017). Kaikki opetus tapahtui murtokakkumalleja käyttäen, ja myös lapsia ohjeistettiin käyttämään niitä, jotta virtuaalinen väline olisi mahdollisimman samanlainen kuin konkreettinen.

#### *Mittarit*

Olemassa olevista matemaattisen osaamisen mittareista ei löytynyt sellaista, jolla olisi voitu mitata laajasti murto- ja desimaalilukujen osaamista. Tämän vuoksi tutkimustamme varten suunniteltiin oma Murtolukumittari (Vessonen, Väisänen, Gagnon & Aunio, 2019). Mittarin toimivuutta kokeiltiin ennen pilotoinnin aloittamista ja muokattiin tulosten perusteella. Tehtävät mittaavat murtoluvun käsitteen hallitsemista, suuruuden vertaamista, sekalukujen muuntamista murtoluvuiksi ja toisin päin, murtolukujen muuntamista desimaaliluvuiksi, sanallisten tehtävien ratkaisemista sekä yhteen- ja vähennyslaskujen osaamista murtoluvuilla. Lapset tekivät tehtävät yhden oppitunnin aikana jokaisessa mittauspisteessä. Murtolukumittarin reliabiliteetti (Cronbachin  $\alpha$ ) oli erinomainen sekä alkumittauksessa ( $\alpha = .947$ ,  $n = 64$ ) että loppumittauksessa ( $\alpha = .901$ ,  $n = 64$ ). Lisäksi laskutaidon sujuvuutta mitattiin RMAT-testin avulla. Koko luokka teki RMAT-testin niin, että tehtävien tekemiseen oli aikaa 10 minuuttia (Räsänen, 2004b).

Intervention päätyttyä lapset täyttivät palautelomakkeen, jossa kysyttiin yleistä mielipidettä interventiosta sekä apuvälineen hyödyllisyydestä ja helppokäyttöisyydestä. Siinä kysyttiin myös, mitä uusia asioita oli oppinut, mitä mieltä lapset olivat kuunnelluista tarinoista sekä mitkä asiat olivat olleet helppoja ja mitkä vaikeita. Palautelomakkeessa oli kuusi kysymystä, joissa vastaus annettiin neliportaisella asteikolla, ja lisäksi kolme avointa kysymystä. Viimeisessä avoimessa kysymyksessä lapset saivat antaa vapaata palautetta interventiosta ja tehtävien vaikeudesta. Palautelomakkeen avulla haluttiin selvittää lasten näkemyksiä interventiosta sekä kokemuksia käyttämästään välineestä.

Interventioryhmien käyttämien apuvälineiden aikatehokkuutta mitattiin kerättävien tehtävämonisteiden avulla (Mendiburo & Hasselbring, 2014). Molemmat interventioryhmät saivat saman verran aikaa tehtävien tekemiseen. Tunnin päätyttyä tehtävämonisteet kerättiin ja niistä laskettiin, kuinka monta tehtävää kukin oli tunnin aikana saanut ratkaistua. Ratkaistuksi tehtäväksi laskettiin sellaiset tehtävät, joissa lapsi oli ymmärtänyt tehtävänannon, huolimatta siitä, oliko vastaus oikein (esim. jos tehtävänannossa pyydettiin kirjoittamaan kuvan esittämä  $\frac{1}{3}$  murtolukuna, mutta vastaus oli kirjoitettu kokonaislukuna, ei tehtävää laskettu ratkaistuksi).

### **Interventiotuntien toteutus**

Ensimmäisellä interventiotunnilla kävi ilmi, ettei virtuaalisen ryhmän käyttämä tehtäväalusta sopinut kannettavan tietokoneen näytölle tarpeeksi hyvin ja joustavasti. Esimerkiksi tehtävissä, joissa murtolukumalli piti yhdistää oikeaan murtolukuun, näytöllä ei pystynyt liikkumaan niin, että kaikki kohdat olisi saanut yhdistettyä. Lisäksi kahden välilehden välillä siirtyminen sekä kosketuslevyn (touchpad-hiiren) käyttäminen osoittautui lapsille liian haastavaksi ja hitaaksi. Ryhmien apuvälineiden aikatehokkuuden vertailemisen takia oli tärkeää, että ryhmät tekisivät tehtäviä mahdollisimman samanlaisissa oloissa eikä toinen ryhmä joutuisi opettelemaan apuvälineen lisäksi tehtäväalustan käyttöä. Tästä syystä Chromebookit vaihdettiin iPadeihin sekä virtuaalinen tehtäväalusta paperisiin tehtävämonisteisiin.

Tutkimusta varten kehitetyt tarinat kuunneltiin nauhalta, jotta lasten lukunopeus tai -ymmärrys ei vaikuttaisi tunnin kulkuun. Lisäksi yhteinen kuuntelutilanne tuki lasten keskittymistä tarinasisältöön. Tarinoiden äänen laatu oli joillain tunneilla valitettavan heikko, ja osa niistä oli liian pitkiä suhteessa oppitunnin keston. Lapset oppivat nopeasti tuntien rakenteen ja olivat pääosin kiinnostuneita tunneilla kuunnelluista tarinoista, ja he pitivät niitä jännittävinä. Lähes kaikki sitoutuivat voimakkaasti tehtävien tekemiseen ja olisivat tehtäville varatun ajan päätyttyäkin halunneet jatkaa niiden tekemistä. Lapset osallistuivat myös aktiivisesti opetukseen sekä kysyivät ja vastasivat kysymyksiin. Molemmissa interventioryhmissä lapset käyttivät apuvälinettä mielellään. Ajoittain lapsia piti ohjata tehtävien tekemiseen, koska he juuttuivat leikkimään välineellään.

### **Tulokset**

Ennen interventiota Murtolukumittarin tulosten pohjalta tehdyn varianssianalyysin perusteella ryhmien välillä ei havaittu tilastollisesti merkitseviä eroja,  $F(2, 61) = 1.568, p = 0.217$ , joten niitä voitiin pitää vertailukelpoisina. Ryhmiä voitiin pitää vertailukelpoisina myös alkumittauksen laskutaidon sujuvuuden tulosten perusteella tehdyn varianssianalyysin perusteella, sillä tilastollisesti merkitsevää eroa ryhmien välillä ei löytynyt,  $F(2, 60) = 1.176, p = 0.316$ . Taulukossa 1 on esitelty alku- ja loppumittausten tulokset Murtolukumittarin osalta.

**Taulukko 1.** Alku- ja loppumittausten keskiarvot ja keskihajonnat

Murtolukumittari	Virtuaalinen ( <i>n</i> = 21)		Konkreettinen ( <i>n</i> = 22)		Kontrolli ( <i>n</i> = 21)	
	Keskiarvo	SD	Keskiarvo	SD	Keskiarvo	SD
Alku	23.90	8.55	22.10	10.01	26.76	10.44
Loppu	30.25	7.06	26.86	8.11	27.57	9.52

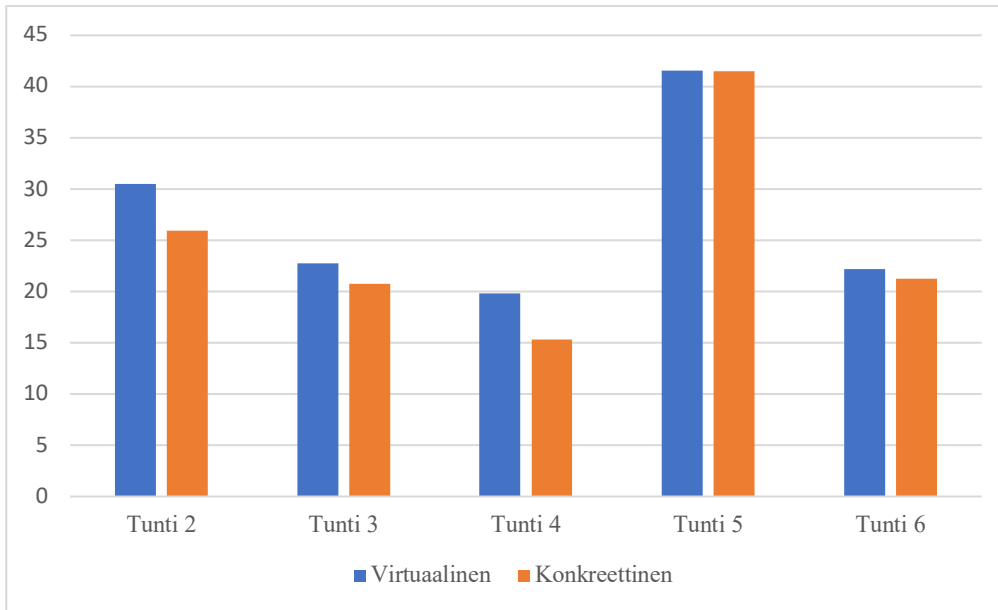
Ryhmien välillä ei ollut Murtolukumittarin perusteella tilastollisesti merkitsevää eroa toisessa mittauspisteessä,  $F(2, 61) = 0.711, p = 0.495$ . Kuitenkin interventio- ja kontrolliryhmien välillä oli tilastollisesti merkitsevä ero tulosten muutoksessa (gain score) ensimmäisen ja toisen mittauspisteen välillä,  $F(2, 61) = 7.678, p = 0.001$  (taulukko 2).

**Taulukko 2.** Murtolukumittarin tulosten muutos, varianssianalyysin post hoc -vertailu ja efektikoot

Ryhmä	<i>n</i>	Keskiarvo	SD	Efektikoko ( <i>d</i> )	Bonferronin Post Hoc testi	
					Virtuaalinen	Konkreettinen
Virtuaalinen	21	6.19	1.15	0.810		1.00
Konkreettinen	22	5.32	1.21	0.523	1.00	
Kontrolli	21	0.81	0.62	0.081	0.002	0.009

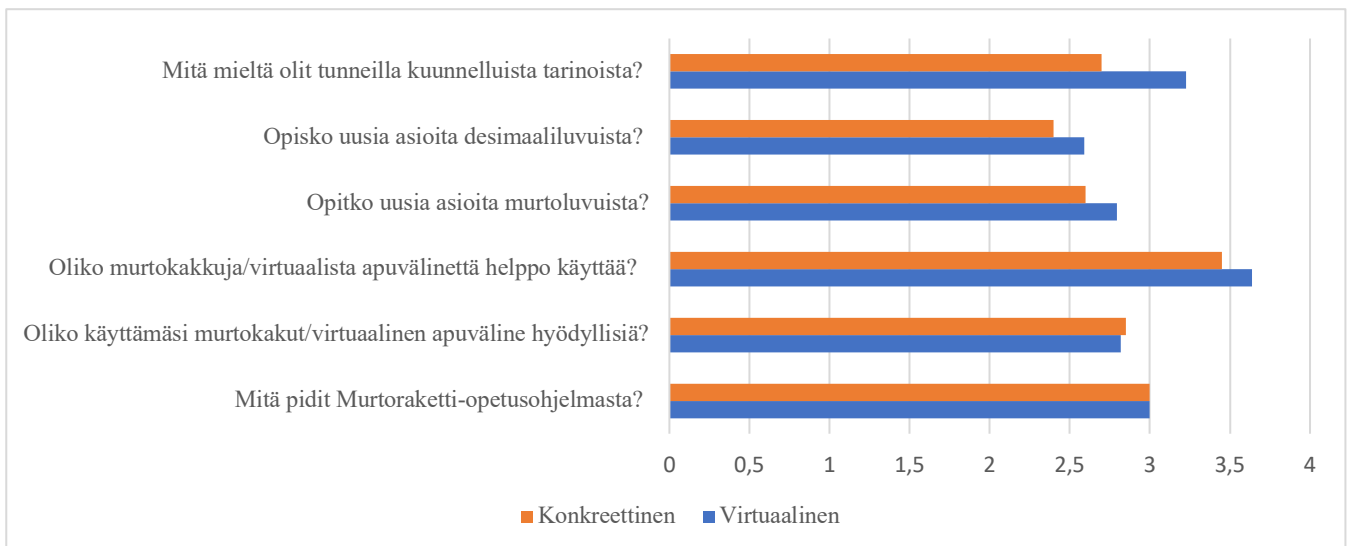
Apuvälineiden aikatehokkuutta mitattiin tunnilla ratkaistujen tehtävien lukumäärän avulla. Tehtävien määrä monisteessa vaihteli tunneittain. Tarkastelusta jätettiin pois ensimmäinen oppitunti, sillä virtuaalinen tehtävälusta aiheutti vaikeuksia ja hidastusta tunnin kulkuun. Virtuaalinen interventioryhmä sai jokaisella tunnilla enemmän tehtäviä ratkaistua kuin konkreettinen interventioryhmä (kuvio 2). Tilastollisesti merkitsevä ero löytyi sekä toisella,  $F(1, 36) = 7.89, p = .008$  että neljännellä tunnilla,  $F(1, 39) = 4.45, p = .041$ , mikä viittaa virtuaalisen apuvälineen aikatehokkuuteen.

**Kuvio 2.** Tunnilla ratkaistujen tehtävien määrän keskiarvot interventioryhmillä



Palautelomakkeiden asteikolliset kysymykset koodattiin niin, että huonoin vaihtoehto sai arvon 1 ja paras vaihtoehto arvon 4. Näiden tulosten perusteella interventioryhmien välillä ei ollut juurikaan eroa (kuvio 3). Ainoa tilastollisesti merkitsevä ero ryhmien välillä oli mielipiteessä tunnilla kuunnelluista tarinoista: virtuaalinen ryhmä piti niistä enemmän,  $F(1, 40) = 4.470, p = 0.041$ .

**Kuvio 3.** Palautelomakkeen vastaukset kysymystä sekä ryhmää kohden



Avointen vastausten perusteella lähes kaikki, jotka kommentoivat sisältöjen vaikeutta, arvioivat kaikkien asioiden olleen helppoja. Moni oli kuitenkin kirjoittanut, ettei tiedä. Noin puolet lapsista kirjoitti vapaata palautetta. Suurin osa kirjoitti, että opetusohjelma oli ollut heidän



mielestään kiva ja että he toivoisivat sellaisia lisää. Myös tunnilla kuunneltujen tarinoiden mielenkiintoisuutta keuhuttiin. Rakentavissa palautteissa mainittiin kuunneltujen tarinoiden laadun parantamisesta.

### **Pohdinta**

Tulokset osoittavat, että molempien interventioryhmien murtolukuosaaminen kehittyi intervention aikana kontrolliryhmään verrattuna. Interventioryhmien välillä ei havaittu tilastollisesti merkitsevää eroa. Tämä tulos on linjassa Moyer-Packenhamin ja kollegoiden (2013) tutkimuksen kanssa. Vaikka tilastollisesti merkitsevää eroa virtuaalisen ja konkreettisen interventioryhmän välillä ei havaittu, on kuitenkin huomattava, että efektikokojen mukaan virtuaalisen interventioryhmän murtolukutaidot paranivat intervention aikana enemmän kuin konkreettisen ryhmän.

Vaikka ero efektikoossa voi johtua sattumasta, pilotoinnin perusteella voidaan todeta, että virtuaalisilla apuvälineillä voi olla paikkansa murtolukujen oppimisen tukena ja että tulokset rohkaisevat tutkimaan eroja suuremmalla otannalla. Alku- ja loppumittauksen perusteella ei kuitenkaan voida vielä nähdä kyseisen intervention vaikutuksia pidemmällä aikavälillä, mikä voi olla syynä siihen, ettei virtuaalisen ja konkreettisen ryhmän välillä havaittu tilastollisesti merkitseviä eroja. Pienen aineiston perusteella ei myöskään voida yleistää tuloksia koko ikäluokkaan, vaikka tulokset ovatkin rohkaisevia.

Verrattaessa apuvälineiden aikatehokkuutta huomattiin, että virtuaalisen apuvälineen ryhmä sai jokaisella tunnilla enemmän tehtäviä tehtyä; tämä tulos on samansuuntainen kuin aiemmassa tutkimuksessa (Mendiburo & Hasselbring, 2014). Virtuaalinen apuväline voi helpottaa lapsen kognitiivista kuormaa, kun taas konkreettisten murtokakkuosien selaamisessa ja oikeiden palojen etsimisessä kognitiivinen kuorma voi kasvaa suureksi ja lapsi unohtaa tehtävän tarkoituksen (Moyer-Packenham & Suh, 2012). Virtuaalisen apuvälineen tarjoama kognitiivisen kuorman helpotus voi olla myös syynä siihen, miksi virtuaalinen apuväline nopeutti tehtävientekoa enemmän kuin konkreettinen. Pilotoinnin aikana huomattiin, että tehtävämonisteissa olisi voinut olla enemmän tehtäviä, sillä osa oppilaista sai kaikki tehtävät tehtyä tunnin aikana. Jatkossa tehtävämonisteita muokataan niin, että tehtäviä on riittävästi.

Interventioryhmien lapset antoivat interventiosta ja apuvälineestä melko samanlaista palautetta. Välineiden mielekkyyttä voisi olla hedelmällistä tutkia myös niin, että lapset saisivat käyttää sekä virtuaalisia että konkreettisiä välineitä ja vertailla niitä.

Pilotoinnin aikana huomattiin monia sellaisia asioita, joita suunnitteluvaiheessa ei ollut osattu arvioida. Erityisesti virtuaalisten apuvälineiden toimivuutta on hyvä testata laajasti eri laitteilla ennen opetuksen aloittamista. Lisäksi voi olla hyödyllistä asentaa käytettävälle laitteelle

pikalinkit eri ohjelmien avaamiseen, jotta aikaa säästyy muulle tekemiselle. On myös hyvä varmistaa esimerkiksi äänitiedostojen laatu sellaisten välineiden avulla, joita aikoo opetuksessa käyttää.

Interventiotuntien aikana huomasi myös, kuinka toiset lapset tarttuivat omaan apuvälineeseensä herkemmin kuin toiset. Osa lapsista vältteli viimeiseen asti apuvälineensä käyttämistä, ja toiset taas tarttuivat siihen heti tehtävän niin ohjeistaessa. Tämän perusteella voidaan katsoa tehtävien olleen myös tälle ryhmälle suhteellisen helppoja. Jotta apuvälineiden vaikutuksia voitaisiin arvioida mahdollisimman puhtaasti, on tärkeää pyrkiä muokkaamaan tehtäviä haastavammiksi ja ohjeistamaan lapsia vielä selkeämmin käyttämään apuvälinettä.

### **Lähteet**

Bailey, D. H., Hoard, M. K., Nugent, L. & Geary, D. C. (2012). Competence with fractions predict gains in mathematics achievement. *Exceptional Children*, 113(3), 447–455.

<https://doi.org/10.1016/j.jecp.2012.06.004>

Booth, J. & Newton, K. (2012). Fractions: Could they really be the gatekeeper's doorman?

*Contemporary Educational Psychology*, 37, 247–253.

<https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2012.07.001>

Booth, J. L., Newton, K. J. & Twiss-Garrity, L. K. (2014). The impact of fraction magnitude knowledge on algebra performance and learning. *Journal of Experimental Child Psychology*, 118, 110–118. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2013.09.001>

Clements, D. H. (1999). 'Concrete' manipulatives, concrete ideas. *Contemporary Issues in Early Childhood*, 1(1), 45–60. <https://doi.org/10.2304/ciec.2000.1.1.7>

Corbonneau, K. J., Marley, S. C. & Selig, J. P. (2013). A meta-analysis of the efficacy of teaching mathematics with concrete manipulatives. *Journal of Educational Psychology*, 105(2), 380–400.

<https://doi.org/10.1037/a0031084>

Hoffer, T. B., Venkataraman, L., Hedberg, E. C. & Shagle, S. (2007). Final report on the national survey of algebra teachers for the national math panel. NORC.

[https://www.researchgate.net/profile/Eric\\_Hedberg/publication/228513219\\_Final\\_report\\_on\\_the\\_national\\_survey\\_of\\_algebra\\_teachers\\_for\\_the\\_National\\_Math\\_Panel/links/55364e710cf20ea35f11ca6d/Final-report-on-the-national-survey-of-algebra-teachers-for-the-National-Math-Panel.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Eric_Hedberg/publication/228513219_Final_report_on_the_national_survey_of_algebra_teachers_for_the_National_Math_Panel/links/55364e710cf20ea35f11ca6d/Final-report-on-the-national-survey-of-algebra-teachers-for-the-National-Math-Panel.pdf)

Jordan, N. C., Resnick, I., Rodriguez, J., Hansen, N. & Dyson, N. (2017). Delaware longitudinal study of fraction learning: Implications for helping children with mathematics difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, 50(6), 621–630. <https://doi.org/10.1177/0022219416662033>

Lortie-Forgues, H., Tian, J. & Siegler, R. S. (2015). Why is learning fraction and decimal arithmetic so difficult? *Developmental Review*, 38, 201–221. <https://doi.org/10.1016/j.dr.2015.07.008>

Math Learning Centre. (2017). Fractions for iPad, Web and Chrome. <https://www.mathlearningcenter.org/resources/apps/fractions>

Mendiburo, M. & Hasselbring, T. (2014). Technology's impact on fraction learning: An experimental comparison of virtual and physical manipulatives. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 33(2), 209–231. <https://www.learntechlib.org/primary/p/48044/>

Moyer-Packenham, P. S., Baker, J., Westenskow, A., Anderson, K. L., Shumway, J. S. & Jordan, K. E. (2014). Predictors of math achievement when virtual manipulatives are used. *REDIMAT*, 3(2), 121–150. <https://doi.org/10.4471/redimat.2014.46>

Moyer-Packenham, P. S., Baker, J., Westenskow, A., Anderson, K., Shumway, J., Rodzon, K. & Jordan, K. (2013). A study comparing virtual manipulatives with other instructional treatments in third- and fourth-grade classrooms. *Journal of Education*, 193(2), 25–39. <https://doi.org/10.1177/002205741319300204>

Moyer-Packenham, P. S. & Bolyard, J. J. (2016). Revisiting the definition of a virtual manipulative. Teoksessa P. Moyer-Packenham (toim.), *International perspectives on teaching and learning mathematics with virtual manipulatives*. Springer. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-32718-1\\_1](https://doi.org/10.1007/978-3-319-32718-1_1)

Moyer-Packenham, P. S. & Suh, J. M. (2012). Learning mathematics with technology: The influence of virtual manipulatives on different achievement groups. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 31(1), 39–59. <https://www.learntechlib.org/primary/p/37643/>

Resnick, I., Jordan, N. C., Hansen, N., Rajan, V., Rodrigues, J., Siegler, R. S. & Fuchs, L. S. (2016). Developmental growth trajectories in understanding of fraction magnitude from fourth

through sixth grade. *Developmental Psychology*, 52(5), 746–757.

<https://doi.org/10.1037/dev0000102>

Räsänen, P. (2004a). *NMART – IOSYS-DESI*. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti.

Räsänen, P. (2004b). *RMAT*. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti.

Siegler, R. S., Duncan, G. J., Davis-Kean, P. E., Duckworth, K., Claessens, A., Engel, M., Susperreguy, M. I. & Chen, M. (2012). Early predictors of high school mathematics achievement. *Psychological Science*, 23(7), 691–697. <https://doi.org/10.1177%2F0956797612440101>

Tian, J. & Siegler, R. Fractions learning in children with mathematics difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, 50(6), 614–620. <https://doi.org/10.1177%2F0022219416662032>

Vessonen, T., Väisänen, E. Gagnon, J. & Aunio, P. (2019). *Murtolukumittari*. Julkaisematon.