

THÈSE

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE GRENOBLE

Spécialité : **Optique et Radiofréquence**

Arrêté ministériel : 7 août 2006

Présentée par

Alina UNGUREANU

Thèse dirigée par **Fabien NDAGIJIMANA** et
codirigée par **Tan - Phu VUONG**

préparée au sein du **Laboratoire IMEP-LAHC**
dans l'**École Doctorale EEATS**

Synthèse de sources rayonnantes large-bande par la méthode TLM inverse

Thèse soutenue publiquement le **9 décembre 2011**,
devant le jury composé de :

M. Michel NEY

Professeur, Télécom Bretagne, Président

M. Jean - Lou DUBARD

Professeur, Université Nice Sophia Antipolis, Rapporteur

M. Pierre SABOUROUX

Maitre de conférences, Polytech Marseille, Rapporteur

Mme. Damienne BAJON

Professeur, Université de Toulouse, Membre

M. Fabien NDAGIJIMANA

Professeur, Université Joseph Fourier, Directeur de thèse

M. Tan - Phu VUONG

Professeur, Grenoble INP, Co-directeur de thèse

M. Pierre SAGUET

Professeur Invité





*“Many people say that is the intellect
which makes a great scientist. They are
wrong: it is character”*

[Albert Einstein]

Remerciements

Ces trois années de doctorat ont constitué une période inoubliable, pendant laquelle j'ai appris énormément de choses, autant sur le plan scientifique que sur le plan humain. Cela grâce aux personnes qui m'ont guidée, apportée par leur présence, aidée, ou tout simplement comprise et soutenue moralement. Je tiens à les remercier.

Je tiens tout d'abord à remercier chaleureusement M. Jean-Lou Dubard et M. Pierre Sabouroux pour avoir accepté d'être les rapporteurs de ma thèse, ainsi que M. Michel Ney, Mme. Damienne Bajon et M. Pierre Saguet pour avoir accepté de faire partie de mon jury de soutenance. Cela a été un grand privilège et un grand honneur pour moi.

Cette thèse a été financée par le Ministère de l'Education Française. Cela m'a également aidée à participer à des conférences scientifiques qui ont apporté un grand bénéfice à mon travail. Lors de ces événements, j'ai eu des discussions enrichissantes avec de nombreux chercheurs reconnus dans le domaine, comme M. Wolfgang J. R. Hofer, M. W. K. Gwarek ou M. Christos Christopoulos, que je remercie chaleureusement.

Quant aux personnes avec lesquelles j'ai travaillé, je tiens avant tout à remercier mes directeurs de thèse. Fabien, merci pour votre constance, votre aide, et vos qualités humaines. Vos questions, suggestions, propositions et jugements m'ont systématiquement permis d'avancer. Vos conseils sur la méthode TLM, l'électromagnétisme et le codage ont permis de me débloquer dans les moments difficiles, d'ouvrir des voies dans mon travail de recherche. Votre assistance continue m'a fait avancer et réussir enfin à implémenter cette méthode sous MATLAB pour laisser un code utilisable après mon passage. Votre intuition et votre capacité à comprendre en si peu de temps un code que vous n'avez pas écrit pour le « dépanner » m'a toujours impressionné ! C'est également grâce à vous que j'ai eu le plaisir de connaître M. Michel Ney et M. Jean-Lou Dubard, lors du Workshop TLM que vous avez organisé à Grenoble. Sans vous, je n'aurais peut être pas eu la chance de discuter avec de telles personnes exceptionnelles quand il s'agit de la méthode TLM. Fabien, je vous remercie aussi pour les nombreux moments agréables passés autour d'un barbecue, lors des sorties-ski ou randonnée avec « l'équipe de choque » du bureau A308. Vous m'avez montré la face cachée d'un enseignant-chercheur, une face pleine de bonne humeur, d'optimiste, détendue, énergique et amusante. Pour ne pas oublier le côté artistique, j'avoue que c'était une jolie surprise pour nous tous de vous voir jouer de la musique, lors de la soirée de gala des JNM 2009. Tan, merci de m'avoir fait confiance, et d'avoir su me laisser une liberté de recherche qui m'était si chère. Tu as su être là au bon moment. Tes conseils avisés m'ont beaucoup aidé et Fabien, comme moi, te remercions de nous avoir fait confiance quand nous avons décidé de nous lancer dans l'aventure du retournement temporel par la méthode TLM inverse. Vous deux faites partie des personnes qui m'ont beaucoup soutenue. Votre bonne humeur, votre écoute, et votre compréhension de ma manière de travailler m'ont continûment aidé durant cette thèse.

Je tiens également à remercier M. Pierre Saguet de nous avoir aidés à « lancer » les simulations en utilisant le nœud TLM 3D, pendant ma première année de thèse. Depuis cette première année, j'ai l'impression que beaucoup de temps a passé. Je tiens à vous remercier, Pierre, pour les discussions constructives que nous avons eues lors de nos réunions régulières, pendant ces trois ans. Vous avez su être là, même après être parti à la retraite, et je suis contente d'avoir eu la chance de travailler sur un sujet de recherche qui vous est si cher, en utilisant la méthode TLM et en continuant de cette manière la tradition que vous avez initiée dans le laboratoire. J'avoue qu'après trois années de « lute » avec cette méthode, je réusis à voir maintenant sa « beauté ».

Je suis reconnaissante aux collègues et aux professeurs du laboratoire qui m'ont donné des avis utiles et de l'aide pratique pendant cette période. Merci Béatrice et Gérard d'avoir été là quand j'en avais tellement besoin ! Vous m'avez énormément aidée au tout début de cette thèse, dans des moments particulièrement difficiles. Je vous en remercie très chaleureusement ! Je tiens à remercier Nicolas Corrao, qui a été d'une grande aide lors des mesures d'antennes. Tu fais un travail génial, ta disponibilité et tes compétences pratiques sont un bien précieux pour le laboratoire ! Merci également à tous ceux qui transforment un laboratoire de recherche en un lieu de travail agréable: merci à tous les permanents et doctorants de l'IMEP-LAHC pour votre bonne humeur quotidienne.

Mes remerciements s'adressent aussi à mes très bons amis, pour les moments extraordinaires passés ensemble et qui font que la vie est plus belle. Vous tous représentez pour moi une grande famille Grenobloise. Merci pour les soirées discussion, pour les soirées jeux, qui m'ont permis de vivre des moments réellement inoubliables, en votre compagnie. Je remercie en particulier mes Mousquetaires, les meilleurs collègues de bureau que l'on puisse avoir et de vrais amis ! Merci pour les nombreux moments extraordinaires que nous avons vécus ensemble au cours de ces 3 années. Je commence déjà à regretter amèrement de ne plus partager ce petit bureau sympathique (A308) avec vous ! J'espère que nous resterons « un pour tous, tous pour un » même après la thèse ! Yan, merci pour ton aide lors des mesures d'antennes, tu as réalisé un super banc de mesure ! Un très grand merci à Irina et Julien qui ont joué et jouent le rôle de parents et meilleurs amis en même temps. Merci pour votre amitié précieuse, pour nos soirées « en famille » passées en tuant Wu Feng. Votre sagesse, votre contact est réellement un bonheur, et je suis heureuse de vous avoir rencontrés. Vos qualités humaines m'ont permis de tenir le coup dans les circonstances les plus difficiles. Merci d'avoir été là dans les bons comme dans les mauvais moments. Irina, merci d'être venue me chercher pour faire les « pauses utiles et nécessaires », notamment les jeudis après-midi. Julien, merci d'avoir relu ce manuscrit ! ...Et merci à « radio-BDL » !

Pour finir, je me tourne vers ma famille. Comme on n'est pas très expansifs dans la famille, simplement merci à vous tous pour votre support, votre compréhension et vos encouragements. Tout particulièrement, je tiens adresser un très grand merci à une personne très importante et très spéciale pour moi, mon grand-père. Il a su être le pilier sur lequel j'ai pu me reposer et il m'a offert un soutien continu, chaque jour, malgré la distance qui nous séparait et la mauvaise connexion internet qui nous reliait. Merci d'avoir été là, merci pour ton amour incomparable. C'est grâce à toi, pour toi et pour ma grand-mère que j'ai trouvé la force de continuer, pour prouver que j'en étais capable, tout comme vous.

Merci à mon compagnon qui a été à côté de moi, m'encourageant pendant les périodes les plus difficiles. Dragos, merci pour ton amour, merci pour ton énorme compréhension et force d'équilibre. Tu m'as accompagné de la meilleure manière qui soit, en me montrant à quel point tu avais confiance en moi. Merci pour les nombreux allers-retours au labo ! De jour comme de nuit ! Surtout pendant la rédaction ! Merci de m'avoir aidée avec la mise en page de ce manuscrit ! Ta présence a été précieuse en chaque instant. Ton accompagnement m'a donné une très grande force, dans les moments difficiles comme dans les moments heureux.

Une thèse, ce n'est que trois ans dans une vie. Mais, en écrivant ces quelques lignes, je me dis que c'est beaucoup plus, c'est une période riche d'apprentissage, c'est une période vécue d'une manière très intense, c'est une formation autant scientifique que humaine, c'est une expérience de vie unique. J'ai vécu au cours de ces trois années de très beaux moments et de plus sombres. Mais c'est en partie grâce à vous tous que j'en suis là aujourd'hui. Cette section de remerciements est plus qu'une simple formalité, elle était une réelle nécessité pour moi, j'avais tellement de choses à dire, malheureusement il faut que je m'arrête ici.

* * *

Sommaire

Sommaire.....	i
Liste de principaux symboles.....	vii
Liste d'abréviations.....	vii
1 Introduction.....	15
1.1 Contexte général de la synthèse des structures rayonnantes.....	15
1.1.1 Problème inverse mal-posé.....	16
1.1.2 Principe de la synthèse.....	17
1.1.3 Problèmes inverses résolus d'une manière itérative : les méthodes traditionnelles de synthèse	18
1.1.4 Problèmes inverses résolus par retournement temporel simulé numériquement	20
1.2 Objectif de la thèse.....	22
1.3 Contenu de la thèse	25
Références.....	26
2 Retournement temporel des ondes	29
2.1 Retournement temporel des ondes scalaires	31
2.1.1 Bases du RT des ondes scalaires	31
2.1.1.1 RT des ondes acoustiques.....	33
2.1.1.2 Procédure employée.....	34
2.1.2 Analyse mathématique du phénomène de RT. Théorie de base du RT.....	35
2.1.2.1 Equation d'onde caractérisant l'approche directe	36
2.1.2.2 Fonction de Green.....	36
2.1.2.3 Solution de l'équation d'onde caractérisant l'approche directe : champ rayonné	37
2.1.2.4 Equation d'onde caractérisant l'approche inverse.....	38

2.1.2.5 Solution de l'équation d'onde caractérisant l'approche inverse: champ retro- propagatif	39
2.2 Retournement temporel des ondes électromagnétiques (EM)	40
2.2.1 Bases de l'électromagnétisme : équations de Maxwell.....	42
2.2.2 Equations homogènes d'onde EM.....	44
2.2.2.1 Equations homogènes d'onde en régime monochromatique.....	45
2.2.2.2 RT des équations homogènes d'onde en régime monochromatique.....	46
2.2.2.3 Solutions des équations homogènes d'onde en régime monochromatique	47
2.2.3 Analyse mathématique du phénomène de RT des ondes EM	47
2.2.3.1 Equation d'onde caractérisant l'approche directe.....	49
2.2.3.2 Equation d'onde caractérisant l'approche inverse.....	49
2.2.3.3 Vecteur de Poynting.....	50
2.3 Conclusions.....	51
Références.....	51
3 Méthode TLM. Modélisation numérique du RT par la méthode TLM-inverse	55
3.1 Méthode TLM.....	57
3.1.1 Introduction.....	57
3.1.2 Principe de la méthode. Simulation de la propagation des ondes EM.....	57
3.1.3 Formulation générale des paramètres TLM.....	59
3.1.3.1 Notations.....	59
3.1.3.2 Maillage TLM.....	59
3.1.4 Bases de la méthode.....	60
3.1.5 Configurations de nœud TLM 3D.....	63
3.1.5.1 Discussion.....	64
3.1.5.2 Conditions aux limites.....	66
3.1.5.3 Sources d'erreurs.....	67
3.1.6 Nœud symétrique condensé (SCN)	68
3.1.6.1 Discrétisation des équations de Maxwell.....	70
3.1.6.2 Analogie champ EM discret – paramètres du réseau TLM.....	76
3.1.6.3 Relations constitutives de base du nœud SCN.....	82
3.2 Modélisation numérique du RT par la méthode TLM inverse.....	86
3.2.1 Principe de la méthode TLM-inverse. RT numérique.....	86
3.2.2 Etat de l'art du RT par la méthode TLM inverse.....	88
3.2.2.1 Reconstruction des sources primaires.....	88
3.2.2.2 Problèmes de diffraction inverse.....	89

3.3 Conclusion.....	94
Références.....	95

4 Reconstruction des sources EM primaires par la méthode TLM inverse 99

4.1 Introduction.....	99
4.2 RT numérique. Cavity à RT. Algorithme.....	101
4.2.1 Maillage et choix des paramètres du réseau TLM.....	101
4.2.2 « Cavity à retournement temporel » (CRT) EM.....	103
4.2.2.1 « Miroirs à retournement temporel » (MRT)	103
4.2.2.2 Calcul des composantes du champ EM au niveau des points sur les MRT	105
4.2.3 Algorithme.....	107
4.3 Résultats. Identification et localisation des sources EM primaires par la méthode TLM inverse	109
4.3.1 Source dans un guide coaxial.....	109
4.3.2 Localisation des sources EM dans l'espace libre	115
4.3.2.1 Reconstruction d'une source EM ponctuelle.....	116
4.3.2.2 Réduction des ressources computationnelles nécessaires	122
4.3.2.3 RT à partir des amplitudes et des délais enregistrés suite à l'approche directe.....	126
4.3.2.4 Reconstruction de deux sources EM ponctuelles.....	128
4.3.2.5 Reconstruction des sources réparties.....	132
4.3.2.6 Reconstruction d'une distribution de courant.....	135
4.3.2.7 Reconstruction de trois distributions de courant orientées différemment.....	141
4.4 Limite de résolution spatiale (du RT)	146
4.4.1 Pourquoi cette limite de résolution ?	146
4.4.1.1 Explication de la limite de résolution en employant le formalisme des ondes.....	146
4.4.1.2 Explication de la limite de résolution en utilisant le formalisme des champs évanescents.....	149
4.4.2 Quelle est la limite de résolution ?	150
4.4.2.1 Limite de résolution en employant le formalisme des ondes	150
4.4.2.2 Limite de résolution en employant le formalisme des champs	153
4.5 « Super-résolution ». Focalisation en dessous de la limite de diffraction.....	155
4.5.1 Méthodes de focalisation en dessous de la limite de diffraction.....	156
4.5.1.1 Le « puits »	156
4.5.1.2 RT du champ proche.....	158

4.5.1.3 « Super-lentilles »	159
4.5.1.4 Milieux complexes.....	160
4.5.1.5 Lentilles métalliques résonantes.....	161
4.5.2 Amélioration de la résolution spatiale du RT par la méthode TLM inverse : application du « puits »	162
4.5.2.1 Amélioration de la résolution de reconstruction de la source EM ponctuelle.....	163
4.5.2.2 Amélioration de la résolution de reconstruction des deux sources EM ponctuelles.....	168
4.5.2.3 Amélioration de la résolution de reconstruction des sources réparties.....	169
4.6 Discussion.....	171
Références.....	174

5 Synthèse des sources EM, primaires et secondaires,

à partir du champ lointain rayonné	177
5.1 Introduction.....	177
5.2 Reconstruction des sources EM secondaires, induites sur les surfaces métalliques des antennes	179
5.2.1 Synthèse des sources secondaires 1D. Antenne-dipôle filaire.....	179
5.2.1.1 Champ rayonné.....	183
5.2.1.2 Champ reconstruit par RT dans la cavité.....	187
5.2.1.3 Validation de la distribution des sources reconstruites suite au RT	189
5.2.1.4 Reconstruction de l'antenne.....	191
5.2.1.5 Reconstruction à partir du champ proche réactif.....	194
5.2.2 Synthèse des sources secondaires 2D. Antenne patch.....	195
5.3 Reconstruction des sources à partir d'un diagramme de rayonnement souhaité.....	198
5.3.1 Méthode hybride TLM - analytique de synthèse. Algorithme proposé.....	198
5.3.2 Synthèse d'un élément de courant à partir d'un diagramme de rayonnement analytiquement connu.....	203
5.3.2.1 Réduction du nombre de MRT.....	209
5.3.3 Synthèse des sources secondaires, à partir d'un diagramme de rayonnement mesuré.....	210
5.3.3.1 Banc de mesure d'antennes.....	210
5.3.3.2 Synthèse des sources induites sur la surface d'une antenne monopôle à partir du champ lointain mesuré.....	211
5.4 Conclusions.....	223
Références.....	224

6 Conclusions et perspectives.....	225
6.1 Conclusions.....	225
6.2 Perspectives.....	232
Annexe 1. Equations d'onde électromagnétique	235
Annexe 2. Forme discrète des équations de Maxwell.....	237
Annexe 3. Calcul du champ EM retourné temporellement en utilisant la CRT	239
Annexe 4. Principales configurations de nœuds TLM.....	245
Annexe 5. Principales configurations de nœuds TLM.....	255
Liste de communications publiées pendant cette thèse	259

Liste de principaux symboles

c	vitesse de la lumière	$[S]$	matrice de répartition
f	fréquence	V	tension totale
t	temps	V^i	impulsion incidente de tension
λ	longueur d'onde	V^r	impulsion réfléchie de tension
ω	pulsation	ϵ	permittivité diélectrique
Δt	pas temporel (TLM)	ϵ_0	permittivité de l'espace libre
Δl	distance entre 2 nœuds TLM	μ	perméabilité magnétique
$\Delta x, \Delta y, \Delta z$	dimensions du nœud TLM	μ_0	perméabilité de l'espace libre
j	$\sqrt{-1}$	Z_c	impédance caractéristique
\vec{k}	vecteur d'onde	∂	dérivée partielle
x, y, z	coordonnées de l'espace	I	nombre d'itérations
E, \vec{E}	intensité du champ électrique	θ	angle
H, \vec{H}	intensité du champ magnétique	φ	angle
I	courant électrique	k	constante de propagation

Des symboles supplémentaires ont été utilisés. Ils sont principalement définis dans les Chapitres 2, 3 et lors de leur utilisation.

Liste d'abréviations

EM	Electromagnétique
TLM	Transmission Line Matrix
SCN	Nœud symétrique condensé
RT	Retournement temporel
CRT	Cavité à retournement temporel
MRT	Miroirs à retournement temporel
CP	Champ proche
CL	Champ lointain

1 Introduction

1.1 Contexte général de la synthèse des structures rayonnantes

La synthèse de structures électromagnétiques (EM) complexes est un procédé coûteux, qui demande beaucoup de temps de calcul. C'est pour cela que les simulations assistées par ordinateur se sont avérées, au fil des années, être un outil essentiel pour la synthèse des structures micro-ondes (antennes, filtres, etc.). Les nombreuses méthodes de synthèse existantes peuvent être divisées en méthodes: temporelles et fréquentielles. Ces méthodes peuvent encore être scindées en méthodes: directes et inverses. Et chacune de ces sous-catégories peut être plus loin divisée en méthodes analytiques et numériques.

L'étude des problèmes EM implique l'analyse de la propagation des ondes EM et leurs interactions avec des structures comme les antennes, les parois conductrices, les discontinuités des matériaux, etc. Cette étude peut être achevée en utilisant des techniques analytiques seulement dans des cas très limités et simplifiés. En outre, l'utilisation croissante des ordinateurs génère une demande permanente de nouveaux algorithmes pour résoudre des problèmes de plus en plus généraux et complexes.

Les méthodes directes de synthèse, implémentées analytiquement (ex : méthode de l'équation intégrale – EI) ou numériquement (ex : méthode des éléments finis), et efficacement utilisées, demandent une connaissance considérable de l'objet à synthétiser. Ces méthodes sont basées sur des approches itératives qui changent progressivement la géométrie d'un objet, à partir d'une estimation initiale et jusqu'à ce que la réponse du système corresponde au cahier des charges. En revanche, les méthodes inverses cherchent un objet à partir d'une réponse souhaitée et donc elles demandent un nombre minimal de données d'entrée. Dans la synthèse inverse, la réponse souhaitée connue est utilisée afin de déterminer les dimensions physiques de la structure. Ces méthodes

inverses, qui conduisent souvent à des synthèses non intuitives, constituent le contexte de cette thèse.

1.1.1 Problème inverse mal-posé

Si un problème direct consiste à déduire les effets, quand les causes sont connues, un problème inverse consiste à déterminer les causes connaissant les effets. Dans le problème inverse on veut, par exemple, reconstituer l'état passé du système connaissant son état actuel (si le système est réversible) [1], [2].

Un problème bien posé est un problème dont la solution :

- existe,
- est unique,
- est stable (dépend continûment des données).

Ces notions doivent être précisées par le choix des espaces dans lesquels les données et la solution évoluent. L'inconvénient est qu'en général les problèmes inverses ne vérifient pas l'une ou l'autre de ces conditions, ou même les trois conditions ensembles. Un problème qui n'est pas bien posé, au sens de la définition, ci-dessus est dit « mal posé ».

Il est bien connu que les problèmes inverses posent des difficultés particulières. Par exemple, une cause produit toujours le même effet, mais l'inverse n'est pas valable : un effet peut provenir de causes différentes. Cette idée représente la principale difficulté de l'étude des problèmes inverses : ils peuvent avoir plusieurs solutions possibles et il est nécessaire de disposer d'informations supplémentaires pour en choisir une. Ainsi, l'étude des problèmes inverses demande souvent une bonne connaissance du problème direct. Donc, le succès dans la résolution d'un tel problème repose en général sur la connaissance des éléments spécifiques du problème en cause.

Parmi les domaines dans lesquels on peut retrouver des problèmes inverses, il y a :

- l'imagerie médicale (échographie, scanners, rayons X, etc.) ;
- le radar et l'acoustique sous-marine (détermination de la forme d'un «obstacle») ;
- le traitement d'image (restauration d'images floues) ;
- électromagnétisme (synthèse d'antennes) etc.

1.1.2 Principe de la synthèse

La synthèse des structures EM représente le processus inverse qui détermine la distribution des sources qui produit un certain diagramme de rayonnement désiré. Alors, on suppose qu'on connaît un diagramme de rayonnement en champ lointain, spécifié d'une manière exacte ou partielle (par exemple, les échantillons du champ lointain en un certain nombre fini de points, ou le champ mesuré). L'objectif est de déterminer une distribution de sources dont le rayonnement en champ lointain approxime le diagramme désiré d'une manière acceptable.

Le problème de la synthèse peut être posé sous la forme générale de l'étude d'une équation de la forme : $T * f = g$, où T est un opérateur intégral. Si la fonction g n'a pas le même domaine de définition que T , ce qui est souvent le cas, il faut décider d'abord ce que l'on veut nommer « solution » et, uniquement après, trouver les techniques adéquates pour résoudre le problème [3]. Dans le cas particulier de la synthèse des sources EM, f représente la distribution de sources, g représente le diagramme de rayonnement en champ lointain, et T , l'opérateur qui relie les deux fonctions et qui caractérise la structure rayonnante.

Un des problèmes, qui a déclenché de nombreux débats, est la non-unicité de la solution de l'équation intégrale décrivant le problème inverse. Cette non-unicité est expliquée, entre autres, [4] par un écoulement d'information qui a lieu pendant le processus direct de rayonnement et non pas dans la formulation du problème inverse. Il est démontré que l'équation scalaire d'onde caractérisant l'approche inverse a comme solutions une classe de distributions de sources non-rayonnantes. Pour ce qui est des équations de Maxwell, la classe de sources non-rayonnantes est encore plus grande. Elle inclue les sources déterminées par la caractérisation scalaire des équations de Maxwell et d'autres étant une conséquence de leur nature vectorielle.

Typiquement, pour résoudre ce type de problème inverse, il est nécessaire d'imposer des contraintes sur la forme de la distribution des sources.

1.1.3 Problèmes inverses résolus d'une manière itérative : les méthodes traditionnelles de synthèse

Comme le problème général de synthèse, est un problème inverse, difficile à résoudre, un nombre de méthodes ont été développées pour certains types de diagrammes et de sources.

Les méthodes classiques de synthèse sont des méthodes directes qui commencent typiquement par une première définition de l'architecture de l'objet rayonnant. Une procédure itérative est ensuite développée afin de déterminer la convergence du processus vers la solution optimale [5]. De fait, ces méthodes sont convenablement formulées sous forme de problèmes d'optimisation (Fig.1.1).

Dans le processus d'optimisation, il peut exister plusieurs solutions, pour des différents degrés de satisfaction, en fonction des demandes. Le degré de satisfaction est mesuré par l'intermédiaire d'une fonction, généralement appelée « fonction de coût », qui est représentative pour chaque problème. D'un point de vue mathématique, la fonction décrivant le problème a plusieurs minimums locaux. Et l'objectif de l'optimisation est d'identifier la solution optimale, c'est à dire le minimum global.

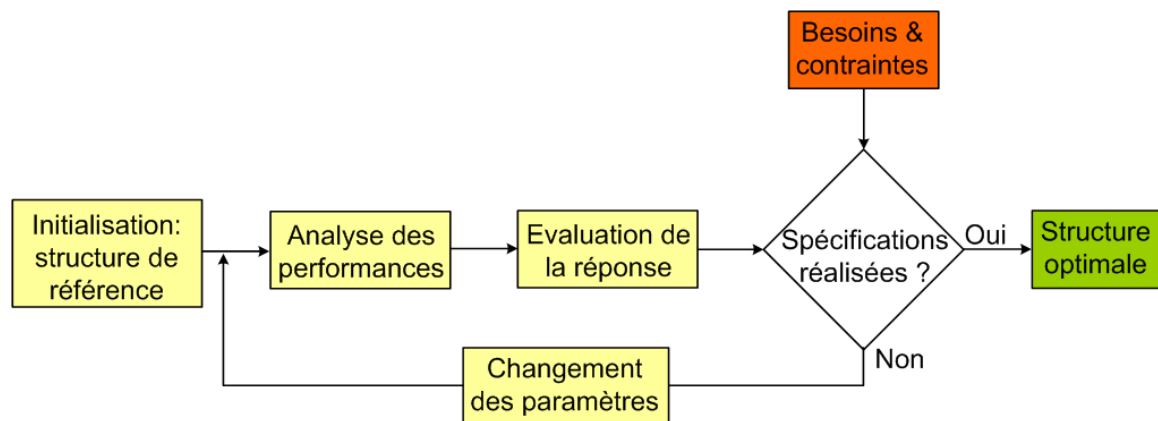


Fig.1.1 Organigramme des techniques de synthèses traditionnelles qui utilisent des procédures itératives d'optimisation.

Comme le type et le nombre d'inconnues à déterminer varient avec le problème d'optimisation, la sélection de l'algorithme convenable d'optimisation est un problème-clé et une règle généralement valable pour ce choix n'existe pas. D'après le théorème « no free lunch », la performance moyenne de chaque algorithme sur tous les problèmes possibles est identique. Ce qui signifie que si un algorithme est plus performant qu'un autre choisi

aléatoirement, pour une certaine classe de problèmes, alors il est forcément moins performant que celui-ci pour tout le reste des problèmes. Ce qui veut dire que le choix de l'algorithme d'optimisation dépend uniquement du problème à traiter.

Par exemple, une demande fréquente est de synthétiser une antenne dont le rayonnement est nul dans certaines directions. Pour un tel cas, on peut utiliser la méthode introduite par Schelkunoff [5]. De même, il est intéressant de synthétiser des antennes dont le diagramme de rayonnement a une certaine forme souhaitée dans le champ visible, ce qui est appelé « beam shaping ». Cela peut être résolu en utilisant la méthode de la transformée de Fourier ou la méthode Woodward-Lawson [5]. Ou bien, on peut demander un diagramme avec un lobe principal étroit et des lobes secondaires petits. Dans ce cas, on peut utiliser la méthode binomiale, Dolph-Tschebycheff etc. L'objectif, en général, est de trouver la forme de l'antenne, ses dimensions géométriques, la distribution des sources le long de celle-ci, parfois l'excitation, etc.

Les performances de ces méthodes sont assez bonnes dans le domaine fréquentiel, mais elles ont quelques inconvénients. Premièrement, elles sont adaptées uniquement pour les applications bande-étroite, car elles fonctionnent à une seule fréquence. De plus, l'objet rayonnant doit être à peu près connu dès le départ, afin de pouvoir faire une première estimation de la géométrie de l'objet souhaité avant de lancer le processus itératif d'optimisation etc.

Alors, il serait souhaitable de pouvoir synthétiser d'une manière efficace et rapide des sources rayonnantes et des antennes qui satisfont les besoins de l'utilisateur. Pour cela, la simplicité de description des caractéristiques géométriques (par exemple le plan de masse, le câble d'alimentation, les dimensions de l'antenne), ainsi qu'une méthode flexible, sont nécessaires. De plus, il y a besoin d'une technique de synthèse qui pourrait prendre en compte également les effets du milieu de propagation sur le système en cause et, pourquoi pas, pouvoir même simuler le système d'émission / réception entier.

1.1.4 Problèmes inverses résolus par retournement temporel simulé numériquement

Le retournement temporel (RT) apparaît dans un premier temps être une bonne solution pour les problèmes de synthèse des structures EM.

Bien que dans la physique fondamentale le temps reste irréversible, dans les sciences de l'ingénieur on essaye depuis toujours de surmonter les limites. C'est pour cette raison que le RT a constitué le sujet de nombreuses études ces dernières années, dans des domaines des plus diverses.

La possibilité de focaliser l'énergie, à la fois spatialement et temporellement représente, depuis les années 1990, un sujet de recherche intéressant. La raison est la variété et l'importance des applications, allant de l'*électromagnétisme* à l'*imagerie*, la *thérapie médicale* (visualiser certains organes ou tissus du corps humain, localiser et détruire des calculs rénaux dans des milieux aberrants [6] et des tumeurs en utilisant les ondes sonores), jusqu'au *contrôle des matériaux* (ex : l'étude de faisabilité de l'imagerie des défauts dans les matériaux diélectriques en utilisant le RT des microondes [7]), *synthèse de composants EM*, etc. En 2007 [8], le RT a été utilisé pour la première fois dans des applications de *détection binaire* : la présence/absence d'une cible a été étudiée dans un milieu hétérogène. La propagation multi-trajet, qui affecte les performances des détecteurs traditionnels, représente un grand avantage pour le RT. Plus récemment, en 2010, le RT a été utilisé pour *produire des impulsions microondes de forte amplitude* à partir d'un générateur d'ondes arbitraires et en utilisant une chambre réverbérante (une application potentielle serait le développement d'une arme impulsionnelle électromagnétique non-nucléaire) [9].

Le RT a été largement employée au cours des dernières années, en acoustique par l'équipe de M. Fink [10], [11], [12], [13], [14] et plus récemment en électromagnétisme [15], [16], [17], [18], [19], répondant à quelques questions importantes, comme celles liées à la non-unicité de la solution des problèmes inverse [4] et aux limitations de résolution [20], [21].

Le RT est particulièrement adapté pour la synthèse des composantes EM large et ultra-large bande¹, pour lesquels les méthodes directes telles que les algorithmes génétiques [23], par exemple, convergent souvent très lentement.

Comme les méthodes numériques facilitent le traitement des problèmes en général, notre attention se concentra sur la simulation numérique du RT. De plus, afin d'inclure l'étude des configurations pratiques plus compliquées, il est nécessaire d'utiliser les techniques numériques assistées par ordinateur. De telles techniques établissent des modèles numériques de propagation et de couplage qui peuvent être facilement adaptés pour traiter des configurations très générales. Le rapide développement de la technologie informatique, au cours des dernières années, fournit les moyens matériels et logiciels nécessaires pour l'implémentation et la future amélioration de ces techniques de modélisation.

Plusieurs méthodes de modélisation numérique pour résoudre les problèmes EM ont été développées, chacune ayant des caractéristiques particulières et avantageuses pour des types de problèmes spécifiques. Ces méthodes numériques peuvent être classifiées en plusieurs catégories, en fonction du domaine de la variable (domaine temporel ou fréquentiel) et du domaine de l'opérateur (différentiel ou intégral). Des approches hybrides impliquant plus qu'une méthode ont été également développées.

Pour traiter des configurations générales des matériaux, à des fréquences élevées, ou des structures large-bande, ce sont les méthodes temporelles différentielles qui offrent l'outil de simulation le plus souple. Les plus importantes méthodes dans ce domaine sont la méthode des différences finies (FDTD – Finite-Difference Time-Domain) et la méthode TLM (Transmission Line Matrix Method). Il y a beaucoup de similarités entre les deux méthodes mais la philosophie de la modélisation est différente. La méthode FDTD est basée sur la résolution des équations de Maxwell écrites sous forme différentielle. La méthode TLM est basée sur la propagation du champ EM en concordance avec le principe de Huygens. Elle est implémentée en remplaçant l'espace de propagation par un système de lignes de transmission interconnectées. Ce modèle est basé sur une analogie entre les tensions sur les lignes de transmission du réseau TLM et les composantes du champ EM dans l'espace. Depuis la publication du premier article sur la méthode TLM, par P. B. Johns

¹ Ultra-large bande (ULB) [22] ***, "Draft APT/AWF Report on UWB," ed. Asia Pacific Telecommunity, 2007. est un terme utilisé en général pour décrire une technologie sans fil qui utilise des impulsions de courte durée et de faible puissance, occupant une bande très large de fréquences. Une telle technique de communication permet une transmission de données à haut débit, immunité aux interférences, faible consommation, et une bonne résolution dans le domaine temporel, ce qui la rend avantageuse pour des applications de localisation et de détection etc.

et R. L. Beurle [24] en 1971, la méthode a été intensivement étudiée et constamment développée, devenant une technique de modélisation consacrée, vraiment souple et puissante.

1.2 Objectif de la thèse

Nous nous proposons dans cette thèse d'utiliser la théorie du retournement temporel (RT) des ondes afin d'implémenter et de développer un outil innovant de simulation, adapté à la synthèse des sources EM rayonnantes primaires et secondaires. Ce nouvel algorithme numérique a comme but de synthétiser une distribution inconnue de sources à partir d'un diagramme de rayonnement connu en champ lointain (CL) (Fig.1.2).

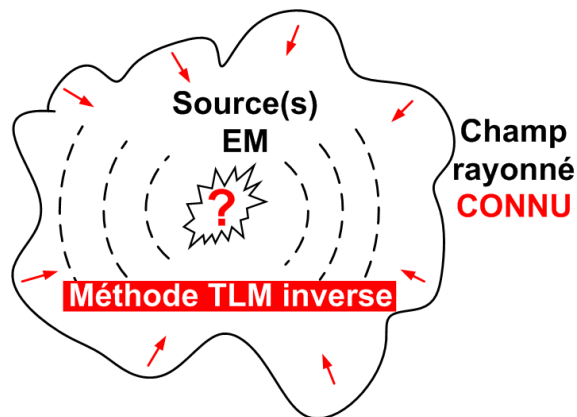


Fig.1.2 Schéma du problème inverse de synthèse.

La retro-propagation des ondes EM sera réalisée par la méthode TLM-inverse, en trois dimensions (3D), à nœuds symétriques condensés SCN (Symmetrical Condensed Nodes) [25]. Pratiquement, il est souhaitable de trouver une distribution de sources physiquement réalisable qui rayonne le diagramme souhaité / spécifié. Les applications large et ultra-large bande sont particulièrement visées.

Considérons, par exemple, le cas d'une antenne relais GSM, comme celle illustrée dans la Fig. 1.3a. Dans ce cas précis, il est souhaitable de synthétiser une antenne qui rayonne un champ EM constant sur une certaine distance D . Nous nous posons donc la question : quelle est la distribution des sources qui peut rayonner un tel diagramme de rayonnement ? Et comment faudrait-il modifier cette distribution des sources, sachant que l'on veut diminuer le rayonnement dans une certaine direction et sur une certaine distance, afin de pouvoir s'adapter à un environnement réel (obstacles, maisons, etc.) (Fig. 1.3b).

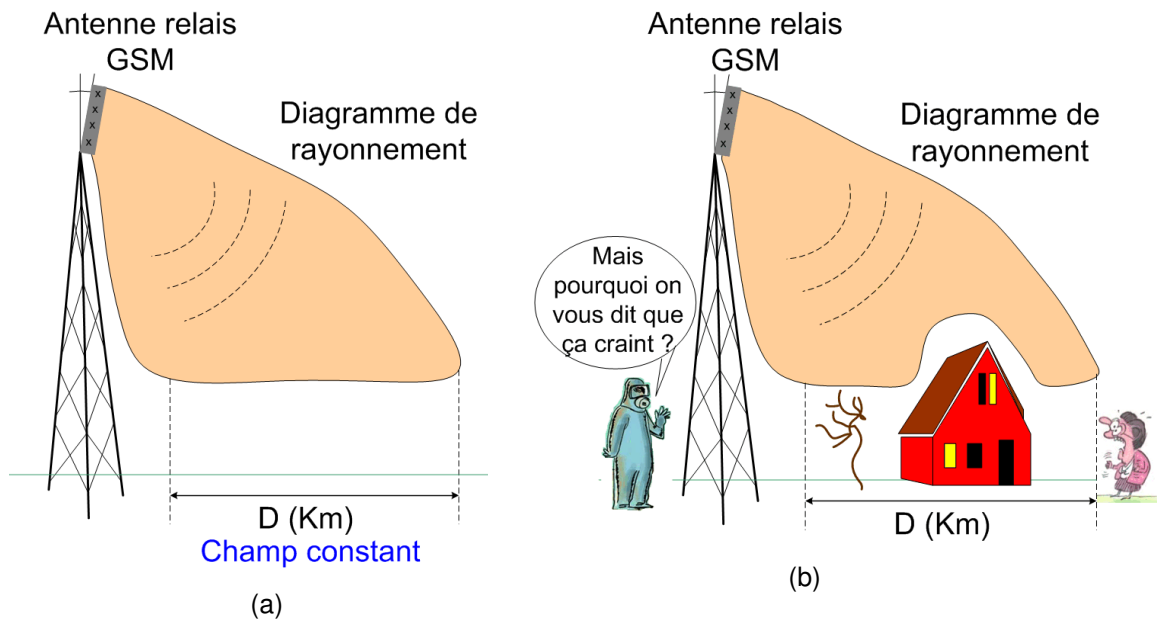


Fig.1.3 Antenne relais GSM.

Vu qu'il s'agit d'un problème inverse, il y a un certain nombre de questions qui se posent. Premièrement, la « forme » de l'espace des solutions n'est pas connue. En conséquence, il peut y avoir plus d'une solution possible. De plus, la nature et les propriétés des matériaux à synthétiser sont souvent indisponibles etc. Il va donc falloir résoudre ces problèmes.

L'avantage principal des méthodes temporelles en général, et de la méthode TLM en particulier, est la possibilité de traiter des phénomènes transitoires, ce qui est essentiel dans la caractérisation du comportement des structures rayonnantes large-bande.

La méthode TLM a été utilisée auparavant pour résoudre de nombreux problèmes EM couvrant des domaines d'applications des plus variées. Les bases du RT par la méthode TLM-inverse ont été introduites par R. Sorrentino *et al.* [26]. Cette méthode TLM-inverse a été appliquée précédemment dans des problèmes de diffraction inverse [27]. Le but de ces problèmes est de reconstruire des objets de différentes géométries à partir du champ diffracté par ceux-ci [28], [29], [30], [31]. Comme dans tous les problèmes de diffraction, l'objet est illuminé par une onde plane, incidente qui va être diffractée par l'objet. En conséquence, le champ total enregistré sur une surface entourant l'objet sera une somme entre le champ incident et celui diffracté. L'unicité de la solution des problèmes de diffraction inverse est démontrée dans [32]. Il est montré que les objets de différentes formes, sur lesquelles a lieu la diffraction, sont déterminés, d'une manière unique, à partir du CL.

La différence principale entre notre approche et celles qui viennent d'être mentionnées est que le point de départ est représenté par une distribution souhaitée ou mesurée du CL et non pas par un champ diffracté.

Dans ce manuscrit, nous étudierons les bases, le potentiel et les limites de l'approche inverse que nous proposons, le but étant de pouvoir comprendre les phénomènes qui interviennent et de déterminer la possibilité de reconstruction d'une distribution inconnue de sources à partir d'un diagramme de rayonnement.

Bien que la solution d'un problème inverse ne soit pas unique, nous allons démontrer la faisabilité de cette méthode en certaines circonstances. Pour réduire l'espace des solutions, nous allons ajouter quelques informations :

- Nous considérons que le milieu de propagation est l'espace libre, 3D, homogène, isotrope, non-dispersif et sans pertes.
- Nous supposons qu'il n'y a pas de diélectrique dans ce milieu et qu'il y a uniquement du métal.
- Nous utilisons des signaux large-bande, de courte durée et de forme connue. Donc, la connaissance des signaux transmis transforme le problème initialement mal-posé en un problème bien-posé avec une solution unique et stable.

Ce travail a été réalisé au sein du laboratoire IMEP-LAHC (L'Institut de Microélectronique Electromagnétisme et Photonique et le Laboratoire d'Hyperfréquences et de Caractérisation), unité mixte de recherche (CNRS / Grenoble INP / UJF / Université de Savoie), dans le cadre d'une bourse ministérielle.

Le code de calcul tridimensionnel que nous avons mis en place pour implémenter le RT, basé sur la méthode TLM-inverse, a été réalisé sous Matlab (compilé sous Matlab 7.5.0, sur un ordinateur Dell Optiplex 755 - Intel(R) Core(TM)2 Duo CPU - E7650 @2,66GHz - 1,97GHz 3,25Go de RAM). Bien que le traitement des phénomènes multi-échelle soit envisagé, l'outil conçu pendant ce travail a été prévu d'un maillage à pas constant, afin d'éliminer une possible source de dispersion.

1.3 Contenu de la thèse

Cette thèse est divisée en six chapitres.

Le **Chapitre 2** se concentre sur le retournement temporel (RT) des ondes. La théorie de base du RT des ondes scalaires sera d'abord rappelée. Ensuite, nous analyserons le phénomène du RT des ondes EM. Les équations d'onde décrivant la propagation directe et inverse du champ EM sont dérivées à partir des équations de Maxwell.

Les bases de la méthode TLM font l'objet de la première partie du **Chapitre 3**. Nous verrons ici les formulations générales et les relations constitutives de la méthode. Ultérieurement, la modélisation numérique du RT par la méthode TLM inverse sera présentée.

Le **Chapitre 4** sera dédié à la validation et à l'analyse de la procédure de reconstruction par la méthode TLM inverse. Notre algorithme est d'abord appliquée pour retrouver des sources EM ponctuelles primaires, émettant des signaux à large-bande dans l'intervalle de fréquences comprises entre [26GHz – 34GHz] et placées dans l'espace libre 3D (milieu homogène, sans pertes). Nous parlerons également de contraintes, la limitation physique de résolution de la méthode sera expliquée et nous verrons quelques solutions proposées dans la littérature pour attendre la « super-résolution ». Une méthode efficace pour la surmonter sera choisie et appliquée. En conséquence, une étape supplémentaire est ajoutée dans l'algorithme initial, afin d'améliorer la résolution spatiale de la reconstruction. Comme résultat, une résolution inférieure à la demi-longueur d'onde de l'excitation est obtenue.

Le **Chapitre 5** est consacré à la synthèse des sources rayonnantes secondaires, induites sur les surfaces métalliques des antennes. Dans la première partie, nous appliquerons l'algorithme de RT validé dans le Chapitre 4, pour synthétiser deux antennes standard : antenne-dipôle et antenne patch. Les matériaux diélectriques et les matériaux à pertes ne sont pas inclus dans cette étude. La validité et les performances de cette méthode seront ensuite discutées.

La deuxième partie du chapitre introduit une méthode hybride TLM-analytique de synthèse à partir d'un diagramme de rayonnement simulée, souhaité ou mesuré. L'algorithme implémenté sera également décrit. Cette méthode hybride de synthèse sera ultérieurement

appliquée pour un cas pratique : la synthèse des sources induites sur une antenne-monopôle placée au dessus d'un plan de masse, à partir du champ lointain mesuré. L'orientation et la position de l'antenne sont trouvées. La validation des sources retrouvées est réalisée. Les avantages et les limites de la technique seront enfin discutés.

Le dernier chapitre (**Chapitre 6**) offre des remarques générales sur les résultats obtenus dans le développement de la nouvelle méthode, des conclusions et des directions pour des futures recherches. Ce dernier chapitre permettra également de mettre en avant les points à améliorer au code TLM.

Références

- [1] M. Kern, "Problèmes inverses," ed. Notes de cours, 2002-2003, pp. 1-140.
- [2] V. Y. Arsenin, "On Ill-posed Problems," vol. 31:6, ed. Russian Mathematical Surveys, 1976, pp. 93-107.
- [3] M. Z. Nashed, "Operator -Theoretic and Computational Approaches to Ill-posed Problems with Applications to Antenna Theory," *Ieee Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 29, pp. 220-231, 1981.
- [4] N. Bleistein and J. K. Cohen, "Nonuniqueness in Inverse Source Problem in Acoustics and Electromagnetics," *Journal of Mathematical Physics*, vol. 18, pp. 194-201, 1977.
- [5] C. A. Balanis, *Antenna Theory: Analysis and Design*, 2nd edition ed.: John Wiley & Sons, 1997.
- [6] F. Wu, J. L. Thomas, and M. Fink, "Time Reversal of Ultrasonic Fields .2. Experimental Results," *Ieee Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency Control*, vol. 39, pp. 567-578, 1992.
- [7] S. Reyes-Rodriguez, N. Lei, R. J. McGough, S. Udpa, L. Udpa, and J. Kim, "Model Based Study of Time Reversal Imaging in Microwave NDE," *Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation, Vols 29a and 29b*, vol. 1211, pp. 750-757, 2010.
- [8] J. M. E. Moura and Y. W. Jin, "Detection by time reversal: Single antenna," *Ieee Transactions on Signal Processing*, vol. 55, pp. 187-201, 2007.
- [9] M. Davy, J. de Rosny, J. C. Joly, and M. Fink, "Focusing and Amplification of Electromagnetic Waves by Time Reversal in an Leaky Reverberation Chamber," *Comptes Rendus Physique*, vol. 11, pp. 37-43, 2010.
- [10] M. Fink, "Time Reversal of Ultrasonic Fields .1. Basic Principles," *Ieee Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency Control*, vol. 39, pp. 555-566, 1992.
- [11] M. Fink, C. Prada, F. Wu, and D. Cassereau, "Self Focusing in Inhomogeneous Media with "Time Reversal" Acoustic Mirrors," presented at the IEEE Ultrasonic Symposium, Montréal, Québec, 1989.
- [12] M. Fink, D. Cassereau, A. Derode, C. Prada, P. Roux, M. Tanter, J. L. Thomas, and F. Wu, "Time-reversed acoustics," *Reports on Progress in Physics*, vol. 63, pp. 1933-1995, 2000.
- [13] M. Fink, "Chaos and Time-reversed Acoustics," *Physica Scripta*, vol. T90, pp. 268-277, 2001.
- [14] M. Fink and C. Prada, "Acoustic Time Reversal Mirrors," *Inverse Problems*, vol. 17, pp. R1-R38, 2001.

- [15] G. Lerosey, J. de Rosny, A. Tourin, A. Derode, G. Montaldo, and M. Fink, "Time Reversal of Electromagnetic Waves," *Physical Review Letters*, vol. 92, 2004.
- [16] G. Lerosey, J. de Rosny, A. Tourin, A. Derode, and M. Fink, "Time Reversal of Wideband Microwaves," *Applied Physics Letters*, vol. 88, 2006.
- [17] G. Lerosey, J. de Rosny, A. Tourin, A. Derode, G. Montaldo, and M. Fink, "Time Reversal of Electromagnetic Waves and Telecommunication," *Radio Science*, vol. 40, 2005.
- [18] R. Carminati, R. Pierrat, J. de Rosny, and M. Fink, "Theory of the Time Reversal Cavity for Electromagnetic Fields," *Optics Letters*, vol. 32, pp. 3107-3109, 2007.
- [19] J. de Rosny, G. Lerosey, and M. Fink, "Theory of Electromagnetic Time-Reversal Mirrors," *Ieee Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 58, pp. 3139-3149, 2010.
- [20] M. Fink, J. de Rosny, G. Lerosey, and A. Tourin, "Time-reversed Waves and Super-resolution," *Comptes Rendus Physique*, vol. 10, pp. 447-463, 2009.
- [21] G. Lerosey, J. De Rosny, A. Tourin, and M. Fink, "Focusing Beyond the Diffraction Limit with Far-field Time Reversal," *Science*, vol. 315, pp. 1120-1122, 2007.
- [22] ***, "Draft APT/AWF Report on UWB," ed. Asia Pacific Telecommunity, 2007.
- [23] J. F. Frenzel, "Genetic Algorithms, a New Breed of Optimization," *IEEE Potentials*, pp. 21-24, 1993.
- [24] P. B. Johns and R. L. Beurle, "Numerical Solution of 2-dimensional Scattering Problems Using a Transmission-Line Matrix," in *Proc. IEE*, 1971, pp. 1203-1208.
- [25] P. B. Johns, "A Symmetrical Condensed Node for the TLM Method," *Ieee Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 35, pp. 370-377, 1987.
- [26] R. Sorrentino, P. M. So, and J. R. Hofer, "Numerical Microwave Synthesis by Inversion of the TLM Process," presented at the 21st Euro Microwave Conf. Dig., Stuttgart, Germany, Sept. 1991.
- [27] A. B. Ruffin, J. Decker, L. Sanchez-Palencia, L. Le Hors, J. F. Whitaker, T. B. Norris, and J. V. Rudd, "Time Reversal and Object Reconstruction with Single-cycle Pulses," *Optics Letters*, vol. 26, pp. 681-683, 2001.
- [28] S. Barraud, J. L. Dubard, and D. Pompei, "3D-TLM Pattern Recognitions in Free Space," *Iee Proceedings-Microwaves Antennas and Propagation*, vol. 145, pp. 387-391, 1998.
- [29] S. Barraud, "Etude prospective de reconstruction d'objets volumiques par la méthode numérique spatio-temporelle TLM," PhD Thesis, May 1999.
- [30] M. Forest and W. J. R. Hofer, "TLM Synthesis of Microwave Structures Using Time Reversal," presented at the IEEE MTT-S Int.Microwave Symp. Dig, Albuquerque, NM,, June 1992.
- [31] M. Forest and W. J. R. Hofer, "A Novel Synthesis Technique for Conducting Scatterers Using TLM Time Reversal," *Ieee Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 43, pp. 1371-1378, 1995.
- [32] H. Y. Liu and J. Zou, "Uniqueness in an Inverse Acoustic Obstacle Scattering Problem for Both Sound-hard and Sound-soft Polyhedral Scatterers," *Inverse Problems*, vol. 22, pp. 515-524, 2006.

2 Retournement temporel des ondes

Le retournement temporel (RT) pourrait être la solution des problèmes inverses. Mais est-il possible de faire reculer le temps ? De nombreux chercheurs se sont posés la même question et ont essayé d'expliquer ce phénomène en employant diverses théories. Par la suite, nous verrons une partie de ces études et nous essayerons d'expliquer et d'adapter les théories existantes à notre approche.

En théorie ou bien en pratique, pour un certain nombre de situations, il est possible d'arrêter un système dans un état et d'inverser les vitesses correspondantes à chaque sous-système. En imposant de nouvelles conditions initiales, le système évolue en sens inverse, vers son état initial. En imagerie, cette opération est possible en déroulant à l'inverse le « film » d'un système en mouvement.

Bien que les équations de la **mécanique classique** soient réversibles à l'échelle macroscopique [1], il est difficile de vérifier l'invariance au RT d'un système complexe de particules. En tout cas, pour réaliser cette expérience, la position et la vitesse de chaque sous-système doivent être connues avec une précision infinie. Par exemple, supposons que l'on veut retrouver la cause d'un certain phénomène physique, comme une explosion, en observant uniquement les effets, c'est à dire les morceaux jetés dans toutes les directions. Dans ce cas-là, on aura besoin d'un dispositif capable de connaître, avec précision, la dynamique de chaque particule impliquée dans cette action. Le phénomène de la mécanique classique étant complètement chaotique, il serait impossible de le reconstituer.

Cependant, dans la **physique ondulatoire**, les choses sont différentes puisque la quantité d'informations nécessaires pour décrire un champ ondulatoire, sans ambiguïté, est limitée [2, 3]. Les plus petites fluctuations du champ ondulatoire sont de l'ordre de la plus petite longueur d'onde de ce champ. C'est pour cela que les phénomènes ondulatoires peuvent être inversés temporellement. Ainsi, au lieu de déterminer les vitesses des différentes

particules et d'appliquer les forces nécessaires pour inverser leur trajectoires, on mesure seulement le champ rayonné et on renvoie en arrière une onde retournée temporellement, d'une façon appropriée. Donc, en réalité, l'inversion du mouvement du système a été attribuée à un changement de conditions initiales [4].

En 2002, Snieder [3] a étudié la réversibilité temporelle des ondes. Selon lui, la majorité des lois de la nature sont invariantes au RT. Les seules exceptions sont la force qui gouverne la loi radioactive et les équations qui décrivent les propriétés statistiques, comme par exemple l'équation de la chaleur. Cela signifie que lorsque l'on fait tourner la montre en sens inverse, les lois déterministes, gouvernant le monde macroscopique, ne changent pas.

La faisabilité du RT a été doutée, expliquée et testée d'abord en **acoustique**, plus particulièrement dans le domaine des sons et des ultrasons, où Fink *et al.* ont développé de nombreuses études [4], [5], [6], [7], [8], [9], [10], [11].

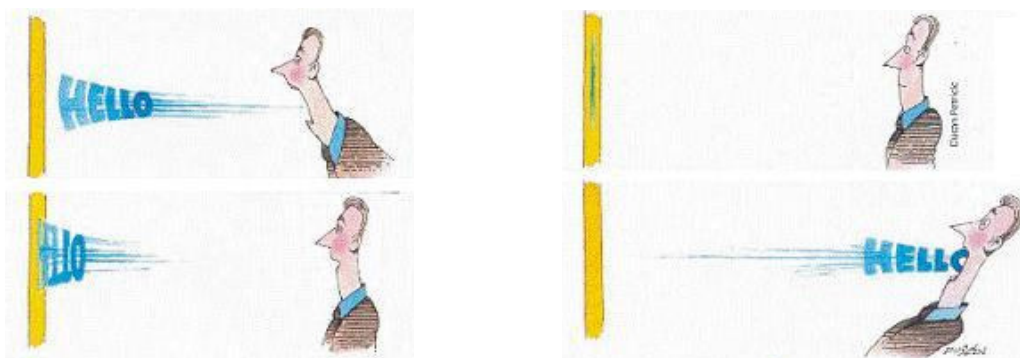


Fig. 2.1 RT des ondes acoustique (caricature).

Dans ce chapitre, nous verrons d'abord pourquoi le retournement temporel (RT) peut être appliqué dans le cas des ondes scalaires. Nous allons alors expliquer les bases théoriques du phénomène de RT et nous donnerons quelques exemples de son applicabilité en acoustique. Dans une deuxième partie, nous montrerons la manière dont ces concepts théoriques peuvent être particularisés pour être adaptés dans le cas des ondes électromagnétiques (EM). Enfin, la validation conceptuelle du RT des ondes EM sera prouvée.

Avant de nous intéresser au champ EM, qui est composé de deux champs vectoriels \vec{E} et \vec{H} , formulons la théorie de base pour les champs scalaires. Celle-ci est donc applicable strictement à la propagation des ondes (champs) acoustiques ou des ultrasons dans un

fluide. Cependant, les idées de base et les conclusions s'appliquent également aux ondes élastiques dans des milieux solides [12] et aux ondes (champs) EM.

2.1 Retournement temporel des ondes scalaires

2.1.1 Bases du RT des ondes scalaires

Cette section est dédiée aux bases mathématiques et physiques du phénomène de RT des ondes scalaires en général.

Considérons la propagation d'une *onde scalaire sphérique* dans un milieu *non dissipatif*, homogène, linéaire, isotrope et sans pertes. Cette propagation est caractérisée par une fonction scalaire d'onde, $\psi(\vec{r}, t)$, qui satisfait l'équation d'onde sans sources :

$$\Delta\psi(\vec{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \psi(\vec{r}, t) = 0, \quad (2.1)$$

où \vec{r} et t sont les coordonnées spatiale et temporelle et c est la vitesse de propagation de l'onde (comme le RT des ondes EM est envisagé, on considère que la vitesse de propagation de l'onde est la vitesse de la lumière). L'opérateur *laplacien*, en coordonnées cartésiennes, est défini comme :

$$\Delta = \nabla^2 = \sum_{i=1}^N \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} \quad (2.2)$$

N étant la dimension de l'espace.

D'un point de vue mathématique, le RT implique le remplacement de la variable temporelle t par $(-t)$. En conséquence, pour que l'onde retournée temporellement soit solution de l'équation (2.1), il faut que cette équation reste invariante lorsque t est remplacée par $(-t)$. Alors, on note que le premier terme de l'équation (2.1), $\Delta\psi(\vec{r}, t)$, ne dépend pas du temps, car l'opérateur agit sur la distribution spatiale de $\psi(\vec{r}, t)$. Quant au deuxième terme de l'équation (2.1), il est proportionnel à la dérivée du second ordre par rapport au temps.

En conséquence, si $\psi(\vec{r}, t)$ est solution de l'équation d'onde, alors $\psi(\vec{r}, -t)$ est également une solution et son sens physique est celui d'une onde retournée temporellement.

Autrement dit, l'équation reste invariable au RT. Il est donc possible de retourner temporellement une onde se propageant dans un milieu non dissipatif [1], [4].

Dans un milieu dissipatif, une perte d'énergie difficilement modélisable a lieu. La propriété de symétrie de l'équation d'onde n'est plus valable s'il y a de l'atténuation. Si le milieu est caractérisé par une atténuation dépendant de la fréquence, l'équation d'onde peut contenir des dérivées d'ordre impair par rapport au temps. En conséquence, l'invariance au RT est perdue. Pourtant, si le coefficient d'atténuation est suffisamment petit dans la gamme de fréquences utilisées, le processus reste invariant au RT [6]. Les limitations du RT des ondes acoustiques, dans des milieux solides, ont été investiguées dans [12]. Le RT dans des milieux dissipatifs reste un sujet en cours d'étude [13].

De même, dans toute expérience de propagation, les conditions initiales et les conditions aux limites déterminent une solution unique, $\psi(\vec{r}, t)$, de l'équation d'onde. Le but, dans le processus inverse, est de modifier les conditions initiales afin de générer la solution duale, $\psi(\vec{r}, -t)$. Cependant, cette solution n'est pas réaliste puisqu'elle demande l'échantillonnage, et l'enregistrement (dans la mémoire) des champs dans tout le volume de l'espace. Une solution beaucoup plus réaliste utilise les avantages du principe de Huygens (Fig. 2.2) qui s'énonce de la manière suivante : « Les ondes se propagent selon le mécanisme suivant : chacun des points d'un front d'onde agit comme une source de petites ondes secondaires. À un instant ultérieur, l'enveloppe des bords avant des petites ondes forme le nouveau front d'onde.»

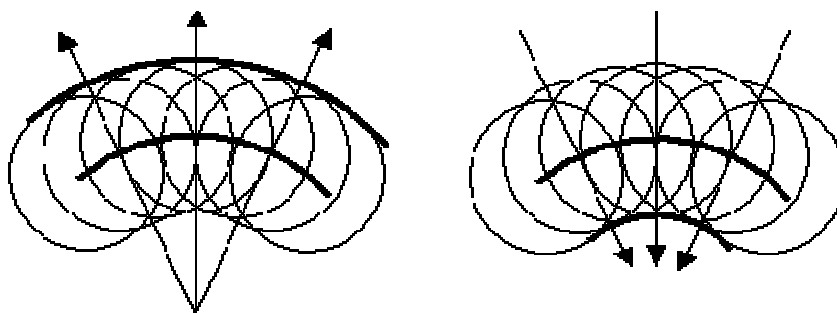


Fig. 2.2 Principe de Huygens.

En utilisant le principe de Huygens, le champ en tout point d'un volume de l'espace peut être construit à partir du champ sur une surface fermée qui entoure ce volume.

Il est à noter, qu'afin de pouvoir reconstruire le champ dans tout le volume de l'espace, l'invariance au RT et la réciprocité spatiale sont demandées en même temps.

2.1.1.1 RT des ondes acoustiques

Le RT des ondes acoustiques a été étudié depuis longtemps, la focalisation spatiale et la compression temporelle étant cherchées en théorie et en pratique. Les **applications** des dispositifs de RT en acoustique ont été intensivement investiguées dans les deux dernières décennies pour le domaine médical [13], pour l'acoustique sous-marine [14], pour les cavités chaotiques [15], [16] et pour les milieux à dispersion multiple [17].

Comme il a été montré auparavant, pour un milieu non-dissipatif hétérogène, l'équation d'onde (2.1) est invariante à l'opération de RT. Ainsi, pour toute onde scalaire $\psi(\vec{r}, t)$ émise par une source et potentiellement réfléchiée, réfractée ou diffractée par le milieu hétérogène, il existe, en théorie, un set d'ondes $\psi(\vec{r}, -t)$ qui se retro-propagent et convergent d'une manière synchrone à la source originale, comme si le temps coulait à l'inverse. Cette idée se trouve à la base du processus de RT en acoustique.

En profitant de ces propriétés, le concept de « **cavité à retournement temporel** » (**CRT**) a été introduit par Fink *et al.* [6] [18], et quelques dispositifs ont été construits pour illustrer l'efficacité de ce concept. Dans un tel dispositif, une source acoustique, placée dans un milieu hétérogène et sans pertes, émet un signal transitoire de courte durée qui se propage et qui est distordu par le milieu. Le champ acoustique est ensuite enregistré/mesuré sur une surface qui enferme les sources. Dans un deuxième temps, la source initiale reste passive. Le champ enregistré auparavant est retransmis, sur la même surface, dans une chronologie inverse. L'onde ainsi générée se retro-propage vers la position initiale de la source et est focalisée sous la forme d'une tache focale. C'est ce qu'on appelle « *focalisation spatiale* ». De plus, le signal formé au niveau de la source est court : on parle alors de « *compression temporelle* ».

L'information importante qui a été ajoutée est le fait que les ondes acoustiques dans un volume de l'espace peuvent être reconstruites à partir des valeurs des champs de pression enregistrées sur une surface enfermant les sources. De cette manière, l'approche inverse est simplifiée, car au lieu de définir des conditions initiales dans tout le volume de l'espace, afin de créer $\psi(\vec{r}, -t)$, il suffit de les définir uniquement sur une surface délimitant le volume respectif. Cette propriété ressemble beaucoup au théorème de la surface équivalente que nous allons appliquer pour le cas des ondes EM qui nous intéressent.

Du point de vue pratique, la CRT n'est pas physiquement réalisable, car il est difficile à concevoir une cavité sphérique ayant un nombre très élevé de transducteurs sur sa surface. En conséquence, le concept de « **miroir à retournement temporel** » (**MRT**) a été ensuite introduit. Avec cette notion, la surface fermée contenant les transducteurs a été réduite à une surface plane, facilement réalisable.

Il faut remarquer que le signal $\psi(\vec{r}, -t)$ est anti-causal, ce qui n'a pas de sens physique. De fait, généralement on utilise des signaux de durée finie, variant entre 0 et t_1 . L'enregistrement doit être donc limité dans le temps, par le choix de la durée de la fenêtre temporelle $T_f > t_1$ (T_f est choisi tel que la perte d'information puisse être considérée comme négligeable). Ainsi, après avoir enregistré le signal $\psi(\vec{r}, t)$ suite à l'approche directe, le signal $\psi(\vec{r}, T_f - t)$ est construit. Toutefois, par facilité d'écriture, on garde la notation simplifiée $\psi(\vec{r}, -t)$.

Il faut signaler également que l'étude du RT en acoustique a été initialement focalisée sur deux applications principales : la thérapie avec des ultrasons (pour les tumeurs ou pour la destruction de calculs rénaux [5]) et les communications acoustiques sous-marines. Pour les deux applications pratiques, l'auto-focalisation à la source est accomplie en utilisant une MRT et sans connaître le milieu entre la source et la MRT. En revanche, pour simuler le RT, nous aurons besoin de connaître le milieu de propagation.

2.1.1.2 Procédure employée

Cette section est basée sur le procédé de retro-propagation, introduit par R.P. Porter et A.J. Devaney en 1982 [19], développé pour les problèmes inverses.

L'expérience de RT contient deux étapes et peut être décrite de la manière suivante :

a) Propagation directe (première étape)

On considère une ou plusieurs sources sonores situées à l'intérieur d'un certain volume de l'espace. Le processus utilisé en acoustique commence par une première étape, de propagation directe des ondes sonores. Elle finit par l'enregistrement du champ au niveau d'un certain nombre de récepteurs. Ces récepteurs sont placés sur la surface (S) entourant le volume de l'espace considéré (Fig. 2.3a). Le milieu de propagation peut être

hétérogène, cas dans lequel l'onde générée est réfléchiée, réfractée et diffractée, d'une manière complexe, dans le milieu respectif.

b) Retro-propagation (deuxième étape)

Afin de simuler la retro-propagation des ondes, les signaux acoustiques enregistrés suite à la première étape sont d'abord inversés dans le temps (selon la technique « dernier arrivé, premier sorti »). Ensuite, ils sont réémis par les émetteurs situés sur la même surface (S) (Fig. 2.3b). L'excitation des signaux retournés temporellement donne naissance à une onde qui parcourt le même chemin que celle initiale, mais en sens inverse. Ainsi, il a été démontré que pour recréer cette onde qui converge vers la position initiale de la source, il suffit de connaître le champ de pression sur la surface (S).

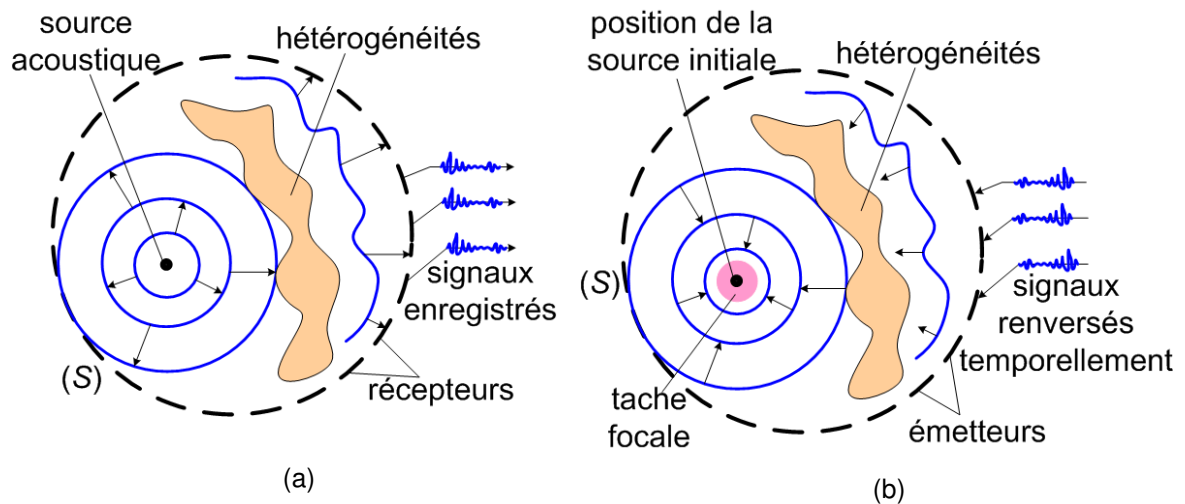


Fig. 2.3 (a) Etape de propagation directe et d'enregistrement du champ; (b) Etape de retro-propagation.

2.1.2 Analyse mathématique du phénomène de RT. Théorie de base du RT

Dans un premier temps, considérons une source ponctuelle placée en un point de l'espace, défini par le vecteur de position \vec{r}_0 , et qui est excitée par un certain signal. Le problème inverse serait de déterminer la source, à partir du champ $\psi(\vec{r}, t)$ rayonné sur une surface (S) entourant le volume (V) qui contient la source.

2.1.2.1 Equation d'onde caractérisant l'approche directe

Le champ ondulatoire scalaire rayonné, $\psi(\vec{r}, t)$, satisfait l'équation de Helmholtz inhomogène (avec un terme-source) [4], [9] :

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \psi(\vec{r}, t) = -\Phi(\vec{r}_0, t), \quad (2.3)$$

où $\Phi(\vec{r}_0, t)$ représente le terme - source.

Supposons que le terme-source peut s'écrire comme le produit entre une fonction qui dépend uniquement du temps et une autre qui dépend seulement de l'espace. Alors, l'équation (2.3) devient :

$$\boxed{\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \psi(\vec{r}, t) = -f(t) \cdot \delta(\vec{r} - \vec{r}_0)}, \quad (2.4)$$

où \vec{r}_0 représente la position de la source, $\delta(\vec{r} - \vec{r}_0)$ la distribution de Dirac dans l'espace à trois dimensions (3D), qui est non-nulle pour $\vec{r} = \vec{r}_0$, et $f(t)$ est le signal avec lequel la source est excitée.

La fonction $f(t)$ répond aux deux conditions suivantes :

- $f(t)$ est causale, c.à.d. $f(t) = 0$, pour $t < 0$ et
- $f(t)$ est de support finit, c.à.d. $f(t) = 0$, pour $t > T_f$.

La première condition n'est pas très restrictive, car la causalité est inhérente pour n'importe quel processus physique. En faisant la deuxième supposition, on considère que la source est excitée uniquement pendant un intervalle finit de temps, ce qui est le cas de la plus part des situations expérimentales.

2.1.2.2 Fonction de Green

Considérons que le milieu de propagation est *homogène, isotrope et sans pertes* et en conséquence toutes les relations établies par la suite sont valables uniquement pour ce type de milieu.

La fonction de Green dans un tel espace libre (3D) correspond à une onde impulsionnelle sphérique divergeant de la source et qui satisfait l'équation de propagation suivante :

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) G(\vec{r}, \vec{r}_0, t) = -\delta(t) \cdot \delta(\vec{r} - \vec{r}_0). \quad (2.5)$$

Alors, la fonction de Green qui est solution de cette équation et qui décrit la propagation des ondes vers l'infini, s'écrit de la manière suivante :

$$G(\vec{r}, \vec{r}_0, t) = \frac{\delta\left(t - \frac{R}{c}\right)}{4\pi \cdot R}, \text{ où } R = \|\vec{r} - \vec{r}_0\|. \quad (2.6)$$

2.1.2.3 Solution de l'équation d'onde caractérisant l'approche directe : champ rayonné

Si la source ponctuelle considérée est placée dans un espace ouvert, le champ rayonné, $\psi(\vec{r}, \vec{r}_0, t)$, représentant la solution de l'équation d'onde (2.4), est unique :

$$\psi(\vec{r}, \vec{r}_0, t) = G(\vec{r}, \vec{r}_0, t) * f(t), \quad (2.7)$$

où $G(\vec{r}, \vec{r}_0, t)$ représente la fonction de Green du système et « * » est l'opérateur de convolution (dans le domaine temporel).

En conséquence, la solution de l'équation de l'onde (2.4) s'écrit :

$$\psi(\vec{r}, \vec{r}_0, t) = \frac{1}{4\pi \cdot R} \cdot f\left(t - \frac{R}{c}\right), \text{ où } R = \|\vec{r} - \vec{r}_0\|. \quad (2.8)$$

Comme l'enregistrement est limité dans le temps, par le choix de la durée de la fenêtre temporelle T_f , le champ $\psi(\vec{r}, \vec{r}_0, t)$ est mesuré / enregistré sur la surface S pendant l'intervalle $[0, T_f]$. Notons la fenêtre rectangulaire d'observation par :

$$W(t) = 1, \text{ si } t \in [0, T_f] \quad (2.9)$$

0, sinon.

Alors, le champ enregistré en chaque point, au niveau de la surface S, peut être écrit sous la forme: $\psi(\vec{r}, \vec{r}_0, t) \cdot W(t)$. Il résulte que le champ enregistré sur cette surface est nul pour tout temps d'observation $t > T_f$.

2.1.2.4 Equation d'onde caractérisant l'approche inverse

Le but du processus de RT est de re-générer le champ créé par la source pendant l'approche directe. Cela est réalisé dans tout le volume de l'espace, en modifiant uniquement les conditions initiales.

A l'instant T_f le processus direct est arrêté. Les signaux enregistrés sur la surface S sont inversés chronologiquement et ensuite réinjectés dans la cavité. Ainsi, le champ qui se rétro-propage n'est plus rayonné par une source, mais il est déterminé par l'imposition de certaines conditions initiales. Par conséquent, l'inversion du mouvement se réduit en fait au changement des conditions initiales.

Le processus inverse est donc décrit par la transformation : $t \Rightarrow T_f - t$. Il en résulte que les sources de surface créées sur la cavité S peuvent être écrites : $\psi(\vec{r}_S, T_f - t) \cdot W(T_f - t)$, \vec{r}_S étant un point quelconque de la surface S [4].

En tenant compte de nouvelles conditions aux limites, sur la surface S, un champ retourné temporellement se retro-propage dans tout le volume 3D. Durant cette étape de reconstruction, on considère que l'espace ne contient plus de sources rayonnantes. Donc, ce champ satisfait l'équation d'onde sans sources:

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \psi_{RT}(\vec{r}, t) = 0. \quad (2.10)$$

Il est bien connu que la solution de cette équation est une somme de deux ondes se propageant en sens contraires. Par conséquent, on peut déjà tirer une première conclusion sur le processus de RT: il y apparaîtra forcément une onde convergente et une onde divergente.

2.1.2.5 Solution de l'équation d'onde caractérisant l'approche inverse: champ retro-propagatif

Quant au champ scalaire qui se retro-propage, il est décrit par une fonction de la forme [6] :

$$K(\vec{r}, \vec{r}_0, t) = G(\vec{r}, \vec{r}_0, -t) - G(\vec{r}, \vec{r}_0, t), \quad (2.11)$$

où K est la fonction qui décrit la propagation des ondes dans un milieu sans sources et \vec{r}_0 est la position initiale de la source. Cette équation peut être interprétée comme la différence entre deux ondes, convergente et divergente, centrées sur la position initiale de la source. Il y a donc deux fronts d'onde de signes opposés. Le premier correspond à l'onde sortante, qui s'éloigne de la source. Le deuxième correspond à l'onde entrante, qui converge vers la position initiale de la source.

On considère que le milieu de propagation est *homogène* et on suppose que la surface S ne perturbe pas la propagation du champ. Alors, la fonction de Green dans l'espace libre est une onde sphérique, impulsionnelle, sortante, qui dépend uniquement de la différence $\vec{r} - \vec{r}_0$ et qui se propage avec la vitesse c . L'opérateur de la propagation devient [9] :

$$K(\vec{r}, \vec{r}_0, t) = \frac{1}{4\pi \cdot R} \cdot \delta\left(t + \frac{R}{c}\right) - \frac{1}{4\pi \cdot R} \cdot \delta\left(t - \frac{R}{c}\right), \text{ où } R = \|\vec{r} - \vec{r}_0\|. \quad (2.12)$$

Cette distribution correspond à une différence de deux ondes sphériques impulsionnelles, la fonction de Green entrante, qui se propage vers la position initiale de la source, et la fonction de Green sortante, qui s'éloigne de celle-ci.

Il a été démontré [6] que le champ retourné temporellement, $\psi_{RT}(\vec{r}, t)$, respecte la relation suivante :

$$\begin{aligned} \psi_{RT}(\vec{r}, \vec{r}_0, t) &= K(\vec{r}, \vec{r}_0, t) * f(-t) \rightarrow \\ \rightarrow \boxed{\psi_{RT}(\vec{r}, \vec{r}_0, t) &= G(\vec{r}, \vec{r}_0, -t) * f(-t) - G(\vec{r}, \vec{r}_0, t) * f(-t)}. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Il faut noter que l'équation (2.13) est applicable pour n'importe quel milieu. Ici, $G(\vec{r}, \vec{r}_0, t)$ est la fonction de Green du milieu actuel qui contient tous les détails du milieu. En revanche, elle est valable uniquement si le milieu est non-dissipatif. On note que le champ retourné temporellement comporte une variation linéaire avec $f(T_f - t)$, ce qui est normal,

car les champs sont inversés chronologiquement avant l'approche inverse et le processus est linéaire. De plus, le champ RT, comme fonction de temps, se présente comme une superposition de deux formes d'onde (2.13) : $G(\vec{r}, \vec{r}_0, -t) * f(-t)$ et $-G(\vec{r}, \vec{r}_0, t) * f(-t)$. La deuxième forme d'onde est exactement la réplique de la première, sauf qu'elle est inversée dans le temps et multipliée par (-1).

Si le milieu est *homogène* :

$$\psi_{RT}(\vec{r}, \vec{r}_0, t) = K(\vec{r} - \vec{r}_0, t) * f(T_f - t), \quad (2.14)$$

où : $K(\vec{r} - \vec{r}_0, t) = G(\vec{r} - \vec{r}_0, -t) - G(\vec{r} - \vec{r}_0, t)$.

Si le milieu est *hétérogène*, l'interprétation est similaire. La seule différence est que la fonction de Green n'est plus dépendante de \vec{R} , mais de \vec{r} et \vec{r}_0 séparément, en prenant en compte la géométrie des hétérogénéités :

$$\psi_{RT}(\vec{r}, \vec{r}_0, t) = K(\vec{r}, \vec{r}_0, t) * f(T_f - t), \quad (2.15)$$

où $K(\vec{r}, \vec{r}_0, t) = G(\vec{r}, \vec{r}_0, -t) - G(\vec{r}, \vec{r}_0, t)$.

2.2 Retournement temporel des ondes électromagnétiques (EM)

D'après ce que nous avons vu auparavant, la théorie du RT est vérifiée pour le cas des ondes scalaires. Serait-il possible de la transporter en électromagnétisme ? Après avoir largement étudié le RT des ondes scalaires (en acoustique), c'est uniquement il y a quelques années, que le RT a été appliqué aux ondes EM.

Comme les fréquences porteuses d'ondes EM sont beaucoup plus élevées que celles des ultrasons, la difficulté principale d'un point de vue expérimental était le besoin d'utiliser des fréquences d'échantillonnage beaucoup plus élevées qu'en acoustique. Cependant, il a été montré récemment que le RT des microondes peut être réalisé sans échantillonner entièrement les signaux. De fait, la partie intéressante du signal radio modulé en fréquence est son enveloppe complexe. En conséquence, pour réaliser le RT d'une telle onde modulée, il suffit d'échantillonner et de retourner temporellement son enveloppe. Les applications du RT des microondes visées jusqu'à présent sont les communications radio [20, 21], la détection [45], l'imagerie THz [22] et l'imagerie médicale [23].

En 2004, Lerosey *et al.* ont réalisé la première démonstration expérimentale de focalisation des ondes EM par RT [24]. Ils montrent que l'expérience de RT peut se faire même avec un seul canal de propagation, dans une chambre réverbérante. Le système utilisé est composé d'une antenne d'émission qui transmet une impulsion EM de $1\mu\text{s}$ à la fréquence centrale de 2.45 GHz et d'une antenne de réception qui enregistre le signal. Ensuite, le signal est retransmis, dans un ordre chronologique inverse, vers la première antenne. Dû à la réverbération, le signal obtenu à la source est comprimé dans le temps et dans l'espace. De cette manière, il a été découvert que la résolution spatiale du processus de RT est meilleure dans un milieu de propagation où le phénomène de dispersion multiple a lieu. Les deux facteurs qui influencent la qualité de la focalisation sont la bande des fréquences et la corrélation spectrale du champ dans la cavité. Le RT des microondes large-bande a été réalisé expérimentalement par Lerosey *et al.* en 2006 [25]. D'autres démonstrations expérimentales ont été réalisées dans [26].

Quant aux manières de simulation numérique du RT, la méthode TLM inverse a été proposée en 1991, par R. Sorrentino et W. J. R. Hofer [27]. Elle a ensuite été appliquée pour les problèmes de reconstruction des sources primaires (« inverse source problems ») [27], [28], [29], [30], pour la synthèse de filtres de microondes [31], [32], [33], [34] et pour les problèmes de diffraction inverse (« inverse scattering problems ») en 2D [35], [36], [37] et en 3D [38], [39]. Le principe de cette méthode et l'état de l'art de ses applications seront détaillés dans le Chapitre 3.

En ce qui concerne la théorie du RT en EM, il y a peu de travaux jusqu'à présent. Carminati *et al.* [40] ont développée une théorie basée sur l'équation de Helmholtz. La théorie des cavités à RT (CRT) a été assez récemment développée pour les ondes EM [41]. Similairement au concept utilisé pour réaliser le RT des ondes scalaires, la CRT électromagnétique est une cavité capable de retourner temporellement les ondes EM.

Ce sous-chapitre présente d'abord les principes de base des équations de Maxwell. A partir de là, nous allons dériver les équations d'onde EM, associées aux approches directe et inverse, pour le milieu de propagation linéaire, homogène, qui nous intéresse. Le vecteur de Poynting, qui quantifie la densité de puissance transmise, sera également introduit.

2.2.1 Bases de l'électromagnétisme : équations de Maxwell

Afin de pouvoir traiter le RT des phénomènes EM, que nous allons étudier par la suite, il va être indispensable de distinguer le champ électrique du magnétique (Fig. 2.4).

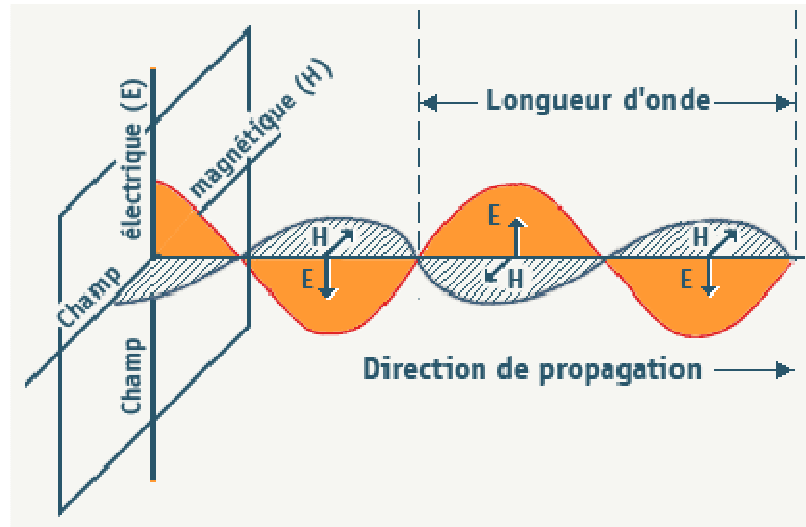


Fig. 2.4 Onde électromagnétique.

On rappelle que, pour un milieu *linéaire, homogène, isotrope* et *non dispersif*, les **équations de Maxwell**, exprimées par le système d'équations aux dérivées partielles :

$$\boxed{\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}} \quad (\text{loi de Maxwell-Faraday}) \quad (2.16)$$

$$\boxed{\nabla \times \vec{B} = \mu \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \mu \cdot \vec{J}} \quad (\text{loi de Maxwell-Ampère}) \quad (2.17)$$

$$\boxed{\nabla \cdot \vec{D} = \rho} \quad (\text{loi de Gauss}) \quad (2.18)$$

$$\boxed{\nabla \cdot \vec{B} = 0} \quad (\text{conservation du flux}) \quad (2.19)$$

où: \vec{E} est l'intensité du champ électrique [V/m],

\vec{B} est l'induction magnétique ou la densité du flux magnétique [T],

\vec{D} est l'induction électrique ou la densité du flux électrique [C/m²],

\vec{J} est la densité de courant électrique [A/m²],

$\mu = \mu_0 \mu_r$ est la perméabilité magnétique [H/m] ($\mu \neq f(\vec{r})$), où μ_r est la perméabilité magnétique relative (adimensionnelle) et μ_0 est la perméabilité magnétique du vide ($4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m),

ρ est la densité de charge électrique [C/m³],

$\frac{\partial}{\partial t}$ est la dérivé partielle par rapport au temps [s],

$\nabla \times$ est l'opérateur rotationnel en coordonnées cartésiennes [/m] :

$$\nabla \times \vec{E} = \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} \text{ et}$$

$\nabla \cdot$ est l'opérateur divergence en coordonnées cartésiennes [/m] :

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}.$$

Il est à noter que toutes les composantes vectorielles du champ, présentes dans les équations de Maxwell (2.16)-(2.19) dépendent des variables : \vec{r} et t (par exemple le champ \vec{E} devrait être écrit $\vec{E}(\vec{r}, t)$), mais on garde l'écriture simplifiée.

On adjoint aux quatre équations de base, les équations qui traduisent les propriétés électriques et magnétiques du milieu. Pour un milieu isotrope et linéaire, et en régime harmonique, on écrit:

$$\vec{D} = \varepsilon \cdot \vec{E} \qquad \vec{B} = \mu \cdot \vec{H} \qquad \vec{J} = \sigma_e \cdot \vec{E} \qquad (2.20)$$

où : \vec{H} est l'intensité du champ magnétique [A/m],

$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$ est la permittivité électrique [F/m], où ε_r est la permittivité électrique relative (adimensionnelle) et ε_0 est la permittivité électrique du vide ($8,854 \cdot 10^{-12}$ F/m),

σ_e est la conductivité électrique [Siemens/m].

Comme nous pouvons le constater, une onde EM est décrite principalement par deux vecteurs-champ : \vec{E} et \vec{H} (\vec{D} et \vec{B} pouvant être calculés à partir de ceux-ci).

Dans toutes les études suivantes, nous allons considérer que l'onde EM se propage dans le vide ($\epsilon_r = 1, \mu_r = 1$). La vitesse de propagation des ondes est donc la vitesse de la lumière dans le vide : $c = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$.

Si le milieu est *anisotrope*, la permittivité ϵ_r et la perméabilité μ_r dépendent des directions de propagation des ondes et seront notées par : $\epsilon_{rx}, \epsilon_{ry}, \epsilon_{rz}$ et $\mu_{rx}, \mu_{ry}, \mu_{rz}$.

Les équations de Maxwell peuvent être rendues symétriques en introduisant des charges et des courants magnétiques fictifs. Cela conduit à l'écriture généralisée suivante:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} - \vec{M} \quad (2.21)$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \mu \cdot \vec{J} \quad (2.22)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho \quad (2.23)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = \rho_m \quad (2.24)$$

où : \vec{M} est la densité de courant magnétique équivalent [V/m^2], $\vec{M} = \sigma_m \cdot \vec{H}$, σ_m est la conductivité magnétique [Ω/m] et ρ_m est la charge magnétique fictive.

2.2.2 Equations homogènes d'onde EM

Les équations homogènes d'onde, décrivant la propagation du champ EM dans l'espace libre *homogène, isotrope* et *sans pertes*, dérivent des lois de Maxwell-Ampère (2.16) et de Maxwell-Faraday (2.17), en dehors des sources ($\vec{J} = 0$ et $\rho = 0$). Elles s'écrivent de la manière suivante :

$$\boxed{\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0} \quad \boxed{\nabla^2 \vec{H} - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0} \quad (2.25)$$

Le calcul détaillé se trouve dans l'**Annexe 1**. Ainsi, en électromagnétisme, les équations de propagation sont vectorielles.

Celles-ci montrent en effet que les champs rayonnés s'entretiennent ensuite mutuellement au delà des sources. Les variations temporelles du champ électrique

engendrent des variations spatiales du champ magnétique et réciproquement, le champ se répandant ainsi dans tout l'espace.

On remarque donc que ces deux équations d'onde EM, comme l'équation d'onde scalaire, représentent des équations différentielles du second ordre par rapport au temps. En conséquence, elles sont parfaitement réversibles.

Remarque : Les équations de propagation sont une conséquence des équations de Maxwell, mais ne sont pas équivalentes à ces dernières. Elles ne renseignent pas sur le lien qui existe entre \vec{E} et \vec{H} et une solution de ces équations n'est pas forcément solution des équations de Maxwell. Il faut la vérifier à posteriori.

2.2.2.1 Equations homogènes d'onde en régime monochromatique

Les équations de Maxwell sont des équations linéaires et les modes propres du champ EM ont une évolution sinusoïdale. La réponse du champ EM à une excitation sinusoïdale est elle-même sinusoïdale. En utilisant la transformée de Fourier et le théorème de superposition, on peut décomposer toute onde EM en ondes monochromatiques.

Un champ harmonique monochromatique est un champ caractérisé par une variation temporelle sinusoïdale, à une seule fréquence. Un champ vectoriel, comme le champ électrique, généralement, s'exprime sous la forme :

$$\vec{E}(x, y, z, t) = \vec{E}(x, y, z) \cdot e^{j\omega t} . \quad (2.26)$$

L'amplitude de cette onde monochromatique s'écrit :

$$|E(x, y, z, t)| = \Re \left\{ \vec{E}(x, y, z) \cdot e^{j\omega t} \right\}, \quad (2.27)$$

ce qui correspond à la grandeur réelle, pour chacune des trois directions :

$$\begin{aligned} |E_x(x, y, z, t)| &= E_{0x}(x, y, z) \cdot \cos[\omega \cdot t + \varphi_{0x}(x, y, z)] \\ |E_y(x, y, z, t)| &= E_{0y}(x, y, z) \cdot \cos[\omega \cdot t + \varphi_{0y}(x, y, z)] \\ |E_z(x, y, z, t)| &= E_{0z}(x, y, z) \cdot \cos[\omega \cdot t + \varphi_{0z}(x, y, z)], \end{aligned} \quad (2.28)$$

où $E_{0x,0y,0z}(x, y, z)$ sont les amplitudes de l'onde en (x, y, z) selon les trois directions et $\varphi_{0x,0y,0z}(x, y, z)$ les phases de l'onde en (x, y, z) . Si ces phases sont égales, on peut écrire : $|\vec{E}(x, y, z, t)| = \vec{E}_0(x, y, z) \cdot \cos[\omega \cdot t + \varphi_0(x, y, z)]$. Dans cette situation, la polarisation du champ EM est linéaire en chaque point de l'espace. Les surfaces $\varphi_0(x, y, z) = \text{const.}$ sont appelées surfaces d'ondes. Lorsque ce sont des plans, on parle d'onde plane et lorsque ce sont des sphères, d'onde sphérique.

La dérivée de ce champ par rapport au temps est :

$$\frac{\partial \vec{E}(x, y, z, t)}{\partial t} = j\omega \cdot \vec{E}(x, y, z) \cdot e^{j\omega \cdot t}, \quad (2.29)$$

car la dérivée partielle $\partial / \partial t$ dans le domaine temporel correspond à la multiplication par $j\omega$ dans le domaine fréquentiel. En conséquence, l'équation d'onde dans le domaine fréquentiel pour le champ électrique devient:

$$\nabla^2 \vec{E}(x, y, z) + k_0^2 \cdot \vec{E}(x, y, z) = 0, \quad (2.30)$$

où $k_0 = \omega/c = \omega\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$ est la constante de propagation de l'air. En 3D, elle prend la forme: $(\partial_x^2 + \partial_y^2 + \partial_z^2)\vec{E}(x, y, z) + k_0^2 \cdot \vec{E}(x, y, z) = 0$.

On peut ainsi écrire les équations homogènes d'onde, dans le domaine fréquentiel:

$$\boxed{\nabla^2 \vec{E}(x, y, z) + k_0^2 \cdot \vec{E}(x, y, z) = 0} \quad \boxed{\nabla^2 \vec{H}(x, y, z) + k_0^2 \cdot \vec{H}(x, y, z) = 0}. \quad (2.31)$$

2.2.2.2 RT des équations homogènes d'onde en régime monochromatique

Partons du champ électrique harmonique exprimé sous la forme (2.26). Si on applique l'opération de RT, le champ qui se retro-propage devient :

$$\vec{E}(x, y, z, -t) = \vec{E}(x, y, z) \cdot e^{-j\omega \cdot t}. \quad (2.32)$$

Alors, la dérivée du champ retourné temporellement par rapport au temps est :

$$\frac{\partial \vec{E}(x, y, z, -t)}{\partial t} = -j\omega \cdot \vec{E}(x, y, z) \cdot e^{-j\omega \cdot t}. \quad (2.33)$$

Cette fois-ci, la dérivée partielle $\partial / \partial t$ est remplacée dans le domaine fréquentiel par

une multiplication par $(-j\omega)$. En conséquence, l'équation d'onde pour le champ électrique, décrivant l'approche inverse, devient:

$$\nabla^2 \vec{E}(x, y, z) + k_0^2 \cdot \vec{E}(x, y, z) = 0 \quad (2.34)$$

Nous pouvons ainsi remarquer que les équations homogènes d'onde caractérisant l'approche inverse sont identiques à celles décrivant l'approche directe.

2.2.2.3 Solutions des équations homogènes d'onde en régime monochromatique

Les équations (2.31) ont comme solutions des ondes sphériques de la forme:

$$\vec{E} = E_0 \cdot e^{-j\vec{k}_0 \vec{r}} \quad \vec{H} = H_0 \cdot e^{-j\vec{k}_0 \vec{r}} \quad (2.35)$$

2.2.3 Analyse mathématique du phénomène de RT des ondes EM

Lorsque l'on veut réaliser le RT des ondes EM, ($t \rightarrow -t$), les équations de Maxwell deviennent :

$$\begin{array}{ll} \boxed{\nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{\partial(-\vec{H})}{\partial(-t)}} & \boxed{\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}} \\ \boxed{\nabla \times (-\vec{H}) = \epsilon_0 \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial(-t)} + (-\vec{J})} & \boxed{\nabla \cdot (-\vec{H}) = 0} \end{array} \quad (2.36)$$

On note que les expressions (2.36) sont identiques avec les équations originales de Maxwell, à l'exception du champ magnétique, \vec{H} , et de la densité du courant électrique, \vec{J} , qui ont changé de signe. Cela s'explique par le fait que si on change la variable temporelle t en $(-t)$, la vitesse de déplacement de la charge change de signe ($v \rightarrow -v$). Pour mieux comprendre le phénomène, prenons, par exemple, le film d'une particule qui se déplace de gauche à droite. Lorsque l'on déroule ce film à l'inverse, on voit la particule bouger de droite à gauche, et puisque la vitesse de la particule est la

dérivée de sa position par rapport au temps, sa vitesse change de signe. En conséquence, le courant associé change également de signe : $\vec{J} \rightarrow -\vec{J}$. Et comme le champ magnétique dérive directement du courant au travers de la loi de Biot et Savart [3], [42], [41], [43], [44] (le courant électrique est la source du champ magnétique), il change aussi de signe : $\vec{H} \rightarrow -\vec{H}$. En conclusion, le champ magnétique n'est pas invariable au RT.

Pourtant, la forme fonctionnelle des équations transformées ci-dessus est identique avec celle des équations originales. De plus, le résultat des champs associés agissant sur les charges n'est pas affecté car, lorsqu'on inverse le temps, la force de Lorentz ne change pas: $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$. (La « force de Lorentz » ou la « force électromagnétique » représente le principal effet de l'interaction électromagnétique ; elle induit l'ensemble des interactions électriques et magnétiques que l'on note). C'est la raison pour laquelle on peut affirmer que les lois classiques de l'électromagnétisme sont invariantes au RT.

Pour résumer, le champ électrique ne change pas de signe suite au RT. En revanche, le champ magnétique change de signe.

$$\boxed{\vec{E}(\vec{r}, t) \xrightarrow{t \rightarrow -t} \vec{E}(\vec{r}, -t)} \quad \boxed{\vec{H}(\vec{r}, t) \xrightarrow{t \rightarrow -t} -\vec{H}(\vec{r}, -t)} \quad (2.37)$$

En conséquence, les équations de Maxwell sont symétriques par rapport au temps. Cela veut dire que si $\vec{E}(\vec{r}, t)$ et $\vec{H}(\vec{r}, t)$ sont des solutions des équations de Maxwell, alors $\vec{E}(\vec{r}, -t)$ et $-\vec{H}(\vec{r}, -t)$ sont des solutions du même set d'équations.

Le choix du signe dépend donc de la nature du champ. C'est « + » pour le champ électrique, la distribution de charge, l'induction électrique et « - » pour le champ magnétique, la densité de courant etc.

Si on considère l'état instantané du champ EM, il peut être caractérisé par le quadruplet: $(\vec{E}, \vec{H}, \rho, \vec{J})$. Les deux dernières grandeurs caractérisent l'état instantané de la distribution de charge et servent de sources pour les deux premières. En réalisant le RT, on effectue le changement suivant :

$$(\vec{E}, \vec{H}, \rho, \vec{J}) \xrightarrow{RT} (\vec{E}, -\vec{H}, \rho, -\vec{J}). \quad (2.38)$$

2.2.3.1 Equation d'onde caractérisant l'approche directe

Les équations inhomogènes d'onde, décrivant la propagation du champ EM pendant l'approche directe, dérivent des lois de Maxwell-Ampère et de Maxwell-Faraday avec sources ($\vec{J}, \rho \neq 0$) et s'écrivent de la manière suivante :

$$\boxed{\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \mu \frac{\partial \vec{J}}{\partial t}} \quad \boxed{\nabla^2 \vec{H} - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = -\nabla \times \vec{J}}. \quad (2.39)$$

Le calcul détaillé se trouve dans l'**Annexe 1**.

Dans le domaine fréquentiel, les formules deviennent :

$$\boxed{\nabla^2 \vec{E}(x, y, z) + k_0^2 \cdot \vec{E}(x, y, z) = j\omega \cdot \mu \cdot \vec{J}(x, y, z)} \quad (2.40)$$

$$\boxed{\nabla^2 \vec{H}(x, y, z) + k_0^2 \cdot \vec{H}(x, y, z) = -\nabla \times \vec{J}(x, y, z)}.$$

2.2.3.2 Equation d'onde caractérisant l'approche inverse

Les équations inhomogènes d'onde, décrivant la propagation du champ EM pendant l'approche inverse deviennent :

$$\boxed{\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = -\mu \frac{\partial \vec{J}}{\partial t}} \quad \boxed{\nabla^2 \vec{H} - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = -\nabla \times \vec{J}}. \quad (2.41)$$

Si le champ retourné temporellement est caractérisé par une variation temporelle sinusoïdale de la forme (2.32), l'équation inhomogène d'onde devient :

$$\boxed{\nabla^2 \vec{E}(x, y, z) + k_0^2 \cdot \vec{E}(x, y, z) = -j\omega \cdot \mu \cdot \vec{J}(x, y, z)} \quad (2.42)$$

$$\boxed{\nabla^2 \vec{H}(x, y, z) + k_0^2 \cdot \vec{H}(x, y, z) = -\nabla \times \vec{J}(x, y, z)}$$

Nous pouvons noter que la partie gauche de la première équation (2.42), qui définit la propagation du champ électrique, ne change pas. En revanche, le terme droit, représentant les sources, change de signe suite au RT. En conclusion, comme les équations

inhomogènes d'onde contiennent des dérivées d'ordre impair par rapport au temps, leur forme change suite au RT.

La deuxième équation peut être vérifiée en employant la théorie exposée auparavant car, suite au RT, le champ magnétique et la distribution du courant changent de signe, donc l'équation reste identique à celle caractérisant l'approche directe :

$$\nabla^2(-\vec{H}(x, y, z)) + k_0^2 \cdot (-\vec{H}(x, y, z)) = -\nabla \times (-\vec{J}(x, y, z)).$$

2.2.3.3 Vecteur de Poynting

Le vecteur de Poynting est défini de la manière suivante :

$$\vec{P} = \vec{E} \times \vec{H} \quad (\text{W/m}^2), \quad (2.43)$$

et représente la densité de puissance d'un champ EM.

De plus :

1. Son sens indique le sens de propagation d'une onde électromagnétique (le sens d'écoulement de la puissance) ;
2. Son amplitude représente la puissance qui traverse l'unité de surface, perpendiculairement à la direction de propagation.

Par RT, le champ EM change sa direction de propagation, donc le vecteur de Poynting doit changer de sens par rapport à l'approche directe (Fig. 2.5). Et comme nous avons constaté auparavant que, par RT, le champ magnétique change de signe, naturellement le produit vectoriel $\vec{E} \times \vec{H}$ change de direction.

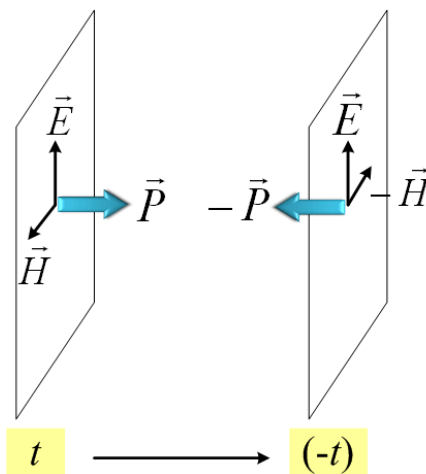


Fig. 2.5 La règle du « tire-bouchon ».

Pendant le processus de RT, le vecteur de Poynting est très utile pour trouver les zones caractérisées par une densité de puissance élevée dans un certain volume de l'espace. En général, les champs rayonnés par une distribution de sources, \vec{J} , pendant l'approche directe, se retro-propagent vers la position initiale de cette distribution pendant l'approche inverse. Et la valeur absolue du vecteur de Poynting sera minimale à cet endroit. Cette propriété est très importante et elle servira à la reconstruction des sources induites sur les structures rayonnantes (antennes), dans le Chapitre 5.

2.3 Conclusions

La première partie de ce chapitre a présenté la théorie de base du RT des ondes scalaires. Dans la deuxième partie du chapitre les bases du RT des ondes EM ont été introduites à partir des équations de Maxwell. Nous avons constaté que, théoriquement, une onde EM peut être retournée temporellement. Pour réaliser cela, le champ électrique reste identique, tandis que le champ magnétique doit changer de signe. En effet, les équations de Maxwell sont réversibles temporellement si la propagation a lieu dans un milieu non-dissipatif. La propagation des ondes EM, dans un milieu hétérogène, est réciproque.

Ce chapitre pose donc les fondements théoriques du RT qui est à la base de notre méthode de synthèse. Comme nous simulons le RT numériquement, nous allons introduire dans le chapitre suivant la méthode numérique que nous utilisons : la méthode TLM (Transmission Line Matrix Method).

Références

- [1] M. Fink, "Time reversed acoustics," *Physics Today*, vol. 50, pp. 34-40, 1997.
- [2] R. K. Snieder and J. A. Scales, "Time-reversed Imaging as a Diagnostic of Wave and Particle Chaos," *Physical Review E*, vol. 58, pp. 5668-5675, 1998.
- [3] R. Snieder, "Time-reversal Invariance and the Relation Between Wave Chaos and Classical Chaos," *Imaging of Complex Media with Acoustic and Seismic Waves*, vol. 84, pp. 1-15, 2002.
- [4] M. Fink, "Time-reversed acoustics," *Scientific American*, vol. 281, pp. 91-97, 1999.
- [5] F. Wu, J. L. Thomas, and M. Fink, "Time-Reversal of Ultrasonic Fields .2. Experimental Results," *Ieee Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency Control*, vol. 39, pp. 567-578, 1992.
- [6] D. Cassereau and M. Fink, "Time-Reversal of Ultrasonic Fields .3. Theory of the Closed Time-Reversal Cavity," *Ieee Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency Control*, vol. 39, pp. 579-592, 1992.

- [7] M. Fink, "Time-Reversal of Ultrasonic Fields .1. Basic Principles," *Ieee Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency Control*, vol. 39, pp. 555-566, 1992.
- [8] M. Fink, D. Cassereau, A. Derode, C. Prada, P. Roux, M. Tanter, J. L. Thomas, and F. Wu, "Time-reversed acoustics," *Reports on Progress in Physics*, vol. 63, pp. 1933-1995, 2000.
- [9] M. Fink, "Chaos and Time-Reversed Acoustics," *Physica Scripta*, vol. T90, pp. 268-277, 2001.
- [10] M. Fink and C. Prada, "Acoustic Time-Reversal Mirrors," *Inverse Problems*, vol. 17, pp. R1-R38, 2001.
- [11] J. de Rosny, A. Tourin, A. Derode, B. van Tiggelen, and M. Fink, "Relation Between Time Reversal Focusing and Coherent Backscattering in Multiple Scattering Media: A Diagrammatic Approach," *Phys Rev E Stat Nonlin Soft Matter Phys*, vol. 70, p. 046601, 2004.
- [12] M. Griffa, B. E. Anderson, R. A. Guyer, T. J. Ulrich, and P. A. Johnson, "Investigation of the Robustness of Time Reversal Acoustics in Solid Media Through the Reconstruction of Temporally Symmetric Sources," *Journal of Physics D-Applied Physics*, vol. 41, 2008.
- [13] M. Tanter, J. L. Thomas, and M. Fink, "Focusing and Steering Through Absorbing and Aberrating Layers: Application to Ultrasonic Propagation Through the Skull," *Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 103, pp. 2403-2410, 1998.
- [14] W. A. Kuperman, W. S. Hodgkiss, H. C. Song, T. Akal, C. Ferla, and D. R. Jackson, "Phase conjugation in the ocean: Experimental Demonstration of an Acoustic Time-Reversal Mirror," *Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 103, pp. 25-40, 1998.
- [15] C. Draeger and M. Fink, "One-channel Time-Reversal in Chaotic Cavities: Theoretical Limits," *Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 105, pp. 611-617, 1999.
- [16] C. Draeger, J. C. Aime, and M. Fink, "One-channel Time-Reversal in Chaotic Cavities: Experimental Results," *Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 105, pp. 618-625, 1999.
- [17] A. Derode, A. Tourin, and M. Fink, "Ultrasonic Pulse Compression with One-bit Time Reversal Through Multiple Scattering," *Journal of Applied Physics*, vol. 85, pp. 6343-6352, 1999.
- [18] M. Fink, J. de Rosny, G. Lerosey, and A. Tourin, "Time-Reversed Waves and Super-Resolution," *Comptes Rendus Physique*, vol. 10, pp. 447-463, 2009.
- [19] R. P. Porter and A. J. Devaney, "Generalized Holography and Computational Solutions to Inverse Source Problems," *Journal of the Optical Society of America*, vol. 72, pp. 1707-1713, 1982.
- [20] G. Lerosey, J. de Rosny, A. Tourin, A. Derode, G. Montaldo, and M. Fink, "Time reversal of electromagnetic waves and telecommunication," *Radio Science*, vol. 40, 2005.
- [21] T. Strohmer, M. Emami, J. Hansen, G. Papanicolaou, and A. J. Paulraj, "Application of Time-Reversal with MMSE Equalizer to UWB Communications," *Globecom '04: Ieee Global Telecommunications Conference, Vols 1-6*, pp. 3123-3127, 2004.
- [22] A. B. Ruffin, J. Van Rudd, J. Decker, L. Sanchez-Palencia, L. Le Hors, J. F. Whitaker, and T. B. Norris, "Time Reversal Terahertz Imaging," *Ieee Journal of Quantum Electronics*, vol. 38, pp. 1110-1119, 2002.
- [23] P. Kosmas and C. M. Rappaport, "Time Reversal with the FDTD Method for Microwave Breast Cancer Detection," *Ieee Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 53, pp. 2317-2323, 2005.
- [24] G. Lerosey, J. de Rosny, A. Tourin, A. Derode, G. Montaldo, and M. Fink, "Time Reversal of Electromagnetic Waves," *Physical Review Letters*, vol. 92, 2004.
- [25] G. Lerosey, J. de Rosny, A. Tourin, A. Derode, and M. Fink, "Time Reversal of Wideband Microwaves," *Applied Physics Letters*, vol. 88, 2006.
- [26] M. Davy, J. de Rosny, J. C. Joly, and M. Fink, "Focusing and Amplification of Electromagnetic Waves by Time Reversal in an Leaky Reverberation Chamber," *Comptes Rendus Physique*, vol. 11, pp. 37-43, 2010.

- [27] R. Sorrentino, P. M. So, and J. R. Hoefler, "Numerical Microwave Synthesis by Inversion of the TLM Process," presented at the 21st Euro Microwave Conf. Dig., Stuttgart, Germany, Sept. 1991.
- [28] Y. Zhang, M. H. Bakr, N. K. Nikolova, and Ieee, "An Efficient Algorithm for Solving Inverse Source Problems Using Time Domain TLM," *2010 Ieee Antennas and Propagation Society International Symposium*, 2010 2010.
- [29] I. Scott, A. Vukovic, and P. Sewell, "Finite Precision Limitations in Numerical Time-Reversal Simulations," *Electromagnetics*, vol. 30, pp. 660-670, 2010 2010.
- [30] I. Scott, A. Vukovic, and P. Sewell, "Internal Mirrors for Time-Reversal Optimisation," *Iet Microwaves Antennas & Propagation*, vol. 4, pp. 1880-1885, Nov 2010.
- [31] R. D. Moreira and L. de Menezes, "Direct Synthesis of Microwave Filters Using Inverse Scattering Transmission-Line Matrix Method," *Ieee Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 48, pp. 2271-2276, 2000.
- [32] L. de Menezes, "New Developments in the Inverse Scattering TLM (Transmission Line Matrix) Method," *Imoc 2001: Proceedings of the 2001 Sbmo/Ieee Mtt-S International Microwave and Optoelectronics Conference*, pp. 403-406, 2001.
- [33] I. Scott, A. Vukovic, and P. Sewell, "Reducing the Computational Requirements of Time-Reversal Device Optimizations," *International Journal of Numerical Modelling-Electronic Networks Devices and Fields*, vol. 23, pp. 458-469, Nov-Dec 2010.
- [34] M. H. Bakr, P. P. M. So, and W. J. R. Hoefler, "The Generation of Optimal Microwave Topologies Using Time-Domain Field Synthesis," *Ieee Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 50, pp. 2537-2544, 2002.
- [35] W. A. de Souza and L. de Menezes, "Reconstruction of Microwave Structures Using Two-dimensional Inverse TLM (Transmission Line Matrix) Method," *2001 Ieee Mtt-S International Microwave Symposium Digest, Vols 1-3*, pp. 905-908, 2001.
- [36] M. Forest and W. J. R. Hoefler, "TLM Synthesis of Microwave Structures Using Time Reversal," presented at the IEEE MTT-S Int.Microwave Symp. Dig, Albuquerque, NM,, June 1992.
- [37] M. Forest and W. J. R. Hoefler, "A Novel Synthesis Technique for Conducting Scatterers Using TLM Time-Reversal," *Ieee Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 43, pp. 1371-1378, 1995.
- [38] S. Barraud, J. L. Dubard, and D. Pompei, "3D-TLM Pattern Recognitions in Free Space," *Iee Proceedings-Microwaves Antennas and Propagation*, vol. 145, pp. 387-391, 1998.
- [39] S. Barraud, "Etude prospective de reconstruction d'objets volumiques par la méthode numérique spatio-temporelle TLM," PhD Thesis, May 1999.
- [40] R. Carminati, R. Pierrat, J. de Rosny, and M. Fink, "Theory of the Time Reversal Cavity for Electromagnetic Fields," *Optics Letters*, vol. 32, pp. 3107-3109, 2007.
- [41] J. de Rosny, G. Lerosey, and M. Fink, "Theory of Electromagnetic Time-Reversal Mirrors," *Ieee Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 58, pp. 3139-3149, 2010.
- [42] C. Altman, A. Schatzberg, and K. Suchy, "Symmetry Transformations and Time-Reversal of Currents and Fields in Bounded (Bi) Anisotropic Media," *Ieee Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 32, pp. 1204-1210, 1984.
- [43] F. Arntzenius and H. Greaves, "Time Reversal in Classical Electromagnetism," *British Journal for the Philosophy of Science*, vol. 60, pp. 557-584, 2009.
- [44] D. B. Malament, "On the Time Reversal Invariance of Classical Electromagnetic Theory," *Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, vol. 35B, pp. 295-315, 2004.
- [45] M. E. Yavuz and F. L. Teixeira, "Ultrawideband Microwave Sensing and Imaging Using Time-Reversal Techniques: A Review", *Remote Sensing*, vol. 1, no. 3, pp. 466-495, 2009

3 Méthode TLM.

Modélisation numérique du RT par la méthode TLM-inverse.

Les Equations de Maxwell sont difficiles à résoudre analytiquement, surtout pour des objets rayonnants avec des géométries complexes. L'approximation (la résolution) des équations de Maxwell par des techniques numériques est devenue donc populaire, et de nombreuses méthodes numériques sont apparues. Parmi les méthodes temporelles, qui par défaut sont adaptées à l'étude des phénomènes transitoires et des structures large-bande, la méthode des différences finies dans le domaine temporel (FDTD) et la méthode TLM (« Transmission Line Matrix Method ») sont les plus connues et les plus répandues.

Ces deux méthodes sont semblables et, depuis les années 1970, il y a controverse et compétition entre les communautés scientifiques qui les développent et les utilisent. Les deux méthodes ont des avantages communs, car elles:

- sont basées sur une définition différentielle des équations de Maxwell ;
- ont un degré de généralité très élevé ;
- peuvent être utilisées pour simuler des milieux homogènes ou très inhomogènes, linéaires ou non-linéaires.

Quant aux inconvénients :

- elles ont des difficultés pour simuler des milieux dispersifs ;
- pour les applications dans l'espace libre, elles nécessitent des conditions de parois absorbantes pour limiter l'espace de calcul ; les conditions de parois absorbantes sont souvent limitées en fréquence ; de plus, les problèmes de réflexions indésirables sur les parois absorbantes et les effets de dispersion numériques sont toujours d'actualité [5];

- du fait qu'elles sont des méthodes temporelles, le maillage très inférieur à la longueur d'onde demande des ressources informatiques prohibitives ; il est donc difficile à être mis en pratique, dans les deux cas ;
- les parois arbitrairement orientées constituent un problème pour le maillage cartésien classique.

Pourtant, comparé à la méthode FDTD, la méthode TLM offre la possibilité de calculer toutes les composantes du champ électromagnétique (EM) au même point. De ce fait, la simulation des interfaces entre des différents milieux est plus efficace. C'est principalement pour cette raison que, à un moment donné, on a conclu [1] que pour un même problème, la méthode TLM donne un résultat plus précis [57], malgré le temps de calcul et la mémoire nécessaire élevés. La communauté FDTD a vite réagi, soutenant que ce résultat n'est valable que pour un maillage extrêmement grossier [58]. Et les polémiques continuent encore aujourd'hui.

Comme l'objectif de cette thèse est de traiter un problème inverse, le choix d'utiliser un logiciel commercial est exclu dès le départ. En conséquence, il est nécessaire de développer un logiciel « artisanal ». Un tel logiciel a l'avantage de pouvoir intégrer facilement les dernières avancées, de la manière désirée et adaptée à chaque problème. Dans cette thèse, la méthode TLM est préférée et choisie dû à sa stabilité, à sa facilité d'implémentation et à sa tradition d'utilisation dans le laboratoire.

La première partie de ce chapitre introduit les principes fondamentaux de la méthode TLM. Les principaux types de nœuds TLM seront présentés. Ensuite, nous détaillerons le nœud 3D symétrique condensé (SCN - Symmetrical Condensed Node) que nous avons choisi d'utiliser lors de nos simulations. Enfin, la méthode TLM-inverse que nous allons utiliser pour simuler le RT des ondes EM sera décrite. Un état de l'art des applications précédentes de la méthode TLM inverse sera réalisé.

3.1 Méthode TLM

3.1.1 Introduction

La méthode TLM est une méthode de modélisation numérique qui permet la *simulation de la propagation du champ EM dans le domaine temporel*. Elle a été introduite par P.B. Johns et R.L. Beurle, en 1971 [2]. L'espace de propagation est représenté par un réseau de lignes de transmission interconnectées. Les connexions de ces lignes de transmission définissent les *nœuds* du réseau.

La méthode TLM est basée sur :

- la *discrétisation des équations de Maxwell* [3] ;
- l'*analogie entre le champ électrique, respectivement magnétique et les impulsions de tension, respectivement de courant* qui se propagent sur les lignes de transmission du réseau [4].

La méthode TLM modélise donc les composantes (continues) du champ EM par des tensions et des courants, calculés à des intervalles discrètes de l'espace et du temps.

3.1.2 Principe de la méthode. Simulation de la propagation des ondes EM

La propagation des impulsions de tension sur les lignes de transmission du réseau TLM se fait selon le principe de Huygens (Fig. 3.1) : à chaque itération, les nœuds reçoivent des impulsions incidentes, ces impulsions sont réfléchies et transmises aux nœuds voisins. La liaison entre les impulsions incidentes et celle réfléchies, au niveau d'un nœud, est déterminée par la matrice de répartition du nœud. De plus, l'impulsion réfléchie à l'instant $(n-1)$ devient une impulsion incidente au niveau des nœuds voisins à l'instant (n) . En conclusion, chaque nœud se comporte comme une nouvelle source d'ondes secondaires et le processus se répète. Les valeurs du champ peuvent être calculées à partir des impulsions de tension, en chaque nœud, instant par instant. On obtient, de cette manière, une série d'échantillons décrivant la variation temporelle du champ en tout point de l'espace.

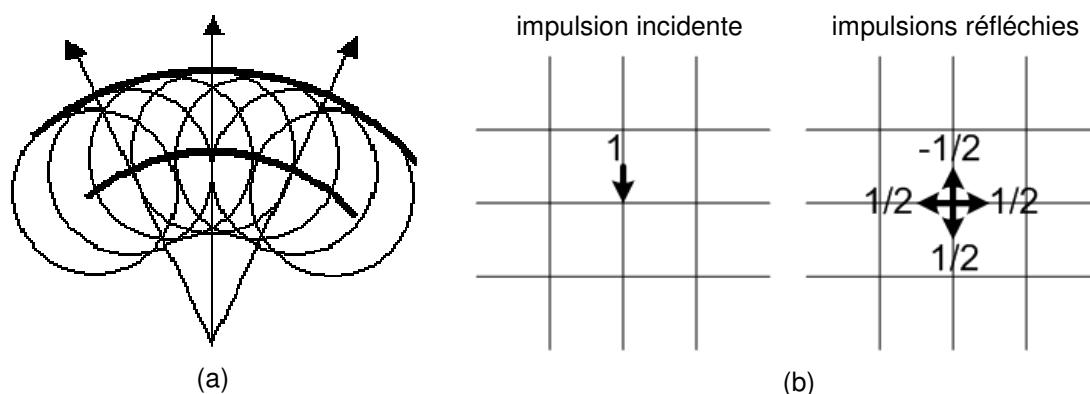


Fig. 3.1 (a) Principe de Huygens : formation du front d'onde; (b) Equivalent TLM : répartition de l'impulsion selon le modèle de Huygens discret.

La Fig. 3.2 illustre le cas 2D de la propagation d'une impulsion (de tension ou de courant) d'amplitude unitaire, excitée au niveau d'un nœud du réseau. Selon le principe de Huygens sous forme discrète, l'impulsion est diffractée / répartie de manière isotrope dans les quatre directions. Par conséquent, la conservation de l'énergie fait que chaque impulsion diffractée transporte un quart de l'énergie de l'impulsion incidente. En termes de grandeur de champ, chaque impulsion diffractée a une amplitude égale à la moitié de l'amplitude de l'impulsion incidente [5].

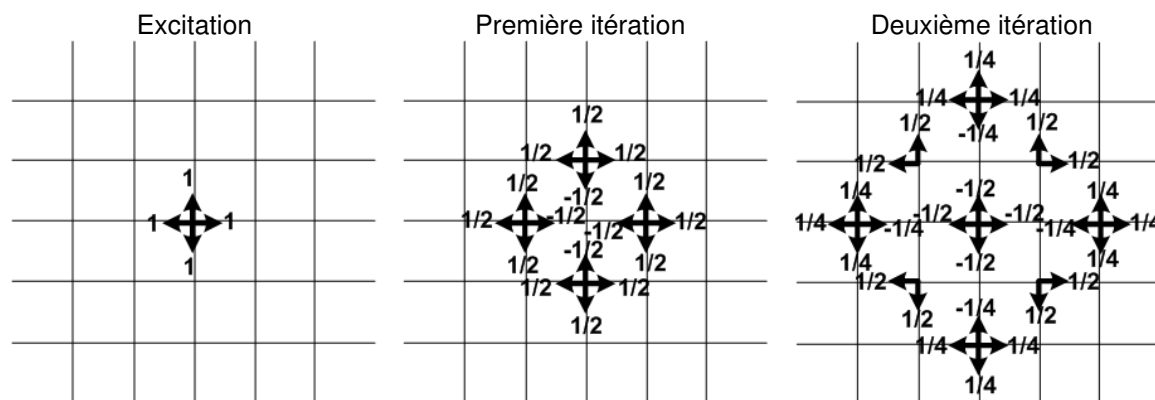


Fig. 3.2 Propagation des impulsions dans un réseau TLM 2D - trois étapes consécutives de répartitions des impulsions au niveau des nœuds.

3.1.3 Formulation générale des paramètres TLM

3.1.3.1 Notations

Par la suite, nous introduirons les notations de base des paramètres caractérisant le nœud TLM en général.

Chaque impulsion de tension qui se propage sur une ligne de transmission du nœud peut être vue comme une tension incidente (indice « i »), réfléchi (indice « r »), ou totale (sans indice). La tension totale est définie comme la somme entre les impulsions de tension incidentes et réfléchies : $V = V^i + V^r$. Similairement, le courant total sur une ligne de transmission est défini comme : $I = (V^i - V^r) / Z_c$, où Z_c est l'impédance caractéristique de la ligne.

Pour simplifier l'écriture, dans le cas du nœud TLM à douze bras, il est préférable d'utiliser la forme vectorielle des impulsions de tension incidentes, respectivement réfléchies :

$$[V]^i = [V_1^i \quad V_2^i \quad V_3^i \quad \dots \quad V_{12}^i]^T \quad [V]^r = [V_1^r \quad V_2^r \quad V_3^r \quad \dots \quad V_{12}^r]^T \quad (3.1)$$

3.1.3.2 Maillage TLM

Le maillage TLM est constitué de nœuds formés par l'interconnexion d'un certain nombre de lignes de transmission. La distance entre deux nœuds est appelée « *pas spatial* du réseau » : Δl . La discrétisation spatiale entraîne une discrétisation temporelle. Donc, si Δl est la dimension d'une cellule élémentaire, alors Δt est le « *pas temporel* du réseau », c'est à dire le temps nécessaire pour qu'une impulsion de tension se déplace d'un nœud à l'autre du réseau.

Le pas temporel dépend du pas du maillage suivant la relation : $\Delta t = \Delta l / v$, v étant la vitesse de propagation des ondes dans le réseau TLM. On note que lorsque le pas spatial Δl diminue, le pas temporel Δt diminue. Cela signifie que pour réaliser un maillage fin, le temps de calcul deviendra très long et le stockage en mémoire augmentera, ce qui est un inconvénient des méthodes numériques temporelles.

Pour un maillage à pas variable : $\Delta t = \Delta l / (v \cdot h)$, h est un coefficient qui tient compte du rapport entre la plus grande et la plus petite dimension du maillage. Ainsi, si h augmente, le pas temporel Δt diminue, et le temps de calcul devient encore plus long. Cela est une contrainte qui a pour effet de limiter l'utilisation du maillage fortement variable.

D'un autre côté, le choix du pas spatial du réseau (Δl) dépend de la résolution spatiale désirée et de la plus petite longueur d'onde d'intérêt. Il doit être bien inférieur à la longueur d'onde des signaux utilisés ($\Delta l \ll \lambda$). En général, il est souhaitable que le pas du réseau soit inférieur ou égal à une dixième de la plus petite longueur d'onde du signal :

$$\Delta l \leq \lambda_{\min} / 10.$$

3.1.4 Bases de la méthode

La méthode TLM repose sur le même *algorithme de base* quelque soit la topologie du réseau (2D ou 3D) ou le type de nœud choisi. Afin d'obtenir la réponse temporelle d'un système EM, par la méthode TLM, on doit systématiquement appliquer les *trois étapes* suivantes (Fig. 3.3) :

- a) *Initialisation et définition des conditions aux limites* : définition des sources, des conditions initiales et des conditions sur les frontières du domaine de calcul. Les conditions initiales imposent les impulsions de tension incidentes en tous les nœuds, au début du calcul.
- b) *Etape de répartition au niveau du nœud*: calcul des impulsions de tension réfléchies en fonction de celles incidentes, pour tous les nœuds du réseau TLM (Fig. 3.3).
- c) *Etape de connexion entre les nœuds*: réalisation de la propagation des impulsions de tension entre les nœuds adjacents du réseau TLM ; les impulsions de tension réfléchies par un nœud deviennent des impulsions incidentes pour les nœuds voisins (Fig. 3.3).

Les calculs nommés ci-dessus se font pour tous les nœuds du réseau TLM, d'une manière itérative (une itération est égale aux temps de propagation d'une impulsion entre deux nœuds du réseau).

Mathématiquement, l'algorithme est décrit par deux équations matricielles :

$$\boxed{[V]_n^r = [S] \cdot [V]_n^i} \quad \boxed{[V]_{n+1}^i = [C] \cdot [V]_n^r}, \quad (3.2)$$

où:

- $[V]_n^i$ et $[V]_n^r$ sont respectivement l'impulsion de tension incidente à l'instant $\left(n - \frac{1}{2}\right)\Delta t$ et celle réfléchie à l'instant $\left(n + \frac{1}{2}\right)\Delta t$, en un nœud du réseau TLM ;
- $[S]$ est la matrice de répartition du nœud ; elle fait la liaison entre les impulsions réfléchies à l'instant $\left(n + \frac{1}{2}\right)\Delta t$ et celles incidentes à l'instant $\left(n - \frac{1}{2}\right)\Delta t$;
- $[C]$ est la matrice de connexion ; les impulsions réfléchies à l'instant $\left(n + \frac{1}{2}\right)\Delta t$ deviennent des impulsions incidentes, pour les nœuds voisins, à l'instant $\left(n + \frac{1}{2}\right)\Delta t$; $C_{ij} = 1$, si le port i est connecté au port j ;
 0 , sinon.

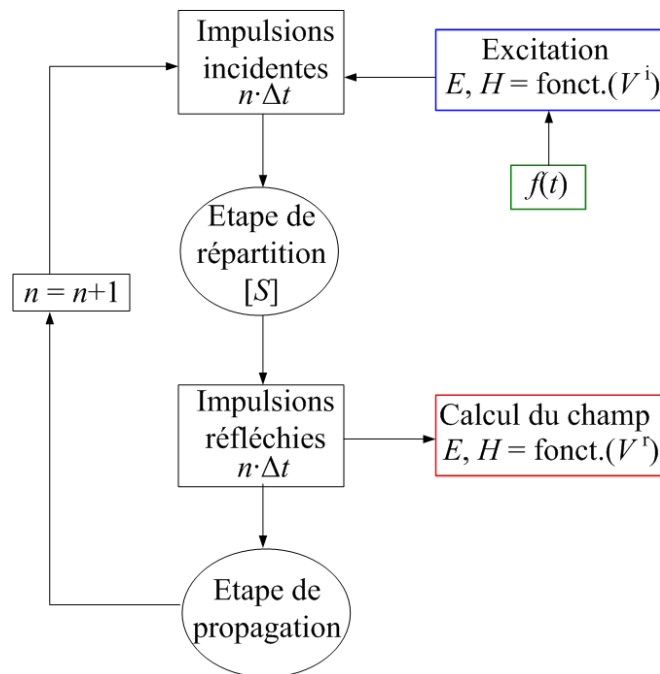


Fig. 3.3 Organigramme de l'algorithme TLM.

Au niveau du point de sortie choisi, on obtient la réponse temporelle du système. Elle a la forme d'une somme d'impulsions de Dirac avec différentes amplitudes identiquement espacées dans le temps. Pour obtenir la réponse fréquentielle, on calcule la transformée de Fourier de la réponse temporelle.

Le volume de calcul et la mémoire nécessaire dépendent de la complexité de la structure à analyser et donc peuvent limiter la méthode.

Les bases théoriques et pratiques de la méthode TLM, 2D et 3D, sont détaillées en [4]. On y retrouve : les différents types de frontières, les pertes et l'anisotropie, les sources d'erreurs, les limitations de la méthode et les modalités pour les corriger / réduire, l'amélioration de l'efficacité numérique, etc.

Pour réaliser un maillage à pas variable, ou bien pour simuler des milieux divers, on rajoute des stubs¹ au niveau du nœud TLM. Dans tous les cas, maximum trois stubs en circuit ouvert et trois stubs en court-circuit sont utilisés pour rajouter respectivement une extra-capacité et une extra-inductance (un stub pour chaque direction) [6], [7]. Les pertes peuvent être modélisées d'une manière similaire, en ajoutant des stubs adaptés [8].

La méthode TLM a été au départ développée comme une méthode en deux dimensions (2D), basée sur des lignes de transmission interconnectées par des *nœuds parallèles* (« *shunt nodes* ») [2] ou par des *nœuds séries* (« *series nodes* ») [9]. En utilisant la méthode TLM 2D [10], [11], [5], *on peut simuler uniquement trois composantes du champ EM*, c'est-à-dire que l'on peut étudier seulement les problèmes dans lesquels l'onde reste invariable dans l'une des directions. C'est la raison pour laquelle la méthode TLM 2D a été intensivement appliquée dans l'analyse des guides d'onde.

¹ Le « stub » (en anglais) est un tronçon de ligne de transmission terminé par un court circuit ou par un circuit ouvert.

3.1.5 Configurations de nœud TLM 3D

Depuis l'article de Johns et Beurle [2], une série d'affinements de la méthode TLM a été proposée et implémentée avec succès. Dans ce paragraphe, les principaux types de nœuds TLM 3D seront présentés et les avantages et les inconvénients de ceux-ci seront soulignés. Une présentation plus détaillée des principales configurations de nœuds TLM (2D et 3D) est présentée dans l'**Annexe 4**.

L'aspect le plus important est qu'en utilisant la méthode TLM 3D [11], *on peut déterminer les six composantes du champ EM* dans un certain volume de l'espace.

Dans un premier temps, la combinaison des nœuds 2D parallèle et série a conduit au développement du *nœud 3D asymétrique distribué* (« expanded node »), introduit par S. Akhtarzad et P. B. Johns [12], [4], [13]. Le principal inconvénient du nœud TLM distribué (qui est similaire au nœud de Yee) est la complexité de sa topologie d'un point de vue informatique [16]. Comme il y a un espacement entre les points de calcul des composantes du champ, elles ne sont pas renouvelées en même temps. Cela rend la modélisation des frontières et des interfaces entre les différents matériaux difficile et susceptible aux erreurs. L'implémentation des maillages variables n'est pas facile non plus dans cette situation.

Toutes les difficultés, générées par l'utilisation du nœud TLM asymétrique distribué, ont déterminé le développement d'une structure nodale condensée, appelée *nœud asymétrique condensé* (ACN – « Asymmetrical Condensed Node »). Ce nœud a été introduit par P. Saguet et E. Pic [14], [3], [4].

Ces deux premiers nœuds 3D sont asymétriques. Cela rend difficile la modélisation des interfaces entre différents milieux, ainsi que la programmation du maillage variable.

Afin de surmonter toutes ces difficultés, P. B. Johns a développé en 1987 le *nœud symétrique condensé* (SCN – « Symmetrical Condensed Node ») [17], qui est devenu le nœud TLM le plus utilisé dans la simulation 3D [16], [3], [17]. Comme il est également le nœud que nous avons choisi pour nos simulations, nous allons le présenter en détail dans un paragraphe suivant.

3.1.5.1 Discussion

Faisons une comparaison des trois types principaux de nœuds TLM 3D susmentionnés. La Fig. 3.4 montre une cellule fondamentale du réseau TLM, modélisée par le *nœud asymétrique distribué* (a), le *nœud asymétrique condensé* (ACN) (b) et le *nœud symétrique condensé* (SCN) (c).

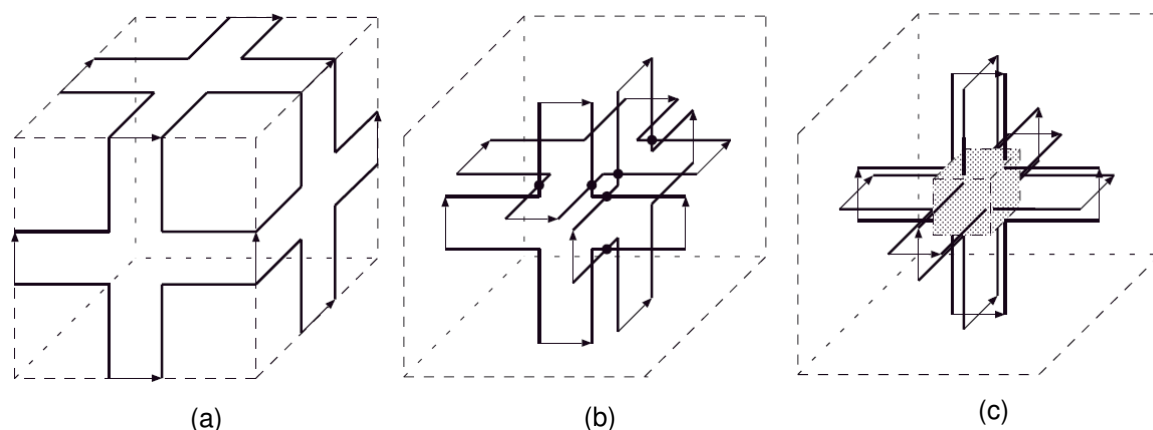


Fig. 3.4 Nœuds TLM 3D. (a) Nœud asymétrique distribué ; (b) Nœud asymétrique condensé (ACN) ; (c) Nœud symétrique condensé (SCN).

Nous pouvons noter que les trois circuits série situés sur les frontières de la cellule modélisée par le *nœud asymétrique distribué* (Fig. 3.4a) sont déplacés vers le centre de la cellule dans le cas des nœuds condensés (Fig. 3.4b,c). On peut considérer que les lignes de transmission du nœud ACN (Fig. 3.4b) se situent infiniment proche du centre de la cellule, mais pas exactement au centre. Par conséquent, les connexions série et parallèle sont toujours séparées dans le nœud ACN (Fig. 3.4a). Cela permet la construction d'un circuit électrique équivalent afin de dériver la matrice de répartition, mais le nœud reste asymétrique. En déplaçant les lignes de transmission directement au centre de la cellule, les connexions série et parallèle fusionnent dans une structure unique, définie comme le nœud SCN. Dans ce cas-ci, la connexion physique des lignes de transmission n'est pas définie (région ombrée dans la Fig. 3.4c) et il n'y a plus de circuit électrique équivalent. En revanche, la symétrie est établie, permettant la modélisation identique de la propagation des ondes, quelque soit leur direction d'incidence.

Un autre point de vue sur l'évolution du *nœud asymétrique distribué* au nœud SCN est représenté dans la Fig. 3.5. Ici, les lignes de transmission sont figurées par des lignes simples et la polarisation est déterminée par la direction de la flèche. Les connexions parallèle et série sont respectivement représentées par les sphères ombrées en gris foncé

et en gris clair. Dans les cas du *nœud asymétrique distribué* et du nœud ACN, on note six sphères (Fig. 3.5a,b), car les points de répartition parallèle et série sont distincts. En revanche, dans le cas du nœud SCN, ces points fusionnent en une seule sphère (Fig. 3.5c) qui peut être vue comme une combinaison de circuits parallèles et séries constituant un « super-réseau ».

Connexions :

● parallèle

● série

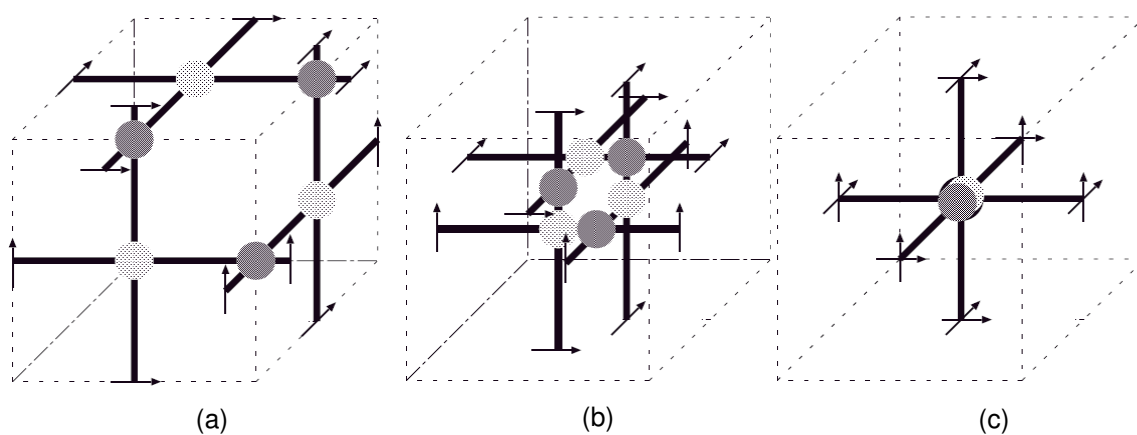


Fig. 3.5 Une autre représentation des nœuds TLM 3D. (a) Nœud asymétrique distribué ; (b) Nœud asymétrique condensé (ACN) ; (c) Nœud symétrique condensé (SCN).

L'avantage de la modélisation en utilisant la topologie du nœud condensé est qu'il existe une correspondance complète entre un seul nœud du réseau TLM et le bloc du milieu modélisé par ce nœud. Dans le cas du *nœud asymétrique distribué*, les lignes de transmission sont placées aux frontières de la cellule. Les paramètres physiques des lignes sont donc partagés entre cellules adjacentes. En conséquence, il est nécessaire d'introduire une moyenne des paramètres caractérisant les lignes de liaison et des stubs aux discontinuités. Cela est facilement évité, dans les schémas condensés, en plaçant les discontinuités à mi-distance entre deux nœuds.

Couramment, pour déterminer les paramètres du nœud TLM, il est nécessaire d'écrire des équations qui relient la capacité et l'inductance totales, introduites par les lignes et les stubs du nœud, aux paramètres correspondants du bloc du milieu modélisé [3]. Il est à noter que même si les trois nœuds de la Fig. 3.4, ou de la Fig. 3.5, ont une topologie différente, ils ont le même nombre de lignes de liaison, de stubs, et la longueur des lignes

est la même. Donc, la répartition des tensions au niveau du nœud et l'implémentation des particularités du nœud se font différemment pour chacun des trois types de nœuds. Mais, les paramètres caractérisant les lignes de liaison et les stubs pour un milieu donné doivent être identiques.

Différents développements des nœuds TLM 2D et 3D, basés sur la variation de l'impédance caractéristique des lignes de transmission, ont conduit à l'introduction de *nœuds hybrides* [14], [18], [19], [20]. Parmi ces nœuds, il y a : le *nœud symétrique condensé hybride* (HSCN) [18] et le *nœud super symétrique condensé* (SSCN) [21], [22], [23]. Cela a facilité la modélisation de matériaux comparativement aux nœuds originaux.

D'autres nœuds TLM 3D hybrides ont été proposés comme alternative au nœud SCN. Parmi eux, il y a le *nœud général symétrique condensé* (GSCN) [24], [25], le *nœud adapté symétrique condensé* (MSCN – Matched SCN) [26] et le *nœud symétrique condensé adaptable* (ASCN – Adaptable SCN) [27].

Plus récemment, l'équipe de C. Christopoulos a introduit des *maillages non-structurés*, comme le maillage *triangulaire* [28], ou celui *tétraédrique* [29].

Des schémas TLM dans le domaine fréquentiel (FD - Frequency Domain) [30] basés sur des principes similaires, ont été aussi développés afin de résoudre d'une manière efficace les problèmes stationnaires.

3.1.5.2 Conditions aux limites

Afin de simuler des structures EM, le modèle doit tenir compte de la propagation des champs, mais aussi des conditions aux limites. Ces conditions imposent la prise en compte des parois métalliques, des changements de milieux de propagation, des conditions de parois absorbantes, etc.

Les parois sont simulées par l'intermédiaire du coefficient de réflexion de l'impulsion [11]. Les endroits où les parois peuvent être placées correspondent aux symétries géométriques de la structure à étudier [10]. Le plus souvent, elles sont placées à mi-distance entre deux nœuds. Si la paroi présente une impédance finie, le coefficient de réflexion dépend de la fréquence à laquelle on travaille [5]. Les parois électriques, par exemple, sont simulées en

introduisant un coefficient de réflexion égal à (-1) entre deux nœuds. Pour les parois magnétiques, le coefficient est égal à 1.

De même, lorsque l'on veut étudier des structures situées dans l'espace libre (comme les antennes, par exemple), il est nécessaire d'imposer des conditions de parois absorbantes aux limites du réseau TLM, afin de limiter le volume de calcul. Ces conditions doivent représenter le mieux possible l'espace libre. La meilleure technique a été introduite par J. P. Berenger, en 1994 [31]. Elle consiste à entourer le volume de calcul par des couches absorbantes, appelées PML (Perfectly Matched Layers). Les PML ont été introduites dans la méthode TLM par N. Pena et M. Ney, en 1997 [32, 33] et optimisées par J.L. Dubard et D. Pompei, en 2000 [34].

3.1.5.3 Sources d'erreurs

Comme toutes les méthodes numériques, la méthode TLM est affectée par des erreurs spécifiques qui la rendent plus ou moins adaptée à un certain nombre d'applications. Les sources d'erreurs de la méthode TLM sont les suivantes [10], [5]:

a) *L'erreur de troncature* : est causée par le nombre fini d'itérations. L'effet est que la réponse fréquentielle du système présente des lobes secondaires importants. Une solution pour éliminer / réduire cette erreur est d'utiliser des fenêtres: triangulaire, Hanning, Hamming etc [5]. Le meilleur résultat est donné par la fenêtre de Hanning. Cette erreur est la même en 2D qu'en 3D.

b) *L'erreur de vitesse* : est causée par la différence entre la vitesse de phase et la vitesse de groupe des impulsions qui se propagent dans le réseau TLM. En basse fréquence, la vitesse de group est égale à la vitesse de la lumière divisée par deux. Mais, cette vitesse diminue lorsque la fréquence augmente. Donc, si le rapport $\Delta l / \lambda$ est infiniment petit, la propagation des impulsions dans le réseau TLM représente très bien la propagation du champ EM dans le milieu réel. En revanche, lorsque ce rapport augmente, la propagation n'est plus isotrope et cette erreur dépend des propriétés du milieu et de l'angle fait par la direction de propagation de l'onde globale avec les axes du réseau. En conclusion, en plus de l'anisotropie, il existe une dispersion harmonique du modèle. *L'erreur de vitesse devient acceptable* si : $\Delta l / \lambda \leq 1/10$.

Pour le réseau TLM 2D : l'erreur est maximale si l'onde se propage selon l'une des axes du réseau et elle est nulle lorsque l'onde se propage selon une direction diagonale.

Au contraire, pour le réseau TLM 3D à nœuds SCN, par exemple [35] : le réseau n'est pas dispersif si l'onde se propage selon une direction axiale (sur une arête du cube représentant le domaine de l'espace analysé). La dispersion est élevée lorsque la propagation se fait selon une direction diagonale, dans un plan du cube (la fréquence de coupure est égale à $\Delta/\lambda = 1/2$). Et elle est maximale si la propagation se fait selon une diagonale du cube. Ce qui est intéressant à noter, c'est que pour une structure 2D, une simulation TLM 3D à nœuds SCN donne des résultats plus précis (dans un plan), du point de vue erreur de vitesse, qu'une simulation 2D à nœuds « série » ou « parallèle » [1].

c) *L'erreur de résolution spatiale* : apparaît dans les structures où une résolution spatiale très fine est nécessaire, notamment au niveau des discontinuités où le champ subit des variations brusques. Dans ce cas, il est nécessaire d'utiliser un maillage très fin, mais le prix à payer est que la taille de mémoire et les temps de calcul deviennent ainsi très grands. Une solution [11] serait d'utiliser le changement de maille et un maillage à pas variable. En 3D, en plus du cas 2D, cette erreur est provoquée par la nature non-ponctuelle du nœud TLM [11], lorsque les composantes du champ ne sont pas définies au même point. Pour l'empêcher, il faut utiliser un nœud 3D condensé.

3.1.6 Nœud symétrique condensé (SCN)

Une des structures recevant la plus grande attention au cours des dernières années est le *nœud symétrique condensé* (SCN) [16], qui a marqué une nouvelle étape pour la modélisation TLM 3D. La méthode TLM basée sur le nœud SCN a été largement étudiée, implémentée et améliorée, entraînant une quantité considérable de codes informatiques développés pour faciliter les simulations électromagnétiques. Un simulateur commercial TLM 3D ('Micro-Stripes') basé exclusivement sur le nœud TLM condensé a aussi été développé. Nous présentons ce type de nœud en détail, car c'est le nœud que nous allons utiliser lors de nos simulations.

Pour résumer, les avantages du nœud SCN sont les suivants:

- Le processus de répartition au niveau du nœud est condensé, car il s'effectue en un seul point. Du coup, les six composantes du champ sont coïncidentes au centre du nœud. De plus, l'asymétrie et les calculs encombrants caractérisant le nœud asymétrique sont éliminés.

- Le réseau à base de ce nœud n'introduit pas de dispersion si l'onde se propage selon une direction axiale (il n'existe pas de fréquence de coupure dans ce cas-ci).
- D'un point de vue erreur de vitesse, la plus importante dispersion introduite par le réseau à base de ce nœud (dans le cas d'une propagation diagonale dans le cube) est inférieure à la plus importante dispersion introduite par le réseau à nœuds distribués [1].

Cependant, il y a aussi des inconvenients :

- La taille de mémoire nécessaire peut être toujours prohibitive, vu le nombre de tensions à enregistrer au niveau de chaque nœud.
- Pour un maillage à pas variable, le pas temporel dépend du rapport entre la valeur maximale et la valeur minimale du pas spatial du réseau (c'est à dire du coefficient h). L'effet est que, pour un maillage fortement variable, le pas temporel diminue d'une manière très importante et en conséquence, le nombre d'itérations doit être augmenté [18].

Le nœud SCN (Fig. 3.6b) est un nœud à six bras, chaque bras étant composé de deux lignes de transmission de polarisations croisées. Sur chacun de ses six bras, peuvent se propager deux impulsions correspondant aux deux polarisations croisées de l'onde dans la direction considérée. Il n'y a pas de couplage entre les deux lignes d'un bras. Ce nœud est connecté à ces six nœuds voisins par ces douze lignes de transmission d'impédance caractéristique $Z_c = 377 \Omega$. Les impulsions de tension sont indexées de 1 à 12.

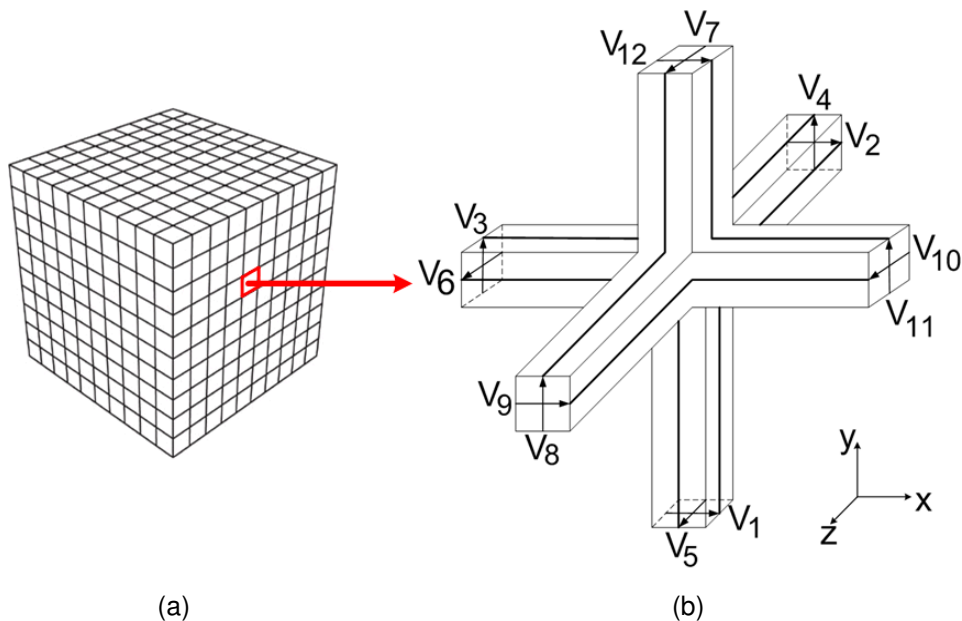


Fig. 3.6 (a) Maillage spatial 3D ; (b) Nœud TLM 3D symétrique condensé (SCN).

La *modélisation des milieux inhomogènes* peut être réalisée en connectant au centre du nœud des stubs capacitifs ou inductifs (un pour chaque direction). Les stubs en circuit ouvert (capacitifs) permettent de modifier la permittivité du milieu. En revanche, les stubs en court-circuit (inductifs) permettent de changer la perméabilité du milieu. Le nœud avec six stubs a six ports supplémentaires (13-18) qui ne sont pas connectés aux nœuds voisins.

Le nœud modélisant un *milieu à pertes* contient six stubs de plus, trois pour les pertes électriques et trois pour les pertes magnétiques (ports 19-24). Il s'agit des stubs adaptés, il n'y a donc plus d'impulsions réfléchies sur ces stubs. Pour modéliser un milieu inhomogène, à pertes, la matrice de répartition du nœud a les dimensions 18x24 [36], [37], [18].

Aucun schéma équivalent n'a été proposé pour ce nœud. Sa matrice de répartition est déterminée en imposant la conservation de la charge, du flux magnétique et la continuité du champ électrique et du champ magnétique [16]. Elle peut être également déduite à partir des équations de Maxwell [3].

3.1.6.1 Discrétisation des équations de Maxwell

En coordonnées cartésiennes, pour un milieu hétérogène et anisotrope, les équations de Maxwell-Faraday et Maxwell-Ampère (2.17), (2.18), dans leur forme discrète, s'écrivent de la manière suivante (le calcul détaillé se trouve dans l'**Annexe 2**) [38], [39], [40] :

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_0 \varepsilon_{rx} \frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} - \sigma_{ex} E_x \end{array} \right. \quad (3.3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_0 \varepsilon_{ry} \frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} - \sigma_{ey} E_y \end{array} \right. \quad (3.4)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_0 \varepsilon_{rz} \frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} - \sigma_{ez} E_z \end{array} \right. \quad (3.5)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu_0 \mu_{rx} \frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} - \sigma_{mx} H_x \end{array} \right. \quad (3.6)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu_0 \mu_{ry} \frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} - \sigma_{my} H_y \end{array} \right. \quad (3.7)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu_0 \mu_{rz} \frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} - \sigma_{mz} H_z \end{array} \right. \quad (3.8)$$

Les grandeurs présentes dans les équations ci-dessus sont celles définies dans le Chapitre 2. Dans le calcul suivant, nous restons dans le cas général d'un maillage à pas variable et d'un milieu de propagation quelconque.

Nous souhaitons réaliser la liaison entre ces équations et les paramètres du réseau TLM. Par la suite, nous allons présenter la démarche, proposée par H. Jin en 1994 [38], qui est suffisamment explicite. Alors, l'espace et le temps sont discrétisés (Fig. 3.7). Notons le nombre de nœuds du maillage selon les trois directions: N_x , N_y , N_z et les dimensions d'une cellule élémentaire du maillage, par u , v , w (suivant les axes x , y et z respectivement).

Notons par Δl la plus petite dimension de cellule du maillage (c'est à dire Δl est le minimum de (u_i, v_j, w_k) , quelque soit $i = \overline{1, N_x}$, $j = \overline{1, N_y}$, $k = \overline{1, N_z}$). Le temps nécessaire pour qu'une onde se propage d'un nœud à l'autre est égal à : $\Delta t = \Delta l / 2c$, c étant la vitesse de la lumière ($c = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$).

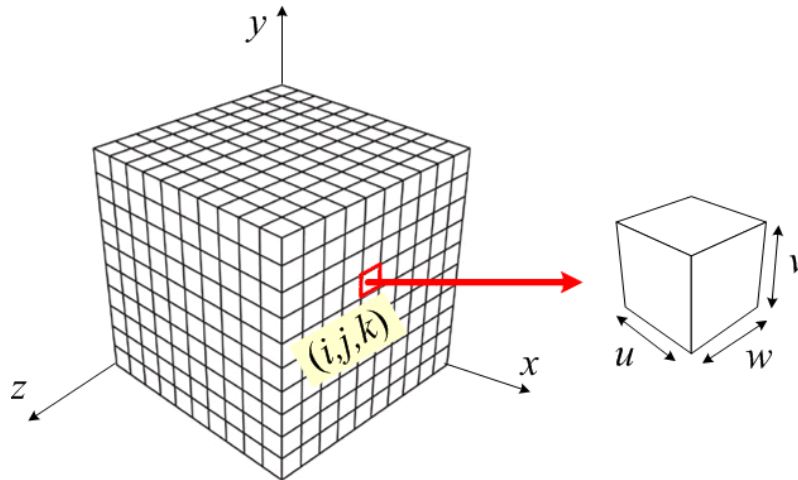


Fig. 3.7 Maillage cartésien 3D.

Les six composantes du champ sont donc normalisées (indice «N») par rapport aux trois dimensions de la cellule (u , v et w):

$$\begin{aligned}
 (E_x)_N^{\text{TLM}} &= E_x \cdot u & (E_y)_N^{\text{TLM}} &= E_y \cdot v & (E_z)_N^{\text{TLM}} &= E_z \cdot w \\
 (H_x)_N^{\text{TLM}} &= H_x \cdot u \cdot Z_0 & (H_y)_N^{\text{TLM}} &= H_y \cdot v \cdot Z_0 & (H_z)_N^{\text{TLM}} &= H_z \cdot w \cdot Z_0,
 \end{aligned}
 \tag{3.9}$$

où Z_0 est l'impédance caractéristique de l'espace libre et :

$$u = \frac{x}{N_x} \quad v = \frac{y}{N_y} \quad w = \frac{z}{N_z}, \quad t = \Delta t \cdot I = \frac{\Delta l}{2c} \cdot I \quad (3.10)$$

où I représente le nombre d'itérations.

En remplaçant les paramètres liés au réseau TLM dans l'équation (3.3), elle devient :

$$\begin{aligned} \varepsilon_0 \varepsilon_{rx} \frac{\partial E_x}{\partial t} &= \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} - \sigma_{ex} E_x \rightarrow \\ \rightarrow \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_{rx}}{u} \cdot \frac{\partial (E_x)_N^{\text{TLM}}}{\partial \left(\frac{\Delta l}{2c} I \right)} &= \frac{1}{w Z_0} \cdot \frac{\partial (H_z)_N^{\text{TLM}}}{\partial (v N_y)} - \frac{1}{v Z_0} \cdot \frac{\partial (H_y)_N^{\text{TLM}}}{\partial (w N_z)} - \sigma_{ex} \frac{(E_x)_N^{\text{TLM}}}{u} \rightarrow \\ \rightarrow \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_{rx} \cdot 2c}{u \cdot \Delta l} \cdot \frac{\partial (E_x)_N^{\text{TLM}}}{\partial I} &= \frac{1}{v w Z_0} \cdot \frac{\partial (H_z)_N^{\text{TLM}}}{\partial N_y} - \frac{1}{v w Z_0} \cdot \frac{\partial (H_y)_N^{\text{TLM}}}{\partial N_z} - \sigma_{ex} \frac{(E_x)_N^{\text{TLM}}}{u} \rightarrow \\ \rightarrow \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_{rx} \cdot v w Z_0 \cdot 2c}{u \cdot \Delta l} \cdot \frac{\partial (E_x)_N^{\text{TLM}}}{\partial I} &= \frac{\partial (H_z)_N^{\text{TLM}}}{\partial N_y} - \frac{\partial (H_y)_N^{\text{TLM}}}{\partial N_z} - \frac{\sigma_{ex} \cdot v w Z_0}{u} (E_x)_N^{\text{TLM}} \end{aligned} \quad (3.11)$$

Il résulte :

$$\begin{aligned} \frac{Y_x + 4}{2} \cdot \frac{\partial (E_x)_N^{\text{TLM}}}{\partial I} &= \frac{\partial (H_z)_N^{\text{TLM}}}{\partial N_y} - \frac{\partial (H_y)_N^{\text{TLM}}}{\partial N_z} - g_{ex} \cdot (E_x)_N^{\text{TLM}} \\ \text{avec : } \begin{cases} Y_x = 4 \left(\varepsilon_{rx} \frac{v \cdot w}{u \cdot \Delta l} - 1 \right) \\ g_{ex} = \sigma_{ex} \frac{v \cdot w}{u} Z_0 \end{cases} \end{aligned} \quad (3.12)$$

Remarque : Il est important de mentionner que le rapport : $\frac{\partial (E_x)_N^{\text{TLM}}}{\partial I}$ ne représente pas une vraie dérivation (car les variables sont discrètes). Il ne s'agit que d'une *notation simplifiée*, qui se traduit par la différence : ${}_k (E_x)_N^{\text{TLM}} - {}_{k-1} (E_x)_N^{\text{TLM}}$, où k représente l'itération ($k = \overline{1, I}$). De la même manière, $\frac{\partial (H_z)_N^{\text{TLM}}}{\partial N_y}$ se traduit par :

$$\left((H_z)_N^{\text{TLM}} \right)_j - \left((H_z)_N^{\text{TLM}} \right)_{j-1}, \text{ etc.}$$

De la même manière, on obtient les cinq autres équations :

$$\frac{Y_y + 4}{2} \cdot \frac{\partial (E_y)_N^{\text{TLM}}}{\partial I} = \frac{\partial (H_x)_N^{\text{TLM}}}{\partial N_z} - \frac{\partial (H_z)_N^{\text{TLM}}}{\partial N_x} - \mathfrak{g}_{ey} \cdot (E_y)_N^{\text{TLM}}$$

$$\text{avec : } \begin{cases} Y_y = 4 \left(\varepsilon_{ry} \frac{u \cdot w}{v \cdot \Delta l} - 1 \right) \\ \mathfrak{g}_{ey} = \sigma_{ey} \frac{u \cdot w}{v} Z_0 \end{cases} \quad (3.13)$$

$$\frac{Y_z + 4}{2} \cdot \frac{\partial (E_z)_N^{\text{TLM}}}{\partial I} = \frac{\partial (H_y)_N^{\text{TLM}}}{\partial N_x} - \frac{\partial (H_x)_N^{\text{TLM}}}{\partial N_y} - \mathfrak{g}_{ez} \cdot (E_z)_N^{\text{TLM}}$$

$$\text{avec : } \begin{cases} Y_z = 4 \left(\varepsilon_{rz} \frac{u \cdot v}{w \cdot \Delta l} - 1 \right) \\ \mathfrak{g}_{ez} = \sigma_{ez} \frac{u \cdot v}{w} Z_0 \end{cases} \quad (3.14)$$

$$\frac{Z_x + 4}{2} \cdot \frac{\partial (H_x)_N^{\text{TLM}}}{\partial I} = \frac{\partial (E_y)_N^{\text{TLM}}}{\partial N_z} - \frac{\partial (E_z)_N^{\text{TLM}}}{\partial N_y} - \mathfrak{g}_{mx} \cdot (H_x)_N^{\text{TLM}}$$

$$\text{avec : } \begin{cases} Z_x = 4 \left(\mu_{rx} \frac{v \cdot w}{u \cdot \Delta l} - 1 \right) \\ \mathfrak{g}_{mx} = \sigma_{mx} \frac{v \cdot w}{u} Z_0 \end{cases} \quad (3.15)$$

$$\frac{Z_y + 4}{2} \cdot \frac{\partial (H_y)_N^{\text{TLM}}}{\partial I} = \frac{\partial (E_z)_N^{\text{TLM}}}{\partial N_x} - \frac{\partial (E_x)_N^{\text{TLM}}}{\partial N_z} - \mathfrak{g}_{my} \cdot (H_y)_N^{\text{TLM}}$$

$$\text{avec : } \begin{cases} Z_y = 4 \left(\mu_{ry} \frac{u \cdot w}{v \cdot \Delta l} - 1 \right) \\ \mathfrak{g}_{my} = \sigma_{my} \frac{u \cdot w}{v} Z_0 \end{cases} \quad (3.16)$$

$$\frac{Z_z + 4}{2} \cdot \frac{\partial (H_z)_N^{\text{TLM}}}{\partial I} = \frac{\partial (E_x)_N^{\text{TLM}}}{\partial N_y} - \frac{\partial (E_y)_N^{\text{TLM}}}{\partial N_x} - \mathfrak{g}_{mz} \cdot (H_z)_N^{\text{TLM}}$$

$$\text{avec : } \begin{cases} Z_z = 4 \left(\mu_{rz} \frac{u \cdot v}{w \cdot \Delta l} - 1 \right) \\ \mathfrak{g}_{mz} = \sigma_{mz} \frac{u \cdot v}{w} Z_0 \end{cases} \quad (3.17)$$

On passe alors à un système de coordonnées dans lequel l'espace et le temps sont mélangés (cette opération peut être réalisée puisque l'espace et le temps caractérisant le réseau TLM sont normalisés et ils sont donc sans dimension). On fait les notations :

$$\begin{cases} \xi_x = N_x + I & \xi_y = N_y + I & \xi_z = N_z + I \\ \eta_x = N_x - I & \eta_y = N_y - I & \eta_z = N_z - I \end{cases} \quad (3.18)$$

Si on fait respectivement la somme et la différence des relations ci-dessus, on obtient :

$$\begin{cases} N_x = (\xi_x + \eta_x)/2 & N_y = (\xi_y + \eta_y)/2 & N_z = (\xi_z + \eta_z)/2 \\ I = (\xi_x - \eta_x)/2 & I = (\xi_y - \eta_y)/2 & I = (\xi_z - \eta_z)/2 \end{cases} \quad (3.19)$$

Alors, les équations (3.6) à (3.17) deviennent :

$$\begin{aligned} \frac{Y_x}{2} \frac{\partial (E_x)_N^{\text{TLM}}}{\partial I} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial [(E_x)_N^{\text{TLM}} - (H_z)_N^{\text{TLM}}]}{\partial \xi_y} - \frac{\partial [(E_x)_N^{\text{TLM}} + (H_z)_N^{\text{TLM}}]}{\partial \eta_y} + \right. \\ \left. + \frac{\partial [(E_x)_N^{\text{TLM}} + (H_y)_N^{\text{TLM}}]}{\partial \xi_z} - \frac{\partial [(E_x)_N^{\text{TLM}} - (H_y)_N^{\text{TLM}}]}{\partial \eta_z} \right) + g_{ex} \cdot (E_x)_N^{\text{TLM}} = 0 \end{aligned} \quad (3.20)$$

$$\begin{aligned} \frac{Y_y}{2} \frac{\partial (E_y)_N^{\text{TLM}}}{\partial I} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial [(E_y)_N^{\text{TLM}} - (H_x)_N^{\text{TLM}}]}{\partial \xi_z} - \frac{\partial [(E_y)_N^{\text{TLM}} + (H_x)_N^{\text{TLM}}]}{\partial \eta_z} + \right. \\ \left. + \frac{\partial [(E_y)_N^{\text{TLM}} + (H_z)_N^{\text{TLM}}]}{\partial \xi_x} - \frac{\partial [(E_y)_N^{\text{TLM}} - (H_z)_N^{\text{TLM}}]}{\partial \eta_x} \right) + g_{ey} \cdot (E_y)_N^{\text{TLM}} = 0 \end{aligned} \quad (3.21)$$

$$\begin{aligned} \frac{Y_z}{2} \frac{\partial (E_z)_N^{\text{TLM}}}{\partial I} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial [(E_z)_N^{\text{TLM}} - (H_y)_N^{\text{TLM}}]}{\partial \xi_x} - \frac{\partial [(E_z)_N^{\text{TLM}} + (H_y)_N^{\text{TLM}}]}{\partial \eta_x} + \right. \\ \left. + \frac{\partial [(E_z)_N^{\text{TLM}} + (H_x)_N^{\text{TLM}}]}{\partial \xi_y} - \frac{\partial [(E_z)_N^{\text{TLM}} - (H_x)_N^{\text{TLM}}]}{\partial \eta_y} \right) + g_{ez} \cdot (E_z)_N^{\text{TLM}} = 0 \end{aligned} \quad (3.22)$$

$$\begin{aligned} \frac{Z_x}{2} \frac{\partial (H_x)_N^{\text{TLM}}}{\partial t} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial [(H_x)_N^{\text{TLM}} - (E_y)_N^{\text{TLM}}]}{\partial \xi_z} - \frac{\partial [(H_x)_N^{\text{TLM}} + (E_y)_N^{\text{TLM}}]}{\partial \eta_z} + \right. \\ \left. + \frac{\partial [(H_x)_N^{\text{TLM}} + (E_z)_N^{\text{TLM}}]}{\partial \xi_y} - \frac{\partial [(H_x)_N^{\text{TLM}} - (E_z)_N^{\text{TLM}}]}{\partial \eta_y} \right) + g_{mx} \cdot (H_x)_N^{\text{TLM}} = 0 \end{aligned} \quad (3.23)$$

$$\begin{aligned} \frac{Z_y}{2} \frac{\partial (H_y)_N^{\text{TLM}}}{\partial t} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial [(H_y)_N^{\text{TLM}} - (E_z)_N^{\text{TLM}}]}{\partial \xi_x} - \frac{\partial [(H_y)_N^{\text{TLM}} + (E_z)_N^{\text{TLM}}]}{\partial \eta_x} + \right. \\ \left. + \frac{\partial [(H_y)_N^{\text{TLM}} + (E_x)_N^{\text{TLM}}]}{\partial \xi_z} - \frac{\partial [(H_y)_N^{\text{TLM}} - (E_x)_N^{\text{TLM}}]}{\partial \eta_z} \right) + g_{my} \cdot (H_y)_N^{\text{TLM}} = 0 \end{aligned} \quad (3.24)$$

$$\begin{aligned} \frac{Z_z}{2} \frac{\partial (H_z)_N^{\text{TLM}}}{\partial t} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial [(H_z)_N^{\text{TLM}} - (E_x)_N^{\text{TLM}}]}{\partial \xi_y} - \frac{\partial [(H_z)_N^{\text{TLM}} + (E_x)_N^{\text{TLM}}]}{\partial \eta_y} + \right. \\ \left. + \frac{\partial [(H_z)_N^{\text{TLM}} + (E_y)_N^{\text{TLM}}]}{\partial \xi_x} - \frac{\partial [(H_z)_N^{\text{TLM}} - (E_y)_N^{\text{TLM}}]}{\partial \eta_x} \right) + g_{mz} \cdot (H_z)_N^{\text{TLM}} = 0 \end{aligned} \quad (3.25)$$

A partir des équations (3.20) à (3.25), une série d'équations aux différences finies a été développée. Les dérivées partielles sont discrétisées pour chaque point du maillage caractérisé par les indices (i, j, k) ($i = \overline{1, N_x}, j = \overline{1, N_y}, k = \overline{1, N_z}$) et à chaque instant n ($n = \overline{1, I}$). Comme une impulsion a besoin d'un temps égale à $\Delta t / 2$ pour se propager du bout d'un de ses bras, jusqu'au centre du nœud (valable pour tous les bras 1-18), l'équation (3.20) s'écrit :

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{2} \left({}_{n+1/2}(E_x)_N^{\text{TLM}}(i, j + \frac{1}{2}, k) - {}_{n-1/2}(E_x)_N^{\text{TLM}}(i, j - \frac{1}{2}, k) \right) \\
& - \frac{1}{2} \left({}_{n+1/2}(H_z)_N^{\text{TLM}}(i, j + \frac{1}{2}, k) - {}_{n-1/2}(H_z)_N^{\text{TLM}}(i, j - \frac{1}{2}, k) \right) \\
& - \frac{1}{2} \left({}_{n-1/2}(E_x)_N^{\text{TLM}}(i, j + \frac{1}{2}, k) - {}_{n+1/2}(E_x)_N^{\text{TLM}}(i, j - \frac{1}{2}, k) \right) \\
& - \frac{1}{2} \left({}_{n-1/2}(H_z)_N^{\text{TLM}}(i, j + \frac{1}{2}, k) - {}_{n+1/2}(H_z)_N^{\text{TLM}}(i, j - \frac{1}{2}, k) \right) \\
& + \frac{1}{2} \left({}_{n+1/2}(E_x)_N^{\text{TLM}}(i, j, k + \frac{1}{2}) - {}_{n-1/2}(E_x)_N^{\text{TLM}}(i, j, k - \frac{1}{2}) \right) \\
& + \frac{1}{2} \left({}_{n+1/2}(H_y)_N^{\text{TLM}}(i, j, k + \frac{1}{2}) - {}_{n-1/2}(H_y)_N^{\text{TLM}}(i, j, k - \frac{1}{2}) \right) \\
& - \frac{1}{2} \left({}_{n-1/2}(E_x)_N^{\text{TLM}}(i, j, k + \frac{1}{2}) - {}_{n+1/2}(E_x)_N^{\text{TLM}}(i, j, k - \frac{1}{2}) \right) \\
& - \frac{1}{2} \left({}_{n-1/2}(H_y)_N^{\text{TLM}}(i, j, k + \frac{1}{2}) - {}_{n+1/2}(H_y)_N^{\text{TLM}}(i, j, k - \frac{1}{2}) \right) \\
& + \frac{Y_x}{2} \left({}_{n+1/2}(E_x)_N^{\text{TLM}}(i, j, k) - {}_{n-1/2}(E_x)_N^{\text{TLM}}(i, j, k) \right) + g_{ex \cdot n} (E_x)_N^{\text{TLM}}(i, j, k) = 0
\end{aligned} \tag{3.26}$$

Les autres équations se déduisent de la même manière.

3.1.6.2 Analogie champ EM discret – paramètres du réseau TLM

Chaque onde plane qui entre dans une cellule du milieu à simuler, le long de l'une des directions x , y et z , est associée, dans le réseau TLM, à une impulsion de tension. Cette impulsion se propage vers le centre de la cellule, à travers l'une des douze lignes de transmission reliant le nœud à ses six voisins.

Par exemple, une onde plane polarisée suivant l'axe x , entre dans la cellule (i, j, k) , à l'instant $(n - 1/2)\Delta t$ et à la position $(i, j - 1/2, k)$, et se propage dans le directions des y positifs. Elle est associée à l'impulsion de tension ${}_n V_1^i$ incidente sur le port 1 du nœud (Fig.3.6b) :

$${}_n V_1^i = \frac{1}{2} \cdot \left[{}_{n-1/2}(E_x)_N^{\text{TLM}}(i, j - \frac{1}{2}, k) - {}_{n-1/2}(H_z)_N^{\text{TLM}}(i, j - \frac{1}{2}, k) \right] \tag{3.27}$$

Cette impulsion incidente subit ensuite une répartition au centre du nœud, au moment $n\Delta t$ et elle devient une impulsion réfléchie, associée à une onde sortante. L'onde plane polarisée suivant l'axe x sort donc de la cellule (i, j, k) , à l'instant $(n+1/2)\Delta t$ et à la position $(i, j+1/2, k)$, et se propage dans la direction des y positifs. Elle est associée à l'impulsion de tension ${}_nV_{12}^r$ réfléchie sur le port 12 du nœud (Fig. 3.6b) :

$${}_nV_{12}^r = \frac{1}{2} \cdot \left[{}_{n+1/2}(E_x)_N^{\text{TLM}}(i, j + \frac{1}{2}, k) + {}_{n+1/2}(H_z)_N^{\text{TLM}}(i, j + \frac{1}{2}, k) \right] \quad (3.28)$$

En considérant la propagation des ondes dans les trois directions, avec les deux sens possibles et les deux polarisations possibles, on peut déterminer toutes les correspondances entre les composantes du champ EM et les impulsions de tension au niveau du nœud TLM :

$${}_nV_1^{i,r} = \frac{1}{2} \cdot \left[{}_{n\mp 1/2}(E_x)_N^{\text{TLM}}(i, j - \frac{1}{2}, k) \mp {}_{n\mp 1/2}(H_z)_N^{\text{TLM}}(i, j - \frac{1}{2}, k) \right] \quad (3.29)$$

$${}_nV_2^{i,r} = \frac{1}{2} \cdot \left[{}_{n\mp 1/2}(E_x)_N^{\text{TLM}}(i, j, k - \frac{1}{2}) \pm {}_{n\mp 1/2}(H_y)_N^{\text{TLM}}(i, j, k - \frac{1}{2}) \right] \quad (3.30)$$

$${}_nV_3^{i,r} = \frac{1}{2} \cdot \left[{}_{n\mp 1/2}(E_y)_N^{\text{TLM}}(i - \frac{1}{2}, j, k) \pm {}_{n\mp 1/2}(H_z)_N^{\text{TLM}}(i - \frac{1}{2}, j, k) \right] \quad (3.31)$$

$${}_nV_4^{i,r} = \frac{1}{2} \cdot \left[{}_{n\mp 1/2}(E_y)_N^{\text{TLM}}(i, j, k - \frac{1}{2}) \mp {}_{n\mp 1/2}(H_x)_N^{\text{TLM}}(i, j, k - \frac{1}{2}) \right] \quad (3.32)$$

$${}_nV_5^{i,r} = \frac{1}{2} \cdot \left[{}_{n\mp 1/2}(E_z)_N^{\text{TLM}}(i, j - \frac{1}{2}, k) \pm {}_{n\mp 1/2}(H_x)_N^{\text{TLM}}(i, j - \frac{1}{2}, k) \right] \quad (3.33)$$

$${}_nV_6^{i,r} = \frac{1}{2} \cdot \left[{}_{n\mp 1/2}(E_z)_N^{\text{TLM}}(i - \frac{1}{2}, j, k) \mp {}_{n\mp 1/2}(H_y)_N^{\text{TLM}}(i - \frac{1}{2}, j, k) \right] \quad (3.34)$$

$${}_nV_7^{i,r} = \frac{1}{2} \cdot \left[{}_{n\mp 1/2}(E_z)_N^{\text{TLM}}(i, j + \frac{1}{2}, k) \mp {}_{n\mp 1/2}(H_x)_N^{\text{TLM}}(i, j + \frac{1}{2}, k) \right] \quad (3.35)$$

$${}_nV_8^{i,r} = \frac{1}{2} \cdot \left[{}_{n\mp 1/2}(E_y)_N^{\text{TLM}}(i, j, k + \frac{1}{2}) \pm {}_{n\mp 1/2}(H_x)_N^{\text{TLM}}(i, j, k + \frac{1}{2}) \right] \quad (3.36)$$

$${}_nV_9^{i,r} = \frac{1}{2} \cdot \left[{}_{n\mp 1/2}(E_x)_N^{\text{TLM}}(i, j, k + \frac{1}{2}) \mp {}_{n\mp 1/2}(H_y)_N^{\text{TLM}}(i, j, k + \frac{1}{2}) \right] \quad (3.37)$$

$${}_nV_{10}^{i,r} = \frac{1}{2} \cdot \left[{}_{n\mp 1/2}(E_z)_N^{\text{TLM}}(i + \frac{1}{2}, j, k) \pm {}_{n\mp 1/2}(H_y)_N^{\text{TLM}}(i + \frac{1}{2}, j, k) \right] \quad (3.38)$$

$${}_nV_{11}^{i,r} = \frac{1}{2} \cdot \left[{}_{n\mp 1/2}(E_y)_N^{\text{TLM}}(i + \frac{1}{2}, j, k) \mp {}_{n\mp 1/2}(H_z)_N^{\text{TLM}}(i + \frac{1}{2}, j, k) \right] \quad (3.39)$$

$${}_nV_{12}^{i,r} = \frac{1}{2} \cdot \left[{}_{n\mp 1/2}(E_x)_N^{\text{TLM}}(i, j + \frac{1}{2}, k) \pm {}_{n\mp 1/2}(H_z)_N^{\text{TLM}}(i, j + \frac{1}{2}, k) \right] \quad (3.40)$$

Pour *modéliser des milieux inhomogènes*, on ajoute au niveau du nœud des stubs d'impédances caractéristiques différentes :

- Les stubs en circuit ouvert décrivent les effets capacitifs et permettent de modifier la permittivité du milieu ;
- Les stubs en court-circuit décrivent les effets inductifs et permettent de modifier la perméabilité du milieu.

Au niveau du nœud TLM avec 6 stubs, on rajoute donc 6 impulsions de tension qui se propagent sur ces bras :

$${}_nV_{13}^{i,r} = \frac{1}{2} \cdot {}_{n\mp 1/2}(E_x)_N^{\text{TLM}}(i, j, k) \quad (3.41)$$

$${}_nV_{14}^{i,r} = \frac{1}{2} \cdot {}_{n\mp 1/2}(E_y)_N^{\text{TLM}}(i, j, k) \quad (3.42)$$

$${}_nV_{15}^{i,r} = \frac{1}{2} \cdot {}_{n\mp 1/2}(E_z)_N^{\text{TLM}}(i, j, k) \quad (3.43)$$

$${}_nV_{16}^{i,r} = \pm \frac{Z_x}{2} \cdot {}_{n\mp 1/2}(H_x)_N^{\text{TLM}}(i, j, k) \quad (3.44)$$

$${}_nV_{17}^{i,r} = \pm \frac{Z_y}{2} \cdot {}_{n\mp 1/2}(H_y)_N^{\text{TLM}}(i, j, k) \quad (3.45)$$

$${}_nV_{18}^{i,r} = \pm \frac{Z_z}{2} \cdot {}_{n\mp 1/2}(H_z)_N^{\text{TLM}}(i, j, k) \quad (3.46)$$

Les relations (3.29)-(3.46) établissent une correspondance entre le modèle mathématique décrivant le champ EM d'une manière discrète par des différences finies, et le modèle physique de la méthode TLM.

En remplaçant (3.29)-(3.46) dans (3.26), on obtient :

$$\begin{aligned} & {}_nV_1^r + {}_nV_{12}^r + {}_nV_2^r + {}_nV_9^r + Y_x \cdot {}_nV_{13}^r - {}_nV_1^i - {}_nV_{12}^i - {}_nV_2^i - {}_nV_9^i - Y_x \cdot {}_nV_{13}^i + \\ & + g_{ex} \cdot {}_n(E_x)_N^{\text{TLM}}(i, j, k) = 0 \end{aligned} \quad (3.47)$$

D'autre part, d'après l'équation (3.6) :

$$\frac{Y_x + 4}{2} \cdot \frac{\partial (E_x)_N^{\text{TLM}}}{\partial l} - \frac{\partial (H_z)_N^{\text{TLM}}}{\partial N_y} + \frac{\partial (H_y)_N^{\text{TLM}}}{\partial N_z} + g_{ex} \cdot (E_x)_N^{\text{TLM}} = 0 \quad (3.48)$$

Exprimons cette équation sous forme de différences fines, centrées au point (i, j, k) , à l'instant $n + 1/2$:

$$\begin{aligned} & \frac{Y_x + 4}{2} \cdot \left[{}_{n+1}(E_x)_N^{\text{TLM}}(i, j, k) - {}_n(E_x)_N^{\text{TLM}}(i, j, k) \right] - \\ & - \left[{}_{n+1/2}(H_z)_N^{\text{TLM}}(i, j + \frac{1}{2}, k) - {}_{n+1/2}(H_z)_N^{\text{TLM}}(i, j - \frac{1}{2}, k) \right] + \\ & + \left[{}_{n+1/2}(H_y)_N^{\text{TLM}}(i, j, k + \frac{1}{2}) - {}_{n+1/2}(H_y)_N^{\text{TLM}}(i, j, k - \frac{1}{2}) \right] + \\ & + g_{ex} \cdot {}_{n+1/2}(E_x)_N^{\text{TLM}}(i, j, k) = 0 \end{aligned} \quad (3.49)$$

L'équation (3.49) peut être simplifiée, en utilisant (3.29)-(3.46) et (3.47) :

$$\begin{aligned} & \frac{Y_x + 4 + g_{ex}}{2} \cdot \left[{}_{n+1}(E_x)_N^{\text{TLM}}(i, j, k) - {}_n(E_x)_N^{\text{TLM}}(i, j, k) \right] = {}_{n+1}V_1^i + {}_{n+1}V_{12}^i + \\ & + {}_{n+1}V_2^i + {}_{n+1}V_9^i + Y_x \cdot {}_nV_{13}^i - \left({}_nV_1^i + {}_nV_{12}^i + {}_nV_2^i + {}_nV_9^i + Y_x \cdot {}_nV_{13}^i \right) \end{aligned} \quad (3.50)$$

On peut donc déduire l'expression du champ électrique suivant l'axe Ox :

$$\boxed{{}_n(E_x)_N^{\text{TLM}}(i, j, k) = \frac{2}{Y_x + 4 + g_{ex}} \left({}_nV_1^i + {}_nV_{12}^i + {}_nV_2^i + {}_nV_9^i + Y_x \cdot {}_nV_{13}^i \right)} \quad (3.51)$$

Similairement, on déduit les 5 autres composantes du champ EM :

$$\boxed{{}_n(E_y)_N^{\text{TLM}}(i, j, k) = \frac{2}{Y_y + 4 + g_{ey}} \left({}_nV_3^i + {}_nV_{11}^i + {}_nV_4^i + {}_nV_8^i + Y_y \cdot {}_nV_{14}^i \right)} \quad (3.52)$$

$$\boxed{{}_n(E_z)_N^{\text{TLM}}(i, j, k) = \frac{2}{Y_z + 4 + g_{ez}} \left({}_nV_6^i + {}_nV_{10}^i + {}_nV_5^i + {}_nV_7^i + Y_z \cdot {}_nV_{15}^i \right)} \quad (3.53)$$

$$\boxed{{}_n(H_x)_N^{\text{TLM}}(i, j, k) = \frac{2}{Z_x + 4 + g_{mx}} \left({}_nV_5^i - {}_nV_7^i + {}_nV_8^i - {}_nV_4^i + {}_nV_{16}^i \right)} \quad (3.54)$$

$$\boxed{{}_n(H_y)_N^{\text{TLM}}(i, j, k) = \frac{2}{Z_y + 4 + g_{my}} \left({}_nV_{10}^i - {}_nV_6^i + {}_nV_2^i - {}_nV_9^i + {}_nV_{17}^i \right)} \quad (3.55)$$

$$\boxed{{}_n(H_z)_N^{\text{TLM}}(i, j, k) = \frac{2}{Z_z + 4 + g_{mz}} \left({}_nV_3^i - {}_nV_{11}^i + {}_nV_{12}^i - {}_nV_1^i + {}_nV_{18}^i \right)} \quad (3.56)$$

On a donc obtenu les expressions liant les 6 composantes du champ EM, (discrétisées dans l'espace et dans le temps) avec les 18 impulsions de tensions incidentes sur les bras du nœud TLM.

On peut exprimer les impulsions de tension réfléchies comme il suit :

$${}_nV_1^r = \left[{}_n(E_x)_N^{\text{TLM}}(i, j, k) + {}_n(H_z)_N^{\text{TLM}}(i, j, k) \right] - {}_nV_{12}^i \quad (3.57)$$

$${}_nV_2^r = \left[{}_n(E_x)_N^{\text{TLM}}(i, j, k) - {}_n(H_y)_N^{\text{TLM}}(i, j, k) \right] - {}_nV_9^i \quad (3.58)$$

$${}_nV_3^r = \left[{}_n(E_y)_N^{\text{TLM}}(i, j, k) - {}_n(H_z)_N^{\text{TLM}}(i, j, k) \right] - {}_nV_{11}^i \quad (3.59)$$

$${}_nV_4^r = \left[{}_n(E_y)_N^{\text{TLM}}(i, j, k) + {}_n(H_x)_N^{\text{TLM}}(i, j, k) \right] - {}_nV_8^i \quad (3.60)$$

$${}_nV_5^r = \left[{}_n(E_z)_N^{\text{TLM}}(i, j, k) - {}_n(H_x)_N^{\text{TLM}}(i, j, k) \right] - {}_nV_7^i \quad (3.61)$$

$${}_nV_6^r = \left[{}_n(E_z)_N^{\text{TLM}}(i, j, k) + {}_n(H_y)_N^{\text{TLM}}(i, j, k) \right] - {}_nV_{10}^i \quad (3.62)$$

$${}_nV_7^r = \left[{}_n(E_z)_N^{\text{TLM}}(i, j, k) + {}_n(H_x)_N^{\text{TLM}}(i, j, k) \right] - {}_nV_5^i \quad (3.63)$$

$${}_nV_8^r = \left[{}_n(E_y)_N^{\text{TLM}}(i, j, k) - {}_n(H_x)_N^{\text{TLM}}(i, j, k) \right] - {}_nV_4^i \quad (3.64)$$

$${}_nV_9^r = \left[{}_n(E_x)_N^{\text{TLM}}(i, j, k) + {}_n(H_y)_N^{\text{TLM}}(i, j, k) \right] - {}_nV_2^i \quad (3.65)$$

$${}_nV_{10}^r = \left[{}_n(E_z)_N^{\text{TLM}}(i, j, k) - {}_n(H_y)_N^{\text{TLM}}(i, j, k) \right] - {}_nV_6^i \quad (3.66)$$

$${}_nV_{11}^r = \left[{}_n(E_y)_N^{\text{TLM}}(i, j, k) + {}_n(H_z)_N^{\text{TLM}}(i, j, k) \right] - {}_nV_3^i \quad (3.67)$$

$${}_nV_{12}^r = \left[{}_n(E_x)_N^{\text{TLM}}(i, j, k) - {}_n(H_z)_N^{\text{TLM}}(i, j, k) \right] - {}_nV_1^i \quad (3.68)$$

$${}_nV_{13}^r = {}_n(E_x)_N^{\text{TLM}}(i, j, k) - {}_nV_{13}^i \quad (3.69)$$

$${}_nV_{14}^r = {}_n(E_y)_N^{\text{TLM}}(i, j, k) - {}_nV_{14}^i \quad (3.70)$$

$${}_nV_{15}^r = {}_n(E_z)_N^{\text{TLM}}(i, j, k) - {}_nV_{15}^i \quad (3.71)$$

$${}_nV_{16}^r = {}_nV_{16}^i - Z_x \cdot {}_n(H_x)_N^{\text{TLM}}(i, j, k) \quad (3.72)$$

$${}_nV_{17}^r = {}_nV_{17}^i - Z_y \cdot {}_n(H_y)_N^{\text{TLM}}(i, j, k) \quad (3.73)$$

$${}_nV_{18}^r = {}_nV_{18}^i - Z_z \cdot {}_n(H_z)_N^{\text{TLM}}(i, j, k) \quad (3.74)$$

Les coefficients de la matrice de répartition $[S]$ (de dimensions 18x18) sont obtenus en moyennant les expressions $E_i \pm H_j$ ($i, j = x, y, z$) [3].

3.1.6.3 Relations constitutives de base du nœud SCN

Par la suite, nous allons présenter les relations que nous allons utiliser pour implémenter la méthode TLM 3D à nœuds SCN, lors de nos simulations. Nous nous plaçons dans l'hypothèse d'un milieu de propagation *homogène, isotrope et sans pertes*. Nous allons également considérer que les 3 dimensions de la cellule sont égales entre elles et égales au pas spatial du réseau ($u = v = w = \Delta l$). Le temps pour qu'une onde se propage d'un nœud à l'autre du réseau est égale à $\Delta t = \Delta l / 2c$, où c est la vitesse de l'onde en espace libre (vitesse de la lumière).

La relation matricielle de répartition au niveau du nœud SCN, qui fait la liaison entre les douze impulsions (de tension) réfléchies ($[V]_n^r$) et les douze impulsions (de tension) incidentes ($[V]_n^i$), à l'instant n , s'écrit de la manière suivante [16] :

$$\boxed{[V]_n^r = [S] \cdot [V]_n^i} \quad (3.75)$$

où $[V]^i = [V_1^i \ V_2^i \ V_3^i \ \dots \ V_{12}^i]^T$ et $[V]^r = [V_1^r \ V_2^r \ V_3^r \ \dots \ V_{12}^r]^T$ et $[S]$ est la matrice (12 x 12) de répartition du nœud [16], [3] :

$$[S] = \frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \quad (3.76)$$

Chaque impulsion de tension réfléchie devient ensuite une impulsion incidente pour le nœud adjacent. La connexion entre les nœuds du réseau est décrite par la même relation

générale: $[V]_{n+1}^i = [C] \cdot [V]_n^r$, où par exemple :

$$\begin{aligned}
 {}_nV_1^i(x, y, z) &= {}_{n-1}V_{12}^r(x, y - \Delta l, z) & {}_nV_2^i(x, y, z) &= {}_{n-1}V_9^r(x, y, z - \Delta l) \\
 {}_nV_3^i(x, y, z) &= {}_{n-1}V_{11}^r(x - \Delta l, y, z) & {}_nV_4^i(x, y, z) &= {}_{n-1}V_8^r(x, y, z - \Delta l) \\
 {}_nV_5^i(x, y, z) &= {}_{n-1}V_7^r(x, y - \Delta l, z) & {}_nV_6^i(x, y, z) &= {}_{n-1}V_{10}^r(x - \Delta l, y, z) \\
 {}_nV_7^i(x, y, z) &= {}_{n-1}V_5^r(x, y + \Delta l, z) & {}_nV_8^i(x, y, z) &= {}_{n-1}V_4^r(x, y, z + \Delta l) \\
 {}_nV_9^i(x, y, z) &= {}_{n-1}V_2^r(x, y, z + \Delta l) & {}_nV_{10}^i(x, y, z) &= {}_{n-1}V_6^r(x + \Delta l, y, z) \\
 {}_nV_{11}^i(x, y, z) &= {}_{n-1}V_3^r(x + \Delta l, y, z) & {}_nV_{12}^i(x, y, z) &= {}_{n-1}V_1^r(x, y + \Delta l, z)
 \end{aligned} \tag{3.77}$$

Pour les ports du nœud où on place des parois, il est nécessaire d'imposer des conditions limites. Alors, l'étape de connexion s'écrit :

$$\boxed{{}_nV_k^i(x, y, z) = \Gamma \cdot {}_{n-1}V_k^r(x, y, z)}, \text{ avec : } k = 1, \dots, 12 \tag{3.78}$$

où Γ est le coefficient de réflexion.

Par exemple, un court-circuit placé sur l'axe Oy , à mi-distance entre 2 nœuds, impose des conditions aux limites sur les tensions ${}_nV_1^i$ et ${}_nV_5^i$ du nœud situé au-dessus et sur les tensions ${}_nV_7^i$ et ${}_nV_{12}^i$ du nœud situé en dessous. La simulation du milieu infini impose la définition des parois absorbantes pour limiter le domaine de calcul. Cela peut se faire en imposant un coefficient de réflexion (Γ) nul dans (3.78). Cependant, cela n'est pas la meilleure solution : elle peut donner naissance à des réflexions parasites [5]. Les parois absorbantes PML sont préférées [31-34].

- **Sortie et excitation**

Les composantes du champ électrique (\vec{E}) et magnétique (\vec{H}) peuvent être calculés au centre de n'importe quelle cellule, à chaque instant $n \cdot \Delta t$ ($n = \overline{1, I}$), à partir d'une combinaison linéaire de tensions incidentes sur les bras du nœud [16], [41], [3]:

$$\begin{aligned}
 E_x &= \frac{V_1^i + V_2^i + V_9^i + V_{12}^i}{2\Delta l} & H_x &= \frac{V_4^i - V_5^i + V_7^i - V_8^i}{2Z_0\Delta l} \\
 E_y &= \frac{V_3^i + V_4^i + V_8^i + V_{11}^i}{2\Delta l} & H_y &= \frac{-V_2^i + V_6^i + V_9^i - V_{10}^i}{2Z_0\Delta l} \\
 E_z &= \frac{V_5^i + V_6^i + V_7^i + V_{10}^i}{2\Delta l} & H_z &= \frac{-V_3^i + V_1^i + V_{11}^i - V_{12}^i}{2Z_0\Delta l}
 \end{aligned} \tag{3.79}$$

En ce qui concerne l'excitation, en général on veut déterminer les impulsions de tensions incidentes au niveau de chaque nœud du réseau TLM, à partir de certaines composantes du champ EM que l'on veut exciter. On utilise alors les relations suivantes [16]:

$$V_1^i = (E_x + Z_0 \cdot H_z) \cdot \Delta l / 2 \tag{3.80}$$

$$V_2^i = (E_x - Z_0 \cdot H_y) \cdot \Delta l / 2 \tag{3.81}$$

$$V_3^i = (E_y - Z_0 \cdot H_z) \cdot \Delta l / 2 \tag{3.82}$$

$$V_4^i = (E_y + Z_0 \cdot H_x) \cdot \Delta l / 2 \tag{3.83}$$

$$V_5^i = (E_z - Z_0 \cdot H_x) \cdot \Delta l / 2 \tag{3.84}$$

$$V_6^i = (E_z + Z_0 \cdot H_y) \cdot \Delta l / 2 \tag{3.85}$$

$$V_7^i = (E_z + Z_0 \cdot H_x) \cdot \Delta l / 2 \quad (3.86)$$

$$V_8^i = (E_y - Z_0 \cdot H_x) \cdot \Delta l / 2 \quad (3.87)$$

$$V_9^i = (E_x + Z_0 \cdot H_y) \cdot \Delta l / 2 \quad (3.88)$$

$$V_{10}^i = (E_z - Z_0 \cdot H_y) \cdot \Delta l / 2 \quad (3.89)$$

$$V_{11}^i = (E_y + Z_0 \cdot H_z) \cdot \Delta l / 2 \quad (3.90)$$

$$V_{12}^i = (E_x - Z_0 \cdot H_z) \cdot \Delta l / 2 \quad (3.91)$$

Par exemple, si l'on veut exciter uniquement le champ $E_y = 1$, alors les impulsions incidentes à imposer au niveau du nœud respectif sont : $V_3^i = V_4^i = V_8^i = V_{11}^i = \Delta l / 2$.

Nous allons présenter, par la suite, la méthode TLM-inverse, que nous utilisons lors de nos simulations.

3.2 Modélisation numérique du RT par la méthode TLM-inverse

Dans ce sous-chapitre, nous présenterons la méthode TLM-inverse que nous allons utiliser pour simuler le processus de RT d'une manière numérique. Les principes de la méthode TLM-inverse seront donc introduits et ses applications représentatives seront présentées.

3.2.1 Principe de la méthode TLM-inverse. RT numérique.

La méthode TLM-inverse a été introduite par R. Sorrentino et W. J. R. Hofer, en 1991 [42]. L'intérêt principal était de développer un outil de simulation pouvant être utilisé pour réaliser la synthèse dans le domaine temporel.

Afin d'implémenter le RT par la méthode TLM, il suffit d'inverser le processus de répartition au niveau du nœud. Plus précisément, les impulsions de tension incidentes sont calculées à partir des impulsions de tension réfléchies.

Pour un milieu linéaire, isotrope et sans perte, la matrice de répartition du nœud TLM est identique à son inverse [42], [43] :

$$\boxed{[S] = [S]^{-1}} \quad (3.92)$$

En conséquence, l'algorithme TLM inverse est identique à l'algorithme direct. On peut ainsi écrire *les deux équations décrivant l'approche inverse* - la répartition au niveau du nœud et la propagation entre les nœuds :

$$\boxed{[V]_n^i = [S] \cdot [V]_n^r} \quad \boxed{[V]_n^r = [C] \cdot [V]_{n-1}^i} \quad (3.93)$$

Par exemple, considérons que l'on excite le réseau TLM en appliquant une impulsion de tension au moment $t_0 = 0$ et que l'on enregistre les réponses du réseau après I itérations. On peut alors retourner au moment initial $t_0 = 0$ en inversant la direction des impulsions au moment $t = I$ et en enregistrant la réponse du réseau après I itérations.

Ainsi, la simulation inverse est, en fait, identique à la simulation directe (Fig. 3.8), due à la propriété d'unicité de la matrice de répartition. La seule différence est que, cette fois-ci, on excite le réseau TLM en réinjectant le résultat de la simulation antérieure. De cette manière, en connaissant le champ à une certaine distance, on peut reconstruire la distribution initiale des sources. Cette procédure est valable en 2D [42], comme en 3D [43].

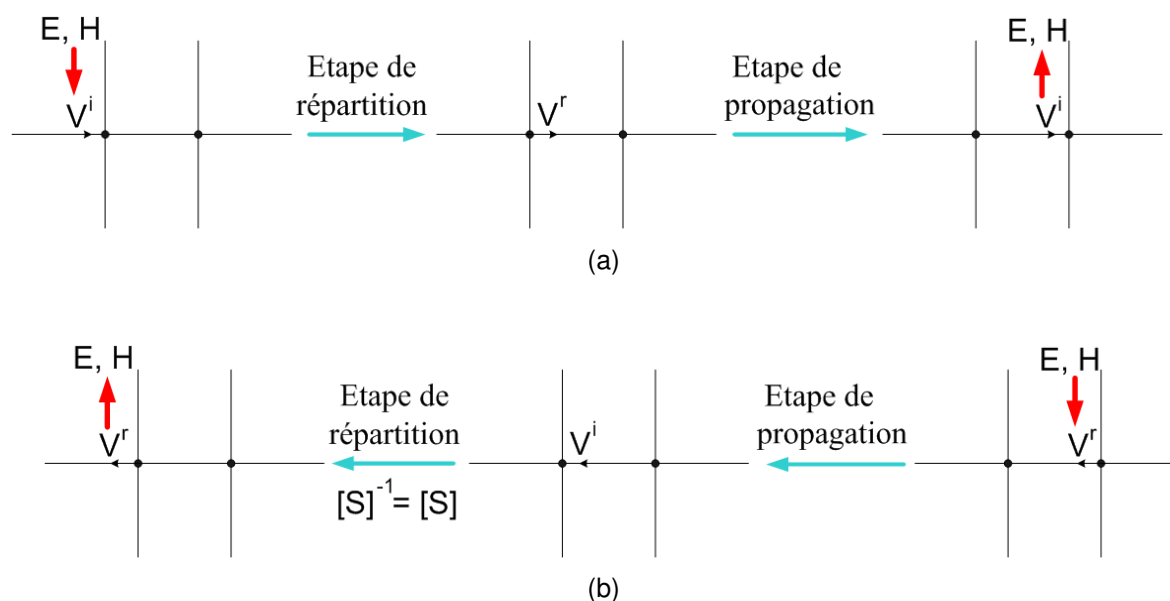


Fig. 3.8 (a) Méthode TLM directe ; (b) Méthode TLM inverse.

Remarques :

- 1) Le processus TLM peut être inversé correctement si et seulement si le réseau TLM est linéaire et sans pertes ! (C'est la même remarque que l'on avait faite dans le Chapitre 1, à propos du RT en général).
- 2) L'inversion de la matrice de répartition du nœud ne garantit pas un RT parfait et valide. Intuitivement, les pertes, durant l'étape de propagation directe, devraient être remplacées par un gain pendant l'étape de RT. L'étude du RT des ondes EM sera le sujet du chapitre suivant (Chapitre 4).

3.2.2 Etat de l'art du RT par la méthode TLM-inverse

3.2.2.1 Reconstruction des sources primaires

Une des premières applications de la méthode TLM-inverse, qui est encore étudiée, est celle de la reconstruction de sources primaires (« inverse source problems (ISP) »). Ce problème (ISP) consiste à reconstruire une distribution de sources rayonnantes à partir du champ généré à l'extérieur de la zone qui contient ces sources. Différents aspects du problème ont été investigués analytiquement [44, 45].

La méthode TLM-inverse 2D a été appliquée pour reconstruire une source primaire impulsionnelle ponctuelle [42]. La simulation inverse est précédée par une simulation directe. Pendant l'approche directe, le champ est enregistré sur un contour autour de la source. Ce champ est excité dans une chronologie inverse, sur le même contour, pendant l'approche inverse (Fig. 3.9). Les erreurs systématiques sont complètement annulées pendant la simulation inverse, puisque la procédure est entièrement déterministe. Ainsi, la reconstruction de la source est affectée seulement par l'erreur de troncature qui en général est petite.

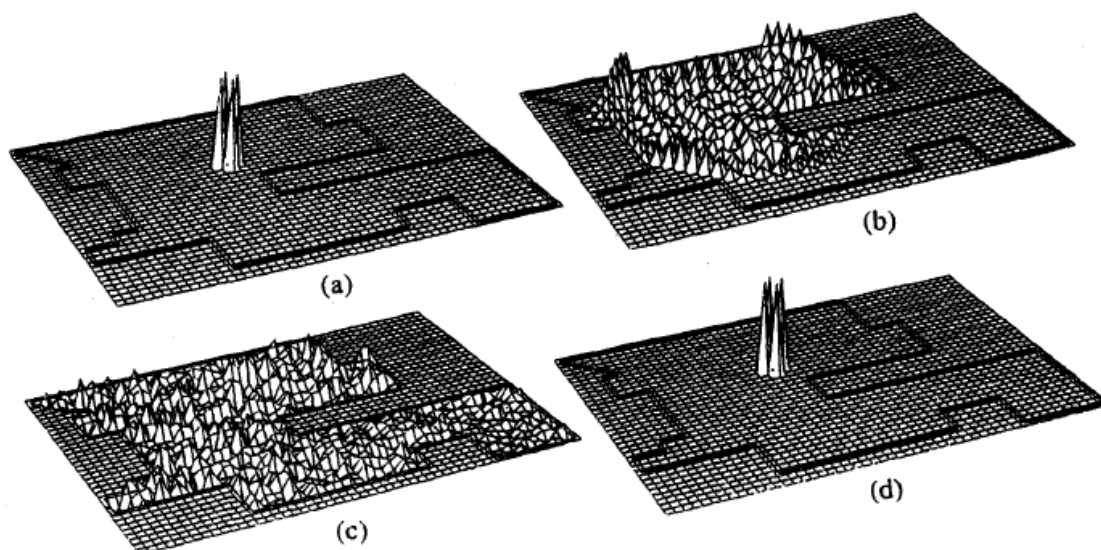


Fig. 3.9 Quatre phases de la simulation directe / inverse ayant comme but la reconstruction d'une source impulsionnelle ponctuelle [42].

La même méthode TLM-inverse 2D a été appliquée dans [46], le but étant de comparer la variation temporelle du signal obtenu suite à l'approche inverse avec l'excitation initiale. La reconstruction spatiale de la source n'est pas abordée.

3.2.2.2 Problèmes de diffraction inverse

Un type d'applications qui nous intéresse, car il s'approche de notre domaine de recherche, est celui des problèmes dits « de diffraction inverse » (« inverse diffraction problems »).

L'objectif d'un tel problème est de déterminer la géométrie des objets sur lesquels le phénomène de diffraction a lieu, à partir du champ diffracté par ceux-ci. Ce champ diffracté est obtenu en illuminant les objets par une onde plane. La méthode TLM-inverse a été intensivement utilisée dans ce genre d'applications [42], [43], [49]. Par la suite, nous allons détailler un peu l'approche utilisée dans ces problèmes, nous allons présenter l'algorithme utilisé et les résultats obtenus jusqu'à présent.

L'algorithme qui est à la base du processus de reconstruction comporte trois étapes [43] :

- 1) Analyse TLM directe de la structure en présence de l'obstacle, afin d'obtenir le champ total se propageant dans la structure. Ce champ total (ψ^{tot}) représente une superposition entre le champ incident (ψ^{inc}) et le champ diffracté par l'obstacle (ψ^{diff}) :

L'objet / obstacle est *illuminé par une onde plane* : une excitation échantillonnée dans le temps est injectée dans la structure vide. Une première simulation TLM directe est exécutée. Le champ total ($\psi^{tot}(n, p)$) est enregistré en un nombre limité de points situés sur un contour, ou sur une surface entourant l'objet (n est l'itération et p est le point).

- 2) Analyse TLM directe de la structure vide (sans obstacle), afin d'obtenir le champ incident qui se propage dans la structure:

Une deuxième simulation, TLM directe, est réalisée en l'absence de l'objet. Le champ incident, $\psi^{inc}(n, p)$, est enregistré au niveau des mêmes points p que dans la première étape.

Remarque : Le temps de simulation doit être identique pendant ces deux premières étapes.

3) Approche TLM-inverse ayant comme but de reconstruire la topologie de l'obstacle:

En chaque point p , où le champ a été enregistré pendant les deux premières étapes, on soustrait du champ total (le champ donné par la 2^{ème} étape) le champ incident (le champ donné par la 1^{ère} étape). On obtient donc le champ diffracté: $\psi^{diff}(n, p) = \psi^{tot}(n, p) - \psi^{inc}(n, p)$. Finalement, ce champ est excité dans une chronologie inverse dans le réseau et la méthode TLM inverse est appliquée dans le but de retrouver l'objet initial. Le programme est exécuté pendant le même nombre d'itérations.

Remarques :

- 1) La réponse du système n'est pas retournée temporellement dans tout le volume de l'espace, mais uniquement au niveau des nœuds sur un contour / surface autour de l'objet, selon le principe de Huygens.
- 2) Le nombre d'itérations doit être suffisamment grand pour que le champ disparaisse complètement dans la structure pendant l'approche directe.
- 3) Dans le cas d'un algorithme d'optimisation, le processus est répété plusieurs fois afin que la performance souhaitée soit atteinte [47].

Une telle applications, utilisant la méthode TLM-inverse 2D, a pour but de retrouver un objet métallique situé dans un guide d'onde plan parallèle, à partir du champ diffracté [48], [42], [43], [49] (Fig. 3.10). Trouver la topologie d'un tel objet parfaitement conducteur est équivalent à la reconstruction de la position des sources de courant induit sur la surface de cet objet. L'algorithme présenté ci-dessus a été appliqué.

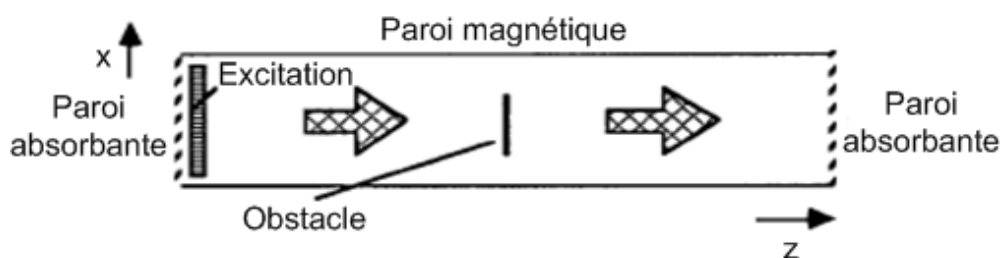


Fig. 3.10 Objet métallique placé dans un guide d'onde plan parallèle [42], [43].

La question qui se pose est : comment peut-on trouver l'endroit où l'objet est placé, à partir du résultat de la simulation TLM-inverse ?

Il faut se rappeler que les composantes du champ peuvent montrer différents aspects sur le contour de l'obstacle. Par exemple, à sa surface, on trouve les valeurs maximales de la composante tangentielle du champ électrique ($E_t = \max$) et les valeurs minimales du champ magnétique tangentiel ($H_t = \min$). De même, la composante normale du champ magnétique, H_n , peut être utilisée pour indiquer la position des extrémités de l'objet.

Alors, selon ce principe, la valeur maximale du champ électrique a été représentée dans [42], afin de chercher la position de l'objet métallique placé dans le guide (Fig. 3.11). On s'intéresse à la valeur maximale du champ car pendant l'approche inverse, il n'y a plus d'obstacle dans la structure. Par conséquent, les champs disparaissent à la fin du processus.

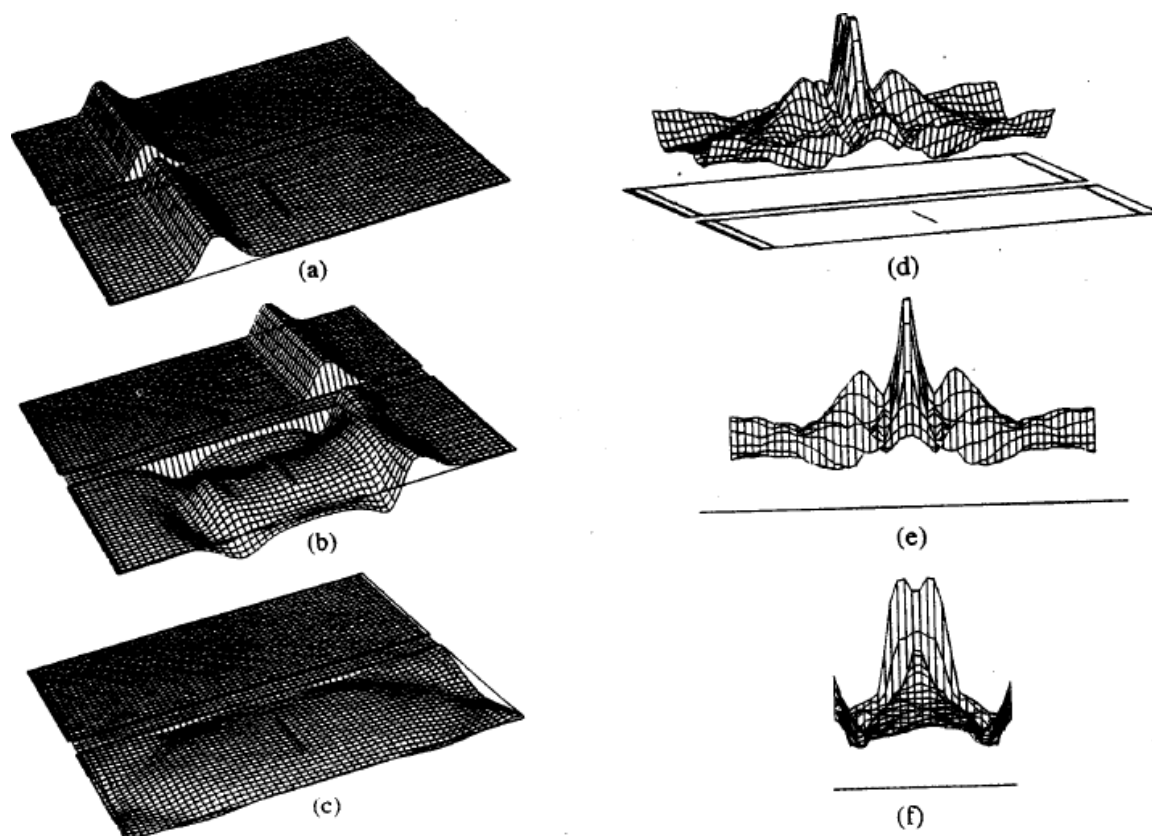


Fig. 3.11 L'objet est illuminé par une onde plane. (a)-(c) Propagation du champ (30,70 et 100 itérations) dans le guide vide et dans le guide avec obstacle; (d)-(e) l'algorithme de reconstruction est appliqué et le champ électrique maximal représenté (vue latérale et vue de face) [42].

Il a été constaté qu'une meilleure définition du contour de l'obstacle s'obtient lorsqu'on représente une combinaison de composantes du champ, comme par exemple, l'amplitude maximale du vecteur de Poynting : $|P(i, j)| = |E_y(i, j)| \cdot \sqrt{|H_x(i, j)|^2 + |H_z(i, j)|^2}$, où i, j sont les coordonnées du nœud dans le guide [43] (Fig. 3.12a). Les valeurs minimales de la valeur absolue de ce vecteur décrivent l'emplacement et la forme de l'objet. En conséquence, la géométrie de l'obstacle peut être reconstruite (Fig. 3.12b), par un algorithme qui extrait ces points.

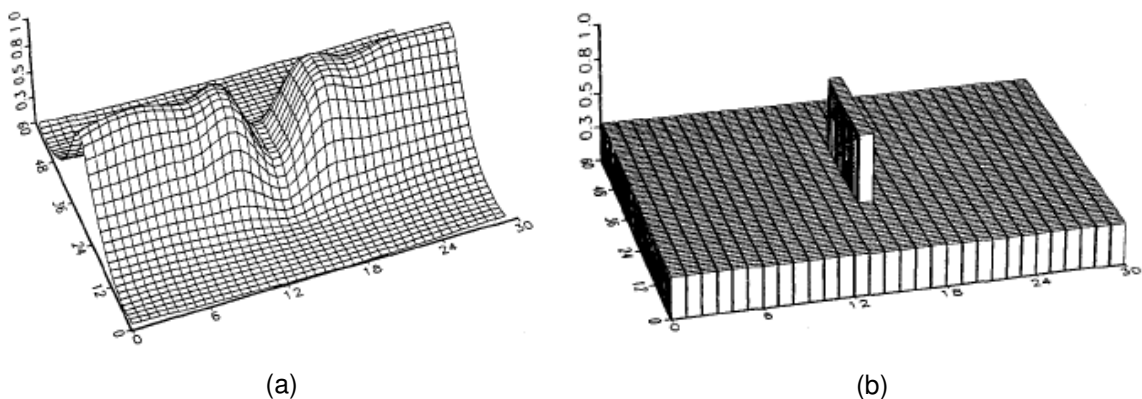


Fig. 3.12 (a) Amplitude maximale du vecteur de Poynting ; (b) Reconstruction de l'objet [43].

Remarque : Il a été démontré que la résolution spatiale de la reconstruction est inversement proportionnelle à la durée de l'excitation impulsionnelle et proportionnelle au pas du réseau. Cette méthode a aussi été appliquée en 3D.

La méthode TLM-inverse a également été appliquée dans la synthèse des filtres de microondes. En 1D [35], le profil d'impédance des lignes de transmission a été obtenu à partir du coefficient de réflexion, dans le domaine temporel, à l'entrée de la structure à synthétiser. En 2D [50], en développant la technique 1D décrite en [35], le but était de déterminer la géométrie d'un obstacle. La méthode TLM inverse 2D a aussi été appliquée dans [51] pour synthétiser des résonateurs, des obstacles inductifs placés dans un guide d'onde et des filtres.

Le passage vers la simulation TLM-inverse en 3D, à nœud SCN, a été fait par S. Barraud, J. L. Dubard et D. Pompei [39], [52], qui ont étudié la reconstruction des objets métalliques placés dans l'espace libre, à partir du champ diffracté. La procédure de reconstruction employée est identique à celle introduite par l'équipe de W. Hoefler [42], dans l'approche inverse 2D. Elle se compose des trois étapes décrites auparavant. De plus, afin de pouvoir

décrire tous les côtés de l'objet, l'algorithme est appliqué plusieurs fois [49]. Le réseau est excité avec deux ondes planes polarisées selon des directions différentes afin d'illuminer tous les côtés de l'objet. La réponse est enregistrée sur une surface cubique autour de celui-ci. Les résultats sont interprétés de la même manière, en utilisant l'amplitude maximale du vecteur de Poynting (Fig. 3.13) et, sans avoir besoin d'optimisation, l'objet est reconstruit avec précision.

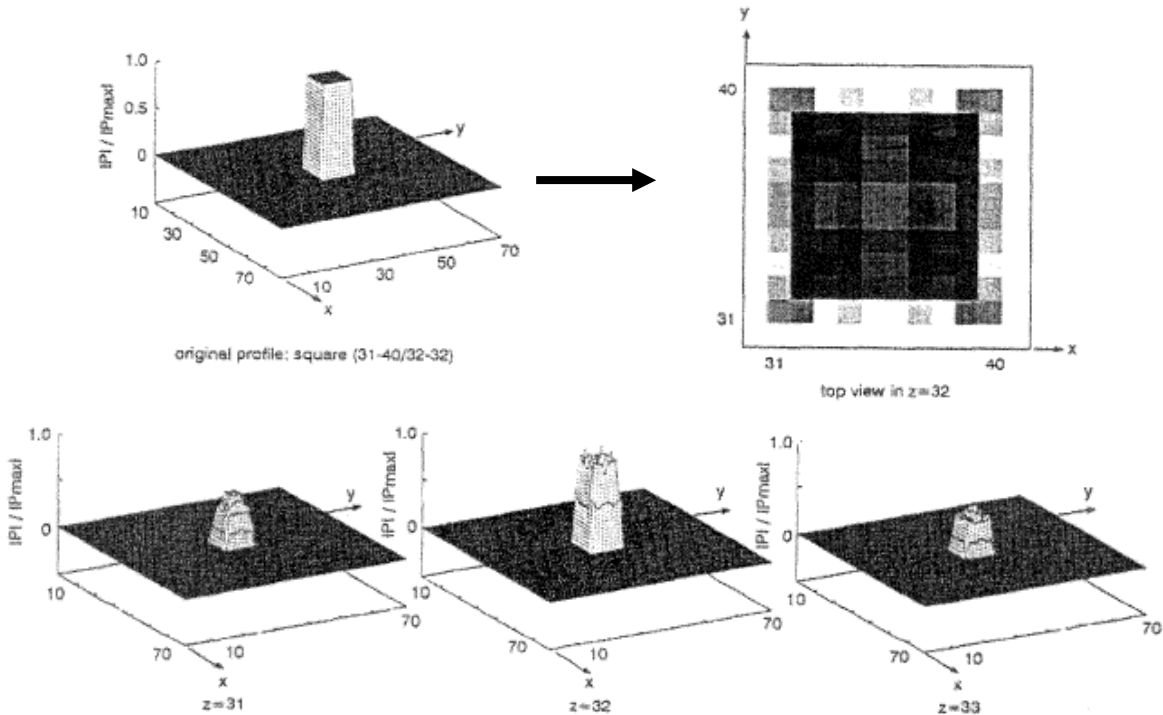


Fig. 3.13 Reconstruction d'un carré métallique [39].

La méthode TLM 3D à nœuds SCN a été également utilisée dans [53] pour synthétiser un guide d'onde rectangulaire. Les travaux plus récents [54], [55], [56], [46] se concentrent sur la synthèse de structures microondes (filtres, cavités etc.), à l'aide d'un algorithme itératif qui utilise la méthode TLM. Cet algorithme alterne des simulations directes avec des simulations inverses. Pour les simulations inverses, l'excitation est représentée par une réponse du système, constamment améliorée, afin d'optimiser la géométrie de la structure qui la produit.

Dans les chapitres suivants nous allons utiliser la méthode TLM inverse pour synthétiser des sources EM rayonnantes large-bandes, primaires et secondaire, placés dans l'espace libre. La différence entre notre approche et les problèmes de diffractions inverses, décrites auparavant, est que nous voulons reconstruire une distribution de sources à partir du

champ rayonné et non pas du champ diffracté. De plus, aucun algorithme d'optimisation ne sera utilisé.

3.3 Conclusion

La première partie de ce chapitre a introduit les principes de bases de la méthode TLM. Les types principaux de nœuds 2D et 3D ont été présentés et comparés. Les équations de Maxwell sous forme discrète décrivant la propagation des ondes EM ont été montrées. Les liaisons entre le champ EM et les paramètres du réseau TLM ont été déduites mathématiquement. Les relations constitutives du nœud SCN ont été ensuite détaillées.

La deuxième partie du chapitre s'est concentrée sur l'explication de la méthode TLM-inverse utilisée pour la simulation numérique du RT. Il a été montré que la matrice de répartition du nœud TLM est identique à son inverse. En conséquence, l'algorithme TLM inverse reste identique à celui décrivant la propagation directe. Enfin, les applications précédentes de la méthode TLM inverse 2D et 3D ont été passées en revue.

Le chapitre suivant commence l'étude (la contribution) originale de cette thèse, avec la synthèse des sources EM primaires, par la méthode TLM-inverse, 3D, à nœuds SCN. La reconstruction des sources EM rayonnantes par une seule simulation TLM inverse sera étudiée. Une investigation de l'efficacité de la méthode sera effectuée et les problèmes de celle-ci seront discutés.

Références

- [1] R. Allen, A. Mallik, and P. Johns, "Numerical Results for the Symmetrical Condensed TLM Node," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 35, pp. 378-382, 1987.
- [2] P. B. Johns and R. L. Beurle, "Numerical Solution of 2-dimensional Scattering Problems Using a Transmission-Line Matrix," in *Proc. IEE*, 1971, pp. 1203-1208.
- [3] C. Christopoulos, *The Transmission-line Modeling Method: TLM*. New York: John Wiley & Sons/IEEE Publications, 1995.
- [4] W. J. R. Hofer, "The Transmission-Line Matrix-Method - Theory and Applications," *Ieee Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 33, pp. 882-893, 1985.
- [5] C. R. Cacoveanu, "Développement de la méthode TLM. Simulation des pertes dans le domaine temporel," vol. PhD Thesis, ed, 1997.
- [6] V. Trenkic, C. Christopoulos, and T. M. Benson, "Dispersion Analysis of TLM Symmetrical Supercondensed Node," *Electronics Letters*, vol. 30, pp. 2151-2153, 1994.
- [7] V. Trenkic, C. Christopoulos, and T. M. Benson, "Analytical Expansion of the Dispersion Relation for TLM Condensed Nodes," *Ieee Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 44, pp. 2223-2230, 1996.
- [8] V. Trenkic, "The Development and Chracaterisation of Advanced Nodes for the TLM Method," PhD Thesis, Nottingham, 1995.
- [9] S. Akhtarzad and P. B. Johns, "Generalized Elements for TLM Method of Numerical-Analysis," *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers-London*, vol. 122, pp. 1349-1352, 1975.
- [10] S. Akhtarzad, "Analysis of Lossy Microwave Structures and Microstrip Resonators by the TLM Method," vol. Ph.D. Thesis, ed. Nottingham, 1975.
- [11] P. Saguet, "Analyse des milieux guides. La méthode MTLM.," PhD Thesis, 1985.
- [12] S. Akhtarzad and P. B. Johns, "Solution of Maxwells Equantion in 3 Space Dimensions and Time by TLM Method of Numerical-Analysis," *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers-London*, vol. 122, pp. 1344-1348, 1975.
- [13] S. Akhtarzad and P. B. Johns, "Solution of 6-Component Electromagnetic Fields in Three Space Dimensions and Time by the TLM Method," *Electronic Letters*, vol. 10, pp. 535-537, November 1974.
- [14] P. Saguet and E. Pic, "The Use of a New Type of Node in a 3-Dimensional Transmission-Line Matrix (TLM)," *Electronics Letters*, vol. 18, pp. 478-480, 1982.
- [15] K. S. Yee, "Numerical Solution of Initial Boundary Value Problem Involving Maxwell's Equations in Isotropic Media," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-14(3), pp. 302-307, May 1966.
- [16] P. B. Johns, "A Symmetrical Condensed Node for the TLM Method," *Ieee Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 35, pp. 370-377, 1987.
- [17] P. B. Johns, "New Symmetrical Condensed Node for 3-Dimensional Solution of Electromagnetic-Wave Problems by TLM," *Electronics Letters*, vol. 22, pp. 162-164, 1986.
- [18] R. Scaramuzza and A. J. Lowery, "Hybrid Symmetrical Condensed Node for the TLM Method," *Electronics Letters*, vol. 26, pp. 1947-1949, 1990.
- [19] P. Berini and K. Wu, "A Pair of Hybrid Symmetrical Condensed TLM Nodes," *Ieee Microwave and Guided Wave Letters*, vol. 4, pp. 244-246, 1994.
- [20] S. Le Maguer, "New TLM Nodes with PML Absorbing Boundary Conditions for the Characterization of Axially Symmetric Antennas," *International Journal of Numerical Modelling-Electronic Networks Devices and Fields*, vol. 14, pp. 185-203, 2001.
- [21] V. Trenkic, C. Christopoulos, and T. M. Benson, "New Symmetrical Super-Condensed Node for the TLM Method," *Electronics Letters*, vol. 30, pp. 329-330, 1994.

- [22] V. Trenkic, C. Christopoulos, and T. M. Benson, "Generally Graded TLM Mesh Using the Symmetrical Super Condensed Node," *Electronics Letters*, vol. 30, pp. 795-797, 1994.
- [23] V. Trenkic, C. Christopoulos, and T. M. Benson, "Theory of the Symmetrical Super-Condensed Node for the TLM Method," *Ieee Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 43, pp. 1342-1348, 1995.
- [24] V. Trenkic, C. Christopoulos, and T. M. Benson, "Development of a General Symmetrical Condensed Node for the TLM Method," *Ieee Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 44, pp. 2129-2135, 1996.
- [25] V. Trenkic, C. Christopoulos, and T. M. Benson, "Optimization of TLM Schemes Based on the General Symmetrical Condensed Node," *Ieee Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 45, pp. 457-465, 1997.
- [26] V. Trenkic, C. Christopoulos, and T. M. Benson, "Advanced Node Formulations in TLM- The Matched Symmetrical Condensed Node (MSCN)," in *ACES 96 Conference Proceedings*, March 1996, pp. 246-253.
- [27] V. Trenkic, C. Christopoulos, and T. M. Benson, "Advanced Node Formulations in TLM - The Adaptable Symmetrical Condensed Node," *Ieee Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 44, pp. 2473-2478, 1996.
- [28] P. Sewell, J. G. Wykes, T. M. Benson, C. Christopoulos, D. W. P. Thomas, and A. Vukovic, "Transmission-Line Modeling Using Unstructured Triangular Meshes," *Ieee Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 52, pp. 1490-1497, 2004.
- [29] P. Sewell, T. M. Benson, C. Christopoulos, D. W. P. Thomas, A. Vukovic, and J. G. Wykes, "Transmission-Line Modeling (TLM) Based Upon Unstructured Tetrahedral Meshes," *Ieee Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 53, pp. 1919-1928, 2005.
- [30] D. P. Johns, A. J. Wlodarczyk, A. Mallik, and C. Christopoulos, "New TLM Technique for Steady-State Field Solutions in 3 Dimensions," *Electronics Letters*, vol. 28, pp. 1692-1694, Aug 27 1992.
- [31] J. P. Berenger, "A Perfectly Matched Layer for the Absorption of Electromagnetic Waves," *Journal of Computational Physics*, vol. 114, pp. 185-200, 1994.
- [32] N. Pena and M. M. Ney, "A New TLM Node for Berenger's Perfectly Matched Layer," *Ieee Microwave and Guided Wave Letters*, vol. 6, pp. 410-412, 1996.
- [33] N. Pena and N. M. Ney, "Absorbing-boundary Conditions Using Perfectly Matched-Layer (PML) Technique for Three-Dimensional TLM Simulations," *Ieee Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 45, pp. 1749-1755, 1997.
- [34] J. L. Dubard and D. Pompei, "Optimization of the PML Efficiency in 3-D TLM method," *Ieee Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 48, pp. 1081-1088, 2000.
- [35] R. D. Moreira and L. de Menezes, "Direct Synthesis of Microwave Filters Using Inverse Scattering Transmission-Line Matrix Method," *Ieee Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 48, pp. 2271-2276, 2000.
- [36] P. Nayor and R. A. Desay, "New Three Dimensional Symmetrical Condensed Lossy Node for Solution of Electromagnetic Wave Problems by TLM," *Electronic Letters*, vol. 26, pp. 492-494, March 1990.
- [37] F. J. German, G. K. Gothard, and L. S. Riggs, "Modeling of Materials with Electric and Magnetic Losses with the Symmetrical Condensed TLM Method," *Electronics Letters*, vol. 26, pp. 1307-1308, 1990.
- [38] H. Jin and R. Vahldieck, "Direct Derivations of TLM Symmetrical Condensed Node and Hybrid Symmetrical Condensed Node from Maxwells Equations Using Centered Differencing and Averaging," *Ieee Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 42, pp. 2554-2561, Dec 1994.
- [39] S. Barraud, "Etude prospective de reconstruction d'objets volumiques par la méthode numérique spatio-temporelle TLM," PhD Thesis, May 1999.

- [40] C. Biscoveanu-Golovanov, "Développement de la méthode TLM en vue de son application à la compatibilité électromagnétique," PhD Thesis, 1999, July.
- [41] H. Youssef, "La contribution au développement de la méthode TLM en coordonnées curvilignes : Applications aux circuits radiofréquences," PhD Thesis, June 2008.
- [42] R. Sorrentino, P. M. So, and J. R. Hoefer, "Numerical Microwave Synthesis by Inversion of the TLM Process," presented at the 21st Euro Microwave Conf. Dig., Stuttgart, Germany, Sept. 1991.
- [43] M. Forest and W. J. R. Hoefer, "TLM Synthesis of Microwave Structures Using Time Reversal," presented at the IEEE MTT-S Int.Microwave Symp. Dig, Albuquerque, NM,, June 1992.
- [44] E. A. Marengo, A. J. Devaney, and R. W. Ziolkowski, "New Aspects of the Inverse Source Problem with Far-Field Data," *Journal of the Optical Society of America a-Optics Image Science and Vision*, vol. 16, pp. 1612-1622, Jul 1999.
- [45] E. A. Marengo and A. J. Devaney, "The Inverse Source Problem of Electromagnetics: Linear Inversion Formulation and Minimum Energy Solution," *Ieee Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 47, pp. 410-412, Feb 1999.
- [46] Y. Zhang, M. H. Bakr, N. K. Nikolova, and Ieee, "An Efficient Algorithm for Solving Inverse Source Problems Using Time Domain TLM," *2010 Ieee Antennas and Propagation Society International Symposium*, 2010 2010.
- [47] I. Scott, A. Vukovic, and P. Sewell, "Krylov Acceleration Techniques for Time-Reversal Design Applications," *Ieee Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 58, pp. 917-922, Apr 2010.
- [48] W. A. de Souza and L. de Menezes, "Reconstruction of Microwave Structures Using Two-Dimensional Inverse TLM (Transmission Line Matrix) Method," *2001 Ieee Mtt-S International Microwave Symposium Digest, Vols 1-3*, pp. 905-908, 2001.
- [49] M. Forest and W. J. R. Hoefer, "A Novel Synthesis Technique for Conducting Scatterers Using TLM Time-Reversal," *Ieee Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 43, pp. 1371-1378, 1995.
- [50] L. de Menezes, "New Developments in the Inverse Scattering TLM (Transmission Line Matrix) Method," *Imoc 2001: Proceedings of the 2001 Sbmo/Ieee Mtt-S International Microwave and Optoelectronics Conference*, pp. 403-406, 2001.
- [51] M. H. Bakr, P. P. M. So, and W. J. R. Hoefer, "The Generation of Optimal Microwave Topologies Using Time-Domain Field Synthesis," *Ieee Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 50, pp. 2537-2544, 2002.
- [52] S. Barraud, J. L. Dubard, and D. Pompei, "3D-TLM Pattern Recognitions in Free Space," *Iee Proceedings-Microwaves Antennas and Propagation*, vol. 145, pp. 387-391, 1998.
- [53] M. H. Bakr, P. P. M. So, and W. J. R. Hoefer, "Time Domain Field Synthesis with 3D Symmetric Condensed Node TLM," *2002 Ieee Mtt-S International Microwave Symposium Digest, Vols 1-3*, pp. 1131-1134, 2002.
- [54] I. Scott, A. Vukovic, and P. Sewell, "Convergence Acceleration for Simulated Time-Reversal," *Compel-the International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering*, vol. 28, pp. 1290-1297, 2009.
- [55] I. Scott, A. Vukovic, and P. Sewell, "Reducing the Computational Requirements of Time-Reversal Device Optimizations," *International Journal of Numerical Modelling-Electronic Networks Devices and Fields*, vol. 23, pp. 458-469, Nov-Dec 2010.
- [56] I. Scott, A. Vukovic, and P. Sewell, "Finite Precision Limitations in Numerical Time-Reversal Simulations," *Electromagnetics*, vol. 30, pp. 660-670, 2010.
- [57] N. R. S. Simons, R. Siushansian, J. L. Vetri, and M. Cuhaci, "Comparison of the Transmission-Line Matrix and Finite-Difference Time-Domain Methods for a Problem Containing a Sharp Metallic Edge", *IEEE Transactions on Microwave Theory & Techniques*, vol. 47, pp. 2042-2045, 1999
- [58] C. Eswarappa, and W. J. R. Hoefer, "Bridging the Gap between TLM and FDTD", *IEEE Microwave and Guided Wave Letters*, vol. 6, No. 1, 1996

4 Reconstruction des sources EM primaires par la méthode TLM inverse

4.1 Introduction

Le retournement temporel (RT) des ondes électromagnétiques (EM) pourrait être la solution pour la synthèse des sources et des structures EM rayonnantes. Ce chapitre sera dédié à la synthèse des sources EM primaires (il s'agit des sources excitées individuellement pour générer des ondes EM). Afin de simuler numériquement la retro-propagation des ondes EM dans le domaine temporel, nous utilisons la méthode TLM inverse à nœuds SCN (présentée dans le Chapitre 3, paragraphe 3.1.7).

Pendant l'étape de rayonnement, dite étape « directe », il y a un champ EM sortant qui s'éloigne de la source. Théoriquement, comme nous l'avons vu dans le Chapitre 2, pendant l'étape de RT, dite étape « inverse », il suffit de changer les conditions initiales afin de générer la solution duale de ce champ. Selon le principe de Huygens, la connaissance du champ rayonné sur une surface fermée entourant les sources suffit pour créer le champ dans tout le volume délimité par cette surface.

De plus, nous avons vu dans le chapitre précédent (Chapitre 3) que la méthode TLM inverse est identique à la méthode directe, dû à la propriété d'unicité de la matrice de répartition du nœud [1]. En conséquence, le processus de propagation des ondes EM peut être théoriquement retourné temporellement sans aucun changement. La seule différence se trouve au niveau des conditions initiales qui changent.

Comme nous l'avons vu à la fin du Chapitre 3, le RT par la méthode TLM inverse a été déjà appliqué dans les problèmes de diffraction inverse. Ce type de problèmes et la synthèse, que nous voulons étudier, se basent tous les deux sur la retro-propagation des ondes EM

décrite par les équations de Maxwell. Cependant, notre approche diffère de problèmes de diffraction inverse par le fait que le point de départ est représenté par le champ rayonné, souhaité et non pas par le champ diffracté. Le champ diffracté, comme nous l'avons montré dans le chapitre précédent (Chapitre 3), est obtenu de la manière suivante : l'objet à reconstruire est illuminé par une onde plane ; deux simulations directes sont exécutées, une en présence de l'objet (donnant le champ total) et la deuxième en l'absence de l'objet (donnant le champ incident) ; le champ diffracté est obtenu par la soustraction entre le champ total et le champ incident. C'est ce champ diffracté qui est excité pendant le RT, dans les problèmes de diffraction inverse, afin de retrouver la géométrie de l'objet.

Pour focaliser les ondes d'une manière optimale, il est nécessaire de tenir compte de toutes les informations dont on peut disposer (amplitude, délai etc.). Ainsi, si l'on veut focaliser une onde par RT, il suffit d'enregistrer d'abord les ondes émises par la source et de les inverser chronologiquement. Notre approche actionne d'abord comme un processus en deux étapes : une étape directe (d'enregistrement) et une étape inverse (de retro-propagation / reconstruction). Cependant, cette solution est provisoire car notre but est de réaliser le RT à partir d'un certain diagramme de rayonnement et non pas à partir de valeurs enregistrées suite à un approche directe.

Dans un premier temps, il est nécessaire d'implémenter, analyser et valider la méthode TLM inverse, d'étudier les caractéristiques et les limitations de celle-ci. Cela est l'objectif de ce chapitre. Nous commencerons par l'étude de la reconstruction des sources EM rayonnantes, ponctuelles, placées dans l'espace libre. Nous continuerons par la reconstruction des sources réparties. Dans un premier temps, la simulation TLM inverse utilisera, comme données d'entrée, l'historique temporel du rayonnement enregistré pendant simulation TLM directe. Ensuite, les amplitudes maximales et les délais correspondants du champ rayonné, sur une surface fermée autour des sources, seront utilisés pour fabriquer l'excitation à appliquer pendant l'approche inverse.

Nous nous plaçons dans les hypothèses d'une situation idéale, qui introduit une dispersion minimale. Nous considérons que le milieu de propagation est l'espace libre, *homogène, isotrope et sans pertes*. Nous évitons également d'utiliser un maillage à pas variable qui pourrait introduire une certaine dispersion.

Le code est écrit entièrement en Matlab, compilé sous Matlab 7.5.0, sur un ordinateur (poste de travail) Dell Optiplex 755 - Intel(R) Core(TM)2 Duo CPU - E7650 @2,66GHz - 1,97GHz 3,25Go de RAM.

4.2 RT numérique. Cavité   RT. Algorithmme

4.2.1 Maillage et choix des paramètres du réseau TLM

Considérons un volume cubique de l'espace, dont les dimensions selon chaque direction (x, y, z) sont : D_x, D_y, D_z , avec : $D_x = D_y = D_z$. Afin de limiter le domaine de calcul, tout en simulant un milieu infini de l'espace, nous utilisons des parois absorbantes, simulées en imposant un coefficient de réflexion nul ($\Gamma = 0$) aux frontières de ce domaine. Supposons que le milieu de propagation est homogène et isotrope, donc caractérisé par ϵ_0, μ_0 . Les sources sont excitées par des signaux large-bande.

- **Dimension de la cellule élémentaire (pas spatial du réseau)**

Le maillage spatial est défini par le choix de la dimension de la cellule élémentaire. Comme nous venons de le mentionner auparavant, dans cette thèse, nous utilisons un maillage spatial 3D, à pas spatial constant (Δl). Ceci pour éviter les causes possibles de dispersion, qui pourraient altérer les résultats d'un nouvel algorithmme. En conséquence, chaque cellule élémentaire cubique de l'espace est associée à un nœud TLM de dimensions identiques selon les trois directions: $(\Delta l \times \Delta l \times \Delta l)$. Notons le nombre des nœuds en chaque direction par : N_x, N_y, N_z . Alors, le pas spatial est égal à : $\Delta l = D_x / N_x = D_y / N_y = D_z / N_z$.

L'espace est donc discrétisé et le pas spatial du réseau TLM est choisi tel que : $\Delta l \leq \lambda / 10$, afin de réaliser une modélisation TLM d'une précision acceptable (λ est la longueur d'onde du signal transmis).

- **Pas temporel du réseau**

Le pas temporel respecte la relation : $\Delta t = \Delta l / (2c)$, où c est la vitesse de propagation de la lumière dans le vide. Notons la variable temporelle discrète par : $n = \overline{1, I}$, I étant le nombre d'itérations d'une simulation. Le temps de simulation est : $t = \Delta t \cdot I = \frac{\Delta l}{2c} \cdot I$.

- **Echantillonnage**

L'échantillonnage temporel doit être en concordance avec les conditions du théorème de Nyquist- Shannon : pour échantillonner correctement un signal, de telle manière que le

signal original puisse être reconstruit par interpolation, la fréquence d'échantillonnage, f_e , doit être égale ou supérieure au double de la fréquence maximale du signal, soit :

$$f_e \geq 2f_{\max} . \quad (4.1)$$

La fréquence d'échantillonnage que nous avons choisie est :

$$f_e = \frac{1}{\Delta t} = 20f_{\max} . \quad (4.2)$$

- **Troncature temporelle des simulations**

Le nombre d'itérations, I , d'une simulation, doit être choisi tel que la durée, $T_f = I \cdot \Delta t$, du processus de rayonnement soit suffisamment longue pour que les ondes s'évanouissent dans le domaine respectif. Il est certain que le champ rayonné s'évanouit lorsque le temps d'observation satisfait l'inégalité :

$$T_f \geq t_1 + \frac{d_{\max}}{2c} , \quad (4.3)$$

où t_1 est la durée de l'excitation et d_{\max} est la distance maximale entre la position de la source, \vec{r}_0 , et le point le plus éloigné sur la surface (S) autour de la source :

$$d_{\max} = \max_{R \in S} (R) , \quad \text{où : } R = \|\vec{r} - \vec{r}_0\| . \quad (4.4)$$

Le facteur « 2 » au dénominateur, dans (4.3), provient de la vitesse de propagation des ondes dans le réseau TLM 3D à nœuds SCN ($v = 2c$).

Le processus de RT peut être pratiquement décrit par la transformation suivante :

$$t \Rightarrow T_f - t . \quad (4.5)$$

- **Excitation**

La modélisation de l'excitation est très importante dans les problèmes d'électromagnétisme. Dans le domaine temporel, une modélisation inexacte des sources peut avoir comme résultat l'excitation des modes parasites de propagation. Les différents modes se superposent dans le temps et ils peuvent altérer le résultat.

Par exemple, si on excite le réseau TLM par une impulsion de Dirac, dont la bande est très large, à cause de la réponse de type passe-bas du réseau TLM, une partie des composantes spectrales de l'excitation ne peuvent pas se propager [2]. Puisque le

réseau est sans pertes, l'énergie des composantes non-propagatrices reste accumulée dans le réseau autour du point où l'excitation a été introduite [2]. Une solution pour éviter l'excitation des modes parasites est de limiter la bande de l'excitation et d'exciter donc un signal d'une certaine durée. La bande de l'excitation doit être choisie de telle manière que la fréquence à laquelle les composantes spectrales de l'excitation peuvent être négligées soit inférieure à la fréquence de coupure du réseau TLM.

4.2.2 « Cavity à retournement temporel » (CRT) EM

Le RT par la méthode TLM-inverse 3D est accompli, en utilisant le concept théorique de « cavity à retournement temporel » (CRT), introduit par M. Fink en acoustique [3], [4], [5]. Dans cette cavity imaginaire 3D (Fig. 4.1), nous allons placer les sources et nous allons réaliser le RT. Les parois de la CRT se situent à une certaine distance des frontières absorbantes du domaine de calcul.

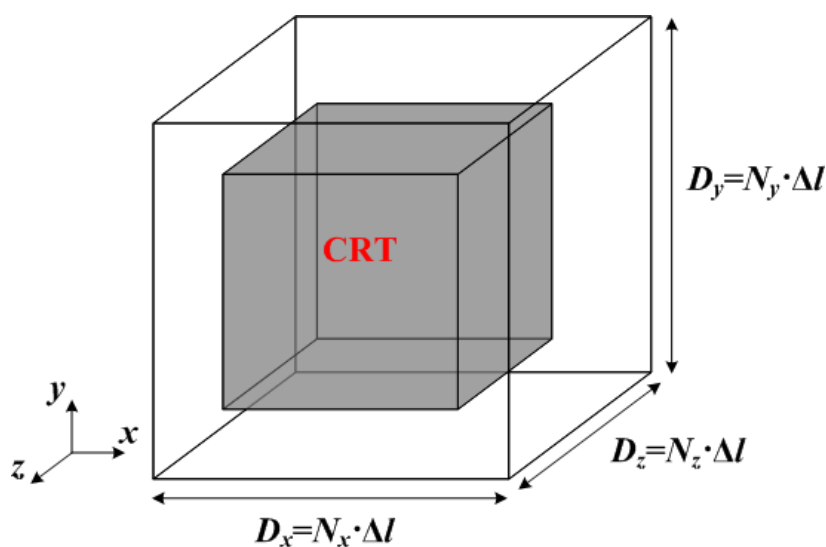


Fig. 4.1 Domaine 3D de l'espace, de dimensions $(D_x \times D_y \times D_z)$. A l'intérieur de ce domaine, la « cavity à retournement temporel » (CRT) 3D est placée. (N_x, N_y, N_z - nombre de nœuds en chaque direction, Δl - pas du réseau).

4.2.2.1 « Miroirs à retournement temporel » (MRT)

La CRT est définie par les coordonnées: $(X_{\text{CRT}}^m : X_{\text{CRT}}^M, Y_{\text{CRT}}^m : Y_{\text{CRT}}^M, Z_{\text{CRT}}^m : Z_{\text{CRT}}^M) \cdot \Delta l$ (Fig. 4.2). Les six faces externes de la CRT sont nommés « miroirs à retournement temporel » (MRT) [6]. Sur ces six MRT, nous allons enregistrer le champ pendant

l'approche directe, respectivement exciter le champ pendant l'approche inverse. Nous allons numéroter les miroirs et définir leurs coordonnées de la manière suivante :

$$\begin{aligned}
 & \text{- en haut} \rightarrow \text{MRT}_1 : && (x_p, Y_{\text{CRT}}^{\text{M}}, z_p) \\
 & \text{- à droite} \rightarrow \text{MRT}_2 : && (X_{\text{CRT}}^{\text{M}}, y_p, z_p) \\
 & \text{- en face} \rightarrow \text{MRT}_3 : && (x_p, y_p, Z_{\text{CRT}}^{\text{M}}) \\
 & \text{- en bas} \rightarrow \text{MRT}_4 : && (x_p, Y_{\text{CRT}}^{\text{m}}, z_p) \\
 & \text{- à gauche} \rightarrow \text{MRT}_5 : && (X_{\text{CRT}}^{\text{m}}, y_p, z_p) \\
 & \text{- en arrière} \rightarrow \text{MRT}_6 : && (x_p, y_p, Z_{\text{CRT}}^{\text{m}})
 \end{aligned}
 \quad , \text{ où: } \begin{cases} x_p \in (X_{\text{CRT}}^{\text{m}}, X_{\text{CRT}}^{\text{M}}) \\ y_p \in (Y_{\text{CRT}}^{\text{m}}, Y_{\text{CRT}}^{\text{M}}) \\ z_p \in (Z_{\text{CRT}}^{\text{m}}, Z_{\text{CRT}}^{\text{M}}) \end{cases} \quad (4.6)$$

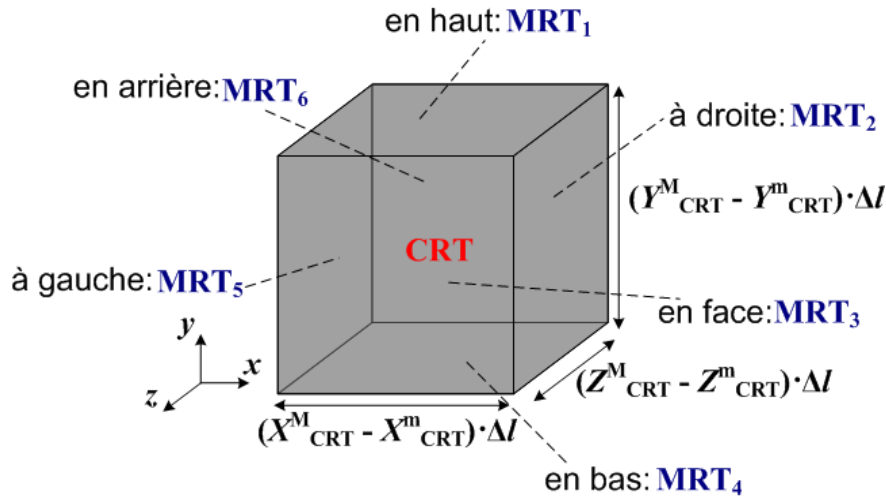


Fig. 4.2 Les six faces extérieures de la CRT, dites « miroirs à retournement temporel » (MRT).

Le nombre de points, au niveau desquels le champ est prélevé, sur les MRT, est limité. Chaque MRT est échantillonné et contient un tableau (matrice) 2D de points. Par exemple, le MRT_1 contient : $(X_{\text{CRT}}^{\text{M}} - X_{\text{CRT}}^{\text{m}}) \cdot (Z_{\text{CRT}}^{\text{M}} - Z_{\text{CRT}}^{\text{m}})$ points. C'est au niveau de ces points que le champ est enregistré pendant l'approche directe, respectivement excité pendant l'approche inverse. Pour enregistrer le champ rayonné, les échantillons de tension sont récupérés au niveau de chaque MRT et à chaque instant $n \cdot \Delta t$ ($n = \overline{1, I}$). A partir de ces échantillons, on calcule toutes les composantes du champ EM.

Avec un tel échantillonnage spatial, ce que l'on enregistre, de fait, sur les MRT, c'est la moyenne de l'intensité du champ sur chaque élément de surface. L'échantillonnage

spatial peut donc limiter l'efficacité du processus de RT. Pour empêcher ceci, la taille optimale des éléments de surface doit être inférieure à $\lambda_{\min} / 2$, λ_{\min} étant la plus petite longueur d'onde des signaux utilisés [7]. En même temps, en chaque point des MRT, le champ est aussi échantillonné temporellement. L'échantillonnage temporel des données enregistrées et retransmises doit être inférieur à $T_{\min} / 8$ (T_{\min} étant la plus petite période des signaux utilisés).

4.2.2.2 Calcul des composantes du champ EM au niveau des points sur les MRT

Prenons, comme exemple, l'enregistrement du champ sur le MRT₁, c'est à dire sur la surface en haut de la cavité cubique. Notons par p_{1i} le vecteur des nœuds où le champ est enregistré, sur le MRT₁. Les nœuds sont ordonnés dans ce vecteur selon la règle présentée dans la Fig. 4.3.

Les composantes du champ EM sont calculées, à partir des impulsions de tension réfléchies en chaque nœud. Au niveau de chaque point, p_{1i} , (indice « 1 » car il s'agit du MRT₁ et $i = 1, (X_{\text{CRT}}^{\text{M}} - X_{\text{CRT}}^{\text{m}}) \times (Z_{\text{CRT}}^{\text{M}} - Z_{\text{CRT}}^{\text{m}})$) et à chaque itération n , les composantes du champ EM se calculent de la manière suivante:

$$E_x^{\text{MRT}_1}(n, p_{1i}) = [{}_nV_1^r(x_p, Y_{\text{CRT}}^{\text{M}}, z_p) + {}_nV_2^r(x_p, Y_{\text{CRT}}^{\text{M}}, z_p) + {}_nV_9^r(x_p, Y_{\text{CRT}}^{\text{M}}, z_p) + {}_nV_{12}^r(x_p, Y_{\text{CRT}}^{\text{M}}, z_p)] / (2\Delta l) \quad (4.7)$$

$$E_y^{\text{MRT}_1}(n, p_{1i}) = [{}_nV_3^r(x_p, Y_{\text{CRT}}^{\text{M}}, z_p) + {}_nV_4^r(x_p, Y_{\text{CRT}}^{\text{M}}, z_p) + {}_nV_8^r(x_p, Y_{\text{CRT}}^{\text{M}}, z_p) + {}_nV_{11}^r(x_p, Y_{\text{CRT}}^{\text{M}}, z_p)] / 2\Delta l$$

$$E_z^{\text{MRT}_1}(n, p_{1i}) = [{}_nV_5^r(x_p, Y_{\text{CRT}}^{\text{M}}, z_p) + {}_nV_6^r(x_p, Y_{\text{CRT}}^{\text{M}}, z_p) + {}_nV_7^r(x_p, Y_{\text{CRT}}^{\text{M}}, z_p) + {}_nV_{10}^r(x_p, Y_{\text{CRT}}^{\text{M}}, z_p)] / 2\Delta l$$

$$H_x^{\text{MRT}_1}(n, p_{1i}) = [{}_nV_4^r(x_p, Y_{\text{CRT}}^{\text{M}}, z_p) - {}_nV_5^r(x_p, Y_{\text{CRT}}^{\text{M}}, z_p) + {}_nV_7^r(x_p, Y_{\text{CRT}}^{\text{M}}, z_p) - {}_nV_8^r(x_p, Y_{\text{CRT}}^{\text{M}}, z_p)] / (2Z_0\Delta l)$$

$$H_y^{\text{MRT}_1}(n, p_{1i}) = [{}_nV_6^r(x_p, Y_{\text{CRT}}^{\text{M}}, z_p) - {}_nV_2^r(x_p, Y_{\text{CRT}}^{\text{M}}, z_p) + {}_nV_9^r(x_p, Y_{\text{CRT}}^{\text{M}}, z_p) - {}_nV_{10}^r(x_p, Y_{\text{CRT}}^{\text{M}}, z_p)] / (2Z_0\Delta l)$$

$$H_z^{\text{MRT1}}(n, p_{1i}) = [nV_1^r(x_p, Y_{\text{CRT}}^M, z_p) - nV_3^r(x_p, Y_{\text{CRT}}^M, z_p) + nV_{11}^r(x_p, Y_{\text{CRT}}^M, z_p) - nV_{12}^r(x_p, Y_{\text{CRT}}^M, z_p)] / (2Z_0\Delta l)$$

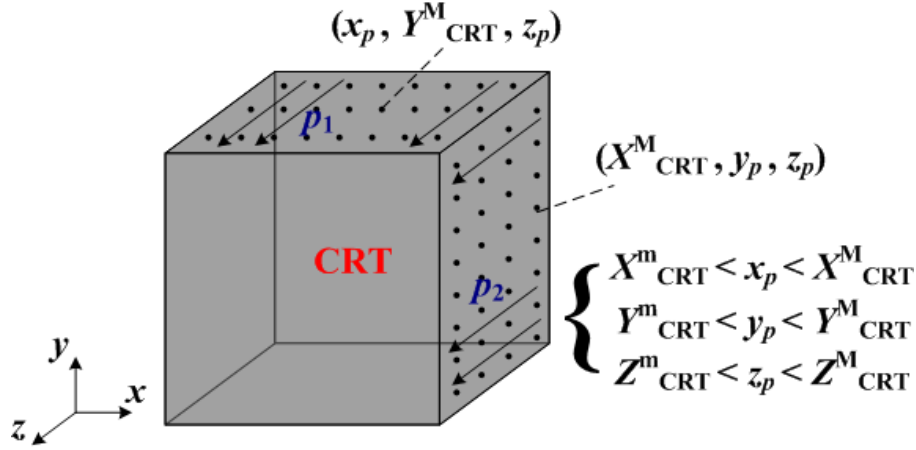


Fig. 4.3 Points d'enregistrement du champ sur les MRT.

En chaque point sur les MRT, on connaît donc la variation temporelle du champ rayonné :

$$\begin{aligned}
 - \text{MRT}_1: & \quad \psi_j^{\text{MRT1}}(n, p_{1i}) = \psi_j^{\text{MRT1}}(n, x_p, Y_{\text{CRT}}^M, z_p) \\
 - \text{MRT}_2: & \quad \psi_j^{\text{MRT2}}(n, p_{2i}) = \psi_j^{\text{MRT2}}(n, X_{\text{CRT}}^M, y_p, z_p) \\
 - \text{MRT}_3: & \quad \psi_j^{\text{MRT3}}(n, p_{3i}) = \psi_j^{\text{MRT3}}(n, x_p, y_p, Z_{\text{CRT}}^M) \\
 - \text{MRT}_4: & \quad \psi_j^{\text{MRT4}}(n, p_{4i}) = \psi_j^{\text{MRT4}}(n, x_p, Y_{\text{CRT}}^m, z_p) \\
 - \text{MRT}_5: & \quad \psi_j^{\text{MRT5}}(n, p_{5i}) = \psi_j^{\text{MRT5}}(n, X_{\text{CRT}}^m, y_p, z_p) \\
 - \text{MRT}_6: & \quad \psi_j^{\text{MRT6}}(n, p_{6i}) = \psi_j^{\text{MRT6}}(n, x_p, y_p, Z_{\text{CRT}}^m),
 \end{aligned} \tag{4.8}$$

où $\psi = E, H$ et $j = x, y, z$.

Nous supposons que cette cavité ne perturbe pas la propagation du champ qui a donc lieu comme dans un milieu ouvert. Théoriquement, s'il n'y a pas d'atténuation et si la cavité entoure parfaitement la source, le processus de focalisation par RT doit être quasiment parfait.

Pendant l'approche inverse, les composantes du champ EM sont réinjectées au niveau de mêmes points sur les MRT, dans un ordre chronologique inverse :

$$\begin{aligned}
- \text{MRT}_1: & \quad \psi_j^{\text{inv_MRT1}}(n, p_{1i}) = \psi_j^{\text{MRT1}}(I-n, p_{1i}) \\
- \text{MRT}_2: & \quad \psi_j^{\text{inv_MRT2}}(n, p_{2i}) = \psi_j^{\text{MRT2}}(I-n, p_{2i}) \\
- \text{MRT}_3: & \quad \psi_j^{\text{inv_MRT3}}(n, p_{3i}) = \psi_j^{\text{MRT3}}(I-n, p_{3i}) \\
- \text{MRT}_4: & \quad \psi_j^{\text{inv_MRT4}}(n, p_{4i}) = \psi_j^{\text{MRT4}}(I-n, p_{4i}) \\
- \text{MRT}_5: & \quad \psi_j^{\text{inv_MRT5}}(n, p_{5i}) = \psi_j^{\text{MRT5}}(I-n, p_{5i}) \\
- \text{MRT}_6: & \quad \psi_j^{\text{inv_MRT6}}(n, p_{6i}) = \psi_j^{\text{MRT6}}(I-n, p_{6i}),
\end{aligned} \tag{4.9}$$

où I est le nombre total d'itérations de l'approche inverse, le même que pour l'approche directe et p_{li} est un point sur la MRT l ($l = \overline{1,6}$).

Remarque : Les représentations graphiques des résultats auront comme axes de coordonnées soit la dimension en (cm), soit le nombre de points. La correspondance entre ces deux représentations est établie, pour le cas de l'axe Ox, dans la Fig.4.4.

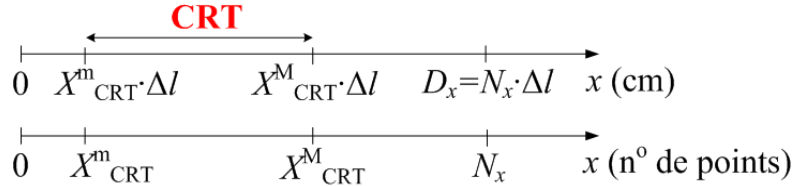


Fig. 4.4 Correspondance entre les représentations de l'axe Ox, en (cm) et en nombre de points.

4.2.3 Algorithme

Pour implémenter le RT par la méthode TLM inverse, nous allons parcourir les *deux étapes* suivantes :

- 1) *Approche directe* (simulation TLM directe) : une ou plusieurs sources EM sont placées à l'intérieur de la CRT et excitées avec un signal large-bande. Pendant cette étape, toutes les composantes du champ EM, ψ_j ($\psi_j = E_j, H_j$, où $j = x, y, z$) sont enregistrées en un certain nombre de points sur les six MRT. Le processus direct est exécuté pendant un nombre d'itérations $n = 1, 2, \dots, I$ (Fig 4.5a, Fig 4.6).

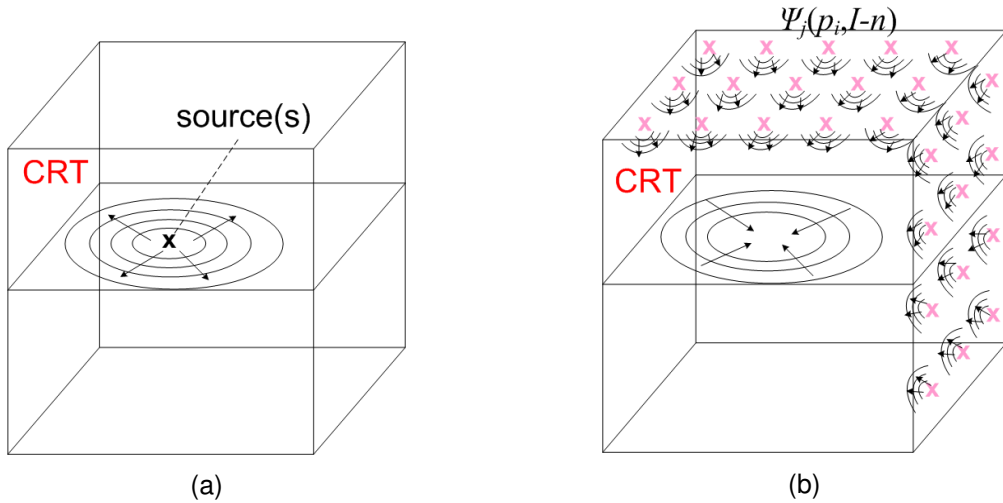


Fig. 4.5 (a) Première étape: propagation directe ; (b) Deuxième étape: rétro-propagation.

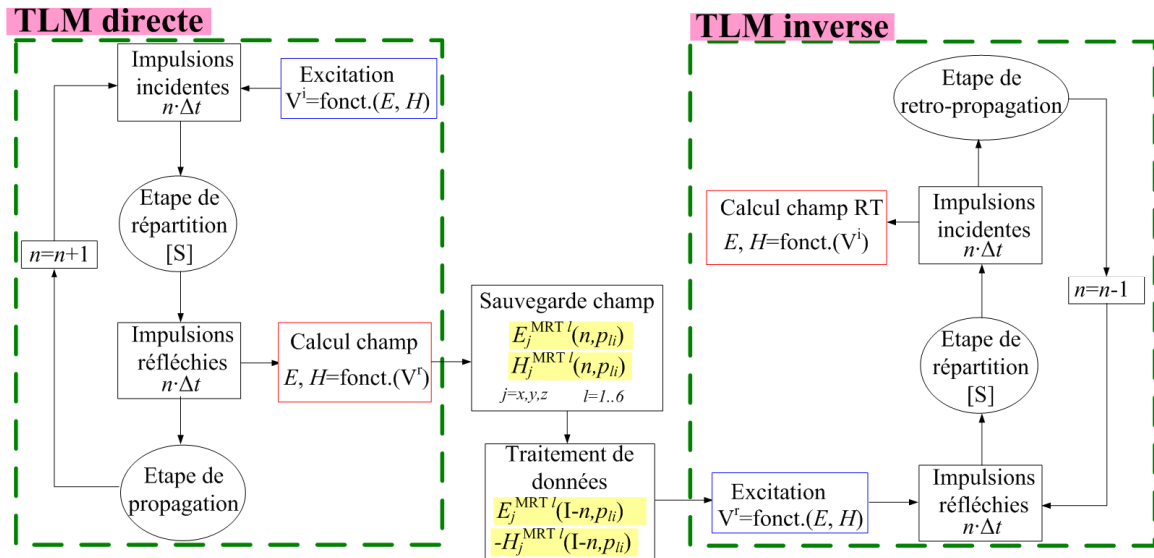


Fig. 4.6 Organigramme de l'algorithme.

2) *Approche inverse* (simulation TLM inverse) : la distribution initiale de sources est enlevée ou elle reste passive. Les signaux enregistrés pendant l'approche directe sont lus en mode LIFO (« Last In-First Out » ou « dernier entré-premier sorti ») depuis la mémoire. Ils sont ensuite réinjectés au niveau des mêmes points des MRT.

Des sources secondaires sont ainsi créées sur les MRT. Dû à ces nouvelles conditions, établies sur la surface de la CRT, un champ EM retro-propagatif est créé, dans tout le volume de l'espace. Ce champ devrait représenter la version retournée temporellement du champ rayonné pendant l'approche directe. Il devrait donc converger vers la position initiale de la source. Le processus inverse

est exécuté pendant le même nombre d'itérations que pour l'approche directe :
 $n = I, I - 1, \dots, 1$ (Fig 4.5b, Fig 4.6).

4.3 Résultats. Identification et localisation des sources EM primaires par la méthode TLM inverse

Dans ce sous-chapitre, nous allons investiguer la reconstruction des sources EM primaires rayonnantes, placées d'abord dans un guide coaxial et ensuite dans l'espace libre. Les résultats des simulations seront présentés.

4.3.1 Source dans un guide coaxial

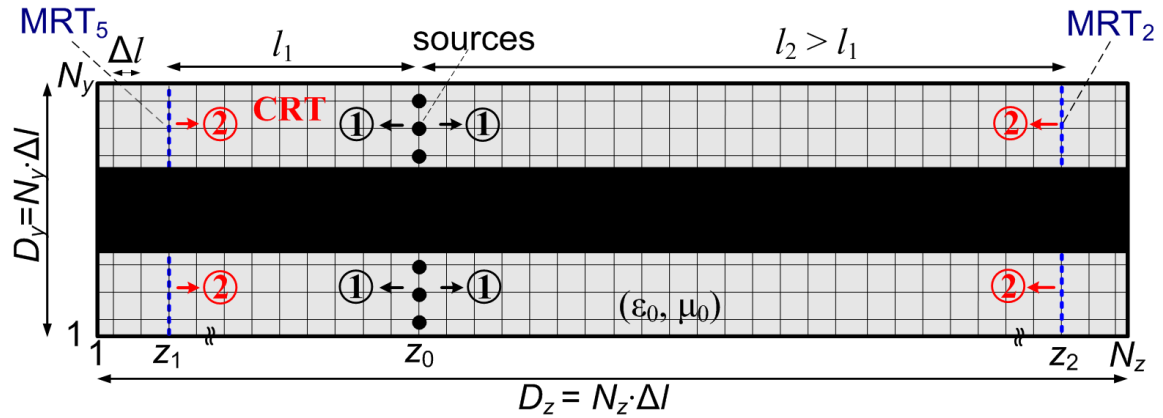
Considérons un guide coaxial, dont les dimensions suivant des trois axes de coordonnées sont : $D_x = D_y = 0,011\text{m}$ et $D_z = 1,001\text{m}$. La fréquence de coupure du réseau TLM est : $f = 30\text{GHz}$. Nous choisissons un pas spatial du réseau : $\Delta l = 0,1 \cdot \lambda = 1\text{mm}$. Le pas temporel : $\Delta t = \Delta l / (2c) = 1.6667\text{ps}$. Le guide est modélisé en utilisant un nombre de nœuds : $N_x = N_y = 11$ et $N_z = 1001$ (Fig. 4.7). Nous estimons qu'un nombre d'itérations $I = 1800$ est suffisant ($T_f \geq t_1 + d_{\max} / (2c) \rightarrow I \geq 2 \cdot 60 + 2 \cdot 700 = 1520$ itérations). Le guide est excité au niveau des points placés, à $z_0 = 301$, comme dans la Fig. 4.7a. Les tensions E_y , $-E_y$, E_x et $-E_x$ sont excitées au niveau de ces points (Fig. 4.7b).

En l'occurrence, la CRT contient deux MRT :

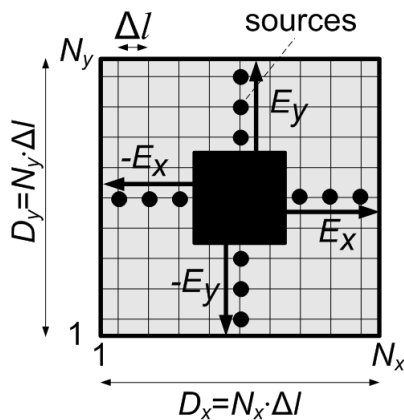
- un à gauche - MRT₅, situé à une distance $l_1 = 200 \cdot \Delta l = 0,2\text{m}$ de la source, au niveau de $z_1 = 101$;
- un à droite - MRT₂, situé à une distance $l_2 = 600 \cdot \Delta l = 0,6\text{m}$ de la source, au niveau de $z_2 = 901$ (Fig. 4.7).

Le choix des dimensions du câble a été fait en fonction du temps d'aller-retour de l'excitation, afin de pouvoir visualiser séparément les différentes impulsions.

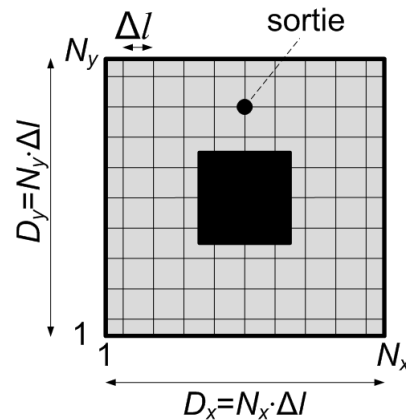
Nous appliquons l'algorithme décrit auparavant. Dans la Fig. 4.7a, l'approche directe est symbolisée par « 1 » et l'approche inverse par « 2 ».



(a)



(b)



(c)

Fig. 4.7 (a) Section longitudinale dans le câble coaxial 3D rempli d'air, avec les sources et les deux MRT, à gauche et à droite. $D_x = D_y = 0,01\text{m}$, $D_z = 1,001\text{m}$, $\Delta l = 0,1 \cdot \lambda = 1\text{mm}$, $N_x = N_y = 11$, $N_z = 1001$, $z_0 = 301$, $z_1 = 101$, $z_2 = 901$, $l_1 = 200 \cdot \Delta l = 0,2\text{m}$, $l_2 = 600 \cdot \Delta l = 0,6\text{m}$; (b) Section transversale du câble - points d'excitation ($z_0 = 301$); (c) Section transversale du câble - point de sortie à gauche ($z_1 = 101$), respectivement à droite ($z_2 = 901$).

Nous appliquons, au niveau des sources, deux types d'excitation : une gaussienne et une impulsion de Dirac. Nous verrons les résultats de la reconstruction des sources obtenus dans les deux cas.

a) Excitation : gaussienne

Lorsque les sources (Fig. 4.7b) sont excitées par une gaussienne (Fig. 4.8), le champ $E_y(x_0, y_0, z)$ reconstruit le long du câble (le long de l'axe Oz, pour $x = x_0$ et $y = y_0$), après l'approche inverse, est représentée dans la Fig. 4.9.

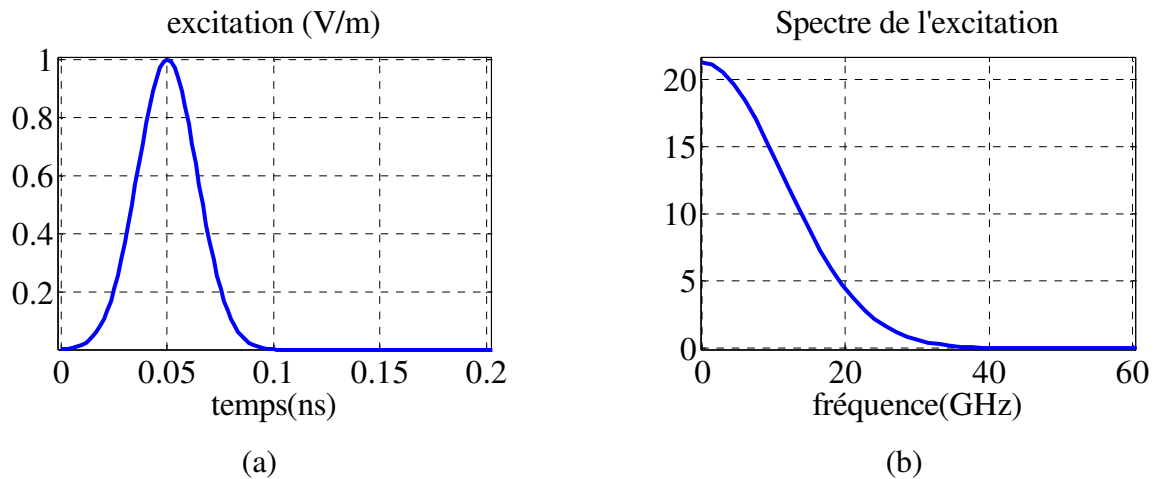


Fig. 4.8 (a) Excitation gaussienne ; (b) Spectre de l'excitation.

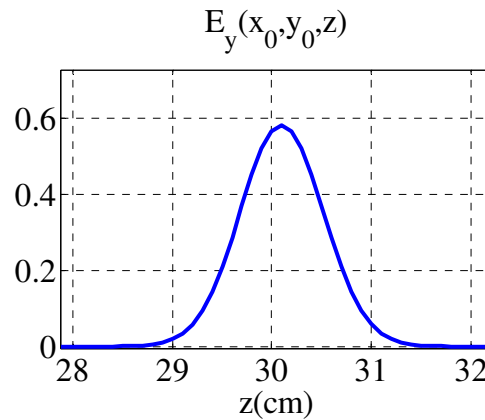


Fig. 4.9 Champ $E_y(x_0, y_0, z)$ reconstruit, suite au RT, le long du câble ($\Delta l = 1\text{mm}$).

Dans la Fig. 4.10, nous avons représenté la distribution temporelle de l'amplitude de la même composante E_y du champ électrique, obtenue après l'approche directe (après I itérations), en deux points placés au niveau des deux MRT:

- MRT₅ : le point de coordonnées (x_1, y_1, z_1) , où : $x_1 = 6$; $y_1 = 9$; $z_1 = 101$;
- MRT₂ : le point de coordonnées (x_2, y_2, z_2) , où : $x_2 = 6$; $y_2 = 9$; $z_2 = 901$.

Les résultats sont comparés avec l'excitation initiale, au niveau du point (x_0, y_0, z_0) , où : $x_0 = 6$; $y_0 = 9$; $z_0 = 301$.

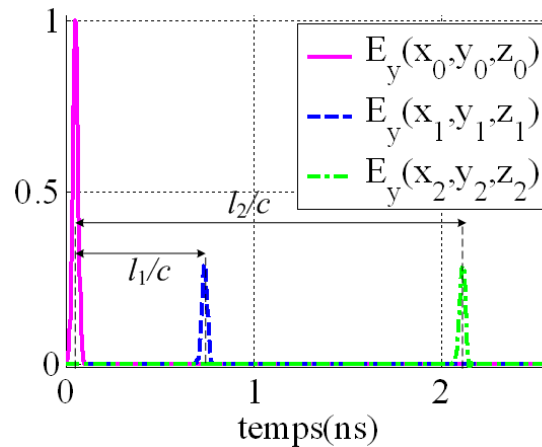


Fig. 4.10 Comparaison entre la distribution temporelle du champ E_y initial, au niveau du point (x_0, y_0, z_0) de la source (trait plein) et celles obtenues après l'approche directe (pointillé) : au niveau du point (x_1, y_1, z_1) du MRT₅, et au niveau du point (x_2, y_2, z_2) du MRT₂.

Le champ $E_y(x_0, y_0, z)$ rayonné le long du guide pendant l'étape directe est comparé avec celui recréé pendant l'étape inverse, aux mêmes moments (Fig. 4.11). Nous remarquons que le champ retourné temporellement atteint son maximum au niveau de la position initiale de la source ($z = 301 \cdot \Delta l = 30,1\text{cm}$) et que son amplitude est deux fois plus grande que l'amplitude du champ initial. Cela a été aussi montré dans [8].

Malheureusement, cette excitation, qui a une durée limitée (longueur d'onde non-nulle), pose un problème essentiel en ce qui concerne la résolution spatiale de la reconstruction des sources. C'est pour cela que, par la suite, nous allons voir quel est le résultat de la reconstruction lorsque les sources sont excitées par une impulsion de Dirac, malgré le fait que son spectre est théoriquement infini et que les fréquences supérieures à la fréquence de coupure du réseau TLM seront coupées.

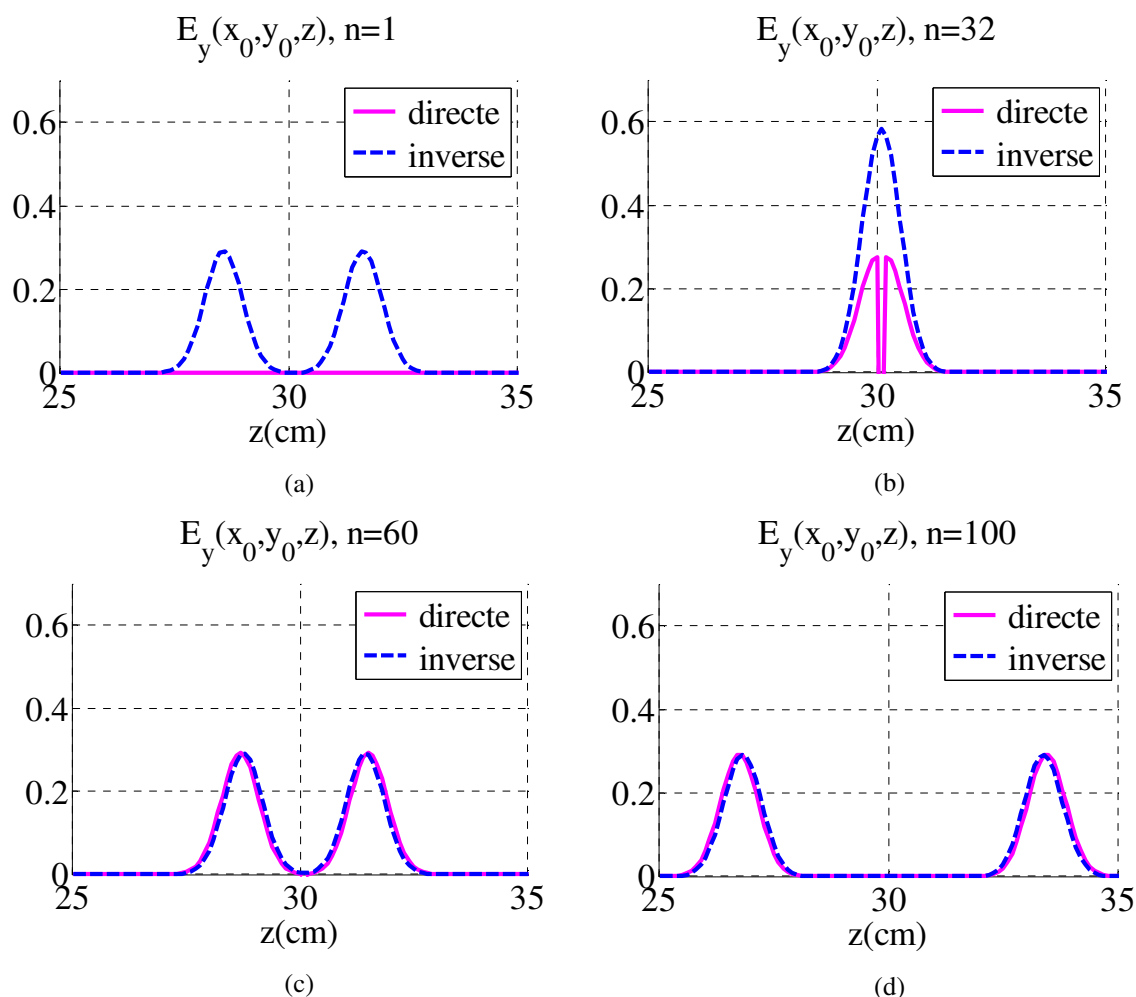


Fig. 4.11 Comparaison entre le champ E_y généré le long du câble pendant l'approche directe (trait plein) et celui reconstruit pendant l'approche inverse (pointillé). Le processus est arrêté après n itérations pendant l'approche directe et après $(I-n)$ itérations pendant l'approche inverse ($I = 1800$ itérations).

b) Excitation : impulsion de Dirac

Une impulsion d'amplitude « 1 » est excitée au moment $t=1$, au niveau des points placés à $z = 301$. Pendant l'approche directe, le champ $(E_{x,y}, H_{x,y})$ est enregistré aux deux bouts du guide, en tous les points sur MRT₂ et MRT₅.

Le champ est ensuite réinjecté dans un ordre chronologique inverse au niveau des mêmes points. Nous appliquons la méthode TLM inverse. Le nombre d'itérations est le même que pour l'approche directe. Le champ reconstruit, à la fin du processus inverse, est comparé, dans la Fig. 4.12, avec le champ rayonné pendant l'approche directe. Un bon accord entre les deux distributions peut être observé. En conclusion, pour une

excitation dont la longueur d'onde tend vers zéro, la source est retrouvée avec une bonne précision, ce qui est soutenu par la théorie présentée dans le Chapitre 2.

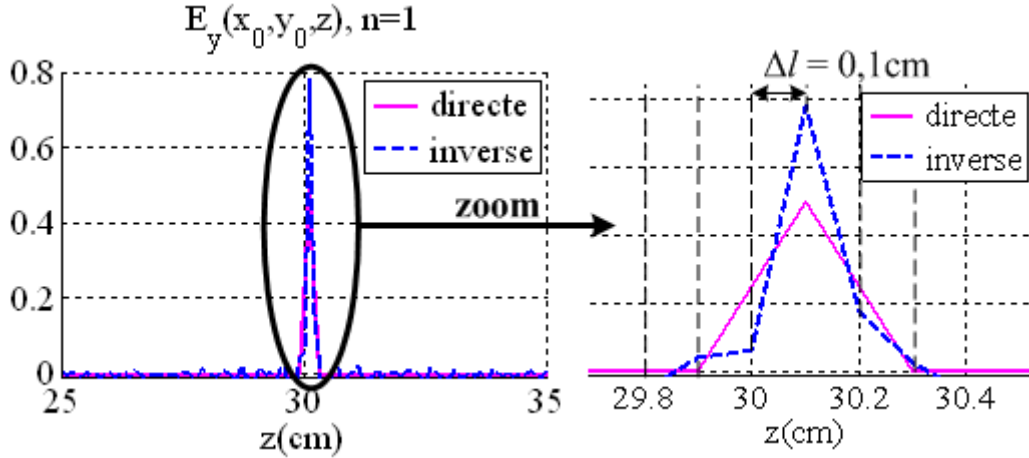


Fig. 4.12 Champ E_y reconstruit au niveau de la source, après l'approche inverse ;
Comparaison avec le champ généré pendant l'approche directe.

- **Influence de la troncature temporelle sur la reconstruction**

Les simulations dans le domaine temporel demandent des ressources computationnelles significatives. Le besoin pratique d'arrêter les simulations à un moment donné peut donc limiter la précision des résultats du procédé inverse. Nous allons étudier l'effet de la troncature temporelle par la suite.

Une simulation numérique directe atteint l'état stable après I itérations, à l'instant $I \cdot \Delta t$, Δt étant le pas temporel. Dans le cas du RT, théoriquement, on a besoin d'enregistrer l'historique complet de la propagation directe. Un tel RT idéal conduirait à une reconstruction parfaite de la source initiale dans l'espace et dans le temps. Quand la simulation directe est donc tronquée, même lorsque le nombre d'itérations I est assez grand, il y a dans la cavité des ondes qui n'arrivent pas à atteindre les MRT. Il y a ainsi de l'énergie perdue dans la cavité pendant le processus direct. Cela conduit à un manque d'informations de départ pour l'approche inverse. Plus le nombre d'itérations est réduit, plus la précision de la reconstruction est perdue.

Nous allons analyser, par la suite, l'impact de la variation du nombre d'itérations sur la précision de la reconstruction de la source. Nous refaisons les simulations pour un

nombre différent d'itérations : $I = 1600$, $I = 2000$, $I = 4000$. On note (Fig. 4.13.) que le résultat de la reconstruction est le même dans les trois cas et que le nombre d'itérations n'influence pas la reconstruction de la source. Cela veut dire que nous avons choisi un nombre d'itération suffisamment grand pour que la troncature temporelle n'affecte pas la précision des résultats.

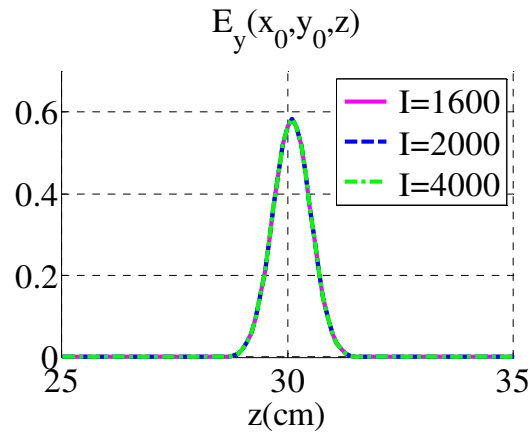


Fig. 4.13 Distribution spatiale du module du champ E_y retourné temporellement, le long de l'axe

Oz ($x = x_0$ et $y = y_0$), pour $I = 200$, $I = 1000$, $I = 2000$ et $I = 4000$.

$D_x = D_y = D_z = 10,1\text{cm}$, $\Delta l = 0,1\text{mm}$, $\Delta t = 0,66\text{ns}$, $N_x = N_y = N_z = 101$.

4.3.2 Localisation des sources EM dans l'espace libre

Comme notre but est de mettre en place un algorithme qui pourra être adapté à la synthèse d'antennes, nous allons étudier, par la suite, la reconstruction des sources EM placées dans l'espace libre. L'algorithme proposé sera appliqué pour plusieurs configurations de sources, ponctuelles et réparties.

La méthode TLM directe est d'abord appliquée et le champ rayonné par la distribution de sources est enregistré sur les six MRT. Ce champ est ensuite réinjecté dans un ordre chronologique inverse sur les MRT et la méthode TLM inverse est appliquée pour reconstruire le champ dans la cavité. Tout cela a pour but de retrouver la distribution initiale des sources, étant donné qu'elle est excitée initialement par un signal large-bande.

Dans toutes les études suivantes, nous choisissons de travailler à une fréquence $f = 30\text{GHz}$, la longueur d'onde correspondante étant : $\lambda = c/f = 1\text{cm}$. Prenons un volume cubique de calcul de dimensions : $(D_x \times D_y \times D_z)$, avec : $D_x = D_y = D_z = 10,1\lambda = 10,1\text{cm}$. Ce domaine est ensuite échantillonné avec un pas de : $\Delta l = 0,1 \cdot \lambda = 1\text{mm}$. Le pas temporel est de : $\Delta t = \Delta l / (2c) = 1.6667\text{ps}$. En conséquence, le volume est maillé en utilisant un nombre de nœuds selon chaque direction égale à : $N_x = N_y = N_z = 101$ (Fig. 4.14), ce qui conduit à plus d'un million de cellules (1 030 301 cellules). Le nombre d'itérations doit être : $I \geq 2 \cdot 181 + 2 \cdot 50 = 462$ itérations. Nous choisissons donc $I = 500$ itérations. Une telle simulation, directe ou bien inverse, avec un domaine de calcul de $(101 \times 101 \times 101)$ points, et $I = 500$ itérations dure approximativement 30 minutes. Les MRT sont situés à une distance de $4\lambda = 40\Delta l = 40\text{mm}$ du centre de la CRT (Fig. 4.14).

4.3.2.1 Reconstruction d'une source EM ponctuelle

Considérons une source EM ponctuelle, isotrope, de 1mm en diamètre, placée au milieu de la CRT cubique, au niveau du point de coordonnées : (x_0, y_0, z_0) (Fig. 4.14.).

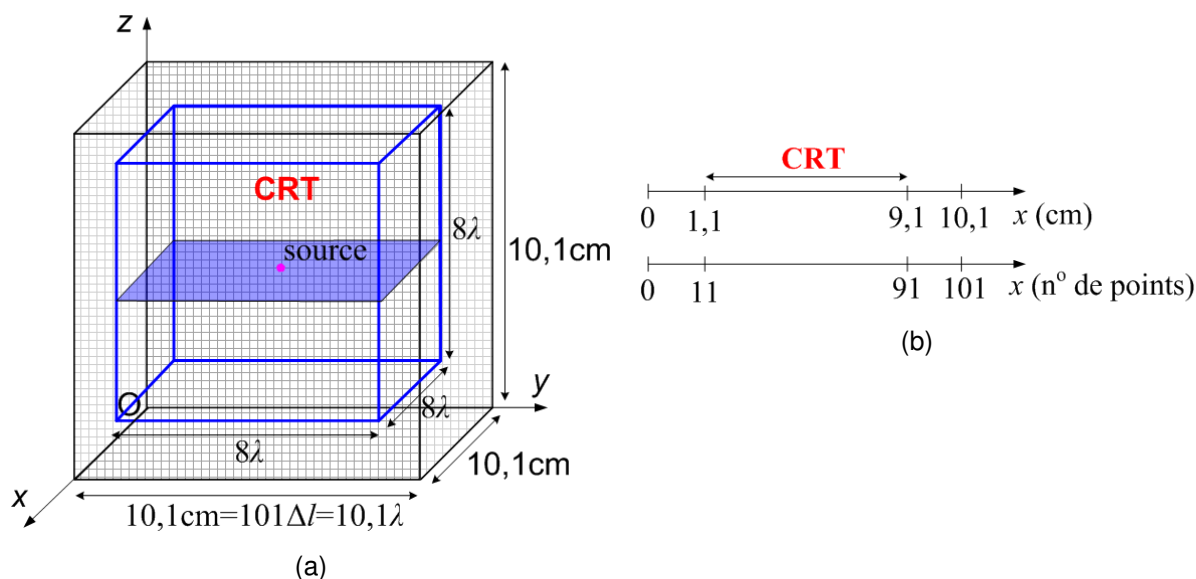


Fig. 4.14 (a) Source ponctuelle, isotrope, de 1mm en diamètre, placée au milieu de la CRT :

(x_0, y_0, z_0) ; (b) Correspondance entre les représentations de l'axe Ox, en « cm » et en

« nombre de points ». ($\lambda = 1\text{cm}$, $\Delta l = 1\text{mm}$).

La source est excitée par un signal large-bande, représenté par une sinusoïde modulée par une gaussienne (Fig. 4.15). Le signal est centré sur la fréquence de $f = 30\text{GHz}$ et sa bande à 3dB est de : $B_{3\text{dB}} = 3\text{GHz}$. La période de l'excitation est de : $T = 20$ itérations. Toutes les composantes du champ sont excitées au niveau de cette source.

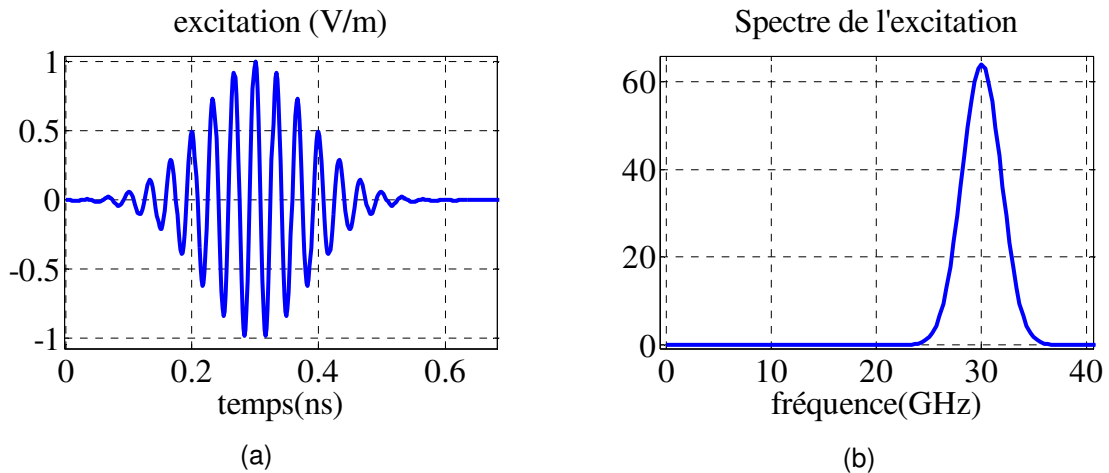


Fig. 4.15 Excitation large-bande : sinusoïde modulée par une gaussienne. (a) variation temporelle ; (b) spectre de l'excitation.

En conséquence, l'échantillonnage spatial des signaux peut être de $\lambda_{\text{min}} / 2 \cong 4,3\text{mm}$. L'espacement maximal entre deux points, où le champ est enregistré, ne doit pas dépasser $4\Delta / \lambda$. Quant à l'échantillonnage temporel des signaux, il peut être de maximum $T / 8 \cong 2$ itérations. Il est, donc, nécessaire d'enregistrer au moins un échantillon sur deux des signaux au niveau de chaque point.

L'algorithme décrit auparavant est appliqué. Pendant l'étape de propagation directe, on observe (Fig. 4.16a-d) que le champ rayonné se propage sous forme d'ondes parfaitement sphériques, dû à la symétrie de la structure. Toutes les composantes du champ EM sont enregistrées sur les six MRT, en un point sur trois. Avant l'approche inverse, une interpolation cubique est réalisée, au niveau de chaque point, afin de récupérer les échantillons spatiaux manquants.

Ces champs sont ensuite injectés, dans un ordre chronologique inverse, au niveau des points sur les MRT. Suite au RT, une onde globale convergente, parfaitement symétrique et sphérique se forme et se retro-propage vers l'endroit initial de la source (Fig. 4.16e-h). Ces fronts d'onde sphériques focalisent sur la position initiale de la source. L'onde entrante, créée par le processus de RT, a la même forme que l'onde

sortante initiale, la différence étant qu'elles se propagent dans deux directions opposées.

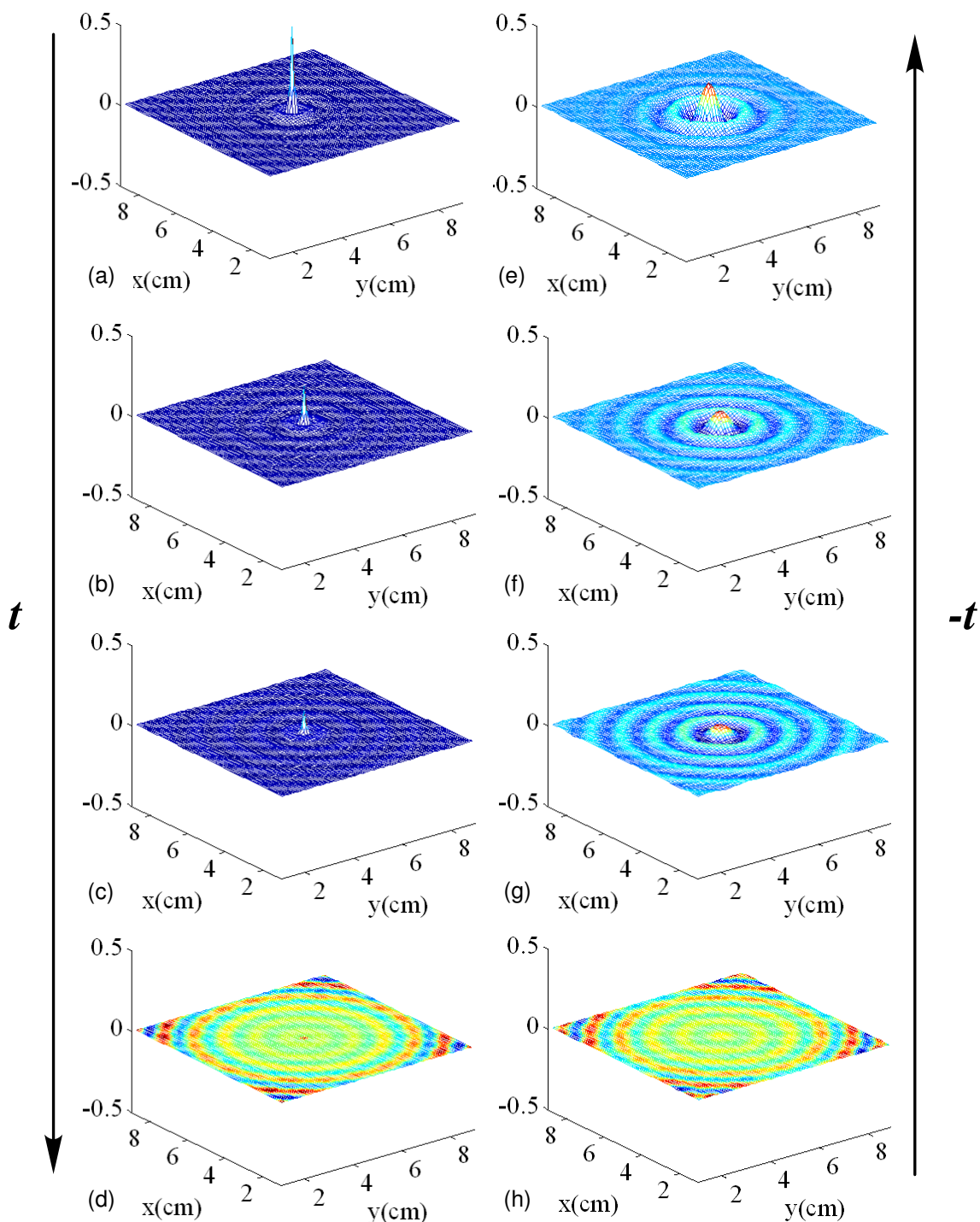


Fig. 4.16 (a-d) Distribution spatiale du champ $E_z(x, y, z_0)$ rayonné pendant l'approche directe, dans le plan (xOy) ; (e-h) Distribution spatiale du champ $E_z(x, y, z_0)$ retourné temporellement pendant l'approche inverse, dans le plan (xOy) . Le processus directe est arrêté après un temps (t) égal à :0,31ns ;0,41ns ;0,45ns et 0,61 ns ; le processus inverse est arrêté à 0,83ns- t .

Le champ $E_z(x, y, z_0)$ reconstruit, à la fin du processus de RT, dans le plan qui contient la source, est représenté dans la Fig. 4.17a. Ce champ se présente sous la forme d'une tache focale à symétrie sphérique, située autour de la position initiale de la source. La coupe transversale de ce champ est comparée, dans la Fig. 4.17b, avec la coupe transversale du champ rayonné pendant l'approche directe. Nous remarquons que l'amplitude maximale du champ reconstruit est atteinte à la position initiale de la source. Cependant, le champ reconstruit par RT est limité en résolution. La largeur à mi-hauteur du lobe principal du champ reconstruit est de 0.5cm, tandis que la source initiale était ponctuelle, de largeur $\Delta l = 0.1\text{cm}$. Le champ reconstruit dans la CRT dépend, donc, d'une certaine manière de la longueur d'onde de l'excitation. Nous allons déterminer cette dépendance un peu plus tard.

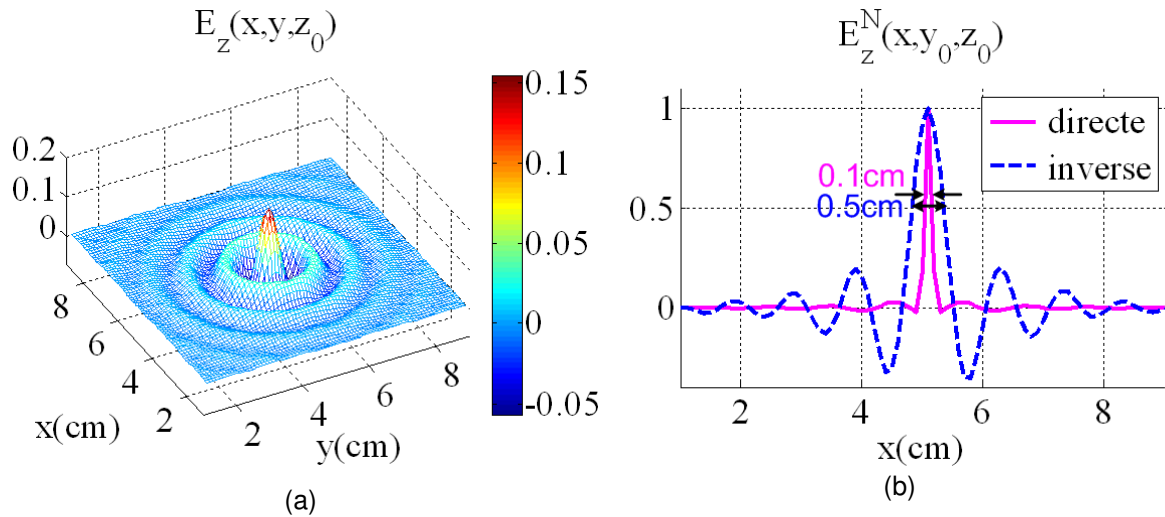


Fig. 4.17 (a) Distribution spatiale du champ $E_z(x, y, z_0)$ reconstruit suite au RT, dans le plan (xOy) passant par le centre de la CRT ; (b) coupe transversale de la tache focale : champ $E_z(x, y_0, z_0)$ normalisé - comparaison entre le champ rayonné pendant l'approche directe et le champ reconstruit après l'approche inverse.

Le champ reconstruit est entouré de lobes secondaires (Fig. 4.17a). En prenant les valeurs du champ reconstruit qui dépassent un certain seuil (98% de l'énergie), nous retrouvons la position de la source ponctuelle initiale (Fig. 4.18).

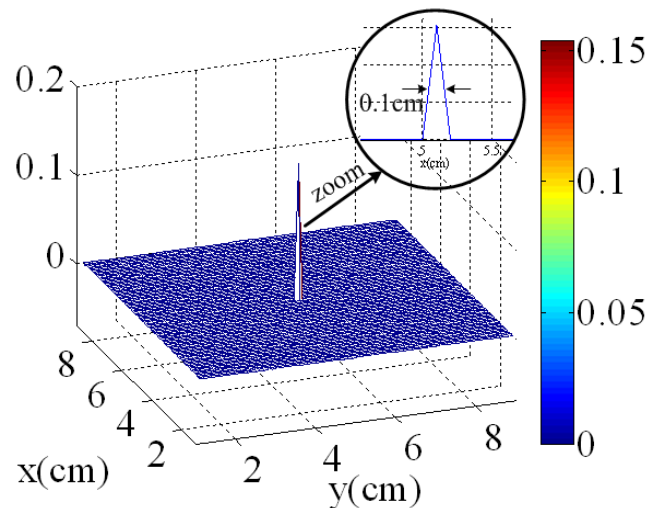


Fig. 4.18 Reconstruction de la position de la source ponctuelle initiale, après avoir appliqué une opération de seuillage ($\Delta l = 0,1\text{cm}$).

Nous nous intéressons, par la suite, à l'influence de la longueur d'onde de l'excitation, sur la reconstruction de la source ponctuelle.

- **Variation de la longueur d'onde de l'excitation**

Pour déterminer l'effet de la longueur d'onde de l'excitation sur la résolution de la reconstruction, nous excitions, par la suite, la source ponctuelle par deux signaux différents : un signal large bande à 60GHz ($\lambda = 0,5\text{cm}$) (Fig. 4.19) et une impulsion de Dirac ($\lambda \rightarrow 0$). Lorsqu'on excite la source par un Dirac, obtient-on une reconstruction fidèle de celle-ci, comme dans le cas du guide coaxial ?

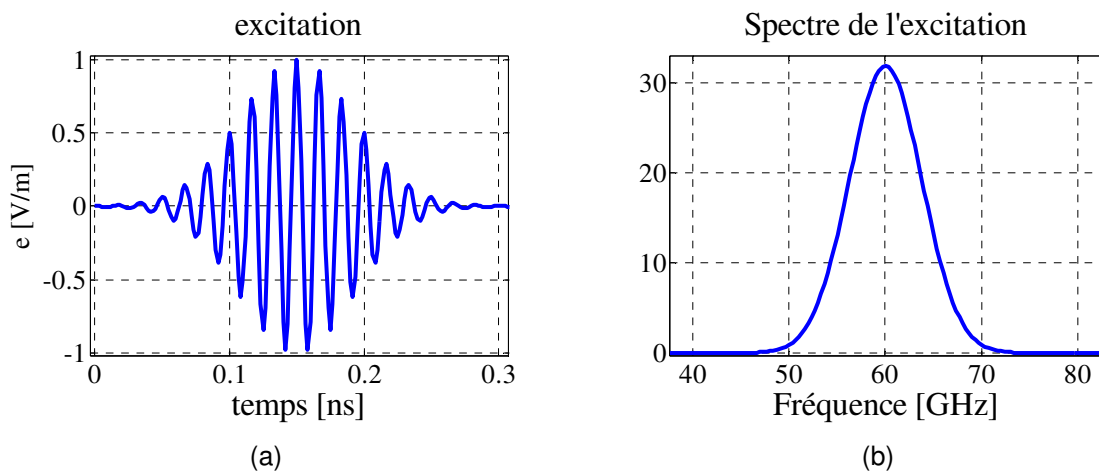


Fig. 4.19 (a) Excitation; (b) Spectre de l'excitation centré sur $f = 60\text{GHz}$.

Nous remarquons que, lorsque l'on varie la longueur d'onde de l'excitation, en appliquant un signal de fréquence double ($f = 60\text{GHz}$) (Fig. 4.19), la largeur de la tache focale reconstruite, suite au RT, diminue deux fois (Fig. 4.20).

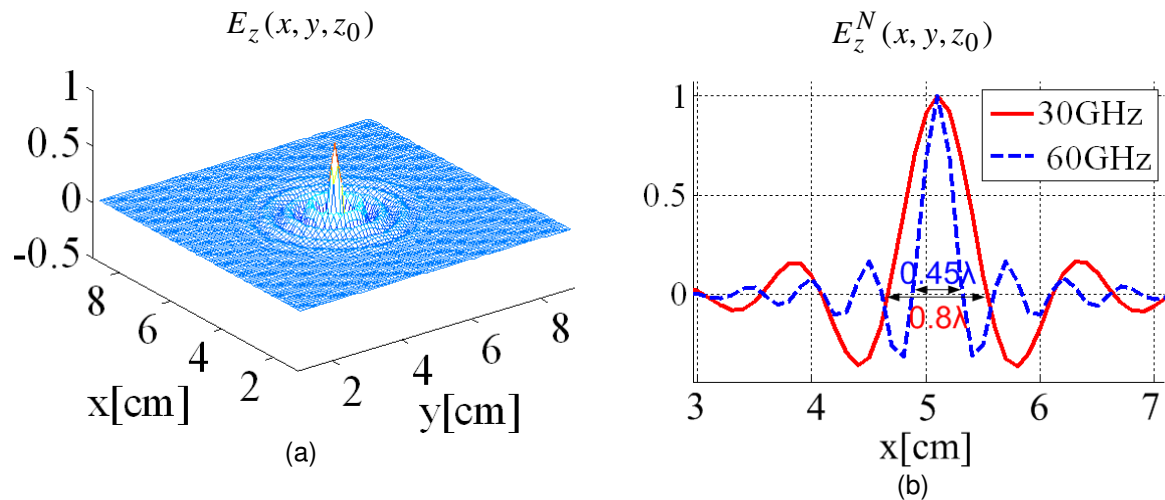


Fig. 4.20 (a) Distribution spatiale du champ $E_z(x, y, z_0)$ reconstruit après le RT, dans le cas où la source est initialement excitée par un signal à $f = 60\text{GHz}$; (b) Coupe transversale du champ reconstruit après le RT, $E_z(x, y_0, z_0)$, pour deux excitations de fréquences différentes : 30GHz et 60GHz.

Lorsque l'on excite la source ponctuelle par une impulsion de Dirac, le champ reconstruit par RT présente une bonne résolution (Fig. 4.21b). La tache focale, obtenue dans ce cas-ci, est réduite à un point.

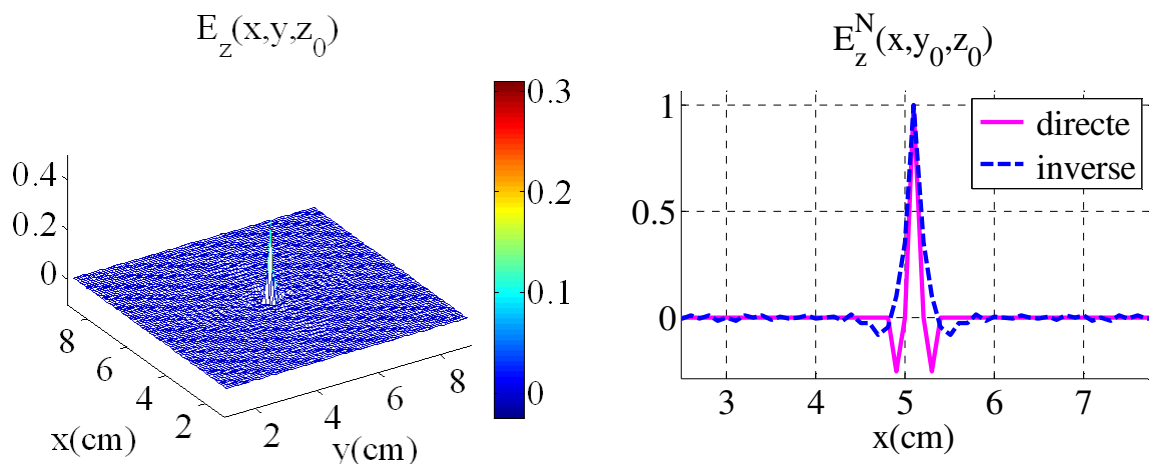


Fig. 4.21 (a) Reconstruction de la source ponctuelle initiale, lorsqu'elle a été excitée avec une impulsion de Dirac ; (b) section transversale de (a) et comparaison avec la section transversale du champ rayonné pendant l'approche directe.

4.3.2.2 Réduction des ressources informatiques nécessaires

Pendant la simulation directe, l'historique temporel de chaque composante du champ EM est enregistré sur les MRT, sous forme d'une matrice de dimension : $n \times p$. n est le nombre d'échantillons temporels et p est le nombre de points d'enregistrement sur chaque MRT. Vu qu'il y a six composantes de champ à retenir au niveau de chaque point et six MRT, il y a un total de 36 matrices de dimension $n \times p$ à enregistrer, ce qui consomme rapidement les ressources mémoire.

Normalement, si les données ne sont pas enregistrées entièrement pendant l'approche directe, la simulation inverse ne conduit pas à une reconstruction exacte de la source. Cependant, comme nous l'avons montré auparavant, les données enregistrées sont déjà perturbées pendant l'approche directe et cela engendre de toute façon une perte de résolution de la reconstruction. Nous nous demandons alors si les données que nous enregistrons pourraient être réduites afin de diminuer la mémoire nécessaire et cela sans entraîner une perte supplémentaire de résolution.

En conséquence, par la suite nous allons étudier l'influence de la variation du nombre d'échantillons temporels, n , enregistrés au niveau de chaque point sur les MRT, sur le résultat de la reconstruction. Ensuite, nous allons étudier l'influence de la variation du nombre de points, p , d'enregistrement, sur chaque MRT. Avant l'approche inverse, nous appliquons une interpolation cubique, afin de reconstruire les valeurs manquantes.

Nous introduisons un *estimateur de la qualité de focalisation* par RT, que nous allons noter par « EQ », défini comme le rapport entre l'amplitude maximale du lobe principal du champ reconstruit et l'amplitude maximale du premier lobe secondaire. Nous allons analyser la variation de cet estimateur avec le nombre de points d'enregistrement (sur les MRT) et avec le nombre d'échantillons temporels enregistrés au niveau de chaque point. Pour cela, nous utilisons également, une *erreur relative* de reconstruction, représentant l'incertitude d'échantillonnage, définie comme :

$$\varepsilon_r(\%) = \frac{EQ_1 - EQ_2}{EQ_1} \cdot 100\% , \text{ où } EQ_1 \text{ est l'estimateur}$$

dans le cas le mieux échantillonné et EQ_2 est l'estimateur dans un des cas sous-échantillonnés.

a) Diminution du nombre d'échantillons temporels enregistré en chaque point, au niveau des MRT

Comme nous l'avons vu auparavant, pour obtenir une bonne précision de la reconstruction, il nous faut un nombre d'itérations suffisamment grand, ce qui n'est pas souvent possible. Il faudrait donc choisir le bon compromis entre la précision et l'efficacité informatique.

Nous avons constaté que, théoriquement, pour ne pas affecter les résultats, il est nécessaire d'enregistrer 1 échantillon temporel sur 2 des signaux. Pourtant, nous allons considérer, par la suite, deux cas. Au niveau des points sur les MRT, nous enregistrons : 1) 1 échantillon temporel sur 4 (T/5 du signal) ; 2) 1 échantillon temporel sur 10 (T/2 du signal).

Avant l'approche inverse, une interpolation est réalisée, afin de récupérer les échantillons temporels manquants. Le champ reconstruit dans ces deux cas est comparé avec le champ obtenu lorsque tous les échantillons sont enregistrés pendant le processus direct (Fig. 4.22). Nous remarquons que le lobe principal du champ reconstruit est identique dans les trois cas (Fig. 4.22a). Dans la Fig. 4.22b, l'erreur relative de reconstruction est représentée. Nous constatons que, pour garder cette erreur en dessous de 2%, il est nécessaire d'enregistrer au moins 1 échantillon sur 4 du signal au niveau de chaque point sur les MRT.

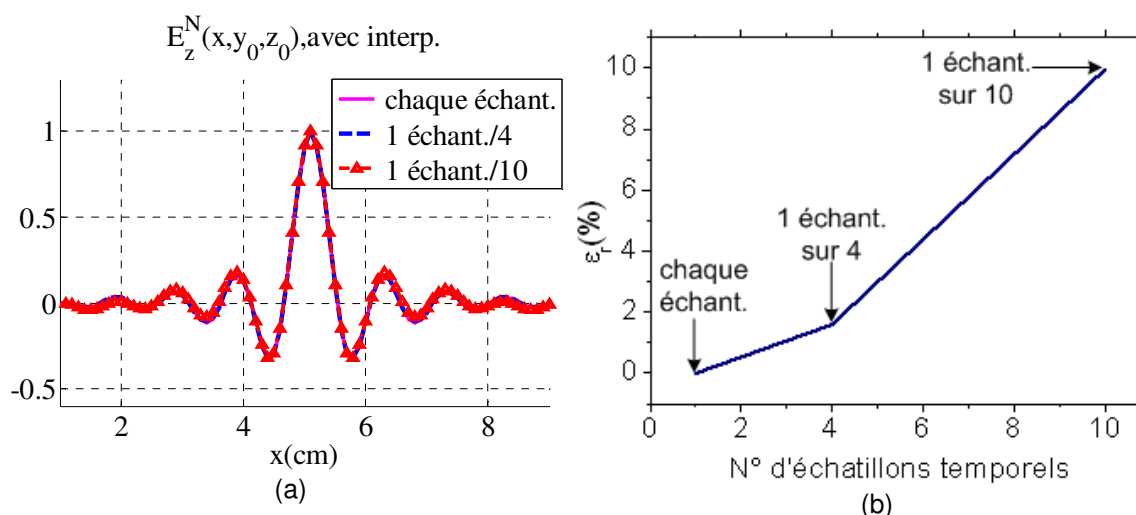


Fig. 4.22 Coupe transversale du champ $E_z(x, y_0, z_0)$ reconstruit suite au RT; pendant l'approche directe, au niveau des points sur les MRT, on a enregistré respectivement : (a) chaque échantillon, 1 échantillon temporel sur 4 et 1 échantillon temporel sur 10. Une interpolation est réalisée avant l'approche inverse; (b) variation de l'erreur relative de reconstruction en fonction du nombre d'échantillons temporels enregistrés au niveau de chaque point sur les MRT.

b) Diminution du nombre de points au niveau des MRT

Étudions maintenant l'influence de la diminution du nombre des points d'enregistrement du champ sur les MRT. Comme nous avons vu auparavant, théoriquement, la distance entre deux points d'enregistrement du champ doit être de l'ordre de $\lambda_{\min} / 2$, λ_{\min} étant la plus petite longueur d'onde du signal utilisé. Pour $\Delta l = \lambda / 10 = 1\text{mm}$ et l'excitation présentée dans la Fig. 4.15, cela conduit à une distance maximale entre deux points de $4\Delta l$.

Considérons cinq cas différents, en variant la distance entre deux points au niveau desquels on enregistre le champ sur les MRT. En fonction de cette distance, le nombre M total de points d'enregistrement, sur la surface de la CRT, sera différent. Nous enregistrons en:

- 1) 1 point sur 3 ($3\Delta l$ entre les points) $\rightarrow M = (27 \times 27) \times 6 = 4374$ points ;
- 2) 1 point sur 6 ($6\Delta l$ entre les points) $\rightarrow M = (14 \times 14) \times 6 = 1176$ points ;
- 3) 1 point sur 12 ($12\Delta l$ entre les points) $\rightarrow M = (7 \times 7) \times 6 = 294$ points ;
- 4) 1 point sur 24 ($24\Delta l$ entre les points) $\rightarrow M = (4 \times 4) \times 6 = 96$ points.

Une comparaison du champ reconstruit, après avoir injecté les champs obtenus dans ces 4 cas, est représentée dans la Fig. 4.23a. Nous remarquons que la forme de la tache focale ne change pas lorsque le nombre de points sur les MRT diminue. Une bonne reconstruction du lobe principal du champ est obtenue dans les 4 cas (Fig. 4.23a). En revanche, lorsque le nombre de points diminue considérablement, le champ reconstruit, en dehors de la tache focale, est de plus en plus distordu et il est complètement erroné dans le 4^{ème} cas. La meilleure reconstruction du champ est obtenue lorsque, pendant l'étape de rayonnement, le champ est enregistré en 1 point sur 3 au niveau des MRT. La reconstruction reste quand même acceptable pour un enregistrement du champ en minimum 1 point sur 6, au niveau des MRT.

Dans la Fig. 4.23b, l'erreur relative de reconstruction est représentée en fonction du nombre de points d'enregistrement (échantillonnage spatial) au niveau des MRT. Le résultat théorique est confirmé, la précision des résultats (erreur en dessous de 1-2%) est conservée pour un enregistrement du champ en 1 point sur 3.

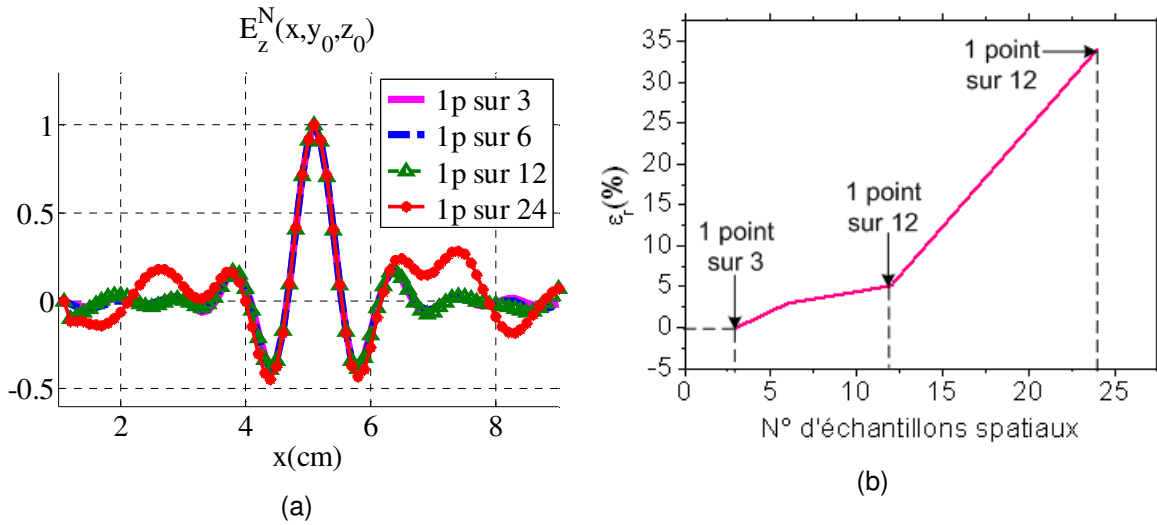


Fig. 4.23 Section transversale du champ $E_z(x, y_0, z_0)$ reconstruit, suite au RT, le long de l'axe Ox. (a) le champ rayonné pendant l'approche directe est enregistré, sur les MRT, en respectivement : 1 point sur 3, 1 point sur 6, 1 point sur 12 et 1 point sur 24 et réinjecté sans interpolation ; (b) variation de l'erreur relative de reconstruction en fonction du nombre d'échantillons spatiaux enregistrés (nombre de points d'enregistrement) au niveau des MRT.

Mais, la question qui se pose est : pourquoi la forme du lobe principal du champ reconstruit n'est pas distordue, bien que le nombre de points d'enregistrement soit beaucoup diminué ?

Pour répondre à cette question, considérons, par exemple, une source excitée par une impulsion de Dirac. Au niveau d'un certain point sur un MRT, on enregistre la fonction de Green du milieu, qui est la réponse impulsionnelle entre la source et le point respectif : $G(\vec{r}_0, \vec{r}_i, t)$. Ce champ est inversé chronologiquement, $G(\vec{r}_0, \vec{r}_i, -t)$, et retransmis dans le même milieu, cette fois-ci en sens inverse. A la position initiale de la source, on obtient donc le champ: $G(\vec{r}_0, \vec{r}_i, t) * G(\vec{r}_0, \vec{r}_i, -t)$. Le système est parfaitement symétrique, donc la source et le point d'enregistrement peuvent être inter-changés : $G(\vec{r}_0, \vec{r}_i, t) = G(\vec{r}_i, \vec{r}_0, t)$. Le champ total retourné temporellement, à la position initiale de la source et au moment initial $t=0$, peut donc s'exprimer sous la forme :

$$\int G^2(\vec{r}_0, \vec{r}_i, \tau) \cdot d\tau.$$

Dans notre cas, lorsque la source ponctuelle est excitée, par un signal $f(t)$, ce que l'on enregistre, au niveau d'un point sur un MRT, est : $f(t) * G(\vec{r}_0, \vec{r}_i, t)$. Ainsi, le champ obtenu, suite au RT, au niveau du point \vec{r}_0 est : $\psi(\vec{r}_0, t) = f(-t) * K(\vec{r}_0, \vec{r}_i, t)$, où :

$$K(\bar{r}_0, \bar{r}_i, t) = \sum_{i=1}^M G(\bar{r}_0, \bar{r}_i, -t) * G(\bar{r}_0, \bar{r}_i, t) \quad (M \text{ étant le nombre de points sur les MRT}).$$

La distribution spatiale du champ reconstruit suite au RT représente donc une intensité moyenne du champ.

4.3.2.3 RT à partir des amplitudes et des délais enregistrés suite à l'approche directe

Les résultats présentés auparavant ont été obtenus par la méthode TLM inverse, appliquée à partir de l'historique temporel du rayonnement enregistré pendant l'étape directe.

Le signal reçu au niveau d'un point p_{li} , appartenant au miroir l ($l = \overline{1,6}$), est :

$$\psi_j^{\text{MRT}l}(n\Delta t, p_i) = A_i \cdot f(n\Delta t + \varphi_i). \quad (4.10)$$

où A_i est l'amplitude et φ_i le délai.

Nous rappelons que notre objectif final est de reconstruire les sources à partir d'un diagramme de rayonnement en champ lointain (CL) et non pas à partir de l'historique temporel complet du rayonnement, enregistré pendant l'approche directe. Pour que nous puissions nous rapprocher de cet objectif, nous passons par une étape intermédiaire. Nous faisons le changement suivant : au niveau de chaque point, sur les MRT, et pour chacune des six composantes du champ EM, nous enregistrons uniquement deux valeurs, l'*amplitude maximale* (A_i^{Max}) et le *délai correspondant* (φ_i^{Max}).

Nous voulons déterminer, par la suite, l'erreur commise sur la reconstruction de la source ponctuelle, traitée auparavant, si les conditions initiales de l'approche inverse sont établies à partir des amplitudes et des délais.

De cette manière, nous réduisons également les ressources informatiques nécessaires, car à la place d'enregistrer 36 matrices de dimension $n \times p$, nous enregistrons 36 matrices de dimension $2 \times p$ (« 2 », car au niveau de chaque point p , nous ne retenons que 2 valeurs, à la place de n échantillons temporels). A partir de ces deux valeurs, d'amplitude et de délai, et en connaissant la forme de l'excitation initiale, nous reconstituons les signaux (représentant les six composantes du champ EM) à exciter, au niveau de chaque point sur

les MRT, pendant l'approche inverse. L'organigramme de ce nouvel algorithme est représenté dans la Fig.4.25.

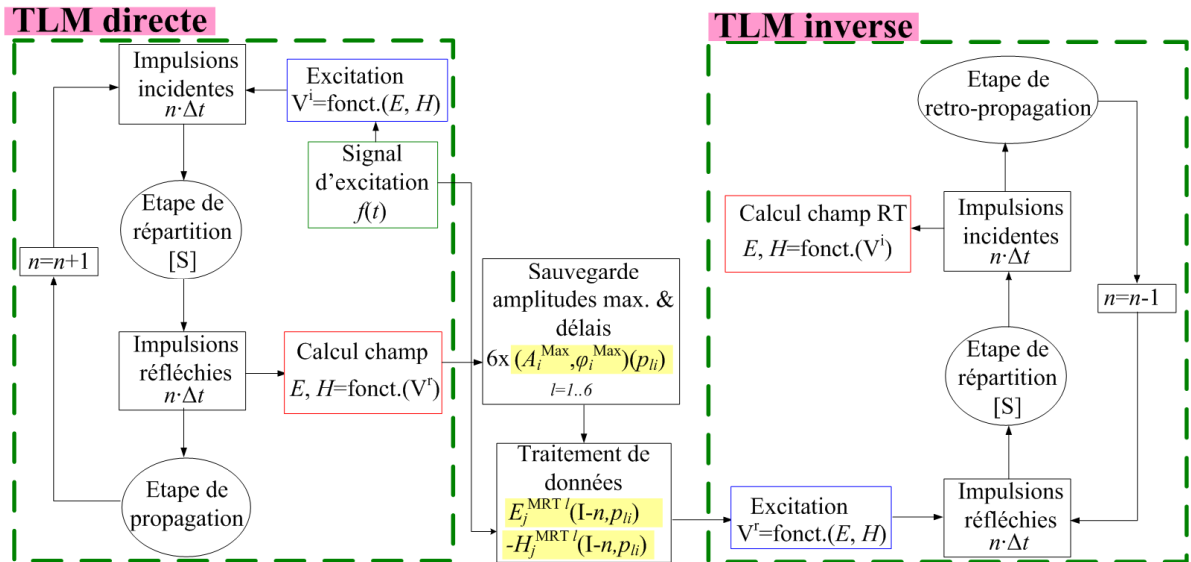


Fig. 4.24 Organigramme de l'algorithme

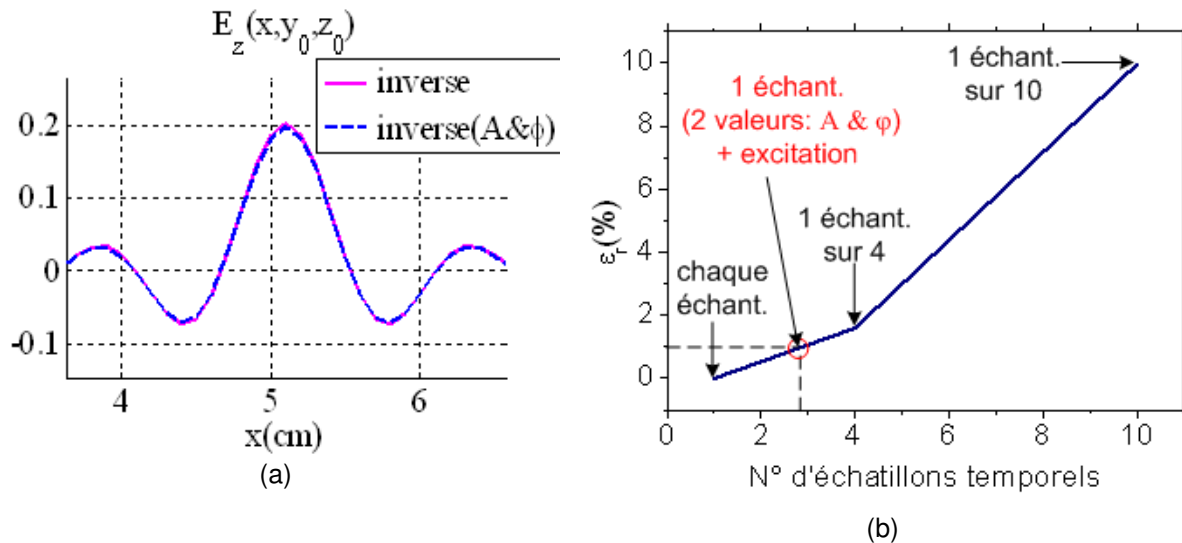


Fig. 4.25 (a) Distribution spatiale de la section transversale du champ $E_z(x, y_0, z_0)$ reconstruit, suite au RT, le long de l'axe Ox : comparaison entre le champ normalisé, reconstruit à partir de l'historique complet du rayonnement (« inverse ») et respectivement à partir des amplitudes et délais (« inverse (A&φ) ») ; (b) variation de l'erreur relative de reconstruction en fonction du nombre d'échantillons temporels enregistrés au niveau de chaque point sur les MRT.

A partir des amplitudes maximales, des délais correspondants, et en connaissant l'excitation initiale, nous reconstruisons analytiquement l'excitation à appliquer au niveau de chaque point sur les MRT. La distribution spatiale du champ $E_z(x, y_0, z_0)$,

reconstruit après l'approche inverse, à partir de ces informations, est représentée dans la Fig. 4.25a. Ce résultat est comparé avec celui obtenu par RT, à partir de l'historique temporel complet du rayonnement. Nous remarquons que la largeur du lobe principal est identique dans les deux cas. Quant à la qualité de reconstruction, l'erreur relative commise, par rapport au cas où le champ est reconstruit à partir de l'historique complet, est de 1% (Fig. 4.25b). On peut remarquer, dans la Fig. 4.25b, que cette erreur de 1% est obtenue pour l'enregistrement d'un échantillon temporel sur 3. Ce changement réduit les ressources informatiques nécessaires pour une simulation TLM directe avec 90%, tout en gardant la précision de reconstruction.

4.3.2.4 Reconstruction de deux sources EM ponctuelles

La reconstruction de deux sources ponctuelles identiques, chacune de 1mm de diamètre, est étudiée par la suite. Les sources seront excitées, dans un premier temps, par deux signaux large-bande en phase et ensuite par les mêmes deux signaux en opposition de phase.

a) Sources en phase

Le réseau TLM est excité, au niveau de deux points placés comme dans la Fig. 4.26, par deux signaux (Fig. 4.15) oscillant en phase.

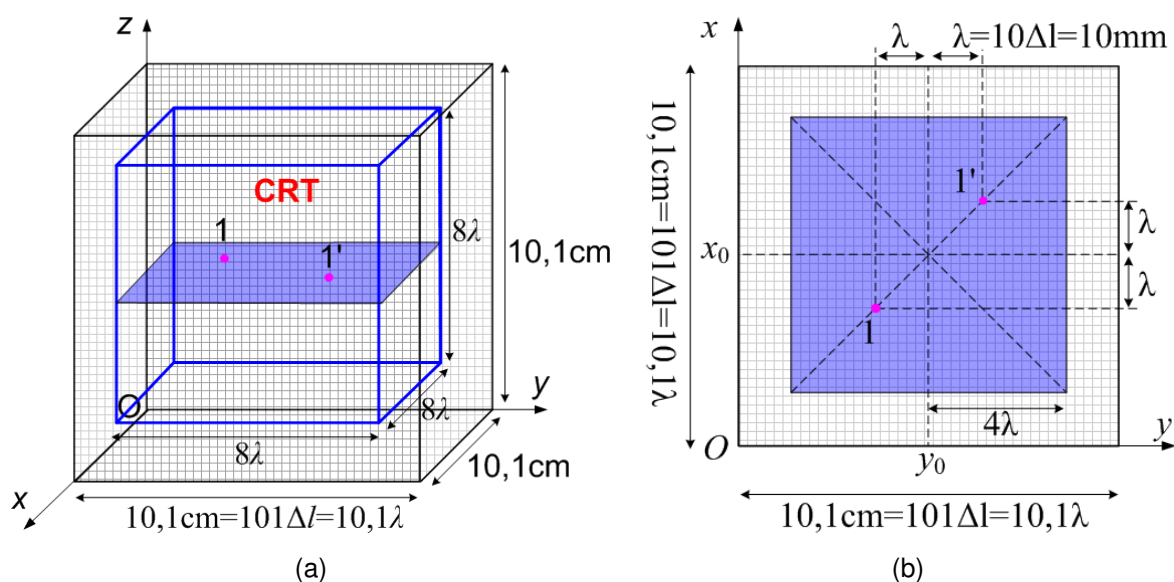


Fig. 4.26 Deux sources EM ponctuelles identiques, chacune de 1mm de diamètre.

Le champ $E_z(x, y, z_0)$ reconstruit, à la fin du processus de RT, dans le plan (xOy) qui contient les deux sources, est représenté dans la Fig. 4.27a,b. Ce champ se présente

sous la forme de deux taches focales, situées autour des positions initiales des deux sources. La coupe transversale des taches focales est représentée dans la Fig. 4.27c. Nous remarquons que l'amplitude maximale du champ reconstruit est atteinte aux positions initiales des sources, mais le champ reconstruit reste toujours limité en résolution. La largeur à mi-hauteur des deux lobes principaux du champ reconstruit est de 0.54cm, tandis que les sources initiales étaient ponctuelles, de largeurs $\Delta l = 0.1\text{cm}$. En prenant les valeurs du champ reconstruit qui dépassent un certain seuil (98% de l'énergie), nous retrouvons les positions des sources ponctuelles initiales (Fig. 4.27d).

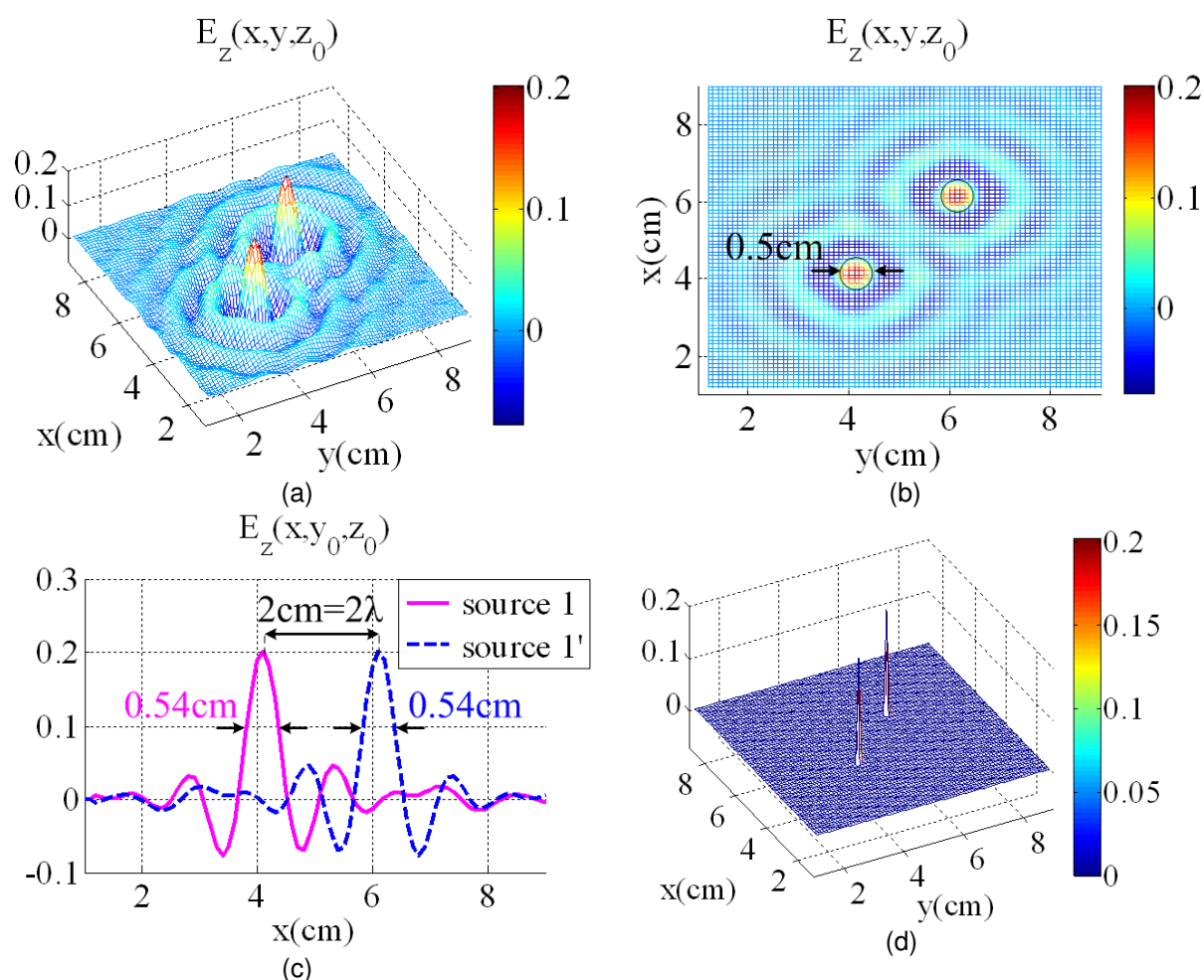


Fig. 4.27 (a) Champ $E_z(x, y, z_0)$ reconstruit après le RT ; (b) vue d'en haut – les cercles montrent la résolution de la localisation ; (c) section transversale du champ : $E_z(x, y_0, z_0)$; (d) reconstruction des deux sources ponctuelles initiales, après avoir retenu uniquement les valeurs du champ qui dépassent un certain seuil.

b) Sources en opposition de phase

Nous excitons les même deux sources ponctuelles, sauf que cette fois-ci, on fait osciller les deux signaux en opposition de phase. Nous remarquons (Fig. 4.28a) que le champ

reconstruit, suite au RT, atteint l'amplitude maximale au niveau d'une source et l'amplitude minimale au niveau de l'autre source. La phase des deux sources est donc bien reconstruite par RT. La résolution reste la même que celle obtenue pour les sources excitées par des signaux en phase : la largeur à mi-hauteur des deux lobes principaux du champ reconstruit est de 0.54cm. Nous pouvons remarquer cela dans la Fig. 4.28b, les cercles superposés sur l'image indiquant cette limite, et dans la Fig. 4.28c. En prenant les valeurs du champ reconstruit qui dépassent un certain seuil, nous retrouvons les positions des deux sources ponctuelles initiales (Fig. 4.28d).

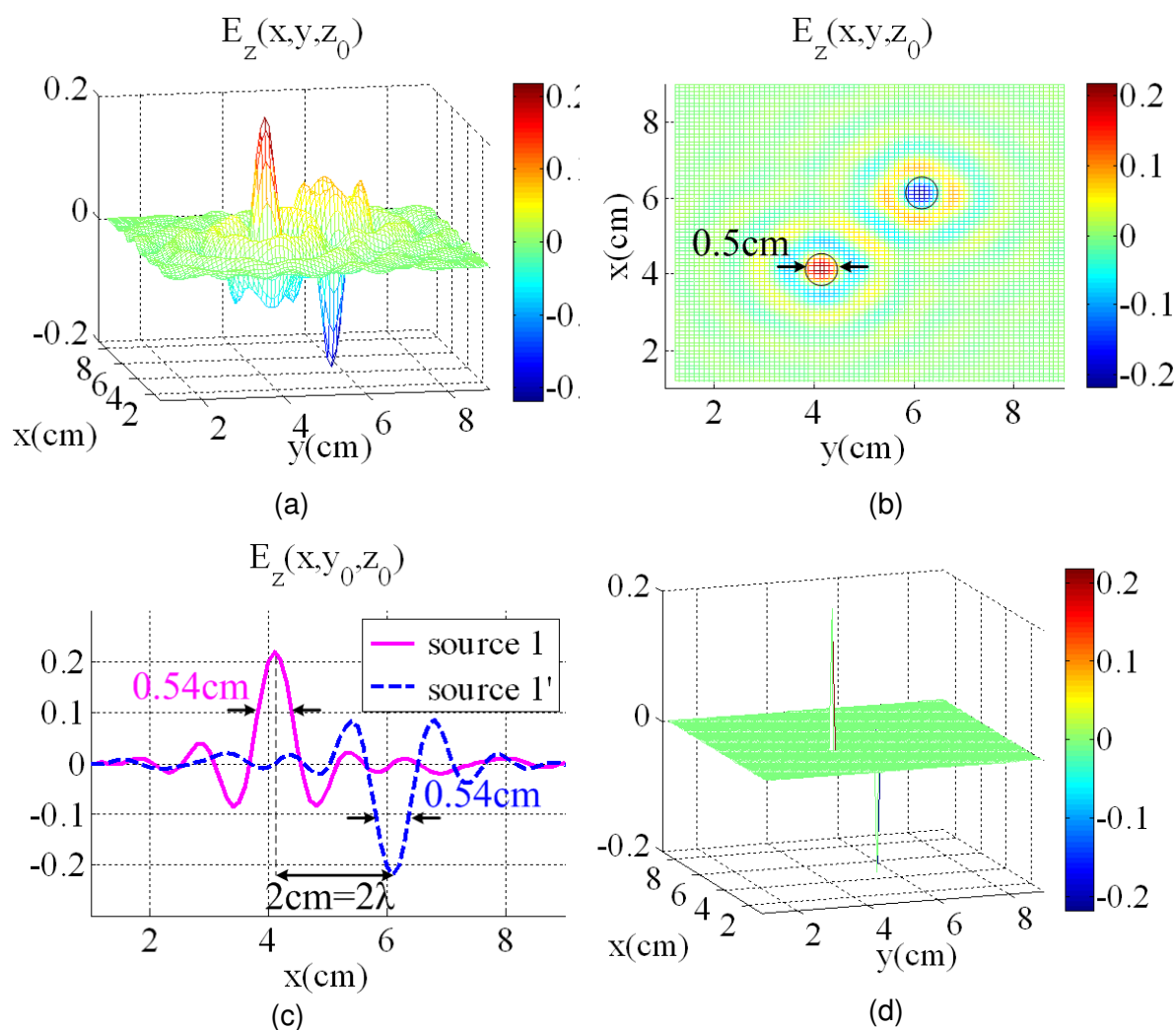


Fig. 4.28 (a) Champ $E_z(x, y, z_0)$ reconstruit après le RT ; (b) vue d'en haut - les cercles montrent la résolution de la localisation; (c) section transversale du champ: $E_z(x, y_0, z_0)$; (d) reconstruction des positions des deux sources ponctuelles initiales, après avoir retenu uniquement les valeurs du champ reconstruit qui dépassent un seuil.

- **Excitation : impulsion de Dirac**

Lorsque nous excitions les deux sources ponctuelles par des impulsions de Dirac, le champ reconstruit présente une très bonne résolution (Fig. 4.29).

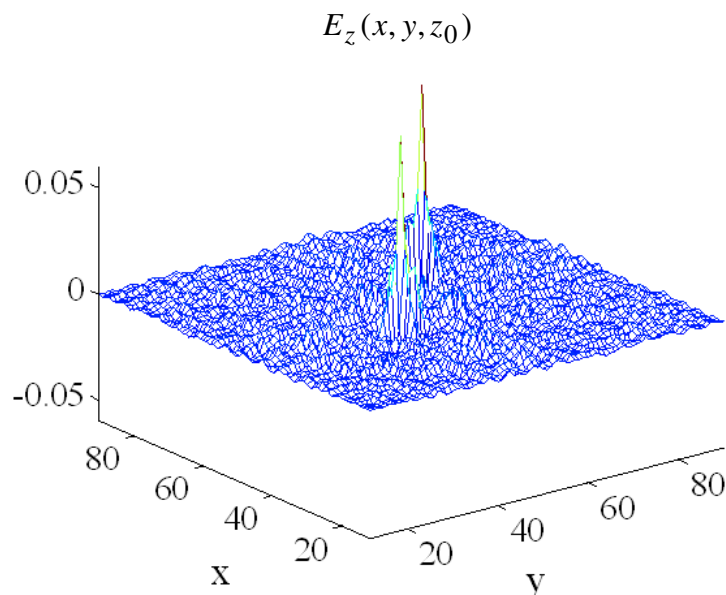


Fig. 4.29 Reconstruction des deux sources ponctuelles, lorsqu'elles ont été excitées par des impulsions de Dirac.

Comme conclusion pour la reconstruction des sources ponctuelles, nous avons remarqué que le champ reconstruit dans la cavité, par la méthode TLM inverse, atteint l'amplitude maximale au niveau des positions initiales des sources. Le point de départ de l'approche inverse l'a constitué, dans un premier temps, l'historique temporel complet du rayonnement enregistré pendant l'approche directe. Cet historique a été injecté dans un ordre chronologique inverse pendant l'étape de RT.

Par la suite, le point de départ de l'approche inverse a été constitué par les distributions d'amplitudes et de délais sur la surface de la cavité. Ce changement de conditions initiales n'a engendré aucune modification du résultat de la reconstruction. Le champ ainsi reconstruit est identique avec celui obtenu à partir de l'historique complet du rayonnement. En revanche, nous avons noté un manque de résolution du champ reconstruit. Les ondes, rayonnées initialement par une source ponctuelle, focalisent pendant la reconstruction, sous la forme d'une tache focale. Cette tache focale a une largeur dépendante de la longueur d'onde de l'excitation.

On peut reconstruire le nombre de sources ponctuelles que l'on veut avec une seule condition : que la distance entre elles soit d'au moins $\lambda/2$. Cela est en accord avec le critère de Rayleigh¹ en optique. Les dispositifs conventionnels d'imagerie, comme les lentilles optiques, créent des images par la capture des ondes émises par un objet. La qualité de l'image obtenue dépend de la limite de diffraction, imposée par le critère de Rayleigh (Fig. 4.30), qui est, dans le meilleur des cas, égale à un demi de la longueur d'onde de travail. Les ondes évanescentes n'attendent jamais le plan-image, expliquant cette limite de Rayleigh.

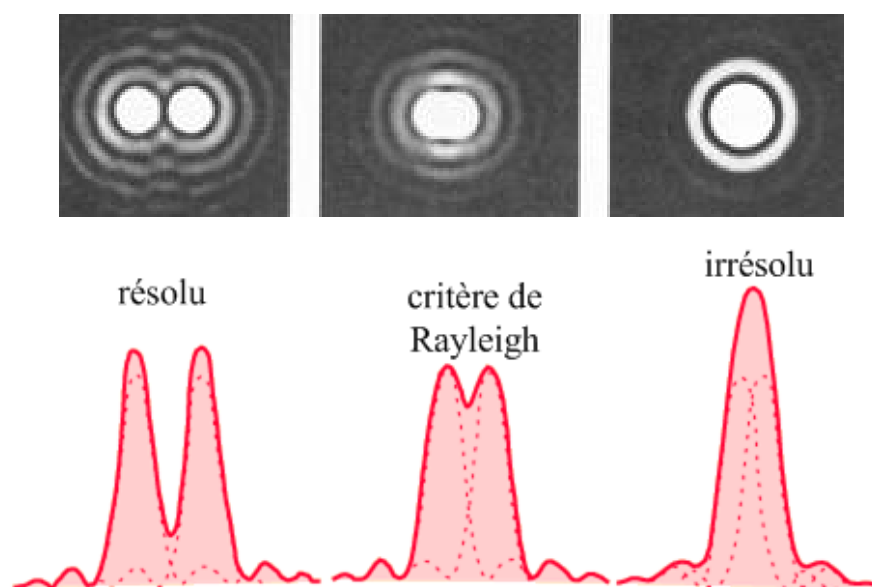


Fig. 4.30 Critère de Rayleigh.

Comme les antennes sont composées de sources réparties, nous allons étudier par la suite la reconstruction de ces dernières.

4.3.2.5 Reconstruction des sources réparties

Considérons une source ponctuelle et une source répartie placées comme dans la Fig. 4.31. La source répartie est simulée en excitant plusieurs nœuds voisins le long d'une ligne du maillage. Notons par s le nombre de nœuds. La source ponctuelle est de 1mm de diamètre. Considérons $s = 9$ nœuds, la longueur de la source répartie étant de $L = 9\Delta l = 9\text{mm}$ et la largeur de $l = \Delta l = 1\text{mm}$.

¹ Deux images correspondant à deux points sont distinctes si le sommet de la tache de diffraction de l'une correspond au premier minimum nul de l'autre.

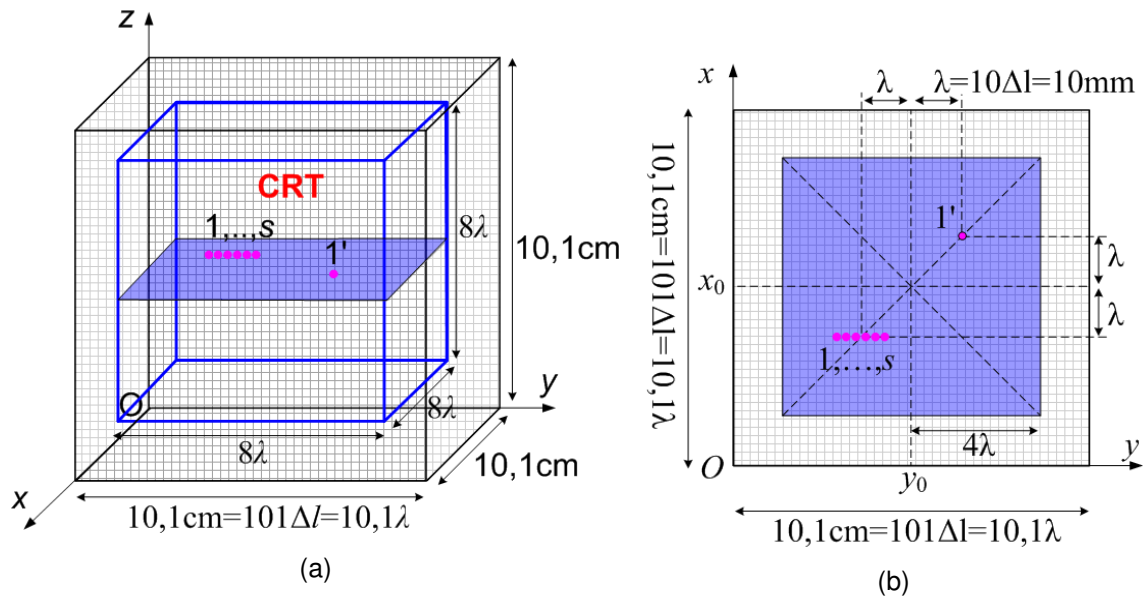


Fig. 4.31 Une source ponctuelle de 1 mm de diamètre et une source répartie simulée en excitant s nœuds voisins le long d'une ligne du maillage. La longueur de la source répartie est $L = 9\Delta l = 9\text{mm}$ et la largeur de $l = \Delta l = 1\text{mm}$.

Les deux sources, ponctuelle et répartie, sont excitées en même temps par un signal large-bande (Fig. 4.32).

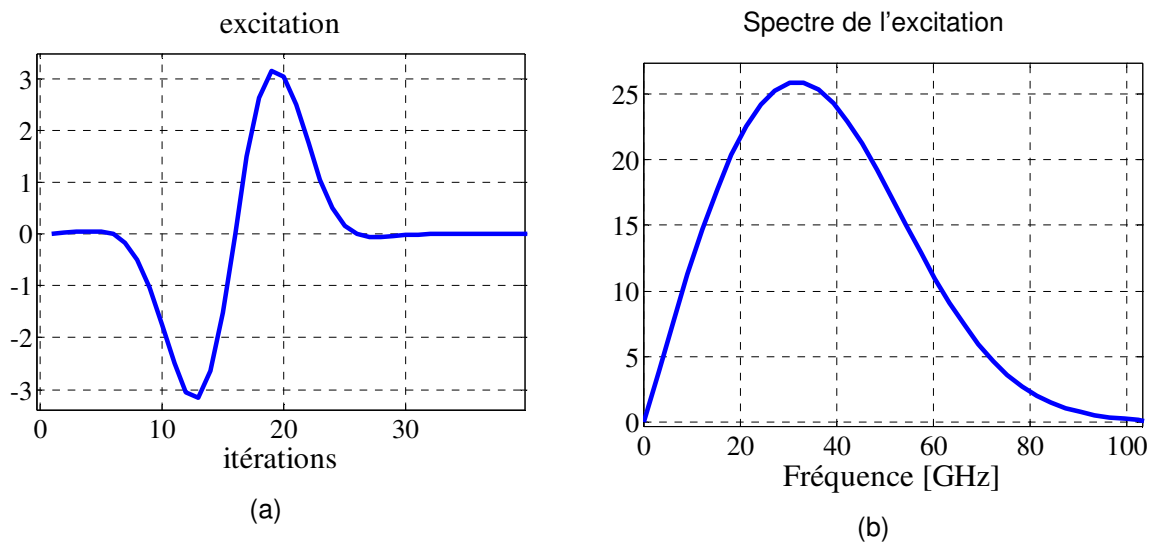


Fig. 4.32 (a) Excitation ; (b) Spectre de l'excitation.

Le champ $E_z(x, y, z_0)$ reconstruit, suite au RT, dans le plan (xOy) , est représenté dans la Fig. 4.33. Nous remarquons que la source répartie est reconstruite sous la forme d'une tache focale asymétrique élargie, avec une largeur à mi-hauteur de 9mm.

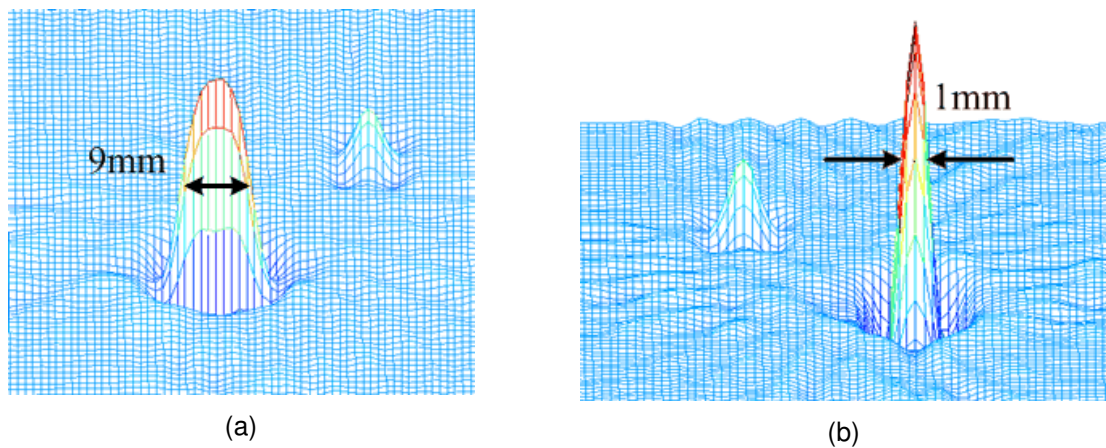


Fig. 4.33 Champ $E_z(x, y, z_0)$ reconstruit, suite au RT, dans le plan (xOy) : (a) Vue de face ; (b) Vue latérale. La source répartie, excitée initialement, avait 9mm en longueur et 1mm en largeur.

- **Excitation : impulsion de Dirac**

Lorsque nous excitions les sources par des impulsions de Dirac, le champ reconstruit (Fig. 4.34) présente une résolution améliorée.

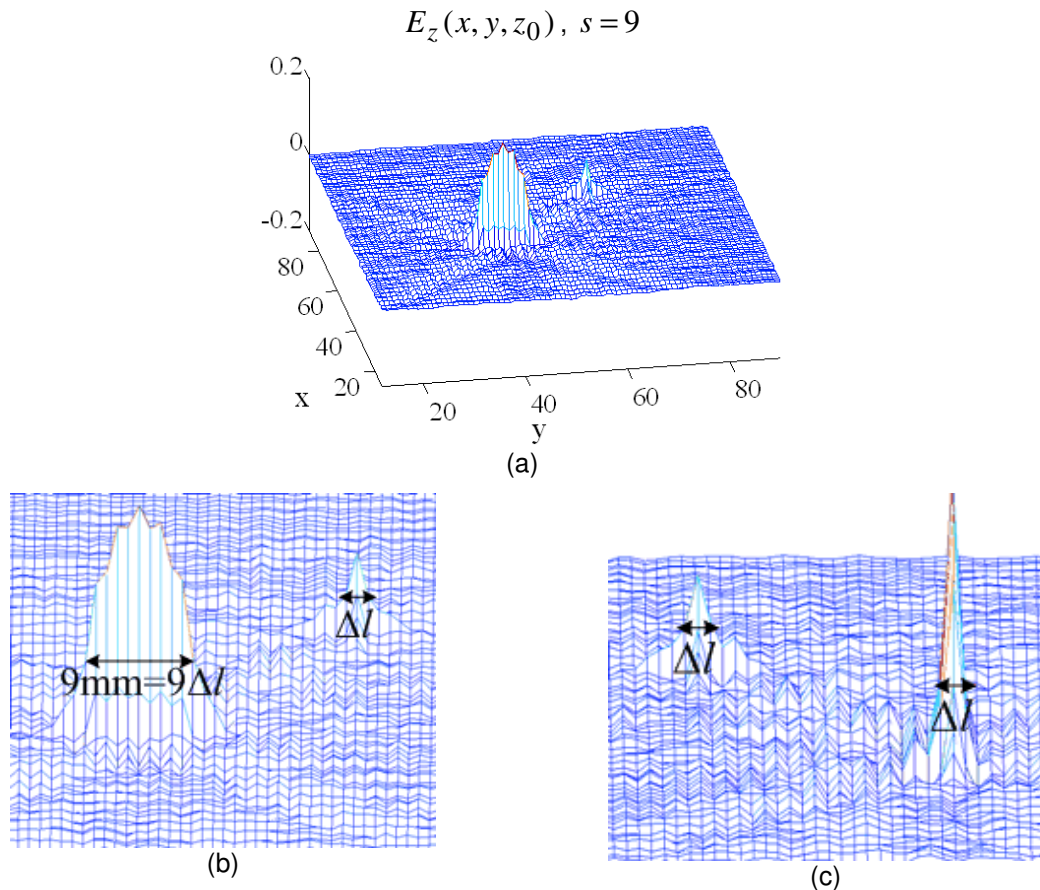


Fig. 4.34 (a) Reconstruction de deux sources (ponctuelle et répartie) initiales, lorsqu'elles ont été excitées par une impulsion de Dirac ; (b) zoom : vue de devant ; (c) zoom : vue latérale.

Nous pouvons noter que, pour toute excitation initiale, il y a un problème d'égalisation d'amplitudes du champ reconstruit. Nous y retrouvons le même manque de résolution spatiale du champ reconstruit. Pourtant, dans la limite de résolution possible, la position initiale de la source répartie peut être déterminée, en prenant les valeurs maximales du champ reconstruit. De même, nous pouvons retrouver la longueur et la largeur de la source. Comme la source distribuée n'a quand même pas de sens physique, par la suite nous allons étudier la reconstruction d'une distribution de courant.

4.3.2.6 Reconstruction d'une distribution de courant

Considérons une distribution de courant (\vec{J}_y), de longueur $L = 5\Delta l = \lambda/2 = 5\text{mm}$ et largeur $l = \Delta l = \lambda/10 = 1\text{mm}$, orientée le long de l'axe Oy , comme dans la Fig. 4.35.

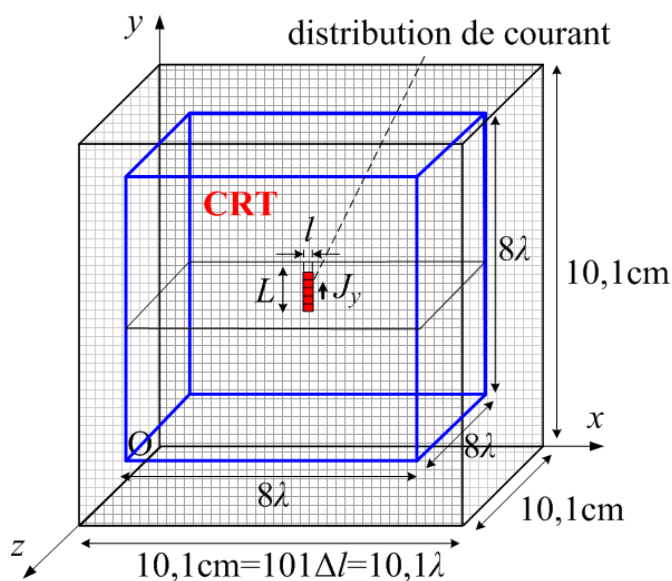


Fig. 4.35 Distribution de courant \vec{J}_y , de longueur $L = \lambda/2 = 5\text{mm}$ et largeur $l = \lambda/10 = 1\text{mm}$.

Nous appliquons la méthode TLM inverse et nous représentons (Fig. 4.36) la valeur absolue maximale du champ EM reconstruit, au niveau de chaque point, dans le plan $(xOy)_{z=z_0}$ contenant la distribution de courant.

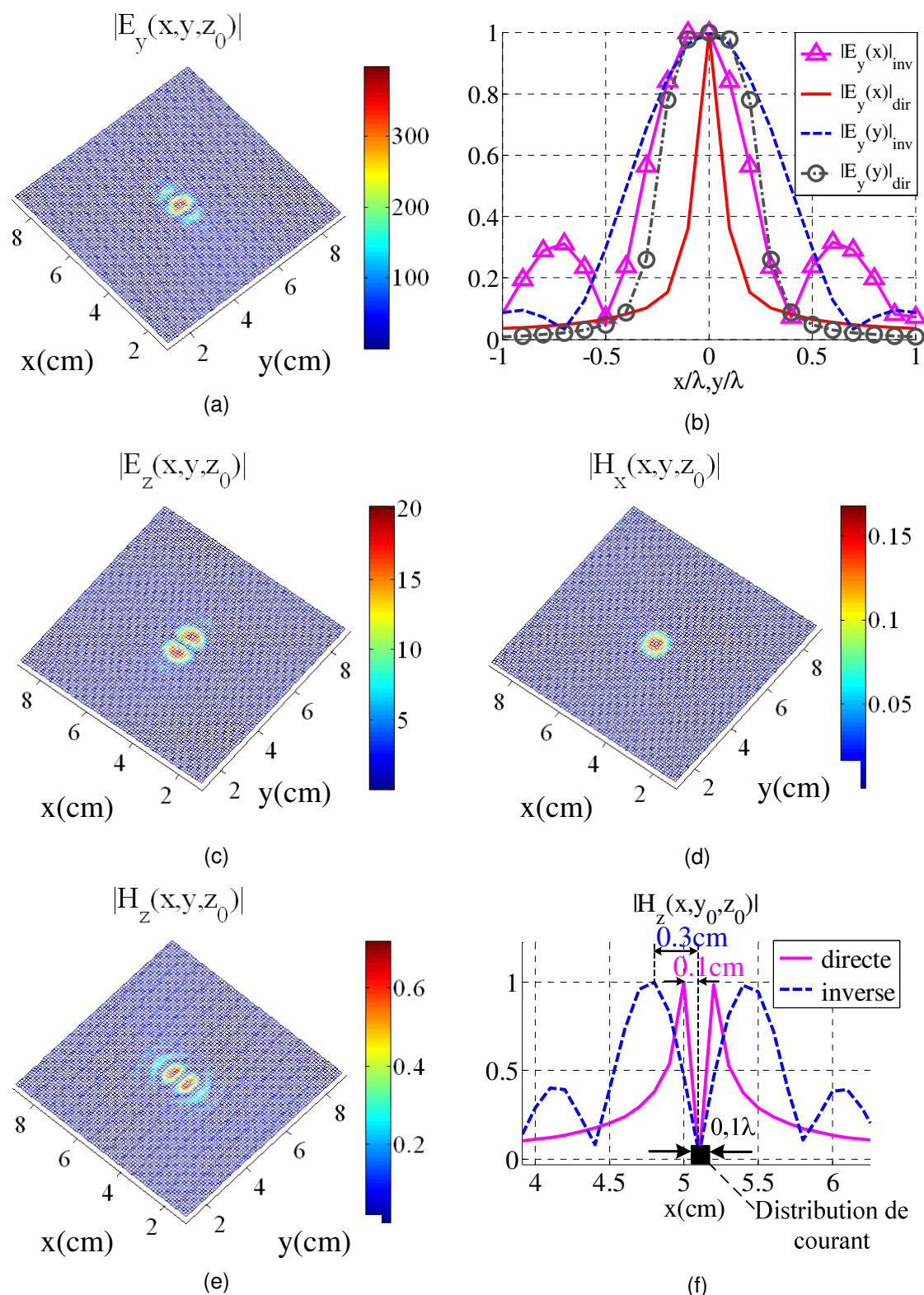


Fig. 4.36 Le maximum de la valeur absolue du champ EM reconstruit, après l'approche inverse,

dans le plan $(xOy)_{z=z_0}$: (a) $|E_y(x, y, z_0)|$; (b) coupes transversales du champ :

$|E_y(x_0, y, z_0)|$ et $|E_y(x, y_0, z_0)|$ rayonné pendant à l'approche directe et obtenu après RT ; (c)

$|E_z(x, y, z_0)|$; (d) $|H_x(x, y, z_0)|$; (e) $|H_z(x, y, z_0)|$; (f) coupe transversale : $|H_z(x, y_0, z_0)|$.

Nous pouvons noter (Fig. 4.36e) que le champ H_z nous montre l'orientation de la distribution de courant, selon l'axe Oy . La largeur de cette distribution peut aussi être déterminée, car $|H_z(x, y_0, z_0)| = \min$, si $l = \Delta l = 1\text{mm}$. D'un autre côté, le maximum du champ E_z nous donne les limites inférieures et supérieures de la distribution de courant, donc sa longueur. Malheureusement, nous ne pouvons pas déterminer l'orientation de \vec{J}_y , mais nous ne pouvons pas déterminer le sens du vecteur. Celui-ci doit être préalablement connu, pour que la solution soit unique, ce qui a été démontré analytiquement dans [10]. Il est bien connu qu'afin d'obtenir une solution unique d'un problème inverse, des informations supplémentaires doivent être ajoutées, la simple connaissance du champ rayonné n'étant pas suffisante. Tandis que pour les sources scalaires, il suffit de connaître la variation temporelle du signal excité, pour les sources vectorielles, il faut en plus connaître l'orientation du vecteur.

La Fig. 4.37 montre un bon accord entre les deux coupes, longitudinale et transversale, du champ $|E_y(x, y, z_0)|$, obtenu suite à la simulation TLM inverse, à partir de l'historique du rayonnement et à partir des amplitudes et des délais.

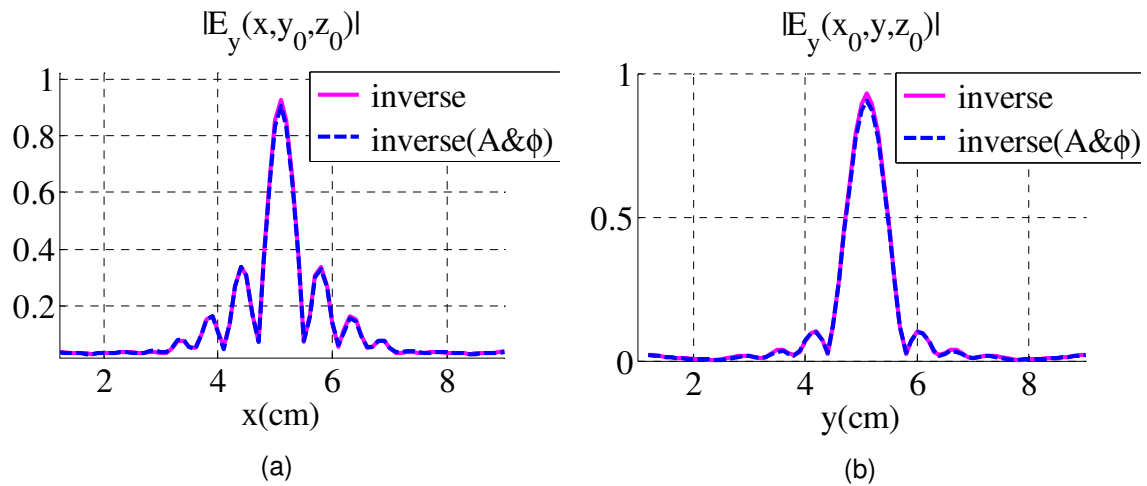


Fig. 4.37 Comparaison de la distribution spatiale de la valeur absolue du champ $|E_y(x, y, z_0)|$ reconstruit, après deux approche inverses différentes : une fait à partir de l'historique du rayonnement et l'autre faite à partir des amplitudes et des délais ; (a) section transversale de la tache focale ; (b) section longitudinale de la tache focale.

Dans la Fig. 4.38, le champ reconstruit est représenté, cette fois-ci dans le plan $(xOz)_{y=y_0}$, qui passe par le milieu de la CRT. Le champ E_y (Fig. 4.38a,b)

présente une symétrie sphérique dans ce plan. Les champs H_x (Fig. 4.38c) et H_z (Fig. 4.38d) nous montre la circulation du champ magnétique autour de la distribution de courant.

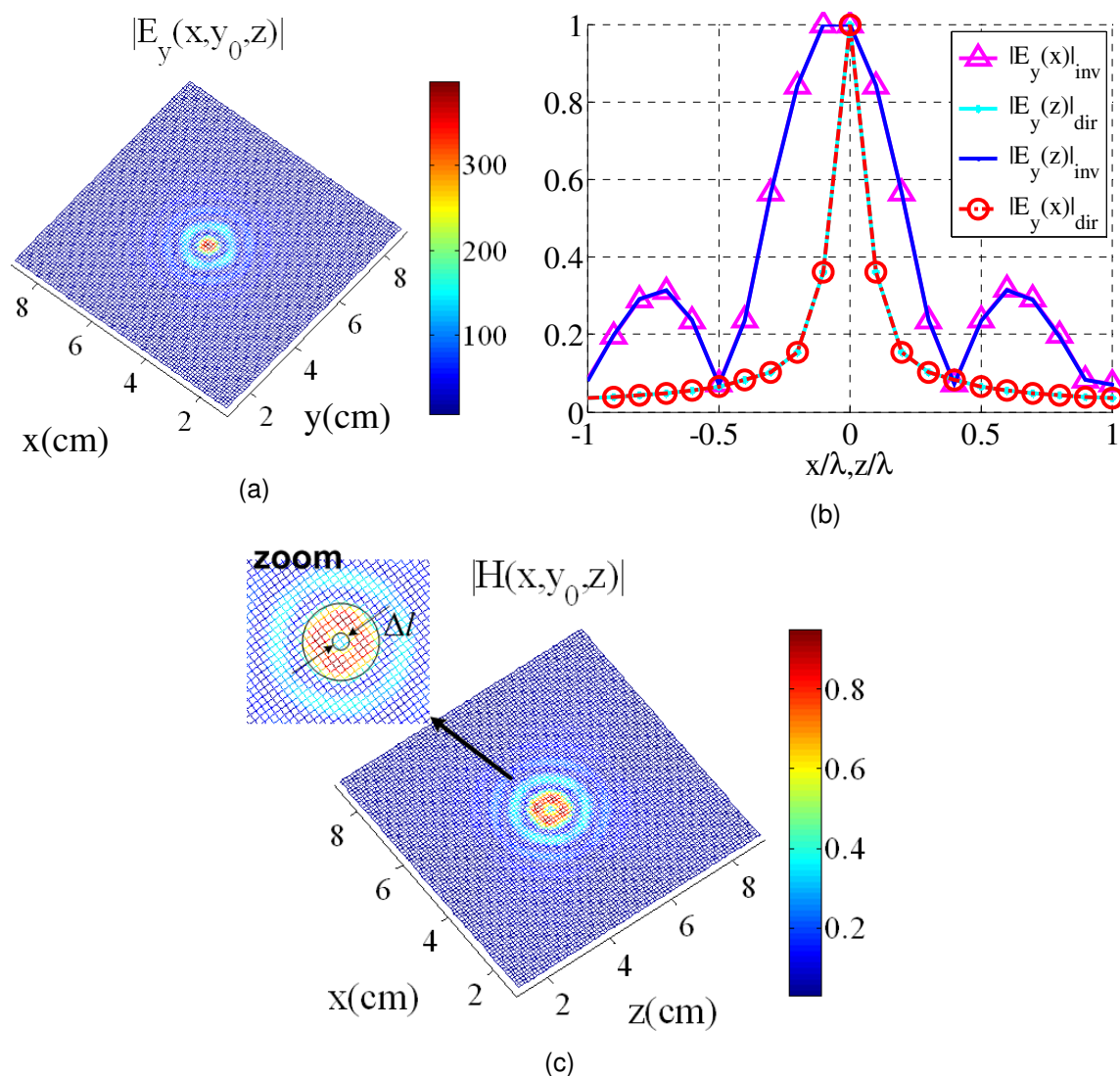


Fig. 4.38 Le maximum de la valeur absolue du champ EM reconstruit, après l'approche inverse, dans le plan $(xOz)_{y=y_0}$: (a) $|E_y(x, y_0, z)|$; (b) coupes transversales : $|E_y(x_0, y_0, z)|$ et $|E_y(x, y_0, z_0)|$; (c) $|H(x, y_0, z)| = |H_x(x, y_0, z)| + |H_z(x, y_0, z)|$.

Nous allons étudier, par la suite, l'effet de la variation de la longueur de la distribution de courant sur l'estimateur de la qualité (EQ) de reconstruction et sur la largeur du lobe principal du champ reconstruit par la méthode TLM inverse.

a) Variation de la longueur de la distribution de courant

Dans la Fig. 4.39, nous avons représenté le EQ, calculé à partir du champ $|E_y(x, y, z_0)|$ reconstruit après le RT, pour différentes longueurs de la distribution de courant, allant du : $L = \Delta l$, jusqu'au $L = 11\Delta l$. Nous pouvons noter que, lorsque la longueur de la distribution de courant augmente, l'EQ augmente pour la coupe longitudinale du champ et diminue pour la coupe transversale du champ. Par ailleurs, nous observons que les lobes secondaires du champ reconstruit sont plus petits pour la coupe transversale.

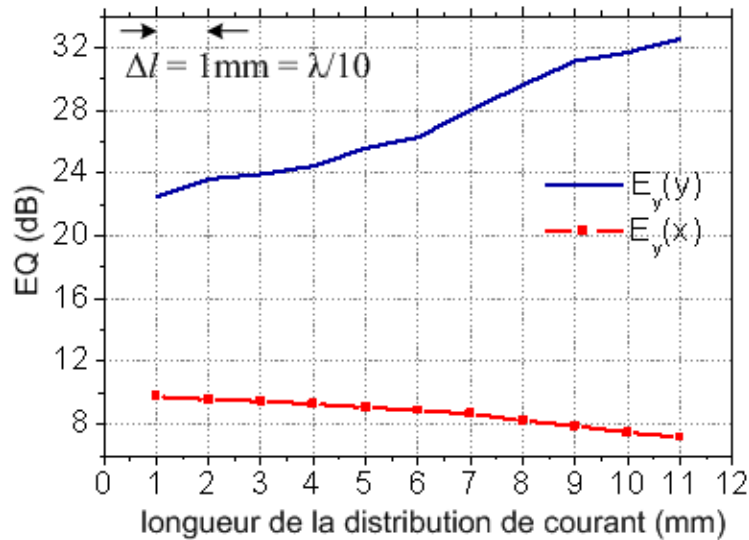


Fig. 4.39 EQ calculé à partir du champ $|E_y(x_0, y, z_0)|$ (coupe longitudinale), respectivement $|E_y(x, y_0, z_0)|$ (coupe transversale), reconstruit après le RT, pour différentes longueurs de la distribution de courant : $L = \Delta l : 11\Delta l$.

La variation de la largeur du lobe principal des deux coupes du champ $|E_y(x, y, z_0)|$, longitudinale et transversale, est présentée dans la Fig. 4.40. Nous pouvons noter que, lorsque la longueur de la distribution de courant varie entre $0,1\lambda$ et λ , la largeur du lobe principal, selon la coupe longitudinale, $|E_y(x_0, y, z_0)|$, varie entre $0,75\lambda$ et λ . Quant à la largeur du lobe principal selon la coupe transversale, $|E_y(x, y_0, z_0)|$, elle est presque constante (elle reste autour de $0,5\lambda$), ce qui est normal, car la largeur de la distribution de courant ne change pas.

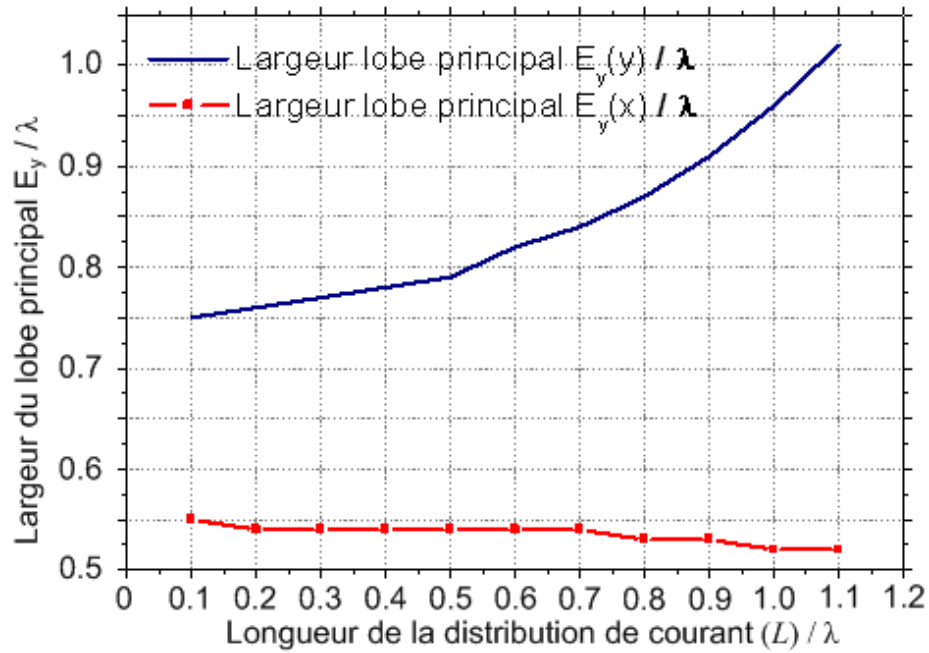


Fig. 4.40 Variation du lobe principal du champ $|E_y(x_0, y, z_0)|$, respectivement $|E_y(x, y_0, z_0)|$, reconstruit après le RT, pour différentes longueurs de la distribution de courant : $L = \Delta l : 11\Delta l$.

b) Variation de la largeur de la distribution de courant

Considérons une distribution de courant de longueur $L = 5\Delta l = \lambda / 2 = 5\text{mm}$, dont la largeur varie entre : $l = \Delta l : 10\Delta l$. La circulation du champ $|H(x, y, z_0)| = |H_x(x, y, z_0)| + |H_z(x, y, z_0)|$, reconstruit après le RT, pour trois largeurs différentes, est représentée dans la Fig.4.42. Nous définissons un « facteur d'élargissement » de cette circulation : la distance entre les valeurs maximales de la section transversale du champ $|H(x, y_0, z_0)|$. Lorsque la largeur de la distribution de courant varie entre $l = 0,1\lambda : \lambda$, le facteur d'élargissement varie entre $0,6\lambda$ et $0,9\lambda$. Cela montre, encore une fois, que la dimension de la source reconstruite ne peut pas descendre en dessous de $0,5\lambda$.

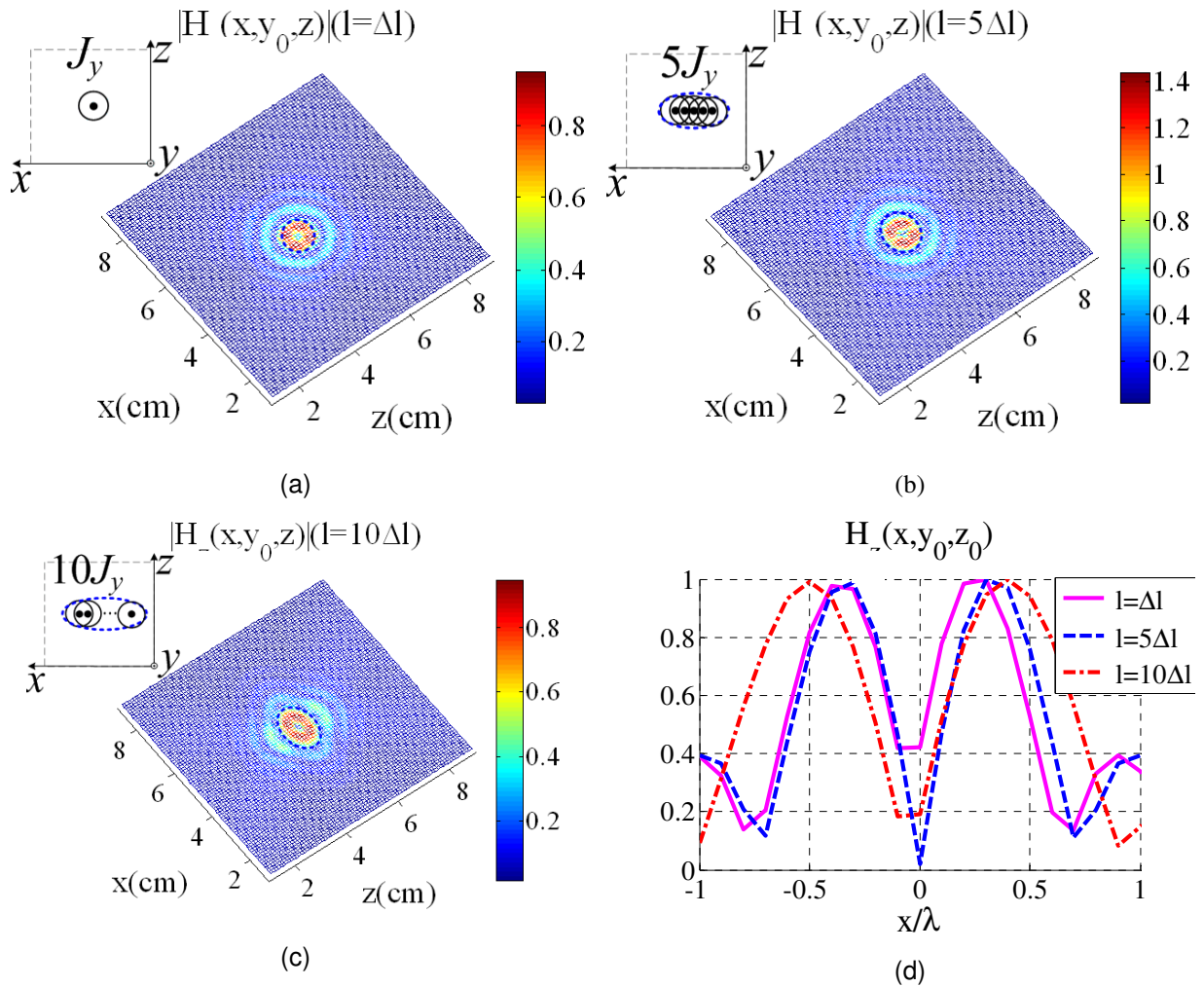


Fig. 4.41 Circulation du champ $|H(x, y_0, z)|$ reconstruit après le RT, pour des différentes largeurs de la distribution de courant : $l = \Delta l : 10\Delta l$. (a) $l = \Delta l$; (b) $l = 5\Delta l$; (c) $l = 10\Delta l$; (d) coupe transversale : $|H(x, y_0, z_0)|$, pour $l = \Delta l, 5\Delta l, 10\Delta l$.

Vu que l'orientation de la distribution \vec{J}_y a été retrouvée, par la représentation des différentes composantes du champ EM reconstruites par RT, nous allons étudier par la suite la reconstruction de trois distributions de courant orientées différemment.

4.3.2.7 Reconstruction de trois distributions de courant orientées différemment

Considérons trois distributions de courant, \vec{J}_x , \vec{J}_y et \vec{J}_z , ayant la même longueur, $L = 5\Delta l = \lambda/2 = 5\text{mm}$, et la même largeur, $l = \Delta l = 1\text{mm}$, mais orientées différemment et placées comme dans la Fig. 4.42.

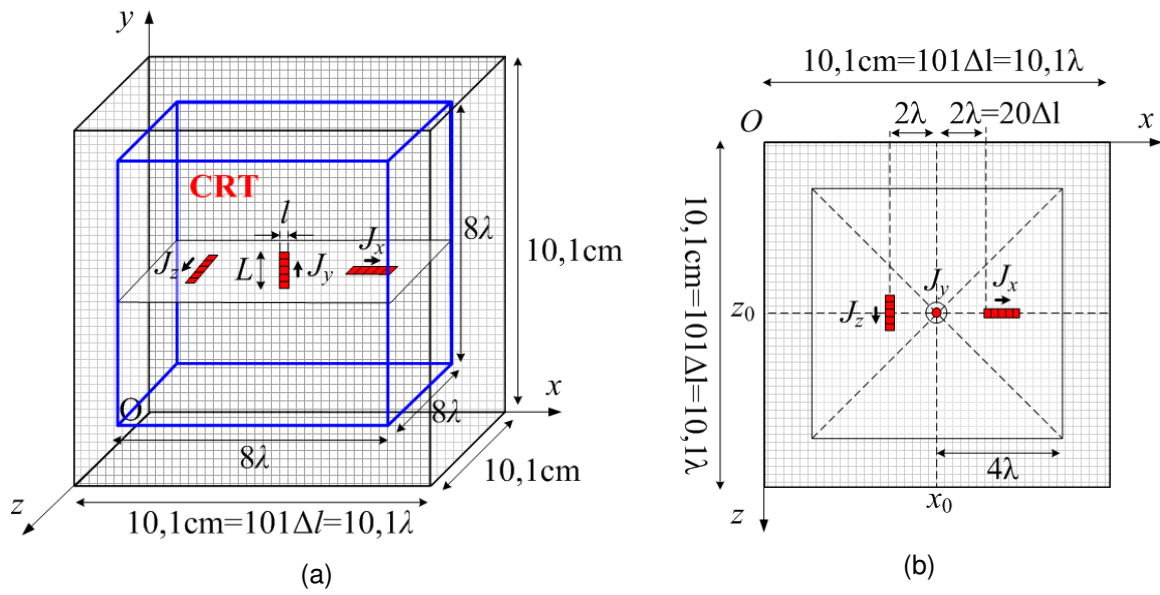


Fig. 4.42 (a) Trois distributions de courant : \vec{J}_x , \vec{J}_y et \vec{J}_z , chacune de longueur

$L = \lambda/2 = 5\text{mm}$ et de largeur $l = \lambda/10 = 1\text{mm}$; (b) section transversale de la CRT (xOz).

Le champ reconstruit dans le plan (xOy), qui passe par le centre de la CRT, est représenté dans la Fig. 4.43 et Fig. 4.45.

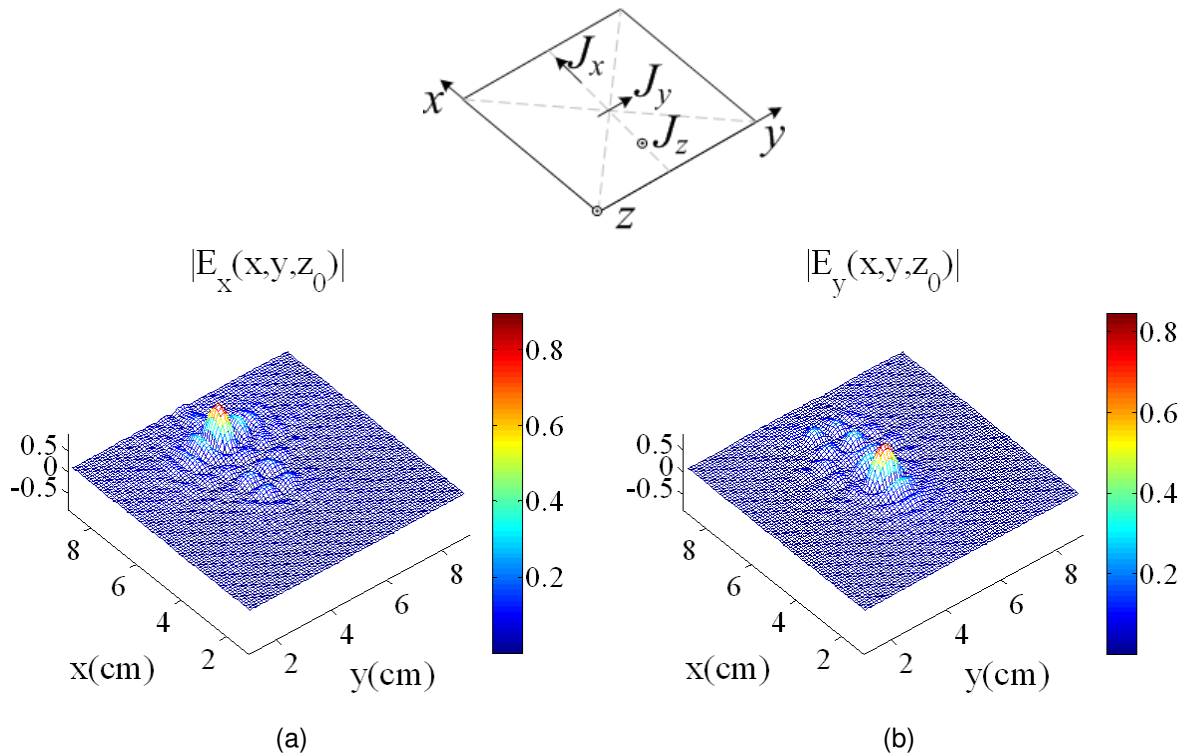


Fig. 4.43 Maximum de la valeur absolue du champ EM reconstruit, après l'approche inverse,

dans le plan (xOy) $_{z=z_0}$: (a) $|E_x(x, y, z_0)|$; (b) $|E_y(x, y, z_0)|$.

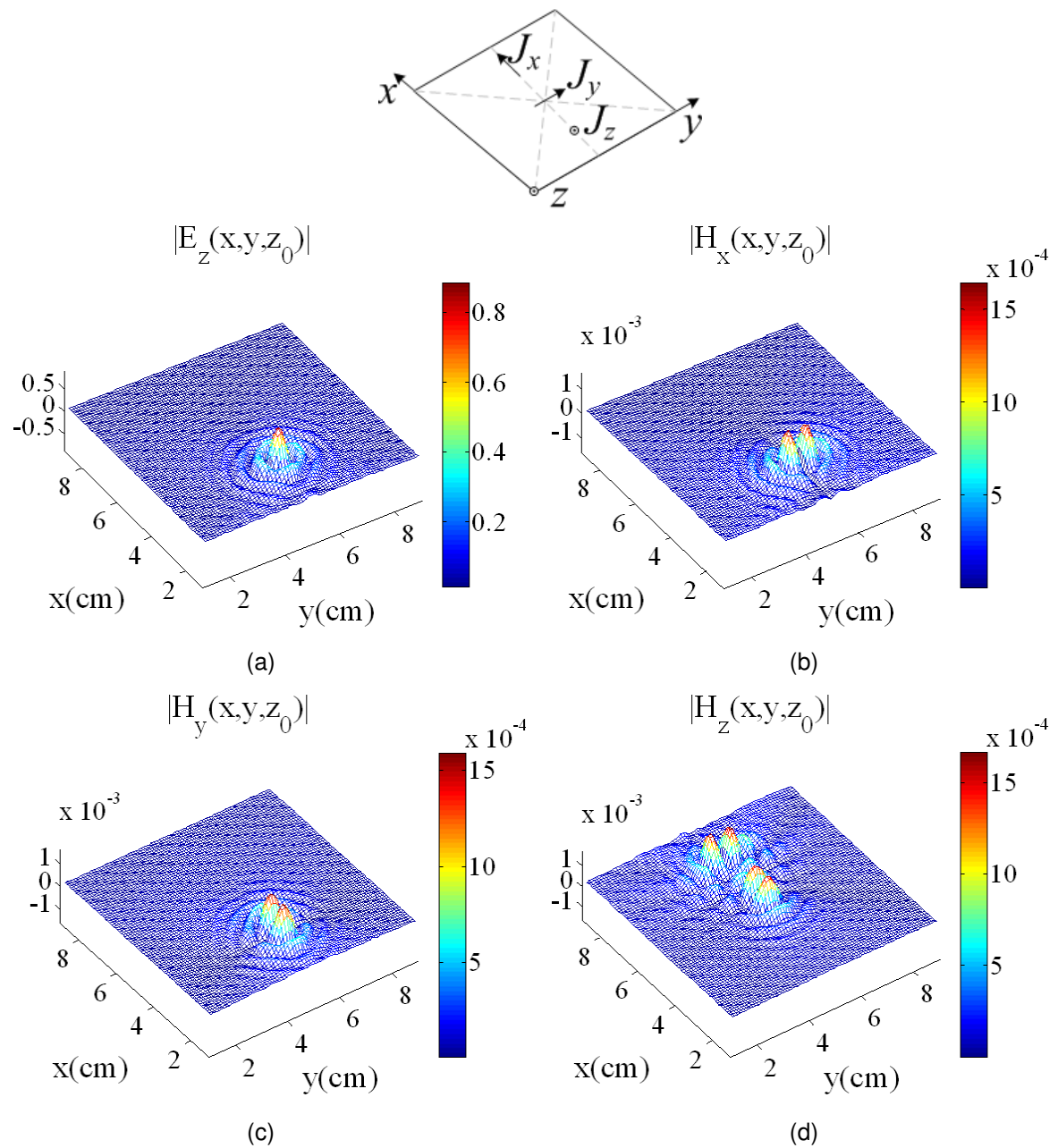


Fig. 4.44 Maximum de la valeur absolue du champ EM reconstruit, après l'approche inverse, dans le plan $(xOy)_{z=z_0}$: (a) $|E_z(x, y, z_0)|$; (b) $|H_x(x, y, z_0)|$; (c) $|H_y(x, y, z_0)|$; (d) $|H_z(x, y, z_0)|$.

Le champ reconstruit dans le plan (xOz) , qui passe par le centre de la CRT, est représenté dans la Fig. 4.45.

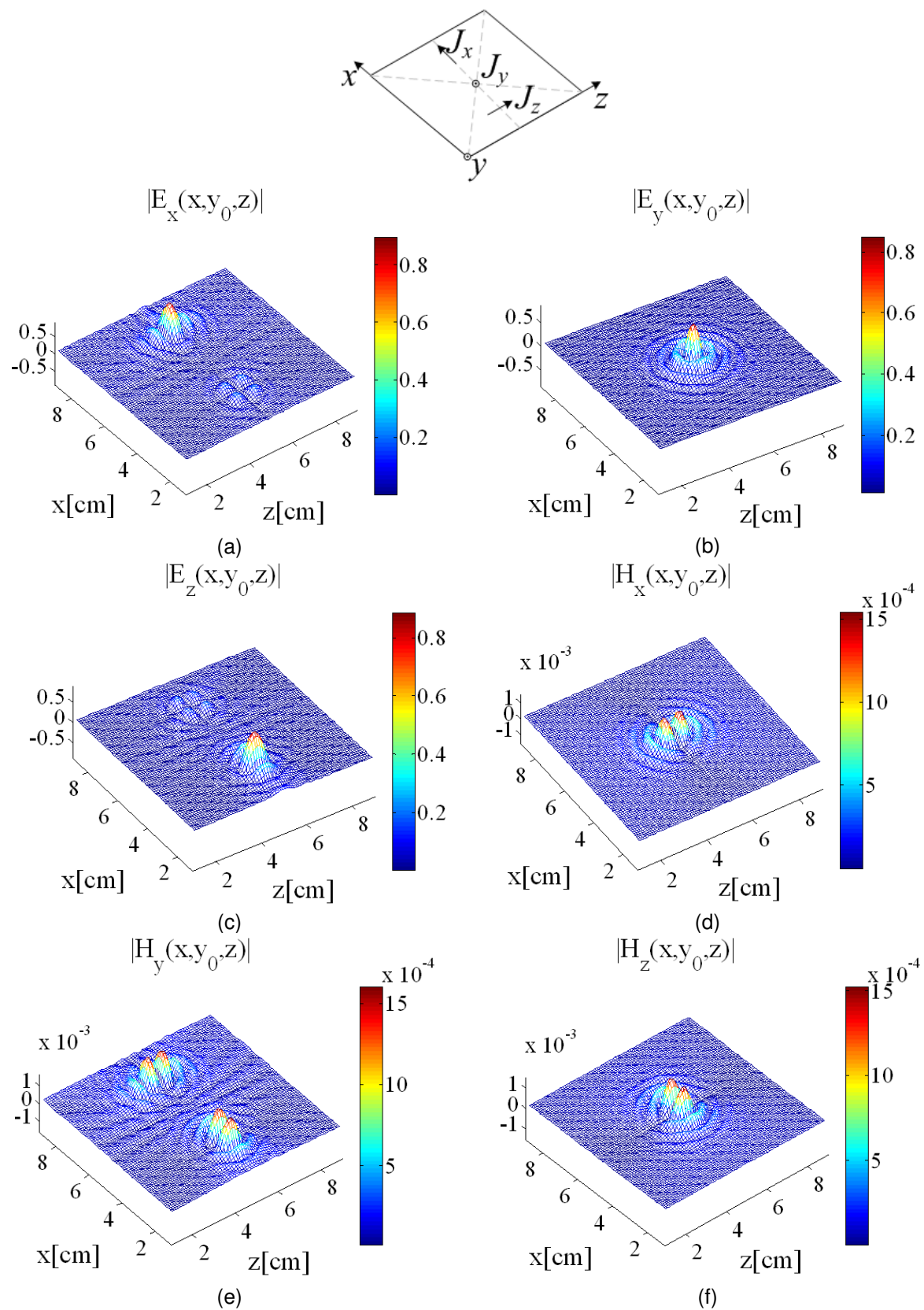


Fig. 4.45 Maximum de la valeur absolue du champ EM reconstruit, après l'approche inverse, dans le plan $(xOz)_{y=y_0}$: (a) $|E_x(x, y_0, z)|$; (b) $|E_y(x, y_0, z)|$; (c) $|E_z(x, y_0, z)|$; (d)

$|H_x(x, y_0, z)|$; (e) $|H_y(x, y_0, z)|$; (f) $|H_z(x, y_0, z)|$.

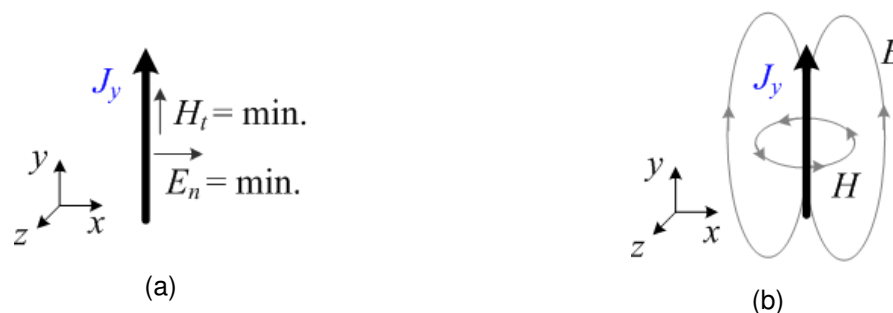


Fig. 4.46 (a) Composantes normales et tangentielles du champ EM le long d'une distribution de courant ; (b) lignes des champs électrique, respectivement magnétique formé autour de la distribution de courant.

En regardant les représentations des composantes du champ EM, reconstruites par RT, dans les deux plans contenant les distributions de courant (Fig. 4.43, Fig 4.45, Fig. 4.45), nous pouvons tirer un certain nombre de conclusions sur l'orientation, le positionnement et les dimensions des distributions de courant. Nous pouvons remarquer, par exemple, que la composante tangentielle du champ E est maximale au niveau des positions initiales des distributions des sources ($E_y(x, y_0, z) = \max.$ le long de J_y) (Fig. 4.43b). En revanche, la composante tangentielle du champ magnétique est nulle aux mêmes endroits ($H_y(x, y_0, z) = \min.$ le long de J_y) (Fig. 4.46a). Comme une circulation de champ magnétique doit se former autour de la distribution de courant (Fig 4.47b), ce champ est maximal juste à côté des sources (dans le plan $(xOy)_{z=z_0}$, $H_z(x, y_0, z) = \max.$, à gauche et à droite de J_y). Il peut donc nous donner des informations sur l'orientation des distributions de courant et sur leur largeur. De même, la composante normale du champ électrique doit être nulle le long de la distribution ($E_{x,z}(x, y_0, z) = \min.$ le long de J_y). En faisant l'hypothèse que les courants à retrouver sont minces, nous pouvons retrouver leur position, leur orientation et leurs dimensions.

Dans toutes les études de cas développées, nous avons remarqué qu'il y a toujours un manque de résolution spatiale du champ reconstruit par RT et une dépendance des résultats de la longueur d'onde d'excitation. En conséquence, il faudrait trouver la corrélation entre la longueur d'onde de l'excitation et les dimensions de la source à synthétiser. Nous allons nous occuper de l'explication de cette limitation de résolution, par la suite, dans la deuxième partie de ce chapitre.

4.4 Limite de résolution spatiale (du RT)

Comme nous l'avons conclu dans la présentation théorique du RT (Chapitre 2) et comme nous l'avons démontré par des simulations dans la première partie de ce chapitre, lors de l'étape de rétro-propagation, il y a une onde convergente qui est créée et qui se déplace vers la position initiale de la source. Le tout donne l'impression d'avoir créé la réplique exacte du champ rayonné pendant l'étape directe. Nous pourrions donc nous attendre à obtenir une résolution de focalisation qui dépend uniquement de la taille de la source initiale. En réalité, la taille de la tache focale, qui est définie comme la largeur à mi-hauteur du champ dans la zone respectueuse, est limitée. Les questions qui se posent sont : quelle est cette limite ? Et pourquoi ?

Dans cette partie nous allons expliquer la limitation de résolution spatiale du champ reconstruit suite au processus de reconstruction par RT. Cette limitation peut être expliquée en employant la théorie générale des ondes ou bien celle des champs rayonnés. Par la suite nous exposerons ces deux théories.

4.4.1 Pourquoi cette limite de résolution ?

Considérons la reconstruction de la source ponctuelle isotrope rayonnante, placée en \vec{r}_0 , dans un milieu homogène, isotrope et sans pertes, dont nous avons déjà parlé auparavant. Nous notons par $f(t)$ le signal initial d'excitation de la source.

4.4.1.1 Explication de la limite de résolution en employant le formalisme des ondes

Comme nous l'avons montré dans le Chapitre 2, le champ créé dans la CRT suite au RT s'écrit de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \psi_{RT}(\vec{r}, \vec{r}_0, t) &= \frac{\delta\left(t + \frac{R}{c}\right)}{4\pi \cdot R} * f(-t) - \frac{\delta\left(t - \frac{R}{c}\right)}{4\pi \cdot R} * f(-t) \rightarrow \\ \rightarrow \psi_{RT}(\vec{r}, \vec{r}_0, t) &= \frac{f\left(-t - \frac{R}{c}\right) - f\left(-t + \frac{R}{c}\right)}{4\pi \cdot R} \end{aligned} \quad (4.11)$$

L'interprétation physique de l'équation (4.11) est très importante, puisque l'on note que le champ retourné temporellement est composé de deux parties : une onde convergente, entrante, $G(\vec{r}, \vec{r}_0, -t) * f(-t)$, qui se propage vers la position initiale de la source, à laquelle s'ajoute une onde divergente, sortante, $-G(\vec{r}, \vec{r}_0, t) * f(-t)$, qui s'éloigne de la source.

Ce résultat peut s'expliquer en employant la théorie générale des ondes, de la manière suivante [3] : suite au RT, une onde globale convergente, parfaitement symétrique et sphérique se forme et se retro-propage vers la position initiale de la source (Fig. 4.47a). A partir du moment où les ondes se rencontrent, au milieu de la structure, elles commencent à interférer et une partie de l'onde globale continue à converger, tandis qu'une autre partie commence à diverger (Fig. 4.47b). L'apparition de cette onde divergente détruit donc la symétrie de l'approche inverse. L'interférence de ces deux ondes globales, dont les sens de propagation sont opposés, conduit à la formation d'une tache focale centrale entourée d'oscillations qui s'atténuent avec la distance par rapport au centre. Les ondes continuent à interférer au niveau de la position initiale de la source, tant qu'il y a une onde convergente qui se propage vers le centre de la structure. Une fois que cette onde est passée, il reste uniquement une onde divergente qui s'éloigne de la position initiale de la source (Fig. 4.47c).

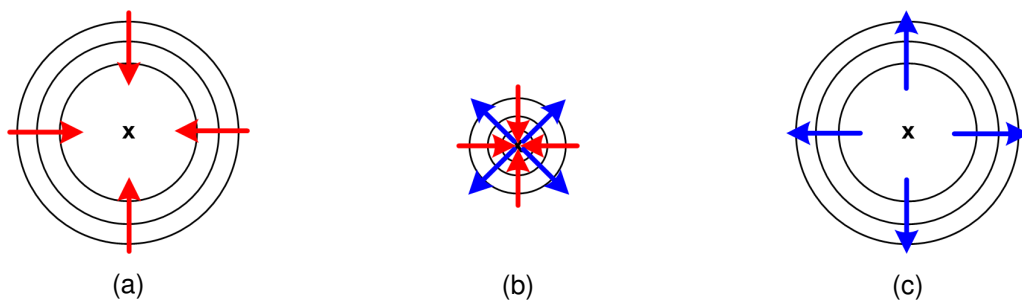


Fig. 4.47 Focalisation des ondes retournées temporellement; (a) onde convergente ; (b) interférence entre l'onde convergente et l'onde divergente au voisinage de la source ; (c) onde divergente.

Ce résultat est un peu décevant car cela signifie que le RT du champ sur une surface autour des sources ne suffit pas pour créer le champ rayonné pendant l'approche directe. Le champ excité sur la surface de la CRT, pendant l'approche inverse, génère une onde convergente qui « ne sait pas s'arrêter » et une fois arrivée à la position initiale de la source, elle continue à se propager comme onde divergente.

Par ailleurs, pendant l'étape de reconstruction, la source initiale est enlevée ou reste passive. Il résulte qu'il n'y a plus de discontinuité spatiale du champ dans la cavité. Le champ retro-propagé donc ne peut pas être discontinu à l'intérieur de la CRT. Ainsi, même si les deux ondes sphériques présentent une singularité en \vec{r}_0 , il est intéressant de noter que le champ inversé a une valeur finie en ce point, pour n'importe quel \vec{r} et t .

En conséquence, le RT conduit à la formation d'un champ qui n'est pas exactement la version retournée temporellement du champ initial. C'est pour cela que le champ reconstruit par RT, simulé par la méthode TLM inverse, $\psi_{RT}(\vec{r}, \vec{r}_0, t)$, ne peut pas focaliser parfaitement à la position initiale de la source.

D'un autre côté, en regardant la relation (4.11), on note que pour un observateur placé en \vec{r} , le décalage temporel entre les fronts d'ondes (entrante et sortante) est de $2R/c$, (où $R = \|\vec{r} - \vec{r}_0\|$). Cette différence augmente avec la distance qui sépare le point d'observation de la position initiale de la source. Lorsque cette différence est supérieure à t_{\max} (t_{\max} étant la limite supérieure de la durée de $f(t)$), le point d'observation se trouve loin de la position de la source et les deux fronts d'onde peuvent être séparés dans le temps. En revanche, pour un point d'observation proche de la position de la source, les deux fronts se superposent pendant toute l'approche inverse, donnant naissance à une distorsion temporelle du champ RT. L'effet de cette distorsion, causée par la superposition des deux fronts d'onde, conduit à une dérivation de l'excitation dans le voisinage de la position initiale de la source [3] :

$$\psi_{RT}(\vec{r}_0, t) = -\frac{1}{2\pi \cdot c} f'(-t) \quad (4.12)$$

f' étant la dérivée temporelle de f et $f(-t)$ est le signal d'excitation inversé dans le temps. Le champ reconstruit, par RT, au niveau de la position initiale de la source, a donc une valeur finie et proportionnelle à la dérivée temporelle de $f(-t)$.

En conclusion, en utilisant le formalisme des ondes, les limitations théoriques du processus de focalisation, en termes de perte de résolution, sont strictement liées à la superposition des deux ondes sphériques, entrante et sortante. Une telle observation est d'une grande importance pour la physique ondulatoire car elle montre un apparent échec du processus de RT qui ne revient pas à son excitation initiale mais plutôt à la dérivée temporelle de celle-ci.

4.4.1.2 Explication de la limite de résolution en utilisant le formalisme des champs évanescents

Une autre explication de l'existence de cette limite de diffraction se fait en utilisant le formalisme des champs rayonnés, car pendant le processus direct de rayonnement, un écoulement d'information a lieu [10].

Cette restriction provient du fait que les détails spatiaux, dont les dimensions physiques sont inférieures à la longueur d'onde, sont transportés par des ondes dont la fréquence dépasse la fréquence des signaux utilisés, ce qui empêche leur propagation. Des telles ondes, généralement nommées « ondes évanescentes », présentent une décroissance exponentielle d'amplitude avec la distance par rapport à la source (Fig.4.47). En conséquence, à une distance d'approximativement λ par rapport à la source, on ne les retrouve plus.

Les ondes évanescentes apparaissent lorsqu'on utilise le développement en spectre d'ondes planes du champ EM. A cause de la dispersion, la valeur absolue de la composante du vecteur d'onde (\vec{k}_0) qui est perpendiculaire sur le plan considéré, k_{\perp} , peut être inférieure ou égale à k_0 :

$$\begin{aligned} k_{\parallel} < k_0 &\rightarrow k_{\perp} = \text{réel} \rightarrow \text{ondes propagatrices} \\ k_{\parallel} \geq k_0 &\rightarrow k_{\perp} = \text{imaginaire} \rightarrow \text{ondes évanescentes} \end{aligned} \quad (4.13)$$

où k_{\parallel} représente la norme de la projection du vecteur \vec{k}_0 sur le plan respectif.

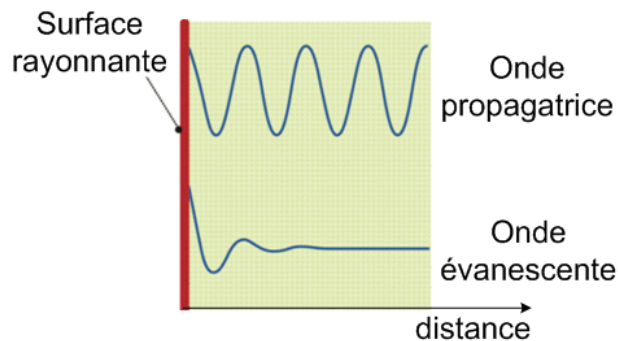


Fig. 4.48 Onde propagatrice et onde évanescente.

Les composantes évanescentes du champ sont en général rayonnées par des sources dont les dimensions sont inférieures à λ . Les amplitudes de ces ondes diminuent exponentiellement avec la distance et peuvent être négligées à une distance de quelques longueurs d'onde de la source [11]. Les ondes évanescentes peuvent être

généérées également pour certains angles d'incidence sur la frontière du domaine. Ces composantes ne peuvent pas arriver en CL [13], [14]. Par conséquent, elles ne peuvent pas être retournées temporellement car leur direction de propagation reste inconnue. Le manque d'ondes évanescentes conduit à cette limitation du processus de RT. Pourtant, il a été démontré [12] que la matrice de répartition des champs contenant des ondes évanescentes est réciproque, unitaire et symétrique au RT. Malgré l'absence des champs évanescents, l'invariance du processus au RT reste quand même valable.

La propagation se comporte donc comme un filtre linéaire et dissipatif avec une bande passante finie. En ce qui concerne les difficultés, d'un coté, toutes les informations spatiales « se mélangent » donnant naissance à un champ unique qui s'éloigne de l'objet rayonnant et d'un autre coté, plus le détail à résoudre est petit, plus sa contribution au rayonnement total est faible.

4.4.2 Quelle est la limite de résolution ?

4.4.2.1 Limite de résolution en employant le formalisme des ondes

Supposons que l'excitation, $f(t)$, est un signal monochromatique, harmonique, de pulsation ω et de nombre d'onde k :

$$f(t) = \text{Re}\{A_0 e^{j\omega \cdot t}\}. \quad (4.14)$$

Dans le domaine fréquentiel, la fonction de Green s'écrit :

$$G(\vec{R}, \omega) = \frac{e^{-j\omega R/c}}{4\pi \cdot R} = \frac{e^{-jkR}}{4\pi \cdot R}, \quad (4.15)$$

où : $k = 2\pi / \lambda = 2\pi \cdot f / c = \omega / c$ est la constante de propagation et $R = \|\vec{r} - \vec{r}_0\|$.

Le champ qui se propage pendant l'approche directe et qui représente l'onde sortante, est :

$$\psi(\vec{r}, t) = G(\vec{r}, \vec{r}_0, t) * f(t) = \text{Re}\left\{\frac{A_0 \cdot e^{j(\omega t - k \cdot R)}}{4\pi \cdot R}\right\}. \quad (4.16)$$

Le champ retourné temporellement dans la CRT devient :

$$\tilde{\psi}_{RT}(\vec{r}, \omega) = \tilde{K}(\vec{r}, \vec{r}_0, \omega) \cdot \tilde{f}(\omega)^* \cdot e^{j\omega T f} \quad (4.17)$$

Pendant le processus inverse, une onde convergente, $G^*(\vec{R}, \omega)$, est générée. Au niveau de la position initiale de la source, \vec{r}_0 , l'opérateur (« kernel ») décrivant la propagation inverse est : $\tilde{K}(\vec{R}, \omega) = G^*(\vec{R}, \omega) + \psi_d(\vec{R}, \omega)$. $\psi_d(\vec{R}, \omega)$ est le champ divergeant généré après la rencontre des ondes convergentes au niveau de la position initiale de la source. Ce champ inverse, $\tilde{K}(\vec{R}, \omega)$, doit satisfaire l'équation scalaire et homogène d'onde. D'un autre côté, $\psi_d(\vec{R}, \omega)$ doit satisfaire l'équation d'onde avec sources. Il résulte : $\psi_d(\vec{R}, \omega) = -G(\vec{R}, \omega)$. En conséquence, $\tilde{K}(\vec{R}, \omega)$ s'écrit de la manière suivante :

$$\tilde{K}(\vec{R}, \omega) = \begin{cases} G^*(\vec{R}, \omega) - G(\vec{R}, \omega), & \text{proche des sources} \\ -G(\vec{R}, \omega), & \text{loin des sources} \end{cases} \quad (4.18)$$

Pour trouver la limite de résolution, nous souhaitons déterminer $\tilde{K}(\vec{R}, \omega)$ dans la proximité de la (des) source(s) :

$$\tilde{K}(\vec{R}, \omega) = G^*(\vec{R}, \omega) - G(\vec{R}, \omega) = \frac{e^{jkR}}{4\pi \cdot R} - \frac{e^{-jkR}}{4\pi \cdot R} = 2j \cdot \frac{\sin(kR)}{4\pi R} = 2j \cdot \hat{G}(R, \omega) \quad (4.19)$$

$$\rightarrow \boxed{\hat{\psi}_{RT}(\vec{r}, \omega) \approx \text{Im}\{\hat{G}(\vec{R}, \omega)\}}$$

On note que le champ retourné temporellement est proportionnel à la partie imaginaire (« Im{ } ») de la fonction de Green monochromatique ($j^2 = -1$). Cette équation est valable uniquement pour un *milieu homogène*.

Si le *milieu est hétérogène*, la fonction de Green ne dépend plus de $\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}_0$, mais elle dépend de \vec{r} et de \vec{r}_0 séparément. En conséquence, le champ retourné temporellement est proportionnel à : $\boxed{\hat{\psi}_{RT}(\vec{r}, \omega) \approx \text{Im}\{\hat{G}(\vec{r}, \vec{r}_0, \omega)\}}$.

En utilisant la formule : $\sin(x) = (e^{jx} - e^{-jx})/(2j)$, on obtient :

$$\tilde{K}(\vec{R}, \omega) = \frac{jk}{2\pi} \cdot \sin_c(kR) = \frac{j}{\lambda} \cdot \sin_c\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot R\right) = \frac{j\omega}{2\pi \cdot c} \cdot \sin_c\left(\frac{\omega}{c} \cdot R\right), \quad (4.20)$$

où : $R = \|\vec{r} - \vec{r}_0\|$, $\lambda = c / f = 2\pi \cdot c / \omega$ et $k = 2\pi / \lambda = \omega / c$.

On peut noter que cette fonction, qui décrit le champ RT dans la CRT, a la forme d'un sinus cardinal, avec un maximum à la position initiale de la source ($\vec{r} = \vec{r}_0$).

Il est important de noter également que lorsque $\lambda \rightarrow 0$, $\tilde{K}(\vec{R}, \omega)$ devient :

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} \tilde{K}(\vec{R}, \omega) = \frac{j}{\lambda} \cdot \frac{\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot R\right)}{\frac{2\pi}{\lambda} \cdot R} = \frac{j}{2\pi \cdot R} \cdot \delta(R). \quad (4.21)$$

La largeur de la tache focale créée après le RT converge vers la largeur initiale de la source. Au contraire, lorsque $\lambda \neq 0$, la focalisation est imparfaite car $\tilde{K}(\vec{R}, \omega)$ a une valeur finie en $\vec{r} = \vec{r}_0$. Ainsi, la résolution de la tache focale, c'est-à-dire la position du premier minimum du champ par rapport au point \vec{r}_0 , est égale à $\lambda / 2$. Cette largeur est une conséquence directe de la superposition des deux fronts d'onde [3], [15] et elle peut être interprétée en termes de limite de diffraction ou aussi bien en termes de pertes des composantes évanescentes du champ.

Le champ retourné temporellement s'écrit :

$$\hat{\psi}_{RT}(\vec{r}, \omega) = \text{Re} \left\{ jkA_0^* \cdot e^{j\omega \cdot t} \right\} \cdot \frac{\sin_c(kR)}{2\pi} \cdot e^{j\omega T_f} \quad (4.22)$$

Sachant que :

$$\sin_c(x) = \begin{cases} 1, & \text{si } x = 0 \\ \sin(x) / x, & \text{sinon} \end{cases}$$

et en remplaçant : $x = kR$, on note que le sinus cardinal a des zéros pour : $R = n \frac{\lambda}{2}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$), donc pour des multiples de $\lambda / 2$. C'est pour cela que la résolution spatiale est égale à la demi-longueur d'onde de l'excitation. Celle-ci représente la plus petite dimension de la tache focale que l'on peut obtenir lorsque l'on veut focaliser les ondes à partir du CL.

Même si la source était ponctuelle, l'onde RT refocaliserait sous la forme d'un sinus cardinal dont la largeur du lobe principal ne peut pas être inférieure à $\lambda_{\min} / 2$ (Fig. 4.49). Ce résultat est en parfait accord avec la théorie de la diffraction qui affirme que dans un milieu homogène, sans sources, la plus petite fluctuation spatiale de l'onde vaut exactement $\lambda / 2$ [16].

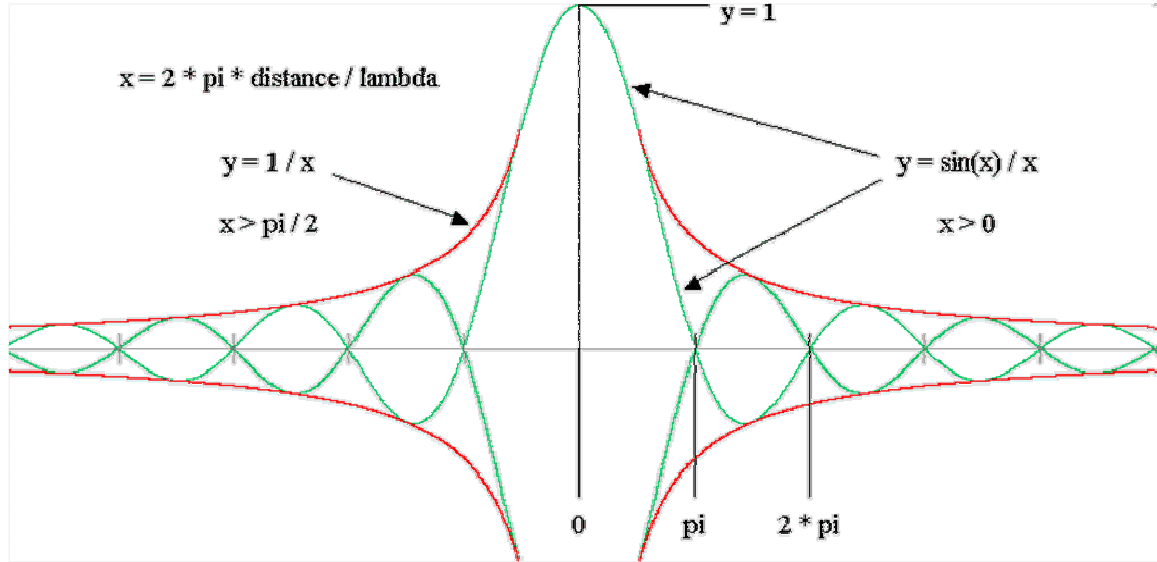


Fig. 4.49 Limite de résolution de la reconstruction, par RT, d'une source ponctuelle : sinus cardinal dont la largeur minimale du lobe principal est égale à $\lambda_{\min} / 2$.

4.4.2.2 Limite de résolution en employant le formalisme des champs

L'origine de la limite de diffraction du RT peut être vue autrement, sans utiliser explicitement le concept des ondes évanescentes, mais en utilisant le formalisme de fonctions de Green. Il est montré (Annexe 3) que le champ (électrique) rayonné pendant l'approche directe, par une source dipolaire, \vec{p} , placée à la position \vec{r}_0 , dans un milieu réciproque et non-absorbant, est donné par :

$$\boxed{\vec{E}(\vec{r}, \omega) = j\omega\mu_0 \cdot \vec{G}(\vec{r}, \vec{r}_0, \omega) \cdot \vec{p}}, \quad (4.23)$$

où ω est la pulsation de la source et μ_0 est la perméabilité du vide. Cette équation est valable pour un signal de bande étroite.

En revanche, le champ retourné temporellement, à l'aide d'une CRT, est proportionnel à la partie imaginaire de la fonction de Green dans le même milieu:

$$\boxed{\vec{E}_{RT}(\vec{r}) = -2j\omega\mu_0 \cdot \text{Im}\{\vec{G}(\vec{r}, \vec{r}_0)\} \cdot \vec{p}^*}, \quad (4.24)$$

La relation (4.24) montre que, lorsque l'on réalise le RT du processus de rayonnement d'une certaine source, on génère, dans le milieu, la partie imaginaire de la fonction de Green qui lie le point source à tout autre point du milieu. En conclusion, le champ reconstruit dans la CRT, suite au RT, n'est pas parfait.

La partie imaginaire de la fonction de Green oscille typiquement sur une échelle dépendante de λ . Cette conclusion devient encore plus claire si on suppose que le milieu de propagation est homogène. La fonction de Green s'écrit :

$$\vec{G}(\vec{r}, \vec{r}_0) = \frac{e^{j\vec{k}(\vec{r}-\vec{r}_0)}}{4\pi \cdot \vec{k}(\vec{r}-\vec{r}_0)}. \text{ Le champ obtenu par RT a, alors, la forme d'un sinus cardinal}$$

de largeur à mi-hauteur égale à $\lambda/2$:

$$\boxed{\vec{E}_{RT}(\vec{r}) = -2j\omega\mu_0 \cdot \frac{\sin[\vec{k}(\vec{r}-\vec{r}_0)]}{4\pi \cdot \vec{k}(\vec{r}-\vec{r}_0)} \cdot \vec{p}^*}$$

On arrive donc, d'une autre manière, au même résultat obtenu dans le cas des ondes scalaires.

- **Excitation large-bande**

Lorsque la source, située au niveau du point \vec{r}_0 , est excitée par un signal large-bande, $f(t)$, le champ reconstruit suite au RT profite de la diversité de fréquence. Ainsi, pour une excitation qui a une largeur de bande $\Delta\omega$, toutes les fréquences s'ajoutent en phase au moment $t = 0$ [4]:

$$\vec{E}_{RT}(\vec{r}, t = 0) \approx -2j\omega\mu_0 \cdot \int_{\Delta\omega} \text{Im}\{\vec{G}(\vec{r}, \vec{r}_0, \omega)\} \cdot F^*(\omega) d\omega. \quad (4.25)$$

où $F(\omega)$ est la transformée de Fourier de $f(t)$. Ainsi, le RT d'un signal $\vec{E}_{RT}(\vec{r}, t)$ est équivalent avec la conjugaison complexe de chacune des composantes spectrales du $\hat{\vec{E}}_{RT}(\vec{r}, \omega)$.

Par RT, la somme des modes dans la cavité est réalisée. Et cela en supposant que, dans une cavité chaotique, il y a une de-corrélation statistique des différents modes de propagation. Le champ RT peut donc être calculé, en ajoutant les composantes de différentes fréquences (chaque mode). A la position initiale de la source, tous les champs ont une phase nulle et une interférence constructive, des champs, a donc lieu.

Il résulte que, pour une excitation large-bande, le champ généré par RT, au niveau de la position initiale de la source, au moment $t = 0$, représente une interférence entre les parties imaginaires de la fonction de Green à chaque fréquence. En conclusion, ce champ est directement proportionnel avec le nombre de modes excités par la source à l'intérieur du milieu respectif (diversité de fréquence). Plus la bande du signal est large, plus les modes sont nombreux, la qualité de la focalisation est donc meilleure (la tache focale est étroite).

4.5 « Super-résolution ». Focalisation en dessous de la limite de diffraction.

Nous avons vu auparavant que, pour une source ponctuelle placée en \vec{r}_0 , un champ retourné temporellement proportionnel à la partie imaginaire de la fonction de Green, est créé. De plus, dans un milieu homogène, ce champ est proportionnel à un sinus cardinal. En conséquence, la résolution de reconstruction par RT ne peut pas dépasser la limite de $\lambda/2$. Cette conclusion est valable en électromagnétisme, comme en imagerie, optique, acoustique etc.

Ce résultat a fourni l'explication de la limite de résolution, mais donne aussi des idées sur les méthodologies de synthèse à implémenter, afin d'obtenir des résolutions de reconstruction en dessous de cette limite. La focalisation des ondes en dessous de la limite de diffraction a été le sujet de longues discussions dans les recherches récentes, dans le domaine des microondes, en acoustique et en optique [4], [16], [25]. Des divers travaux ont été développés, pour dépasser cette limite de diffraction. Nous allons voir, par la suite, quelques méthodes d'amélioration de la résolution, proposées et appliquées, dans les différents domaines d'applications.

4.5.1 Méthodes de focalisation en dessous de la limite de diffraction

4.5.1.1 Le « puits »

Afin de résoudre l'échec apparent de l'opération de RT, qui conduit à la limite de diffraction, il est important d'interpréter les différents rôles joués par les sources, respectivement par le champ enregistré sur les MRT. Nous avons constaté que le RT du champ connu sur les MRT seul n'implique pas nécessairement le RT complet du processus de rayonnement. En interprétant physiquement cette limitation, elle peut être résolue [17], [18], [19].

Comme nous l'avons vu, dans la section précédente, le champ rayonné par une source ponctuelle, placée dans la position \vec{r}_0 et excitée par un signal $f(t)$, satisfait l'équation inhomogène d'onde :

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \psi(\vec{r}, t) = -f(t) \cdot \delta(\vec{r} - \vec{r}_0). \quad (4.26)$$

Idéalement, par RT, cette équation deviendrait :

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \psi_{RT}^{idéal}(\vec{r}, -t) = -f(-t) \cdot \delta(\vec{r} - \vec{r}_0), \quad (4.27)$$

dont la solution serait le champ retourné temporellement idéal:

$$\psi_{RT}^{idéal}(\vec{r}, \vec{r}_0, -t) = \frac{1}{4\pi \cdot R} \cdot f\left(T_f - t - \frac{R}{c}\right). \quad (4.28)$$

Ce champ idéal représente une onde entrante qui se retro-propage et refocalise exactement dans la position initiale de la source. En revanche, ce que nous obtenons, par RT, est une somme de deux ondes, entrante et sortante.

L'échec apparent de l'opération de RT des ondes EM, qui conduit à cette limite de diffraction, peut être interprété de la manière suivante : l'étape de retro-propagation, que nous avons implémentée par la méthode TLM inverse, n'est pas exactement l'inverse de la première étape. Pendant un RT idéal, la source initialement active (qui injectait de l'énergie dans le système) devrait être remplacée par un « puits ». Le « puits » serait un

élément conceptuel qui absorbe l'énergie arrivante, sans la réfléchir. La réalisation de ce « puits », à l'intérieur du milieu de propagation, idéalement à la position initiale de la source, réduirait la tache focale en dessous de la limite de diffraction.

Le « puits » peut être réalisé en excitant, au niveau de la position initiale de la source, \vec{r}_0 , le signal initial inversé chronologiquement. Cette source inversée, $f(-t) \cdot \delta(\vec{r} - \vec{r}_0)$, rayonne une onde sortante qui annule l'onde sphérique sortante générée dans le processus de retro-propagation. Elle se comporte donc comme un « puits » :

$$\boxed{\psi^{puits}(\vec{r}, \vec{r}_0, t) = \frac{1}{4\pi \cdot R} \cdot f\left(T_f - t + \frac{R}{c}\right)} \quad (4.29)$$

En ajoutant le « puits » dans l'approche inverse, il résulte un champ retourné temporellement total, composé du :

- champ généré par le RT du champ sur les MRT : $\psi_{RT}(\vec{r}, \vec{r}_0, t)$,
- champ généré par le RT de la source : $\psi^{puits}(\vec{r}, \vec{r}_0, t)$.

Ces deux ondes interfèrent et finalement c'est seulement l'onde entrante, égale à $\psi(\vec{r}, \vec{r}_0, -t)$, qui reste. En conséquence, le champ total, reconstruit suite au RT avec « puits », est égal au champ idéal :

$$\begin{aligned} \psi_{RT}^{total}(\vec{r}, \vec{r}_0, t) &= \psi_{RT}(\vec{r}, \vec{r}_0, t) + \psi^{puits}(\vec{r}, \vec{r}_0, t) = \\ &= \frac{1}{4\pi \cdot R} \cdot f\left(T_f - t - \frac{R}{c}\right) - \frac{1}{4\pi \cdot R} \cdot f\left(T_f - t + \frac{R}{c}\right) + \frac{1}{4\pi \cdot R} \cdot f\left(T_f - t + \frac{R}{c}\right) \rightarrow \\ &\rightarrow \boxed{\psi_{RT}^{total}(\vec{r}, \vec{r}_0, t) = \frac{1}{4\pi \cdot R} \cdot f\left(T_f - t - \frac{R}{c}\right) = \psi_{RT}^{idéal}(\vec{r}, \vec{r}_0, t)} \end{aligned} \quad (4.30)$$

Ainsi, pour réaliser un RT parfait, il est nécessaire d'inverser temporellement non seulement le champ sur les MRT, mais aussi la source initiale.

En utilisant le **formalisme des champs** et en tenant compte du concept des ondes évanescentes, la nécessité de remplacer la source par un « puits », afin de réaliser un RT complet, peut être aussi interprétée de la manière suivante : pendant le processus direct, une source quasi-ponctuelle, de dimensions inférieures à la longueur d'onde de l'excitation, rayonne un champ. Ce champ est une superposition d'ondes planes propagatives, qui se propagent dans des différentes directions, \vec{k} , et d'ondes planes

évanescences (non-propagatives). Ces dernières contiennent les détails de la source inférieurs à $\lambda/2$. Ces ondes se perdent après avoir parcouru une distance de quelques longueurs d'onde, car leur amplitude décroît rapidement avec la distance par rapport à la source. Si les MRT se trouvent en CL de la source, le champ enregistré pendant l'approche directe et respectivement le champ ré-excité pendant l'approche inverse, sur la surface de la CRT, ne contiennent pas de composantes évanescences. Le rôle du « puits » est donc d'être une source $f(-t)$ qui rayonne, aux bons moments, les ondes évanescences perdues pendant le processus direct. Le champ résultant contient les champs évanescents nécessaires pour focaliser en dessous de la limite de diffraction [19]. L'émission des ondes évanescences ne peut pas être séparée de l'émission de l'onde sortante, propagatives, générée par la source inverse pour annuler l'onde sortante produite pendant l'approche inverse classique.

Cette méthode a quand même un inconvénient qui réside dans le besoin d'utiliser une source active au niveau du point focal, afin d'annuler l'onde divergente créée pendant le processus de focalisation.

La méthode du « puits » est appliquée pour la première fois en acoustique (de Rosny, 2003) [19]. Des résolutions allant jusqu'à $\lambda/14$ [19] et $\lambda/20$ [17] ont été obtenues, montrant que la limite de diffraction peut être surmontée.

4.5.1.2 RT du champ proche

Afin de surmonter cette limitation de résolution, la spectroscopie en champ proche (CP) a été développée pour l'imagerie surfacique. Normalement, quand la CRT est placé dans le CP de la source initiale, la fonction de Green prend en compte, également, les champs évanescents générés par la source et une tache focale plus étroite peut être obtenue [20]. La spectroscopie en CP a été appliquée pour des fréquences radio et en optique en obtenant des résolutions en dessous de la limite de diffraction [21].

En 2007, Conti [22] montre qu'une focalisation des ondes en dessous de la limite de diffraction peut être obtenue sans connaître l'endroit de la source comme dans la méthode du « puits ». Ils proposent d'enregistrer le CL rayonné, à une distance de quelques λ par rapport à la source, et d'amplifier les composantes très faibles du CP en utilisant une procédure de RT du CP (NTR = Near Field Time-Reversal).

NRT utilise la phase du spectre spatial du champ autour de la source. Il prend en compte le fait que, dans le domaine fréquentiel, le CP généré par une source ponctuelle peut être décomposé en un terme-amplitude et un terme-phase qui contient des informations concernant la position de la source. Ce dernier terme peut être déterminé par un RT du CP autour de la source. De cette manière, le champ reconstruit après le RT focaliserait à la position et au moment définis par le CL, mais avec une résolution spatiale donnée par le CP.

4.5.1.3 « Super-lentilles »

De nouveaux concepts comme les « super-lentilles » ont aussi été aussi proposés, pour réaliser l'imagerie (dans le domaine fréquentiel) en dessous de la limite de diffraction. Ces « super-lentilles » ont intéressé la communauté des microondes. Des résolutions jusqu'au $\lambda/10$ ont été obtenues.

Ces « super-lentilles » se composent de plaques étroites de matériaux de permittivité ou perméabilité négative ou des deux en même temps [23], [24]. Elles amplifient l'amplitude des ondes évanescentes. De cette manière, les champs évanescents rayonnés par un objet peuvent être récupérés dans le plan-image de la lentille. Contrairement à la microscopie en CP qui a besoin de la connaissance du champ au niveau de chaque point, les super-lentilles forment l'image entière en une fois.

Une telle lentille, faite en un matériau à indice de réfraction négatif, qui focalise les ondes EM en un point par l'amplification des champs évanescentes a été proposée par Pendry (2000) [23]. L'inconvénient principal des lentilles à indice de réfraction négatif est qu'elles sont valides uniquement pour les signaux de bande étroite. D'autres lentilles, 2D [25], 3D [26], ou cylindrique [27], ont été aussi proposées.

Cependant, il y avait certainement besoin d'une méthode d'imagerie en CL. Les idées les plus récentes dans ce sens-là, en électromagnétisme, résident dans l'utilisation des écrans métalliques pourvues des fentes [28-30], [31], [32], des réseaux de fils métalliques placés dans le CP de la source [33-37], [38] et des « lentilles » métalliques résonantes. Par la suite, on va donner quelques exemples de ces deux derniers.

4.5.1.4 Milieux complexes

Nous avons constaté auparavant que la tache focale obtenue suite au RT est proportionnelle à la partie imaginaire de la fonction de Green, pour tout milieu hétérogène non dissipatif. La partie imaginaire de la fonction de Green oscille typiquement sur une échelle dépendante de λ . Alors, lorsque l'on introduit dans le CP de la source des objets de petites dimensions comparé à la longueur d'onde, la dépendance spatiale de la partie imaginaire de la fonction de Green change, en oscillant sur une échelle inférieure à λ . La relation entre la complexité du milieu et la largeur de la tache focale a été également étudiée dans [4].

En acoustique, il a été trouvé que la meilleure résolution du RT des ondes est obtenue pour des milieux de propagation complexes et lorsque les signaux large-bande sont employés [39], [40]. La résolution ne dépend plus des dimensions du MRT, mais elle est limitée uniquement par la corrélation spatiale du champ ondulatoire. A la base, un seul objet, dont les dimensions sont en dessous de la longueur d'onde, placé proche de la surface en cause, peut convertir localement les ondes évanescentes en ondes propagatrices (du au phénomène de diffraction). Cela représente un grand avantage pour les applications de détection sous-surfacique [41], [42], d'analyse de la dispersion [43] et en télécommunications. C'est la bien-connue « super-résolution » qui a été discutée théoriquement [40], [16] et démontrée expérimentalement en acoustique [40], [44].

En utilisant des milieux complexes, les ondes évanescentes ne sont pas amplifiées (comme dans le cas des « super-lentilles »), mais elles sont transformées en ondes propagatives, détectables en CL [12]. Plus le milieu est complexe, meilleure est la résolution de la reconstruction.

Les fréquences spatiales élevées qui, autrement, dans un milieu homogène, seraient perdues, sont gardées dû aux objets aléatoires. Ce résultat montre aussi la différence majeure entre la conjugaison de phase et le RT. Si le signal était monochromatique et si l'on utilisait la conjugaison de phase (donc à une seule fréquence), au niveau des MRT, l'onde conjuguée ne focaliserait jamais dans la position de la source.

Des résolutions allant jusqu'à $\lambda/30$ ont été obtenues par le RT des microondes dans un milieu micro-structuré (Lerosey et al., 2007) [45]. Le RT est réalisé à partir du CL, le MRT étant composé d'un réseau d'antennes, placées dans une cavité réverbérante. En

même temps, une distribution aléatoire de fils minces en cuivre (d'épaisseurs inférieures à λ) est placée dans le CP des sources. Contrairement à l'expérience du « puits », cette fois-ci, pendant le RT, les sources restent passives et les composantes de hautes fréquences spatiales du champ sont recréées par dispersion sur la microstructure désordonnée. Par l'intermédiaire de la distribution aléatoire de fils, les ondes évanescentes créées autour des antennes sont transformées en ondes propagatrices. Pendant l'approche inverse, ces ondes propagatrices se retro-propagent, interagissent avec la distribution de fils pour recréer exactement les ondes évanescentes initiales autour des antennes.

4.5.1.5 Lentilles métalliques résonantes

Des études théoriques ont été réalisées, (2009, Malyuskin) [34], ayant comme but de déterminer la possibilité de focaliser les ondes avec une « super-résolution », en utilisant un réseau de dipôles résonants placé dans le CP des sources. Plus récemment (2010), Lemoult et al. [38] ont introduit le concept de « lentille métallique résonante » : une lentille composée d'un réseau de fils résonateurs de dimensions inférieures à λ , fortement couplés. Ce réseau est placé dans le CP de l'objet à déterminer et il est illuminé par des signaux large-bande.

En théorie, si on place N résonateurs identiques sur une échelle sous λ , la fréquence de résonance originale est transformée en N fréquences différentes. Il a été démontré qu'une source ponctuelle (de petites dimensions comparées à la longueur d'onde), excitée par un signal large-bande, et placée à l'entrée de la lentille métallique, produit dans la lentille différents modes propres qui ont des variations inférieures à λ . De plus, chaque mode rayonne en CL. L'étude théorique de ce type de lentille peut être trouvée dans [46], [47]. Les ondes évanescentes, qui transportent en général les petits détails d'un objet, sont dans ce cas-ci converties en ondes propagatives. De cette manière, on peut obtenir les détails de l'objet, par RT, à partir du CL mesuré.

4.5.2 Amélioration de la résolution spatiale du RT par la méthode TLM inverse : application du « puits »

Une approche inverse en *deux étapes* est développée pour déterminer la position et les dimensions spatiales des sources EM ponctuelles, à partir des amplitudes et délais du champ rayonné sur la surface de la CRT. Les deux étapes sont les suivantes :

- a) *Première étape* - de reconstruction grossière ;
- b) *Deuxième étape* - d'amélioration de la résolution.

Dans la *première étape*, à partir des valeurs des amplitudes et des phases du champ rayonné, nous allons reconstruire analytiquement l'excitation à appliquer en chaque point, sur les faces externes de la CRT. Les signaux ainsi reconstruits sont injectés dans le réseau TLM 3D, en chaque point sur les MRT.

La simulation TLM inverse génère une onde globale convergente qui focalise sur les positions initiales des sources et une onde globale divergente qui se forme après la rencontre des ondes convergentes. En conséquence, pendant cette étape, le champ RT ne focalise pas parfaitement dans les positions initiales des sources. A cause de la superposition des deux ondes, convergente respectivement divergente, le champ reconstruit a la forme d'un sinus cardinal transitoire, centré sur la position initiale de la source.

Cette *première étape* donne alors une reconstruction grossière de la distribution des sources. La résolution spatiale dépend de la longueur d'onde de l'excitation via la bien connue limite de diffraction. Pour déterminer les positions exactes et les dimensions des sources, une meilleure résolution est nécessaire. A partir du résultat obtenu suite à cette première étape, une *deuxième étape* est effectuée, afin d'améliorer la résolution spatiale de la reconstruction.

Soit $\psi_j^{\text{inv-MRT}_l}(T_f - t, p_{li})$ le champ calculé analytiquement en chaque point p_{li} sur la MRT l ($l = \overline{1,6}$). Ce champ est injecté, pendant la *première étape*, sur les MRT, afin de retrouver les sources.

La solution à notre problème, est d'exciter, pendant le processus de retro-propagation, l'excitation initiale retournée temporellement : $f(-t) \equiv f(T_f - t)$. C'est ce que nous allons

faire pendant la *deuxième étape*. Cette excitation supplémentaire agit comme un « puits » qui absorbe l'onde convergente pendant la reconstruction et annule l'onde divergente. Afin de trouver les positions où le « puits » doit être appliqué, il suffit de repérer les amplitudes maximales du champ suite à la *première étape*.

Cet algorithme sera ensuite appliqué pour améliorer la résolution de reconstruction des sources traitées auparavant.

4.5.2.1 Amélioration de la résolution de reconstruction de la source EM ponctuelle

La méthode décrite auparavant est d'abord appliquée pour améliorer la résolution de reconstruction de la source ponctuelle, de 1mm en diamètre, placée au milieu de la CRT (Fig. 4.14) et excitée par un signal large-bande (Fig. 4.50).

Le champ reconstruit, après la *première étape* de RT, dans le plan (xOy) contenant la source, présente un manque de résolution spatiale (Fig. 4.51a). Le champ reconstruit focalise sous la forme d'un sinus cardinal, dont l'amplitude maximale est atteinte à la position initiale de la source. Dans la Fig. 4.51b, nous représentons la comparaison entre la coupe transversale de la tache focale obtenue suite à l'approche inverse et la courbe qui définit la limitation de résolution spatiale (le sinus cardinal) théorique. Nous remarquons un bon accord entre les deux courbes.

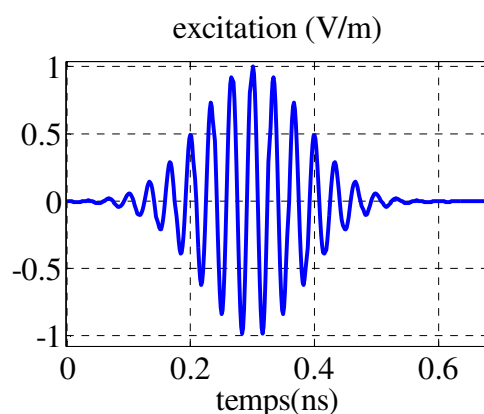


Fig. 4.50 Excitation initiale $f(t)$.

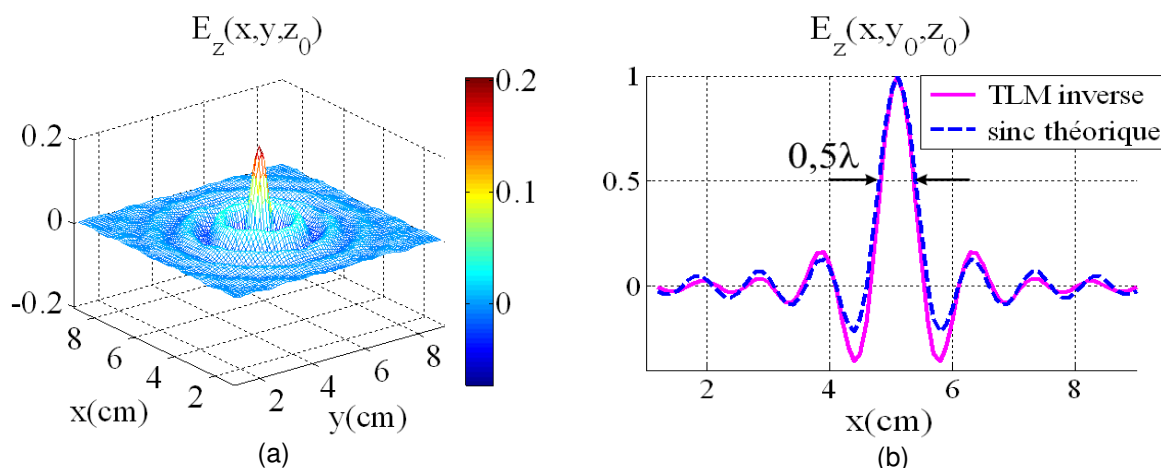


Fig. 4.51 (a) Distribution spatiale du champ $E_z(x, y, z_0)$ reconstruit, après la *première étape* de RT, dans le plan (xOy) , qui passe par le centre de la CRT ; (b) comparaison entre coupe transversale de la tache focale obtenue suite à la simulation inverse et la courbe qui définit la limite de résolution spatiale théorique (le sinus cardinal) ; $(\Delta l = 1\text{ mm} = \lambda/10)$.

Pour améliorer la résolution de cette source ponctuelle, nous appliquons la *deuxième étape* de RT : la méthode TLM inverse et le « puits ». La position du maximum du champ reconstruit suite à la première étape nous donne le point où il faut exciter le « puits ».

- **Temps d'application du « puits »**

Afin de déterminer le moment d'application du « puits », nous faisons d'abord une analyse théorique et ensuite nous allons vérifier si les conclusions sont respectées dans les simulations. Théoriquement, comme nous pouvons le voir dans la Fig. 4.52a, le « puits » doit être appliqué au moment $T_f - t_1$, t_1 étant la limite maximale de la durée de l'excitation.

Cependant, nous développons une approche inverse à partir de l'amplitude maximale (A_i^{Max}) et le délai (ϕ_i^{Max}) correspondant au niveau de chaque point sur les MRT. Nous supposons, donc, ne pas connaître les informations concernant l'approche directe. En l'occurrence, nous ne connaissons pas le temps de simulation directe, T_f . L'analyse du temps d'application du puits, dans ce cas-ci, est résumée dans la Fig. 4.52b.

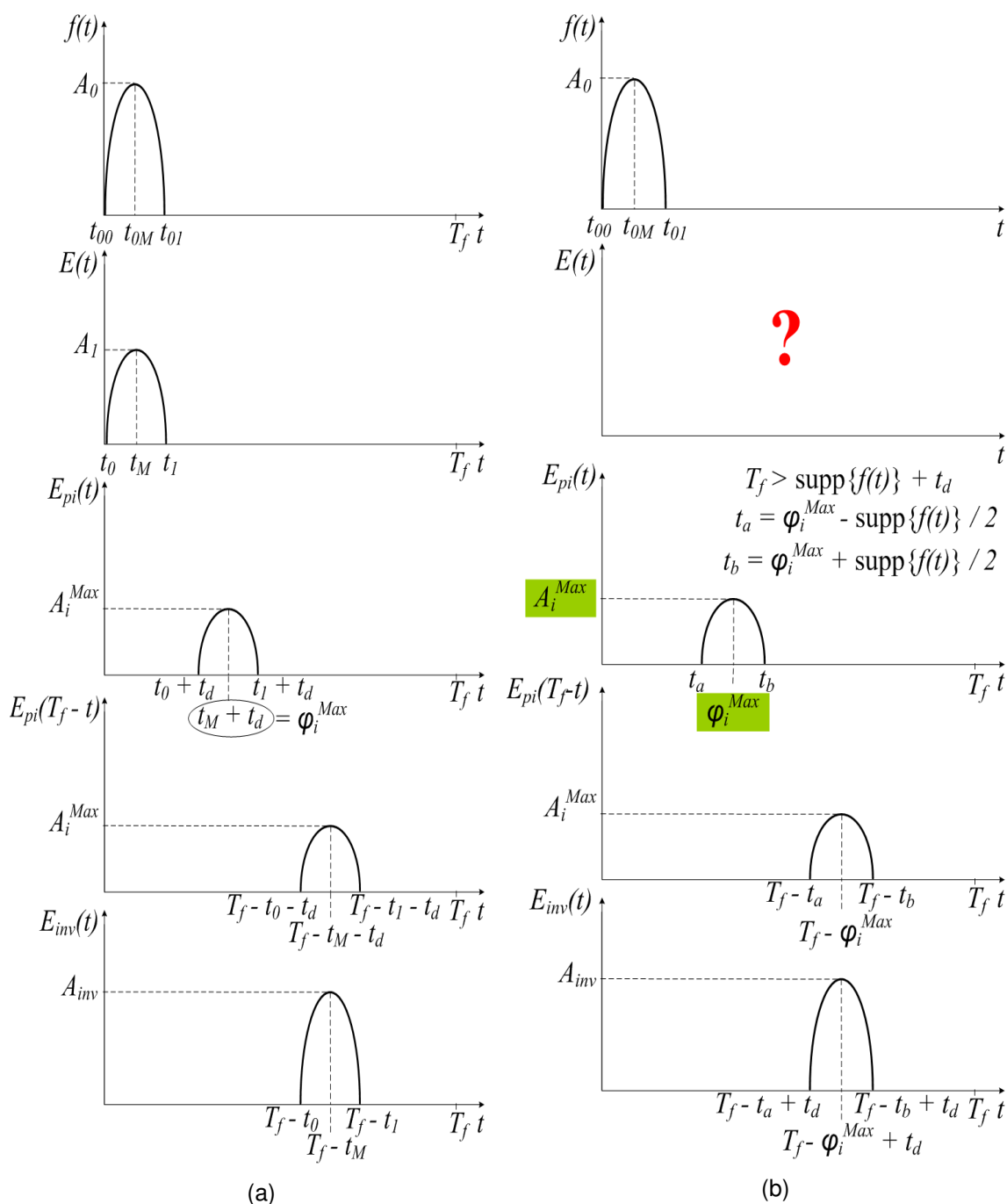


Fig. 4.52 Analyse de la dépendance temporelle du champ dans différentes étapes de propagation, pour déterminer le temps d'application du « puits ». (a) RT à partir de l'historique complet de rayonnement ; (b) RT à partir des amplitudes maximales et délais correspondants. De haut en bas : 1) excitation ; 2) champ rayonné pendant l'approche directe, au niveau de la source ; ce champ est inconnu dans le cas (b) ; 3) champ enregistré en un certain point sur un des MRT, suite à l'approche directe ; dans le cas (b) on connaît seulement les amplitudes maximales et les délais correspondants ; 4) champ à injecter, pendant l'approche inverse, au niveau du même point sur le MRT ; 5) champ reconstruit, après l'approche inverse, à la position initiale de la source.

Dans la Fig. 4.52, de haut en bas nous avons représenté les signaux suivants :

- 1) excitation : $f(t)$;
- 2) champ rayonné pendant l'approche directe, au niveau de la source : $E(x_0, y_0, z_0, t)$; ce champ est inconnu dans le cas (b) ;
- 3) champ enregistré en un certain point sur un des MRT, suite à l'approche directe : $E(x_{pi}, y_{pi}, z_{pi}, t)$; ce champ est inconnu dans le cas (b) où nous ne connaissons que les amplitudes maximales, A_i^{Max} , et les délais correspondants, φ_i^{Max} ;
- 4) champ à injecter, pendant l'approche inverse, au niveau du même point sur le MRT : $E(x_{pi}, y_{pi}, z_{pi}, T_f - t)$;
- 5) champ reconstruit, après l'approche inverse, à la position initiale de la source : $E(x_0, y_0, z_0, T_f - t)$.

Dans l'exemple considéré, le « puits » doit être appliqué à la position (x_0, y_0, z_0) ($x_0 = y_0 = z_0 = 51$), où le champ retourné temporellement atteint son maximum, et à l'instant $I - t_1$ (Fig. 4.53).

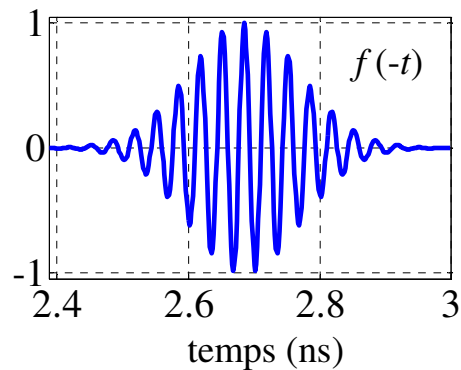


Fig. 4.53 Le « puits » : $f(-t) \equiv f(T_f - t)$.

Le champ, $E_z(x, y, z_0)$, qui se retro-propage dans la CRT, pendant la *première étape* de RT, est représentée dans le plan (xOy) contenant la source (Fig. 4.54a-d). Nous notons que l'onde divergente est annulée pendant la *deuxième étape* de RT (Fig. 4.54e-h).

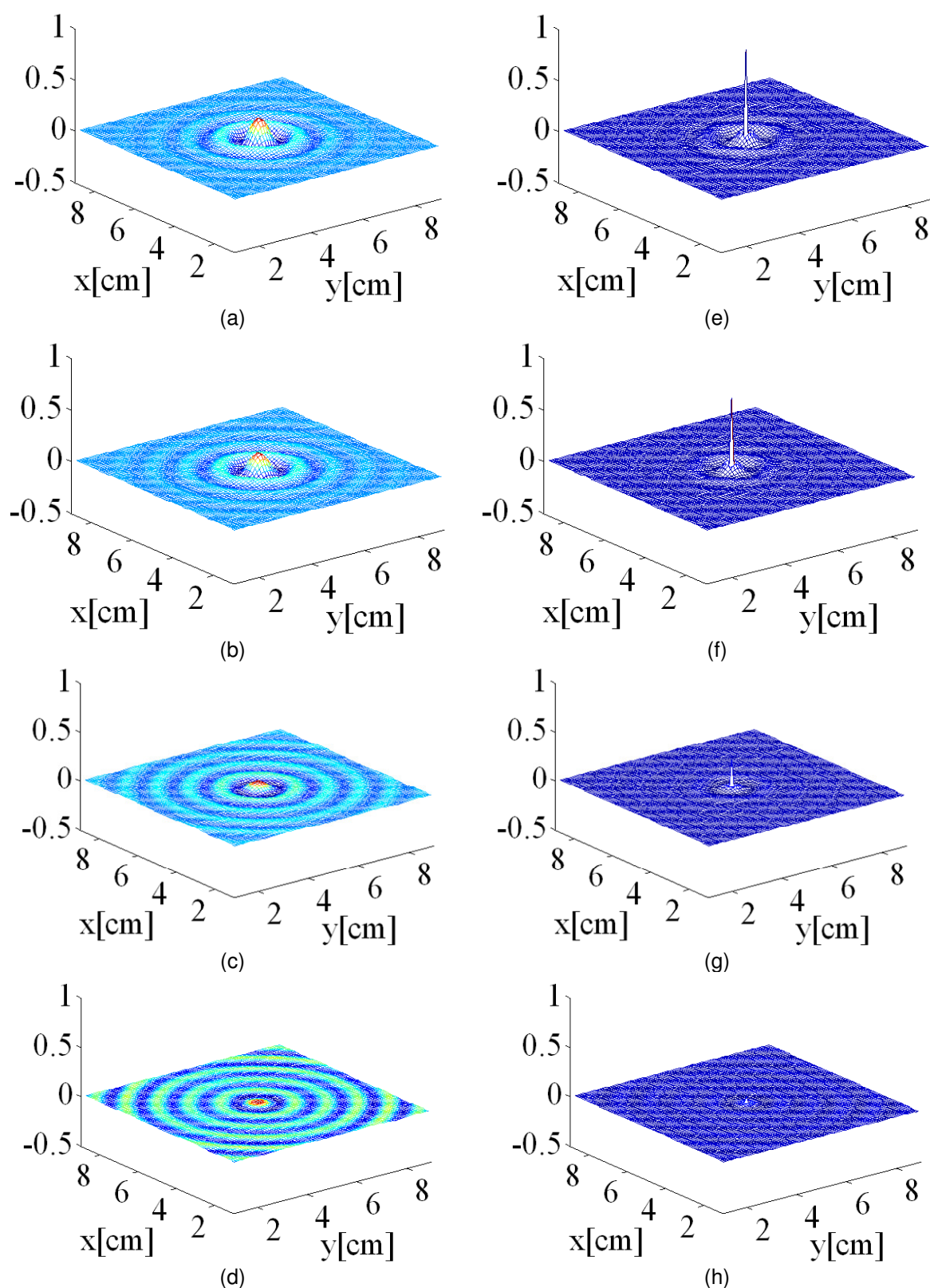


Fig. 4.54 (a-d) Distribution spatiale du champ $E_z(x, y, z_0)$ reconstruit pendant la *première* étape de RT ; (e-h) Distribution spatiale du champ $E_z(x, y, z_0)$ reconstruit pendant la *deuxième* étape de RT. Le processus est arrêté après : 0,366ns, 0,433ns, 0,5ns, 0,566ns.

Les sections transversales de la tache focale après la *première* et la *deuxième étape*, sont représentées dans la Fig. 4.55. Les deux résultats sont comparés avec le sinus cardinal représentant la limite de résolution théorique. Le résultat de la *deuxième étape* montre une résolution fortement améliorée par rapport à celle obtenue après la *première étape*, comme il a été prédit par la théorie exposée auparavant. Une erreur relative de 1% est commise par rapport à l'approche directe. Une résolution spatiale de $\lambda/10$ est obtenue après la *deuxième étape* de reconstruction (Fig. 4.55).

Le « puits » nous permet donc d'obtenir une résolution de la reconstruction inférieure à la limite de diffraction. Cette résolution spatiale ne dépend pas de la longueur d'onde du signal émis. L'utilisation de cette méthode conduit à une localisation exacte de la source initiale. Ce résultat confirme donc les propriétés du « puits » détaillées dans la section précédente.

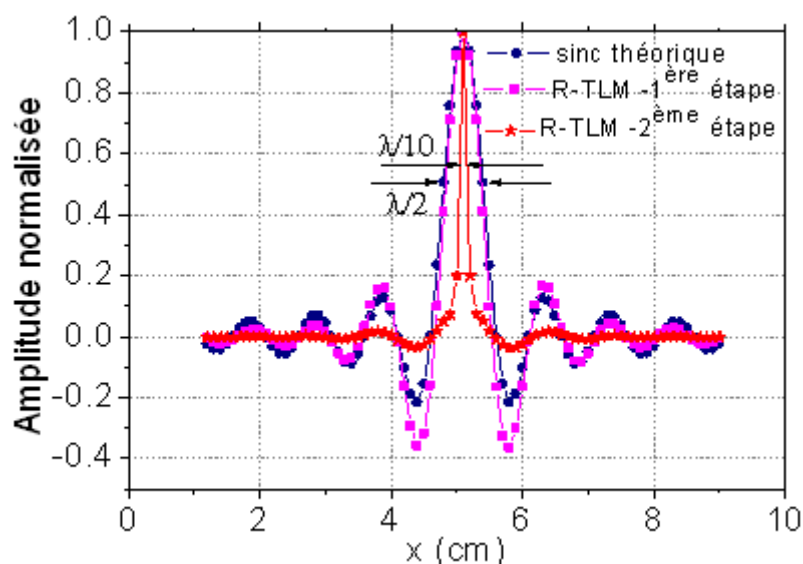


Fig. 4.55 Comparaison entre les sections transversales du champ $E_z(x, y_0, z_0)$ (tache focale) reconstruit après la *première étape* (méthode TLM inverse), après la *deuxième étape* (méthode TLM inverse + « puits ») et le sinus cardinal théorique.

4.5.2.2 Amélioration de la résolution de reconstruction des deux sources EM ponctuelles

Similairement, la procédure de reconstruction en deux étapes est appliquée pour retrouver les deux sources ponctuelles identiques, excitées initialement avec deux signaux oscillant en phase.

Dans la Fig. 4.56a, la distribution spatiale du champ $E_z(x, y, z_0)$, reconstruit après la *première étape* du RT, dans le plan contenant les sources, est représentée. Les deux

taches focales sont symétriques et dépendent de la longueur d'onde de l'excitation. Les points où le « puits » doit être appliqué sont trouvés par une détection de maximum, réalisée suite à la première étape. Afin d'améliorer la résolution spatiale de la reconstruction, nous appliquons la *deuxième étape* (méthode TLM inverse et le « puits »).

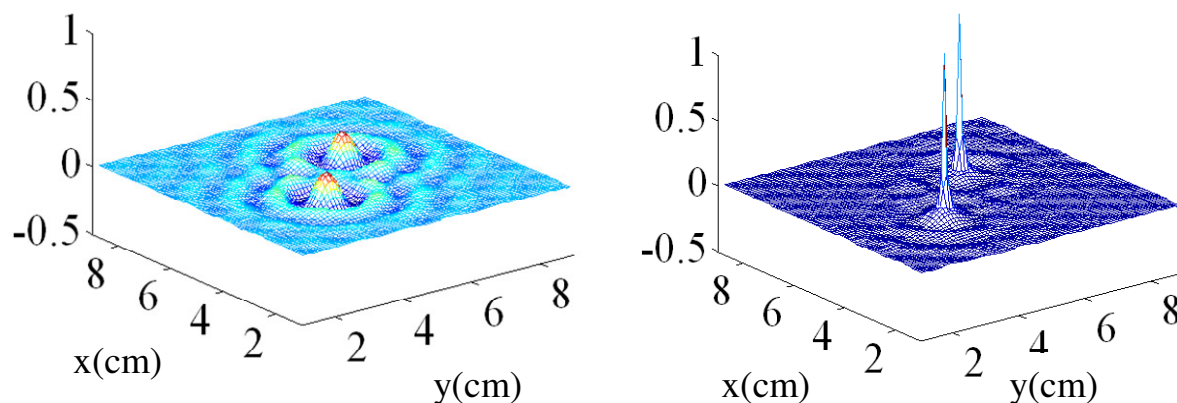


Fig. 4.56 Distribution spatiale du champ $E(x, y, z_0)$ reconstruit : (a) après la *première étape* de RT; (b) après la *deuxième étape* de RT.

Cependant, la méthode du « puits » est basée sur une bonne connaissance du milieu de propagation, de l'excitation et des amplitudes et des délais sur les MRT. Cette méthode ne fait qu'améliorer la résolution de la reconstruction obtenue suite à une première étape de retro-propagation par RT.

Le « puits » peut-il également être utilisé dans le cas des sources réparties? Nous allons étudier ce problème par la suite.

4.5.2.3 Amélioration de la résolution de reconstruction des sources réparties

Considérons la distribution de courant (\vec{J}_y) (que nous avons étudiée dans le paragraphe 4.3.2.6.), de longueur $L = 5\Delta l = \lambda/2 = 5\text{mm}$ et largeur $l = \Delta l = \lambda/10 = 1\text{mm}$, orientée le long de l'axe Oy . Elle a été simulée en excitant 5 nœuds TLM voisins, placés le long d'une ligne.

Dans la Fig. 4.57, nous comparons la coupe longitudinale de la tache focale $|E_y(x_0, y, z_0)|$ reconstruite par la méthode TLM inverse, avec la valeur absolue d'une somme de sinus cardinaux superposés (un sinus cardinal centré sur chaque nœud excité pendant

l'approche directe). Nous remarquons un certain décalage entre les deux courbes. Il peut être dû à une incertitude numérique.

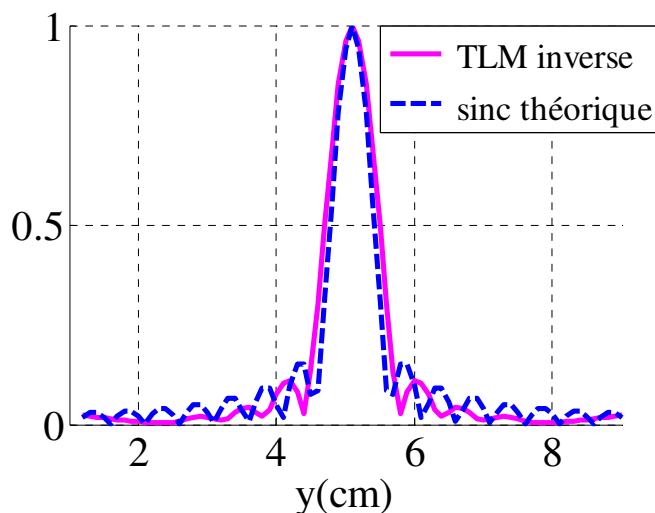


Fig. 4.57 Distribution de courant de longueur $L = 5\Delta l = \lambda/2 = 5\text{mm}$ et largeur $l = \Delta l = \lambda/10 = 1\text{mm}$. Comparaison entre la coupe longitudinale du champ $E_y(x_0, y, z_0)$, reconstruit suite au RT et une somme de sinus cardinaux centrés sur chaque nœud composant la distribution initiale de courant.

Le distribution spatiale du champ $E_y(x, y, z_0)$ reconstruit dans la cavité, après la *première étape* de RT, et après la *deuxième étape*, sont représentés dans la Fig. 4.58a,b. Nous remarquons une amélioration de la résolution spatiale de reconstruction après la *deuxième étape* (Fig. 4.62b).

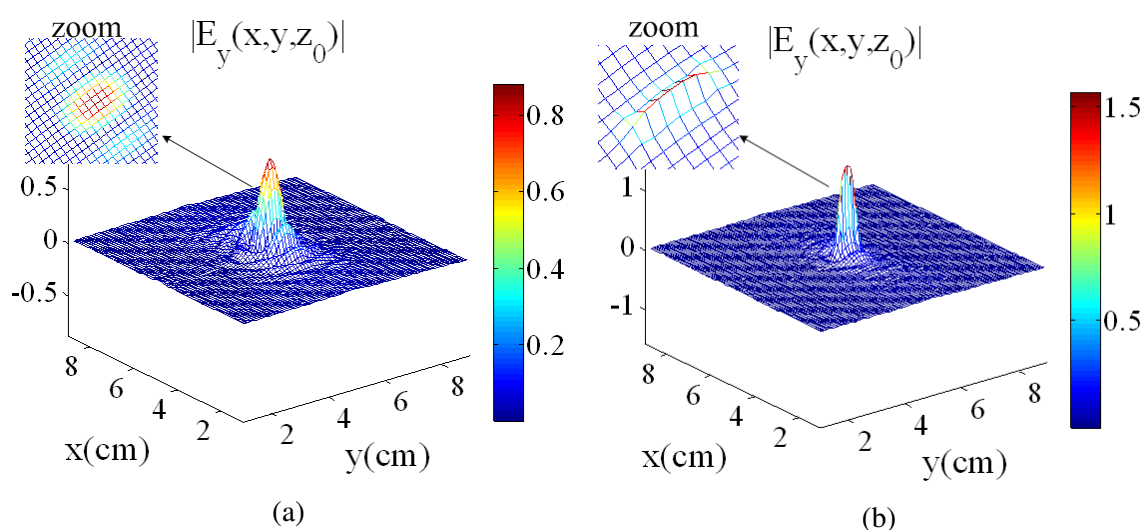


Fig. 4.58 Champ $E_y(x, y, z_0)$ reconstruit par la méthode TLM inverse ; (a) après la *première étape* (méthode TLM inverse) ; (b) après la *deuxième étape* (méthode TLM inverse + « puits »).

Le lobe principal du champ, reconstruit après la *deuxième étape*, est plus étroit que celui reconstruit après la *première étape*, et les lobes secondaires diminuent (Fig. 4.59a,b). Nous avons ainsi démontré que le « puits » peut être utilisé également dans le cas des sources réparties.

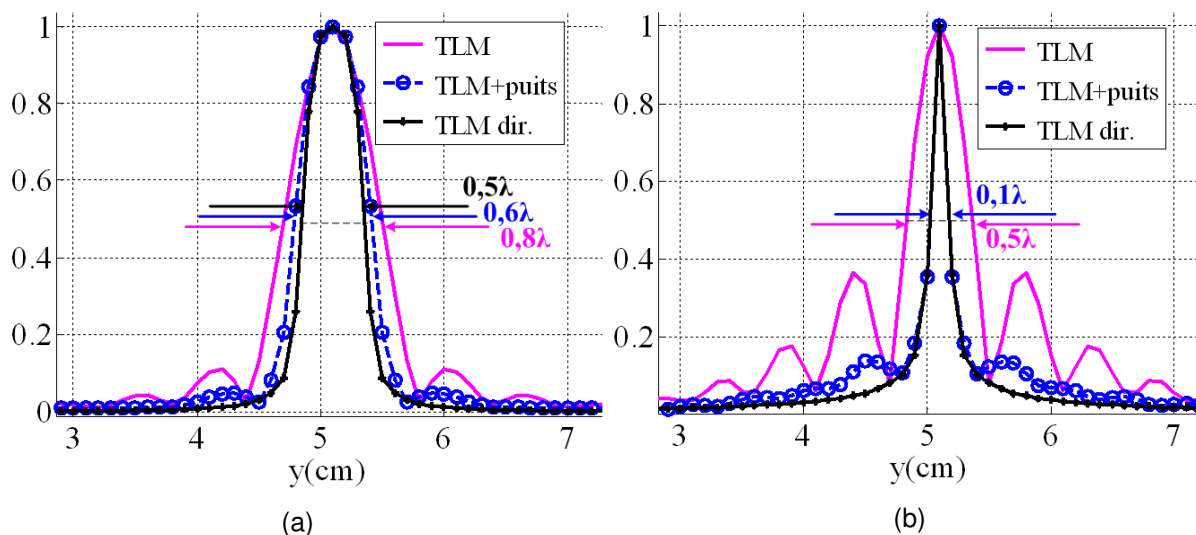


Fig. 4.59 Comparaison entre les sections longitudinales (a) et transversales (b) du champ $E_z(x, y_0, z_0)$ (tache focale) rayonné pendant la simulation TLM directe et du champ reconstruit après la *première étape* et après la *deuxième étape*.

4.6 Discussion

Dans la première partie de ce chapitre, nous avons appliqué le concept de « cavité à retournement temporel » (CRT) pour réaliser le RT des ondes EM par la méthode TLM inverse. Nous avons considéré que cette CRT est idéale, cubique et respecte les conditions suivantes :

- 1) pendant la première étape (directe, d'enregistrement), la CRT est passive et enregistre le champ rayonné (par une source / distribution de sources) sur ses six faces, appelées « miroirs à retournement temporel » (MRT);
- 2) pendant la deuxième étape (inverse, de RT), la CRT génère, un champ qui se retro-propage et qui semble être la réplique retournée temporellement du champ rayonné pendant la première étape. Ce champ est généré à partir du champ enregistré, sur les MRT, pendant la première étape ;
- 3) la source est enlevée avant la deuxième étape.

Nous avons présenté les résultats de la reconstruction des sources ponctuelles et réparties par la méthode TLM inverse, en utilisant cette CRT. Nous avons constaté que la reconstruction des sources à partir de l'historique du rayonnement, connu sur les MRT, peut être remplacée par la connaissance de l'amplitude maximale du champ et du délai correspondant au niveau de chaque point sur les MRT. La connaissance de ces deux valeurs et de l'excitation suffit pour reconstruire toutes les composantes de champ à exciter au niveau du chaque point sur les MRT. Cela se fait sans perte d'informations, le résultat de la reconstruction étant le même.

Cependant, nous avons remarqué que le champ EM reconstruit par RT présente un manque de résolution spatiale. Cela a été expliqué en utilisant le formalisme des ondes et le formalisme des champs évanescents :

- L'approche directe contient uniquement une onde purement divergente, sortante, causale, qui s'éloigne de la source. Théoriquement, une approche inverse idéale devrait contenir une onde purement convergente, entrante, anti-causale qui serait « absorbée » au niveau de la position initiale de la source. En revanche, ce que nous obtenons en pratique, par RT, est une superposition de deux ondes : une sortante/divergente et une entrante/convergente. Afin de réaliser un RT idéal, la source devrait aussi être retournée temporellement pendant l'approche inverse.

- Les résultats analytiques décrivent une limitation de résolution spatiale due à la perte des ondes évanescents. En tout cas, la précision de la procédure de RT dépend de la dimension pratique du problème et de la précision finie de la simulation directe. De plus, un problème arbitraire contient des champs évanescents qui sont perdus pendant l'approche directe et n'arrivent pas à se propager jusqu'au MRT. Donc la capture effective de ces champs sur la MRT est presque impossible. Toute perte du contenu (modal) des champs va limiter la résolution spatiale de la reconstruction des sources et avec elle la possibilité de réaliser une synthèse précise.

La limite de résolution théorique a été ensuite déterminée. Le champ obtenu suite au RT est proportionnel à la partie imaginaire de la fonction de Green du système. Dans le domaine temporel, le champ retourné temporellement est proportionnel à la différence entre la fonction de Green sortante et celle entrante. Dans un milieu homogène, la partie imaginaire de la fonction de Green du milieu s'écrit sous la forme d'un sinus cardinal, ce

qui mène à une tache focale de largeur limitée à $\lambda/2$. Un bon accord entre le résultat des simulations et le résultat théorique a été obtenu.

Le résultat de la reconstruction ne dépend pas de la forme de CRT. Autrement dit, en prenant n'importe quelle forme de surface fermée autour des sources, nous obtenons les mêmes résultats.

La reconstruction des sources réparties a aussi été réalisée, dans la limite de résolution théorique présentée. Les dimensions de ces sources peuvent être déterminées en utilisant un algorithme de seuil. Dans le cas d'une distribution de courant, orientée le long de l'axe Oy, nous avons constaté que la représentation des différentes composantes du champ EM reconstruites, par RT, dans la CRT, nous donnent des informations sur la position des sources. Plus précisément, nous avons pu déterminer avec précision l'orientation de la distribution de courant et sa largeur. En revanche, sa longueur précise ne peut pas être fixée à partir de ces représentations soumises à la limite de diffraction. La longueur approximative peut pourtant être déterminée en utilisant l'algorithme de seuil. Le sens du vecteur doit être préalablement connu.

Plusieurs méthodes d'amélioration de la résolution de reconstruction ont été proposées dans la littérature. Nous avons choisi la méthode du « puits », que nous avons présentée et appliquée. Elle peut être simulé numériquement et ajouté à la phase de RT par la méthode TLM inverse. Le « puits » est simulé par le RT de l'excitation initiale appliquée au niveau de la source. Cette méthode a permis de réaliser une très bonne reconstruction des sources ponctuelles et réparties, la limite de résolution de $\lambda/2$ étant surmontée. Une résolution spatiale indépendante de la longueur d'onde de l'excitation a donc été obtenue. De fait, l'introduction du « puits » permet de rétablir la singularité spatiale au niveau de la source et en même temps de recréer les ondes évanescentes perdues dans la CRT pendant l'approche directe. La méthode du « puits » est quand même limitée. Elle demande l'excitation du signal initial retourné temporellement au niveau de la position initiale de la source initiale.

Après avoir analysé la reconstruction des sources primaire, dans le chapitre suivant, nous allons nous concentrer sur la reconstruction des sources secondaires, induites sur les surfaces des antennes.

Références

- [1] R. Sorrentino, P. M. So, and J. R. Hofer, "Numerical Microwave Synthesis by Inversion of the TLM Process," presented at the 21st Euro Microwave Conf. Dig., Stuttgart, Germany, Sept. 1991.
- [2] C. R. Cacoveanu, "Développement de la méthode TLM. Simulation des pertes dans le domaine temporel," vol. PhD Thesis, ed, 1997.
- [3] D. Cassereau and M. Fink, "Time-Reversal of Ultrasonic Fields .3. Theory of the Closed Time-Reversal Cavity," *Ieee Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency Control*, vol. 39, pp. 579-592, 1992.
- [4] M. Fink, J. de Rosny, G. Lerosey, and A. Tourin, "Time-reversed waves and super-resolution," *Comptes Rendus Physique*, vol. 10, pp. 447-463, 2009.
- [5] R. Carminati, R. Pierrat, J. de Rosny, and M. Fink, "Theory of the time reversal cavity for electromagnetic fields," *Optics Letters*, vol. 32, pp. 3107-3109, 2007.
- [6] J. de Rosny, G. Lerosey, and M. Fink, "Theory of Electromagnetic Time-Reversal Mirrors," *Ieee Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 58, pp. 3139-3149, 2010.
- [7] R. P. Porter and A. J. Devaney, "Generalized Holography and Computational Solutions to Inverse Source Problems," *Journal of the Optical Society of America*, vol. 72, pp. 1707-1713, 1982.
- [8] J. de Rosny, A. Tourin, A. Derode, B. van Tiggelen, and M. Fink, "Relation between time reversal focusing and coherent backscattering in multiple scattering media: a diagrammatic approach," *Phys Rev E Stat Nonlin Soft Matter Phys*, vol. 70, p. 046601, 2004.
- [9] G. Lerosey, J. de Rosny, A. Tourin, A. Derode, and M. Fink, "Time reversal of wideband microwaves," *Applied Physics Letters*, vol. 88, 2006.
- [10] N. Bleistein and J. K. Cohen, "Nonuniqueness in Inverse Source Problem in Acoustics and Electromagnetics," *Journal of Mathematical Physics*, vol. 18, pp. 194-201, 1977.
- [11] M. Fink, C. Prada, F. Wu, and D. Cassereau, "Self Focusing in Inhomogeneous Media with "Time Reversal" Acoustic Mirrors," presented at the IEEE Ultrasonic Symposium, Montréal, Québec, 1989.
- [12] R. Carminati, J. J. Saenz, J. J. Greffet, and M. Nieto-Vesperinas, "Reciprocity, unitarity, and time-reversal symmetry of the S matrix of fields containing evanescent components," *Physical Review A*, vol. 62, 2000.
- [13] S. Yon, M. Tanter, and M. Fink, "Sound focusing in rooms: The time-reversal approach," *Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 113, pp. 1533-1543, 2003.
- [14] S. Yon, M. Tanter, and M. Fink, "Sound focusing in rooms. II. The spatio-temporal inverse filter," *Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 114, pp. 3044-3052, 2003.
- [15] C. Draeger and M. Fink, "One-channel time reversal of elastic waves in a chaotic 2D-silicon cavity," *Physical Review Letters*, vol. 79, pp. 407-410, 1997.
- [16] P. Blomgren, G. Papanicolaou, and H. K. Zhao, "Super-resolution in time-reversal acoustics," *Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 111, pp. 230-248, 2002.
- [17] M. Fink, D. Cassereau, A. Derode, C. Prada, P. Roux, M. Tanter, J. L. Thomas, and F. Wu, "Time-reversed acoustics," *Reports on Progress in Physics*, vol. 63, pp. 1933-1995, 2000.
- [18] M. Fink and C. Prada, "Acoustic time-reversal mirrors," *Inverse Problems*, vol. 17, pp. R1-R38, 2001.
- [19] J. de Rosny and M. Fink, "Overcoming the diffraction limit in wave physics using a time-reversal mirror and a novel acoustic sink," *Physical Review Letters*, vol. 89, 2002.
- [20] J. de Rosny and M. Fink, "Focusing properties of near-field time reversal," *Physical Review A*, vol. 76, 2007.

- [21] C. P. Vlahacos, R. C. Black, S. M. Anlage, A. Amar, and F. C. Wellstood, "Near-field scanning microwave microscope with 100 μ m resolution," *Applied Physics Letters*, vol. 69, pp. 3272-3274, 1996.
- [22] S. G. Conti, P. Roux, and W. A. Kuperman, "Near-field time-reversal amplification," *Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 121, pp. 3602-3606, 2007.
- [23] J. B. Pendry, "Negative refraction makes a perfect lens," *Physical Review Letters*, vol. 85, pp. 3966-3969, 2000.
- [24] D. R. Smith, J. B. Pendry, and M. C. K. Wiltshire, "Metamaterials and negative refractive index," *Science*, vol. 305, pp. 788-792, 2004.
- [25] A. Grbic and G. V. Eleftheriades, "Overcoming the diffraction limit with a planar left-handed transmission-line lens," *Physical Review Letters*, vol. 92, 2004.
- [26] F. Mesa, M. J. Freire, R. Marques, and J. D. Baena, "Three-dimensional superresolution in metamaterial slab lenses: Experiment and theory," *Physical Review B*, vol. 72, 2005.
- [27] Z. Jacob, L. V. Alekseyev, and E. Narimanov, "Optical hyperlens: Far-field imaging beyond the diffraction limit," *Optics Express*, vol. 14, pp. 8247-8256, 2006.
- [28] A. Grbic and R. Merlin, "Near-Field Focusing Plates and Their Design," *Ieee Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 56, pp. 3159-3165, 2008.
- [29] A. Grbic, L. Jiang, and R. Merlin, "Near-Field Focusing Plates: Theory and Experiment," *2008 Conference on Lasers and Electro-Optics & Quantum Electronics and Laser Science Conference, Vols 1-9*, pp. 3419-3420, 2008.
- [30] A. Grbic, L. Jiang, and R. Merlin, "Near-field plates: Subdiffraction focusing with patterned surfaces," *Science*, vol. 320, pp. 511-513, 2008.
- [31] G. V. Eleftheriades and A. M. H. Wong, "Holography-inspired screens for sub-wavelength focusing in the near field," *Ieee Microwave and Wireless Components Letters*, vol. 18, pp. 236-238, 2008.
- [32] L. Markley, A. M. H. Wong, Y. Wang, and G. V. Eleftheriades, "Spatially shifted beam approach to subwavelength focusing," *Physical Review Letters*, vol. 101, 2008.
- [33] V. F. Fusco, N. B. Buchanan, and O. Malyuskin, "Active Phase Conjugating Lens With Sub-Wavelength Resolution Capability," *Ieee Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 58, pp. 798-808, 2010.
- [34] O. Malyuskin and V. Fusco, "Near Field Focusing Properties of Finite Wire Array Under Sinusoidal Pulse Excitation," *2009 Ieee Antennas and Propagation Society International Symposium and Usnc/Ursi National Radio Science Meeting, Vols 1-6*, pp. 2727-2730, 2009.
- [35] O. Malyuskin and V. Fusco, "Far Field Subwavelength Source Resolution Using Phase Conjugating Lens Assisted With Evanescent-to-Propagating Spectrum Conversion," *Ieee Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 58, pp. 459-468, 2010.
- [36] O. Malyuskin and V. Fusco, "Imaging of dipole sources and transfer of modulated signals using phase conjugating lens techniques," *Iet Microwaves Antennas & Propagation*, vol. 4, pp. 1140-1148, 2010.
- [37] O. Malyuskin and V. Fusco, "Near Field Focusing Using Phase Conjugating Impedance Loaded Wire Lens," *Ieee Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 58, pp. 2884-2893, 2010.
- [38] F. Lemoult, G. Lerosey, J. de Rosny, and M. Fink, "Resonant Metalenses for Breaking the Diffraction Barrier," *Physical Review Letters*, vol. 104, 2010.
- [39] M. Fink, "Time-reversal acoustics in complex environments," *Geophysics*, vol. 71, pp. SI151-SI164, 2006.
- [40] A. Derode, A. Tourin, and M. Fink, "Random multiple scattering of ultrasound. II. Is time reversal a self-averaging process?," *Physical Review E*, vol. 64, 2001.
- [41] G. Micolau and M. Saillard, "DORT method as applied to electromagnetic subsurface sensing," *Radio Science*, vol. 38, 2003.
- [42] G. Micolau, M. Saillard, and P. Borderies, "DORT method as applied to ultrawideband signals for detection of buried objects," *Ieee Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 41, pp. 1813-1820, 2003.

- [43] D. H. Chambers and J. G. Berryman, "Time-reversal analysis for scatterer characterization," *Physical Review Letters*, vol. 92, 2004.
- [44] A. Derode, P. Roux, and M. Fink, "Robust Acoustic Time-Reversal with High-Order Multiple-Scattering," *Physical Review Letters*, vol. 75, pp. 4206-4209, 1995.
- [45] G. Lerosey, J. De Rosny, A. Tourin, and M. Fink, "Focusing beyond the diffraction limit with far-field time reversal," *Science*, vol. 315, pp. 1120-1122, 2007.
- [46] P. A. Belov and M. G. Silveirinha, "Resolution of subwavelength transmission devices formed by a wire medium," *Physical Review E*, vol. 73, 2006.
- [47] G. Shvets, S. Trendafilov, J. B. Pendry, and A. Sarychev, "Guiding, focusing, and sensing on the subwavelength scale using metallic wire arrays," *Physical Review Letters*, vol. 99, 2007.

5 Synthèse des sources EM, primaires et secondaires, à partir du champ lointain rayonné

5.1 Introduction

Nous rappelons que l'objectif final de ce travail est de synthétiser une distribution de sources EM rayonnantes, à partir d'un diagramme de rayonnement connu en champ lointain (CL) et en utilisant la méthode TLM-inverse.

Nous avons constaté, dans le chapitre précédent (Chapitre 4), que la connaissance de l'excitation, des amplitudes maximales et des délais correspondants du champ rayonné sur la surface de la cavité à retournement temporel (CRT) suffisent pour retrouver l'orientation et la position des sources. Comme le CL manque d'ondes évanescentes, la reconstruction par retournement temporel (RT) est caractérisée par un manque de résolution spatiale.

Cependant, une procédure de synthèse réaliste ne commence pas avec une analyse de la structure à synthétiser. Elle a comme point de départ une réponse temporelle, ou plus souvent une réponse fréquentielle désirée. Le problème est qu'en général une telle réponse fréquentielle ne contient pas d'informations sur les fréquences supérieures à la fréquence maximale de la bande d'intérêt. En conséquence, pour une bonne résolution de la reconstruction, ces informations devraient être obtenues d'une certaine manière.

Dans la première partie de ce chapitre, nous allons étudier la synthèse des sources EM secondaires, induites sur les surfaces métalliques des antennes. L'algorithme utilisé dans le Chapitre 4, pour la reconstruction des sources primaires, sera appliqué ici, dans un premier temps, pour reconstruire une distribution de sources 1D, induites le long

d'une antenne-dipôle. Nous allons ensuite étudier la synthèse d'une distribution de sources 2D, induites sur la surface métallique d'une antenne « patch ».

La deuxième partie du chapitre sera consacrée à la synthèse des sources EM à partir d'un diagramme de rayonnement donné, souhaité ou mesuré. Une méthode hybride TLM-analytique est ainsi développée. Nous allons analyser la possibilité de réaliser cette synthèse, sans entraîner une perte supplémentaire de résolution.

Comme l'analyse des structures rayonnantes et des phénomènes transitoires, dans l'espace libre 3D, et surtout dans le domaine temporel nécessite beaucoup de temps de calcul, les ressources informatiques nécessaires deviennent vite prohibitives. Et comme on a aussi besoin d'innovation et non pas seulement d'utiliser des ordinateurs de plus en plus rapides et puissants, nous avons choisi de développer une *méthode hybride TLM-analytique*. Nous allons donc utiliser le calcul analytique pour calculer le champ sur les MRT, à partir d'un diagramme de rayonnement en champ lointain (CL) et la méthode TLM pour simuler la propagation des ondes EM, dans le domaine temporel, dans la CRT (Fig. 5.1).

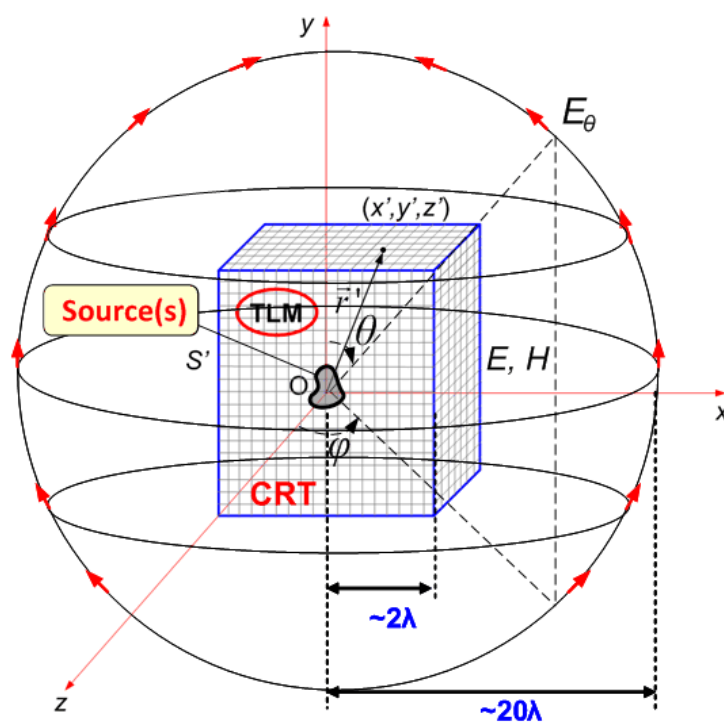


Fig. 5.1 Système de coordonnées et représentation schématique de la méthode hybride.

Cet algorithme sera expliqué et appliqué d'abord pour reconstruire un élément de courant à partir d'un diagramme de rayonnement connu analytiquement. Comme en

pratique, il y a des bancs de mesure d'antennes qui ne balaye qu'un plan de l'espace, nous étudierons également l'effet de la diminution du nombre de MRT sur le champ reconstruit.

L'algorithme sera enfin appliqué pour synthétiser les sources induites sur une antenne monopôle, à partir du CL mesuré. La comparaison entre les résultats de la simulation TLM directe et les données théoriques souhaitées ou celles expérimentales, mesurées, peut conduire à des conclusions importantes sur le RT comme processus uni-étape : uniquement inverse, sans analyse en préalable.

Nous nous plaçons dans les mêmes hypothèses : un milieu homogène, linéaire, isotrope et sans pertes. Nous considérons qu'il n'a pas de diélectrique dans la structure et qu'il y a uniquement du métal. Nous utilisons des signaux quasi-harmoniques, large-bande, comme ceux employés dans le chapitre précédent.

5.2 Reconstruction des sources EM secondaires, induites sur les surfaces métalliques des antennes

Nous étudions par la suite la reconstruction des sources EM, 1D et respectivement 2D, induites sur les surfaces métalliques des antennes. Pour chacun de ces deux cas, nous allons considérer un exemple : l'antenne dipôle pour le cas 1D et l'antenne patch pour le cas 2D.

5.2.1 Synthèse des sources secondaires 1D. Antenne-dipôle filaire

L'antenne dipôle est la plus simple structure rayonnante d'usage courant. Ses propriétés et caractéristiques de rayonnement sont bien connues. C'est pour ces raisons qu'elle est un candidat idéal pour investiguer l'utilisation du RT dans le processus de synthèse de sources secondaires, c'est pour cela que nous l'avons choisie comme sujet d'une première étude de cas.

Considérons, par exemple, une antenne filaire de longueur L , orientée le long de l'axe Oy . Le problème direct suppose que la distribution de courant, $J(y)$, est connue et on cherche à déterminer le CL rayonné. Le diagramme de rayonnement s'écrit [1], [2] :

$$\vec{E}_\theta = j\omega\mu \cdot \frac{e^{-jkr}}{4\pi \cdot r} \cdot \sin \theta \cdot \int_{-L/2}^{L/2} J_d(y) \cdot e^{j \cdot k \cdot y \cdot \cos \theta} dy. \quad (5.1)$$

Dans le problème inverse, pour synthétiser cette antenne, on connaît le diagramme de rayonnement et on veut déterminer la distribution de courant, J , inconnue, qui génère ce diagramme de rayonnement.

Si on note $E_0(r, \theta) = j\omega\mu \cdot \frac{e^{-jkr}}{4\pi \cdot r} \cdot \sin \theta$, $w = \cos \theta$ et $s = y/\lambda$, on obtient :

$$\vec{E}_\theta(w) = E_0(r, \theta) \cdot \int_{-L/2\lambda}^{L/2\lambda} J_d(s) \cdot e^{j \cdot 2\pi \cdot w \cdot s} ds = E_0(r, \theta) \cdot \int_{-\infty}^{\infty} J_d(s) \cdot e^{j \cdot 2\pi \cdot w \cdot s} ds, \quad (5.2)$$

qui représente une transformée de Fourier. La transformée inverse de l'équation ci-dessus nous donne :

$$J(s) = \int_{-\infty}^{\infty} \vec{E}_\theta(w) \cdot e^{-j \cdot 2\pi \cdot w \cdot s} ds. \quad (5.3)$$

En conséquence, la distribution de courant calculée par la transformée de Fourier inverse, à partir du diagramme de rayonnement, est définie sur un domaine infini. Pour l'approximer, il faudrait tronquer le courant de la manière suivante :

$$J(s) = \begin{cases} J_d(s), & |s| \leq \frac{L}{2\lambda} \\ 0, & |s| > \frac{L}{2\lambda} \end{cases} \quad (5.4)$$

Par ailleurs, en excitant l'antenne par une source dite « principale », le long de celle-ci une distribution de sources « secondaires » est créée. Cette distribution de sources secondaires est linéaire, de la forme :

$$\Phi(\vec{r}, t) = f(t) \cdot J_d(y) \cdot \delta(x) \cdot \delta(z), \text{ pour } |y| \leq \frac{L}{2} \quad (5.5)$$

Le champ résultant après l'approche inverse est [3] :

$$\psi_{RT}(\vec{r}, \omega) = -\frac{j}{2\pi} \int_{-L/2}^{L/2} J_d(y') \cdot \frac{\sin\left(k \cdot \sqrt{x^2 + z^2 + (y - y')^2}\right)}{\sqrt{x^2 + z^2 + (y - y')^2}} dy' \quad (5.6)$$

Cette expression se simplifie le long de l'axe Oy :

$$\psi_{RT}(0, y, 0, \omega) = -\frac{j}{2} \int_{-L/2}^{L/2} J_d(y') \cdot \frac{\sin[k \cdot (y - y')]}{\pi(y - y')} dy' \quad (5.7)$$

Nous pouvons noter que lorsque $\lambda \rightarrow 0$ ($k \rightarrow \infty$), la reconstruction des sources secondaires et donc de la géométrie de l'antenne filaire, est exactement $J_d(y')$ le long de l'axe Oy : $\lim_{\lambda \rightarrow 0} \psi_{RT}(y) = J_d(y)$. Pourtant, nous utilisons des signaux large-bande et nous souhaitons donc synthétiser les sources induites sur les parois métalliques des antennes.

Considérons une antenne-dipôle de longueur : $L = \lambda/2 = 5\text{mm}$ et de largeur : $l = L/10 = 0,5\text{mm}$. L'antenne fonctionne à une fréquence : $f = 30\text{GHz}$, la longueur d'onde correspondante étant : $\lambda = c/f = 1\text{cm}$.

Prenons un volume cubique de calcul de dimensions : $(D_x \times D_y \times D_z)$, avec : $D_x = D_y = D_z = 5,05\lambda = 5,05\text{cm}$. Ce domaine est ensuite échantillonné avec un pas : $\Delta l = 0,05 \cdot \lambda = 0,5\text{mm}$. Le pas temporel est : $\Delta t = \Delta l / 2c = 0,83\text{ps}$. En conséquence, le volume de l'espace est maillé en utilisant un nombre de nœuds, selon chaque direction, égale à : $N_x = N_y = N_z = 101$. Les MRT sont situés à une distance $d = 2\lambda = 40\Delta l = 20\text{mm}$ du centre de la CRT.

L'antenne est placée dans la cavité, le long de l'axe Oy , comme dans la Fig. 5.2. Elle est discrétisée de la manière suivante : $L = 5\text{mm} = 10\Delta l$, $l = 0,5\text{mm} = \Delta l$ et le gap : $g = \Delta l$. Les parois métalliques de l'antenne sont placées à mi-distance entre deux nœuds TLM et sont simulées par un coefficient de réflexion : $\Gamma = 1$.

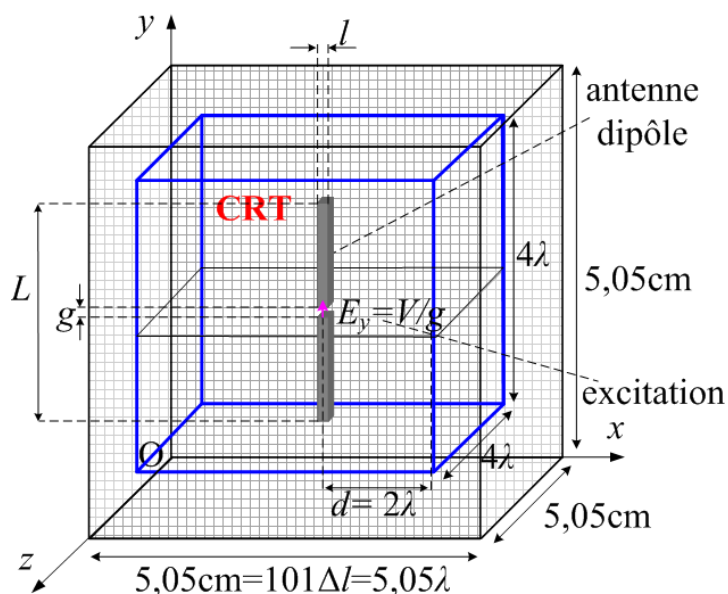


Fig. 5.2 Antenne dipôle placée dans la cavité à retournement temporel (CRT) (marqué en bleu).

Les six faces de la CRT sont appelées miroirs à retournement temporel (MRT).

$$L = \lambda/2 = 5\text{mm} = 10\Delta l ; l = 0,5\text{mm} = \Delta l ; g = \Delta l ; d = 2\lambda = 40\Delta l = 20\text{mm} .$$

L'antenne est excitée, au niveau du gap d'excitation, avec un champ E_y . Même s'il s'agit d'une antenne bande-étroite, le RT à une seule fréquence n'est pas très efficace [4]. Nous choisissons donc un signal d'excitation large-bande, représenté par une sinusoïde modulée par une gaussienne (Fig. 5.3). Le signal est centré sur la fréquence $f = 30\text{GHz}$ et sa bande à 3dB est : $B_{3\text{dB}} = 3\text{GHz}$.

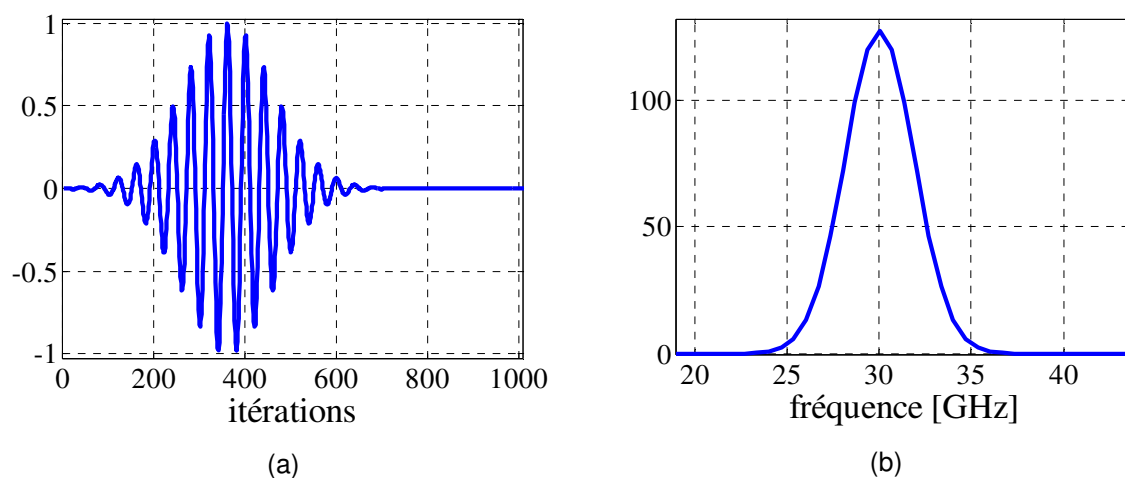


Fig. 5.3 Excitation large-bande : sinusoïde modulée par une gaussienne. (a) variation temporelle ; (b) spectre de l'excitation.

5.2.1.1 Champ rayonné

Afin de représenter le champ rayonné par cette antenne, une première simulation TLM directe est réalisée. Cette approche directe permet de déterminer toutes les composantes du champ EM, en chaque point sur les MRT, et à chaque instant. Pour déterminer le diagramme de rayonnement, nous avons besoin de calculer la transformé de Fourier du champ.

La transformé de Fourier, $S(f)$, d'un signal temporel discret, $s(n)$ est obtenue en transformant tous les échantillons x_1, x_2, \dots, x_I qui représentent la variation temporelle du champ aux instants $\Delta t, 2\Delta t, \dots, I\Delta t$, de la manière suivante :

$$S(f) = \sum_{n=1}^I x_n e^{j2\pi f \cdot n\Delta t} . \quad (5.8)$$

$S(f)$ est donc une fonction périodique, de période $1/\Delta t$. Le calcul, sous Matlab, nécessite l'utilisation de la Transformée de Fourier Discrète (TFD) (par la fonction « fft »). Le spectre du signal est alors obtenu pour I fréquences f_k espacées de $\frac{1}{(I-1)\Delta t}$, dans l'intervalle $(1, 1/\Delta t)$:

$$S\left(\frac{k}{(I-1)\Delta t}\right) = \sum_{n=1}^I x_n e^{\frac{j2\pi f \cdot n \cdot k}{I-1}} \quad (5.9)$$

Le champ obtenu par la méthode TLM directe, dans le plan E et pour $\varphi = \pm\pi/2$, est comparé avec le champ théorique d'une antenne filaire mince.

- **Champ théorique rayonné par une antenne filaire mince**

Les composantes non nulles du champ rayonné par une antenne filaire rectiligne, mince, placée le long de l'axe Oy , comme dans la Fig. 5.4, en coordonnées cylindriques (ρ, φ, y) sont [5] :

$$E_y(y, \rho) = -\frac{jZ_0 I_m}{4\pi \cdot \rho} \left[\frac{y-h}{R_1} \cdot e^{-jkR_1} + \frac{y+h}{R_2} \cdot e^{-jkR_2} - 2\cos(k \cdot h) \cdot \frac{y}{R_0} \cdot e^{-jkR_0} \right] \quad (5.10)$$

$$H_\varphi(y, \rho) = \frac{jI_m}{4\pi \cdot \rho} \left[e^{-jkR_1} + e^{-jkR_2} - 2\cos(k \cdot h) \cdot e^{-jkR_0} \right]$$

$$E_{\rho}(y, \rho) = -\frac{jZ_0 I_m}{4\pi} \left[\frac{e^{-jkR_1}}{R_1} + \frac{e^{-jkR_2}}{R_2} - 2\cos(k \cdot h) \cdot \frac{e^{-jkR_0}}{R_0} \right],$$

où Z_0 est l'impédance caractéristique de l'air, $h = L/2$, $\rho = \sqrt{x^2 + z^2}$ et R_0, R_1, R_2 sont calculés de la manière suivante:

$$R_0 = \sqrt{\rho^2 + y^2} \quad R_1 = \sqrt{\rho^2 + (y-h)^2} \quad R_2 = \sqrt{\rho^2 + (y+h)^2}.$$

Le courant le long de l'antenne est de la forme : $I(y) = I_m \cdot \sin[k(h-|y|)]$, avec $I_m = I_0 / \sin(k \cdot h)$.

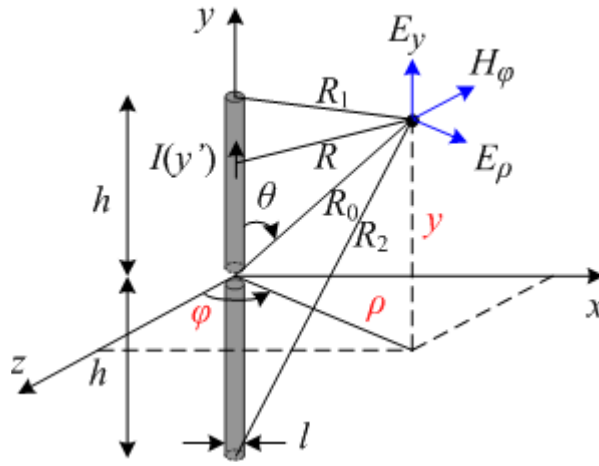


Fig. 5.4 Antenne-dipôle filaire, rectiligne, placée le long de l'axe Oy. Système de coordonnées cylindriques.

Pour $\varphi = \pm\pi$, les formules (5.10) se simplifient et nous pouvons écrire :

$$E_x(x, y) = -\frac{jZ_0 I_m}{4\pi \cdot x} \left[\frac{y-h}{R_1} \cdot e^{-jkR_1} + \frac{y+h}{R_2} \cdot e^{-jkR_2} - 2\cos(k \cdot h) \cdot \frac{y}{R_0} \cdot e^{-jkR_0} \right]$$

$$E_y(x, y) = -\frac{jZ_0 I_m}{4\pi} \left[\frac{e^{-jkR_1}}{R_1} + \frac{e^{-jkR_2}}{R_2} - 2\cos(k \cdot h) \cdot \frac{e^{-jkR_0}}{R_0} \right] \quad (5.11)$$

$$H_z(x, y) = \frac{jI_m}{4\pi \cdot x} \left[e^{-jkR_1} + e^{-jkR_2} - 2\cos(k \cdot h) \cdot e^{-jkR_0} \right]$$

où :

$$R_0 = \sqrt{x^2 + y^2} \quad R_1 = \sqrt{x^2 + (y-h)^2} \quad R_2 = \sqrt{x^2 + (y+h)^2}$$

Dans la Fig. 5.5, nous représentons le champ rayonné, obtenu par simulation TLM directe, dans le plan E (pour $\varphi = \pm\pi/2$). Il est comparé avec le champ théorique d'un dipôle filaire, infiniment mince, obtenu en appliquant les formules théoriques (5.11).

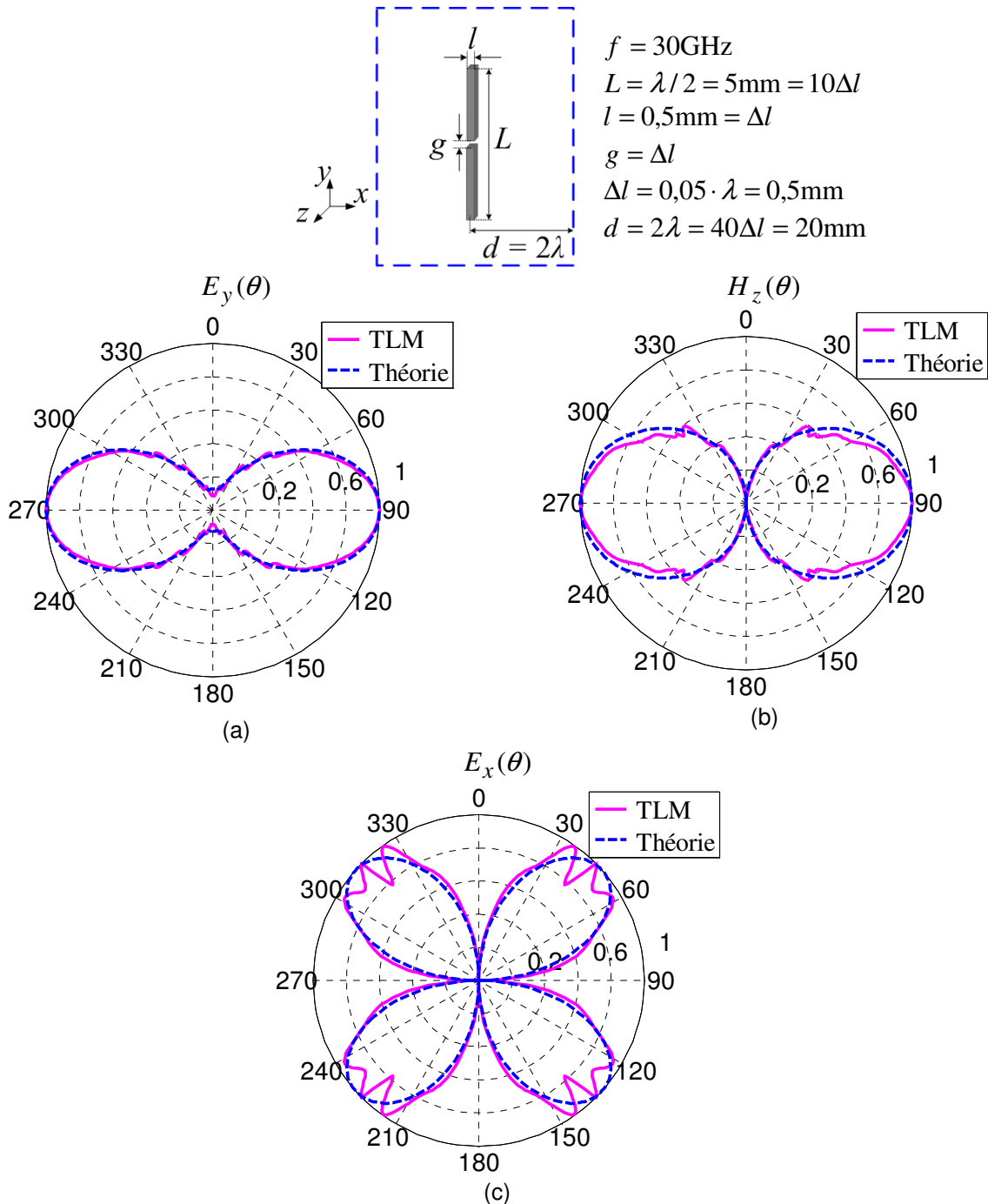


Fig. 5.5 Champ, en coordonnées cylindriques, rayonné par le dipôle (plan E, $\varphi = \pm\pi/2$) ; le résultat de la simulation TLM directe (trait plein) est comparé avec le résultat théorique d'un dipôle filaire, mince (en pointillé) ; (a) $E_y(\theta)$; (b) $H_z(\theta)$; (c) $E_x(\theta)$.

Le résultat de la simulation TLM directe présente des ondulations (Fig. 5.5) provenant essentiellement du fait que l'antenne n'est pas suffisamment échantillonnée. Un meilleur accord avec la théorie est trouvé pour une antenne échantillonnée avec : $L = 25\Delta l$ et $l = 3\Delta l$, le champ étant calculé à une distance $d = 0,4\lambda$ de l'antenne (Fig. 5.6).

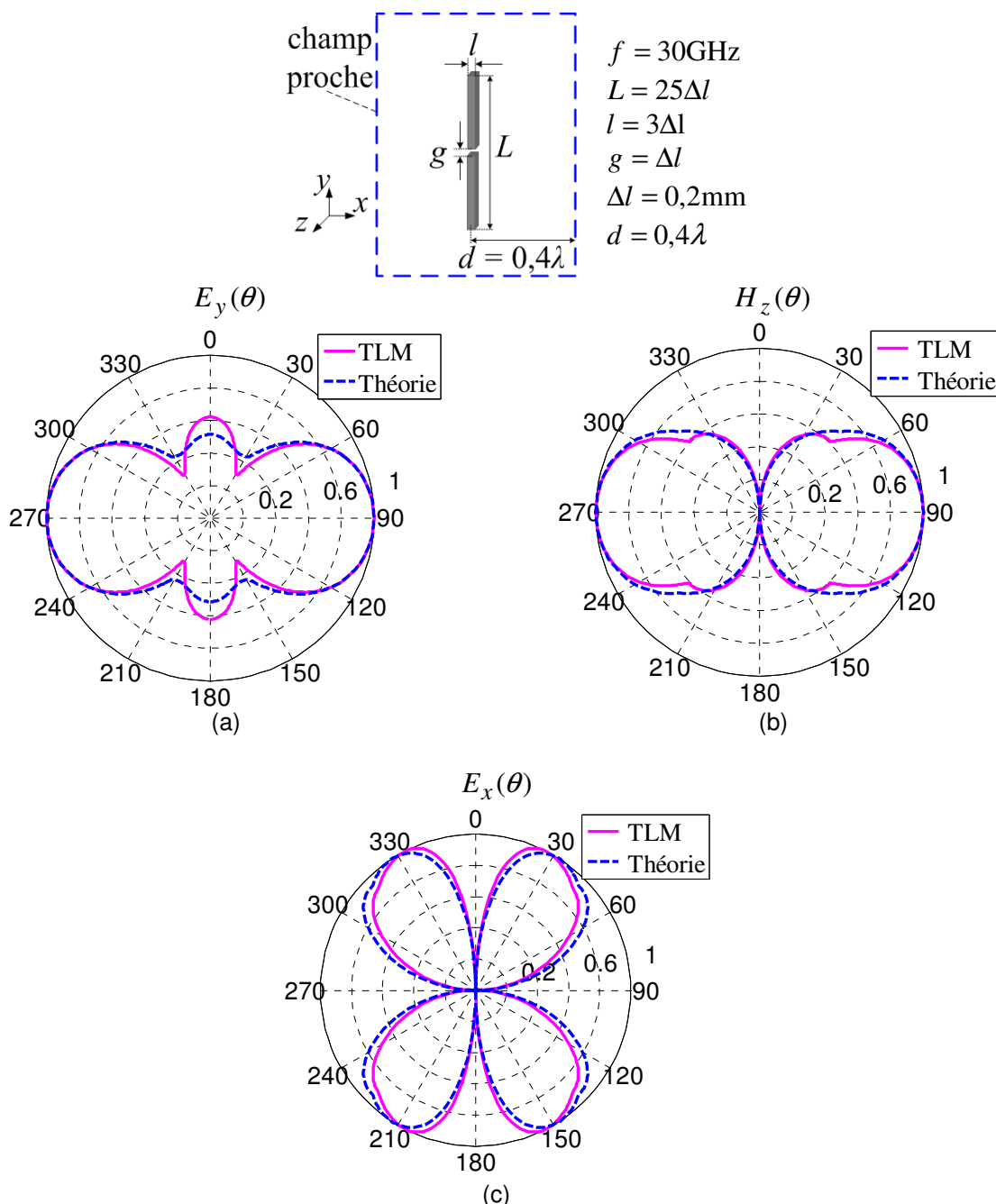


Fig. 5.6 Champ, en coordonnées cylindriques, (plan E, $\varphi = \pm\pi/2$) rayonné à une distance $d = 0,4\lambda$, par un dipôle mieux échantillonné que le précédent ($L = 25\Delta l$, $l = 3\Delta l$, $g = \Delta l$). Le résultat de la simulation TLM directe (trait plein) est comparé avec le résultat théorique d'un dipôle filaire, mince (en pointillé) ; (a) $E_y(\theta)$; (b) $H_z(\theta)$; (c) $E_x(\theta)$.

Malheureusement, une telle simulation consomme beaucoup de ressources informatiques, ce qui nous oblige à placer les MRT dans le CP réactif de la structure, très proche de celle-ci. Cela ne nous permet pas d'avoir une bonne visualisation / reconstruction du champ pendant le RT. Nous préférons donc, pour le moment, sous-échantillonner la structure rayonnante.

5.2.1.2 Champ reconstruit, par RT, dans la cavité

Le procédé de RT reste identique avec celui présenté dans le Chapitre 4. Nous utilisons les amplitudes maximales et les délais correspondants pour fabriquer l'excitation à injecter, au niveau des MRT, pendant la simulation TLM inverse. Les parois métalliques de l'antenne sont enlevées, et la simulation TLM inverse est effectuée. Le champ qui se retro-propage dans la structure est solution de l'équation homogène d'onde. Il n'y a pas de discontinuité dans la CRT. Pendant l'approche inverse, au niveau de chaque point, nous prélevons l'amplitude maximale de la valeur absolue du champ. La distribution spatiale du champ reconstruit, dans le plan $(xOy)_{z=z_0}$ est représentée dans la Fig. 5.7 et Fig. 5.8.

Nous retrouvons les valeurs maximales du champ $|E_y(x, y, z_0)|$ autour de la position initiale du dipôle (Fig. 5.7a). De plus, nous remarquons que la coupe longitudinale de la tache focale est plus large que la coupe transversale (Fig. 5.7b). Dans la Fig. 5.7c et Fig. 5.8d nous pouvons noter l'élargissement des champs E_y et H_z reconstruits, par rapport aux champs rayonnés pendant l'approche directe. Le champ E_x est nul le long de l'antenne (Fig. 5.8a).

Le champ H_x est nul dans le plan $z = z_0$ qui passe par le centre du dipôle et il est non nul dans le plan $z = z_0 - 1$ (la paroi métallique de l'antenne étant placée à $z = z_0 - 1/2$) (Fig. 5.8b). La distribution spatiale du champ $|H_z(x, y, z_0)|$, reconstruit suite au RT (Fig. 5.8c), nous donne des informations sur l'orientation de la distribution des sources secondaires.

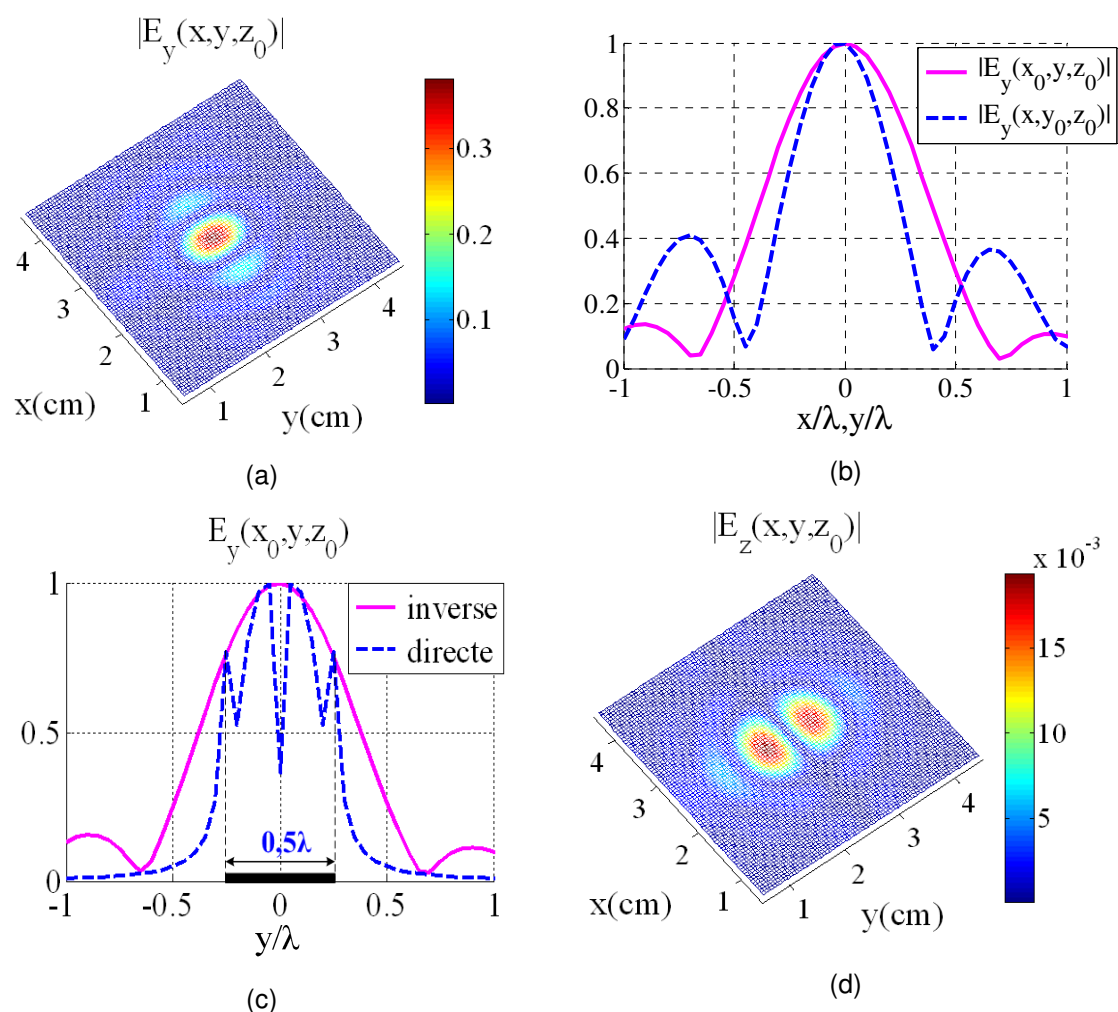


Fig. 5.7 La valeur absolue maximale du champ EM reconstruit, après l'approche inverse, dans le plan $(xOy)_{z=z_0}$ qui passe par le centre du dipôle: (a) $|E_y|$; (b) coupes transversale, $|E_y(x)|$, et longitudinale, $|E_y(y)|$; (c) coupe longitudinale, $|E_y(y)|$, du champ - comparaison entre le champ rayonné pendant l'approche directe et le champ reconstruit après le RT; (d) $|E_z|$.

Nous remarquons le même élargissement du champ reconstruit, obtenu dans le cas des sources primaires. Comme dans un milieu homogène et à partir du CL, les dimensions de la tache focale sont déterminées uniquement par l'interférence des ondes propagatrices, la résolution ne peut pas être inférieure à $\lambda/2$ à travers l'antenne et de λ le long de celle-ci (Fig. 5.7a,b). De plus, les ondes évanescentes, nécessaires pour définir les limites de la structure, sont inconnues. Cela réduit considérablement la résolution de la synthèse.

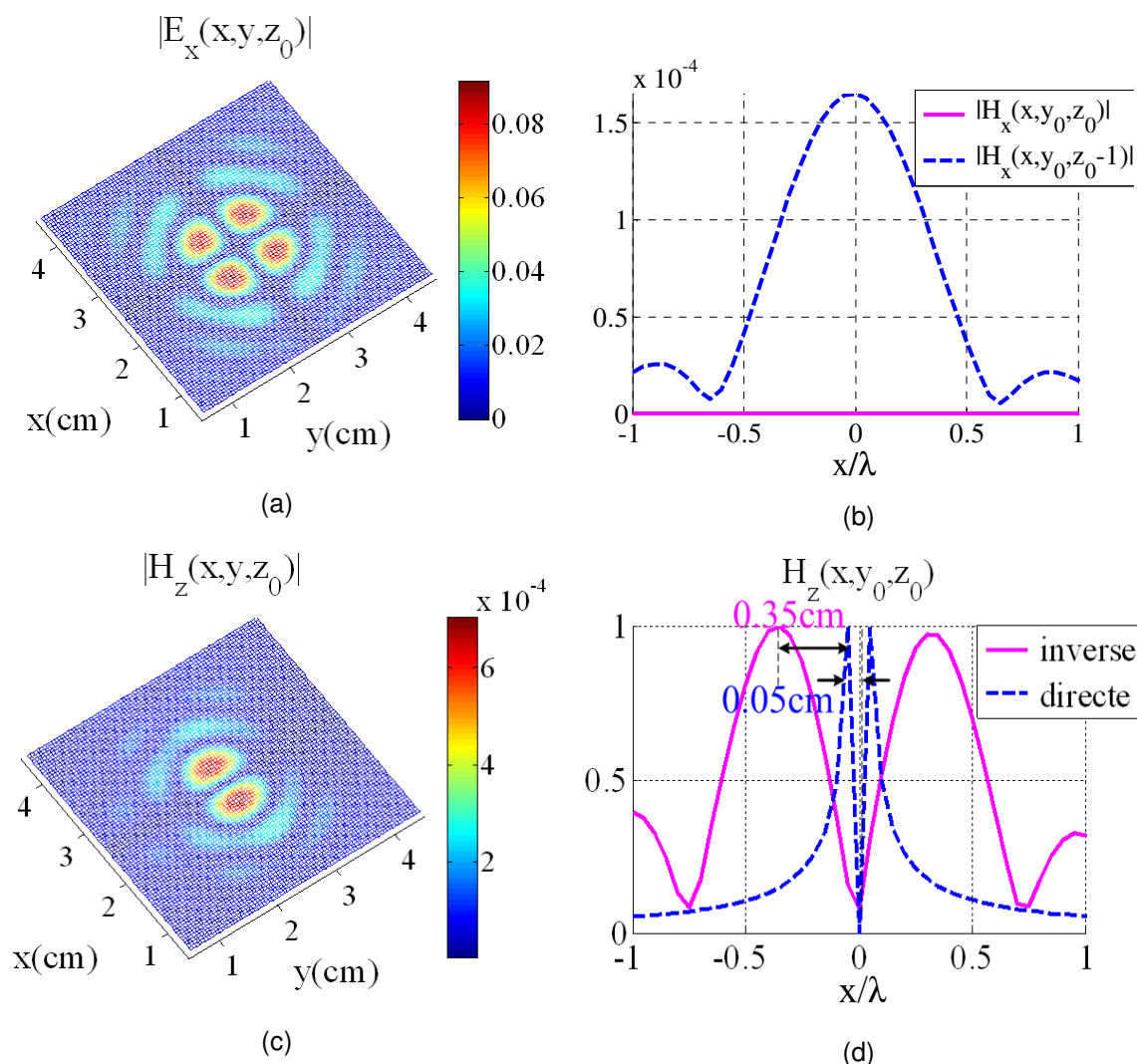


Fig. 5.8 La valeur absolue maximale du champ EM reconstruit, après l’approche inverse, dans le plan $(xOy)_{z=z_0}$ qui passe par le centre du dipôle: (a) $|E_x|$; (b) coupe transversale du champ $|H_x(x)|$ - comparaison entre le champ reconstruit dans les plans $z = z_0$ et $z = z_0 - 1$; (c) $|H_z|$; (d) coupe transversale du champ $|H_z(x)|$ - comparaison entre le champ rayonné pendant l’approche directe et le champ reconstruit après le RT.

5.2.1.3 Validation de la distribution des sources reconstruites suite au RT

Nous avons trouvé une distribution possible de sources. Mais est-elle une distribution réelle et valide? Bien que le résultat de la reconstruction manque de résolution spatiale, il pourrait représenter une distribution de sources pouvant conduire au diagramme de rayonnement souhaité.

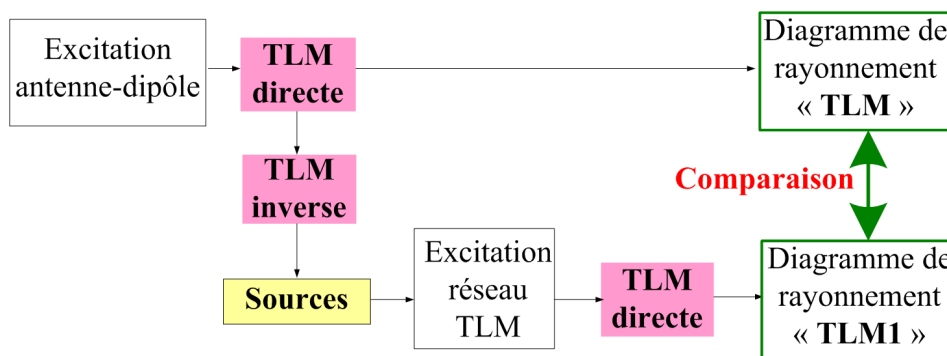


Fig. 5.9 Organigramme de la validation de la reconstruction de sources.

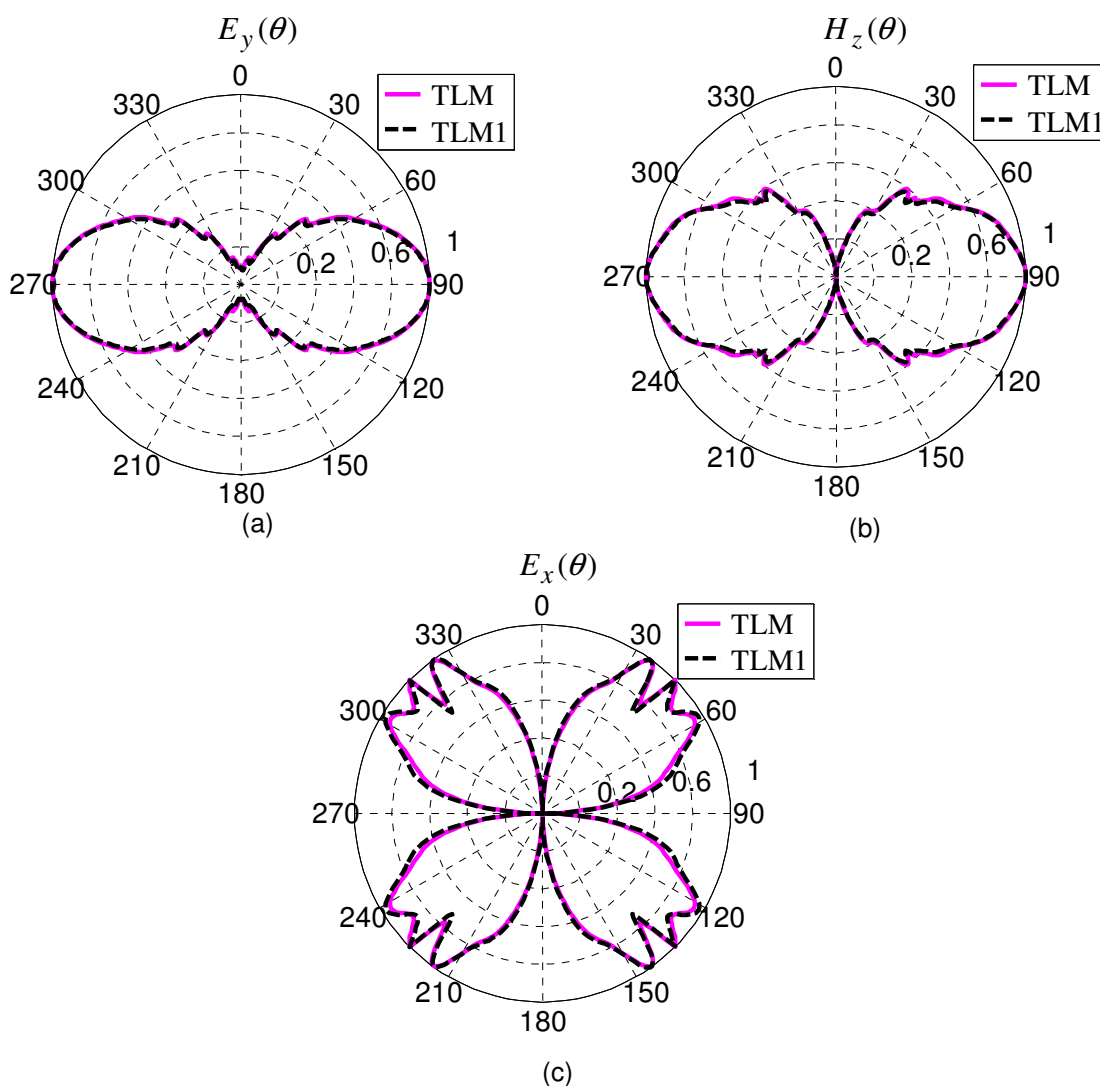


Fig. 5.10 Validation de la reconstruction de sources. Champ rayonné par le dipôle (plan E); (a) $E_y(\theta)$; (b) $H_z(\theta)$; (c) $E_x(\theta)$. Notations : « **TLM** » - simulation TLM directe en excitant le dipôle initial ; « **TLM 1** » - simulation TLM directe en re-excitant le champ E_y reconstruit suite à la simulation TLM inverse.

Pour valider ce résultat, nous re-excitions, dans le réseau TLM, le champ E_y retrouvé suite à l'approche inverse et nous appliquons une nouvelle fois la méthode TLM directe. Nous appliquons l'algorithme décrit dans la Fig. 5.9. Le diagramme de rayonnement ainsi obtenu (noté par « TLM1 ») est comparé avec le diagramme rayonné par l'antenne initiale (noté par « TLM »).

Nous constatons qu'il y a un bon accord entre les deux diagrammes (Fig. 5.10). Bien que l'approche inverse ne conduise pas à un résultat synthétisé unique, la distribution des sources est valide.

5.2.1.4 Reconstruction de l'antenne

Pour chercher l'emplacement et la forme de l'antenne, nous calculons et nous représentons l'amplitude du vecteur de Poynting. Comme les parois métalliques de l'antenne étaient placées à mi-distance entre deux nœuds, nous calculons le vecteur de Poynting juste au dessus de la paroi. Une des parois de l'antenne était, par exemple, placée entre les coordonnées : $(x_0, y_1 : y_2, z_0 : z_0 - 1)$. Nous allons représenter le vecteur de Poynting à une distance de $\Delta l / 2$ du parois, dans le plan $(xOy)_{z=z_0-1}$. Nous calculons le vecteur de Poynting de la manière suivante :

$$\vec{P}_x = \vec{E} \times \vec{H} = \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ 0 & E_y & 0 \\ 0 & 0 & H_z \end{vmatrix} = \vec{e}_x \cdot E_y \cdot H_z, \quad (5.12)$$

ou encore :

$$\vec{P}_z = \vec{E} \times \vec{H} = \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ 0 & E_y & 0 \\ H_x & 0 & 0 \end{vmatrix} = -\vec{e}_z \cdot E_y \cdot H_x. \quad (5.13)$$

Le vecteur P_{xz} représentant l'énergie qui traverse le plan $(xOy)_{z=z_0-1/2}$ est montré dans la Fig. 5.11. A l'endroit où la paroi métallique était placée, le vecteur de Poynting atteint ses valeurs minimales (Fig. 5.11a,b), car cette paroi a empêché le déplacement de l'énergie EM dans cette zone précise. En représentant uniquement ces valeurs minimales, nous retrouvons la distribution des sources induites le long du dipôle. La

distribution ainsi retrouvé mesure 0,05cm en largeur et 0,5cm en longueur, à mi-hauteur (Fig. 5.11c,d).

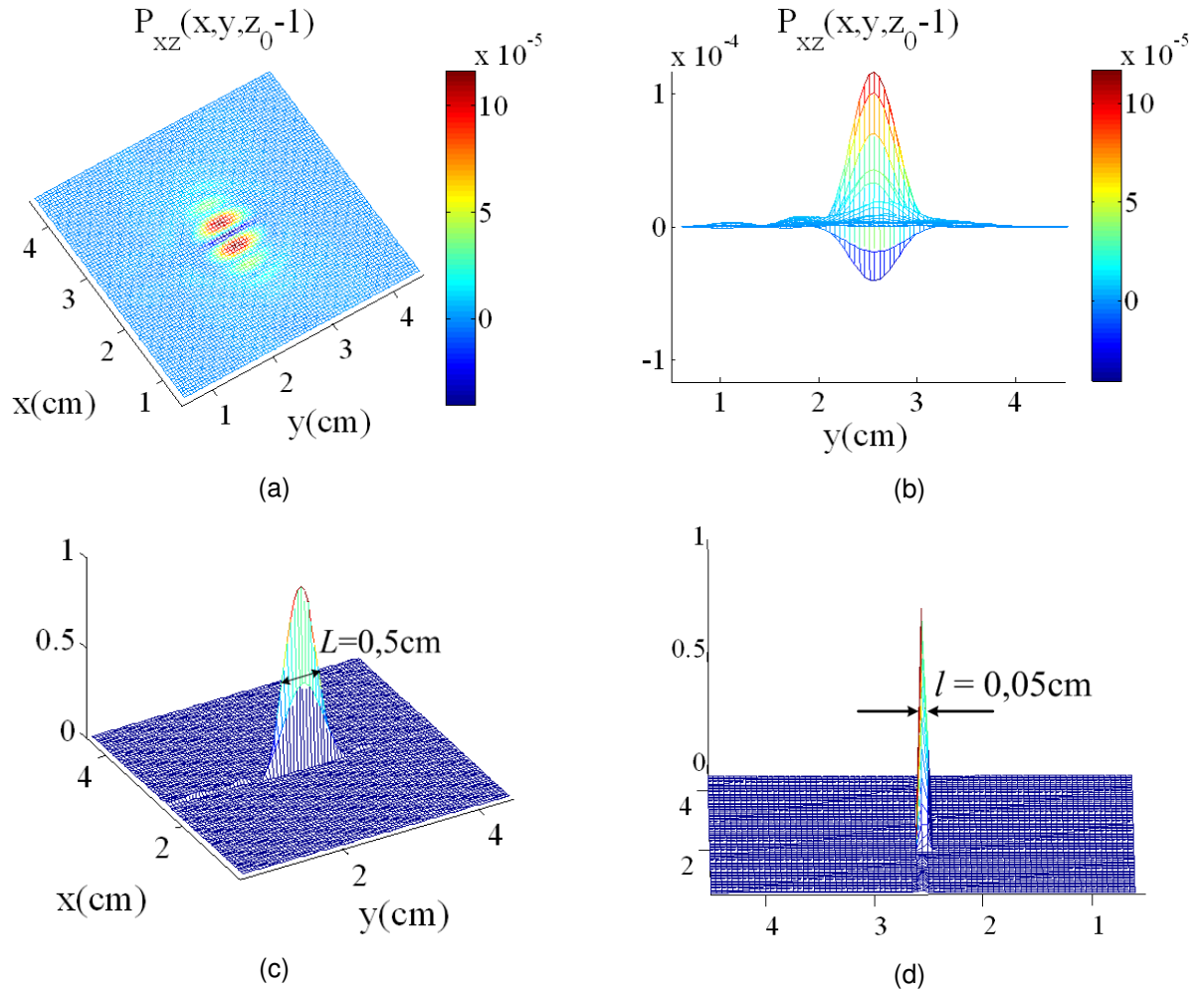


Fig. 5.11 Vecteur de Poynting (P_{xz}) dans le plan $(xOy)_{z=z_0-1}$ situé à une distance de $\Delta l / 2$ de la paroi verticale de l'antenne – (a) vue de haut ; (b) vue de face ; (c) sources reconstruites ; (d) sources reconstruites – vue latérale.

Dans la Fig. 5.12, nous représentons la valeur absolue du vecteur de Poynting total, calculé de la manière suivante :

$$|\vec{P}| = |\vec{E} \times \vec{H}| = \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ E_x & E_y & E_z \\ H_x & H_y & H_z \end{vmatrix} \rightarrow \quad (5.14)$$

$$\rightarrow |\vec{P}| = \left| \vec{e}_x (E_y \cdot H_z - E_z \cdot H_y) - \vec{e}_y (E_x \cdot H_z - E_z \cdot H_x) + \vec{e}_z (E_x \cdot H_y - E_y \cdot H_x) \right|.$$

Nous pouvons constater (Fig. 5.12a,b) que les amplitudes minimales se trouvent à l'endroit où le dipôle était placé.

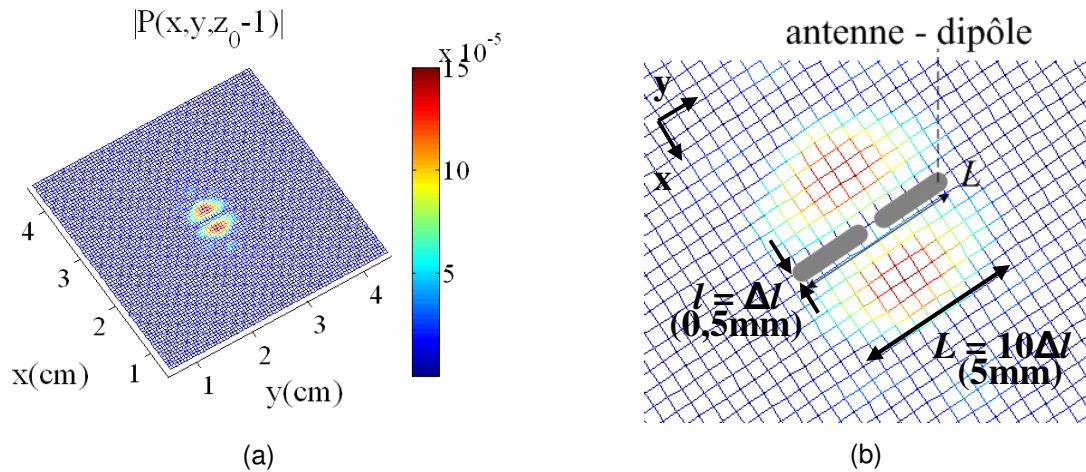


Fig. 5.12 Valeur absolue du vecteur de Poynting, $|P|$, dans le plan $(xOy)_{z=z_0-1}$ situé à une distance de $\Delta l / 2$ de la paroi verticale de l'antenne - (a) vue de haut ; (b) zoom de (a).

Nous avons constaté que la représentation du vecteur de Poynting nous aide à trouver l'emplacement de l'antenne. Cependant, cette représentation est basée sur un algorithme de seuil, son évaluation reste donc subjective.

Pour une synthèse plus précise de l'antenne, il est nécessaire de trouver d'autres solutions pour ajouter des informations sur les détails de la structure en cause. Une première solution serait de développer un algorithme itératif, d'optimisation de la géométrie de l'antenne, à partir de l'algorithme déjà développé. Cependant, un tel algorithme consomme beaucoup de ressources informatiques et n'est pas adapté à des problèmes complexes de synthèse. Une autre alternative serait de récupérer les champs évanescents, pendant l'approche directe, et de les ajouter pendant le RT. Cela pourrait être réalisé soit par des mesures pratiques, soit par des simulations en plaçant des MRT dans le CP réactif de l'antenne.

Par la suite, nous allons essayer de reconstruire le dipôle en plaçant les MRT dans le champ très proche de celui-ci.

5.2.1.5 Reconstruction à partir du champ proche réactif

Nous avons constaté que, à partir du CL connu sur les MRT, nous ne pouvons réaliser qu'une reconstruction grossière de la distribution initiale des sources rayonnantes. Cela est dû au fait que le CL manque d'ondes évanescentes. Le premier effet de ce manque est la réduction de la résolution spatiale de la reconstruction, qui conduit à une synthèse non-optimale. De plus, nous avons vu que cette résolution spatiale dépend de la longueur d'onde. De fait, c'est le déphasage minimal détectable qui fixe la limite de résolution. Plus l'élément de surface du MRT est loin et grand, plus les petits déphasages des ondes de fréquences spatiales élevées sont imperceptibles.

Afin d'assurer un enregistrement des ondes évanescentes, nous allons placer les MRT dans le CP réactif de l'antenne, à une distance de $\lambda/10$ de celle-ci. De cette manière, la majorité des ondes évanescentes est enregistrée. Nous pouvons noter, dans la Fig. 5.13, que la résolution de reconstruction est améliorée. On observe des effets de bord dans la représentation du champ $E_y(y)$ reconstruit.

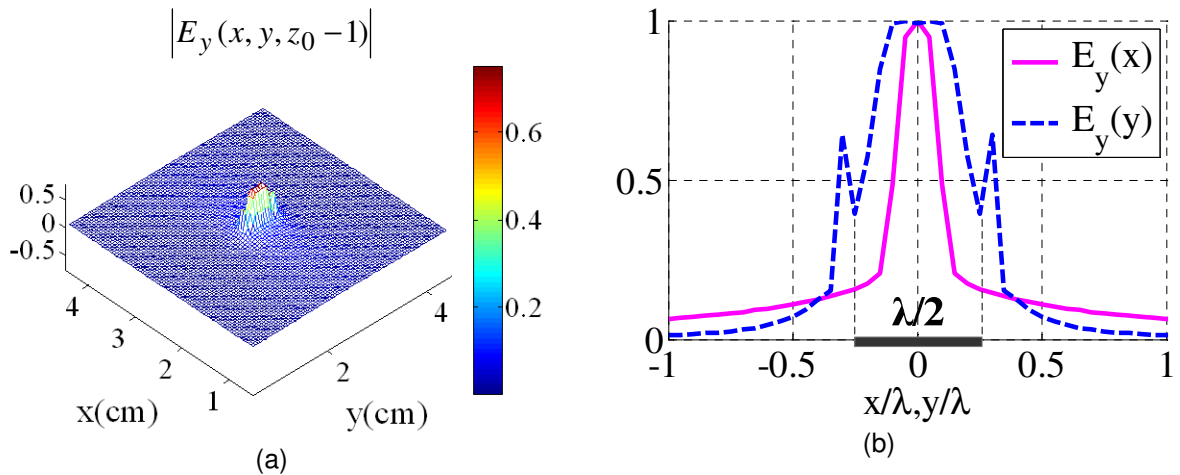


Fig. 5.13 Champ reconstruit en utilisant des MRT placés dans le CP réactif de l'antenne. (a)

$E_y(x, y, z_0 - 1)$; (b) coupes transversale : $E_y(x, y_0, z_0 - 1)$ et $E_y(x_0, y, z_0 - 1)$.

Le positionnement des MRT dans le CP réactif de l'antenne conduit donc à un meilleur résultat. Les questions que nous nous posons sont : pourrait-on récupérer ces champs évanescents en réalisant des mesures en CP et les ajouter après dans les simulations inverses ? Ou bien, serait-il possible d'enregistrer ces champs pendant les simulations TLM directes et les ajouter pendant les simulations inverses ? Il faut prendre en compte le fait que ce genre de simulations demande beaucoup de ressources informatiques.

5.2.2 Synthèse des sources secondaires 2D. Antenne patch

En théorie, les objets multidimensionnels, ne peuvent pas être déterminés d'une manière unique à partir du champ reconstruit par une méthode inverse [3]. Les sources non-rayonnantes produisant des champs évanescents posent un réel problème car elles ne peuvent être reconstruites par aucun procédé de reconstruction du champ. De plus, puisque le champ reconstruit après l'approche inverse se forme dans une région sans sources, il doit satisfaire l'équation homogène d'onde sur la surface respective (2D) :

$$\left(\nabla^2 + k^2\right) \cdot \psi(\vec{r}, \omega) = 0 \quad (5.15)$$

Le RT est considéré réussi lorsque cette équation est accomplie. Pour les objets 2D, le champ retourné temporellement est proportionnel à :

$$K(R, \omega) = -\frac{j}{2} \cdot J_0(k \cdot R) \quad (5.16)$$

où : $R = \|\vec{r} - \vec{r}_0\|$ et J_0 est la fonction de Bessel d'ordre zéro.

Le champ reconstruit après l'approche inverse est de la forme suivante :

$$\psi_{RT}(\vec{r}, \omega) = -\frac{j}{2} \int_S f'(t) \cdot J_0(k \cdot |\vec{r} - \vec{r}_0|) \cdot ds' \quad (5.17)$$

Nous nous intéressons par la suite à la reconstruction d'une antenne patch rectangulaire, en utilisant notre algorithme. Une telle antenne est composée d'un patch métallique placé au dessus d'un substrat diélectrique qui se trouve, à son tour, sur un plan de masse (Fig. 5.14). Pour simplifier le problème, nous considérons qu'il y a de l'air entre le patch et le plan de masse.

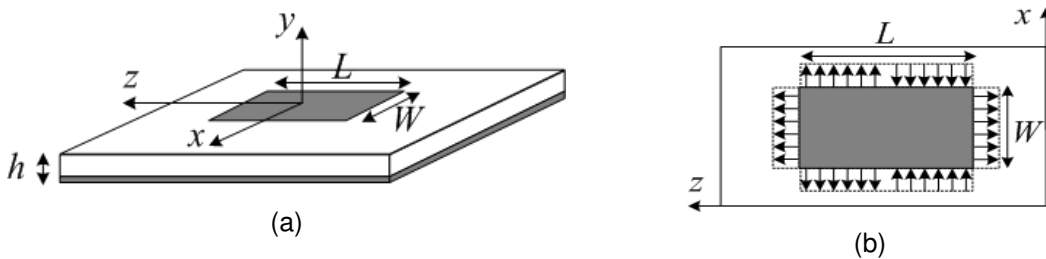


Fig. 5.14 Antenne patch rectangulaire.

Considérons une antenne patch qui travaille à une fréquence : $f = 30\text{GHz}$, la longueur d'onde correspondante étant : $\lambda = c/f = 1\text{cm}$. Les dimensions du patch sont : $L = \lambda/2 = 5\text{mm}$ et $W = 0,9L = 4,5\text{mm}$ et $h = 1\text{mm}$ (Fig. 5.15).

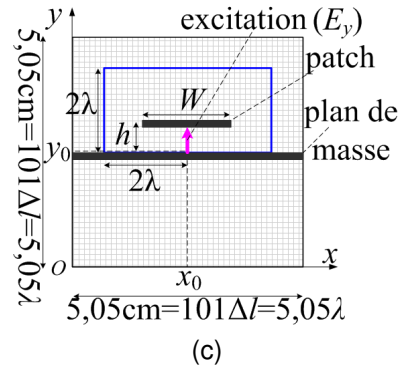
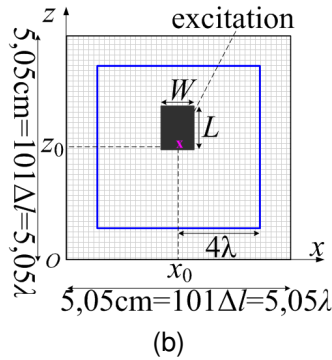
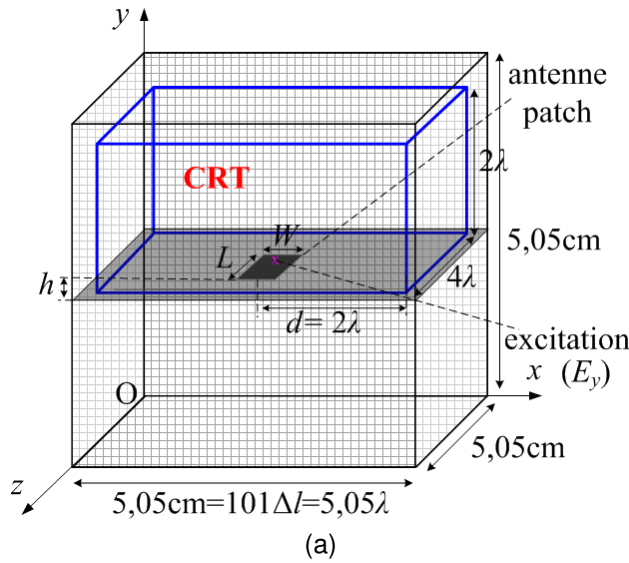


Fig. 5.15 (a) Antenne patch placée dans la CRT ; (b) vue de haut ; (c) vue latérale.
 $L = \lambda / 2 = 5\text{mm} = 10\Delta l$, $W = 0,9L = 4,5\text{mm} = 9\Delta l$, $\lambda = 1\text{cm}$, $h = 1\text{mm} = 2\Delta l$,
 (x_0, y_0, z_0) sont les coordonnées du centre de la CRT, avec : $x_0 = y_0 = z_0 = 51$.

Prenons un volume cubique de calcul de dimensions : $(D_x \times D_y \times D_z)$, avec :
 $D_x = D_y = D_z = 5,05\lambda = 5,05\text{cm}$. Ce domaine est échantillonné avec un pas spatial de : $\Delta l = 0,05 \cdot \lambda$. Le pas temporel est de : $\Delta t = \Delta l / 2c = 0,83\text{ps}$. En conséquence, le volume est maillé en utilisant un nombre de nœuds, selon chaque direction, égal à : $N_x = N_y = N_z = 101$. Notons par (x_0, y_0, z_0) les coordonnées du centre de la CRT, où $x_0 = y_0 = z_0 = 51$. Le patch est discrétisé de la manière suivante : $L = 10\Delta l$, $W = 9\Delta l$ et $h = 2\Delta l$. Les MRT sont situés à une distance de $d = 2\lambda = 40\Delta l = 20\text{mm}$ du centre de la CRT (Fig. 5.15). Le plan de masse est placé dans la cavité entre les coordonnées :

$(1:N_x, y_0 - 1/2, 1:N_z)\Delta l$ et le patch est placé entre les coordonnées : $(x_0 - W/2 : x_0 + W/2, y_0 + h, z_0 + L)\Delta l$.

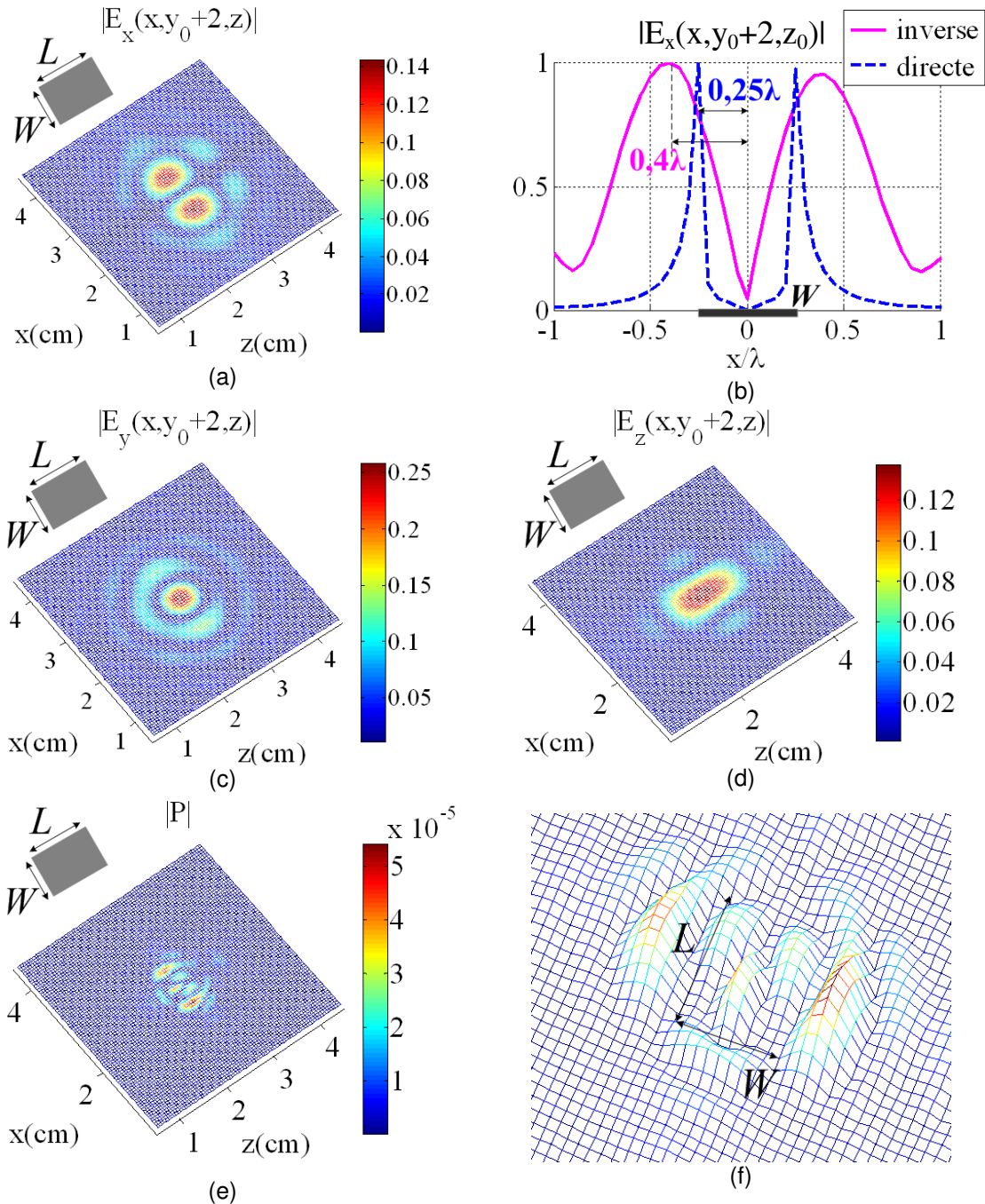


Fig. 5.16 Valeur absolue maximale du champ EM reconstruit, après l'approche inverse, dans le plan $(xOz)_{y=y_0+2}$, situé juste au-dessus du patch: (a) $|E_x(x, y_0 + 2, z)|$; (b) coupes transversales du champ : $|E_x(x, y_0 + 2, z)|$ - comparaison entre le champ rayonné pendant l'approche directe et le champ reconstruit après le RT ; (c) $|E_y(x, y_0 + 2, z)|$; (d) $|E_z(x, y_0 + 2, z)|$; (e) vecteur de Poynting : $|P(x, y_0 + 2, z)|$; (f) zoom de (e).

Le champ reconstruit, suite au RT, dans le plan situé juste au dessus du patch, $(xOz)_{y=y_0+2}$, est représenté dans la Fig. 5.16a-d. Nous pouvons noter que la reconstruction dépend de la longueur d'onde de l'excitation et il est difficile de tirer des conclusions sur la position et la forme des sources. Nous calculons la valeur absolue du vecteur de Poynting, dans le plan $(xOz)_{y=y_0+2}$, en utilisant la formule (5.14).

La représentation de la valeur absolue du vecteur de Poynting (Fig. 5.16e,f) montre la forme approximative et les dimensions du patch. L'énergie transmise à travers ce plan reste minimale sur les bords du patch. Cependant, des ondulations parasites apparaissent à l'intérieur du patch.

5.3 Reconstruction des sources à partir d'un diagramme de rayonnement souhaité

Dans cette deuxième partie du chapitre, nous étudions la synthèse d'une distribution de sources, a priori inconnue, à partir d'un diagramme de rayonnement souhaité.

Une méthode hybride TLM-analytique sera implémentée. Elle sera appliquée, dans un premier temps, pour synthétiser un élément de courant (\vec{J}_y) à partir d'un diagramme de rayonnement analytiquement connu. Par la suite, la synthèse des sources induites sur une antenne monopole sera réalisée à partir du CL mesuré.

5.3.1 Méthode hybride TLM - analytique de synthèse. Algorithme proposé

Pour synthétiser les sources EM à partir d'un diagramme de rayonnement connu en CL, nous appliquons l'algorithme décrit par la suite et illustré par l'organigramme dans la Fig. 5.17.

Les **fichiers d'entrée** contiennent des paramètres concernant le réseau TLM : les dimensions du domaine de calcul, la géométrie de la structure (parois métalliques, matériaux etc.), les conditions aux limites, les dimensions de la cellule élémentaire (pas

spatial) et du pas temporel, les nœuds où l'excitation est appliquée etc. De même, ces fichiers contiennent les valeurs du champ mesuré ou bien la forme analytique du champ rayonné. Les amplitudes et les phases du champ sont nécessaires en même temps. La forme de l'excitation fait partie aussi des données d'entrée.

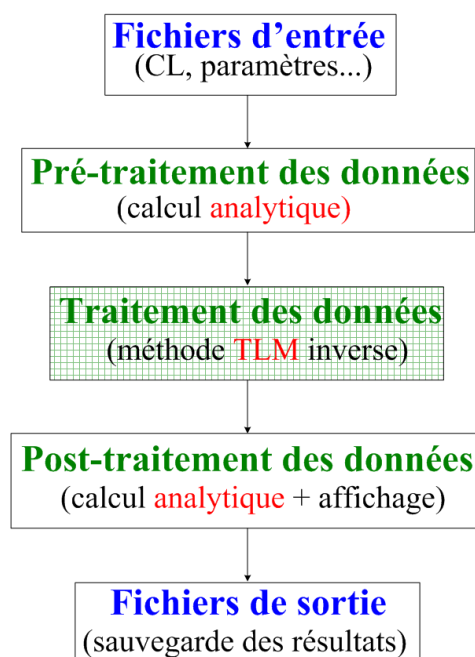


Fig. 5.17 Organigramme de l'algorithme (implémenté sous Matlab) de reconstruction des sources EM, à partir d'un diagramme de rayonnement donné (analytique / mesuré).

Le **pré-traitement des données** inclut, entre autres, des calculs analytiques pour déterminer le champ sur les MRT, à partir du diagramme de rayonnement en CL.

Si le point de départ est représenté par un champ mesuré, à partir de l'amplitude (le module) des paramètres S mesurés, nous appliquons la formule de Friis pour déterminer le gain normalisé de l'antenne:

$$S_{21} = \frac{P_r}{P_t} = \frac{G_r \cdot G_t \cdot \lambda^2}{(4\pi \cdot d)^2} \cdot (1 - |S_{11}|^2) \cdot (1 - |S_{22}|^2) \quad (5.18)$$

où : P_r est la puissance reçue, P_t est la puissance transmise, λ est la longueur d'onde du signal utilisé, G_r est le gain de l'antenne de réception, G_t est le gain de l'antenne d'émission et d est la distance entre les deux antennes.

Une opération de **lissage**, pour corriger les défauts de mesure, est nécessaire. A cause des contraintes pratiques (antenne-cornet de mesure qui ne peut pas descendre complètement à cause du plan de masse), il nous manque des valeurs du champ. Il est donc nécessaire d'effectuer une **interpolation** afin d'obtenir les valeurs du champ pour $-90^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$.

Les opérations ci-dessus peuvent être ignorées si le point de départ est représenté par un diagramme de rayonnement analytique. Le diagramme de rayonnement analytique est, en général, spécifié, dans des coordonnées sphériques, par l'intermédiaire des champs $E_{r,\theta,\varphi}(\theta,\varphi)$ (Fig. 5.18).

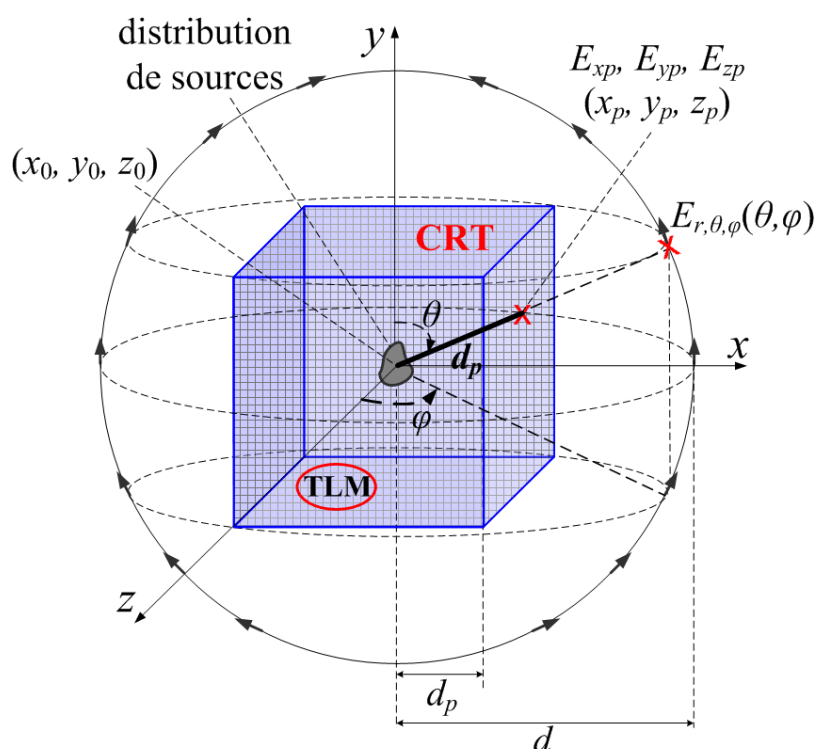


Fig. 5.18 Système de coordonnées. CRT supposée contenir les sources rayonnantes.

A partir des valeurs discrètes de ce diagramme, nous déterminons le champ, dans des coordonnées cartésiennes, sur chaque face de la CRT. Des transformations simplifiées point à point seront appliquées. Il est nécessaire de prendre en compte l'information d'amplitude et celle de phase. Nous nous servons de la forme connue de l'excitation pour calculer le champ à exciter, dans le réseau TLM, au niveau de chaque point sur les MRT. Ce champ est ensuite injecté dans le réseau TLM (pendant l'étape de traitement

de données) et forcé à se propager vers l'intérieur de la CRT, afin de reconstruire le champ dans la cavité et donc les sources initiales.

- **Information d'amplitude**

Après avoir discrétisé le champ $(E_r, E_\theta, E_\varphi)$, une transformation de système de coordonnées sphériques-cartésiennes est effectuée, afin de déterminer les composantes E_x, E_y, E_z du champ sur chacun des 6 MRT. La relation matricielle qui fait la liaison entre les deux systèmes de coordonnées est la suivante:

$$\begin{bmatrix} E_z \\ E_x \\ E_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \theta \cos \varphi & \cos \theta \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \theta \sin \varphi & \cos \theta \sin \varphi & \cos \varphi \\ \cos \theta & -\sin \theta & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_r \\ E_\theta \\ E_\varphi \end{bmatrix}, \quad (5.19)$$

les angles θ, φ étant définis comme dans la Fig. 5.18. La même transformation s'écrit pour le champ magnétique.

Considérons : $E_r = E_\varphi = 0$ et $H_r = H_\theta = 0$. Il résulte :

$$\begin{cases} E_z = E_\theta \cos \theta \cos \varphi \\ E_x = E_\theta \cos \theta \sin \varphi \\ E_y = -E_\theta \sin \theta \end{cases} \quad \begin{cases} H_x = H_\varphi \cos \varphi \\ H_y = 0 \\ H_z = -H_\varphi \sin \varphi \end{cases} \quad (5.20)$$

où : $H_\varphi = E_\theta / Z_0$.

Les composantes du champ, au niveau d'un point p , de coordonnées (x_p, y_p, z_p) , sur un MRT, s'écrivent :

$$\psi_{jp} = \psi_p \cdot d / d_p, \quad (5.21)$$

où : $\psi = E, H$, $j = x, y, z$, d est le rayon de la sphère et d_p est la distance entre le centre de la CRT, (x_0, y_0, z_0) , et le point p :

$$d_p = \sqrt{(x_p - x_0)^2 + (y_p - y_0)^2 + (z_p - z_0)^2}.$$

Les angles θ, φ sont calculés pour chaque point p , de coordonnées (x_p, y_p, z_p) , en utilisant les formules suivantes:

$$\theta = \arccos\left(\frac{y_p - y_0}{d_p}\right) = \arccos\left(\frac{y_p - y_0}{\sqrt{(x_p - x_0)^2 + (y_p - y_0)^2 + (z_p - z_0)^2}}\right) \quad (5.22)$$

$$\varphi = \arccos\left(\frac{z_p - z_0}{d_p \sin \theta}\right) = \arccos\left(\frac{z_p - z_0}{\sqrt{(x_p - x_0)^2 + (z_p - z_0)^2}}\right)$$

où $0 \leq \theta \leq \pi$ et $0 \leq \varphi \leq 2\pi$.

- **Information de phase :**

Notons par d_p la distance entre le centre de la CRT et n'importe quel point sur les MRT. Au niveau de chaque point p sur la surface cubique, il est possible de calculer la phase $\varphi_p[^\circ]$, à partir de la phase connue en CL, $\varphi[^\circ]$:

$$\varphi_p[^\circ] = \varphi[^\circ] - \frac{2\pi}{\lambda} \cdot (d - d_p) \quad (5.23)$$

En conséquence, il résulte que le délai Δt_p , à introduire au niveau du point p , est :

$$\Delta t_p[s] = T_f - \Delta t + \frac{d - d_p}{c} \quad (5.24)$$

Une fois les amplitudes et délais connus, nous déterminons l'excitation temporelle à appliquer au niveau de chaque point sur les MRT. Pour cela, nous nous servons de la forme du signal d'excitation que nous considérons préalablement connu. Nous effectuons ensuite le **traitement des données**, par la méthode TLM inverse. A partir des composantes du champ EM, nous calculons les impulsions de tension incidentes au niveau des nœuds sur les MRT. Suite à la simulation TLM inverse, nous obtenons toutes les composantes du champ, dans tout le volume de la CRT, et à chaque instant. Pendant l'étape de **post-traitement de données**, premièrement nous **explorons** l'espace, c'est-à-dire nous représentons les différentes composantes du champ EM dans les différents plans. Deuxièmement, nous **exploitons** l'information (nous calculons, par exemple, le vecteur de Poynting), afin d'identifier la position et la taille de la distribution initiale des sources. Une étape de validation est effectuée également.

Les **fichiers de sortie** contiennent les résultats des simulations, qui sont sauvegardés dans la mémoire.

5.3.2 Synthèse d'un élément de courant, à partir d'un diagramme de rayonnement analytiquement connu

Cette étude de cas a comme objectif de synthétiser un élément de courant, \vec{J}_y , placé au milieu de la CRT et orienté le long de l'axe Oy (comme dans la Fig. 5.19), à partir d'un diagramme de rayonnement analytiquement connu. Afin de simplifier le problème, nous allons considérer le diagramme de rayonnement autour de la CRT. Cela n'affecte pas notre problème de synthèse, car nous nous intéressons à la forme du diagramme de rayonnement et non pas aux amplitudes absolues du champ.

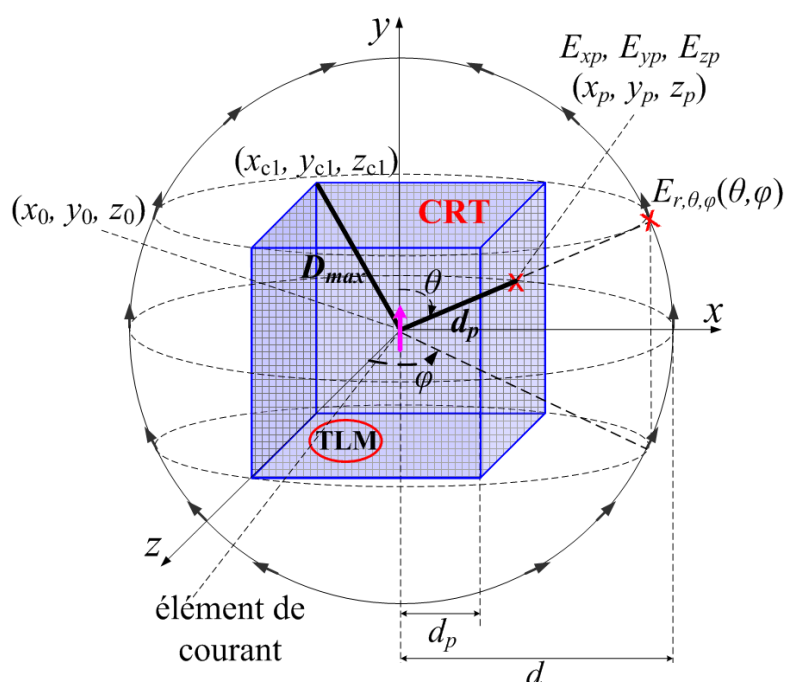


Fig. 5.19 Élément de courant placé au milieu de la CRT.

La reconstruction de l'élément de courant sera un processus uni-étape, sans analyse préalable. Une seule simulation TLM inverse sera effectuée à partir des données d'entrée calculées analytiquement, en utilisant la procédure décrite ci-dessus. Les phases des ondes au niveau des points sur les six MRT sont calculées théoriquement, par rapport au centre de la CRT.

Considérons que la surface cubique de la CRT est inscrite dans une sphère. Les points sur les MRT, les plus éloignés du centre de la cavité, sont les points situés au niveau des coins de la CRT. Cette distance maximale, qui est égale aussi au rayon de la sphère, vaut :

$$D_{\max} = \sqrt{(x_{c1} - x_0)^2 + (y_{c1} - y_0)^2 + (z_{c1} - z_0)^2} \quad (5.25)$$

où (x_{c1}, y_{c1}, z_{c1}) sont les coordonnées d'un coin de la CRT (Fig. 5.19).

Notons par d_p la distance entre le centre de la CRT et n'importe quel point sur les MRT. Une onde sphérique qui se propage vers le centre du cube va rencontrer les points situés au niveau des coins en premier. En conséquence, afin de fabriquer cette onde sphérique, au niveau de chaque point p sur la surface cubique, il est nécessaire d'introduire un délai de propagation proportionnel à la différence entre d_p et D_{\max} . Plus précisément, sachant que dans le réseau TLM on a besoin de deux itérations pour traverser un nœud de dimension Δl , il résulte un délai Δt_p , à introduire au niveau du point p , égal à :

$$\Delta t_p = 2 \cdot (D_{\max} - d_p) \quad (5.26)$$

Considérons une CRT cubique de dimensions : $D_x \times D_y \times D_z$, où $D_x = D_y = D_z = 10,1\text{cm}$. La fréquence maximale pour laquelle le réseau TLM est conçu est : $f = 30\text{GHz}$. Nous choisissons un pas spatial du réseau : $\Delta l = \lambda / 10 = 0.1\text{mm}$, Le pas temporel vaut : $\Delta t = \Delta l / (2c) = 1.6667\text{ps}$. Le nombre de points du maillage selon les trois axes de coordonnées est : $N_x = N_y = N_z = 101$ et la fréquence d'échantillonnage : $f_s = 20f$. Nous discrétisons chaque MRT en considérant $79 \times 79 = 6241$ points (37 446 points en total).

En l'occurrence, supposons que nous connaissions les composantes du CL rayonné par un élément de courant, \vec{J}_y , dans des coordonnées sphériques:

$$\begin{aligned} E_\theta &= -E_0 \sin \theta & H_\varphi &= E_\theta / Z_0 \\ E_r &= E_\varphi = 0 & H_r &= H_\theta = 0 \end{aligned} \quad (5.27)$$

Le champ $E_\theta(\theta)$, dans le plan E ($\varphi = \pm\pi/2$), est représenté dans la Fig. 5.20a. Le champ $E_{p\theta} = E_\theta / d_p$, sur un contour de points sur la surface de la CRT, est montré dans la Fig. 5.20b.

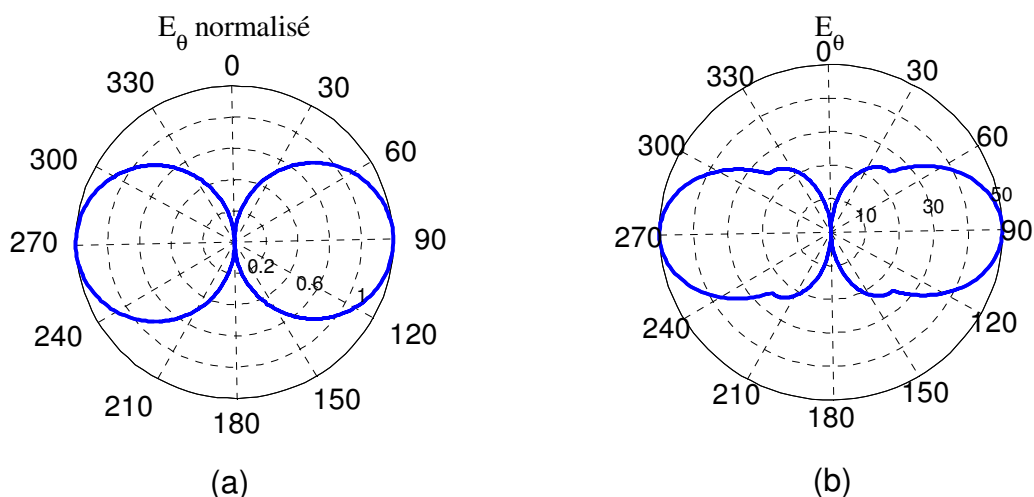


Fig. 5.20 (a) Diagramme de rayonnement (E_θ) théorique d'un élément de courant \vec{J}_y ; (b) Diagramme de rayonnement dé-normalisé, sur un contour de points sur la surface de la CRT.

La transformation du système de coordonnées sphériques-cartésiennes (5.20) est effectuée et les composantes ψ_j ($\psi = E, H ; j = x, y, z$) du champ sont déterminées sur chacun des 6 MRT. La distribution 2D des champs E_j , au niveau des six MRT, est représentée dans les Fig. 5.21, Fig. 5.22 et Fig. 5.23.

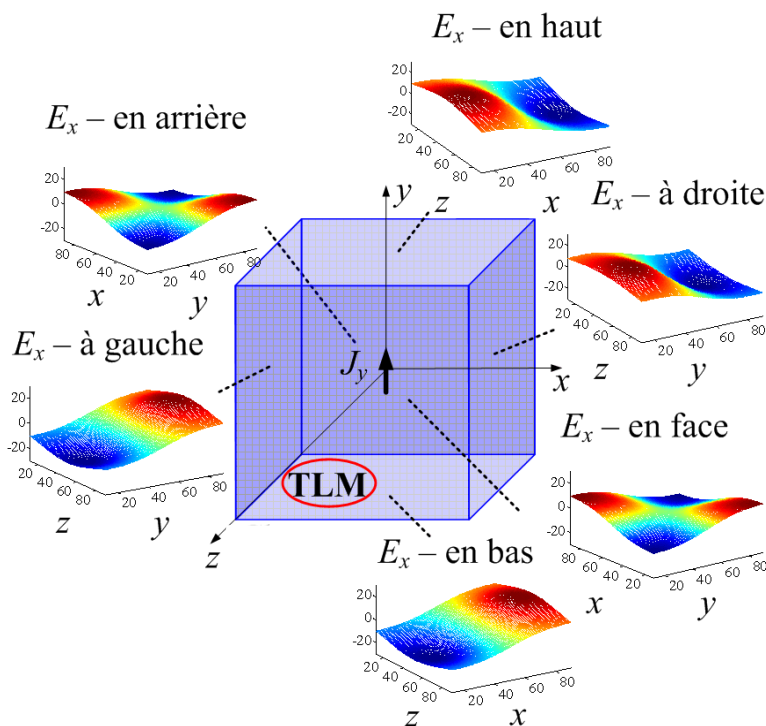


Fig. 5.21 Champ E_x recalculé analytiquement, sur chacun des six MRT, à partir du CL.

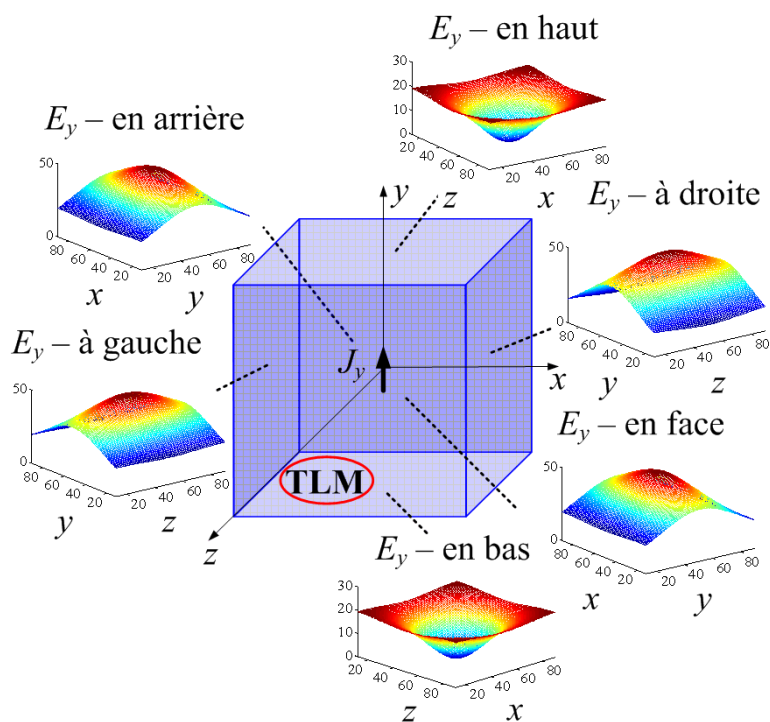


Fig. 5.22 Champ E_y recalculé analytiquement, sur chacun des six MRT, à partir du CL.

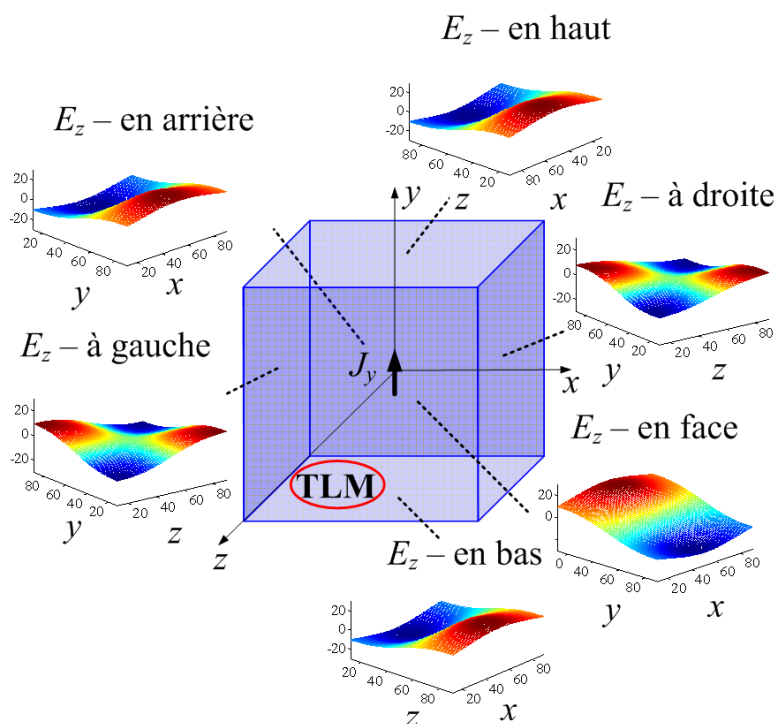


Fig. 5.23 Champ E_z recalculé analytiquement, sur chacun des six MRT, à partir du CL.

A partir des amplitudes ainsi recalculées et des délais correspondants déterminés théoriquement, (5.26), nous déterminons l'excitation à appliquer, au niveau de chaque

point p , sur les MRT, pendant l'approche inverse. Pour cela, nous utilisons le signal large-bande illustré dans la Fig. 5.24.

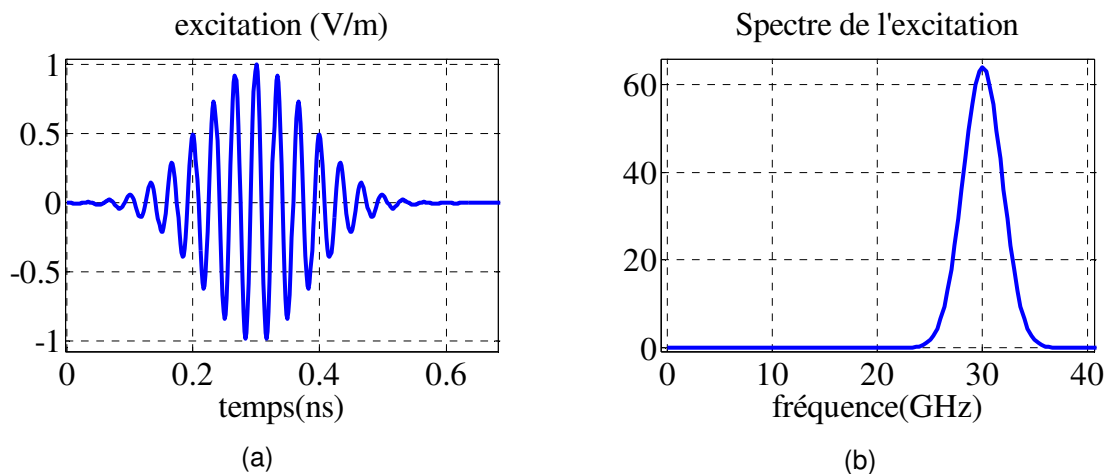


Fig. 5.24 Excitation large-bande : sinusoïde modulée par une gaussienne. (a) variation temporelle ; (b) spectre de l'excitation.

Le champ $E_y(x, y_0, z)$ dans le plan $(xOz)_{y=y_0}$ qui passe par le centre de la structure est représenté pendant le RT et à la fin du processus inverse (Fig. 5.25a,b) :

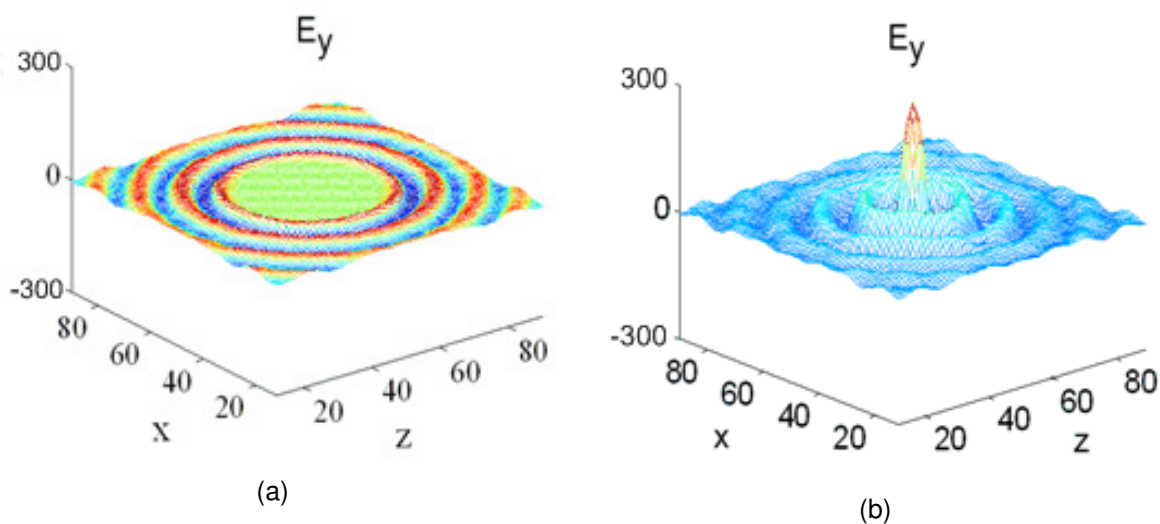


Fig. 5.25 Champ $E_y(x, y_0, z)$ reconstruit pendant l'approche inverse, dans le plan $(xOz)_{y=y_0}$; (a) après 1000 itérations ; (b) après 1500 itérations.

Le champ reconstruit, suite à la simulation TLM inverse, dans le plan $(xOy)_{z=z_0}$, qui passe par le centre de la CRT, est représenté dans la Fig. 5.26.

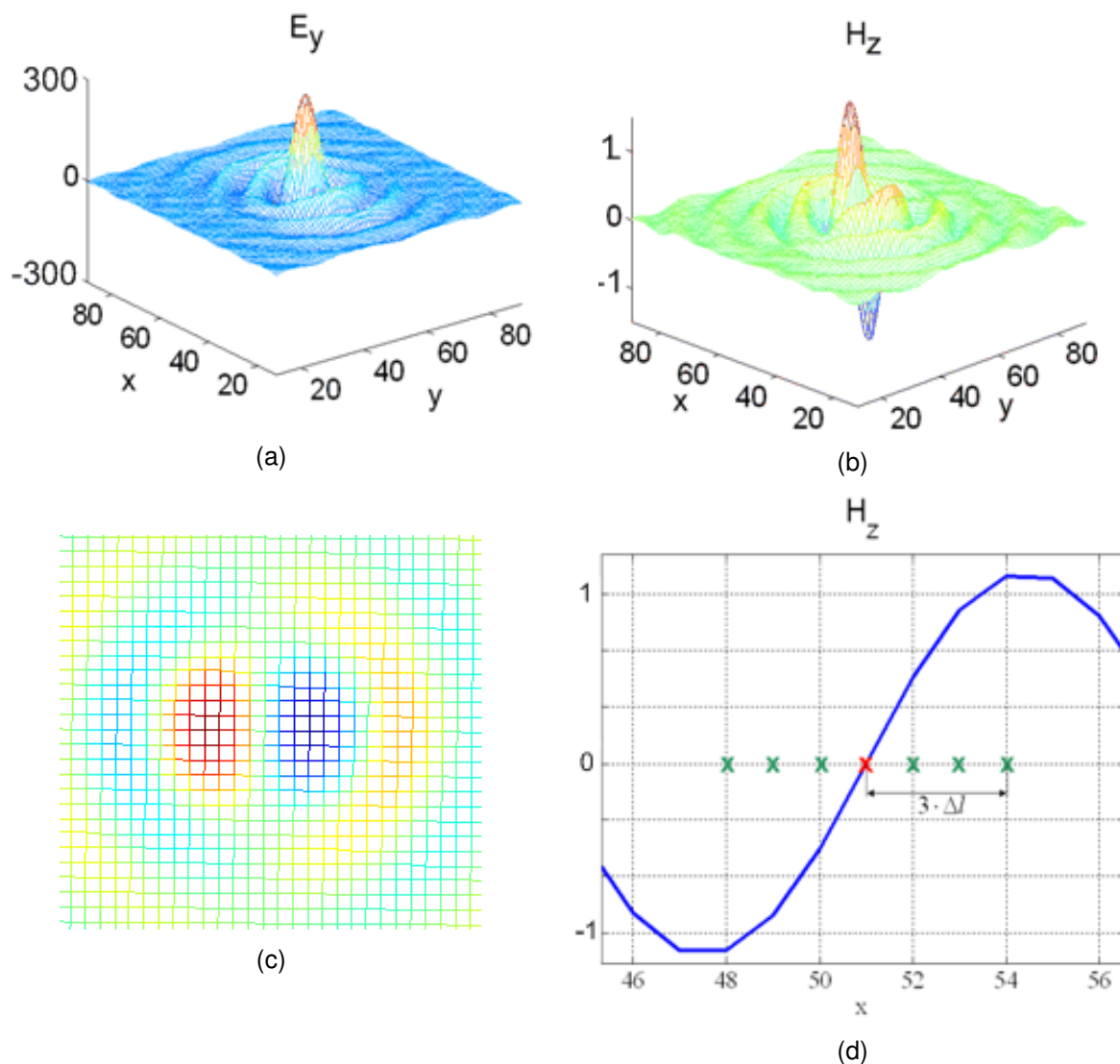


Fig. 5.26 Champ reconstruit après l'approche inverse, dans le plan $(xOy)_{z=z_0}$; (a) Champ $E_y(x, y, z_0)$; (b) Champ $H_z(x, y, z_0)$; (c) Champ $H_z(x, y, z_0)$ - vue d'en haut ; (d) Coupe transversale : champ $H_z(x, y_0, z_0)$.

Nous remarquons que la bonne orientation de l'élément de courant est retrouvée sans analyse TLM directe au préalable. Bien que les conditions initiales de l'approche inverse aient été déterminées analytiquement, nous avons obtenu une bonne distribution du champ reconstruit dans la cavité. Et cela sans entraîner aucune perte supplémentaire de

résolution, par rapport au cas où les conditions initiales de l'approche inverse étaient calculées à partir du résultat de la simulation directe (montrés dans le Chapitre 4).

5.3.2.1 Réduction du nombre de MRT

Comme en pratique, on réalise les mesures du champ rayonné en un ou quelques plans de mesure seulement, nous allons par la suite étudier l'influence du nombre de MRT sur la reconstruction de l'élément de courant. Pour cela, nous réduisons progressivement le nombre de MRT (Fig. 5.27).

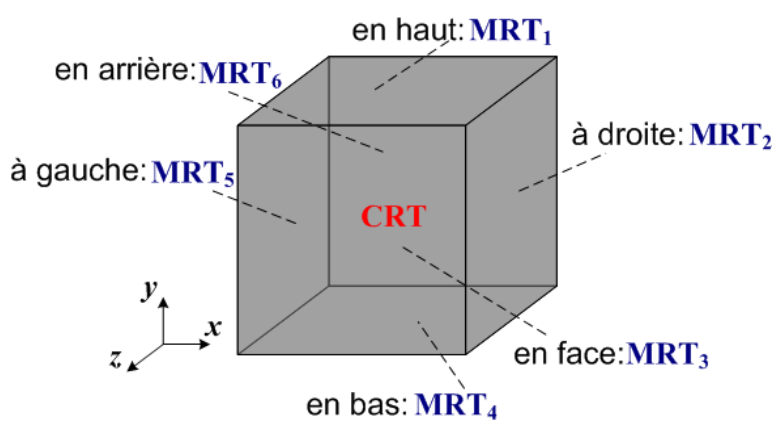


Fig. 5.27 Réduction du nombre de MRT.

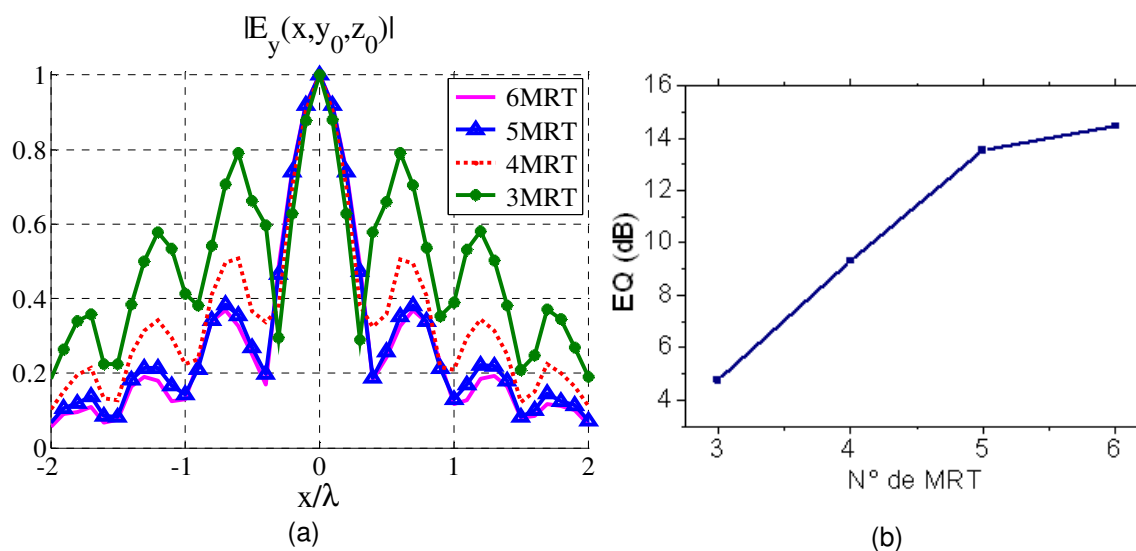


Fig. 5.28 (a) Coupe transversale $|E_y(x, y_0, z_0)|$ du champ reconstruits après l'approche inverse, dans le plan $(xOy)_{z=z_0}$, en utilisant en utilisant de 3 à 6 MRT («5MRT» : MRT₄ est enlevé ; «4MRT» : MRT₄ et MRT₆ sont enlevés ; «3MRT» : MRT₃, MRT₄ et MRT₆ sont enlevés) ; (b) EQ calculé à partir du champ E_y en fonction du nombre de MRT.

Dans la Fig. 5.28, nous représentons le champ reconstruit, suite au RT, dans le plan $(xOy)_{z=z_0}$. Nous pouvons noter que les ondes focalisent au même endroit et la résolution reste identique (Fig. 5.28a). En revanche, lorsque nous diminuons le nombre de MRT, l'amplitude des lobes secondaires augmente, jusqu'à ce qu'on ait du mal à identifier avec précision l'emplacement de l'élément de courant.

5.3.3 Synthèse des sources secondaires, à partir d'un diagramme de rayonnement mesuré

Nous allons étudier par la suite un cas pratique de reconstruction des sources secondaires, à partir du CL mesuré. Nous considérons un montage contenant une antenne monopôle placée au dessus d'un plan de masse. Le montage est mesuré en utilisant un banc de mesure qui est décrit par la suite. L'algorithme de synthèse sera aussi présenté.

5.3.3.1 Banc de mesure d'antennes

Le rayonnement de l'antenne monopôle est mesuré en utilisant un banc de mesure, conçu pour mesurer des antennes miniatures (Fig. 5.29). La mesure du CL rayonné se fait par le balayage (sur un demi-cercle), d'un bras rotatif commandé, équipé d'une antenne-cornet de mesure.

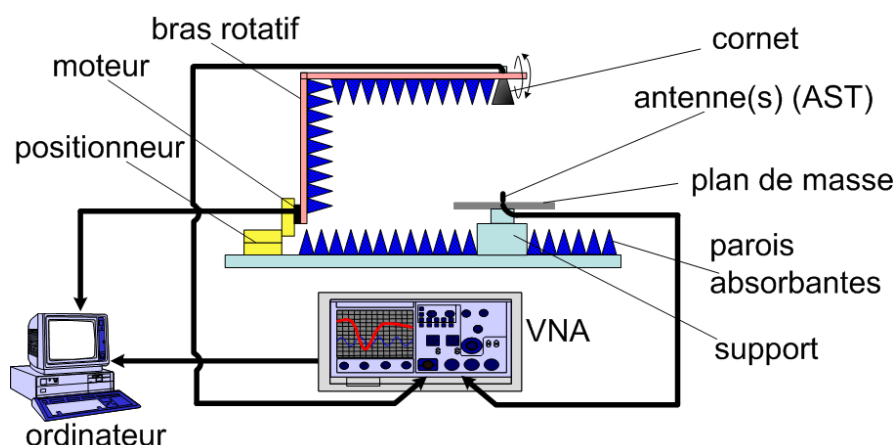


Fig. 5.29 Banc de mesure d'antennes utilisé.

L'antenne de mesure est une antenne-cornet pyramidale : Model 22240 – Flann (Fig. 5.30) avec les spécifications suivantes :

Model	Gamme de fréquence (GHz)	Gain (dB)	Dimensions (mm)		
			A	B	C
22240	26.4 - 40.1	20	85	35	25

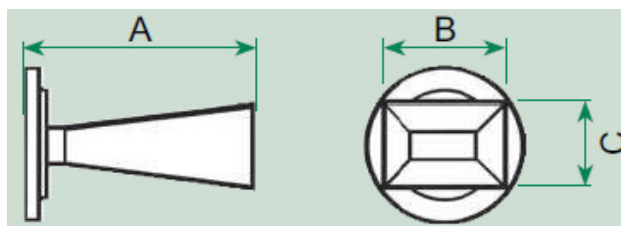


Fig. 5.30 Antenne-cornet de mesure (Model 22240 – Flann).

5.3.3.2 Synthèse des sources induites sur la surface d'une antenne monopôle à partir du champ lointain mesuré

Le montage est composé d'une antenne monopôle, placée au dessus d'un plan de masse, comme dans la Fig. 5.31a. En supposant le plan de masse infini et parfaitement conducteur, l'antenne monopôle est équivalente à un dipôle dont la moitié inférieure est l'image de la moitié supérieure (la Fig. 5.31b). Par conséquent, le diagramme de rayonnement dans l'hémisphère supérieure est identique avec celui d'un dipôle.

Le monopôle réalisé expérimentalement travaille à la fréquence de $f = 30\text{GHz}$. Il a une longueur $L = \lambda/4 = 2,5\text{mm}$ et une largeur $l = 0,65\text{mm}$ (Fig. 5.31). Les dimensions du plan de masse sont : $(2d_1 \times 2d_1)\text{cm}^2$, où : $d_1 = 25\text{cm}$. L'épaisseur du plan de masse : $e = 8\text{mm}$ et le diamètre du trou : $t = 1,5\text{mm}$. Le pas du réseau TLM est $\Delta l = 0,5\text{mm}$.

Nous souhaitons synthétiser les sources induites sur sa surface métallique, à partir du CL mesuré. Le champ est mesuré à une distance de $d_2 = 24\text{cm}$ du monopôle, en utilisant le banc de mesure d'antennes présenté dans la Fig. 5.29. Pour réaliser expérimentalement l'antenne monopole, nous choisissons des connecteurs adaptés pour des fréquences qui montent jusqu'à 40GHz, de 2.92mm, 1012-23SF (Série « JK »,

de Southwest Microwave) (Fig. 5.32). Une photographie du montage pratique réalisé est représentée (Fig. 5.33).

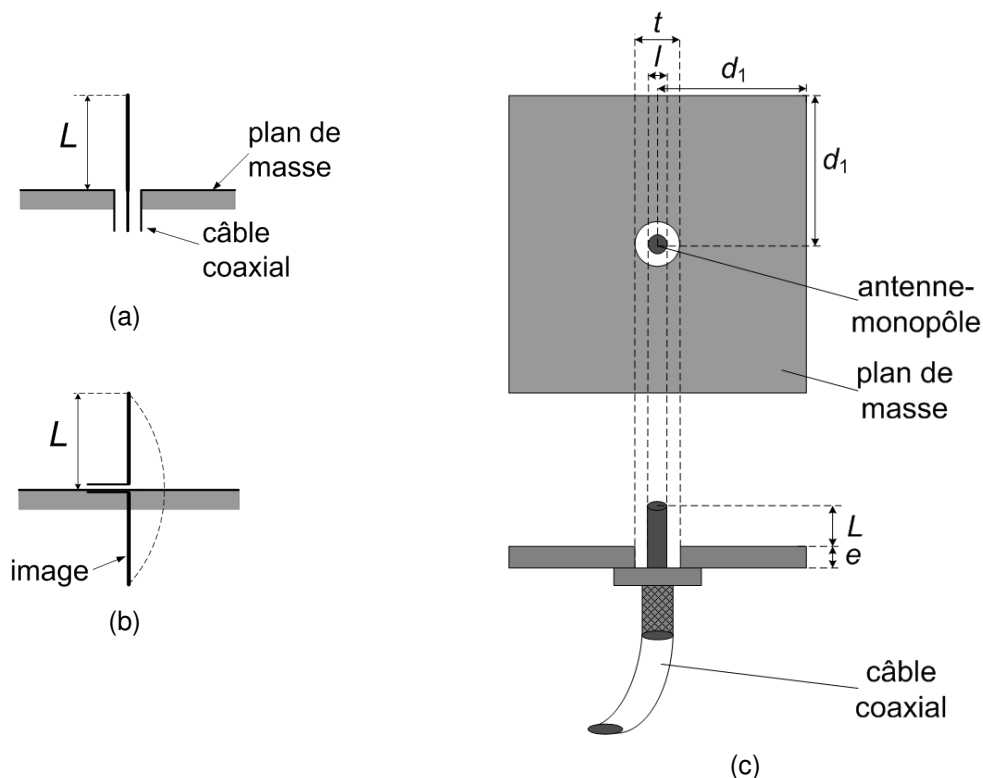


Fig. 5.31 (a) Antenne monopôle au dessus d'un plan de masse ; (b) équivalence avec une antenne-dipôle ; (c) configuration du montage pratique : vue de haut et vue latérale ($L = \lambda/4 = 2,5\text{mm} = 5\Delta l$, $l = 0,65\text{mm} = \Delta l$, $d_1 = 25\text{cm}$, $e = 8\text{mm} = 16\Delta l$ et $t = 1,5\text{mm} = 3\Delta l$, $\Delta l = 0,5\text{mm}$).

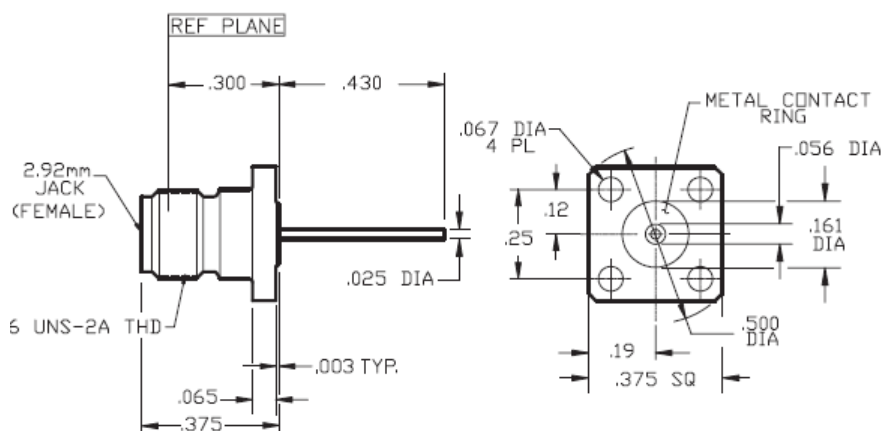


Fig. 5.32 Connecteur utilisé pour simuler le monopôle (Série « JK », de Southwest Microwave, $f < 40\text{GHz}$, Model 1012-23SF).

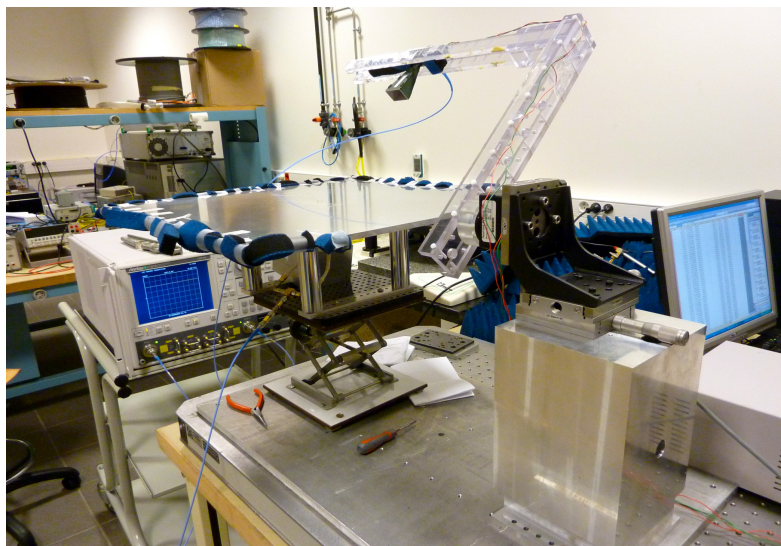


Fig. 5.33 Montage expérimental réalisé.

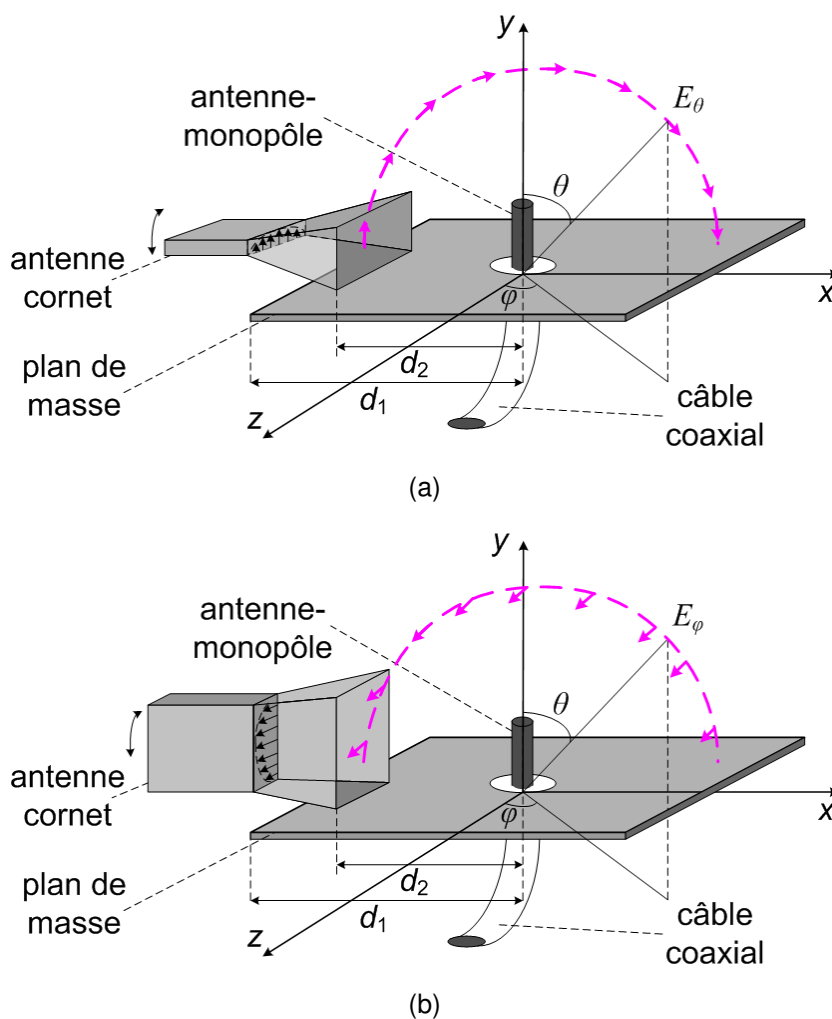


Fig. 5.34 (a) Mesure de la polarisation verticale du champ rayonné ; (b) mesure de la polarisation horizontale du champ rayonné.

Le champ autour de l'antenne est mesuré en balayant l'antenne-cornet de mesure sur un demi-cercle autour du monopole ($\theta = -80^\circ : 1^\circ : 80^\circ$). Comme l'antenne est parfaitement symétrique, un seul balayage suffit. Les deux polarisations, verticale (E_θ) et horizontale (E_φ), sont mesurées (Fig. 5.34).

Pour appliquer la méthode TLM inverse, on a besoin des informations d'amplitude et de phase sur la surface de la CRT. Comme, en l'occurrence, il y a des problèmes de stabilité de la phase mesurée, à cause du mouvement des câbles d'alimentation, nous utilisons les amplitudes récupérées à partir des mesures et les phases (délais) à partir des simulations, afin de réaliser la synthèse. Nous allons donc effectuer une simulation TLM directe uniquement pour déterminer les phases des champs sur les MRT. Normalement, avec un banc de mesure d'antennes sensible aux mesures de phases, nous n'avons pas besoin d'une simulation TLM directe. L'algorithme est décrit dans la Fig. 5.35.

Une CRT complètement fermée reste quand même un concept idéal, difficile à implémenter en pratique. La plus importante limitation est celle liée à la difficulté d'entourer l'antenne par des sondes ou par des antennes de test. En général, les bancs de mesure d'antennes possèdent une antenne cornet réceptrice qui balaye un demi-plan de l'espace, comme le banc que nous avons employé. Nous allons donc utiliser, lors de nos simulations, les MRT en haut et la moitié supérieure des MRT à droite, à gauche, en face et en arrière. Nous choisissons une CRT de 4cm de côté et nous plaçons le monopole au milieu de la CRT (Fig. 5.36).

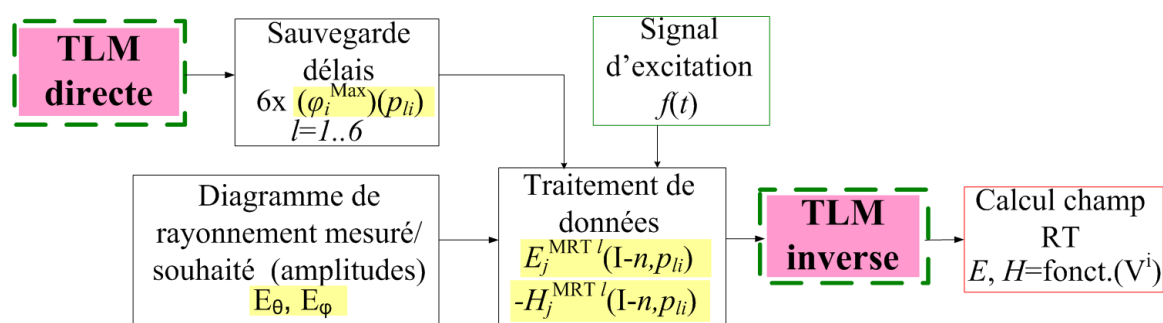


Fig. 5.35 Organigramme de l'algorithme.

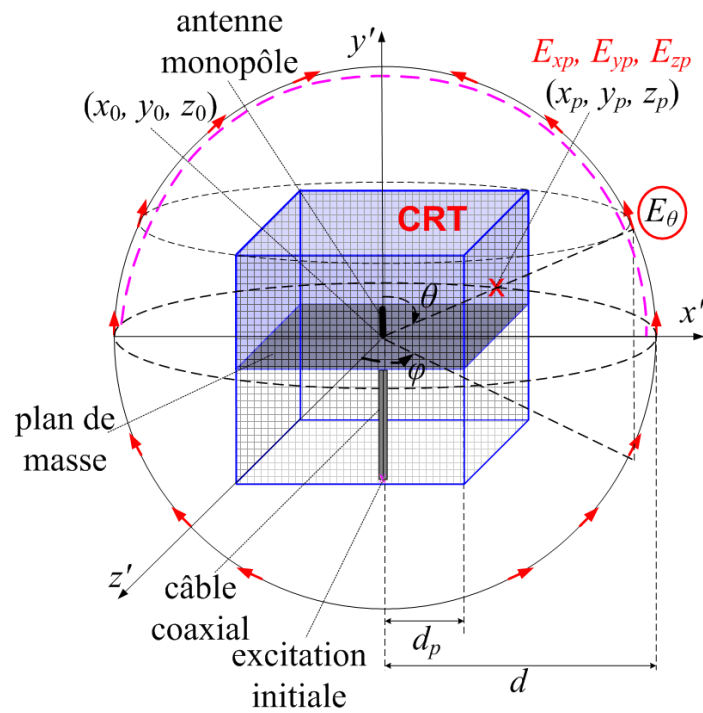


Fig. 5.36 Antenne monopôle placée au dessus d'un plan de masse. Le monopole est placé le long de l'axe Oy. Les champs sont injectés sur la moitié supérieure de la surface de la CRT.

La comparaison entre le rayonnement théorique (d'un monopôle filaire, infiniment mince) et le champ résulté suite à la simulation TLM directe est représentée dans la Fig. 5.37.

Le champ est calculé sur un contour rectangulaire de points sur la surface de la CRT (dans le plan E, pour $\varphi = \pm\pi/2$) et il est normalisé par la distance par rapport au centre du cube :

$$A_{CP} = A_p \cdot \frac{d_p}{d_{CP}} \qquad \varphi_{CP} [^\circ] = \varphi_p [^\circ] + \frac{2\pi}{\lambda} \cdot (d_{CP} - d_p) \quad (5.28)$$

où : $d_{CP} = 2\sqrt{2}cm \cong 2,83cm$.

Pour déterminer le CL rayonné, à partir du champ simulé, nous appliquons la méthode de l'équation intégrale (Annexe 5).

Le CL théorique d'un monopôle filaire, infiniment mince, est donné par les formules suivantes [1] :

$$E_\theta = \frac{j \cdot Z_0 \cdot k \cdot I_m \cdot h}{4\pi \cdot r} \cdot \sin \theta \cdot e^{-jkr} \qquad H_\varphi = \frac{E_\theta}{Z_0} = \frac{j \cdot k \cdot I_m \cdot h}{4\pi \cdot r} \cdot \sin \theta \cdot e^{-jkr} \quad (5.29)$$

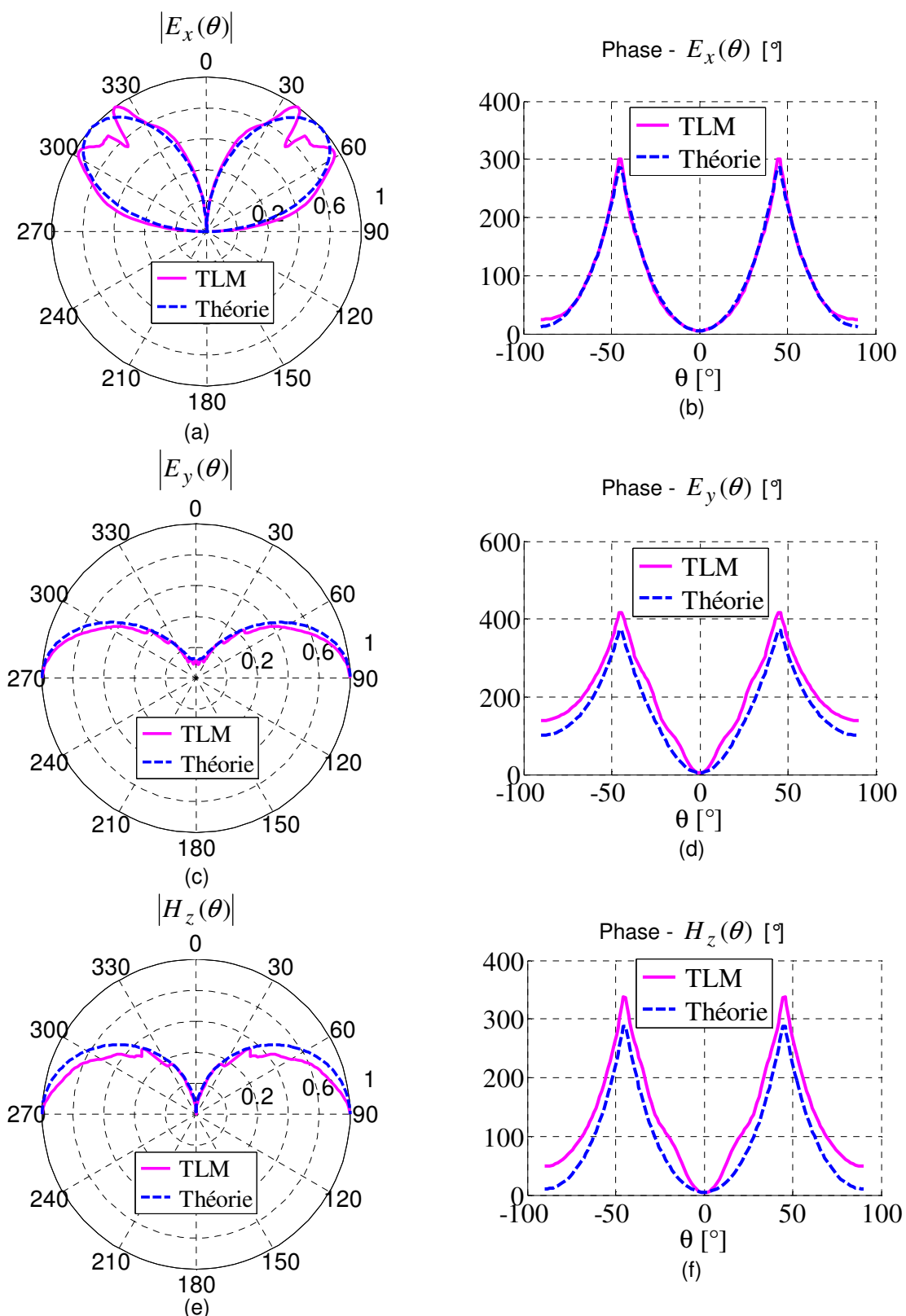


Fig. 5.37 Champ rayonné par le monopôle (plan E, $\varphi = \pm\pi/2$), suite à une simulation TLM directe (trait plein) ; champ théorique d'un monopôle filaire, mince (pointillé) (a) $|E_x|$; (b) phase de E_x ; (c) $|E_y|$; (d) phase de E_y ; (e) $|H_z|$; (f) phase de H_z .

Le diagramme de rayonnement mesuré en CL est comparé avec le diagramme théorique du monopôle filaire, mince et avec le diagramme obtenu par simulation TLM directe suivi de calcul analytique (Fig. 5.38). Nous observons qu'il y a un bon accord entre ces 3 diagrammes de rayonnement.

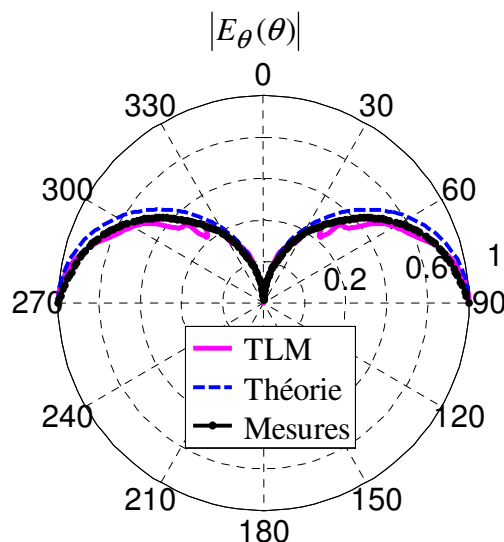


Fig. 5.38 Diagramme de rayonnement (en CL) du monopôle (comparaison : théorie, mesures et simulations par la méthode TLM suivi par un calcul analytique).

Le champ dans des coordonnées cartésiennes, sur chaque MRT, reconstruit analytiquement à partir du CL mesuré, est représenté dans la Fig. 5.39 à Fig. 5.41. Nous nous intéressons à la forme de la distribution de ce champ et non pas à son amplitude.

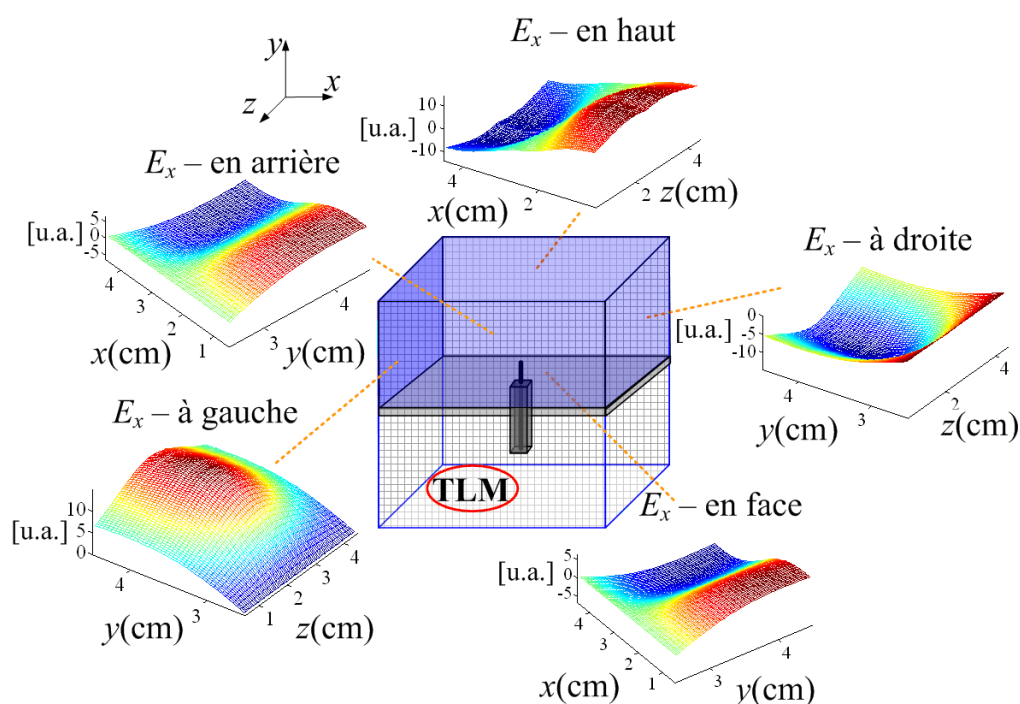


Fig. 5.39 Champ E_x (sur les 5 MRT) reconstruit analytiquement, à partir du CL mesuré.

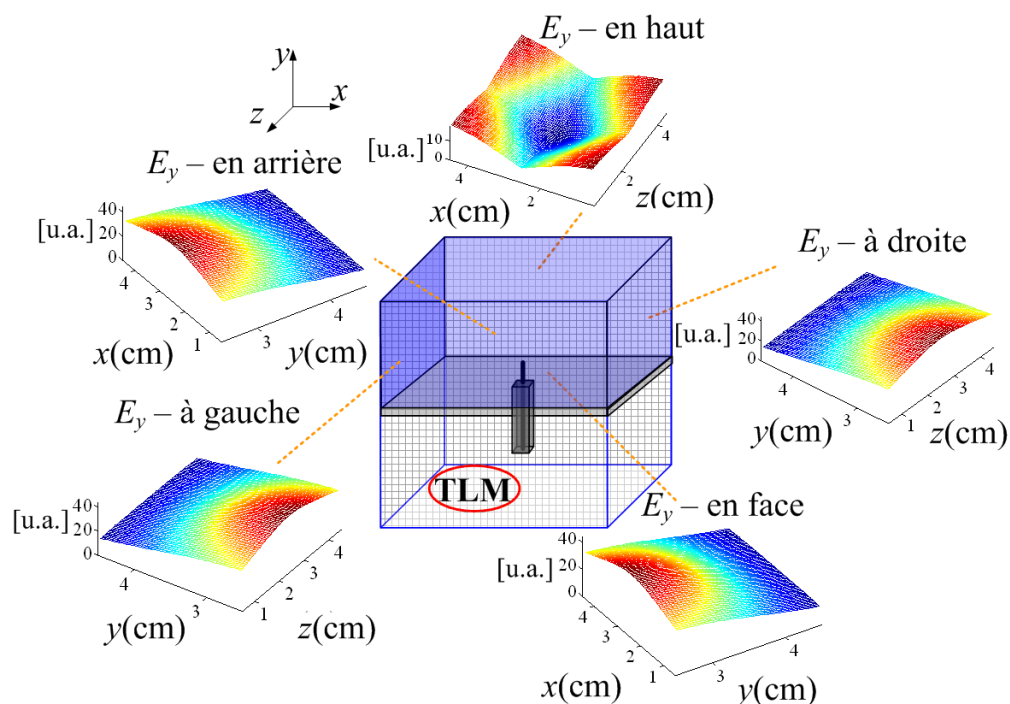


Fig. 5.40 Champ E_y (sur les 5 MRT) reconstruit analytiquement, à partir du CL mesuré.

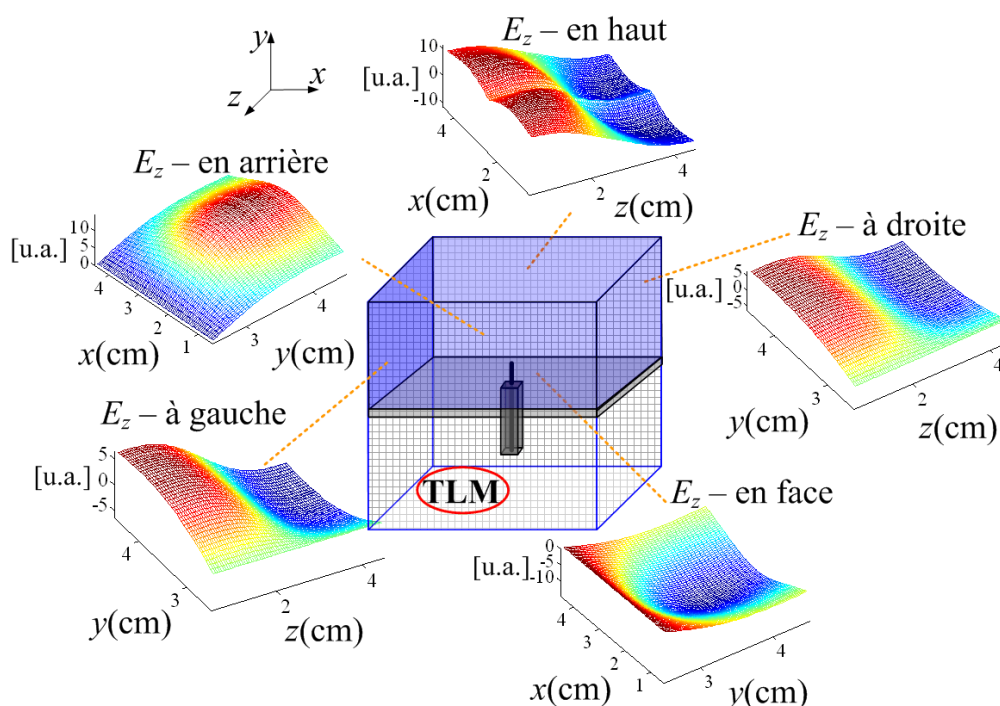


Fig. 5.41 Champ E_z (sur les 5 MRT) reconstruit analytiquement, à partir du CL mesuré.

Le procédé de RT reste identique avec celui appliqué auparavant. Nous utilisons les amplitudes représentées ci-dessus et les délais obtenus d'une simulation TLM directe, pour fabriquer l'excitation à injecter, au niveau des MRT, pendant la simulation TLM inverse. Les parois métalliques de l'antenne sont enlevées (les parois représentant le

plan de masse et le câble coaxial sont gardées) et la simulation TLM inverse est effectuée. Le champ reconstruit dans la cavité, dans le plan $(xOy)_{z=z_0}$, est représenté dans la Fig. 5.42a,b. Nous pouvons remarquer que les valeurs maximales du champ $|E_y(x, y, z_0)|$ se retrouvent autour de la position initiale du monopôle (Fig. 5.42a).

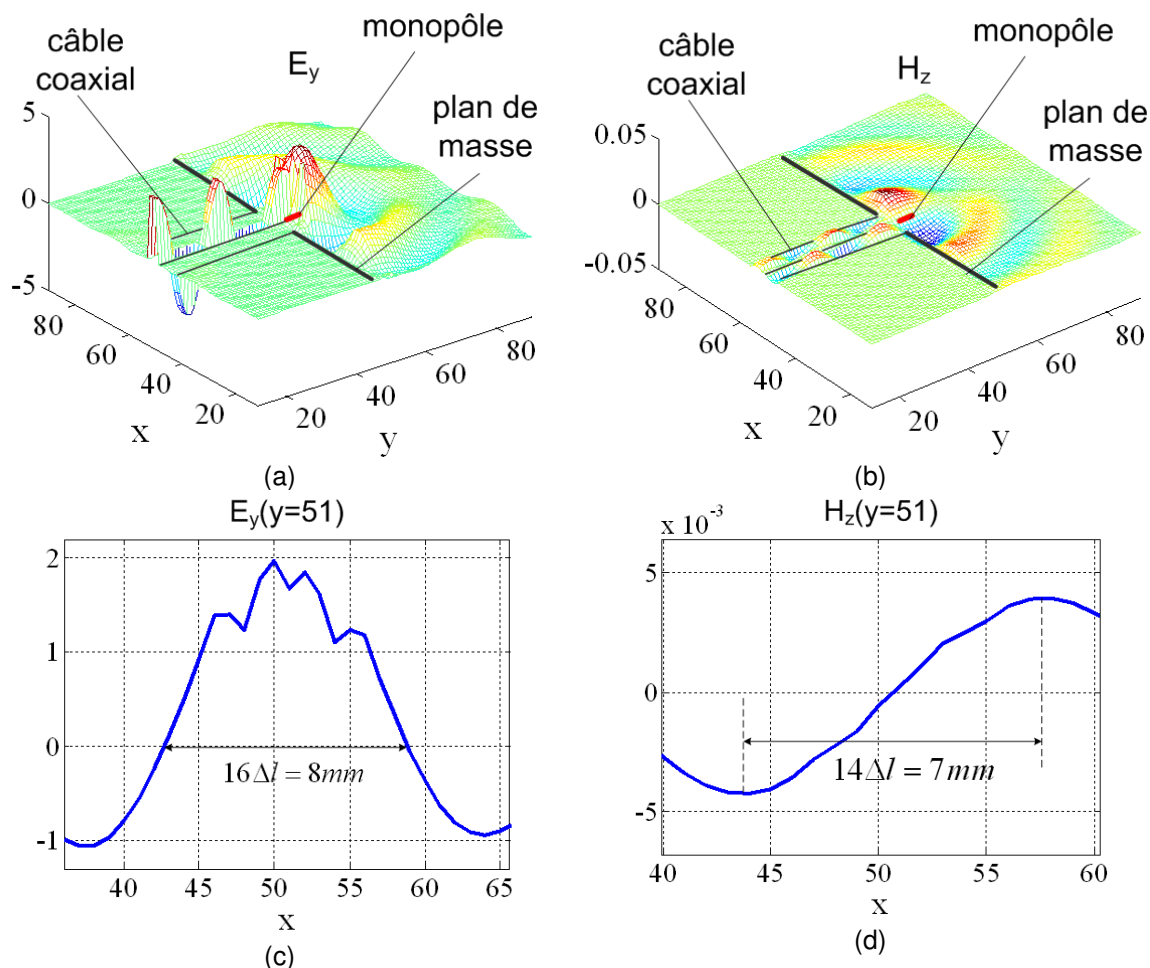


Fig. 5.42 Champ reconstruit, suite au RT, dans le plan $(xOy)_{z=z_0}$; (a) $E_y(x, y, z_0)$; (b)

$H_z(x, y, z_0)$; (c) coupe transversale : $E_y(x, y_0, z_0)$; (d) coupe transversale : $H_z(x, y_0, z_0)$.

De plus, la distribution spatiale du champ $|H_z(x, y, z_0)|$, reconstruit suite au RT (Fig. 5.42b), nous donne des informations sur l'orientation de la distribution des sources induites. La résolution de reconstruction est de $14\Delta l = 7\text{mm} = 0,7\lambda$ (Fig. 5.42c,d).

Pendant l'approche inverse, au niveau de chaque point, nous calculons l'amplitude maximale du module du vecteur de Poynting. La distribution spatiale obtenue dans le plan $(xOy)_{z=z_0-1}$ est représentée dans la Fig. 5.43a,b.

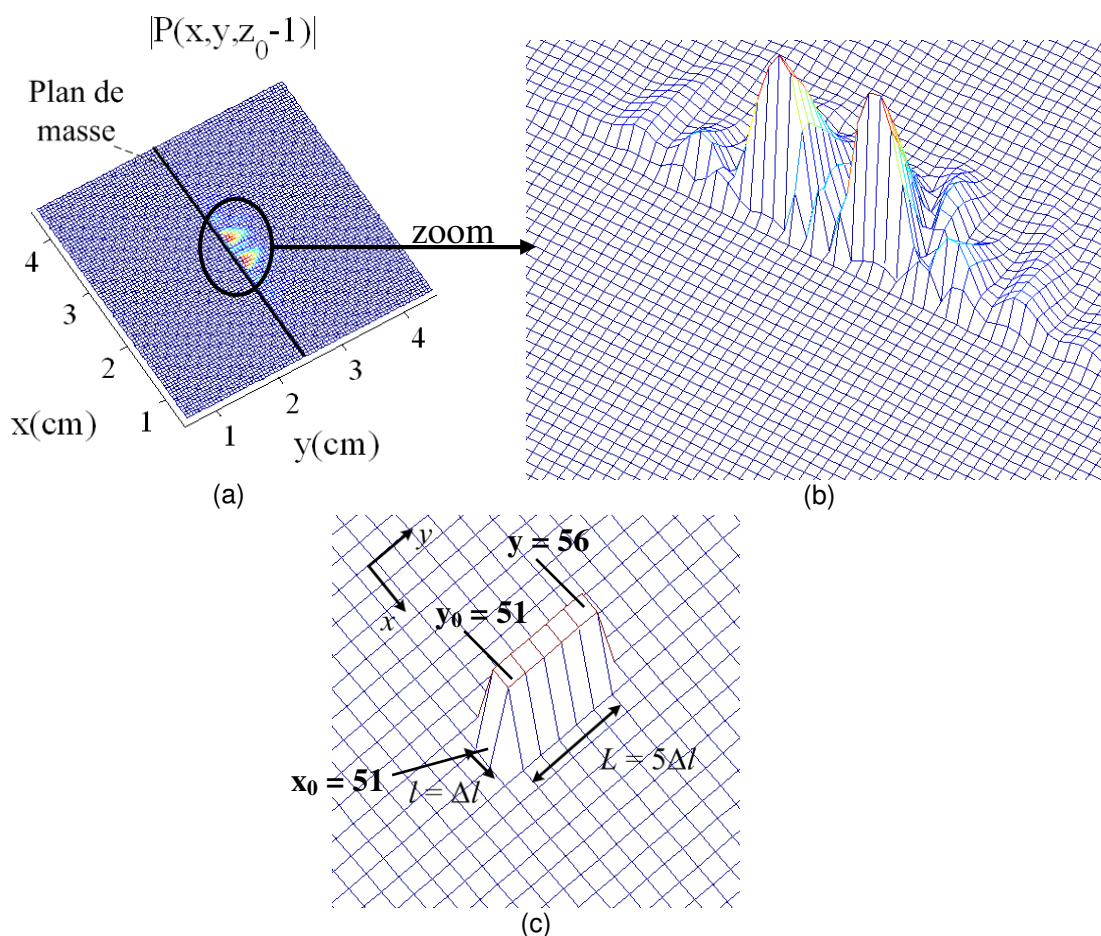


Fig. 5.43 (a) Valeur absolue du vecteur de Poynting : $|P(x, y, z_0 - 1)|$, reconstruit suite au RT, dans le plan $(xOy)_{z_0-1}$, à une distance de $\Delta l / 2$ de la parois métallique du monopôle ; (b) zoom de (a) ; (c) position du monopôle.

Nous constatons que malgré le manque de résolution spatiale, inhérente à la reconstruction par RT, nous pouvons retrouver la position du monopôle, en réalisant une détection des valeurs minimales du vecteur de Poynting (Fig. 5.43c). Il reste quand même une incertitude liée au seuil choisi.

- **Validation de la distribution des sources reconstruites suite au RT**

Nous avons trouvé une possible distribution des sources. Par la suite, nous allons valider ce résultat, comme nous l'avons fait pour le cas de l'antenne dipôle. Pour cela, on re-excite, dans le réseau TLM, le champ E_y retrouvé suite à l'approche inverse et nous appliquons une nouvelle fois la méthode TLM directe.

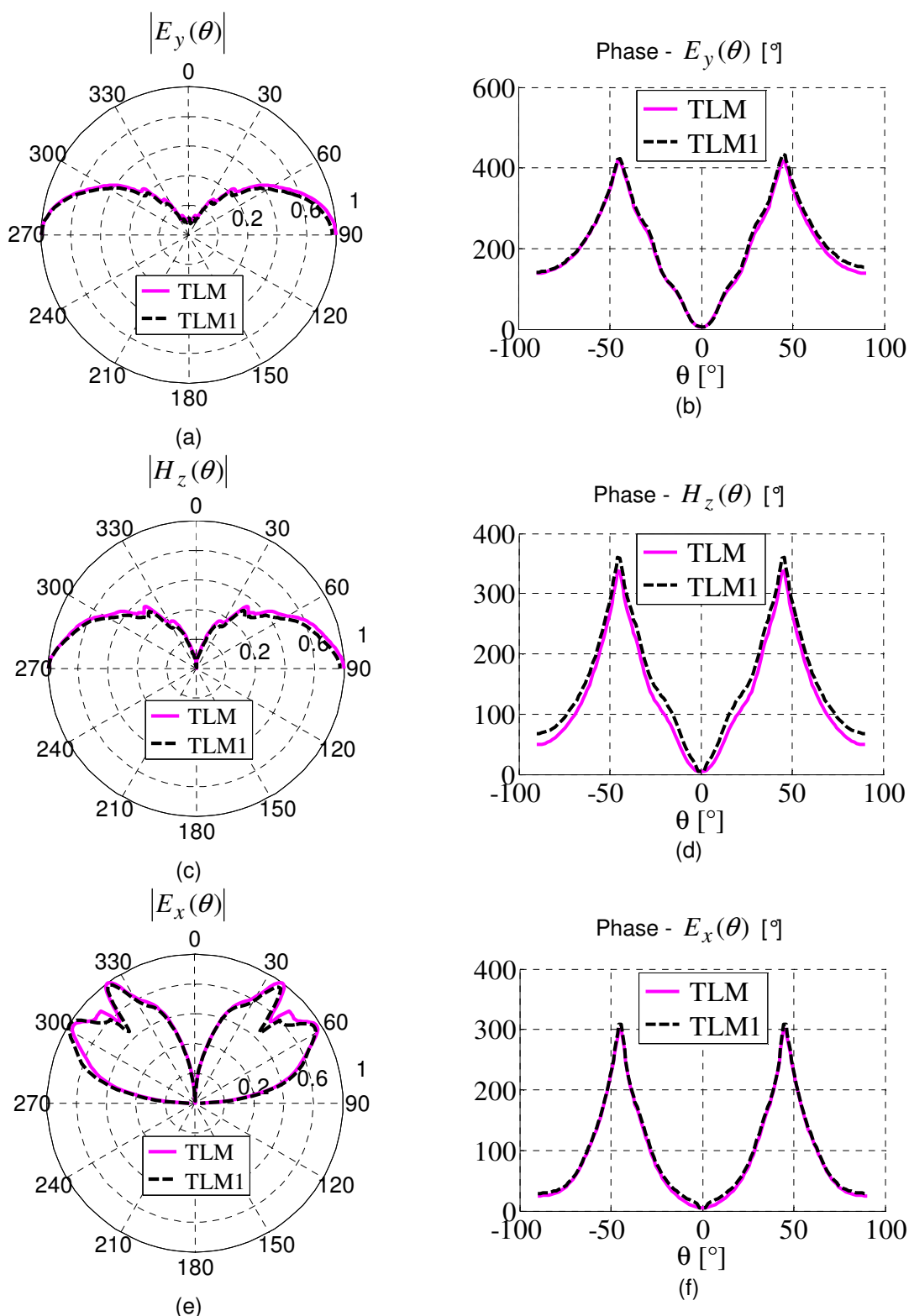


Fig. 5.44 Validation de la reconstruction de sources. Champ rayonné par le monopôle (plan E); (a) $|E_y(\theta)|$; (b) phase de $E_y(\theta)$; (c) $H_z(\theta)$; (d) phase de $H_z(\theta)$; (e) $E_x(\theta)$; (f) phase de $E_x(\theta)$. Notations : « **TLM** » - simulation TLM directe en excitant le monopôle initial ; « **TLM 1** » - simulation TLM directe en re-excitant le champ E_y reconstruit suite à la simulation TLM inverse.

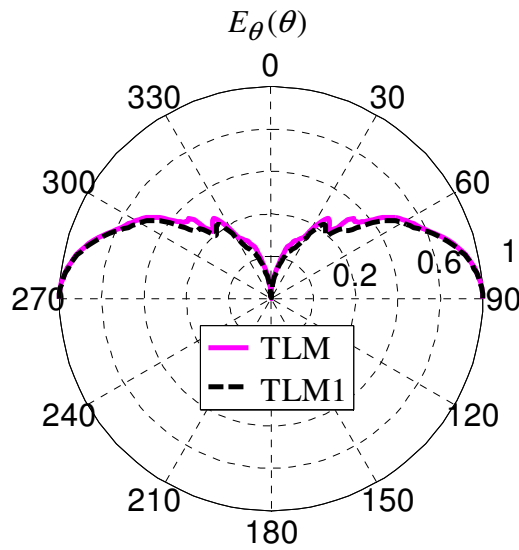


Fig. 5.45 Validation de la reconstruction de sources. Champ $|E_{\theta}(\theta)|$ rayonné par le monopôle (plan E) ; Notations : « **TLM** » - simulation TLM directe en excitant le monopôle initial ; « **TLM 1** » - simulation TLM directe en re-excitant le champ E_y reconstruit suite à la simulation TLM inverse.

Le diagramme de rayonnement ainsi obtenu (Fig. 5.44) (noté par « TLM1 ») est comparé avec le diagramme rayonné par l'antenne initiale (noté par « TLM ») (Fig. 5.9). On constate qu'il y a un bon accord entre les deux diagrammes (Fig. 5.44, Fig. 5.44). Bien que l'approche inverse ne conduise pas à un résultat synthétisé unique, la distribution de source est valide.

Nous soulignons le fait que cette reconstruction a été réalisée à partir d'un diagramme de rayonnement *mesuré* en CL. Comme le banc de mesure utilisé n'est pas sensible aux mesures de phases, nous avons utilisé, lors de la reconstruction, les phases obtenues suite aux simulations. Des mesures de phases peuvent être envisagées dans l'avenir, afin de pouvoir réaliser la reconstruction à partir d'un CL complet, contenant les deux informations essentielles : l'amplitude et la phase. Nous avons constaté que le processus de reconstruction que nous avons implémenté n'a pas entraîné une perte supplémentaire significative dans la reconstruction, par rapport au cas où l'historique complet du rayonnement est utilisé. Notre objectif a été donc atteint.

5.4 Conclusions

Nous avons consacré ce chapitre à la reconstruction des sources EM rayonnantes, secondaires, créées sur les surfaces métalliques des antennes. Dans la première partie du chapitre, nous avons étudié la reconstruction des sources 1D et 2D, induites sur les surfaces d'une antenne-dipôle, respectivement d'une antenne patch. La reconstruction a été réalisée par RT, simulé par la méthode TLM inverse. L'approche inverse a été précédée d'une approche directe. A partir des amplitudes et des délais enregistrés suite à la simulation TLM directe, nous avons calculé les conditions initiales de l'approche inverse. L'algorithme utilisé a été expliqué en détail dans le Chapitre 4.

La deuxième partie du chapitre se place dans un contexte plus pratique. En effet, une synthèse réaliste se fait à partir d'un diagramme de rayonnement en champ lointain et non pas à partir d'une analyse directe de la structure en cause. Une première étude de cas menée a été la reconstruction d'un élément de courant à partir d'un diagramme de rayonnement analytiquement connu. Ensuite, nous avons étudié la reconstruction d'une antenne monopôle, à partir du diagramme de rayonnement mesuré en CL. Les amplitudes récupérées à partir des mesures et les phases obtenues suite aux simulations ont été utilisées.

Ces études nous ont permis de conclure que lorsque l'on souhaite synthétiser une antenne a priori inconnue, à partir du diagramme de champ lointain connu, on a besoin d'un certain nombre d'informations supplémentaires indispensables. Il est nécessaire de connaître préalablement la forme de l'excitation, avec une bande de fréquences d'intérêt autour de la bande de travail de l'antenne à synthétiser. De plus, l'information de phase est extrêmement importante, car elle nous donne l'information sur les détails de l'antenne. Même en connaissant la phase en CL, on n'est pas capables de reconstruire les détails spatiaux inférieurs à la longueur d'onde des signaux utilisés. Afin d'affranchir cette limite, il faudrait ajouter les phases des ondes évanescentes, perdues dans le CP de la structure, pendant l'étape directe, de rayonnement. Cela pourrait être réalisé par des mesures dans le CP réactif de la structure, en utilisant un banc de mesure très sensible et précis aux mesures de phase. Une autre solution serait d'entourer l'antenne / les sources par un réseau de fils métalliques de petites dimensions par rapport à la longueur d'onde (procédure décrite dans la Chapitre 4) [6], [7]. Par la diffraction sur ces fils, les ondes évanescentes pourraient être récupérées.

Références

- [1] C. A. Balanis, *Antenna Theory: Analysis and Design*, 2nd edition ed.: John Wiley & Sons, 1997.
- [2] V. F. Kravchenko and M. A. Basarab, "Solving integral equations for ill-posed problems of eletromagnetics based on the atomic functions," *Mmet 2000: International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory, Vols 1 and 2, Conference Proceedings*, pp. 682-684, 2000.
- [3] R. P. Porter and A. J. Devaney, "Generalized Holography and Computational Solutions to Inverse Source Problems," *Journal of the Optical Society of America*, vol. 72, pp. 1707-1713, 1982.
- [4] M. Forest and W. J. R. Hofer, "A Novel Synthesis Technique for Conducting Scatterers using TLM Time-Reversal," *Ieee Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 43, pp. 1371-1378, 1995.
- [5] S.J. Orfanidis, *Electromagnetic Waves & Antennas*, 2004.
- [6] G. Lerosey, J. De Rosny, A. Tourin, and M. Fink, "Focusing beyond the diffraction limit with far-field time reversal," *Science*, vol. 315, pp. 1120-1122, 2007.
- [7] F. Lemoult, G. Lerosey, J. de Rosny, and M. Fink, "Resonant Metalenses for Breaking the Diffraction Barrier," *Physical Review Letters*, vol. 104, 2010.

6 Conclusions et perspectives

6.1 Conclusions

Lors de ce travail de thèse, nous avons développé une nouvelle méthode de synthèse de sources électromagnétiques (EM) rayonnantes, primaires et secondaires, qui s'appuie sur le concept de retournement temporel. Ce concept théorique est implémenté / simulé numériquement par la méthode spatio-temporelle TLM (Transmission Line Matrix) inverse, en trois dimensions (3D). Les applications large-bande sont particulièrement visées.

La recherche de méthodes de synthèse de structures EM rayonnantes, basées sur des simulations numériques, est d'une grande importance pour la conception d'antennes. Cela est dû au besoin croissant de réaliser une synthèse automatisée pour des structures de plus en plus complexes.

Les méthodes traditionnelles de synthèse utilisent des algorithmes itératifs, basés sur des procédés d'optimisations, demandent beaucoup de temps de calcul. Le fait qu'elles demandent une connaissance considérable de l'objet à synthétiser, elles sont peu adaptées aux problèmes complexes. Cela a ouvert les premières questions que nous nous sommes posés : y a-t-il une méthode alternative de synthèse et si oui, laquelle ? Et serait-il possible de synthétiser une distribution de sources sans la connaître à priori, mais en connaissant uniquement un diagramme de champ rayonné ? Ces deux questions sont à la base de cette thèse.

Il nous fallait donc une méthode inverse, qui retrouve un objet à partir d'une réponse souhaitée. La littérature nous a montré la solution à ces deux questions – il s'agit d'un procédé intensivement étudié pendant ces derniers années dans des domaines des plus

diverses, allant de l'acoustique à l'imagerie et récemment l'électromagnétisme : le retournement temporel (RT).

Le RT semblait être une bonne solution, mais les questions inhérentes se sont enchaînées : est-il adapté à notre genre d'approche ? Et peut-on transformer le problème inverse sans solution unique dans un problème à solution unique ? Quelles seraient les informations à ajouter afin de réduire l'espace de solutions ? Et quelles seraient les informations auxquelles on peut renoncer sans perdre en qualité sur le résultat ? Est-ce que la solution obtenue est valide ? Et finalement, quels sont les avantages et les inconvénients, les aboutissements et les limitations d'une telle approche ? Afin de répondre à ces questions, une démarche systématique a été adoptée et décrite dans cette thèse.

La première partie de nos travaux a été dédiée à la présentation et l'explication du phénomène de RT des ondes en général et des ondes EM en particulier. Les différents aspects du RT en font un candidat idéal pour les problèmes large-bande. En étudiant les concepts théoriques du RT, nous avons pu conclure que le processus de rayonnement est parfaitement réversible dans un milieu de propagation sans pertes. Selon le principe de Huygens, le champ EM dans un volume de l'espace peut être théoriquement reconstruit, à partir de l'historique temporel du rayonnement, connu sur une surface fermée entourant ce volume. En théorie, pour générer une onde EM retro-propagée, il suffit d'exciter cette surface extérieure par : le champ électrique et le champ magnétique (qui change de signe), dans un ordre chronologique inverse. Cela a fait l'objet du Chapitre 2.

Afin de simuler numériquement le RT des ondes EM, nous avons choisi d'employer la méthode TLM inverse. Les bases de la méthode ont été ensuite présentées (Chapitre 3). Les principes et les relations constitutives de la méthode TLM à nœuds symétriques condensés (SCN) ont été également expliqués. La méthode TLM inverse a été ultérieurement introduite. Comme la matrice de répartition du nœud TLM est identique à son inverse, le processus de propagation peut être inversé sans aucun changement. La seule différence vient du changement des conditions initiales. Toute cette partie théorique est inhérente et pose les bases de l'algorithme numérique de RT que nous avons implémenté par la suite.

Afin de retrouver les sources, il est nécessaire de déterminer / reconstruire la topologie des discontinuités dans l'espace considéré. Mais la solution d'un problème inverse n'est pas unique. Cependant, toute solution qui peut conduire à la réponse désirée est au moins en principe acceptable. De plus, la meilleure solution peut être sélectionnée en ajoutant des informations supplémentaires sur la structure à synthétiser.

Bien que la solution d'un problème inverse ne soit pas unique, nous avons démontré la faisabilité de cette méthode, à partir de quelques hypothèses de base :

- Nous avons considéré que l'espace de propagation est l'espace libre, homogène, isotrope et sans pertes.
- Nous avons supposé qu'il n'y a pas de diélectrique dans ce milieu et qu'il y a uniquement du métal.
- Nous avons utilisé des signaux large-bande, de formes connues, ce qui a réduit l'espace des solutions possibles à une seule solution.

La première partie de notre recherche (Chapitre 4) a été focalisée sur la reconstruction de sources primaires rayonnantes, large-bande, par la méthode TLM inverse. Notre algorithme a été appliqué pour retrouver des sources EM ponctuelles, excitées par des signaux à large-bande dans l'intervalle de fréquences comprise entre [26GHz-34GHz] et placées dans l'espace libre. Les dimensions des sources sont inférieures à la longueur d'onde de l'excitation, ce qui a représenté une première contrainte. Ces études nous ont permis d'analyser les avantages et les limitations de cette approche inverse.

Pour réaliser la synthèse, par RT en 3D, les concepts théoriques de « cavité à retournement temporel » (CRT) et « miroirs à retournement temporel » (MRT) ont été utilisés et implémentés dans la méthode TLM.

L'algorithme de reconstruction par la méthode TLM inverse nécessite beaucoup de ressources informatiques et un temps de calcul assez long. Cet aspect a constitué une limitation dans les travaux précédents. Il est bien connu que le champ doit être suffisamment échantillonné, sur les MRT, pendant la phase de propagation directe, pour ne pas entraîner une perte supplémentaire de résolution du résultat de la reconstruction.

Nous avons donc proposé quelques solutions pour réduire les ressources informatiques nécessaires :

- la réduction du nombre de points d'enregistrement sur la surface de la CRT (avec 70%) ;
- la réduction du nombre d'échantillons temporels enregistrés au niveau de chaque point (avec 50%).

Une interpolation est appliquée pour récupérer les données manquantes. Nous avons constaté que l'enregistrement du champ en 1 point sur 3 sur les MRT suffit. Nous avons ensuite démontré que si, en plus, on se sert du fait que la forme de l'excitation est connue, nous pouvons encore réduire les ressources informatiques. En conséquence, le même résultat de la reconstruction a été obtenu, lorsque nous ne connaissons que 2 valeurs au niveau des points sur les MRT : l'amplitude maximale du champ et le délai correspondant. Une réduction de 90% de la mémoire nécessaire à la simulation TLM directe est ainsi réalisée. Cela nous a permis, d'un côté, de diminuer les ressources informatiques et, de l'autre côté, de nous rapprocher du but final : l'étude de la reconstruction des sources à partir d'un diagramme de rayonnement.

En ce qui concerne le résultat de la reconstruction, nous avons constaté que la résolution dépend fortement de la longueur d'onde de l'excitation. Le champ reconstruit, suite au RT, dans la cavité n'est pas ponctuel. Il se présente sous la forme d'une tache focale, qui atteint son maximum au niveau de la position initiale de la source et qui a une certaine largeur. Nous avons remarqué que lorsque l'on excite la même source ponctuelle par une impulsion de Dirac, le résultat de la reconstruction est réduit à un seul point.

Quant aux sources réparties, nous avons constaté le même élargissement de la tache focale. La reconstruction d'une distribution de courant a été ensuite étudiée. Nous avons remarqué que les différentes composantes du champ EM reconstruites dans la cavité nous donnent des informations sur les différents aspects de la distribution initiale des sources. Nous avons ainsi pu déterminer l'orientation de la distribution de courant et sa largeur. A cause du manque de résolution, sa longueur exacte est difficile à déterminer. Par ailleurs, le sens du vecteur doit être préalablement connu.

Nous avons montré que l'approche inverse, basée uniquement sur le RT des champs sur les MRT, ne peut pas être parfaite. Nous avons expliqué le manque de résolution du résultat en utilisant le formalisme des ondes et le formalisme des champs :

- Un champ retourné temporellement idéal devrait être représenté par une onde entrante absorbée à la position initiale de la source. L'onde générée, par la méthode TLM inverse, est une onde entrante qui se retro-propage vers la position initiale de la source. Cette onde ne s'arrête pas, car il n'y a pas de discontinuité dans la structure. Elle continue donc à se propager comme onde sortante. La superposition de ces deux ondes (entrante et sortante), dans le voisinage de la source, conduit à la génération de la tache focale et donc à la limite de résolution. La tache focale a la forme d'un sinus cardinal transitoire. Pour un milieu homogène, la largeur de son lobe principal est limitée à $\lambda/2$, λ étant la longueur d'onde du signal utilisé.
- Une autre explication de l'existence de cette limite de résolution a été réalisée en utilisant le formalisme des champs rayonnés. Pendant le processus direct, de rayonnement, un écoulement d'information a lieu. La cause principale de cet écoulement est représentée par le manque d'ondes évanescentes, dont les fréquences spatiales sont élevées et qui s'évanouissent vite, dans la proximité des sources. La limite de résolution souligne le problème essentiel du RT d'un champ EM qui manque d'ondes évanescentes. Le RT se comporte ainsi comme un filtre passe-bas pour les fréquences spatiales et conduit à la limite de diffraction qui ne laisse pas la largeur de la tache focale diminuer en dessous de $\lambda/2$. C'est pour cela que les détails de la source qui sont inférieurs à $\lambda/2$ se perdent et ne peuvent pas être reconstitués pendant le RT.

Il a donc été montré analytiquement et nous l'avons constaté aussi par des simulations numériques, qu'il n'y a pas de modèle de RT numérique parfait. La cause est représentée par la perte de l'information contenue par les ondes évanescentes. Cette information est nécessaire afin de pouvoir réaliser un RT précis. De même, la précision finie de la simulation numérique compte aussi. Nous avons choisi d'utiliser la méthode TLM dû à sa stabilité et facilité d'implémentation. Cependant, une limitation similaire existe dans toutes les autres méthodes numériques.

Nous nous sommes ensuite préoccupés de trouver une méthode d'amélioration de la résolution spatiale du RT. Nous avons présenté quelques méthodes, trouvées dans la littérature. Nous avons choisi d'appliquer une méthode adaptée pour notre situation et au code informatique développé actuellement : la méthode du « puits ». L'excitation simultanée du signal initial inversé chronologiquement en même temps que l'excitation

du champ sur la surface entourant les sources, pendant le RT, résout le problème de résolution.

Nous avons montré que l'application du « puits » améliore significativement la résolution de reconstruction. Une méthode inverse en deux étapes a été ainsi développée :

- une première étape, de reconstruction grossière, où nous appliquons la méthode TLM inverse ;
- une deuxième étape, d'amélioration de la résolution, où nous appliquons la méthode TLM inverse et le « puits ».

Cette méthode a été appliquée dans un premier temps pour reconstruire une source ponctuelle de 1mm en diamètre, et ensuite pour reconstruire 2 sources ponctuelles excitées par des signaux en phase et en opposition de phase. Les phases initiales des signaux ont été bien retrouvées. Une résolution de $\lambda/10=1\text{ mm}$ a été obtenue. Ce résultat a été limité uniquement par l'échantillonnage spatial réalisé initialement. De plus, nous avons démontré que cette méthode est adaptée aux sources réparties également. Une « super-résolution » peut ainsi être obtenue. Cette méthode présente, tout de même, un inconvénient majeur : la nécessité d'utiliser une source active, contrôlable, au niveau des positions initiales des sources, pour annuler l'onde divergente.

La deuxième partie de nos études a été consacrée à la synthèse des sources secondaires, induites sur les surfaces métalliques des antennes (Chapitre 5). Dans un premier temps, nous avons appliqué le même algorithme utilisé dans le cas des sources primaires. Le but a été de synthétiser des sources secondaires, 1D, induites sur la surface métallique d'une antenne-dipôle.

Dans un premier temps, nous avons cherché à savoir si les distributions spatiales du champ reconstruit par RT sont valides. Une étape supplémentaire, de validation du résultat de la reconstruction a donc été appliquée. Dans ce but, les valeurs du champ reconstruit ont été réinjecté dans le réseau TLM. Une simulation TLM directe a été effectuée pour déterminer le diagramme de rayonnement. Ce nouveau diagramme a été comparé avec le diagramme initial rayonné par le dipôle. Bien que la distribution des sources retrouvées par RT soit élargie par rapport aux dimensions initiales de l'antenne, nous avons noté un bon accord entre les deux diagrammes. Cela prouve la validité de la distribution des sources reconstruites.

Dans un deuxième temps, nous nous sommes intéressés à localiser et à retrouver la forme de l'antenne à partir des distributions de champ EM reconstruites. En représentant le champ reconstruit dans la structure, l'orientation du dipôle a pu être retrouvée. La représentation du vecteur de Poynting dans le plan contenant une paroi de l'antenne met en évidence la zone de puissance EM minimale et donc la position et la forme de la paroi.

Par ailleurs, nous avons montré que le positionnement des MRT dans le champ très proche de l'antenne à synthétiser améliore significativement le résultat de la reconstruction. Comme résultat, une antenne-dipôle a été retrouvée en appliquant une seule fois la méthode TLM inverse.

La reconstruction des sources secondaires, 2D, induites sur la surface métallique d'une antenne patch, a été ensuite étudiée. Les sources induites sur une surface métallique de dimensions inférieures à la longueur d'onde sont encore plus difficiles à retrouver. Nous avons montré qu'en représentant la valeur absolue du vecteur de Poynting dans le plan contenant le patch, on peut trouver sa forme et ses dimensions. Il reste quand même une certaine incertitude.

Finalement, nous nous sommes consacrés à l'étude de la synthèse des sources à partir d'un diagramme de rayonnement, souhaité ou mesuré. Une méthode TLM-analytique a été ainsi développée. La reconstruction d'un élément de courant a été d'abord réalisée à partir d'une forme analytique de diagramme de rayonnement. Le processus de reconstruction est uni-étape, sans analyse préalable. Les délais sont calculés analytiquement par rapport au centre de la structure. Nous avons pu retrouver, dans la cavité, les mêmes distributions du champ EM, que dans le cas où la reconstruction a été faite à partir des résultats d'une simulation directe.

En pratique, il est difficile d'utiliser des cavités complètement fermées autour des sources, car les données sont prélevées sur des surfaces finies. Un exemple est le cas du banc de mesure d'antennes qui réalise un balayage (plan ou sphérique) uniquement dans le semi-espace supérieur. C'est pour cela que nous avons analysé l'influence de l'enlèvement des MRT sur le résultat de la reconstruction. Nous avons remarqué que le rapport signal à bruit diminue avec le nombre de MRT et il reste acceptable lorsqu'on

garde 4 MRT. La largeur de la tache focale ne change pas lorsqu'on utilise de 3 à 6 MRT.

Nous avons considéré dernièrement un cas plus pratique : la synthèse des sources induites sur une antenne monopôle à partir du champ lointain mesuré. L'orientation du monopôle a été retrouvée. Ses dimensions ont pu être déterminées par la représentation du vecteur de Poynting.

En conclusions, au cours de ce travail de thèse, nous avons montré l'utilité du RT des ondes EM dans la synthèse de sources rayonnantes, large-bande, primaires et secondaires. Nous avons obtenu, par la méthode TLM inverse, des résultats particulièrement novateurs de focalisation en dessous de la longueur d'onde. De même, nous avons réussi à développer un outil de simulation, basé sur la méthode TLM, qui peut synthétiser le champ EM dans une cavité, à partir d'un diagramme de rayonnement connu à l'extérieur de celle-ci. Le chemin vers la synthèse d'antennes est ouvert.

6.2 Perspectives

L'objectif principal de cette thèse a été d'investiguer la possibilité de synthétiser des sources EM rayonnantes, large-bande, par retournement temporel simulé numériquement par la méthode TLM inverse. Nous avons été particulièrement intéressés au développement d'un outil de simulation adapté à la synthèse de sources à partir d'un diagramme de rayonnement connu. L'application particulière visée a été la synthèse d'antennes large-bande.

Afin de réaliser ces objectifs, nous avons considéré un milieu de propagation linéaire, isotrope et sans pertes. De plus, les structures étudiées ne contiennent que du métal. Nous avons choisi ces hypothèses afin de minimiser la complexité, réduire les sources de dispersion supplémentaire et pour pouvoir se concentrer sur le processus de RT. Cependant, les antennes contiennent en général des matériaux diélectriques, ce qui pourrait faire l'objet d'une future étude. De même, des matériaux à faible pertes peuvent également être introduits pour analyser la stabilité du processus de RT.

Le code de calcul 3D, que nous avons mis en place pour implémenter le RT par la méthode TLM inverse, est réalisé sous Matlab et a été entièrement développé durant

cette thèse. Ce simulateur est prévu d'un maillage à pas constant et des parois absorbantes non optimisées. De futurs développements (parois absorbantes plus complexes, maillage variable, composants actifs, etc.) pourront aboutir à un code de calcul performant, capable de simuler des structures de formes complexes et arbitraires, avec des temps de calculs raisonnablement courts.

Les limitations informatiques représentent un facteur important pour toute méthode numérique que l'on veut utiliser pour simuler des applications des plus complexes et réalistes. Malheureusement, le temps de calcul et la mémoire nécessaire sont deux facteurs très importants. La parallélisations du code de calcul, en utilisant plusieurs processeurs, permettrait d'augmenter la mémoire totale et la vitesse de calcul.

En gagnant en ressources informatiques (par une parallélisations du code), un maillage plus fin des antennes pourra être réalisé. Dans ce cas, des objets de petites dimensions (comparé à la longueur d'onde), ou bien des lentilles métalliques résonantes, pourraient être ajoutés dans le champ proche des antennes afin de récupérer les ondes évanescentes. De tels dispositifs (présentés dans le Chapitre 4) peuvent être réalisés en pratique également et des mesures pourrait être mises en place afin d'analyser les aspects pratiques / appliqués du phénomène.

Nos mesures ont été réalisées dans le champ lointain des antennes. Les futures études pourront donc prendre en compte une mesure du champ proche et très proche rayonné. De même, lors de nos travaux, nous nous sommes toujours limité à un milieu idéal (homogène, linéaire, isotrope et sans pertes). Des études en environnement réel, sont aussi nécessaires afin de valider la technique.

Le code que nous avons développé afin de réaliser la synthèse à partir d'un diagramme de rayonnement connu en champ lointain pourrait aussi être amélioré. Celle-ci pourra être réalisée en ajoutant des transformations champ lointain-champ proche plus complexes et plus développées.

Plusieurs questions restent donc ouvertes. Peut-on déterminer la forme géométrique exacte en ajoutant aux simulations TLM inverses le champ proche mesuré ? Peut-on améliorer la résolution de reconstruction en utilisant des lentilles métalliques ou des objets fins, aléatoirement disposés dans le CP des antennes ? On a retrouvé une distribution des sources valide, mais comment pourrait-on faire la liaison entre cette

distribution et une antenne réelle ? Où est-ce qu'on doit placer les parois métalliques de cette antenne ?

Les résultats encourageant obtenus ici nous mènent à la conclusion que la méthode TLM inverse peut conduire au développement d'un outil de simulation pratique, performant et automatique pour la synthèse des structures EM rayonnantes.

Annexe 1. Equations d'onde électromagnétique

On s'intéresse à déterminer les équations d'onde décrivant la propagation du champ EM dans un milieu homogène et isotrope. Le point de départ est représenté par les équations de Maxwell-Faraday et de Maxwell-Ampère sous forme différentielle :

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{Maxwell-Faraday}) \quad (\text{A1.1a})$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \mu \cdot \vec{J} \quad (\text{Maxwell-Ampère}) \quad (\text{A1.1b})$$

- a) Afin de déterminer **l'équation d'onde pour le champ électrique**, on applique l'opérateur rotationnel à (A1.1a) et on y substitue (A1.1b) :

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \vec{B}) = -\frac{\partial}{\partial t} \left(\mu \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \mu \cdot \vec{J} \right) \quad (\text{A1.2})$$

En remplaçant $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$, on obtient :

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \left(\epsilon \mu \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu \cdot \vec{J} \right) \rightarrow \quad (\text{A1.3})$$

$$\rightarrow \nabla \times \nabla \times \vec{E} + \epsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = -\mu \frac{\partial \vec{J}}{\partial t}$$

Sachant que $\nabla \times \nabla \times \vec{E} = \nabla(\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E}$, on peut déduire l'équation d'onde inhomogène (avec sources) pour le champ électrique:

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \mu \frac{\partial \vec{J}}{\partial t} \quad (\text{A1.4})$$

ou $c = 1/\sqrt{\epsilon\mu}$ est la vitesse de la lumière.

S'il n'y a pas de sources EM, c.à.d. $\vec{J} = 0$ et $\rho = 0$, on obtient l'équation d'onde homogène pour le champ électrique:

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{A1.5})$$

b) De la même manière, on détermine **l'équation d'onde pour le champ magnétique**. On applique l'opérateur rotationnel à (A1.1b) et on y substitue (A1.1a) :

$$\nabla \times \nabla \times \vec{B} = \epsilon\mu \cdot \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \vec{E}) + \mu \cdot (\nabla \times \vec{J}) = \epsilon\mu \cdot \frac{\partial}{\partial t} \left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) + \mu \cdot (\nabla \times \vec{J}) \quad (\text{A1.6})$$

En remplaçant $\vec{B} = \mu \vec{H}$, on obtient :

$$\begin{aligned} \nabla \times \nabla \times \vec{H} &= \epsilon\mu \cdot \frac{\partial}{\partial t} \left(-\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \right) + \nabla \times \vec{J} \rightarrow \\ &\rightarrow \nabla \times \nabla \times \vec{H} + \epsilon\mu \cdot \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = \nabla \times \vec{J} \end{aligned} \quad (\text{A1.7})$$

Sachant que $\nabla \times \nabla \times \vec{H} = \nabla(\nabla \cdot \vec{H}) - \nabla^2 \vec{H}$, on déduit l'équation d'onde inhomogène (avec sources) pour le champ magnétique:

$$\nabla^2 \vec{H} - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = -\nabla \times \vec{J} \quad (\text{A1.8})$$

S'il n'y a pas de sources EM, on obtient l'équation d'onde homogène pour le champ magnétique:

$$\nabla^2 \vec{H} - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{A1.9})$$

Annexe 2. Forme discrète des équations de Maxwell

On s'intéresse à déterminer la forme discrète des équations de Maxwell, plus précisément des équations de Maxwell-Faraday et de Maxwell-Ampère (A2.1), sur lesquelles repose la méthode TLM.

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} - \vec{M} \quad (\text{Maxwell-Faraday}) \quad (\text{A2.1a})$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \mu \cdot \vec{J} \quad (\text{Maxwell-Ampère}) \quad (\text{A2.1b})$$

En remplaçant: $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$, $\vec{B} = \mu \vec{H}$, $\vec{J} = \sigma_e \vec{E}$ et $\vec{M} = \sigma_m \vec{H}$ dans (A2.1a,b), on obtient :

$$\nabla \times \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} - \sigma_m \cdot \vec{H} \rightarrow \mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\nabla \times \vec{E} - \sigma_m \cdot \vec{H} \quad (\text{A2.2a})$$

$$\nabla \times \vec{H} = \epsilon \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \sigma_e \cdot \vec{E} \rightarrow \epsilon \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \nabla \times \vec{H} - \sigma_e \cdot \vec{E} \quad (\text{A2.2b})$$

où $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$ et $\mu = \mu_0 \mu_r$.

Sachant que:

$$\nabla \times \vec{E} = \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} = \vec{e}_x \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) - \vec{e}_y \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} \right) + \vec{e}_z \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right), \quad (\text{A2.3})$$

l'équation (A2.2a) devient :

$$\begin{aligned} \mu \frac{\partial(\bar{e}_x H_x + \bar{e}_y H_y + \bar{e}_z H_z)}{\partial t} = & -\bar{e}_x \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) + \bar{e}_y \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} \right) \\ & - \bar{e}_z \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) - \sigma_m \cdot (\bar{e}_x H_x + \bar{e}_y H_y + \bar{e}_z H_z) \end{aligned} \quad (\text{A2.4})$$

Similairement, on développé l'équation (A2.2b) :

$$\begin{aligned} \varepsilon \frac{\partial(\bar{e}_x E_x + \bar{e}_y E_y + \bar{e}_z E_z)}{\partial t} = & \bar{e}_x \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right) - \bar{e}_y \left(\frac{\partial H_z}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial z} \right) \\ & + \bar{e}_z \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) - \sigma_e \cdot (\bar{e}_x E_x + \bar{e}_y E_y + \bar{e}_z E_z) \end{aligned} \quad (\text{A2.5})$$

En conséquence, on peut écrire d'une manière détaillée la forme discrète des deux équations de Maxwell :

$\varepsilon_0 \varepsilon_{rx} \frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} - \sigma_{ex} E_x$	$\mu_0 \mu_{rx} \frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} - \sigma_{mx} H_x$
$\varepsilon_0 \varepsilon_{ry} \frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} - \sigma_{ey} E_y$	$\mu_0 \mu_{ry} \frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} - \sigma_{my} H_y$
$\varepsilon_0 \varepsilon_{rz} \frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} - \sigma_{ez} E_z$	$\mu_0 \mu_{rz} \frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} - \sigma_{mz} H_z$

Annexe 3 Calcul du champ EM retourné temporellement en utilisant la CRT

Cette étude théorique, concernant la cavité à retournement temporel (CRT) pour les ondes EM, est basée sur les travaux de M. Fink *et al.* [1], [2]. Le concept de CRT est à la base des simulations de RT que nous avons implémenté.

Par la suite, la représentation dans le domaine fréquentiel est utilisée. Ce choix est convenable car l'analyse théorique est plus simple, vu que l'inversion temporelle dans le domaine temporel est remplacée dans le domaine fréquentiel par une conjugaison de phase.

L'étude commence avec l'analyse du champ qui se propage pendant l'approche directe dans la cavité. Une relation générale entre le champ électrique dans la cavité et une source ponctuelle de la forme d'un dipôle électrostatique avec un moment dipolaire $\vec{p}(t)$ ($\vec{p}(t) = q(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$), placée à la position \vec{r}_0 , est déterminée. On considère qu'à l'intérieur de la CRT il y a un milieu homogène, linéaire et isotrope. Ensuite, la forme mathématique du champ retourné temporellement sera présentée. Ce champ retro-propageant est obtenu uniquement par le RT des champs enregistrés sur les frontières de la cavité. Il sera ensuite comparé avec le champ qui se propage pendant l'approche directe. Comme ce que l'on cherche est de réaliser un RT idéal, on verra quels sont les problèmes qui apparaissent et quelles solutions pourraient être envisagées.

- **Fonction de Green**

Similairement au cas des ondes scalaires, la fonction de Green des ondes EM est une onde sphérique créée par une source ponctuelle impulsionnelle. Comme dans le cas des ondes scalaires. On va noter la fonction de Green par $G(\vec{r}, \vec{r}_0)$, où \vec{r} représente les coordonnées du point d'observation et \vec{r}_0 représente les coordonnées de la source. Cette fonction représente la solution de forme intégrale de l'équation homogène d'onde électromagnétique qui dans le domaine fréquentiel s'écrit sous la forme suivante :

$$\nabla^2 G(\vec{r}, \vec{r}_0) + k_0^2 G(\vec{r}, \vec{r}_0) = \delta(\vec{r} - \vec{r}_0), \quad (\text{A3.1})$$

Où $k_0 = \omega / c$ est la constante de propagation et $\delta(\vec{r} - \vec{r}_0)$ est la fonction de Dirac qui est non-nulle uniquement pour $\vec{r} = \vec{r}_0$.

La fonction de Green est utilisée dans la construction de la solution de l'équation inhomogène d'onde. Par exemple, supposons que la fonction de Green, $G(\vec{r}, \vec{r}_0)$, représente le champ rayonné par une source impulsionnelle en un certain point de l'espace. Alors, le champ rayonné par une source quelconque, \vec{p} , au niveau du même point, est l'intégrale de $G(\vec{r}, \vec{r}_0)$ multiplié par la source \vec{p} , sur l'intervalle occupé par la source.

Comme nous nous intéressons à la propagation des ondes EM dans un espace 3D, on va utiliser la fonction de Green dyadique, $\vec{G}(\vec{r}, \vec{r}_0)$. Elle est exprimée comme la somme des fonctions vectorielles de Green selon chacun des trois axes du système de coordonnées cartésiennes :

$$\vec{G}(\vec{r}, \vec{r}_0) = \frac{1}{4\pi} \cdot \left(\vec{I} + \frac{\nabla^2}{k^2} \right) \cdot G(\vec{r}, \vec{r}_0). \quad (\text{A3.2})$$

La fonction dyadique de Green, associée au milieu homogène, satisfait l'équation d'onde :

$$\nabla^2 \vec{G}(\vec{r}, \vec{r}_0) + k_0^2 \cdot \vec{G}(\vec{r}, \vec{r}_0) = \delta(\vec{r} - \vec{r}_0) \cdot \vec{I} \rightarrow$$

$$\boxed{\nabla \times \nabla \times \vec{G}(\vec{r}, \vec{r}_0) - k_0^2 \cdot \vec{G}(\vec{r}, \vec{r}_0) = -\delta(\vec{r} - \vec{r}_0) \cdot \vec{I}}, \quad (\text{A3.3})$$

où \vec{I} est la matrice dyadique unité.

Afin de définir d'une manière complète la matrice Green, la solution qui satisfait la condition de rayonnement à l'infini est choisie. (La forme vectorielle de la condition de rayonnement de Sommerfeld : $\lim_{r \rightarrow \infty} [\nabla \times \vec{G}(\vec{r}, \vec{r}_0, \omega) - jk_0 \vec{u} \times \vec{G}(\vec{r}, \vec{r}_0, \omega)] = 0$, où $r = |\vec{r}|$ et $\vec{u} = \vec{r} / r$. Cette

condition se traduit par le fait que \vec{G} se comporte comme une onde divergente).

- **Approche directe**

Comme il a été montré dans le Chapitre 2, l'équation inhomogène d'onde caractérisant la propagation du champ électrique pendant l'approche directe est de la forme:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E}(\vec{r}, \vec{r}_0) - k_0^2 \vec{E}(\vec{r}, \vec{r}_0) = -j\omega\mu_0 \cdot \vec{J}(\vec{r}, \vec{r}_0) \rightarrow$$

$$\rightarrow \boxed{\nabla \times \nabla \times \vec{E}(\vec{r}, \vec{r}_0) - k_0^2 \vec{E}(\vec{r}, \vec{r}_0) = -j\omega\mu_0 \cdot \delta(\vec{r} - \vec{r}_0) \cdot \vec{p}}, \quad (\text{A3.4})$$

où \vec{p} est l'amplitude de la source dipolaire de fréquence ω et μ_0 est la perméabilité du vide.

Si on note: $\vec{s}(\vec{r}, \vec{r}_0) = j\omega\mu_0 \cdot \vec{J}(\vec{r}, \vec{r}_0)$, le champ électrique, solution de l'équation ci-dessus, est de la forme:

$$\vec{E}(\vec{r}, \vec{r}_0) = \vec{E}_0(\vec{r}, \vec{r}_0) + \int_V \vec{G}(\vec{r}, \vec{r}_0) \cdot \vec{s}(\vec{r}, \vec{r}_0) dV \quad (\text{A3.5})$$

où $\vec{E}_0(\vec{r}, \vec{r}_0)$ est a solution de l'équation homogène d'onde.

Et dans le domaine temporel :

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0(\vec{r}, t) + \int_V \vec{G}(\vec{r}, \vec{r}_0, t) * \vec{s}(\vec{r}, \vec{r}_0, t) dV, \quad (\text{A3.6})$$

V étant le volume de l'espace contenant les sources, $\vec{G}(\vec{r}, \vec{r}_0, t)$ représente la fonction de Green homogène (3D) du système et « * » est l'operateur de convolution dans le domaine temporel.

Le théorème de Green¹ peut être utilisé pour remplacer l'intégrale du champ électrique sur un volume V entouré d'une surface S par l'intégrale sur la surface S . On applique ce théorème aux champs $\vec{E}(\vec{r})$ et $\vec{G}(\vec{r}, \vec{r}_0) \cdot \vec{C}$ (\vec{C} étant un vecteur aléatoire) :

$$\begin{aligned} \int_V [\vec{E}(\vec{r}) \cdot \nabla \times \nabla \times \vec{G}(\vec{r}, \vec{r}_0) \cdot \vec{C} - \vec{G}(\vec{r}, \vec{r}_0) \cdot \vec{C} \cdot \nabla \times \nabla \times \vec{E}(\vec{r})] \cdot dV = \\ = \int_S [\vec{G}(\vec{r}, \vec{r}_0) \cdot \vec{C} \times \nabla \times \vec{E}(\vec{r}) - \vec{E}(\vec{r}) \times \nabla \times \vec{G}(\vec{r}, \vec{r}_0) \cdot \vec{C}] \cdot \vec{n} \cdot dS \end{aligned} \quad (\text{A3.7})$$

Afin de déterminer le comportement du champ électrique dans la cavité, il est nécessaire de déterminer $\vec{E}(\vec{r})$ dans l'équation ci-dessus (A3.7). En multipliant l'équation (A3.3) d'abord par \vec{C} et ensuite par $\vec{E}(\vec{r})$ et l'équation (A3.4) par $\vec{G}(\vec{r}, \vec{r}_0) \cdot \vec{C}$ et en faisant la soustraction des deux résultats, on obtient :

¹ Pour deux champs vectoriels $\vec{A}(\vec{r})$ et $\vec{B}(\vec{r})$, le théorème de Green est :

$$\int_V [\vec{A} \cdot \nabla \times \nabla \times \vec{B} - \vec{B} \cdot \nabla \times \nabla \times \vec{A}] \cdot dV = \int_S [\vec{B} \times \nabla \times \vec{A} - \vec{A} \times \nabla \times \vec{B}] \cdot \vec{n} \cdot dS, \quad V \text{ étant le volume}$$

enfermé par la surface S et \vec{n} la normale à la surface S .

$$\begin{aligned}
& \vec{E}(\vec{r}) \cdot \nabla \times \nabla \times \vec{G}(\vec{r}, \vec{r}_0) \cdot \vec{C} - \vec{G}(\vec{r}, \vec{r}_0) \cdot \vec{C} \cdot \nabla \times \nabla \times \vec{E}(\vec{r}) = \\
& = k_0^2 \left[\vec{G}(\vec{r}, \vec{r}_0) \cdot \vec{C} \cdot \vec{E}(\vec{r}) - \vec{E}(\vec{r}) \cdot \vec{G}(\vec{r}, \vec{r}_0) \cdot \vec{C} \right] - \\
& - \vec{E}(\vec{r}) \cdot \vec{C} \cdot \delta(\vec{r} - \vec{r}_0) + j\omega\mu_0 \cdot \vec{G}(\vec{r}, \vec{r}_0) \cdot \vec{C} \cdot \vec{p} \cdot \delta(\vec{r} - \vec{r}_0).
\end{aligned} \tag{A3.8}$$

Le premier terme de la partie droite de l'équation (A3.7) vaut zéro² (ce qui est équivalent à dire que le milieu est réciproque, donc la fonction de Green satisfait également le théorème de réciprocité: $\vec{G}(\vec{r}, \vec{r}_0, \omega) = \vec{G}^T(\vec{r}, \vec{r}_0, \omega)$).

$$\begin{aligned}
& \vec{E}(\vec{r}) \cdot \nabla \times \nabla \times \vec{G}(\vec{r}, \vec{r}_0) \cdot \vec{C} - \vec{G}(\vec{r}, \vec{r}_0) \cdot \vec{C} \cdot \nabla \times \nabla \times \vec{E}(\vec{r}) = \\
& = -\vec{E}(\vec{r}) \cdot \vec{C} \cdot \delta(\vec{r} - \vec{r}_0) + j\omega\mu_0 \cdot \vec{G}(\vec{r}, \vec{r}_0) \cdot \vec{C} \cdot \vec{p} \cdot \delta(\vec{r} - \vec{r}_0)
\end{aligned} \tag{A3.9}$$

L'équation (A3.9) nous permet de simplifier le terme gauche de l'équation (A3.7) :

$$\begin{aligned}
& \int_V \left[\vec{E}(\vec{r}) \cdot \nabla \times \nabla \times \vec{G}(\vec{r}, \vec{r}_0) \cdot \vec{C} - \vec{G}(\vec{r}, \vec{r}_0) \cdot \vec{C} \cdot \nabla \times \nabla \times \vec{E}(\vec{r}) \right] \cdot dV = \\
& = \int_V \left[-\vec{E}(\vec{r}) \cdot \vec{C} \cdot \delta(\vec{r} - \vec{r}_0) + j\omega\mu_0 \cdot \vec{G}(\vec{r}, \vec{r}_0) \cdot \vec{C} \cdot \vec{p} \cdot \delta(\vec{r} - \vec{r}_0) \right] \cdot dV \rightarrow \\
& \int_S \left[\vec{G}(\vec{r}, \vec{r}_0) \cdot \vec{C} \times \nabla \times \vec{E}(\vec{r}) - \vec{E}(\vec{r}) \times \nabla \times \vec{G}(\vec{r}, \vec{r}_0) \cdot \vec{C} \right] \cdot \vec{n} \cdot dS = \\
& \rightarrow \int_V \left[-\vec{E}(\vec{r}) \cdot \vec{C} \cdot \delta(\vec{r} - \vec{r}_0) + j\omega\mu_0 \cdot \vec{G}(\vec{r}, \vec{r}_0) \cdot \vec{C} \cdot \vec{p} \cdot \delta(\vec{r} - \vec{r}_0) \right] \cdot dV \rightarrow \\
& \vec{E}(\vec{r}) \cdot \vec{C} \cdot \delta(\vec{r} - \vec{r}_0) = j\omega\mu_0 \cdot \vec{G}(\vec{r}, \vec{r}_0) \cdot \vec{C} \cdot \vec{p} \cdot \delta(\vec{r} - \vec{r}_0) - \\
& \rightarrow - \int_S \left[\vec{G}(\vec{r}, \vec{r}_0) \cdot \vec{C} \times \nabla \times \vec{E}(\vec{r}) - \vec{E}(\vec{r}) \times \nabla \times \vec{G}(\vec{r}, \vec{r}_0) \cdot \vec{C} \right] \cdot \vec{n} \cdot dS.
\end{aligned} \tag{A3.10}$$

L'équation (A3.10) définit le comportement électrique le long de la direction du vecteur \vec{C} à l'intérieur de la CRT, en fonction des champs électriques et magnétiques

($\vec{H}(\vec{r}) = \frac{1}{j\omega\mu_0} \nabla \times \vec{E}(\vec{r}, \omega)$) sur la surface de la CRT. Le vecteur \vec{C} peut être choisi

arbitrairement, en particulier le long des axes Ox, Oy, Oz , de telle façon que cette expression détermine d'une manière complète le champ \vec{E} .

Ensuite, il faut spécifier les expressions du champ direct et respectivement inverse. Pendant l'approche directe, le champ \vec{E} rayonné se comporte comme une onde divergente sur la surface

² Pour une matrice \vec{D} et deux vecteurs \vec{U} et \vec{V} , l'identité suivante est valable: $\vec{U} \cdot \vec{D} \cdot \vec{V} = \vec{V} \cdot \vec{D}^T \cdot \vec{U}$.

de la CRT. Si \vec{E} et \vec{G} satisfassent cette condition d'ondes divergentes sur la surface de la CRT (i.e. les deux ont une dépendance de \vec{r} de la forme e^{jkr} / r), alors l'intégrand de l'équation (A3.10) vaut zéro. On peut ainsi conclure que le champ rayonné pendant l'approche directe est donné par :

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}) \cdot \vec{C} \cdot \delta(\vec{r} - \vec{r}_0) &= j\omega\mu_0 \cdot \vec{G}(\vec{r}, \vec{r}_0) \cdot \vec{C} \cdot \vec{p} \cdot \delta(\vec{r} - \vec{r}_0) \rightarrow \\ &\rightarrow \boxed{\vec{E}(\vec{r}, \omega) = j\omega\mu_0 \cdot \vec{G}(\vec{r}, \vec{r}_0, \omega) \cdot \vec{p}} \end{aligned} \quad (\text{A3.11})$$

• Approche inverse

Etablissons maintenant l'expression du champ retourné temporellement, \vec{E}_{RT} , en utilisant la CRT. Comme pendant l'approche inverse, les sources dans la cavité sont enlevées ou elles restent passives, le champ qui se retro-propage satisfait l'équation de Helmholtz homogène:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E}^*(\vec{r}, \vec{r}_0) - k_0^2 \cdot \vec{E}^*(\vec{r}, \vec{r}_0) = 0, \quad (\text{A3.12})$$

où $\vec{E}^*(\vec{r}, \vec{r}_0)$ est la conjugué de $\vec{E}(\vec{r}, \vec{r}_0)$.

Une procédure similaire avec celle qui a conduit à l'équation (A3.10) donne³ :

$$\vec{E}_{RT}(\vec{r}) \cdot \vec{C} = - \int_S \left[\vec{G}(\vec{r}, \vec{r}_0) \cdot \vec{C} \times \nabla \times \vec{E}^*(\vec{r}) - \vec{E}^*(\vec{r}) \times \nabla \times \vec{G}(\vec{r}, \vec{r}_0) \cdot \vec{C} \right] \cdot \vec{n} \cdot dS \quad (\text{A3.13})$$

Comme \vec{E}^* satisfait l'équation d'onde convergente sur la surface de la CRT et la fonction de Green \vec{G} satisfait toujours la condition d'onde divergente, l'intégrale de surface dans l'équation (A3.13) ne s'annule pas.

Faisons maintenant la liaison entre \vec{E}_{RT} et \vec{E}^* . Pour cela, en faisant la conjugaison complexe de l'équation (A3.13) et en suivant la même procédure qui nous a amenée à (A3.10), on obtient :

³ Sachant que : $\vec{E} = \vec{E}^T$ et $\vec{E} = \vec{E}^*$ c.à.d. le milieu est réciproque et non-absorbant (deux conditions nécessaires pour réaliser le RT).

$$\begin{aligned} \vec{E}^*(\vec{r}) \cdot \vec{C} &= j\omega\mu_0 \cdot \vec{G}(\vec{r}, \vec{r}_0) \cdot \vec{C} \cdot \vec{p}^* - \\ &- \int_S \left[\vec{G}(\vec{r}, \vec{r}_0) \cdot \vec{C} \times \nabla \times \vec{E}^*(\vec{r}) - \vec{E}^*(\vec{r}) \times \nabla \times \vec{G}(\vec{r}, \vec{r}_0) \cdot \vec{C} \right] \cdot \vec{n} \cdot dS \end{aligned} \quad (\text{A3.14})$$

A partir de (A3.13) et (A3.14), on obtient :

$$\begin{aligned} \vec{E}^*(\vec{r}) \cdot \vec{C} &= j\omega\mu_0 \cdot \vec{G}(\vec{r}, \vec{r}_0) \cdot \vec{C} \cdot \vec{p}^* + \vec{E}_{RT}(\vec{r}) \cdot \vec{C} \rightarrow \\ \rightarrow \vec{E}_{RT}(\vec{r}) \cdot \vec{C} &= \vec{E}^*(\vec{r}) \cdot \vec{C} - j\omega\mu_0 \cdot \vec{G}(\vec{r}, \vec{r}_0) \cdot \vec{C} \cdot \vec{p}^* . \end{aligned} \quad (\text{A3.15})$$

Il résulte :

$$\boxed{\vec{E}_{RT}(\vec{r}) = -2j\omega\mu_0 \cdot \text{Im}\{\vec{G}(\vec{r}, \vec{r}_0)\} \cdot \vec{p}^*} \quad (\text{A3.16})$$

où « Im » représente la partie imaginaire.

En conséquence, le champ électrique RT produit dans un milieu réciproque et non-absorbant par une CRT satisfaisant les conditions (1)-(3) est proportionnel à la partie imaginaire de la fonction de Green dans le même milieu. Cette équation est valable pour un signal de bande étroite de pulsation ω !

Cette étude de la CRT, en régime monochromatique, est très pratique pour exprimer le champ créé pendant l'approche inverse. Pourtant, comme le processus de focalisation en général, et celui de RT (que l'on va implémenter) en particulier, utilisent uniquement des signaux large-bande, il faut étudier les particularités de ce cas.

Références

- [1] R. Carminati, R. Pierrat, J. de Rosny, and M. Fink, "Theory of the Time Reversal Cavity for Electromagnetic Fields," *Optics Letters*, vol. 32, pp. 3107-3109, 2007.
- [2] J. de Rosny, G. Lerosey, and M. Fink, "Theory of Electromagnetic Time-Reversal Mirrors," *Ieee Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 58, pp. 3139-3149, 2010.

Annexe 4 Principales configurations de nœuds TLM

- Configurations de nœud TLM 2D

La méthode TLM a été au départ développée comme une méthode en deux dimensions (2D), basée sur des lignes de transmission interconnectées par des *nœuds parallèle* (*shunt nodes*) (Fig. 4.1a) [2] ou par des *nœuds série* (*series nodes*) (Fig. 4.1b) [9].

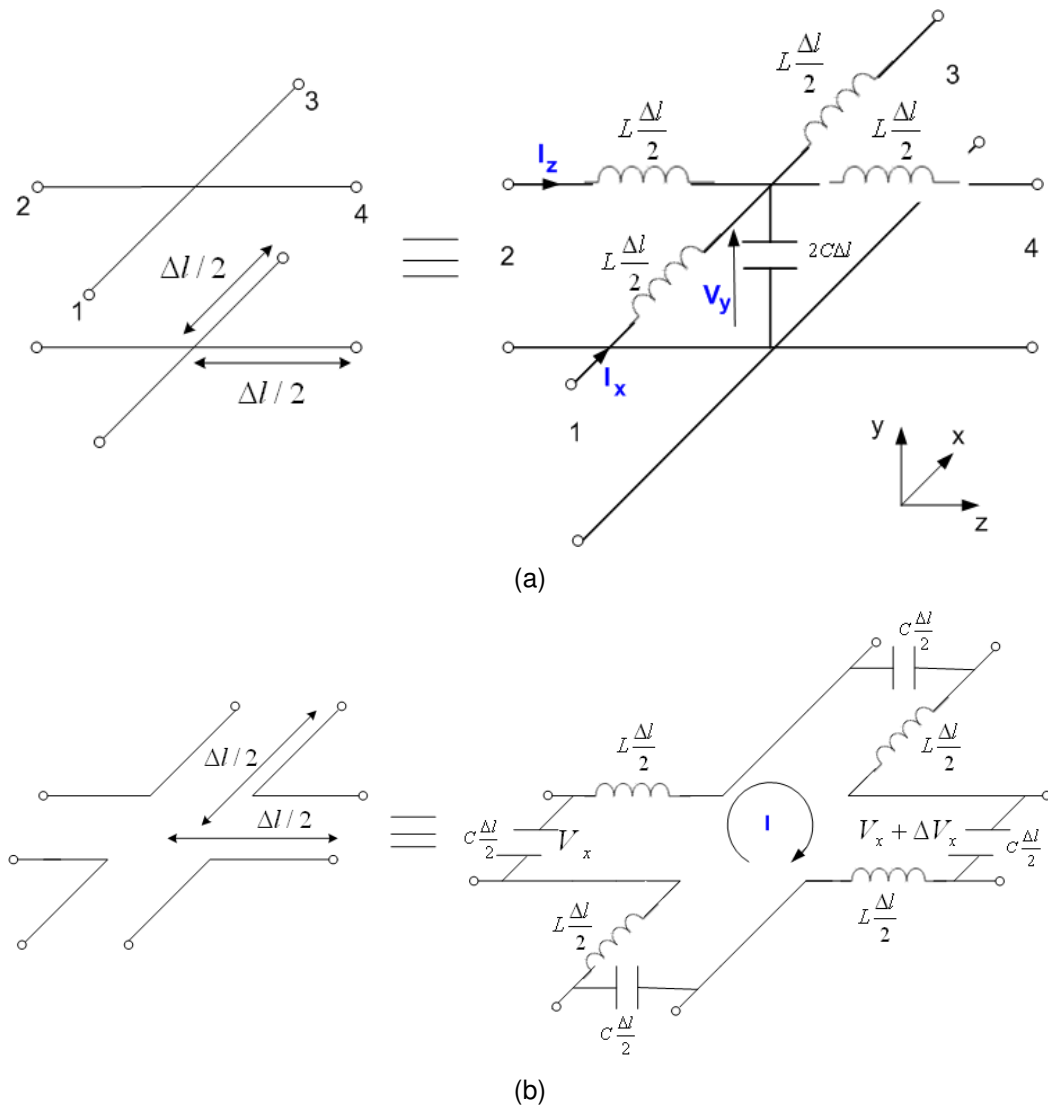


Fig. 4.1 (a) Nœud TLM 2D parallèle ; (b) Nœud TLM 2D série.

En utilisant la méthode TLM 2D [10], [11], [5], *on peut simuler uniquement 3 composantes du champ EM*, c'est-à-dire que l'on peut étudier seulement les problèmes dans lesquelles l'onde reste invariable dans l'une des directions. C'est la raison pour laquelle la méthode TLM 2D a été appliquée pour analyser les guides d'onde.

La cellule fondamentale du réseau TLM 2D est donc représentée par un nœud composé de quatre lignes de transmission connectées soit en parallèle, soit en série [2]. En réalisant le circuit équivalent de ces connexions, on peut déterminer les liaisons entre les trois composantes du champ EM et les paramètres du réseau TLM (tension, courant etc.). Ces liaisons sont différentes lorsque le mode de transmission est transversal électrique (TE) ou transversal magnétique (TM).

Considérons une onde EM qui se propage selon un des axes de coordonnées et qui présente une variation nulle du champ selon un autre axe. Les analogies sont les suivantes:

- Pour le mode TE: la tension simule le champ électrique, les courants simulent le champ magnétique, la permittivité du milieu vaut le double de la capacité de la ligne de transmission et la perméabilité du milieu vaut l'inductance de la ligne ;
- Pour le mode TM: la tension simule le champ magnétique, les courants simulent le champ électrique, la perméabilité du milieu vaut le double de la capacité de la ligne de transmission et la permittivité du milieu vaut l'inductance de la ligne.

La structure du réseau TLM peut être modifiée de telle façon qu'on puisse simuler divers milieux. La propagation des ondes dans des milieux *inhomogènes* et dans des milieux *à pertes*, a été analysée dans [10], [11] et [5]. Par exemple, lorsque l'on veut simuler un milieu *inhomogène diélectrique*, pour les modes TE, on peut simuler une permittivité plus élevée en ajoutant une capacité supplémentaire en parallèle sur le nœud, donc en ajoutant un stub ouvert au niveau du nœud parallèle du réseau TLM 2D. En revanche, lorsque l'on veut simuler un milieu *inhomogène magnétique*, pour les modes TM, on peut simuler une perméabilité plus élevée en ajoutant un stub en court-circuit en série avec le nœud. Pour simuler un milieu *à pertes*, il suffit d'ajouter en parallèle sur le nœud un nouveau stub de longueur infinie ou terminé sur une impédance adaptée [11], [5]. L'admittance du stub dépend de la conductivité du milieu. La méthode TLM connaît deux types de *pertes* [5]: des *pertes volumiques* et des *pertes par réflexions sur les frontières*. Les premières sont simulées en ajoutant des stubs à pertes au niveau du nœud. Des méthodes pour modéliser les pertes de surface et les frontières dispersives ont été proposées dans [5].

• Configurations de nœud TLM 3D

Depuis l'article de Johns et Beurlé [2], une série d'affinements de la méthode TLM a été proposée et implémentée avec succès. Dans ce sous-chapitre, les principaux types de nœuds TLM en trois dimensions (3D) seront présentés et les avantages et les inconvénients de ceux-ci seront soulignés.

L'aspect le plus important est qu'en utilisant la méthode TLM 3D [11], on peut déterminer les six composantes du champ EM dans un certain volume de l'espace.

Dans un premier temps, la combinaison des nœuds 2D parallèle et série a conduit au développement du *nœud 3D asymétrique distribué* (« expanded node ») (Fig. 4.2), introduit par S. Akhtarzad et P. B. Johns [12], [4], [13]. Les caractéristiques de ce nœud sont les suivantes :

- Il est composé de six nœuds élémentaires 2D disposés aux sommets d'un cube. Il s'agit de trois nœuds « parallèle » et de trois nœuds « série », séparés d'une distance de $\Delta l / 2$. Comme en chaque plan de la cellule il y a un nœud « parallèle », on peut calculer les composantes E_x, E_y, E_z du champ électrique à partir des tensions de ces jonctions. De même, il y a un nœud « série » en chaque plan et on peut calculer les composantes H_x, H_y, H_z du champ magnétique à partir des courants au niveau des trois jonctions. Les impulsions se propagent sur les lignes de transmission du nœud et elles sont réfléchies en chaque nœud 2D, selon les équations de répartition. Donc, il y a un délai de $\Delta t / 2$ entre ces nœuds.
- Pour une propagation axiale, la fréquence de coupure du réseau est tel que $\Delta l / \lambda = 1/3$. Pour une propagation diagonale, dans un certain plan, la fréquence de coupure est tel que $\Delta l / \lambda = 1/2$.

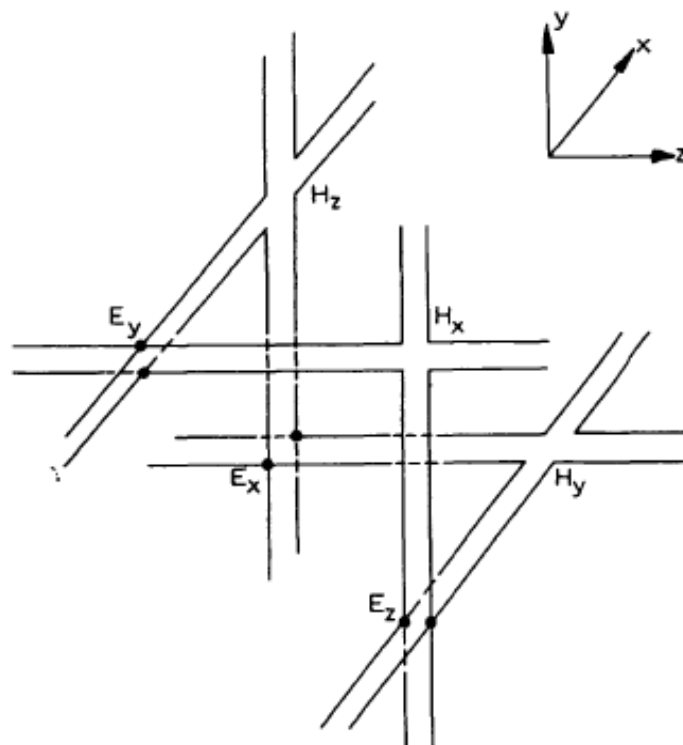


Fig. 4.2 Nœud asymétrique distribué.

Les *inconvenients* de ce type de nœud sont les suivants :

- il n'est pas symétrique ;
- il n'est pas condensé, donc les composantes du champ ne peuvent pas être représentées en un même point, ce qui introduit une erreur supplémentaire au niveau de l'erreur de résolution spatiale [14]. Cette erreur peut être diminuée en choisissant un maillage plus fin, mais on perd en temps de calcul et on a besoin de plus de stockage;
- la modélisation des frontières est très difficile ;
- la topologie du réseau est compliquée.

La topologie du schéma TLM avec le nœud distribué est similaire à celle du schéma FDTD de Yee [15]. Mais, dans le cas de la méthode FDTD, une seule composante du champ est disponible au niveau de chaque point de dispersion. En revanche, l'avantage du nœud TLM distribué est que trois des six composantes du champ sont disponibles en chaque point de répartition. Cet avantage est contrebalancé par le fait que la méthode TLM utilise deux fois plus de variables que la méthode FDTD.

Le principal inconvénient du nœud TLM distribués et du nœud de Yee est la complexité de la topologie du nœud d'un point de vue informatique [16]. Comme il y a un espacement entre les points de calcul des composantes du champ, elles ne sont pas renouvelées en même temps. Cela rend la modélisation des frontières et des interfaces entre les différents matériaux difficiles et susceptibles aux erreurs. L'implémentation des maillages variables n'est pas facile non plus dans cette situation.

Toutes les difficultés, générées par l'utilisation du nœud TLM asymétrique distribué, ont déterminé le développement d'une structure nodale condensée, appelé **nœud asymétrique condensé (ACN-Asymmetrical Condensed Node)** (Fig. 4.3). Ce nœud a été introduit par P. Saguet et E. Pic [14], [3], [4]. Ses caractéristiques sont les suivantes :

- Il est basé sur une représentation différente des lignes de transmission. En utilisant une connexion en « demi-T », plutôt qu'en « T », les nœuds « parallèle » et « série » peuvent être ramenés au même point. Le nœud est composé de deux lignes de transmission, correspondant aux deux polarisations différentes, pour chaque direction, donc il résulte un nœud à douze branches.
- Les *avantages* de ce nœud sont les suivantes :
 - a) La répartition des tensions au niveau du nœud a lieu en un seul point de l'espace et donc, toutes les composantes du champ peuvent être évaluées au même point et en même temps. En conséquence, la précision augmente par rapport au cas classique.
 - b) Les conditions aux limites peuvent être établies au milieu du nœud ou à mi-distance entre deux nœuds.

- c) La programmation est simplifiée par rapport au cas classique, car on utilise un seul type de nœud.
- d) La taille mémoire et le temps de calcul sont inférieures à ceux de la méthode TLM à nœuds distribués asymétriques.

Pourtant, ce type de nœud a un grand *inconvenient* [16] : il reste quand même un nœud asymétrique, car en fonction de la direction d'où on le regarde, la première connexion « vue » est soit une connexion « parallèle », soit une connexion « série ». Cela signifie que les frontières vues dans une direction ont des propriétés légèrement différentes lorsqu'elles sont vues dans la direction opposée, d'autant plus en haute fréquence.

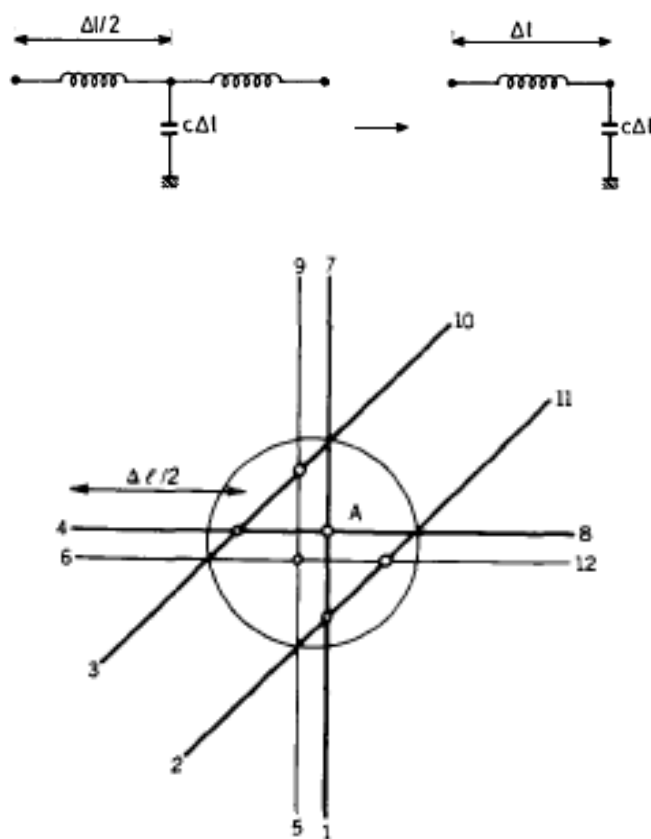


Fig. 4.3 Nœud 3D asymétrique condensé (ACN).

En conclusion, ces deux premiers nœuds 3D asymétriques ne permettent pas le calcul des composantes du champ EM en un seul point. Cela rend difficile la modélisation des interfaces entre différents milieux, ainsi que la programmation du maillage variable.

Afin de surmonter toutes ces difficultés, P. B. Johns a développé en 1987 le *nœud symétrique condensé* (SCN – Symmetrical Condensed Node) [17], qui est devenu le nœud TLM le plus utilisé

dans la simulation 3D [16], [3], [17]. Comme il est également le nœud que nous avons choisi pour nos simulations, nous allons le présenter en détail dans un sous-chapitre suivant.

Les *avantages* de ce type de nœud sont les suivantes:

- Le processus de répartition au niveau du nœud est condensé, car il s'effectue en un seul point. Du coup, les six composantes du champ sont coïncidentes au centre du nœud. De plus, l'asymétrie et les calculs encombrants caractérisant le nœud asymétrique sont éliminés.
- Le réseau à base de ce nœud n'introduit pas de dispersion si l'onde se propage selon une direction axiale (il n'existe pas de fréquence de coupure dans ce cas-ci).
- D'un point de vue erreur de vitesse, la plus importante dispersion introduite par le réseau à base de ce nœud (dans le cas d'une propagation diagonale dans le cube) est inférieure à la plus importante dispersion introduite par le réseau à nœuds distribués [1].

Cependant, il y a aussi des *inconvénients* :

- La taille mémoire nécessaire peut être toujours prohibitive, vu le nombre de tensions à enregistrer au niveau de chaque nœud.
- Pour un maillage à pas variable, le pas temporel dépend du rapport entre la valeur maximale et la valeur minimale du pas spatial du réseau (c'est à dire du coefficient h). L'effet est que, pour un maillage fortement variable, le pas temporel diminue d'une manière très importante et en conséquence, le nombre d'itérations doit être augmenté [18].

- **Nœuds TLM 3D hybrides**

Différents développements des nœuds TLM 2D et 3D, basés sur la variation de l'impédance caractéristique des lignes de transmission, ont conduit à l'introduction de *nœuds hybrides* [14], [18], [19], [20]. Cela a facilité la modélisation de matériaux comparativement aux nœuds originaux.

Un premier type de nœud, développé par R. Scaramuzza et A. J. Lowery en 1990, à partir du nœud SCN est le *nœud symétrique condensé hybride* (HSCN) [18] (Fig. 4.4). Ce type de nœud est préféré dans les problèmes où il y a besoin d'un maillage à pas variable. Sa structure est semblable à celle du nœud SCN. La différence est qu'on peut renoncer soit aux bras inductifs [18], soit aux bras capacitifs [19], en variant l'impédance caractéristique des douze lignes de transmission (Z_c). Ainsi, trois valeurs différentes d'impédance Z_c suffisent pour décrire un problème général avec le nœud HSCN. De plus, ces trois valeurs de Z_c dépendent des trois dimensions du nœud (u, v, w).

Il y a deux types de nœuds HSCN :

- *HSCN de type I*: l'admittance caractéristique des lignes de transmission (Y_C) modélise la perméabilité du milieu (μ_r), tandis que les stubs en circuit ouvert, connectés en parallèle sur le nœud, modélisent la permittivité (ϵ_r);
- *HSCN de type II*: l'impédance caractéristique des lignes de transmission (Z_C) modélise la permittivité du milieu (ϵ_r) et les stubs en court-circuit, connectés en série sur le nœud, modélisent la perméabilité (μ_r) [19].

Quant à la matrice de répartition du nœud, elle peut avoir les dimensions maximales 18x15: les bras 1-12 sont les lignes de transmission de liaison avec les nœuds voisins, les bras 13-15 sont les bras capacitifs et les bras 16-18 modélisent éventuellement la conductivité de l'environnement.

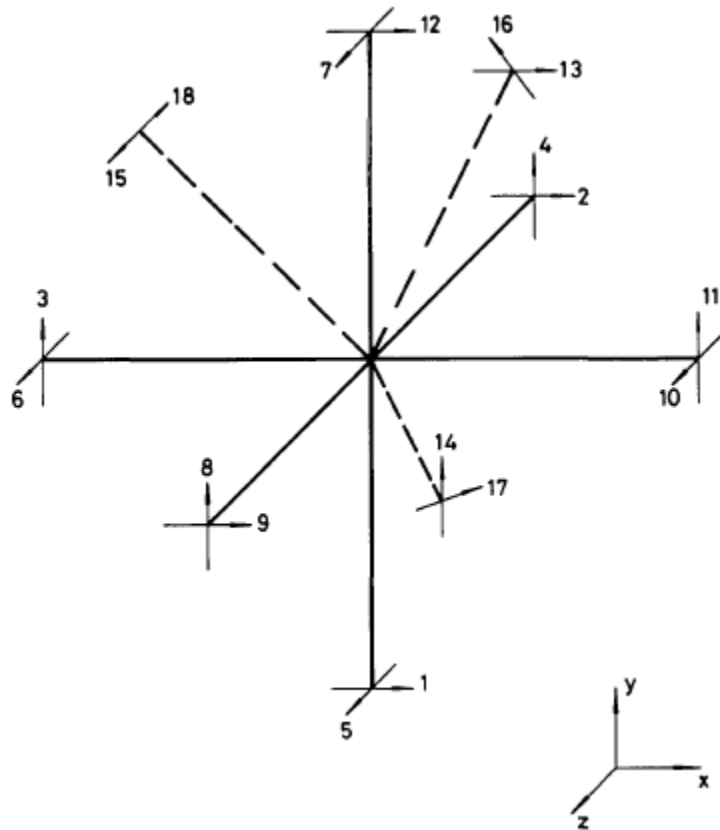


Fig. 4.4 Nœud symétrique condensé hybride (HSCN).

Les *avantages* de ce type de nœud sont les suivants :

- Il contient moins de bras que le nœud SCN, car il peut avoir maximum 15 bras. Cela fait que le temps de calcul et la taille mémoire nécessaire diminuent.

- La valeur maximale du pas temporel dépend de la valeur minimale du pas de maillage ($\Delta t_{\max} \sim \Delta l_{\min}$). Quelque soit le maillage utilisé, la relation $\Delta t = \Delta l / 2c$ est valable. Le pas temporel ne dépend pas du coefficient h lié au maillage variable.
- L'erreur de vitesse enregistrée pour une propagation axiale de l'onde est diminuée.

En revanche, comme *inconvenient*, il peut y avoir une dispersion supplémentaire en fréquence et une perte légère de précision numérique.

Un deuxième type de nœud, développé par V. Trenkic et C. Christopoulos, à partir du nœud SCN, est le *nœud super symétrique condensé* (SSCN) [21], [22], [23]. Sa particularité est qu'on peut renoncer aux 6 stubs du nœud SCN, ce nœud ne contient donc pas de stubs. La modélisation des différents milieux se fait en variant uniquement les impédances caractéristiques des lignes de liaison entre les nœuds. Pour un maillage uniforme (à pas constant), il y a besoin de 2 impédances caractéristiques différentes des lignes pour chaque nœud. Pour un maillage à pas variable, il y a besoin de 6 impédances caractéristiques différentes des lignes, en chaque nœud.

Les *avantages* de ce type de nœud sont les suivants :

- Il n'a pas de stubs, il a seulement les 12 bras de base. La taille mémoire et le temps de calcul diminuent donc encore plus que pour le HSCN.
- Le pas temporel maximal est plus élevé que celui des nœuds SCN et HSCN.
- L'erreur de vitesse enregistrée pour une propagation axiale est diminuée, par rapport aux nœuds SCN et HSCN.

En revanche, l'*inconvenient* est que la dispersion qu'il introduit est supérieure à celle des nœuds SCN et HSCN.

D'autres nœuds TLM 3D hybrides ont été proposés comme alternative au nœud SCN. Parmi eux, il y a le *nœud général symétrique condensé* (GSCN) [24], [25], le *nœud adapté symétrique condensé* (MSCN – Matched SCN) [26] et le *nœud symétrique condensé adaptable* (ASCN – Adaptable SCN) [27].

Plus récemment, l'équipe de C. Christopoulos a introduit des *maillages non-structurés*, comme le maillage *triangulaire* [28], ou celui *tétraédrique* [29].

Des schémas TLM dans le domaine fréquentiel (FD - Frequency Domain) [30] basés sur des principes similaires, ont été aussi développés afin de résoudre d'une manière efficace les problèmes stationnaires.

Références

- [1] R. Allen, A. Mallik, and P. Johns, "Numerical Results for the Symmetrical Condensed TLM Node," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 35, pp. 378-382, 1987.
- [2] P. B. Johns and R. L. Beurle, "Numerical Solution of 2-dimensional Scattering Problems Using a Transmission-Line Matrix," in *Proc. IEE*, 1971, pp. 1203-1208.
- [3] C. Christopoulos, *The Transmission-line Modeling Method: TLM*. New York: John Wiley & Sons/IEEE Publications, 1995.
- [4] W. J. R. Hofer, "The Transmission-Line Matrix-Method - Theory and Applications," *Ieee Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 33, pp. 882-893, 1985.
- [5] C. R. Cacoveanu, "Développement de la méthode TLM. Simulation des pertes dans le domaine temporel," vol. PhD Thesis, ed, 1997.
- [6] V. Trenkic, C. Christopoulos, and T. M. Benson, "Dispersion Analysis of TLM Symmetrical Supercondensed Node," *Electronics Letters*, vol. 30, pp. 2151-2153, 1994.
- [7] V. Trenkic, C. Christopoulos, and T. M. Benson, "Analytical Expansion of the Dispersion Relation for TLM Condensed Nodes," *Ieee Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 44, pp. 2223-2230, 1996.
- [8] V. Trenkic, "The Development and Chracaterisation of Advanced Nodes for the TLM Method," PhD Thesis, Nottingham, 1995.
- [9] S. Akhtarzad and P. B. Johns, "Generalized Elements for TLM Method of Numerical-Analysis," *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers-London*, vol. 122, pp. 1349-1352, 1975.
- [10] S. Akhtarzad, "Analysis of Lossy Microwave Structures and Microstrip Resonators by the TLM Method," vol. Ph.D. Thesis, ed. Nottingham, 1975.
- [11] P. Saguet, "Analyse des milieux guides. La méthode MTLM.," PhD Thesis, 1985.
- [12] S. Akhtarzad and P. B. Johns, "Solution of Maxwells Equantion in 3 Space Dimensions and Time by TLM Method of Numerical-Analysis," *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers-London*, vol. 122, pp. 1344-1348, 1975.
- [13] S. Akhtarzad and P. B. Johns, "Solution of 6-Component Electromagnetic Fields in Three Space Dimensions and Time by the TLM Method," *Electronic Letters*, vol. 10, pp. 535-537, November 1974.
- [14] P. Saguet and E. Pic, "The Use of a New Type of Node in a 3-Dimensional Transmission-Line Matrix (TLM)," *Electronics Letters*, vol. 18, pp. 478-480, 1982.
- [15] K. S. Yee, "Numerical Solution of Initial Boundary Value Problem Involving Maxwell's Equations in Isotropic Media," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-14(3), pp. 302-307, May 1966.
- [16] P. B. Johns, "A Symmetrical Condensed Node for the TLM Method," *Ieee Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 35, pp. 370-377, 1987.
- [17] P. B. Johns, "New Symmetrical Condensed Node for 3-Dimensional Solution of Electromagnetic-Wave Problems by TLM," *Electronics Letters*, vol. 22, pp. 162-164, 1986.
- [18] R. Scaramuzza and A. J. Lowery, "Hybrid Symmetrical Condensed Node for the TLM Method," *Electronics Letters*, vol. 26, pp. 1947-1949, 1990.
- [19] P. Berini and K. Wu, "A Pair of Hybrid Symmetrical Condensed TLM Nodes," *Ieee Microwave and Guided Wave Letters*, vol. 4, pp. 244-246, 1994.
- [20] S. Le Maguer, "New TLM Nodes with PML Absorbing Boundary Conditions for the Characterization of Axially Symmetric Antennas," *International Journal of Numerical Modelling-Electronic Networks Devices and Fields*, vol. 14, pp. 185-203, 2001.

- [21] V. Trenkic, C. Christopoulos, and T. M. Benson, "New Symmetrical Super-Condensed Node for the TLM Method," *Electronics Letters*, vol. 30, pp. 329-330, 1994.
- [22] V. Trenkic, C. Christopoulos, and T. M. Benson, "Generally Graded TLM Mesh Using the Symmetrical Super Condensed Node," *Electronics Letters*, vol. 30, pp. 795-797, 1994.
- [23] V. Trenkic, C. Christopoulos, and T. M. Benson, "Theory of the Symmetrical Super-Condensed Node for the TLM Method," *Ieee Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 43, pp. 1342-1348, 1995.
- [24] V. Trenkic, C. Christopoulos, and T. M. Benson, "Development of a General Symmetrical Condensed Node for the TLM Method," *Ieee Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 44, pp. 2129-2135, 1996.
- [25] V. Trenkic, C. Christopoulos, and T. M. Benson, "Optimization of TLM Schemes Based on the General Symmetrical Condensed Node," *Ieee Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 45, pp. 457-465, 1997.
- [26] V. Trenkic, C. Christopoulos, and T. M. Benson, "Advanced Node Formulations in TLM- The Matched Symmetrical Condensed Node (MSCN)," in *ACES 96 Conference Proceedings*, March 1996, pp. 246-253.
- [27] V. Trenkic, C. Christopoulos, and T. M. Benson, "Advanced Node Formulations in TLM - The Adaptable Symmetrical Condensed Node," *Ieee Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 44, pp. 2473-2478, 1996.
- [28] P. Sewell, J. G. Wykes, T. M. Benson, C. Christopoulos, D. W. P. Thomas, and A. Vukovic, "Transmission-Line Modeling Using Unstructured Triangular Meshes," *Ieee Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 52, pp. 1490-1497, 2004.
- [29] P. Sewell, T. M. Benson, C. Christopoulos, D. W. P. Thomas, A. Vukovic, and J. G. Wykes, "Transmission-Line Modeling (TLM) Based Upon Unstructured Tetrahedral Meshes," *Ieee Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 53, pp. 1919-1928, 2005.
- [30] D. P. Johns, A. J. Wlodarczyk, A. Mallik, and C. Christopoulos, "New TLM Technique for Steady-State Field Solutions in 3 Dimensions," *Electronics Letters*, vol. 28, pp. 1692-1694, Aug 27 1992.

Annexe 5 Passage champ proche – champ lointain

Pour réaliser la transformation champ proche (CP) – champ lointain (CL), nous avons choisi d'utiliser la *méthode de l'équation intégrale* [1-10].

Le champ lointain rayonné par une antenne peut être calculé à partir du CP en utilisant le théorème de la surface équivalente. Cette méthode utilise les valeurs connues du CP d'une antenne afin de déterminer la distribution du courant électrique, magnétique, ou les deux, sur une surface fictive qui entoure l'antenne. Ensuite, sachant les distributions du courant, le champ lointain à chaque point arbitraire de l'espace est calculé par une intégrale sur cette surface fictive [2].

Afin d'assurer l'équivalence, la densité superficielle du courant électrique fictif (\vec{J}_s) et la densité superficielle du courant magnétique fictif (\vec{M}_s) sur la surface sont définies par:

$$\vec{J}_s = \vec{n} \times \vec{H}_s \quad (1a) \quad \vec{M}_s = -\vec{n} \times \vec{E}_s \quad (1b)$$

où \vec{E}_s et \vec{H}_s sont les composantes tangentielles des intensités du champ électrique et respectivement magnétique sur la surface équivalente choisie.

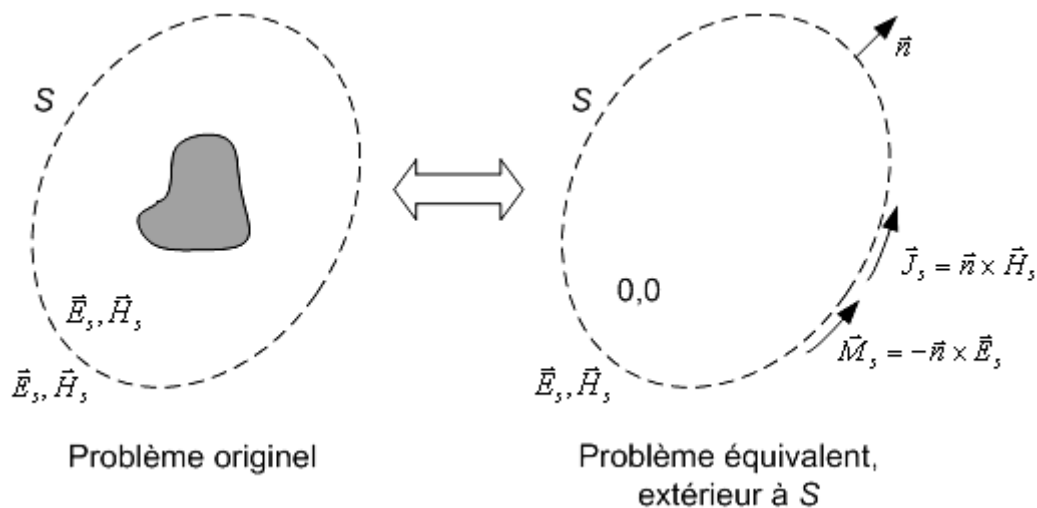


Fig.1 Théorème de la surface équivalente

Cette surface peut être plane, cylindrique, sphérique ou arbitraire. Pour les surfaces aux géométries simples (plane, cylindrique et sphérique), il est démontré que c'est possible de déterminer le champ à n'importe quel point de l'espace, en connaissant seulement le champ électrique tangentiel à la surface considérée.

Approximations de champ lointain ($r \geq \frac{2D^2}{\lambda}$):

Si le point d'observation se trouve à grande distance, dans la zone de CL de l'antenne ($kr \gg 1$), on peut utiliser les approximations :

$$R \cong r - r' \cos \xi \quad (2a) \quad \text{- pour les variations de phase}$$

$$R \cong r \quad (2b) \quad \text{- pour les variations d'amplitude}$$

où ξ représente l'angle entre les vecteurs \vec{r} et \vec{r}' .

Du point de vue géométrique, l'approximation (2a) assume le fait que les vecteurs \vec{R} et \vec{r} sont parallèles. Ainsi on peut approximer:

$$\frac{e^{-jkR}}{R} \cong \frac{e^{-jkr} e^{jkr' \vec{a}_r}}{r - \vec{r}' \cdot \vec{a}_r} \cong \frac{e^{-jkr} e^{jkr' \vec{a}_r}}{r} = \frac{e^{-jkr} e^{jkr' \cos \xi}}{r} \quad (3)$$

Les composantes du champ lointain \vec{E} et \vec{H} se calculent de la manière suivante :

$E_r \cong 0$	$H_r \cong 0$
$E_\theta \cong -\frac{jk \cdot e^{-jkr}}{4\pi \cdot r} (L_\varphi + Z_0 N_\theta) \quad (4a)$	$H_\theta \cong \frac{jk \cdot e^{-jkr}}{4\pi \cdot r} (N_\varphi - \frac{L_\theta}{Z_0}) \quad (4c)$
$E_\varphi \cong \frac{jk \cdot e^{-jkr}}{4\pi \cdot r} (L_\theta - Z_0 N_\varphi) \quad (4b)$	$H_\varphi \cong -\frac{jk \cdot e^{-jkr}}{4\pi \cdot r} (N_\theta + \frac{L_\varphi}{Z_0}) \quad (4d)$

où $N_\theta, N_\varphi, L_\theta$ et L_φ s'écrivent dans des coordonnées sphériques en fonction des distributions des courants sur la surface équivalente:

$$N_\theta = \iint_S [J_z \cos \theta \cos \varphi + J_x \cos \theta \sin \varphi - J_y \sin \theta] \cdot e^{jkr' \cos \xi} dS'$$

$$N_\varphi = \iint_S [-J_z \sin \varphi + J_x \cos \varphi] \cdot e^{jkr' \cos \xi} dS'$$

$$L_\theta = \iint_S [M_z \cos \theta \cos \varphi + M_x \cos \theta \sin \varphi - M_y \sin \theta] \cdot e^{jkr' \cos \xi} dS'$$

$$L_\varphi = \iint_S [-M_z \sin \varphi + M_x \cos \varphi] \cdot e^{jkr' \cos \xi} dS'$$

où $r' \cos \xi$ représente la projection des vecteurs \vec{r}' sur les vecteurs \vec{r} et qui est de la forme suivante:

$$r' \cos \xi = (z' \cos \varphi + x' \sin \varphi) \sin \theta + y' \cos \theta$$

Références :

- [1] M. S. Narasimahan, S. Ravishankar, 'Probe Uncompensated Near-Field to Far-Field Transformation for Scanning Over an Arbitrary Surface', *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. AP-33, No. 4, pp. 467-472, April 1985
- [2] P. Petre, T. K. Sarkar, "A Planar Near-Field to Far-Field Transformation Using an Equivalent Magnetic Current Approach", *IEEE Trans. On Antennas and Prop.*, vol.40, no.11, pp.1348-1356, 1992
- [3] P. Petre, T. K. Sarkar, "Theoretical Comparison of Modal Expansion and Integral Equation Methods for Near- Field to Far- Field Transformation", *Microwave Conference Asia-Pacific APMC*, pp.713-716, 1992
- [4] A. D. Yaghjian, "An Overview of Near- Field Antenna Measurement", *IEEE Transactions On Antennas and Propagation*, Vol. AP-34, No. 1, pp.30-45, January 1986
- [5] S.Ponnappalli, T.K. Sarkar, P. Petre, "Near-Field to Far-Field Transformation Using an Equivalent Current Approach", *Proc. of Int. Conf. on Antennas and Propagation*, AP-S 90, pp.1458-1461, London, Ontario, June 1991
- [6] P. Petre, T.K. Sarkar, "Planar Near-Field to Far-Field Transformation Using an Array of Dipole Probes", *IEEE Transactions On Antennas and Propagation*, Vol. 42, No. 4, pp.534-537, April 1994
- [7] A.Taaghola, T.K. Sarkar, "Near-Field to Near/Far-Field Transformation for Arbitrary Near-Field Geometry Utilizing an Equivalent Magnetic Current", *IEEE Transactions On Electromagnetic Compatibility*, Vol. 38, No. 3, pp.536-542, August 1996
- [8] T.K. Sarkar, A.Taaghola, "Near-Field to Near/Far-Field Transformation for Arbitrary Near-Field Geometry Utilizing an Equivalent Electric Current and MoM", *IEEE Transactions On Antennas and Propagation*, Vol. 47, No. 3, pp.566-573, March 1999
- [9] P. Petre, *et al.*, "Integral equation solution for near-field to far-field transformation," London, UK.
- [10] T.K. Sarkar, F. Las-Heras, "An Iterative Near-Field to Far-Field Emissions and Source Reconstruction Using The Equivalent Current Approach", 2001

Liste de communications publiées pendant cette thèse

Revue internationale avec comité de lecture:

[1] A. Ungureanu, T.P. Vuong, F. Ndagijimana, "Electromagnetic Point Source Reconstruction by Reversed-TLM Method", The Applied Computational Electromagnetics Society (ACES) Journal, 2011 (accepté)

Conférences internationales avec comité de lecture:

[2] A. Ungureanu, T.P. Vuong, F. Ndagijimana, "Electromagnetic Source Synthesis by Reversed-TLM Method", International Microwave Symposium (IMS) 2011, 5-10 June, Baltimore, USA (article paru dans IMS Proceedings) (présentation orale)

[3] A. Ungureanu, T.P. Vuong, F. Ndagijimana, "Electromagnetic Source Reconstruction by Reversed-TLM Method", 8th International Conference on Computation in Electromagnetics (CEM) 2011, 11-14 April, Wroclaw, Poland (article paru dans CEM Proceedings) (poster)

[4] A. Ungureanu, T.P. Vuong, F. Ndagijimana, "Synthesis of Electromagnetic Sources by Reversed-TLM Method", Progress in Electromagnetics Research Symposium (PIERS) 2011, 20-23 March, Marrakesh, Maroc (poster)

Conférences nationales avec comité de lecture:

[5] A. Ungureanu, T.P. Vuong, F. Ndagijimana, « Synthèse de sources électromagnétiques par la méthode TLM inverse », 17^{ième} Journées Nationales Micro-ondes (JNM) 2011, 18-20 mai, Brest, France (présentation orale)

[6] A. Ungureanu, T.P. Vuong, P. Saguét, F. Ndagijimana, « Localisation des sources par la méthode TLM inverse », 15^{ème} colloque international et exposition sur la Compatibilité Electromagnétique (CEM) 2010, 6-9 Avril, Limoges, France (poster)

Titre : « Synthèse de sources rayonnantes large-bande, par la méthode TLM inverse »

Cette thèse porte sur la synthèse des sources électromagnétiques (EM) rayonnantes, par la méthode TLM (Transmission Line Matrix) inverse. Les applications large-bande sont particulièrement visées. L'objectif est d'utiliser la théorie du retournement temporel des ondes EM, afin d'implémenter et développer une nouvelle méthode de synthèse des sources rayonnantes, à partir d'un diagramme de rayonnement connu. La retro-propagation des ondes est réalisée numériquement, par la méthode TLM inverse, en trois dimensions (3D), à nœuds symétriques condensés (SCN). L'algorithme proposé est utilisé pour retrouver des sources EM primaires, ponctuelles et réparties, émettant des signaux à large-bande [26GHz - 34GHz] et placées dans l'espace libre (sans pertes, homogène et non-dispersif). Les bases, le potentiel et les limites de cette approche inverse sont étudiés. Une étape supplémentaire est ajoutée afin d'améliorer la résolution spatiale de la reconstruction des sources ponctuelles et réparties. Une résolution inférieure à la demi-longueur d'onde de l'excitation est ainsi obtenue. La reconstruction des sources secondaires 1D et 2D, induites sur les surface métalliques des antennes est ensuite étudiée. Ces études ont abouti au développement d'un nouvel outil de simulation, basé sur une méthode hybride TLM-analytique. La synthèse des sources induites sur la surface d'une antenne-monopôle est ainsi réalisée, à partir du CL mesuré. L'orientation et la position des sources sont trouvées. Les avantages et les limitations de la technique sont enfin discutés.

Mots-clé : Méthode TLM, synthèse, sources rayonnantes, large bande, retournement temporel, antennes, méthode inverse, simulation électromagnétique.

Title: "Wide-band radiating source synthesis by reversed-TLM method"

This thesis deals with wide-band electromagnetic (EM) source synthesis, by Reversed-TLM (Transmission Line Matrix) method. The work is particularly focused on wide-band applications. The main objective is to use the time reversal wave theory in order to develop a new simulation tool, which can synthesize an unknown source distribution from a far-field radiation pattern. Wave time-reversal is numerically simulated by 3D Reversed-TLM method, in based on symmetrical condensed nodes (SCN). Our method is first applied to lumped sources, transmitting wide band signals in the frequency range [26GHz - 34 GHz], placed in a lossless, homogeneous and non-dispersive 3D free-space. Source reconstruction results show that by using this method, the "classical" half-wavelength resolution limit is overcome. The synthesis of 1D and 2D secondary sources, induced on metallic antenna surfaces are also studied. These studies resulted in the development of a new simulation tool, based on a hybrid TLM-analytical method. Reversed - TLM method is then applied for synthesizing a monopole antenna from its measured far-field radiation pattern. Initial source orientation and localization are found. Advantages and limitations of this technique are discussed.

Key-words: TLM Method, synthesis, radiations sources, wide-band, time reversal, antennas, inverse method, electromagnetic simulation.