八戸工業大学紀要　第 40 巻（2021）pp. 46–57

査読論文

真法恵賢と真法弟算記について

土屋 拓也[†]・今井 悠人[††]

On Shinpouegen and Shinpouteisanki

Takuya TSUCHIYA[†] and Yuto IMAI[††]

ABSTRACT

Shinpouteisanki is the collections of the Sangaku which made by the disciples of Shinpouegen, an mathematician in Hachinohe. We will confirm some solutions of the problems in Shinpouteisanki. We will examine the achievements of Shinpouegen, and his disciples ASAYAMA Kawemon, OKUDERA Mantei and OGATA Tametaka.

Key Words : *History of Mathematics, Wasan, Shinpouegen*

キーワード： 数学史, 和算, 真法恵賢

1. はじめに

和算は西洋数学が導入される明治以前に日本で発達した数学である. 特に江戸時代に大きく発達し, 当時の和算の技術が西洋の数学を一部先んじていたことはよく知られている事実である. 和算を発展させた数学者として, 関孝和 (生誕年不明-1708) やその弟子の建部賢明 (1661-1716) や建部賢弘 (1664-1739) の兄弟が有名であり, 彼らの考案した行列式の計算手法や, 円周率の計算方法などは当時の西洋の成果よりも優れていたことが知られている.

当時の和算の発展は, 西洋のように自然科学の発展とともにその「言葉」として発展したわけではなく, 単純に問題を解くことを目的とした一種の知的な「遊び」であった側面が強い. このことは, 西洋で微積分の発展が物体の運動という自然現象の解明を目的としてることに対し, 日本では例えば「わが国においても暦を作るために, 精密な円周率が必要になった」[1] のように日常生活に関係した暦をより正確に構築するためであったという即物的な意味合いが強い. 江戸時代には自然科学がなかったという考え方もあり [2], 西洋での発達とは大きく異なっていたことがわかる.

江戸時代に広く読まれた和算書である吉田光由の著した「塵劫記」は算盤の解説書でありながら, 随所に読者を楽しませる豆知識を入れ込むなどの工夫が見られる. また, 版を重ね「新編塵劫記」では解答のない問題を出題したことで, その後の和算書にその解答とさらに難問を出題し続けていく「遺題継承」という和算の発展の仕組みを構築した. それと同時期に, 和算家の中には自らの解いた問題やその解法 (術), または問題のみを記載した絵馬や額を神社へ奉納をするようになる. その奉納されたものを「算額」とよび, 日本各地の神社で見られる. 算額については [3] に詳しい.

2. 真法恵賢とは

関孝和と同時期に活躍した僧侶の真法恵賢 (1657-1753) は, 全国的にはあまり知られていない和算家である. 八戸藩における諸芸各流派の由来などを記載した「芸時系統書 [4]」には, 真

令和 2 年 10 月 30 日 受付

令和 3 年 1 月 27 日 受理（査読付き論文のみ記載）

[†] 八戸工業大学 基礎教育研究センター・講師

[††] 二松学舎大学 国際政治経済学部 国際経営学科・講師

法恵賢に関する記述があり,「真法賢流算術先師由来書上　流儀 (元祖)　真法賢恵賢　右法光寺弟子ニ而出家仕候由、生国三戸郡之内田子村之由申伝御座候、算術心掛、江戸表江罷登稽古仕、罷下師範仕候、奥寺茂右衛門満貞　山本万右衛門久富　右両人皆伝、万右衛門弟子　正部家作右衛門種泰　安永四未年作右衛門より流儀附属仕候、右之通御座候、六月　中里文七」と書かれている. (　) は原文で 1 列の中に 2 列に表記してある部分を表す. 内容から, 真法恵賢は現在の青森県三戸郡田子町に生まれ, 三戸郡南部町にある法光寺に弟子として出家したこと, 算術を学ぶために江戸に向かったこと, その後晩年に八戸藩で算術の師範を行ったことがわかる. 奥寺茂右衛門満貞, 山本万右衛門久富, 正部家作右衛門種泰は真法恵賢の高弟と思われる. また, 中里文七は正部家作右衛門種泰より真法恵賢流の和算を学んだことがわかる.

真法恵賢が江戸から八戸に移り住んだのは六十歳の頃とも七十歳の頃とも言われているが, 詳しいことはわかっていない. 本紀要でも取り扱っている弟子の奥寺茂右衛門満貞が作成した算額 (3.1 節) には「元文　庚申　七月　吉日　慎而書之　右者改黒野氏掛龜井户天神直方圓筭之別術」とあり, 江戸の亀戸天神に掲げてあった算額に, 別の解答方法を作成したのが元文五年 (1740 年) であることがわかるため, すくなくともこれ以前には八戸に移り住んでいたと考えられる.

数少ない記録として, 八戸藩日記 (目付所) の宝暦元年 (1751 年) 閏六月十五日の項には「先日對泉院願出候恵賢数年心懸形相　指下候ニ付右を二ツ屋より市ノ坂迄之内相建申度旨願上候慮願之通被　仰付」とある. これは死去を予感した真法恵賢が二ツ家から一の坂までの間に石像を建てて欲しいとの願い書を藩に出していることを意味している [5].

宝暦三年 (1753 年) 六月十七日の項に「恵賢江存生之内壱人扶持被成下右ハ是迄算術之指南数年御家中之者江茂致　傳受候段達　御聴御満足　思召候依之　此度右を　思召被成下候此旨可申達之旨　對泉院江以寺社奉行被　仰付」とあり, 藩士への算術の教授により一人扶持を得たことが記載されている. また, 對泉院は八戸市大字新井田にある曹洞宗の寺院である対泉院のことで, 当時真法恵賢が滞在していたと思われる.

宝暦三年 (1753 年) 九月二十二日の項に「恵賢儀病死致候段對泉院ゟ申上」とある. 次節で扱う真法弟算記の天の巻の表紙裏には「眞法賢大先生寶暦三癸酉年九月廿日御年九十七歳御遷化御墓所法光寺宿寺」と記されている. また, 八戸市一の坂の丘の上にある墓碑には「眞寶恵賢大和尚　施主欽建　寶暦三癸酉年九月二十日」と刻まれている [6]. この内容から, 寶暦三年 (1753 年) 九月二十日に九十七歳で死去, 藩には九月二十二日に届出がされたこと, 墓が法光寺に作られたことがわかる.

青森県史 [7] にも宝暦三年 (1753 年) 九月の項に「廿日眞法恵賢和尚寂ス、是ヲ八戸領内一ノ坂上ニ葬ル。〔八戸風土誌〕」とある. その続きには

眞法恵賢大和尚

和尚は延享の頃八戸に來りて小中野村細越某の家に寄食して村民を教化し又病者あれば祈禱もし護符守札を與へたるに悉く其の功驗ありたるを以て近郷の崇敬厚く皆生佛の如く渇仰したり然るに此僧生國何れなるや又何宗なりやも知る者なかりしが數學の蘊奥を極め八戸藩士にも其の教導を受けたる者多かりしが中に神山由助は其奥旨を極めて藩士に召されたる程なりき和尚は細越氏に寄食中にも近郷北郡邊へも時々遊錫して其の教化を施したるが現今所謂理化學も研究したるものか當時の人々の意想外なる事にて病人を救ひ又暦法にも達したるにや暦の解釋等もよく訓教したる等にて今に至りても口碑に殘り猶渇仰するものあり老年に及び細越氏宅に歿し遺命に任せ福岡通一ノ坂なる恵げん山に埋葬したり小中野より遙々一の坂まで送葬して石碑を立るとはなかなか容易ならぬ事なるに此事を爲せりと云うは實に民心歸依の厚かりしを想像するに足れり石碑一の坂なるは寶暦三年癸丙九月廿日とあり細越氏の墓地に在るは寶暦四

戌年九月廿日とあるは細越氏にて一周忌に建てしにやあらん。

とある. 医者として民に慕われていたこと, 神山由助が藩士に召抱えられたこと, 恵げん山 (八戸市沢里) に埋葬されたことなどが読み取れる. なお, 神山由助は幕末の和算家で安藤昌益の高弟神山仙庵寿時の孫であり, 明治三年まで藩学校にて数学を教授した [8].

天明の飢饉の際にも真法恵賢の話題が持ち上がった記録が残っている. 八戸領九戸郡久慈通大野村の晴山忠五郎の記述した「天明三癸卯ノ歳大凶　作天明四辰ノ歳飢喝　聞書 [9]」には

恵元と申老僧、何國の御人やら常海町に御住居、天門 (文) 地理に通し別て算の御名人、右老僧御咄の由、當御領八戸は北方の内にも至て寒冷の國、西南をふさき東北に山なし。然とも往古より雜石多く、魚鳥澤山米穀雖少と產物多き故、諸人當地をうらやむの領分なれと、飢饉と言へは他領よりは田岡作も不實所也。同く津輕も松前と云う大山河あり、當御領よりは少し北をふさぎ候へ共、稻作斗にて雜石無之場所ゆへ、きゝんといへは人死多く有之由、又新井田村對泉院様にて、御物語には、寛延二己巳年也。當年より七ヶ年過候て青絕凶作に可相成御咄の由、其節松橋甚左衛門殿此事得と聞覺、其節木札拵書留被置候て、一商内にもと被存候處、失念いたし其歲に至り右札取出し後悔と御噺し。

とある. また, 八戸市の郷土史家である小井川潤次郎が大館村大字新井田の松橋孫助の家で発見した書物 [10] にも同様の記載が他にもあり,

真法軒恵元老僧御咄には、当領八戸は北方之内にも至而寒冷之国西南をふさき、東北に山なし。しかれともいにしへより雜石類多、肴鳥焼木もともしからす。尤米穀雖少と產物多きゆへ、諸人当地を羨の領分なれとも、飢饉といへは余領よりは田岡の作も不実所也　同津軽も松前と云大山も有之、当領よりは北を少しふさき候へ共、稲作斗りにて雜石の畑作無之、場所ゆへきゝんには人死多き所之由　惣而当領にては三四年分も貯無之而は住にくきなとゝ兼而御噺を聽承存し候。

とある. 内容自体はほぼ同様であり, 真法恵賢が八戸に加え津軽や松前についての地理にも通じていたこと, 当時の八戸は食べ物豊かな土地であったことなどがわかる. 両者の違いを挙げると, 前者のほうは九戸の人のためか, 真法恵賢についてはあまり詳しくないと思われる. 一方, 後者は真法恵賢の滞在もしくは出入りしていたと思われる対泉院付近の住まいのためか, 既知であると思われる. 後者の書物の筆者は松橋孫助とは別の人物であると小井川潤次郎が言及しており [10], この書物の筆者は不明である.

3. 真法弟算記について

真法恵賢の業績が判明しているのは, その弟子たちがまとめた和算書である「真法弟算記」が残されているためである. 真法弟算記は天の巻と地の巻の 2 巻あり, 現在では八戸市立図書館にのみ所蔵されている. ここに記載されているものは, 弟子たちが神社等に奉納した算額の問題とその解答 (術) を集めたものとなっている. 真法弟算記の序文には「··· 愚予集記斯而号眞法弟筭記但為之自持不敢為之他見云　奥列南部　八户　淺山嘉右衛門　眞法賢末弟　今川之流　忠義　寛延　辛未　孟秋　吉日　慎而序之」とあり, 個人の勉強のための書籍であること, 弟子の淺山嘉右衛門忠義が記述したものであること, 寛延四年 (宝暦元年, 1751 年) 秋に書かれたものであることなどがわかる. 八戸藩士系譜書上 [11] によると, 淺山嘉右衛門忠政という人物がおり, 諱以外が一致しているため, この人物であると仮定しておく. そこには,

実山田治部右衛門叔父養子
三代目 浅山嘉右衛門忠政
五駄弐人扶持

- 寛保三年亥 閏四月七日 養父平四郎家督無相違被仰付
- 寛保四年子 正月十一日 常火廻被仰付
- 延享二年丑 正月十一日 下御台所奉行被

仰付
- 同年 三月三日 下御台所御免飼料奉行被仰付
- 延享五年辰 正月十一日 飼料奉行御免御新屋敷御番人被仰付
- 寛延元年辰 四月十日勤番登被仰付同年十二月十日出立於江戸表御台所被仰付
- 寛延三年午 二月十六日 下着
- 同年 九月廿九日 御物書役被仰付
- 宝暦五年亥 八月十五日 来春御供登被仰付同六年子四月御供登
- 宝暦七年丑 四月 御供下道中ニて病死

とある.「御物書役」に就いていることから, 書物を書くことには慣れていた可能性が高いと思われる. 解答者となっている弟子には, 奥寺茂右衛門満貞, 尾刀和右衛門為隆, 山本萬右衛門久富, 上野源内政矩, 東野兵九郎治副の 5 人がおり, 本紀要では最初の 2 人についての解答の一部のみ紹介する.

真法弟算記の問題とその解答については, これまでに桑原秀夫がまとめ, その問題の解答の吟味を平山諦が行った [12]. 他には吉岡政和による第 1 問目の解答 [13] 以外に著者らは見たことがない. そこで, 本紀要では真法弟算記の問題と解答についていくつかを調査することを目的とする.

問題に入る前に, 和算でよく用いられる言い回しをまとめておく.

- 自乗: 2 乗.
- 再乗: 3 乗.
- 立天元一 ～： ～を x とおく.
- 叚 (段): 個.
- 寄位: 計算した結果をひとまずおいておく.
- 列 ～: ～とおく.

3.1 奥寺茂右衛門満貞の術

最初の問題の解答作成者である奥寺茂右衛門 (諸左衛門) 満貞については「八戸藩士系譜書上 [11]」に

四駄弐人御扶持

右　龍津院様御代
- 寛保二壬戌年[1]四月　親跡式無相違被成下
- 寛保元辛酉年[2]十月　嫡子勤之節下御吟味役被付江戸表へ出立同十二月御用人支配被仰付御礼之節御祐筆次二可被為受旨被仰渡
- 龍津院様御代　寛保三癸亥年[3]三月十二日御勘定頭役被仰付小給ニ付御役料之外勤役中金七両御合力被成下
- 宝暦五乙亥年五月廿五日　御吟味本役御勘定頭兼帯被仰付此節金三両御合力増被成下
- 右御役年来ニ付退役願差出候処願之通首尾好御役御免右年月相知不申候
- 宝暦六丙子年五月四日　壱駄ト金八両御加増被成下都合玄米五拾石高内五駄ト金八両外ニ弐人御扶持
- 宝性院様御代
  明和五戊子年九月廿二日　願之通隠居被仰付

とある. 龍津院は五代藩主の信興, 宝性院は六代藩主の信依を指す. 寛保二年 (1742 年) に親の跡を継いで八戸藩士となり, 明和五年 (1768 年) に隠居している. また, 藩日記では複数回久慈や江戸へ行っている記述がある. 図 1 と図 2 が問題とその解答の原文の書き起こしである.

(1) 問題内容

3 つの円を内包する長方形があり, その内 2 つの小さい円は残りの大きな円を支えるように配置されている. 大円の直径と小円の直径の差は 3 寸であり, 小円の直径を 3 乗してその 1/(10) が長方形の長辺と一致する. このとき, 大円と小円の直径と長方形の長辺を求めよ.

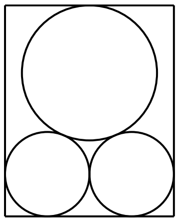
---

[1]「八戸藩士系譜書上」には寛保二丁酉年となっているが, 寛保二年は壬戌である。藩日記をみてみると, 寛保二年四月二十四日の項目に「奥寺又兵衛義老衰ニ付番代願差出　願之通隠居被　仰付世倅茂右エ門へ家督無相違被　成下旨被　仰出　尤又兵衛数年実躰ニ相勤候儀　達　御聞候段申渡ス」とある.

[2]「八戸藩士系譜書上」には寛保元丙申年となっているが, 寛保元年は辛酉である.

[3]「八戸藩士系譜書上」には寛保三庚午年となっているが, 寛保三年は癸亥である.

今有直平方之内妊三正圓等并小圓相支大圓
只云大小圓徑之差三寸又云再乘小圓徑得取
十分乃一與方長同問大小圓徑及方長各幾何



答曰
大圓徑八寸
小圓徑五寸
方長可知也

術曰立天元一為大圓徑此内減差餘為小圓徑
再乘之為十段之方長寄甲位相和大小之圓徑
五段述之而寄乙位自乘小圓徑二十五段述之
而寄丙位且列甲位内減乙位餘自乘之而寄左
次自乘乙位内減丙位與寄左相消而得開方之
式五乘之法除實而商見大圓徑由之未諸支也
右如是問是答黒野氏有仁哲先而出一十一乘
之術矣然予以愚意縦約之尚有五乘之術是故
為幼學童而又出此矣若於自是手近術有之者
偏悕開顯而已

図 1　「直方円算」の問題と奥寺緒左衛門満貞による答えとその述 (解法) が述べられている.

(2) 解答

大円の直径を x とおく[4].

$$(小円) = x - 3.$$
$$(小円)^3 = 10(長辺). \qquad (甲)$$
$$5(x + (小円)). \qquad (乙)$$
$$25(小円). \qquad (丙)$$

ここで[5],

$$((甲) - (乙))^2 = (乙)^2 - (丙).$$

よって,

$$((小円)^3 - 5(x + (小円)))^2$$
$$= 25(x + (小円))^2 - 25(小円).$$

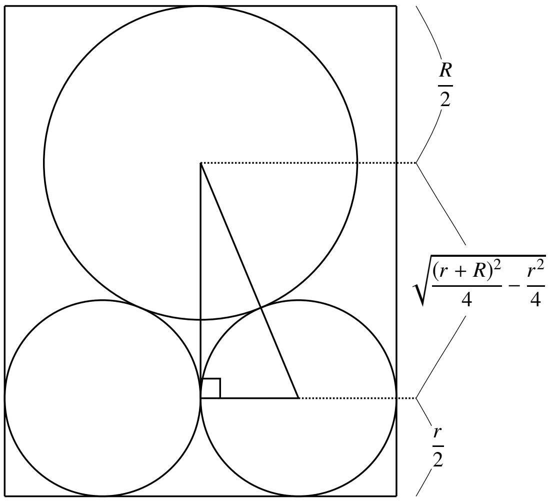
(小円) に $x - 3$ を代入すれば,

$$((x-3)^3 - 5(2x-3))^2$$
$$= 25(2x-3)^2 - 25(x-3).$$

ここから 6 次方程式を解いて大円の直径を求める.

(3) 現代的解答

以下, 現代的な手法で解いてみる.



小円の直径を r, 大円の直径を R とする. 小円の中心, 大円の中心, 小円間を結んで三角形を作ると直角三角形となり, その半分を上図のよ

[4] 以下, (小円) を小円の直径, (長辺) を長方形の長辺, (短辺) を長方形の短辺とする.
[5] 三平方の定理より.

奥列　南部　八戸

眞法賢弟子　奥寺諸左衛門

奉納御寶前　藤原之流　滿貞

元文　庚申　七月　吉日　愼而書之

右者改黒野氏掛亀井戸天神直方圓筭之別術

図 2　図 1 の続き. 解答自体は, 黒野氏が亀戸天神に掛けた「直方円算」の別術であるとの記載がある.

うにするとき, 斜辺の長さは $r/2+R/2$ となる. よって, 条件は

$$\begin{cases} R-r=3, \\ \dfrac{r^3}{10}=\dfrac{R}{2}+\dfrac{r}{2}+\sqrt{\dfrac{(r+R)^2}{4}-\dfrac{r^2}{4}}. \end{cases} \tag{1}$$

したがって,

$$\begin{aligned} &\frac{r^3}{10}=\frac{R}{2}+\frac{r}{2}+\sqrt{\frac{(r+R)^2}{4}-\frac{r^2}{4}}. \\ \Leftrightarrow\quad &\frac{r^3}{10}-\frac{r+R}{2}=\frac{\sqrt{(r+R)^2-r^2}}{2}. && (2)\\ \Rightarrow\quad &\{r^3-5(r+R)\}^2=25\{(r+R)^2-r^2\}. \\ \Leftrightarrow\quad &r^6-10r^3(r+R)+25r^2=0. \\ \Leftrightarrow\quad &r^2\{r^4-10r(r+R)+25\}=0. && (3) \end{aligned}$$

$r\neq 0$ かつ $R=r+3$ を代入すれば,

$$\begin{aligned} 0&=r^4-10r(2r+3)+25 \\ &=r^4-20r^2-30r+25 \\ &=(r-5)(r^3+5r^2+5r-5) && (4) \end{aligned}$$

となる[6]. 解は $r=5$ と $0<r<1$ に存在するが, $0<r<1$ の解は式 (2) を満たさない (左辺が負になる) ため小円の直径が 5, 大円の直径が 8, 長方形の長辺は 25/2.

したがって, 奥寺による解答は正しい. 長方形の長辺に関しては提示されていないが, その必要がないと判断したかと思われる. ここでは, その値も提示した.

[6] 12) の解答では大円の直径を x として

$$(x-3)^2(x^4-12x^3+34x^2-18x-9)=0$$

となっているが正しくは

$$(x-3)^2(x^4-12x^3+34x^2-18x+16)=0.$$

13) にも解答が載せてあり, 本解答と同様の内容であるが, $(r-5)(r^3+5r^2+5r+5)=0$ と最後の符号だけが間違っている. 正しくは本解答のように $(r-5)(r^3+5r^2+5r-5)=0$ である. また, そこに記載されているもう 1 つの解である $r\fallingdotseq 0.6$ は, 両辺を 2 乗した際に消してしまった条件に不適合のため, 解にはならない. この解は本解答の $0<r<1$ の不適切な解のことである.

(4) 問題の背景

術の記述のあとに述べてある内容から, この問題は黒野氏が亀戸天神に掲げた「直方円算」であること, そこに記載されていた 12 次の方程式の解法による術を, 奥寺が簡略化して 6 次の方程式の解法として術を作成したことがわかる.

3.2 尾刀和右衛門為隆の術と遺題

尾刀和右衛門為隆は三戸の人物であり，真法弟算記の解答作成者の中で唯一八戸藩士ではない. これに関しては, 田子町誌 14) にかなり詳細な記述があり, 田子町出身であった真法恵賢が, 出身地の近い尾刀を弟子としたのではないかという推測が記載されている.

この問題では, 2 つの問題が提示され, 1 つ目は尾刀自身による解答と術の提示, 2 つ目は 1 つ目の遺題となっている. 遺題に関しては本紀要の「1. はじめに」で記述したように, 提示された問題を解いた後に, 解答者が追加した新たな問題のことである. 図 3, 図 4 と図 5 がその問題, 解答と遺題の書き起こしである.

(1) 問題内容

三角形を内接する円があるとする. 三角形の大辺の長さに小辺の長さを掛けたものから中辺の長さの 2 乗の差をとると, 59 歩. 大辺から中辺を引いた差に中辺から小辺を引いた差を掛けると 28 歩. 中辺は外接円の直径の 10 分の 8 に一致する. このとき, 円の直径と三角形の各辺の長さを求めよ.

(2) 解答

設問より

$$(\text{大辺})(\text{小辺})-(\text{中辺})^2=59, \tag{只云}$$

$$\{(\text{大辺})-(\text{中辺})\}\{(\text{中辺})-(\text{小辺})\}=28, \tag{又云}$$

$$(\text{中辺})=0.8(\text{円径}). \tag{猶云}$$

まず,

$$(\text{中辺})-(\text{小辺}), \tag{位}$$

$$(\text{位})(\text{円径}), \tag{老}$$

$$(\text{位})(\text{中辺})+(\text{又云}), \tag{盛}$$

$$(\text{位})(\text{中辺}), \tag{壮}$$

$$\{(\text{中辺})-(\text{位})\}(\text{位}). \tag{幼}$$

ここで,

$$\begin{aligned}&4\{(\text{老})^2-(\text{盛})^2\}(\text{壮})^2(\text{幼})^2\\&=\{(\text{壮})^2+(\text{幼})^2-(\text{盛})^2\}^2(\text{老})^2\end{aligned}$$

を整理すれば

$$\begin{aligned}&4(\text{中辺})^2(\text{小辺})^2\{(\text{円径})^2-(\text{大辺})^2\}\\&=(\text{円径})^2\{(\text{中辺})^2+(\text{小辺})^2-(\text{大辺})^2\}^2\end{aligned} \tag{初右式}$$

となる[7]. また

$$(\text{盛})(\text{幼})-(\text{壮})^2=(\text{只云})(\text{位})^2.$$

これは

$$\begin{aligned}&(\text{中辺}-\text{小辺})(\text{中辺})+28\\&-(\text{中辺}-\text{小辺})^2(\text{中辺})^2\\&=28(\text{中辺}-\text{小辺})^2\end{aligned} \tag{初左式}$$

となる[8]. これを各々の辺にそれぞれを掛け合わせて 18 次方程式を解いて円径を求め, その後三角形の各辺を求める.

(3) 現代的解答

円の半径を $r(>0)$, 三角形の大辺, 中辺, 小辺をそれぞれ a, b, c とすれば $a>b>c(>0)$ であり, 条件を整理すると

$$\begin{cases}ac-b^2=59,\\(a-b)(b-c)=28,\\b=\dfrac{8}{10}(2r).\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}ac-\dfrac{64r^2}{25}=59,\\\left(a-\dfrac{8r}{5}\right)\left(\dfrac{8r}{5}-c\right)=28,\\b=\dfrac{8r}{5}.\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}ac=\dfrac{64r^2}{25}+59,\\a+c=\dfrac{16}{5}r+\dfrac{435}{8r},\\b=\dfrac{8r}{5}.\end{cases} \tag{5}$$

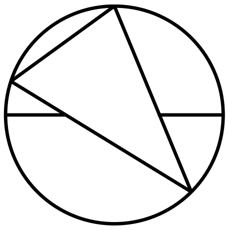
---

[7] 余弦定理と正弦定理の組み合わせた式と同等.

[8] 条件式 (只云) と (又云) から導出可能.

今有正平圓之妊偏三角只云大邊乘小邊內減
中邊冪餘五十九歩又云大中邊差乘中小邊差
二十八歩猶云中邊者即當圓徑之八分問圓徑
及角邊三處各幾何

答曰　圓徑三十六歩二分五釐
大邊三十六歩
中邊二十九歩
小邊二十五歩



術曰先立天元一為便術之中小邊差寄位又立
天元一為本術之圓徑此通八分而為中邊次以
位乘圓徑爲老次乘位中邊得加入又云數為盛
次以位乘中邊為壯次列中邊內減位餘乘位為
幼次自乘老內減盛冪餘乘重壯冪幼冪四段此
而寄右并相合壯冪幼冪內減盛冪餘自乘之得
乘老冪與寄右相消而為初右式次以盛幼相乘
內減壯冪而寄左并列只云數此乘位冪與寄左

図 3　尾刀和右衛門為隆による答えと術が述べられている.

ここで, 余弦定理と正弦定理から

$$a^2+c^2-b^2=2ac\cos B=2ac\sqrt{1-\sin^2 B}$$
$$=2ac\sqrt{1-\frac{b^2}{4r^2}}. \tag{6}$$

よって,

$$(5)\wedge(6). \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} (5), \\ a^2+c^2-\dfrac{64r^2}{25}=\dfrac{6}{5}ac. \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \quad \begin{cases} (5), \\ \left(\dfrac{16}{5}r+\dfrac{435}{8r}\right)^2-\dfrac{64r^2}{25} \\ \qquad =\dfrac{16}{5}\left(\dfrac{64r^2}{25}+59\right). \end{cases} \tag{7}$$

ここで,

$$\left(\frac{16}{5}r+\frac{435}{8r}\right)^2-\frac{64r^2}{25}$$
$$=\frac{16}{5}\left(\frac{64r^2}{25}+59\right).$$
$$\Leftrightarrow \quad \frac{8^2}{5^3}r^2-\frac{5^2\cdot 87^2}{8^2r^2}-\frac{2^2\cdot 199}{5}=0.$$

$$\Leftrightarrow \quad r^2=\frac{2\cdot 5^2\cdot 199}{8^2}\pm\frac{5^2}{8^2}\sqrt{5\cdot 87^2+4\cdot 199^2}. \tag{8}$$

ここで, ある自然数 n に対して $5\cdot 87^2+4\cdot 199^2=n^2$ が成り立つならば

$$5\cdot 3^2\cdot 29^2=n^2-4\cdot 199^2$$
$$=(n-2\cdot 199)(n+2\cdot 199). \tag{9}$$

上記を満たす n は 443 のみ. よって,

$$r^2=\frac{5^2\cdot 29^2}{8^2} \tag{10}$$

となる (符号が $-$ のものは $r^2<0$ となり不適). したがって, $r=5\cdot 29/8=145/8$. ここから $b=29$. 残った a, c に関しては式 (5) より $a>c$ から

$$\begin{cases} ac=900, \\ a+c=61. \end{cases} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} a=36, \\ c=25. \end{cases} \tag{11}$$

よって, 尾刀の解答は正しい.

(4) 遺題

四角形を含む円があるとする. 円の直径に四角形の甲辺と乙辺の差をかけると 260 歩. また,

相消而為初左式即左右兩式上下互維相乘極
此而得本術開方之式一十七乘之法除實而商
見圓徑且準前術而求角邊三處也
右者不知誰人去春製彼好問而掛我同弟之門
同弟頃來三戸而擧彼事見語予予以愚意勘研
之去遂相顯賤答術矣雖然不堪淺智直顯本術
且假便術術此而巳聊復則彼先問組合之式而
唯益一角更議拙所問以報焉事如左
今有正平圓之妊偏四角只云圓徑乘甲乙邊差
二百六十歩又云倍丙邊內減乙邊餘二十二歩
猶云丙邊加入丁邊五叚一百三十歩問圓徑及
角邊四處各幾何

図 4　図 3 の続き. 問題は尾刀の同門のもとへ出題されたものであるとの記載がある. その問題に角を 1 つ加えて新たな問題 (遺題) を作成したとある.

丙辺の 2 倍から乙辺を引くと 22 歩. さらに丙辺に丁辺の 5 倍を加えれば 130 歩. 円の直径と四角形の各辺の長さを求めよ.

(5) 現代的解答

円の半径を r, 四角形の甲辺, 乙辺, 丙辺, 丁辺をそれぞれ a, b, c, d とする. 情報を整理すると

$$\begin{cases} 2r(a-b)=260, \\ 2c-b=22, \\ c+5d=130. \end{cases} \tag{12}$$

これにさらに正弦定理などの内接四角形と外接円の条件式を加えても, 変数が 5 つに対して条件式は 4 つしかないため, この問題の解は一意的でない.

円が四角形の外接円となるため図 6 のように, 外接円の中心を座標原点として配置する. 四角形を 4 つの三角形に分割すると, すべて長さ r の 2 辺をもつ二等辺三角形となる. 長さ a の辺を底辺とする三角形の頂点の角度を A, 長さ b の辺を底辺とする三角形の頂点の角度を B, 長さ c の辺を底辺とする三角形の頂点の角度を C, 長さ d の辺を底辺とする三角形の頂点の角度を D とする. このとき, 式 (12) の条件を整理すれば

$$a=\frac{130}{r}+2c-22,\ b=2c-22,\ d=\frac{130-c}{5} \tag{13}$$

と c, r のみで a, b, d が表せる. 四角形を分割した各二等辺三角形で余弦定理を考えれば, 頂点角が B の三角形では

$$(2c-22)^2=2r^2-2r^2\cos B \tag{14}$$

が成り立つので,

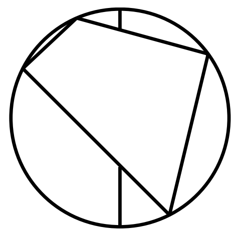
$$B=\cos^{-1}\left(1-\frac{2(c-11)^2}{r^2}\right). \tag{15}$$

頂点角が C の三角形では

$$c^2=2r^2-2r^2\cos C \tag{16}$$

が成り立つので,

$$C=\cos^{-1}\left(1-\frac{c^2}{2r^2}\right). \tag{17}$$



答曰

圓徑

甲邊

乙邊

丙邊

丁邊

右恭請算哲之仁考顯之答述

奥列　南部　三戸

眞法賢弟子　尾刀和右衛門

奉掛御寶殿　阿部之流　為隆

寛保　辛酉　八月　吉日　慎而書之

右者報或人掛盛岡春日妊角圓算之答術所問

図 5　図 4 の続き. 遺題に答えと解答 (術) はない. これを盛岡の春日に掲げたとある.

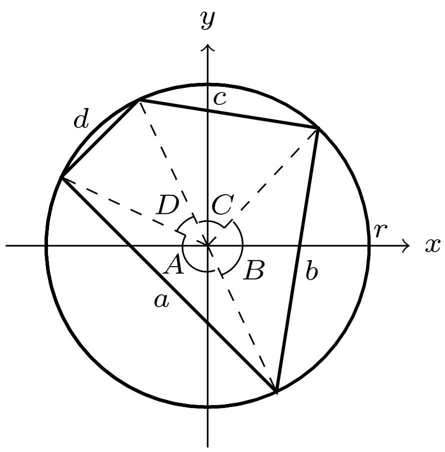


図 6　尾刀の遺題の四角形を座標上に配置した図. 座標の原点に外接円の中心がくるように配置してある.

頂点角が D の三角形では

$$\left(\frac{130-c}{5}\right)^2 = 2r^2 - 2r^2\cos D \qquad (18)$$

が成り立つので,

$$D = \cos^{-1}\left\{1 - \frac{1}{2r^2}\left(\frac{130-c}{5}\right)^2\right\}. \qquad (19)$$

頂点角が A の三角形では

$$\left(\frac{130}{r} + 2c - 22\right)^2 = 2r^2 - 2r^2\cos A \qquad (20)$$

となり, $A = 2\pi - B - C - D$ なので

$$\begin{aligned}&\left(\frac{130}{r} + 2c - 22\right)^2\\ &= 2r^2 - 2r^2\cos(2\pi - B - C - D)\\ &= 2r^2 - 2r^2\cos(B + C + D).\end{aligned} \qquad (21)$$

式 (21) に式 (15), (17), (19) を代入すれば,

$$\begin{aligned}&\left(\frac{130}{r} + 2c - 22\right)^2\\ &= 2r^2 - 2r^2\cos\left[\cos^{-1}\left(1 - \frac{2(c-11)^2}{r^2}\right)\right.\\ &\quad + \cos^{-1}\left(1 - \frac{c^2}{2r^2}\right)\\ &\quad \left. + \cos^{-1}\left\{1 - \frac{1}{2r^2}\left(\frac{130-c}{5}\right)^2\right\}\right].\end{aligned} \qquad (22)$$

上式を満たす c, r を求めれば, a, b, d も求まる.

解は例えば

$$\begin{cases} r = 102.433, \\ a = 196.915, \\ b = 195.646, \\ c = 108.823, \\ d = 4.235 \end{cases}$$

も条件を満たし,

$$\begin{cases} r = 48.937, \\ a = 92.187, \\ b = 89.53, \\ c = 55.765, \\ d = 14.847 \end{cases}$$

も条件を満たす. したがって, 唯一の解を求めるには条件が足りない問題である.

(6) 問題の背景

問題と遺題の間の記述と最後の記述から, 尾刀和右衛門為隆の同門の元にこの問題を誰かが出題していったこと, その同門の者が三戸の尾刀のもとに来た際にその話をしたため, 尾刀がこの問題に取りくみその術 (解法) を得たこと, 元の問題の三角形を四角形に変更した遺題を作成し, 盛岡春日に掲げたことがわかる.

4. おわりに

真法恵賢は八戸の和算の祖と言われ, (真法) 恵賢流という独自の流派を打ち立て, その教えは江戸時代の終わる頃まで続く. また, 弟子達の業績は算額という形で現在の八戸から東京の間の神社に複数奉納された. そのうち, 本紀要では 2 題の問題と 1 題の遺題についてその解答を現代的な手法を用いて解答の確認を行った. また, 真法恵賢, 淺山嘉右衛門忠義, 奥寺茂右衛門満貞及び尾刀和右衛門為隆については, 資料にあたりその人物についてを調べ記載した.

本紀要では言及しなかったが, 真法恵賢が日本で初めて発見したと言われる正十二面体と正二十面体に関する記述など, 他の問題と解答については機会を改めて出版していく予定である.

謝　辞

八戸市立図書館 歴史資料グループ 主事兼学芸員の滝尻 侑貴様には, 真法弟算記をはじめとした市立図書館に所蔵されている古文書の複写の協力や, 貴重な助言を頂いたことが本研究に大きな手助けとなりました. また, 八戸工業大学図書館情報事務室の正部家 真由様には, 大学図書館所蔵の藩日記の調査などをお手伝い頂き, 本研究の発展への手助けとなりました. この場を借りて深く御礼申し上げます.

本紀要におけるフォントの一部に「グリフウィキ (Glyphwiki)」のものを使用した.

本研究は, 一般財団法人青森県工業技術教育振興会若手研究者研究助成, 二松學舍大学東アジア学術総合研究所共同研究プロジェクトの支援を受けた.

参考文献

1) 平山 諦, “学術を中心とした和算史上の人々”, 筑摩書房 (2008).
2) 小堀 憲, “日本の数学”, 「数学」第 10 巻第 3 号, pp.145-147 (1959).
3) 深川 英俊, “例題で知る日本の数学と算額”, 森北出版株式会社 (1998).
4) 寛政五年 (1793 年) に書かれた武芸の流派説明書. 槍術や剣術などの武芸の内容に加え真法賢流算術に関する項目がある. 八戸市立図書館所蔵. なお, 全内容の書き起こしは [5] の pp.244-249 にある.
5) 八戸市立図書館市史編纂室,“八戸市 新編八戸市史 近世資料編 III” (2011).
6) 羽賀 與七郎, “真法賢とその弟子達について”, 科學史研究第 29 號, pp.18-22 (1954).
7) 青森県編, “青森県史 第 4 巻” (1926).
8) 羽賀 与七郎, “八戸藩の数学者”, 奥南史苑 No1 (1956).
9) “日本庶民生活史料集成 第 7 巻 飢饉・悪疫”, 三一書房, p.415 (1970).
10) 小井川 潤次郎 編, “天明日記”, 新編 青森縣業書 第三巻, p.156 (1974).
11) 八戸市立図書館市史編纂室, “八戸藩士 系譜書上” (2001).
12) 桑原 秀夫, “真法恵賢”, 日本数学史学会近畿支部

(1978).
13) 吉岡 政和, “八戸藩の数学”, Vol. 3. 八戸歴史研究会, pp.22-30 (1983).
14) 小井田 幸哉, “日本に誇る和算家真法恵賢”, 田子町誌上, pp.783-833 (1983).

要　旨

八戸の和算家である真法恵賢とその弟子による算額集の真法弟算記の内容を調査し, 真法弟算記に記載されている解答の一部に対して, 現代的な手法によりその解答の正しさを確かめる. また, 真法恵賢とその弟子の淺山嘉右衛門忠義, 奥寺茂右衛門満貞及び尾刀和右衛門為隆について, その業績を調べ記載する.

キーワード：数学史, 和算, 真法恵賢