

UNIVERSITE PARIS-SUD

ÉCOLE DOCTORALE : *Ondes et Matière*
Laboratoire Interaction Rayonnement-Matière

DISCIPLINE : Physique des Plasmas

THÈSE DE DOCTORAT

soutenue le 21/11/2012

par

Alexandre FRIOU

Propagation d'une impulsion laser intense dans un
plasma sous-dense : creusement de canal et
diffusion Raman stimulée

Directeur de thèse : Didier BENISTI Chercheur (CEA/DAM)

Composition du jury :

Président du jury :

Rapporteurs :

Examineurs :

Julien FUCHS
Julien FUCHS
Stefan HULLER
Didier BENISTI
Stephan BRUNNER
Claude DEUTSCH
Erik LEFEBVRE

Directeur de recherche (Ecole polytechnique, LULI)
Directeur de recherche (Ecole polytechnique, LULI)
Directeur de recherche (Ecole polytechnique, CPHT)
Chercheur (CEA/DAM)
Chercheur (EPFL)
Professeur émérite (Université de Paris-Sud, LPGP)
Chercheur (CEA/DAM)

Remerciements

Ces 3 ans de thèse se sont bien passés. Il faut remercier pour cela mes sympathiques et patients encadrants, Erik, Laurent, Didier, Benoit, tous grands manitous de la physique des plasmas. Leurs conseils toujours très avisés m'ont guidé tout au long de ma thèse, j'ai beaucoup appris en les écoutants et en prenant comptes de leurs corrections dans mes rapports et mes présentations.

Merci à mes rapporteurs Julien et Stefan, et aux examinateurs Claude et Stephan (merci pour les corrections et d'être venu depuis la Suisse!).

Je voudrais remercier tous les piliers de bar qui m'ont aidé à soutenir cette thèse, j'espère n'oublier personne. Durant ces 3 années, un nombre important de stagiaires, thésards et post-docs (les « consommables » d'après Benoit, ce qui fait de lui un « périmé » :)) ont travaillé dans le laboratoire, ce qui fait autant d'amis avec qui partager agréablement le quotidien de la thèse, merci à Sarah et Zohra jamais à court de friandises, Yoann et Déborah toujours motivés pour aller courir et avec qui j'ai partagé nombre de pti déj massiçois idéal pour se motiver avant d'affronter la journée, merci Yoann de m'avoir fait répéter ma thèse, Anne-Sophie, David, Maxence, Mathieu, Emeric, Christophe, Vincent, Arnaud, Christian, Greg, Camille et les nouveaux Charles, Julien, Jérémie, Nicolas (on se voit à votre soutenance :D!). Merci aux gens de dcsa avec qui j'ai partagé la plupart des repas du midi, Daniel, Laurent, Gauthier, Cédric, Aude, Frank, Guillaume, Nicolas... Durant cette thèse, enfin surtout pour la dernière année, je me suis aperçu de l'importance du café (merci pour ta cafetière Charles) dont la consommation augmente de manière exponentielle. Merci à Greg pour être encore plus dingue que moi et pour les relectures de ma thèse. Merci à Fabien pour ces moments délirants, et surement plus à venir. Merci à Julie, toujours en train de rire sans que je sache pourquoi :) ... Mention spéciale pour Déborah, Christian et Camille, des parisiens qui m'ont hébergé après des soirées « oublie ta thèse ». Merci à Parwana, Noémie et Antoine, Camille, les membres d'Actif, pour ces moments où partager des problèmes de thésards m'a bien aidé, Sophie (←haha!), Clara (merci pour la dédicace!). On ne peut pas travailler dans le couloir de ppe sans connaître Serge, toujours partant pour déconner et jamais à court de chocolat ou de mirabelle, merci Serge. Merci à la bande de massiçois, Gaël (« je vous ferais bien une proposition indécente... »), Laetitia, Arnaud, Moutane, Julien, avec qui j'ai souvent passé de très bon moment (au « Living », un bar de Massy stratégiquement placé à la sortie du bus cea). Merci à Clement et Grand Clem, Guitou, Esther, Nico, Emilie, Chapi, Laurent, Stépan, Sébi, pour tout depuis toutes ces années, merci les gars.

Une thèse c'est aussi l'occasion de montrer sa culture (ou sa connerie), en introduisant des citations en début de chapitre. Quand on me demandait sur quoi je travaillais, je répondais « j'envoie un gros laser sur un gros plasma », on me disait « et ? », et naturellement « et ça fait un trou ». J'en étais donc venu à dire que je faisais des petits trous avec mes lasers, ce qui inspira Mika qui m'appela le trouilloteur des lilas. La citation du chapitre sur le creusement de canal était donc toute trouvée. Je pense qu'il faut avoir beaucoup d'humour et d'autodérision pour faire une thèse, parfois au grand malheur d'Erik qui trouvait que j'avais une piètre image de mes travaux et qui s'efforça à les valoriser.

Merci à Antoine Compant La Fontaine pour sa disponibilité et les discussions très intéressantes.

Je remercie Laurence, notre chef de service durant ma thèse, pour m'avoir accueilli dans le couloir et pour son enthousiasme toujours présent. Merci à Sylvie et Brigitte pour rendre le coté administratif de la thèse agréable.

Merci à ma famille pour leur soutien quotidien.

Merci à Mika et Xavier, mes co-bureau qui m'ont supporté pendant mes délires et craquages (notamment lors des duels avec des posters comme épées...), ainsi qu'à mes colocs Damien, qui a pris le temps de venir à ma soutenance malgré son travail (jt'ai à l'œil Molka...), et Gauthier pour ces années délirantes et pour m'avoir supporté au quotidien (ce qui se passe dans la colocation reste dans la colocation).

Table des matières

I	Introduction	1
1	Contexte et objectifs	3
2	Physique de l'interaction laser-plasma	9
2.1	Mouvement d'une particule chargée dans une onde plane électromagnétique	9
2.2	Force pondéromotrice	11
2.3	Relations de dispersion non-relativiste dans un plasma non-magnétisé	12
2.4	Mécanismes de chauffage non-collisionnel	15
II	Propagation à haute intensité : creusement de canal	17
3	Physique du creusement de canal	19
3.1	Auto-focalisation et instabilité de filamentation	19
3.2	Creusement pondéromoteur	23
3.3	Instabilité de reptation	25
3.4	Le chauffage bêatron	28
3.5	Revue des expériences et simulations	30
4	Creusement de canal	35
4.1	Un mot sur les paramètres numériques utilisés	36
4.2	Phénoménologie du creusement de canal	39
4.2.1	Présentation générale	39
4.2.2	Bifurcation filamentaire	40
4.2.3	Instabilité de reptation	51
4.2.4	Bifurcation par instabilité de reptation	51
4.2.5	Propagation guidée	51
4.2.6	Bifurcation par réfraction	54
4.2.7	Les paramètres ξ , n_{rel} et le creusement régulier	54
4.2.8	Cas 3D, interprétations avec d'autres simulations et expériences	55
4.2.9	Résumé	58
4.3	Mesure de la vitesse de creusement	59
4.3.1	Méthodologie	59
4.3.2	Plasma homogène	63
4.3.3	Plasma inhomogène	67
4.3.4	Résumé	74
4.4	Génération des électrons chauds	75

4.4.1	Caractéristiques des électrons chauds et champs associés	75
4.4.2	Couplage laser-plasma	85
4.4.3	Résumé	88
4.5	Modélisation de la vitesse de propagation	89
5	Conclusions	99
III	Propagation à intensité modérée : diffusion Raman arrière stimulée	101
6	Physique de la diffusion Raman stimulée	103
6.1	Diffusion Raman stimulée	103
6.2	Fonction de distribution adiabatique	106
6.3	Revue des expériences et simulations	110
7	Mécanismes non-linéaires de saturation de la diffusion Raman arrière stimulée	113
7.1	Validité de la fonction de distribution adiabatique	115
7.2	Etude du <i>sideband</i> avec le code VADOR	116
7.3	Application à la saturation de la diffusion Raman stimulée	125
7.3.1	Saturation de la diffusion Raman avec le code Vlasov ELVIS	126
7.3.2	Saturation de la diffusion Raman avec le code PIC CALDER	129
7.3.3	Comparaison avec le code d'enveloppe BRAMA	135
7.4	Etude du <i>sideband</i> avec le code spectral Fourier-Hermite VSTAB	142
8	Conclusions	147
	Annexe	148
A	Descriptions des codes de calcul utilisés dans cette thèse	149
A.1	Le code Particle In Cell CALDER	149
A.2	Les codes Vlasov	151
A.2.1	Le code électrostatique VADOR	151
A.2.2	Le code électromagnétique ELVIS	152
A.3	Le code d'enveloppe BRAMA	153
A.4	Le code spectral Fourier-Hermite VSTAB	154
	Bibliographie	154

Liste des notations principales

Constantes	
c	célérité de la lumière dans le vide
ϵ_0, μ_0	permittivité et perméabilité du vide
k_B	constante de Boltzmann
m_j	masse au repos de l'espèce j
$-e, Ze$	charges électronique et ionique
Symboles	
t, x, y, z	temps, abscisse, ordonnée et cote
\vec{e}_i	vecteur unitaire dans la direction i
I_0	intensité (éclairage) d'une impulsion laser
a_0	norme du potentiel vecteur d'une impulsion laser
W_0	<i>waist</i> , rayon du faisceau laser dans le plan focal à $1/e$ du champ électrique
r_0	largeur à mi-hauteur du champ électrique laser
\vec{E}, \vec{B}	champs électrique et magnétique
\vec{A}, Φ	potentiel vecteur et potentiel scalaire
λ_0, ω_0	longueur d'onde et pulsation d'une onde laser dans le vide
τ_L	durée caractéristique d'une impulsion laser
n_e, n_i, n_c	densités électronique, ionique et densité critique
v_{tj}, v_{thj}	vitesse thermique de l'espèce j
\vec{v}, \vec{p}	vecteur vitesse et impulsion
γ	facteur de Lorentz
Γ	taux de croissance
ρ, \vec{j}	densité de charge et vecteur densité de courant
ω_p, ω_{pj}	pulsation plasma et pulsation plasma de l'espèce j
λ_D	longueur de Debye
T_j	température de l'espèce j
V_c	vitesse de creusement
X_c	position du front du canal
Indices	
e, i	espèces électronique et ionique
j	espèce j

Première partie

Introduction

Chapitre 1

Contexte et objectifs

« ...in a world of magnets and miracles... »

High Hopes, Pink Floyd

Contexte et enjeux

Le plasma est un état particulier de la matière, aussi appelé quatrième état, contenant des particules chargées et présentant un comportement collectif dû aux interactions électromagnétiques entre ces particules.

Un laser (« light amplification by stimulated emission of radiation ») est une source temporellement et spatialement cohérente de lumière. Les lasers trouvent de nombreuses applications dont la fusion par confinement inertiel (FCI), qui fait intervenir des lasers d'intensités $\approx 10^{14-15} \text{W/cm}^2$ et de durée d'impulsion de quelques nano-secondes selon les schémas de fusion considérés. D'autres applications comme l'accélération d'ions, d'électrons, la production de rayonnement X multi-MeV ou la FCI par allumage rapide font intervenir des lasers plus intenses de l'ordre de $\approx 10^{18-20} \text{W/cm}^2$ et de durée d'impulsion de quelques picosecondes. De manière générale l'irradiation de la matière par un laser d'intensité supérieure à quelques $\approx 10^{12} \text{W/cm}^2$ suffit à créer facilement un plasma. Le couplage entre les charges et les modes collectifs du plasma et les champs électromagnétiques du laser conduit à une physique très riche de « l'interaction laser-plasma ». Celle-ci est marquée par de nombreux phénomènes non-linéaires et/ou instables qui font l'objet d'études continues depuis l'invention du laser il y a quelques 50 ans. Ce travail entend y contribuer sur deux points présentés dans la suite de ce chapitre.

Pour comprendre dans quel cadre s'inscrit cette thèse il est nécessaire de présenter le principe de la fusion par confinement inertiel, dont il existe plusieurs variantes qui possèdent tous un mode opératoire commun, ou tout du moins similaire. La FCI consiste à amorcer dans un plasma de deutérium-tritium (DT) une réaction de fusion auto-entretenu. Le mélange de DT, aussi appelé combustible, prend la forme d'un micro-ballon de quelques millimètres de diamètre contenant quelques milligrammes de combustible que l'on cherche, dans un même temps, à comprimer et à chauffer.

Le schéma classique de la FCI consiste en l'irradiation d'une coquille de combustible par un fort rayonnement ($\approx 0.1 - 1 \text{MJ}$) laser, dans le cas de l'attaque directe, ou X dans le cas de l'attaque indirecte. Dans le schéma par attaque directe (figure 1), un grand nombre (≈ 200) de faisceaux

laser sont focalisés sur la surface de la capsule de combustible. Dans le schéma par attaque indirecte (figure 1) la capsule de combustible est placée au centre d'un cylindre en or servant à convertir le rayonnement laser focalisé sur ses parois internes en un rayonnement X de corps noir, qui assure l'ablation et la compression du combustible. La compression de la capsule par rayonnement X, en comparaison de l'attaque directe, possède une plus grande uniformité d'irradiation et une vitesse d'ablation bien supérieure. Ce double avantage atténue grandement l'instabilité de Rayleigh-Taylor [1] qui peut compromettre la compression en déformant le front d'ablation. Toutefois, l'attaque indirecte pâtit d'un faible rendement énergétique entre le rayonnement laser incident et la capsule.

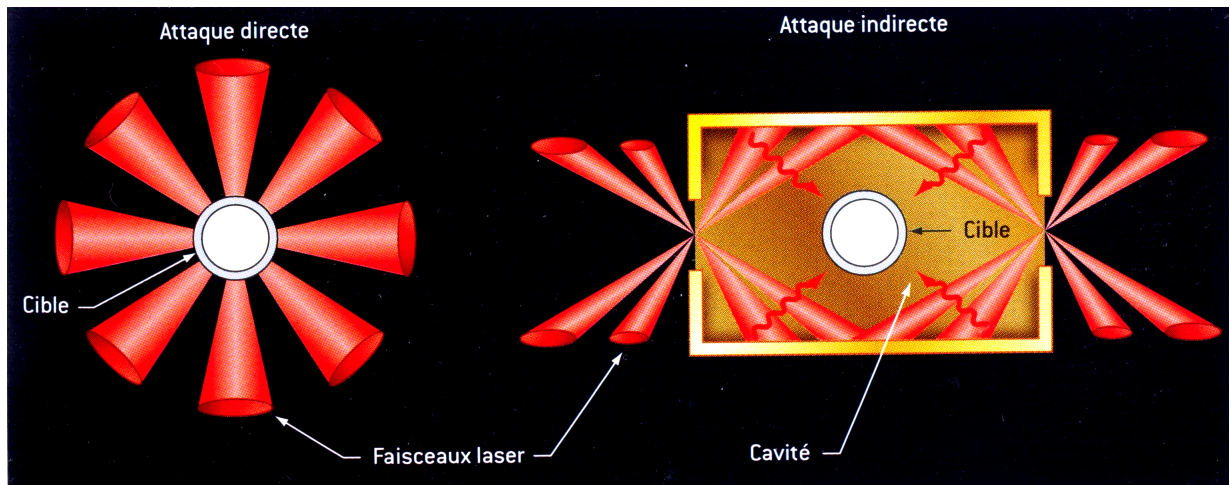


FIGURE 1.1 – Schéma du principe de l'attaque directe et indirecte.

Qu'on utilise un schéma d'attaque directe ou indirecte, la surface de la capsule est ionisée, et sa détente provoque par réaction l'implosion de la coquille. Issus de l'ablation des couches externes, une succession de chocs traversent la cible et se focalisent en son centre. Leur parfaite synchronisation, pilotée par le profil temporel du rayonnement, est un élément clé de la FCI. Leur convergence au centre de la cible produit un point chaud où s'amorcent les réactions de fusion thermonucléaires. Si les conditions d'allumage sont remplies, l'onde de combustion ainsi initiée peut se propager au reste du combustible.

Il existe de nombreuses variantes aux schémas d'attaques directe et indirecte, tant sur l'assemblage du combustible de la capsule (DT gaz, cryogénique...) que sur le profil temporel des faisceaux laser. A la différence de ces approches classiques, le schéma dit d'allumage rapide introduit par Tabak *et al.* [2] en 1994, dissocie les étapes de compression et d'allumage. L'idée est de comprimer la cible de manière classique mais modérée (durée d'impulsion nanosecondes et intensité de l'ordre de $\approx 10^{15} \text{W/cm}^2$), et ensuite de déclencher la combustion à partir d'un point chaud créé par un laser ultra-intense, appelé faisceau d'allumage (durée d'impulsion picosecondes et intensité de l'ordre de $\approx 10^{20-21} \text{W/cm}^2$). Le combustible comprimé étant très dense, le faisceau d'allumage ne peut pas se propager jusqu'au centre de celui-ci pour y apporter lui-même l'énergie nécessaire. En revanche, l'énergie apportée par le faisceau d'électrons produit par le laser ultra-intense lors de sa propagation, pourrait permettre d'enclencher la combustion thermonucléaire. Compte tenu des contraintes énergétiques et spatiales relatives à l'ignition, les électrons doivent être accélérés au plus près du cœur de la cible. D'où l'idée de faciliter la propagation en évacuant préalablement le plus possible de plasma à l'aide d'un laser de creusement, comme proposé dans le schéma originel de Tabak *et al.*, ou en insérant un cône dans la capsule [3]. Cette dernière possibilité permet d'économiser l'impulsion laser servant au creusement, mais peut gêner la compression symétrique de la capsule.

En revanche, creuser un canal dans la couronne de plasma de longueur millimétrique qui entoure la cible comprimée ne présente aucun problème de symétrie durant la phase de compression, mais peut causer des problèmes de préchauffage. En effet, les électrons accélérés lors du creusement du canal pourraient se propager jusqu'au centre de la cible comprimée et la chauffer, au détriment de la compression. L'allumage rapide, avec creusement, se résume donc en quatre étapes (figure 1.2) :

- l'ensemble du combustible est d'abord comprimé de manière traditionnelle par des impulsions nanosecondes ($\approx 10^{15} \text{W/cm}^2$).
- Une première impulsion de creusement ($\approx 10^{18-19} \text{W/cm}^2 - 100 \text{ps}$) préforme un canal dans la couronne de plasma de longueur millimétrique qui entoure la cible comprimée.
- Ce canal que l'on espère aussi vide d'électrons et profond que possible, sert de guide à une seconde impulsion ultra-intense ($\approx 10^{20-21} \text{W/cm}^2 - 10 \text{ps}$) qui doit s'approcher le plus possible du cœur comprimé pour accélérer le faisceau d'électrons déclencheur de la réaction de fusion.
- Le point chaud produit par le faisceau d'électrons, si les conditions sont réunies, amorce les réactions de fusion thermonucléaires. L'onde de combustion peut se propager aux régions externes.

Le schéma d'allumage rapide se caractérise par un gain théorique plus élevé que les schémas standard.

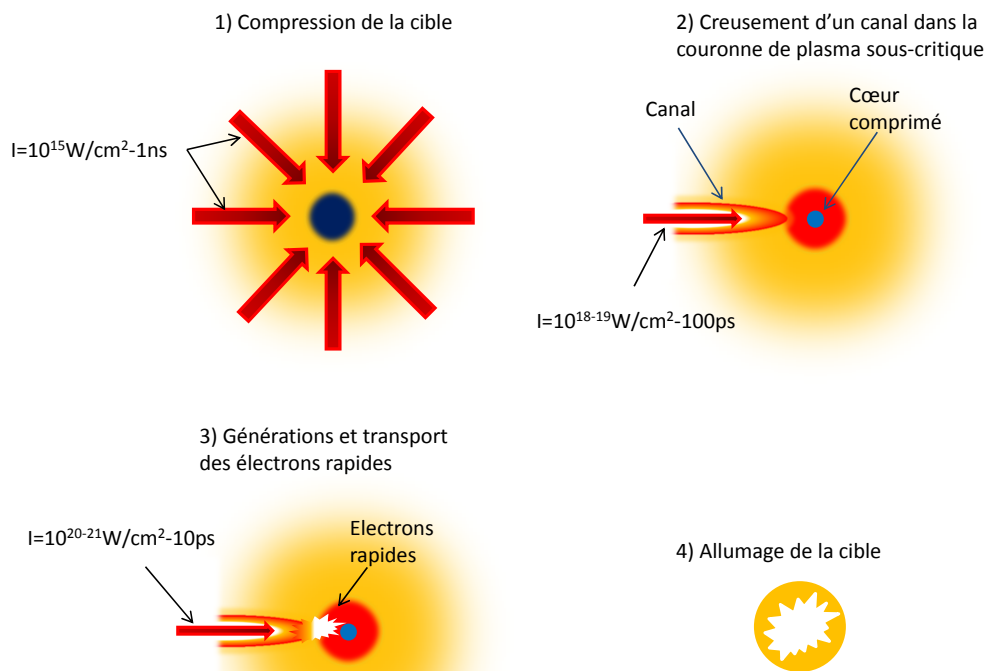


FIGURE 1.2 – Les quatre étapes du schéma d'allumage rapide avec creusement de canal.

Durant le creusement du canal plasma, l'impulsion laser est soumise à de nombreuses instabilités. Parmi celles-ci les instabilités de reptation [4] et de filamentation peuvent dévier l'impulsion

laser de son axe d'incidence initial (et donc le canal), ou même faire éclater l'impulsion laser en de multiples filaments laser. Le creusement en est affecté, et il est alors légitime de se demander quelles sont les conditions requises pour creuser jusqu'à la densité critique, et quels sont les paramètres optimaux. L'intérêt du schéma d'allumage rapide repose sur son gain élevé, ce qui suppose que la quantité d'énergie dépensée dans les faisceaux de creusement et d'allumage est suffisamment faible. Au début de cette thèse, des simulations PIC 2D effectuées par Li *et al.* [5] avaient déjà apporté quelques éléments de réponse. Ils estimèrent l'énergie nécessaire pour creuser jusqu'à la densité critique, qui s'écrit $\mathcal{E}_c \approx 1.7(I/10^{18}\text{W/cm}^2)^{0.36}\text{kJ}$, avec I l'intensité maximale de l'impulsion laser. Cette loi d'échelle indique qu'il est préférable d'utiliser une impulsion laser de basse intensité pour économiser de l'énergie. L'idée d'utiliser des impulsions laser d'une centaine de ps avait déjà été explorée dans les années 90 (Young *et al.* [6], Milchberg *et al.* [7]). Récemment Fuchs *et al.* [8] ont montré expérimentalement la création d'un canal plasma à l'aide d'une impulsion d'une centaine de ps et d'intensité 10^{16}W/cm^2 dans un plasma similaire au plasma de couronne de l'allumeur rapide. Ils ont également observé l'accroissement de la transmission d'une impulsion laser d'intensité $3 \cdot 10^{18}\text{W/cm}^2$ dans le canal. Cependant, l'imagerie par interférométrie utilisée ne leur permet pas de diagnostiquer le canal pour $n > 0.03n_c$, et il s'en remettent aux simulations pour interpréter les résultats dans les régions opaques au diagnostic. A priori, nous n'avons donc aucune certitude sur la dynamique du creusement avec des impulsions laser d'une centaine de ps et d'intensité 10^{16}W/cm^2 .

Les simulations effectuées par Li *et al.* [5] sur 1 mm de plasma leur permettent également de mettre en évidence la dynamique du creusement. Sur le long terme, le creusement du canal n'est pas affecté par les instabilités de reptation et de filamentation qui ne sont que temporaires. De fait, via un mécanisme d'auto-correction, une impulsion laser suffisamment longue ne cesse de creuser selon sa direction initiale. Les résultats optimistes de ces simulations rassurent vis-à-vis des expériences effectuées sur le creusement dans les années 90 [9] et le début des années 2000 [10], qui pointaient justement les effets négatifs de la filamentation et de la reptation sur le creusement. Ces expériences n'avaient pas la possibilité de mettre en évidence le mécanisme d'auto-correction du creusement du fait d'impulsions laser trop courtes.

Un autre aspect du creusement souvent étudié, observé lors d'expériences [11, 12] et de simulations [13, 5], est la génération d'électrons chauds (d'énergie supérieure à quelques centaines de keV) et la formation de champs magnétiques statiques de centaines de MG dus aux courants associés. La quantité d'électrons chauds produits durant le creusement du canal est une des problématiques majeures de l'allumage rapide. En effet, les simulations [14, 15] ont montré que des électrons de plus de 100 keV sont capables de se propager jusqu'au centre de la cible et d'y déposer de l'énergie. Ce préchauffage détend la cible avant la compression finale, et peut donc empêcher la combustion d'avoir lieu. Dans cette thèse, nous regarderons en détail les mécanismes d'accélération électronique, sans toutefois aborder la propagation électronique dans la partie dense de la cible. La propagation de l'impulsion laser est étudié à l'aide d'un code particulière en géométrie 2D plane.

Après avoir discuté du creusement du canal, et donc de la propagation d'impulsion laser d'intensité élevée d'environ 10^{18-20}W/cm^2 , intéressons-nous à la compression de la cible. L'intensité des impulsions laser est bien plus faible, de l'ordre de 10^{14-16}W/cm^2 , et de durée ns. Dans ce régime la diffusion Raman stimulée [16] devient importante, et une fraction de l'impulsion laser incidente peut être perdue par rétro-diffusion. Après une phase de croissance linéaire, l'instabilité Raman finit par saturer et la réflectivité (rapport de l'énergie laser incidente sur l'énergie laser rétro-diffusée) oscille rapidement au cours du temps. Des hypothèses ont été avancées pour expliquer la saturation, comme le déphasage non-linéaire de l'onde plasma associée au Raman, ou la

croissance d'ondes satellites. Ces phénomènes ont été incriminés à l'aide d'expériences [17] et de simulations ou de théories [18, 19]. Malgré tous ces travaux, les causes de la saturation de l'instabilité Raman restent encore incertaines. A notre connaissance, il n'existe aucune étude de la saturation en fonction des paramètres du laser et du plasma. Il nous reste donc à étudier en détail ces mécanismes et à les identifier de manière claire comme étant responsable de la saturation. Pour cela, nous nous basons sur des simulations numériques eulériennes 1D. Les phénomènes de saturation 2D sont donc ignorés.

Plan

Cette thèse est composée de quatre parties, axée autour des deux problématiques exposées plus haut :

- 1 – le creusement d'un canal dans un plasma sous-critique par une impulsion laser d'intensité $\approx 10^{18-20}\text{W/cm}^2$ et de durée comprise entre quelques ps et quelques dizaines de ps. On étudie la propagation de l'impulsion laser dans les plasmas homogènes et de profils de densité exponentiels, avec des tailles variant de quelques centaines de micromètres au millimètre. Une des applications évidentes de cette étude est l'étape de creusement de canal pour l'allumage rapide.
- 2 – Les mécanismes de saturation de l'instabilité de diffusion Raman arrière, qu'il faut mettre en évidence et identifier de manière claire. On cherche également à établir un critère de saturation, à l'aide des résultats apportés par les simulations.

La première partie est une introduction commune à ces deux problématiques. On y trouvera la physique de base de l'interaction laser-plasma, ainsi qu'une revue des mécanismes de chauffage. Les deuxième et troisième parties traitent respectivement du creusement de canal et de la saturation de la diffusion Raman. Elles contiennent une introduction spécifique à la physique de chaque partie, ainsi qu'une revue des expériences et simulations. La conclusion et les perspectives de travail constituent la quatrième et dernière partie. Enfin, une description des codes de calculs utilisés dans cette thèse est donnée en annexe.

Chapitre 2

Physique de l'interaction laser-plasma

2.1 Mouvement d'une particule chargée dans une onde plane électromagnétique

Les équations décrivant le mouvement d'une particule chargée dans un champ électromagnétique sont les suivantes :

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = q \left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} \right), \quad (2.1)$$

$$\frac{d\gamma mc^2}{dt} = q \vec{v} \cdot \vec{E}, \quad (2.2)$$

où $\vec{p} = \gamma m \vec{v}$. Il est utile d'exprimer l'équation (2.1) en fonction des potentiels vecteur et scalaire. On obtient, en utilisant la jauge de Coulomb $\nabla \cdot \vec{A} = 0$:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = q \left(-\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \nabla \Phi + \vec{v} \times (\nabla \times \vec{A}) \right). \quad (2.3)$$

Plaçons-nous dans le vide de telle manière que Φ , due aux composantes électrostatiques du champ, s'annule. Cette hypothèse, qui va grandement simplifier les calculs qui vont suivre, ne peut être vérifiée dans un plasma, où il faudrait coupler l'équation (2.3) aux équations de Maxwell.

En remarquant que (avec la convention de sommation sur les indices répétés) :

$$\frac{d\vec{A}}{dt} = \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial x_i} v_i = \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{A} \quad (2.4)$$

et avec la relation vectorielle :

$$\vec{v} \times (\nabla \times \vec{A}) = v_j \left(\frac{\partial A_j}{\partial x_i} \right) \vec{e}_i - \frac{\partial \vec{A}}{\partial x_i} v_i = (\nabla \vec{A}) \cdot \vec{v} - (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{A}, \quad (2.5)$$

l'équation (2.3) se simplifie pour donner :

$$\frac{d}{dt} \left(\vec{p} + q \vec{A} \right) = q (\nabla \vec{A}) \cdot \vec{v}, \quad (2.6)$$

où $(\nabla \vec{A}) \cdot \vec{v} = v_j (\partial_i A^j) \vec{e}_i$.

On se place maintenant dans le cas d'une onde plane, se propageant dans la direction $+x$, de la forme :

$$\vec{A} = (0, PA_0 \cos(\phi), \sqrt{1 - P^2} A_0 \sin(\phi)), \quad (2.7)$$

avec $\phi = \omega_0 t - k_0 x$ la phase de l'onde, et P le paramètre de polarisation tel que $P = \pm 1$ pour une onde polarisée linéairement et $P = \pm 1/\sqrt{2}$ pour une onde polarisée circulairement. Le potentiel vecteur ne dépend spatialement que de x et est polarisé dans le plan (yz) , d'où :

$$\frac{dp_x}{dt} = q \vec{v}_\perp \cdot \frac{\partial \vec{A}}{\partial x}, \quad (2.8)$$

$$\frac{d}{dt} (\vec{p}_\perp + q \vec{A}) = 0. \quad (2.9)$$

Si la particule est initialement au repos, on retrouve le résultat bien connu $\vec{p}_\perp = -q \vec{A}$. Les équations (2.2) et (2.8) s'écrivent alors :

$$\frac{d\gamma mc^2}{dt} = \frac{q^2}{2m\gamma} \frac{\partial A^2}{\partial t}, \quad (2.10)$$

$$\frac{dp_x}{dt} = -\frac{q^2}{2m\gamma} \frac{\partial A^2}{\partial x}. \quad (2.11)$$

Cette dernière équation fait apparaître l'expression relativiste de la composante selon x de la force pondéromotrice $F_p = -\frac{q^2}{2m\gamma} \frac{\partial A^2}{\partial x}$, dont l'expression générale est donnée dans la section suivante.

La résolution des équations précédentes nous donne :

$$p_x = \frac{q^2 A_0^2}{4mc} [1 + (2P^2 - 1) \cos(2\phi)], \quad (2.12)$$

$$p_y = -qPA_0 \cos(\phi), \quad (2.13)$$

$$p_z = -q\sqrt{1 - P^2} A_0 \sin(\phi). \quad (2.14)$$

En polarisation linéaire $P = 1$ et pour un électron, $p_y = |\vec{p}_\perp| = eA_0 \cos(\phi)$, ce qui nous conduit à définir l'amplitude normalisée du champ laser $a_0 = e|\vec{A}|/m_e c$. Elle s'exprime aussi sous la forme :

$$a_0 = \sqrt{\frac{e^2}{2\pi^2 \epsilon_0 m_e^2 c^5} I \lambda_0} \simeq 0.85 \lambda_{\mu\text{m}} \sqrt{\frac{I}{I_{18}}}, \quad (2.15)$$

où $I = \epsilon_0 c E^2 / 2$ est l'intensité (ou éclairement) laser en polarisation linéaire, $I_{18} = 10^{18} \text{W/cm}^2$ et $\lambda_{\mu\text{m}}$ la longueur d'onde du laser en μm . Dans la limite classique a_0 correspond au rapport $v_\perp / c \ll 1$. On considère donc que le régime d'interaction relativiste est atteint pour $a_0 \simeq 1$. L'équation du mouvement d'un électron initialement au repos s'écrit finalement :

$$x = \frac{a_0^2}{4} \left[\phi + \frac{2P^2 - 1}{2} \sin(2\phi) \right], \quad (2.16)$$

$$y = Pa_0 \sin(\phi), \quad (2.17)$$

$$z = -\sqrt{1 - P^2} a_0 \cos(\phi), \quad (2.18)$$

où on a introduit les normalisations : $t \rightarrow \omega_0 t$, $x \rightarrow k_0 x$ et $A_0 \rightarrow eA_0 / m_e c = a_0$. On remarque que dans le cas d'une polarisation linéaire, le mouvement a lieu dans le plan (xy) , tandis que pour une polarisation circulaire, il est confiné dans le plan (yz) (où la trajectoire décrite est circulaire). Dans tout les cas, l'électron se retrouve au repos après le passage de l'onde s'il l'était initialement. Une onde plane progressive ne peut donc pas transmettre d'impulsion à l'électron, mais il en va différemment si l'amplitude de l'onde n'est pas seulement fonction de la phase ϕ .

2.2 Force pondéromotrice

On s'intéresse maintenant au mouvement de particules soumises à un champ laser dont l'amplitude varie dans l'espace. Les gradients d'amplitude de l'onde laser, moyennés sur une période optique, génèrent une force appelée force « pondéromotrice », qui s'apparente à la pression de radiation du laser. La force pondéromotrice est dirigée selon le gradient d'amplitude du champ : les particules, quel que soit le signe de leur charge, sont chassées des régions d'amplitude élevée. Nous allons voir que l'expression généralement utilisée de la force pondéromotrice n'est en fait que le développement à l'ordre 2 des équations du mouvement (euleriennes ou lagrangiennes). L'origine physique de cette force vient du terme $\vec{v} \times \vec{B}$ qui crée une dérive lente. Les démonstrations données dans les manuels de physique des plasmas (par exemple le cours de P. Mora [20] dont on s'inspire ici), sont établies dans l'approximation non-relativiste.

Nous allons dériver ici la force pondéromotrice en régime non-relativiste, la démonstration en régime relativiste étant bien plus compliquée (voir par exemple Quesnel *et al.* [21]) on se contente de donner le résultat en fin de section.

Nous adoptons ici l'approche fluide pour dériver la force pondéromotrice. L'équation du mouvement pour le fluide électronique s'écrit :

$$m_e \left[\frac{\partial \vec{v}_e}{\partial t} + (\vec{v}_e \cdot \nabla) \vec{v}_e \right] = -e \left(\vec{E} + \vec{v}_e \times \vec{B} \right) - \frac{\nabla \mathbf{P}_e}{n_e}, \quad (2.19)$$

où \mathbf{P}_e est la pression électronique.

À l'ordre le plus bas, en l'absence de terme de pression, on a :

$$m_e \frac{\partial \vec{v}_1}{\partial t} = -e \vec{E}_1, \quad (2.20)$$

où $\vec{E}_1 \propto e^{i\omega_0 t}$ est le champ haute fréquence, supposé à l'ordre 1. Le rotationnel de cette équation conduit à :

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla \times \vec{v}_1 = \frac{e}{m_e} \frac{\partial \vec{B}_1}{\partial t}, \quad (2.21)$$

qui peut être intégré en remarquant que $\vec{v}_1(t=0) = 0$, $\vec{E}_1(t=0) = 0$ et $\vec{B}_1(t=0) = 0$, soit :

$$\nabla \times \vec{v}_1 = \frac{e}{m_e} \vec{B}_1. \quad (2.22)$$

De plus, on suppose que $\vec{v}_e = \vec{v}_1 + \vec{u}_e$ où \vec{v}_1 est la vitesse haute fréquence ($\omega \approx \omega_0$) et \vec{u}_e est la vitesse basse fréquence ($\omega \ll \omega_0$), avec \vec{v}_1 et \vec{u}_e d'ordre 1. On réécrit l'équation (2.19) avec cette décomposition jusqu'à l'ordre 2 en utilisant (2.20) :

$$m_e \left[\frac{\partial \vec{u}_e}{\partial t} + (\vec{u}_e \cdot \nabla) \vec{u}_e \right] = -e \left(\vec{E} - \vec{E}_1 \right) - \left(m_e (\vec{v}_1 \cdot \nabla) \vec{v}_1 + e \vec{v}_1 \times \vec{B}_1 \right) - \frac{\nabla \mathbf{P}_e}{n_e}, \quad (2.23)$$

où on a supposé que le seul champ magnétique à prendre en compte est le champ \vec{B}_1 , et on a exclu les termes oscillant à la fréquence ω , $(\vec{u}_e \cdot \nabla) \vec{v}_1$ et $(\vec{v}_1 \cdot \nabla) \vec{u}_e$. Les derniers termes de l'équation (2.23) font apparaître la force pondéromotrice :

$$\vec{F}_p = - \left(m_e (\vec{v}_1 \cdot \nabla) \vec{v}_1 + e \vec{v}_1 \times \vec{B}_1 \right), \quad (2.24)$$

$$= -m_e \left((\vec{v}_1 \cdot \nabla) \vec{v}_1 + \vec{v}_1 \times \nabla \times \vec{v}_1 \right), \quad (2.25)$$

$$= -\frac{m_e}{2} \nabla v_1^2. \quad (2.26)$$

En définissant $\langle \cdot \rangle$ comme la moyenne temporelle sur les hautes fréquences, et en supposant que $\langle \cdot \rangle = 0$, il vient $\langle \vec{u}_e \rangle = \langle \vec{v}_e \rangle$. L'équation (2.23) s'interprète donc comme l'équation du mouvement basse fréquence du fluide électronique :

$$m_e \left[\frac{\partial \langle \vec{v}_e \rangle}{\partial t} + (\langle \vec{v}_e \rangle \cdot \nabla) \langle \vec{v}_e \rangle \right] = -e \langle \vec{E} \rangle + \langle \vec{F}_p \rangle - \frac{\nabla \mathbf{P}_e}{n_e}. \quad (2.27)$$

De plus, si l'on suppose $E_1 = E_1^0 \cos(\omega_0 t - k_0 x)$ alors l'équation (2.20) donne $v_1 = -\frac{e}{m_e \omega_0} E_1$ et la force pondéromotrice s'écrit :

$$\vec{F}_p = -\frac{e^2}{2m_e \omega_0^2} \nabla E_1^2. \quad (2.28)$$

Les particules sont donc expulsées des régions d'amplitude élevée dans la direction du gradient ∇E_1^2 , et ce indépendamment du signe de leur charge.

La force pondéromotrice est inversement proportionnelle à la masse de la particule, ce qui conduit à des perturbations électrostatiques si les espèces du plasma ont des masses différentes. Cet effet est particulièrement marqué dans un plasma composé de protons et d'électrons, où le rapport des masses $m_i/m_e = 1836$ est bien supérieur à 1. La force pondéromotrice s'appliquant aux protons est donc 1836 fois plus faible. Les protons restent donc longtemps immobiles alors que les électrons sont expulsés, créant ainsi un champ électrostatique dû à la séparation de charge des deux espèces.

L'expression relativiste de la force pondéromotrice demande une démonstration trop longue [21] pour que l'on puisse la développer ici. Elle s'écrit :

$$\vec{F}_p = -\frac{e^2}{2\bar{\gamma} m_e \omega_0^2} \nabla \bar{E}_1^2, \quad (2.29)$$

$$\bar{\gamma}^2 = 1 + \frac{1}{m_e^2 c^2} \left[|\bar{\vec{p}}|^2 + \frac{e}{\omega_0} \bar{E}_1^2 \right], \quad (2.30)$$

où les signes $\bar{\cdot}$ et $\tilde{\cdot}$ signifient que les termes sont moyennés sur les basse fréquence et haute fréquence respectivement. La formule précédente suppose, entre autres conditions de validité, que la vitesse longitudinale de la particule, v_x , vérifie :

$$1 - v_x/c \gg \lambda_0/(2\pi W_0), \quad (2.31)$$

où λ_0 et W_0 sont respectivement la longueur d'onde et le waist du laser. Dans le contexte du creusement de canal la plupart des particules de basse énergie sont expulsées radialement, et vérifient donc l'équation (2.31) puisque v_x/c est faible (< 0.1) et $\lambda_0/(2\pi W_0) \approx 0.1$. On peut donc se permettre d'utiliser l'équation (2.29) pour modéliser l'expulsion radiale du plasma par l'impulsion laser.

2.3 Relations de dispersion non-relativiste dans un plasma non-magnétisé

On dérive ici les relations de dispersion liées à la propagation d'une onde électromagnétique ou électrostatique dans un plasma (voir par exemple la référence [16]). On analyse l'équation de

Vlasov linéarisée dans l'espace de Fourier, en supposant que le courant dépend linéairement du champ électrique.

L'équation de Vlasov, décrivant l'évolution de la fonction de distribution $f(t, \vec{r}, \vec{v})$, s'écrit :

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{r}} + \frac{\vec{F}}{m} \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{v}} = 0, \quad (2.32)$$

avec \vec{F} la force exercée sur les particules situées en (\vec{r}, \vec{v}) . On perturbe cette équation à partir de l'état d'équilibre du plasma : $\vec{F} = \vec{F}_0 + \vec{F}_1$, $f = f_0 + f_1$ en supposant $\vec{F}_0 = 0$ et f_0 est une maxwellienne. La transformée de Fourier de l'équation (2.32) conduit à :

$$i(-\omega + \vec{v} \cdot \vec{k}) \hat{f}_1 = -\frac{q}{m} \widehat{\vec{E}} \cdot \frac{\partial f_0}{\partial \vec{v}}, \quad (2.33)$$

avec :

$$\hat{f}(\omega, \vec{k}) = \iint f(t, \vec{r}) e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} dt d\vec{r}. \quad (2.34)$$

De plus les équations de Maxwell-Ampère et Maxwell-Faraday se combinent pour donner l'équation d'onde :

$$\epsilon_0 \left[\omega^2 + c^2 \vec{k} \times \vec{k} \times \right] \widehat{\vec{E}} = -i\omega \widehat{\vec{j}}, \quad (2.35)$$

qui se réécrit, en considérant uniquement la réponse linéaire du plasma, $\widehat{\vec{j}} = \overleftrightarrow{\sigma} \widehat{\vec{E}}$:

$$\left[\omega^2 \frac{\overleftrightarrow{\epsilon}}{\epsilon_0} + c^2 \vec{k} \times \vec{k} \times \right] \widehat{\vec{E}} = 0, \quad (2.36)$$

avec $\overleftrightarrow{\epsilon} = \epsilon_0(1 + \overleftrightarrow{\chi})$ le tenseur diélectrique, et $\overleftrightarrow{\chi} = \frac{i\overleftrightarrow{\sigma}}{\epsilon_0\omega}$ le tenseur de susceptibilité. Le déterminant de l'équation (2.36) donne la relation de dispersion de l'onde (ω, \vec{k}) pour un champ non nul. Dans le cas d'un plasma isotrope dont chacune des espèces est décrite par une maxwellienne $f_{0j} = (n_j / (2\pi m_j v_{tj})) \exp(-v^2 / 2m_j v_{tj}^2)$, une seule direction est privilégiée, celle portée par le vecteur d'onde \vec{k} du champ. Ceci conduit à la séparation des champs en deux composantes indépendantes, l'une longitudinale et l'autre transverse, répondant à deux relations de dispersion différentes :

$$\text{modes transverses : } \frac{\epsilon_{\perp}}{\epsilon_0} = 1 - \sum_j \frac{\omega_{pj}^2}{\omega^2} \left\{ 1 + \frac{1}{2} \mathcal{Z}' \left[\frac{\omega}{\sqrt{2} k v_{tj}} \right] \right\}, \quad (2.37)$$

$$\text{modes longitudinaux : } \frac{\epsilon_{\parallel}}{\epsilon_0} = 1 - \sum_j \frac{\omega_{pj}^2}{2k^2 v_{tj}^2} \mathcal{Z}' \left[\frac{\omega}{\sqrt{2} k v_{tj}} \right], \quad (2.38)$$

où le vecteur d'onde est selon la direction x . ω_{pj} et v_{tj} sont respectivement la fréquence plasma et la vitesse thermique de l'espèce j :

$$\omega_{pj}^2 = \frac{q_j^2 n_j}{m_j \epsilon_0}, \quad v_{tj} = \sqrt{\frac{T_j}{m_j c^2}}. \quad (2.39)$$

La vitesse thermique représente la vitesse moyenne d'une distribution de particules, dans le cas d'une maxwellienne on a : $f_0 \propto \exp(-v^2 / 2v_{tj}^2)$. \mathcal{Z}' est la dérivée de la fonction de Fried et Conte [22], appelée aussi fonction de dispersion du plasma :

$$\mathcal{Z}(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\mathcal{L}} \frac{e^{-u^2}}{u - x} du, \quad (2.40)$$

avec \mathcal{L} le contour de Landau assurant l'analyticité de \mathcal{Z} .

L'onde électrostatique

Les ondes électrostatiques correspondent aux modes longitudinaux. Le développement de l'équation (2.38) pour $v_\phi = \frac{\Re(\omega)}{k} \gg v_{tj}$ conduit à la relation de dispersion suivante pour les ondes plasma électroniques [16] :

$$\Re(\omega)^2 = \omega_{pe}^2 + 3k^2 v_{te}^2, \quad (2.41)$$

appelée aussi relation de Bohm-Gross [23]. Il est également possible d'obtenir $\Im(\omega)$ en supposant que $\Re(\omega) \gg \Im(\omega)$, et en développant χ on obtient alors :

$$\Im(\omega) = -\frac{\chi_I(\Re(\omega), k)}{\partial_\omega \Re(\chi)(\Re(\omega), k)} = -\sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{\omega_{pe}}{(k\lambda_D)^3} \exp\left[-\frac{3}{2} - \frac{1}{2k^2\lambda_D^2}\right], \quad (2.42)$$

qui est le taux d'amortissement Landau, calculé pour une fonction de distribution maxwellienne. On considère en général que le taux d'amortissement reste petit devant la partie réelle de la pulsation tant que $k\lambda_D \lesssim 0.3$. Notons que de toutes façons le calcul précédant suppose que $v_\phi \gg v_{te}$, ce qui revient à la condition $k\lambda_D \ll 1$.

L'onde électromagnétique

Dans le cas des ondes électromagnétique $\Im(\omega) = 0$, car $\omega/k > c$. Celles-ci correspondent aux modes transverses, et le développement de l'équation (2.37) pour des vitesses de phase $v_\phi = \omega/k$ très grandes devant la vitesse thermique v_{tj} de chaque espèce, conduit à [16] :

$$\omega^2 = \omega_{pe}^2 + \omega_{pi}^2 + k^2 c^2. \quad (2.43)$$

Le rapport de masse m_i/m_e entre un ion et un électron étant d'au moins $m_i/m_e = 1836$, on a $\omega_{pe} \gg \omega_{pi}$, et on peut négliger ω_{pi} devant ω_{pe} . On conservera cette approximation par la suite. L'équation précédente nous indique que k n'est réel que si $\omega_{pe} < \omega$, sinon k est imaginaire pur et l'onde électromagnétique est alors évanescence. On peut relier la fréquence plasma électronique à la densité électronique au repos n_e du plasma. Il apparaît alors que l'onde électromagnétique est évanescence pour $n_e > n_c$, avec n_c la densité critique :

$$n_c = \frac{m_e \epsilon_0 \omega^2}{e^2}. \quad (2.44)$$

Une onde électromagnétique, un faisceau laser dans notre cas, ne peut donc pas se propager au delà de n_c , du moins dans le contexte de perturbation linéaire considéré ici.

La relation de dispersion nous donne les vitesses linéaires de phase et de groupe dans le plasma :

$$v_\phi = \frac{\omega}{k} = c \left(1 - \frac{n_e}{n_c}\right)^{-1/2}, \quad (2.45)$$

$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} = c \left(1 - \frac{n_e}{n_c}\right)^{1/2}. \quad (2.46)$$

Par soucis de simplicité nous nous sommes restreint à la mécanique non-relativiste pour dériver la relation de dispersion (2.43). On peut montrer qu'une onde plane polarisée circulairement obéit à une relation de dispersion différente :

$$\omega^2 = \frac{\omega_{pe}^2}{\gamma} + k^2 c^2, \quad (2.47)$$

avec

$$\gamma = \sqrt{1 + \frac{e^2 A^2}{m_e^2 c^2}}. \quad (2.48)$$

où on a supposé que le mouvement des électrons selon x à été neutralisé. Le vecteur d'onde k est maintenant réel pour $n_e < \gamma n_c$. Le régime $n_c < n_e < \gamma n_c$ est tel que l'onde se propage dans le régime relativiste, alors qu'elle n'aurait pas pu le faire dans la limite non-relativiste. C'est ce qu'on appelle la transparence induite par effet relativiste [24].

2.4 Mécanismes de chauffage non-collisionnel

Comme nous l'avons vu en section 2.1 une onde plane est incapable d'accélérer un électron en raison de la relation $p_{\perp}/m_e c = a_0$. Le moment transverse de l'électron retrouve sa valeur initiale après le passage de l'onde. Cependant, cette loi, aussi appelée théorème de Lawson-Woodward, n'est valable que lorsqu'une onde plane interagit dans le vide avec un seul électron. Elle est donc facilement contournée dans des conditions réelles d'interaction.

Chauffage pondéromoteur

Le chauffage pondéromoteur ou $\vec{j} \times \vec{B}$, proposé par Kruer [25] et développé plus tard par Quesnel [21], résulte de l'interaction du plasma avec la force pondéromotrice de l'impulsion laser, comme décrit en section 2.2. Le chauffage des électrons est donc dû aux effets non-linéaires de l'interaction. Ce chauffage devient important pour des intensité laser élevée $> 10^{18} \text{W/cm}^2$.

Le chauffage pondéromoteur a principalement été étudié lorsqu'une impulsion laser interagit avec une cible solide. La force pondéromotrice, possédant aussi une partie oscillante à $2\omega_0$, enfonce progressivement la surface de la cible. Les électrons de l'épaisseur de peau sont d'abord poussés vers l'intérieur de la cible par une force de sens constant, ils sont ensuite rappelés vers le vide par la force de charge d'espace. Le chauffage procède du déphasage de ce mouvement d'oscillation à $2\omega_0$ provoqué par les inhomogénéités des champs dans l'épaisseur de peau [24]. Il en résulte que les électrons accélérés dans la cible sont espacés de $\lambda_0/2$. La température T_e de ces électrons est approximée par Wilks *et al.* [26] par le potentiel pondéromoteur :

$$T_e \approx m_e c^2 \left(\sqrt{1 + a_0^2} - 1 \right) \approx 511 \text{keV} \left(\sqrt{1 + I_{18} \lambda_{\mu\text{m}} / 1.37} - 1 \right). \quad (2.49)$$

Cette loi est en bon accord avec des simulations 1D [24] et les résultats expérimentaux [11]. Elle a été étendue plus tard par Haines *et al.* [27] qui prennent en compte des corrections relativistes.

Dans notre cas l'impulsion laser interagit avec un plasma sous-critique, la géométrie de l'interaction est 2D, alors que des simulations 1D suffisaient pour reproduire les résultats des expériences dans le cas de la cible solide. Dans un plasma sous-critique, les électrons et les ions sont expulsés radialement par la force pondéromotrice, un canal plasma se forme alors. Les électrons gagnent une énergie égale au potentiel pondéromoteur, l'énergie maximale qu'ils peuvent gagner est donc $m_e c^2 \left(\sqrt{1 + a_0^2} - 1 \right)$.

Chauffage stochastique

Le chauffage stochastique résulte du caractère chaotique du mouvement des électrons [28, 29], soumis à deux ondes électromagnétiques contra-propagatives, formant alors une onde station-

naire. Cette configuration apparaît généralement lorsque qu’une impulsion laser est réfléchiée par un plasma sur-critique avec un gradient de densité doux devant la cible. Dans le cas d’un plasma sous-critique la réflexion de l’onde laser est moindre, et l’absorption de l’impulsion laser est proche de 100%. Cependant une petite partie de l’onde peut être réfléchiée par les gradients doux et sous-critique et donner lieu au chauffage stochastique. Les simulations numériques de Meyer-ter-Vehn *et al.* [30] ont montré qu’un électron subissant des perturbations aléatoires pouvait être accéléré à des énergies bien supérieures au potentiel pondéromoteur, généralisant ainsi le cadre du chauffage stochastique.

Chauffage paramétrique

Les instabilités paramétriques sont une famille d’instabilités où le laser se couple à des ondes électrostatiques et électromagnétiques par des mécanismes non-linéaires. Parmi celles-ci, l’instabilité de diffusion Raman diffuse une onde électromagnétique et une onde plasma électronique dans le sens de propagation du laser. On parle de Raman avant ou arrière selon le sens de propagation de l’onde électromagnétique diffusée. L’onde plasma peut piéger des électrons et les accélérer à la vitesse de phase de l’onde (proche de c pour le Raman avant), jusqu’au déferlement de celle-ci.

L’importance du chauffage par diffusion Raman, dépend de l’intensité et de la durée de l’impulsion laser. Pour des régimes très intenses ($> 10^{18-20}\text{W/cm}^2$) et des impulsions longues ($> 1\text{ps}$), un canal est créé et le plasma est rapidement chauffé à des énergies de l’ordre du MeV de manière uniforme et non-cohérente. Dans ces conditions la théorie et la simulation montrent que le taux de croissance de la diffusion Raman chute avec la température électronique [31, 32, 33, 34]. La diffusion Raman, déjà diminuée par ces effets thermiques, n’apporte pas de contribution notable au chauffage des électrons. Comme nous le verrons dans cette thèse, celui-ci est principalement dû au chauffage pondéromoteur et au chauffage bêtatron. Ce dernier résulte du couplage résonnant d’un électron avec les champs statiques et les champs électromagnétiques du laser, et sera expliqué en détail dans la section 3.4. Avec des impulsions plus courtes ($0.1 - 1\text{ps}$) aucun canal n’est créé et la diffusion Raman prend toute son importance. Dans des plasmas très sous-critiques $\sim 10^{-2}n_c$ des énergies de l’ordre de 100MeV ont ainsi été mesurées [35, 36].

Pour des régimes moins intenses (10^{14-16}W/cm^2) la dynamique ionique est beaucoup plus lente et n’a que peu d’influence, même avec des impulsions laser de durée de quelques pico-secondes [37]. Dans ce contexte les mécanismes de chauffage pondéromoteur et bêtatron sont inexistantes, le chauffage par diffusion Raman prend le dessus. L’énergie maximale gagnée par l’électron est donnée par [38] :

$$\Delta\gamma = 4\gamma_\phi^2, \tag{2.50}$$

où γ_ϕ est le facteur relativiste associé à la vitesse de phase de l’onde plasma.

Deuxième partie

Propagation à haute intensité : creusement de canal

Chapitre 3

Physique du creusement de canal

3.1 Auto-focalisation et instabilité de filamentation

L'interaction de l'impulsion laser avec le plasma a pour conséquence de modifier l'indice optique du plasma dans la zone d'interaction, ce qui peut engendrer sous certaines conditions l'auto-focalisation de l'impulsion laser. L'apparition de gradient de densité, due à la force pondéromotrice du laser, ainsi que la mise en mouvement des électrons à des vitesses relativistes, sont les deux mécanismes à l'origine de gradients d'indice. Sous certaines conditions, une partie du plasma agit alors comme une lentille convergente, et l'impulsion laser se focalise jusqu'à atteindre une taille critique en dessous de laquelle la diffraction domine. Quand ce mécanisme d'auto-focalisation compense exactement l'effet antagoniste de la diffraction, l'impulsion est capable de se propager de façon collimatée sur des distances bien supérieures à la longueur de Rayleigh ($= 2\pi W_0^2/\lambda_0$).

L'instabilité de filamentation est la conséquence directe de l'auto-focalisation du laser. Chaque modulation du profil radial de l'indice du plasma se comporte comme une lentille convergente, conduisant à la filamentation du laser. Nous allons voir que la taille transverse d'un filament est de l'ordre de c/ω_p .

Dans la suite de cette section, on suppose les ions immobiles, ce qui est vérifié tant que la durée de l'impulsion laser reste inférieure au temps caractéristique ionique ω_{pi} .

Les premiers calculs de profil de densité radial ont été effectués par Sun *et al.* [39] et Kurki-Suonio *et al.* [40], sous la condition $n_e \ll n_c$ avec un faisceau laser de profil radial gaussien. Sun *et al.* en tirèrent l'expression bien connue de la puissance critique d'auto-focalisation $P_c = 16.2(\omega/\omega_p)^2$ GW, en géométrie 3D, pour laquelle l'auto-focalisation et la diffraction de l'impulsion laser se compense exactement. Borisov *et al.* [41] reprennent ces calculs en y incluant un profil de densité initial inhomogène dans la direction radiale, et étend les solutions à des modes supérieurs. Ils utilisent par la suite leur modèle pour étudier la stabilité de la propagation du laser dans le plasma. Borisov *et al.* en concluent que le laser garde son intégrité si la taille transverse de l'impulsion est de l'ordre de grandeur de la taille d'un filament, soit $W_0 \approx c/\omega_p$. Autrement dit l'impulsion laser a la taille d'un filament, et par conséquent l'instabilité de filamentation est inhibé. Nous allons maintenant retrouver de manière simplifiée la puissance critique et le résultat de Borisov *et al.*.

Pour simplifier, nous considérons le cas d'un faisceau polarisé circulairement de fréquence ω_0 et de vecteur d'onde k_0 , et négligeons toute variation de la densité induite par la force pondéromotrice. L'équation de propagation s'écrit, dans la jauge de Coulomb ($\nabla \cdot \vec{A} = 0$) :

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - c^2 \Delta \right) \vec{A} + \frac{\partial \nabla \Phi}{\partial t} = -\frac{e}{\epsilon_0} \frac{n \vec{p}}{\gamma m_e}. \quad (3.1)$$

Dans notre cas $\nabla\Phi = 0$ car nous négligeons la variation de densité. De la manière la plus simple, $\vec{p}_\perp = e\vec{A}$ et $\gamma = \sqrt{1 + (eA/m_e c)^2}$. L'égalité $\vec{p}_\perp = e\vec{A}$ n'est rigoureusement vérifiée que dans le cas 1D. On peut montrer qu'elle reste valable au premier ordre en 3D si le rayon du faisceau est bien plus grand que sa longueur d'onde [42]. On peut prendre \vec{A} de la forme :

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = A_0 \exp(-r^2/W_0^2) [\cos(k_0 x - \omega_0 t) \vec{e}_y + \sin(k_0 x - \omega_0 t) \vec{e}_z], \quad (3.2)$$

où on s'est placée dans une géométrie 3D cylindrique, avec \vec{r} la coordonnée radiale. Sous ses conditions l'équation de propagation s'écrit :

$$\Delta \vec{A} + \frac{\omega_0^2}{c^2} \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\gamma \omega_0^2}\right) \vec{A} = 0. \quad (3.3)$$

Le laplacien en coordonnées cylindriques s'écrivant $r^{-1}\partial/\partial r(r\partial/\partial r) + \partial^2/\partial x^2$, on obtient :

$$-\frac{4}{W_0^2} \left(1 - \frac{r^2}{W_0^2}\right) - k_0^2 + \frac{\omega_0^2}{c^2} - \frac{\omega_p^2}{c^2} + \frac{1}{2} \frac{\omega_p^2}{c^2} \left(\frac{eA}{m_e c}\right)^2 = 0, \quad (3.4)$$

où nous avons développé le facteur relativiste dans la limite $(e\vec{A}/m_e c)^2 \ll 1$. En développant au voisinage de l'axe selon $(e\vec{A}/m_e c)^2 \approx (e\vec{A}_0/m_e c)^2(1 - 2r^2/W_0^2)$ et en identifiant les termes, il vient :

$$\omega_0^2 = k_0^2 c^2 + \omega_p^2 \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{eA_0}{m_e c}\right)^2\right] + \frac{4c^2}{W_0^2}, \quad (3.5)$$

$$\left(\frac{eA_0}{m_e c}\right)^2 = \frac{4}{W_0^2} \frac{c^2}{\omega_p^2}. \quad (3.6)$$

La première équation correspond à la relation de dispersion d'une onde électromagnétique confinée et faiblement relativiste. La seconde traduit la condition de guidage, que l'on peut également exprimer en fonction de la puissance totale transportée par le faisceau :

$$P_c = I \frac{\pi W_0^2}{2} = 4.4 \frac{\omega_0^2}{\omega_p^2} \text{ GW}, \quad (3.7)$$

appelée puissance critique. Lorsque celle-ci est dépassée, le faisceau subit une focalisation plus forte que sa diffraction naturelle. Notons que la puissance critique est d'autant plus faible que le plasma est dense. Le calcul de Sun *et al.* [39], dont nous parlions plus tôt, est plus complet et aboutit à un seuil d'auto-focalisation plus élevé. Il est non-perturbatif, ne repose pas sur l'hypothèse d'un faisceau gaussien, tient compte non seulement de la modification relativiste de la masse mais aussi de la déplétion électronique due à la force pondéromotrice. La puissance critique calculée par Sun *et al.* [39] :

$$P_c = 16.2 \frac{n_c}{n} \text{ GW}, \text{ en 3D}, \quad (3.8)$$

constitue un bon ordre de grandeur, et nous utiliserons par la suite son équivalent 2D plan [43] :

$$P_c = 12.5 \frac{n_c}{n} \frac{c/\omega_0}{W_0} \text{ GW}, \text{ en 2D}. \quad (3.9)$$

Le calcul de Sun *et al.* [39] a été généralisée par Kim et Cattani [44, 45] dans le régime stationnaire, qui, reprenant le formalisme théorique de Marburger et Tooper [46], trouvent pour le potentiel vecteur et la densité :

$$\frac{eA(r)}{m_e c} = a(r) = \frac{2\sqrt{\varepsilon(\varepsilon-1)} \cosh(\beta r)}{\varepsilon \cosh^2(\beta r) - \beta^2} \quad (3.10)$$

$$\frac{n_e(r)}{n_c} = 3(1+a^2) + \frac{2\sqrt{1+a^2}}{\varepsilon} (-\varepsilon - a^2) \quad (3.11)$$

avec $\beta = \sqrt{\varepsilon-1}$, $\varepsilon = (n_0/n_c)/(1-k^2c^2/\omega_0^2)^{1/2}$ et la coordonnée radiale est normalisée par $k_0\sqrt{n_0/n_c}/\varepsilon$, n_0 est la densité électronique non perturbée. Ici k est le nombre d'onde du laser et joue le rôle d'un paramètre libre. À la différence du calcul de Sun *et al.*, le potentiel vecteur n'est pas imposé gaussien, mais est déterminé de manière auto-consistante par la condition stationnaire. En effet, les équations (3.10) et (3.11) correspondent à des solutions d'équilibres entre l'auto-focalisation et la diffraction, il s'agit donc de solitons. Le formalisme de Kim et Cattani a de plus l'avantage de conserver la charge. Ils en déduisent une puissance critique très proche de celle calculée par Sun *et al.* Leur modèle a été vérifié à l'aide de simulations PIC par Naseri *et al.* [47, 48].

L'instabilité de filamentation est la conséquence directe de l'auto-focalisation du laser. Elle se déclenche lorsque la puissance de l'impulsion laser est bien supérieure à la puissance critique. Le faisceau laser se sépare en autant de filaments que le rapport P/P_c . Chaque filament atteint une taille d'environ c/ω_p . Cette instabilité peut donc être évitée dans les plasmas peu dense, où il est possible que l'impulsion laser ait une largeur inférieure ou égale à celle d'un filament.

Nous allons calculer le taux de croissance de l'instabilité de filamentation dans l'approximation d'un champ modérément relativiste ($a_0^2 \ll 1$) et en négligeant tout creusement pondéromoteur de la densité. Nous écrivons le champ laser sous la forme :

$$\vec{A} = (\vec{e}_y + i\vec{e}_z)A(\vec{r}, t)e^{i(k_0x - \omega_0t)} + \text{c.c.}, \quad (3.12)$$

où l'enveloppe A est supposée lentement variable en temps ($\partial A/\partial t \ll \omega_0 A$). Sous les mêmes hypothèses que précédemment :

$$\left[-\frac{\omega_0^2}{c^2} + k_0^2 - \frac{2i\omega_0}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\omega_p^2}{c^2} \left(1 - \frac{1}{2} \left| \frac{e\vec{A}}{m_e c} \right|^2 \right) - \Delta_{\perp} \right] A(\vec{r}, t) = 0. \quad (3.13)$$

On cherche une solution sous la forme :

$$A = A_0 + A_+ e^{i(\vec{k}_{\perp} \cdot \vec{r} - \omega t)} + A_- e^{-i(\vec{k}_{\perp} \cdot \vec{r} - \omega t)}. \quad (3.14)$$

Après avoir développé $|\vec{A}|^2$, on obtient le système :

$$\left[-\frac{2\omega_0\omega}{c^2} + k_{\perp}^2 \right] A_+ = \frac{\omega_p^2}{c^2} \left(\frac{eA_0}{m_e c} \right)^2 (A_+ + A_-^*), \quad (3.15)$$

$$\left[\frac{2\omega_0\omega}{c^2} + k_{\perp}^2 \right] A_-^* = \frac{\omega_p^2}{c^2} \left(\frac{eA_0}{m_e c} \right)^2 (A_+ + A_-^*), \quad (3.16)$$

dont on déduit la relation de dispersion :

$$1 = \omega_p^2 \left(\frac{eA_0}{m_e c} \right)^2 \left[\frac{1}{k_\perp^2 c^2 - 2\omega_0 \omega} + \frac{1}{k_\perp^2 c^2 + 2\omega_0 \omega} \right], \quad (3.17)$$

d'où

$$\omega^2 = \frac{1}{4\omega_0^2} \left[k_\perp^4 c^4 - 2\omega_p^2 \left(\frac{eA_0}{m_e c} \right)^2 k_\perp^2 c^2 \right]. \quad (3.18)$$

L'instabilité correspond à $\omega^2 < 0$, et ne se produit donc que si $k_\perp < k_{\text{lim}} = \sqrt{2}\omega_p a_0/c$, avec $a_0 = eA_0/m_e c$. Comme on pouvait s'y attendre, on a $k_{\text{lim}} \approx W_0^{-1}$. Son taux de croissance vaut alors :

$$\Gamma = \frac{k_\perp c}{2} \sqrt{2a_0^2 \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2} - \frac{k_\perp^2 c^2}{\omega_0^2}}. \quad (3.19)$$

Son maximum est atteint en $k_\perp = \omega_p a_0/c$ et vaut :

$$\Gamma^{\text{filam}} = \frac{\omega_p^2 a_0^2}{2\omega_0}. \quad (3.20)$$

On a tracé le taux de croissance Γ en figure 3.1 pour $a_0 = 0.3$ et $n = 0.1n_c$.

On retrouve le résultat de Borisov *et al.* [41], l'instabilité de filamentation est inhibé si $k > k_{\text{lim}}$, et la taille transverse d'un filament est d'environ $\approx k_\perp^{-1} = c/\omega_p a_0$. Nous avons effectué ces calculs dans la limite $a_0 \ll 1$, d'où $k_\perp \propto a_0$. À intensité élevée ($a_0 > 1$), les simulations montrent que la taille transverse des filaments est indépendante de a_0 .

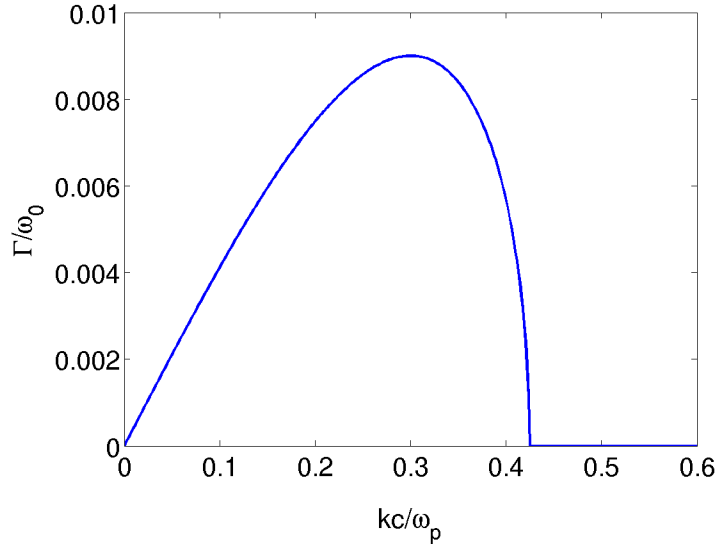


FIGURE 3.1 – Taux de croissance 3.19 de la filamentation pour $a_0 = 0.3$ et $n = 0.1n_c$.

La densité peut devenir négative dans la plupart des modèles cités ci-dessus, dans la plupart des cas les auteurs résolvent ce problème en ramenant la densité à zéro [39]. Cela cause cependant des problèmes de conservation de la charge. Une autre solution consiste à considérer un plasma isotherme [49]. La réécriture de l'équation de Poisson donne alors la densité électronique $n_e =$

$n_0 + n_c \nabla_{\perp} (\gamma + (T/m_e c^2) \ln(n_e/n_c))$, qui est dépendante de la température finie du plasma T , considérée comme un paramètre libre.

Pour une estimation simple du profil transverse de densité, on utilise souvent la formule suivante :

$$n_e = n_0 + n_c \Delta_{\perp} \sqrt{1 + a^2}, \quad (3.21)$$

où a est l'enveloppe transverse de l'impulsion laser, typiquement $a = a_0 \exp(-y^2/W_0^2)$. Pour vérifier cette formule, nous avons effectué une simulation PIC 2D d'une impulsion laser d'intensité $I = 10^{19} \text{W/cm}^2$ entrant dans un plasma homogène de densité initiale $n_0 = 0.01 n_c$. La figure 3.2 présente la carte de densité électronique (figure 3.2(a)) et la carte du champ électrique transverse en moyenne quadratique (figure 3.2(c)). Ces cartes sont réalisées pour $t = 660 \omega_0^{-1}$, encore trop tôt pour que les ions ne soient affectés par le laser, on a $n_i \approx n_0$, le canal créé par le laser est donc purement électronique. Nous allons comparer l'équation (3.21) avec le profil de densité électronique pris en $x = 100c/\omega_0$ (figure 3.2(b)). Le potentiel vecteur en $x = 100c/\omega_0$ (figure 3.2(d)) est modélisé par une gaussienne : $a(y) = a_0 \exp(-y^2/W^2)$ avec $a_0 = 1.64$ et $W = 21c/\omega_0$. On obtient ainsi, en injectant ce dernier dans l'équation (3.21), le profil de densité électronique théorique n_e^{th} (tirets rouges sur la figure 3.2(b)). Celui-ci surestime un peu la densité simulée, mais constitue une bonne approximation.

Tous les modèles décrits précédemment considèrent un fluide électronique froid ou isotherme. Quelques modèles cinétiques statiques existent [50, 51], mais ils introduisent le rapport du nombre d'électrons chauds sur les électrons froids, et leurs températures comme paramètres libres. Il convient alors de les estimer, à l'aide de la température pondéromotrice par exemple [26].

3.2 Creusement pondéromoteur

La force pondéromotrice du laser est à la base du mécanisme de creusement du canal. Les électrons sont expulsés des régions d'intensités élevées et les ions sont tirés par la force de séparation de charge. Il est possible de déterminer le profil de densité transverse moyennant des hypothèses simplificatrices.

On peut modéliser le phénomène de creusement en supposant un fluide unique, neutre, isotherme, non-relativiste et en considérant que le plasma n'est soumis qu'à la force pondéromotrice du laser. La pression se résume à la pression électronique $\mathbf{P}_e = n_e k_B T_e$ en supposant que $T_e \gg T_i$. Les équations (2.27) et de conservation de la charge nous permettent d'écrire, en posant $n = n_0 + n_1$ avec $n_1 \ll n_0$, et en linéarisant :

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - c_s^2 \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \frac{n_1}{n_0} = \frac{m_e c^2}{2m_i} \frac{\partial^2 a^2}{\partial y^2}, \quad (3.22)$$

avec $c_s = \sqrt{k_B T_e / m_i}$ la vitesse acoustique ionique et $a(y) = a_0 \exp(-y^2/W_0^2)$ le potentiel vecteur. La solution de cette équation s'écrit, en géométrie plane :

$$\frac{n_1}{n_0} = \frac{m_e c^2}{4m_i c_s^2} [a^2(y + c_s t) + a^2(y - c_s t) - 2a^2(y)]. \quad (3.23)$$

On remarque aisément que le plasma n'est creusé que sur le support du laser, ce qui n'est pas observé dans les simulations où la largeur du canal peut s'étendre bien au-delà du *waist* W_0 du laser. Cet effet est peut être dû aux effets thermique et non-linéaire, que nous ne prenons pas en compte dans l'équation précédente.

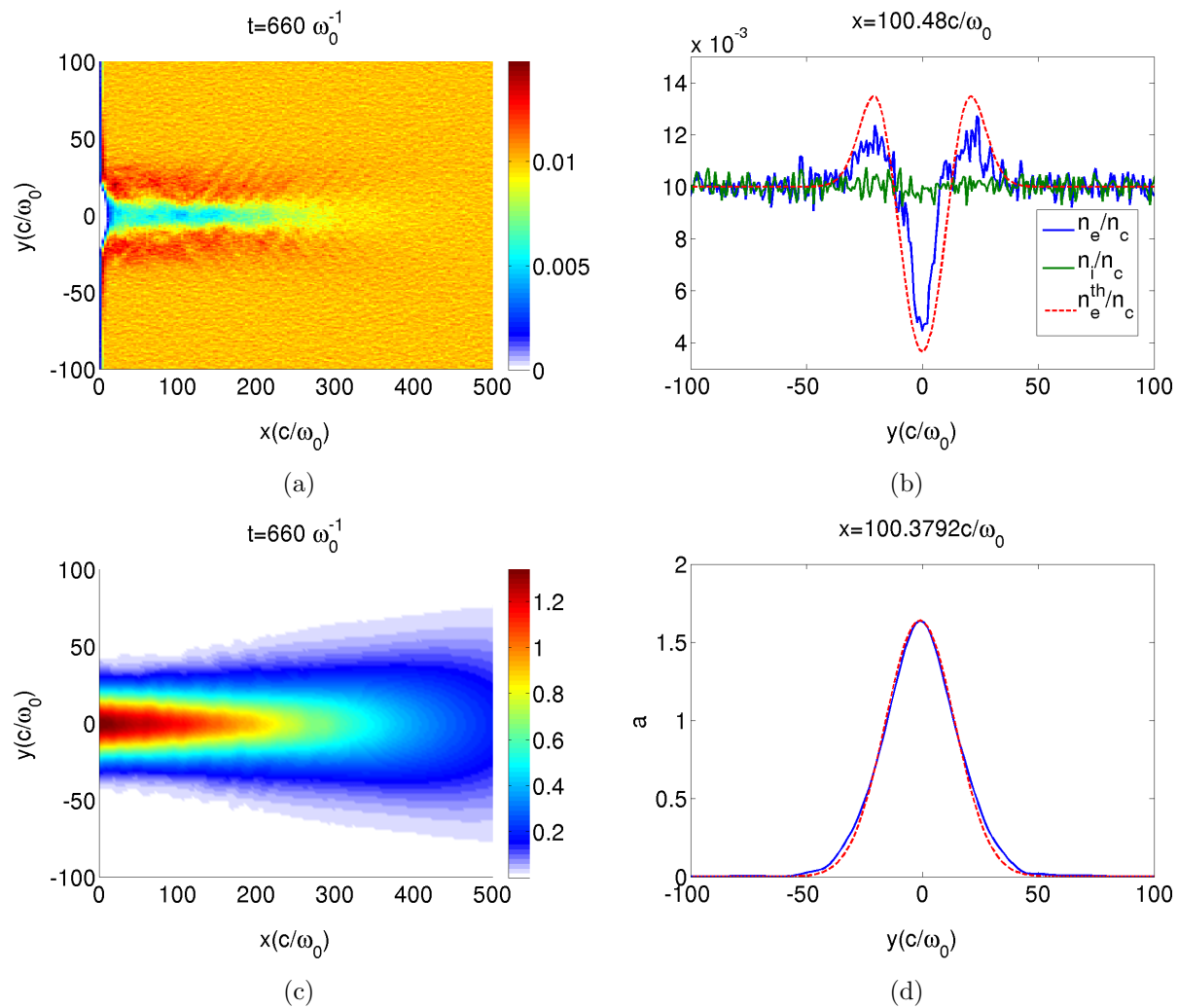


FIGURE 3.2 – Cartes (a) de densité électronique et (c) du champ transverse E_y en moyenne quadratique. (b) Coupes en $x = 100c/\omega_0$ de la densité ionique (vert) et électronique (bleu), et profil de densité électronique théorique n_e^{th} (tirets rouges) calculé avec l'équation (3.21). (d) Coupe en $x = 100c/\omega_0$ du potentiel vecteur (bleu) et son modèle gaussien (tirets rouges) $a(y) = a_0 \exp(-y^2/W^2)$ avec $a_0 = 1.64$ et $W = 21c/\omega_0$ choisi pour tracer n_e^{th} .

De manière analogue, Annou puis Bharuthram [52, 53] établissent des modèles analytiques dans une géométrie cylindrique à partir d'équations linéarisées non relativiste, valables pour des perturbations de la densité inférieures à 30% et une intensité laser inférieure à $1.5 \times 10^{15} \text{W/cm}^2$.

3.3 Instabilité de reptation

Un faisceau laser se propage dans un plasma qui n'est jamais parfaitement homogène. La densité du plasma présente des perturbations dont la taille est de l'ordre de la longueur d'onde plasma électronique $\lambda_p = 2\pi c/\omega_{pe}$. L'indice de réfraction du plasma en est donc affecté, et cela perturbe petit à petit la propagation du faisceau laser qui fini par dévier de son axe d'incidence initial de manière importante. Dans certains cas, cette déviation entraîne l'oscillation du centroïde¹ $Y_1(x)$ (x étant la direction longitudinale) du laser autour d'une position d'équilibre, qui est souvent son axe d'incidence initial, c'est ce qu'on appelle la reptation. Pour l'illustrer, nous avons effectué des simulations PIC (voir section A.1) d'une impulsion laser impactant par la gauche un plasma de densité homogène et sous-critique. L'instabilité de reptation fait décrire au laser une sinusoïde au cours de sa propagation, comme illustré sur la figure 3.4(a) traçant le champ électrique E_y en moyenne quadratique². La longueur d'onde des oscillations de $Y_1(x)$ est par définition la longueur d'onde de l'instabilité de reptation $\lambda_h = 2\pi/k_h$, k_h étant le nombre d'onde associé à λ_h . Sur la figure 3.4(a), on peut mesurer $\lambda_h \approx 100c/\omega_0$. Parfois, la longueur d'onde de l'instabilité de reptation, c'est-à-dire de $Y_1(x)$, est trop grande pour permettre au laser de recroiser l'axe $x = 0$ (figure 3.5(a)). En effet, sous certaines conditions, l'impulsion laser est dissipée par le plasma avant d'avoir eu le temps de revenir sur l'axe. Dans ce cas il est impossible de définir λ_h car l'oscillation n'est pas complète (figure 3.5(a)), et on peut seulement dire que $\lambda_h > 500c/\omega_0$. Noter que le canal plasma creusé dans chaque cas épouse la forme de l'impulsion laser (figures 3.4(b) et 3.5(b)), et un canal courbe ou déformé peut être problématique.

Le traitement analytique de l'instabilité de reptation est assez récent [54, 55, 56] et elle a été peu observée expérimentalement [10, 57], bien qu'on puisse la rencontrer assez facilement numériquement comme nous le verrons par la suite. Le spectre de cette instabilité s'étend continûment de $k_h = 0$ jusqu'au nombre d'onde plasma électronique $k_p = \omega_p/c$ [56] (figure 3.3). On définit cependant deux types de reptation : la reptation en grande longueur d'onde pour $k_h \ll k_p$ et en courte longueur d'onde pour $k_h \approx k_p$. Bien que le taux de croissance de l'instabilité de reptation, Γ_h , soit plus important pour $k_h \approx k_p$, c'est en fait la reptation en grande longueur d'onde que l'on observe numériquement, sans doute en raison d'une saturation plus rapide des modes de grand nombre d'onde. Les reptations observées sur les figures 3.4 et 3.5 sont des reptations de grande longueur d'onde. En effet on a respectivement $k_h \approx \omega_0/100c \approx 0.016k_p$ et $k_h < \omega_0/500c < 0.0045k_p$, soit $k_h \ll k_p$ dans les deux cas.

Le taux de croissance de l'instabilité de reptation en grande longueur d'onde s'écrit (valide dans le cas 3D) :

$$\Gamma_{hg} = \frac{a_0}{\sqrt{8}} \frac{c/\omega_0}{W_0} k_h, \quad (3.24)$$

1. Le centroïde Y_1 du laser est le premier moment transverse du champ électrique E_y , c'est-à-dire : $Y_1(t, x) = \int_{-\infty}^{\infty} E_y(t, x, y) y dy / \int_{-\infty}^{\infty} E_y(t, x, y) dy$. Sans reptation, Y_1 est égale à zéro si $Y_1(t = 0, x = 0) = 0$ et si le plasma est homogène.

2. La moyenne quadratique de E_y est définie par la quantité : $\langle E_y \rangle_2(t, x, y) = \left(\int_{t-t_l}^t E_y(t', x, y)^2 dt' / t_l \right)^{1/2}$ où t_l est la période laser. Ce type de moyenne est utile pour tracer l'enveloppe du faisceau laser.

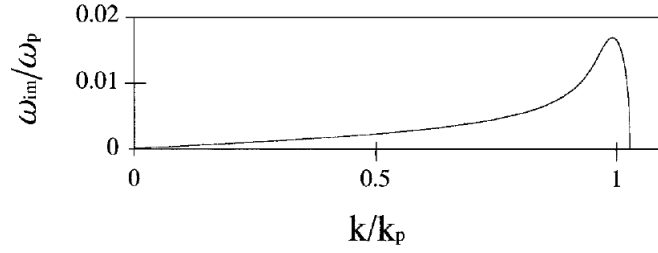


FIGURE 3.3 – Taux de croissance temporel $\Im(\omega)/\omega_p$ de l’instabilité de reptation en fonction de son nombre d’onde k_h/k_p , pour $W_0 = 16\mu\text{m}$ et $n = 0.16n_c$. Illustration tirée de l’article de Duda *et al.* [58].

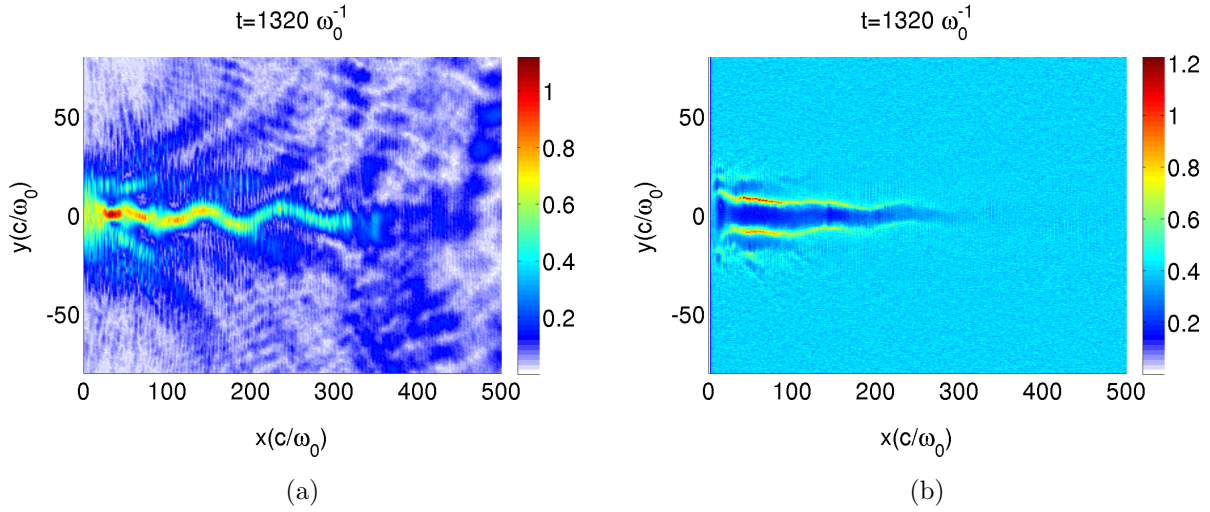


FIGURE 3.4 – Simulation PIC d’un laser d’intensité $I = 10^{18}\text{W}/\text{cm}^2$ entrant par la gauche dans un plasma homogène de densité $n_0 = 0.4n_c$: (a) Moyenne quadratique du champ électrique E_y et (b) densité ionique n_i/n_c . Le laser oscille autour de son axe de propagation initial (ici $x = 0$), on mesure $k_h \approx \omega_0/100c \approx 0.016k_p$, soit $k_h \ll k_p$, il s’agit donc de reptation de grande longueur d’onde.

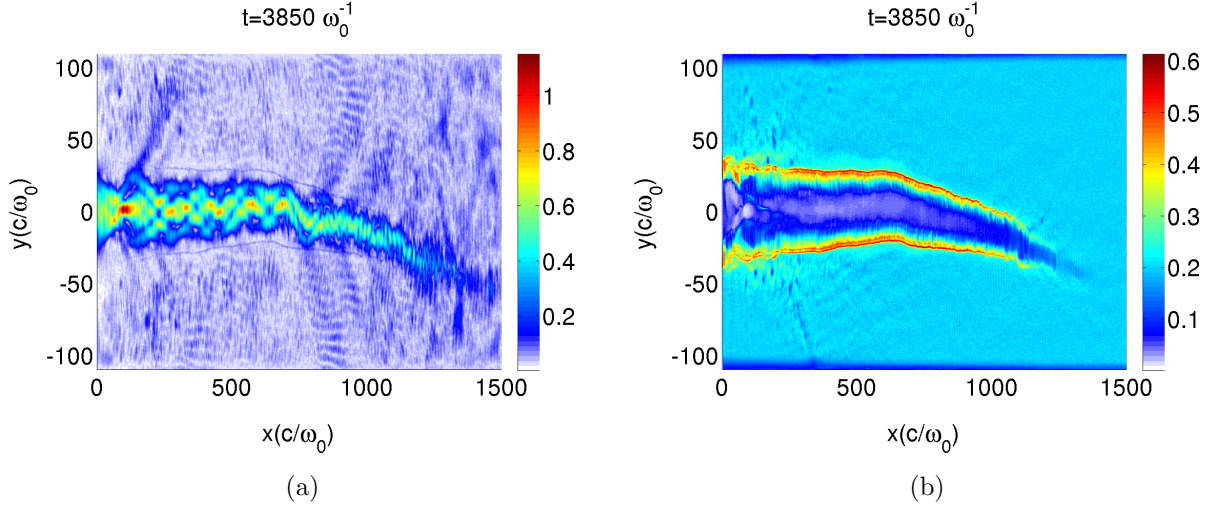


FIGURE 3.5 – Simulation PIC d’un laser d’intensité $I = 10^{18} \text{W/cm}^2$ entrant par la gauche dans un plasma homogène de densité $n_0 = 0.2n_c$: (a) Moyenne quadratique du champ électrique E_y et (b) densité ionique n_i/n_c . C’est un exemple de reptation où le laser se dissipe dans le plasma avant d’avoir eu le temps de revenir sur l’axe. On ne peut donc pas définir k_h mais on peut au moins déterminer que $k_h < \omega_0/500c \approx 0.0045k_p$, soit $k_h \ll k_p$, il s’agit donc de reptation de grande longueur d’onde.

dont la référence [4] donne une dérivation simpliste. Notons que Γ_{hg} est inversement proportionnel au waist du faisceau laser W_0 . En effet, comme expliqué en début de section, la reptation est due aux perturbations de densité du plasma, qui sont de l’ordre de $\lambda_p = 2\pi c/\omega_p$. On comprend donc que plus W_0 est grand devant λ_p , moins le faisceau laser sera sensible à la reptation.

Kaluza *et al.* [57] ont montré, à partir d’un modèle simple utilisant (3.24) et confirmé par des expériences, que la longueur d’onde λ_{hg} des reptations en grande longueur d’onde s’écrit :

$$\lambda_{hg}^{2D} \approx \frac{8}{a_0} \sqrt{\frac{(2\pi c/\omega_0)^3}{W_0}} \left(\frac{n_c}{n_e}\right)^{5/4}. \quad (3.25)$$

Pour cela, ils supposent que le faisceau laser auto-focalise jusqu’à atteindre un waist W égal à la longueur d’onde plasma électronique $W \approx \pi c/\omega_p$. Cette hypothèse fait intervenir la densité du plasma, qui curieusement, n’apparaît pas dans la formule du taux de croissance (3.24). La conservation de l’énergie en 2D relie ensuite le potentiel vecteur initial a_0 au potentiel vecteur du plan focal a , c’est-à-dire $a_0^2 W_0 = a^2 W$.

Cette estimation est en bon accord avec les résultats expérimentaux et numériques de Kaluza *et al.* [57], effectués pour des plasmas homogène et très peu denses $n_0 < 0.03n_c$. Notons cependant qu’il est difficile d’établir la validité de la formule (3.25) pour de plus hautes densités plasmas ($> 0.1n_c$), comme le montrent des simulations de la section 4.2. Le cas de reptation montré en figure 3.4 est en bon accord avec (3.25), pour $a_0 = 0.85$, $W_0 = 21.4c/\omega_0$ et $n_e = 0.4n_c$ on obtient $\lambda_{hg}^{2D} \approx 100c/\omega_0$, ce qui est très proche de la valeur mesurée. En revanche l’accord est moins bon dans le cas de la figure 3.5 : pour $a_0 = 0.85$, $W_0 = 21.4c/\omega_0$ et $n_e = 0.2n_c$, on prévoit $\lambda_{hg}^{2D} \approx 240c/\omega_0$, une valeur bien inférieure à la mesure $\lambda_h > 500c/\omega_0$. Nous nous intéressons principalement à des plasmas de densité supérieure à $0.1n_c$, la validité de (3.25) n’est donc pas avérée.

Il est également important de noter que l’instabilité de reptation est amplifiée par l’asymétrie de la tache focale du laser [57]. Dans cette thèse nous utilisons uniquement des taches focales

symétriques, mais l'interaction d'un laser avec un plasma de densité supérieure à $0.1n_c$ déforme complètement le faisceau laser dès l'entrée dans le plasma (figures 3.4(a) et 3.5(a)). L'asymétrie de la tache focale joue donc un rôle mineur pour $n > 0.1n_c$. Dans la suite, nous effectuons très peu de simulations en dessous de $0.1n_c$.

Kaluza *et al.* [57] ont également obtenu en utilisant le même raisonnement l'équivalent 3D de (3.25) :

$$\lambda_{hg}^{3D} \approx \frac{4\sqrt{2}}{a_0} \frac{(2\pi c/\omega_0)^2}{W_0} \left(\frac{n_c}{n_e}\right)^{3/2}. \quad (3.26)$$

On peut maintenant donner l'expression complète du taux de croissance en injectant (3.26) dans (3.24) :

$$\Gamma_{hg}^{3D} \approx \frac{a_0^2}{16\pi} \frac{\omega_0}{c} \left(\frac{n_e}{n_c}\right)^{3/2}, \quad (3.27)$$

où on remarque que la dépendance en W_0 a disparu dans le cas 3D, ce qui semble aberrant au vu du raisonnement tenu en début de section.

Par la suite nous utilisons la formule du taux de croissance (3.24) pour expliquer qualitativement la reptation observée dans les simulations.

3.4 Le chauffage bêtatron

L'impulsion laser, lors du creusement de canal, entraîne l'accélération d'une population électronique chaude dans la direction de propagation du laser, qui à son tour génère un champ magnétique qui tend à confiner les électrons. Des expériences [11, 59] et des simulations PIC [60, 61] ont montré que le creusement de canal en régime relativiste est accompagné par l'accélération des électrons à des énergies de plusieurs MeV. Ces électrons sont ensuite éjectés dans la direction de propagation du laser avec une faible divergence angulaire. Ce processus, combinant des électrons pré-accélérés et un champ magnétique important, pouvant atteindre quelques centaines de méga-Gauss, est propice à l'accélération des électrons par mécanisme bêtatron.

Avant de discuter plus avant l'importance de ce mécanisme dans le creusement de canal, commençons par l'expliquer à l'aide des équations du mouvement appliquées à un électron. On reprend ici le formalisme simplifié de Pukhov *et al.* [62] qui considèrent que les champs statiques E_s et B_s varient linéairement avec la distance radiale à l'axe de propagation et où le laser est traité comme une onde plane. Une description plus complète de l'accélération bêtatron est donnée par Tsakiris et Gahn [63]. Pour simplifier, on écrit donc les champs statiques de la manière suivante :

$$\vec{E}_s = \kappa_E y \vec{e}_y, \quad (3.28)$$

$$\vec{B}_s = -\kappa_B y \vec{e}_z, \quad (3.29)$$

où κ_E et κ_B sont des constantes. L'impulsion laser se propage dans la direction x avec une amplitude E_0 et une vitesse de phase $v_{ph} = \omega_0/k_0$, elle s'écrit :

$$\vec{E}_l = E_0 \cos(\omega_0 t - k_0 x) \vec{e}_y, \quad (3.30)$$

$$\vec{B}_l = \frac{E_0}{v_{ph}} \cos(\omega_0 t - k_0 x) \vec{e}_z. \quad (3.31)$$

Les équations du mouvement s'écrivent, en contraignant les trajectoires dans le plan (\vec{e}_x, \vec{e}_y) et en utilisant la propriété d'une onde plane $E_l = B_l v_{ph}$:

$$\begin{aligned} \frac{1}{e} \frac{dp_x}{dt} &= - \left[\vec{v} \times (\vec{B}_l + \vec{B}_s) \right] \cdot \vec{e}_x, \\ &= -v_y B_l - v_y B_s, \\ &= -\frac{v_y}{v_{ph}} E_l - v_y B_s, \end{aligned} \quad (3.32)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{e} \frac{dp_y}{dt} &= -E_l - E_s + v_x B_l + v_x B_s, \\ &= -\left(1 - \frac{v_x}{v_{ph}}\right) E_l - E_s + v_x B_s, \end{aligned} \quad (3.33)$$

$$\frac{d\gamma m_e c^2}{dt} = -e v_y (E_l + E_s), \quad (3.34)$$

Les équations (3.32) et (3.34) se combinent pour donner la constante du mouvement :

$$-v_{ph} p_x + W = W(t=0), \quad (3.35)$$

$$W = m_e c^2 (\gamma - 1) + e \frac{y^2}{2} (\kappa_E + v_{ph} \kappa_B), \quad (3.36)$$

où W est la somme des énergies cinétique et potentielle. L'équation précédente, bien qu'utile, n'est pas très explicite, et on préfère la mise en forme suivante de l'équation (3.33) :

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \omega_\beta^2 y = \left[\frac{dy}{dt} \right]^2 \frac{E_l + E_s}{\gamma} \frac{e}{m_e c^2} - \left(1 - \frac{v_x}{v_{ph}}\right) \frac{E_l}{\gamma} \frac{e}{m_e}, \quad (3.37)$$

qui met en évidence le caractère oscillatoire à la pulsation bêtatron $\omega_\beta^2 = e(\kappa_E + v_x \kappa_B)/(m_e \gamma)$ du mouvement transverse de l'électron. L'équation (3.37) peut se réécrire pour mettre en évidence la symétrie entre les champs électromagnétiques et statiques :

$$\frac{m_e \gamma}{e} \frac{d^2 y}{dt^2} + \underbrace{(E_s - v_x B_s)}_1 + \underbrace{(E_l - v_x B_l)}_2 = \left[\frac{dy}{dt} \right]^2 \frac{E_l + E_s}{c^2}, \quad (3.38)$$

où il apparaît que le mouvement de l'électron entre en résonance bêtatron avec le champ électromagnétique lorsque les pulsations des membres 1 et 2 sont égales, c'est-à-dire $\omega_\beta = \omega_0 \left(1 - \frac{v_x}{v_{ph}}\right)$. La résonance bêtatron peut accélérer des électrons jusqu'à $100m_e c^2$, l'impulsion transverse p_y restant bornée à une fraction de l'impulsion longitudinale p_x .

Dans les simulations on observe qu'une fraction importante ($\approx 10\%$) des électrons sont accélérés à des énergies de l'ordre de $100m_e c^2$, et le mécanisme bêtatron apparaît comme le plus probable pour expliquer un tel gain d'énergie par rapport à d'autres mécanismes d'accélération, comme par exemple le chauffage pondéromoteur. Il est difficile d'estimer théoriquement la température des électrons accélérés par bêtatron, en raison de la grande non-linéarité des phénomènes impliqués, et du fait que le gain d'énergie d'un électron n'est a priori pas borné. Il est donc difficile de prévoir l'énergie transmise par le laser aux électrons.

3.5 Revue des expériences et simulations

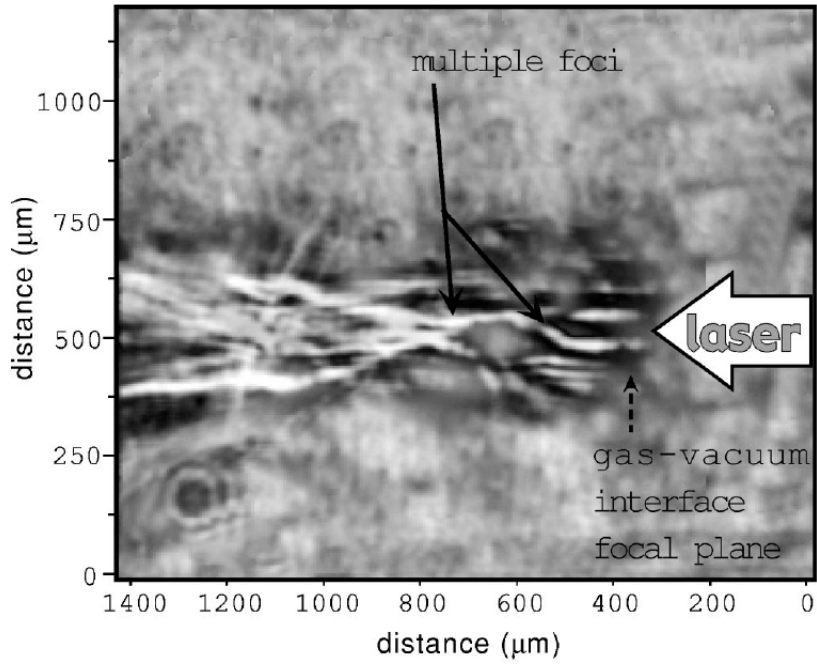
L'impulsion laser se propageant dans un plasma sous-critique est soumise à de nombreuses instabilités telles que la reptation, la filamentation ainsi qu'à d'autres phénomènes non-linéaires comme l'auto-focalisation. Tous ces phénomènes peuvent gêner la propagation de l'impulsion laser et compromettre la création d'un canal rectiligne, c'est-à-dire d'un canal creusé dans l'axe d'incidence initial du laser.

Dans le contexte de l'allumage rapide on cherche à connaître l'énergie nécessaire pour creuser jusqu'à la densité critique. Il faut également éclaircir le rôle des instabilités de filamentation et de reptation sur le creusement du canal, et déterminer s'il existe une plage de paramètres permettant de les éviter. On s'intéresse également aux électrons chauds (> 100 keV) produits lors du creusement.

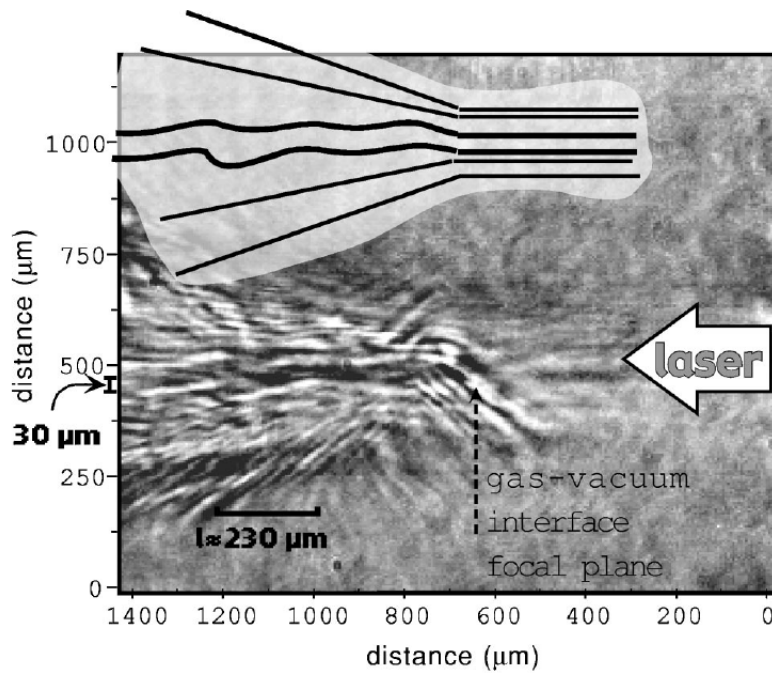
Malgré l'existence de ces instabilités, des canaux plasmas de longueurs millimétriques et stables ont été observés expérimentalement à l'aide d'impulsions subpico- et picoseconde d'intensité $\approx 10^{18-19}$ W/cm² [64, 9, 65, 66, 67, 68, 10], ou avec des impulsions plus longues et moins intenses $\approx 10^{15-16}$ W/cm² de durées supérieures à 100 ps [6, 7, 8]. En particulier, Najmudin *et al.* [10] mettent expérimentalement en évidence les instabilités de filamentation et de reptation (figure 3.6), précisément dans le régime d'intensité de l'allumage rapide ($\approx 10^{19}$ W/cm², durée ≈ 2 ps, $r_0 \approx 10$ μ m), ce qui se révéla inquiétant. Le canal observé en figure 3.6(a) est d'ailleurs assez similaire à ce qu'on observe avec la simulation en figure 3.4. De même Young *et al.* [9] montrent que l'on passe d'un régime d'auto-focalisation à un régime de filamentation lorsque la densité du plasma augmente jusqu'à $0.5n_c$. Nuanceons ces résultats en remarquant que ces expériences font intervenir des impulsions laser, soit trop courtes (de durée picoseconde), ou peut être trop peu intense (d'intensité $\approx 10^{15-16}$ W/cm²) pour l'allumage rapide.

Récemment, des expériences et des simulations utilisant des impulsions d'environ 10 ps ont montré la création de canaux stables [13, 69], suivie dans certains cas (Willingale *et al.* [70]) par la filamentation de l'impulsion et l'éclatement du canal en fin d'interaction (figure 3.7). Dans l'expérience de Willingale *et al.* [70], il est difficile de dire pourquoi l'impulsion laser filamente en fin d'interaction. Cela peut être due à deux effets. L'impulsion laser s'est dissipée jusqu'à ce que sa puissance P devienne trop petite devant P_c pour assurer son guidage. L'impulsion laser entre dans une zone où la densité du plasma décroît, et donc P_c augmente devant P jusqu'à ce que les conditions d'auto-guidage ne soient plus assurées. Nombreuses sont les expériences citées ci-dessus qui se limitent à des densités de plasmas en dessous de $\approx 0.1 - 0.2n_c$, et ceci en raison des techniques d'interférométrie optique utilisées pour les diagnostics. Les plasmas dont la densité est supérieure à $\approx 0.2n_c$ restent difficile à diagnostiquer expérimentalement avec de telles techniques, mais la radiographie par protons est de nos jours utilisée avec succès jusqu'à $0.7n_c$ [71]. Les expériences se rapprochent de plus en plus des conditions de l'allumage rapide, nécessitant de creuser un canal dans un plasma proche de la densité critique avec une impulsion laser de durée de quelques dizaines de picosecondes et d'intensité $> 10^{18}$ W/cm².

A notre connaissance, et au début de cette thèse, Li *et al.* [5] étaient les seuls à avoir étudié numériquement le creusement d'un canal plasma par une impulsion laser d'intensité relativiste dans un plasma millimétrique de densité allant de $0.1n_c$ à n_c . Les simulations antérieures [60, 64, 67], alors limitées par les moyens de calculs de l'époque, ne concernaient que des plasmas d'une centaine de micromètres au mieux. Néanmoins, elles ont permis de mettre en évidence l'accélération des électrons dans le canal à des températures de plusieurs MeV, accompagnés d'un champ magnétique statique de l'ordre de 100MG. Des expériences effectuées dans ce régime de paramètres sont en bon



(a)



(b)

FIGURE 3.6 – Images tirées de l’expérience de Najmudin *et al.* [10], montrant les instabilités de reptation et de filamentation, pour une impulsion d’intensité $I \approx 10^{19} \text{W/cm}^2$, de longueur d’onde $\lambda_0 \approx 1 \mu\text{m}$, de durée $\approx 2 \text{ps}$, de tache focale $r_0 \approx 10 \mu\text{m}$ et (a) $n \approx 3.7 \cdot 10^{19} \text{cm}^{-3}$, (b) $n \approx 2.3 \cdot 10^{19} \text{cm}^{-3}$.

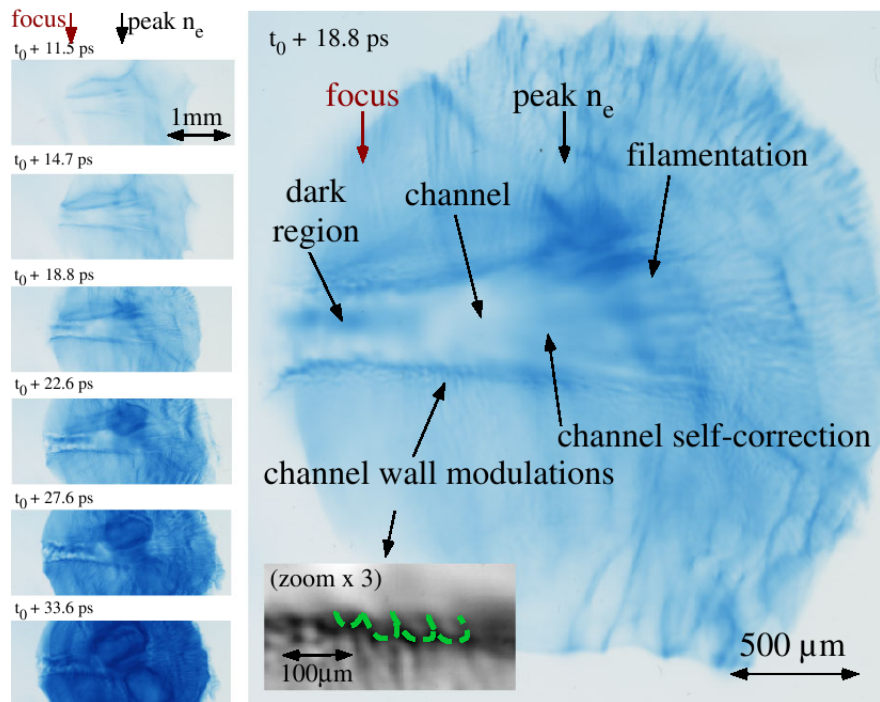


FIGURE 3.7 – Protonographies tirées des expériences de Willingale *et al.* [70], montrant la formation d'un canal dans un jet de gaz de densité maximale $0.025n_c$ par une impulsion laser d'intensité $I \approx 3 \cdot 10^{19} \text{W/cm}^2$, de longueur d'onde $\lambda_0 \approx 1 \mu\text{m}$, et de durée 8 ps. On observe la formation d'un canal sur 1 mm suivit de son éclatement par filamentation.

accord avec les simulations [11, 64, 12, 67]. Li *et al.* ont montré que la déviation ou l'éclatement du canal (appelé bifurcation) ne sont pas problématiques si l'impulsion laser est suffisamment longue pour corriger le creusement. Il en résulte que des canaux plasmas rectilignes de longueurs millimétriques peuvent exister dans les plasmas sous-denses, même longtemps après le passage de l'impulsion laser. La bifurcation observée numériquement par Li *et al.* [5, 72] est causée par l'instabilité de reptation de grande longueur d'onde et donne lieu à la formation de deux sous-canaux. Au contraire, la bifurcation qu'observent numériquement Sarri *et al.* [69] est due à des modulations de densité dans le canal (figure 3.8). Ce dernier mécanisme ne compromet cependant pas l'intégrité du canal, qui reste unique, seul l'impulsion laser se divise à l'intérieur du canal. Sarri *et al.* observent ainsi la formation d'un canal long de 2 mm pour $n \approx 0.002n_c$ (figures 3.8(b-c)), pour $n > 0.02n_c$ (figures 3.8(d-e)) les protonographies sont bien trop chahutées pour tirer des conclusions sur la dynamique du creusement. Notons que les protonographies sont effectuées 100 ps après l'interaction, ce qui est beaucoup et doit gêner l'interprétation. Borisov *et al.* [73] observèrent un autre type de bifurcation à l'aide d'un code numérique paraxial, due à l'interaction entre la filamentation et l'auto-focalisation. Les travaux antérieurs ont donc mis en évidence différents types de bifurcations qu'il va nous falloir trier.

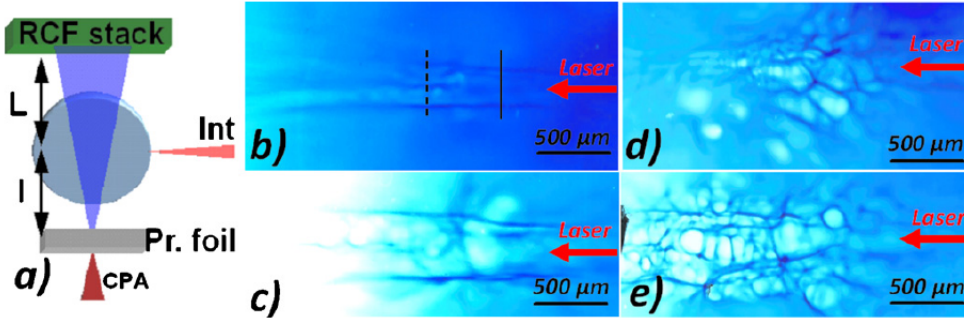


FIGURE 3.8 – Illustrations tirées de l'expérience de Sarri *et al.* [69] avec une impulsion laser d'intensité maximale $I \approx 3 \cdot 10^{18} \text{W/cm}^2$, de longueur d'onde $\lambda_0 \approx 1 \mu\text{m}$, de durée 30 ps et de tache focale $r_0 \approx 10 \mu\text{m}$. (a) Schéma du montage expérimental, les images (b) à (e) sont obtenues par protonographie pour des protons d'une énergie de 4 MeV, environ 100 à 150 ps après le pic d'intensité de l'impulsion laser. Densité du plasma (b-c) $n_e = 0.002n_c$, (d) $n_e = 0.2n_c$, (e) $n_e = 0.02n_c$.

Plusieurs caractéristiques de la dynamique du canal ont été mesurées dans les simulations et expériences passées. Par exemple, l'expansion des parois du canal obéit à une loi d'échelle de type Sedov aux temps longs [12, 74].

Li *et al.* ont également mesuré la vitesse de creusement du canal, et en ont déduit des lois d'échelles pour déterminer le temps nécessaire à une impulsion laser d'intensité I pour atteindre la densité critique dans un scénario d'allumage rapide. Dans leurs simulations, l'impulsion laser impacte un plasma de densité exponentielle avec une densité d'entrée de $0.1n_c$. Ceci implique, d'une part, qu'ils ignorent l'effet du plasma sur la propagation de l'impulsion laser en dessous de $0.1n_c$, et d'autre part, que la mesure de la vitesse de creusement est incomplète car effectuée dans des plasmas inhomogènes. On s'attachera à étendre leur étude, notamment en mesurant la vitesse de creusement avec des plasmas homogènes (voir section 4.3). Connaître la vitesse de creusement est essentiel pour prédire l'énergie nécessaire pour creuser jusqu'à la densité critique dans le cadre de l'allumage rapide.

Chapitre 4

Creusement de canal

*« J’fais des trous, des p’tits trous, encore des p’tits trous
Des p’tits trous, des p’tits trous, toujours des p’tits trous »*

Le poinçonneur des lilas, Serge Gainsbourg

Ce chapitre est dédié à l’étude du creusement d’un canal, par une impulsion laser intense, dans un plasma sous-dense de plusieurs centaines de microns de long. Une des applications concerne évidemment l’allumage rapide, où creuser un tel canal à travers le plasma de couronne permet de dégager la voie pour la deuxième impulsion PW. On rencontre d’autres situations où la création d’un canal plasma n’est pas délibérée. C’est le cas des sources X multi-MeV où produire un pré-plasma en face avant permet d’augmenter l’absorption laser et le rendement radiatif [75]. De manière générale le piédestal d’une impulsion laser PW interagissant avec une cible solide produit un pré-plasma avant l’arrivée du maximum d’intensité. Si le contraste de l’impulsion laser est faible, le piédestal de celle-ci peut chauffer la cible solide, créant ainsi un plasma en détente (et donc de densité exponentielle).

L’étude est réalisée avec le code PIC Calder, à l’aide d’un grand nombre de simulations en géométrie 2D plane. On commence par étudier en section 4.1 l’influence des paramètres numériques sur la conservation d’énergie. Puis nous étudions en détail en section 4.2 le creusement dans un plasma de densité homogène, en variant sa densité et les paramètres du laser (intensité I , largeur à mi-hauteur de l’intensité r_0). Les différents types de canaux que l’on peut obtenir sont décrit en fonction des paramètres du laser et du plasma. Les instabilités de filamentation, d’auto-focalisation et de reptation entrent en jeu et viennent modifier la dynamique du creusement. On décrit ensuite en section 4.3 comment mesurer sans ambiguïté la vitesse de creusement du canal dans des plasmas de profil de densité homogène et exponentiel. C’est l’occasion de présenter des simulations de creusement dans un plasma exponentiel et millimétrique, reproduisant les conditions du plasma de couronne de l’allumage rapide. On déduit des simulations en plasma homogène des lois d’échelle donnant la vitesse de creusement en fonction de la densité du plasma et de l’intensité du laser. Elles nous permettent alors de prévoir la position du canal dans un plasma de profil exponentiel, et d’estimer l’énergie laser nécessaire pour creuser jusqu’à la densité critique dans le cas de l’allumage rapide.

La section 4.4 décrit en détail les caractéristiques des électrons chauds accélérés lors du creusement et les champs statiques associés. Il est important de les étudier pour comprendre comment l’énergie du laser est déplétée (ce qui affecte le creusement), mais également parce qu’ils peuvent potentiellement atteindre, et donc préchauffer, la cible comprimée du schéma d’allumage rapide.

Enfin, après avoir étudié en détail le couplage des électrons chauds avec le laser, nous discutons en section 4.5 d'un modèle basé sur un bilan d'énergie pour déterminer la vitesse de creusement. Des comparaisons sont faites avec les mesures de la vitesse de creusement effectuées en section 4.3. On présente également comment les lois d'échelle obtenues pour la vitesse de creusement peuvent s'appliquer à l'accélération de protons en plasma sous-dense.

4.1 Un mot sur les paramètres numériques utilisés

Simuler avec un code PIC la propagation d'un laser d'intensité $I = 10^{18-19-20}$ W/cm² dans un plasma de densité supérieure à $0.1n_c$ et de grandes dimensions nécessite quelques précautions si l'on veut limiter le chauffage numérique. Celui-ci résulte de la discrétisation des équations de Maxwell et du mouvement, ainsi qu'au nombre fini de particules, et se traduit par une lente dérive de l'énergie totale du système. La durée de nos simulations est généralement élevée ($\approx 5-10$ ps), ce qui les rend d'autant plus difficile à simuler sachant que le chauffage numérique se dégrade avec le temps. On dispose principalement de deux observables pour apprécier la validité d'une simulation : le bilan d'énergie $\Sigma_{\mathcal{E}}$, et l'énergie cinétique moyenne u résolue en temps et en espace. La première calcule l'écart relatif entre l'énergie apportée à la boîte de simulation (principalement l'énergie laser), et l'énergie totale comprise dans la boîte de simulation, c'est-à-dire :

$$\Sigma_{\mathcal{E}}(t) = \frac{\mathcal{E}_k + \mathcal{E}_{em} - \text{énergie initiale} - \iint (\mathcal{F}_{em} + \mathcal{F}_k) d\Omega dt - \iint \mathcal{F}_l d\Omega dt}{\iint \mathcal{F}_l d\Omega dt}, \quad (4.1)$$

où Ω dénote la frontière du domaine de simulation, et les flux entrants (hors laser) sont comptés positivement. Toutes les grandeurs sont intégrées sur toute la boîte de simulation en espace, et pour toutes les espèces du plasma. Les indices k et em dénotent les quantités cinétique et électromagnétique respectivement, et $\mathcal{F}_l(t)$ est le flux d'énergie laser injectée dans la boîte de simulation à l'instant t . Notons que le bilan d'énergie est normalisé par \mathcal{F}_l , grandeur elle-même proportionnelle à l'intensité I du laser.

Le bilan d'énergie est tracé pour différents paramètres numériques en figure 4.1, pour une simulation test de dimensions $35\mu\text{m} \times 140\mu\text{m}$. Le plasma, de température 1 keV, présente un profil de densité exponentiel allant de $0.7n_c$ à n_c . On injecte dans ce calcul un laser d'intensité $I = 10^{18}$ W/cm² et de largeur à mi-hauteur $r_0 = 16\mu\text{m}$ pour reproduire les conditions les plus pessimistes de nos simulations. En effet, $I = 10^{18}$ W/cm² est la plus faible intensité laser que nous utiliserons, et le bilan d'énergie $\Sigma_{\mathcal{E}}$, étant inversement proportionnelle à I , s'en trouvera dégradé. D'autre part, le chauffage numérique augmente avec la densité du plasma, et nous simulons un plasma atteignant n_c qui est la densité maximale utilisée dans ce manuscrit. Les paramètres numériques sont résumés dans le tableau 4.1. Nous avons fait varier le pas d'espace Δx de $0.15c/\omega_0$ à $0.628c/\omega_0$, et le pas d'espace Δy est constant et vaut $0.314c/\omega_0$. La valeur maximale du pas temporel Δt_{max} est ensuite fixée par la condition CFL (A.11). Pour chaque valeur de Δx et Δy nous avons essayé les pas d'espaces Δt_{max} et $\Delta t_{max}/2$ correspondants. Nous avons aussi fait varier l'ordre du facteur de forme entre 2 et 3, et nous avons essayé 1, 10 ou 30 particules par maille. De manière générale, nous observons que le bilan d'énergie est meilleur lorsque ceux-ci augmentent.

Les résultats de la figure 4.1 indiquent que le bilan d'énergie est minimal pour $\Delta t_{max}/2$ quels que soient les pas d'espace choisis. Dans un code PIC la valeur optimale du pas d'espace est égale à la longueur de Debye $\lambda_D = \sqrt{k_B T_e n_c / m_e n_e c / \omega_0}$, on a donc $\Delta x / \lambda_D \sim 2.4 - 10$ pour $T_e = 1$ keV et $n_e = 0.5n_c$, ce qui peut paraître un peu excessif dans certains cas. De même il faut résoudre

correctement la longueur d'onde laser, nous avons $\lambda_0/\Delta x \approx 2\pi/(0.15 - 0.628) \approx 41 - 10$ points par longueur d'onde laser.

Il nous semble raisonnable de prendre au moins 20 points par période laser et réduire les pas d'espaces jusqu'à $\Delta(x, y)/\lambda_D \sim 5$, soit $0.314c/\omega_0$. Le choix d'un pas de temps réduit de $\Delta t = \Delta t_{max}/2 = 0.11\omega_0^{-1}$ permet alors de garantir $\Sigma_{\mathcal{E}} < 10 - 20\%$. Nous choisissons aussi d'utiliser un facteur de forme d'ordre 3 et 10 particules par maille. Les bilans d'énergie tracés sur la figure 4.1 dépassent largement cette valeur. Cependant, comme nous l'avons précisé plus haut, nous avons pris des paramètres pessimistes et ces tests sont effectués sur des temps très longs. Avec les paramètres $\Delta x = \Delta y = 0.314c/\omega_0$, $\Delta t = 0.11\omega_0^{-1}$ correspondant aux simulations de ce chapitre nous obtenons les bilans d'énergie tracés en figure 4.2(a), pour $n_0 = 0.1, 0.4$ et $0.8n_c$, et $I = 10^{18}, 10^{19}\text{W}/\text{cm}^2$. Le laser entre par la gauche avec une largeur à mi-hauteur de $r_0 = 4\mu\text{m}$ dans un plasma de densité constante n_0 de dimensions $500\mu\text{m} \times 70\mu\text{m}$. On remarque que le bilan d'énergie se détériore avec l'augmentation de la densité et s'améliore avec l'augmentation de l'intensité, comme discuté plus haut. Les bilans d'énergies de la figure 4.2(a) atteignent des valeurs comparables à ceux de la figure 4.1, mais les temps de simulation sont plus courts. Lorsqu'on présente des résultats, on veille à ce que $\Sigma_{\mathcal{E}} < 10 - 20\%$ pour garantir un sens physique acceptable. Lors d'une simulation du creusement d'un canal dans un plasma millimétrique et de densité exponentielle, le bilan est inférieur à 20% comme illustré sur la figure 4.2(b) pour $I = 10^{19}\text{W}/\text{cm}^2$.

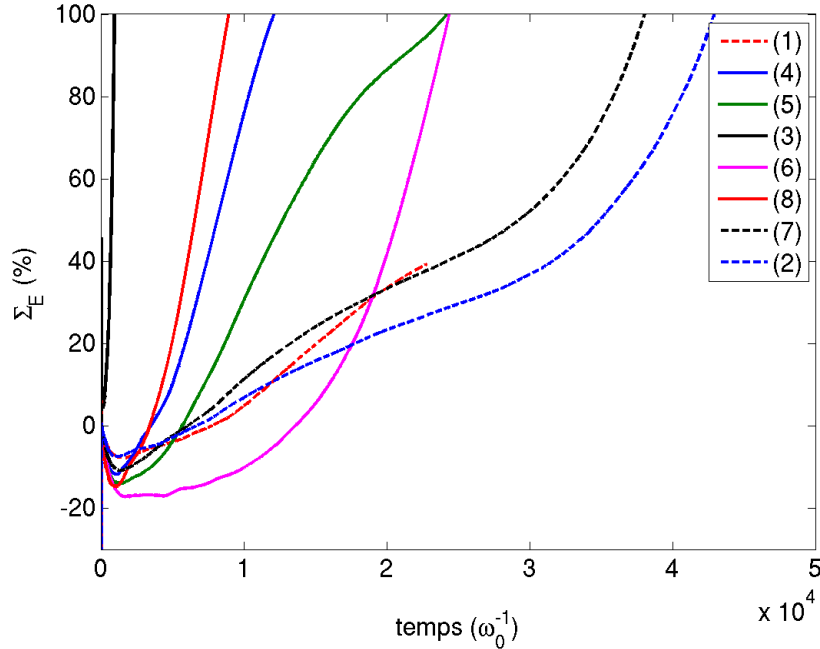


FIGURE 4.1 – Bilan d'énergie (4.1) pour les paramètres du tableau 4.1.

Le bilan d'énergie représente de manière (spatialement) intégrée le chauffage numérique de notre simulation, mais ne rend pas compte de ce chauffage dans le détail. Par exemple on peut imaginer un cas où le bilan d'énergie est proche de zéro durant toute la simulation, mais où il est localement non nul. Pour visualiser le chauffage numérique local, on trace l'énergie moyenne u_α pour l'espèce α , qui s'écrit :

$$u_\alpha = \frac{\iint (\gamma_\alpha - 1) m_\alpha c^2 f_\alpha d^2 p_\alpha}{\int f_\alpha d^2 p_\alpha}. \quad (4.2)$$

Courbe	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
$\Delta x (c/\omega_0)$	0.15	0.314	0.314	0.314	0.314	0.314	0.628	0.628
$\Delta y (c/\omega_0)$	0.314	0.314	0.314	0.314	0.314	0.314	0.314	0.314
$\Delta t (\omega_0^{-1})$	0.15	0.11	0.22	0.22	0.22	0.22	0.14	0.28
degré du facteur de forme	2	2	2	2	3	2	2	2
nombre de particules/maille	10	10	1	10	10	30	10	10

TABLE 4.1 – Paramètres numériques correspondant aux numéros des courbes de la figure 4.1.

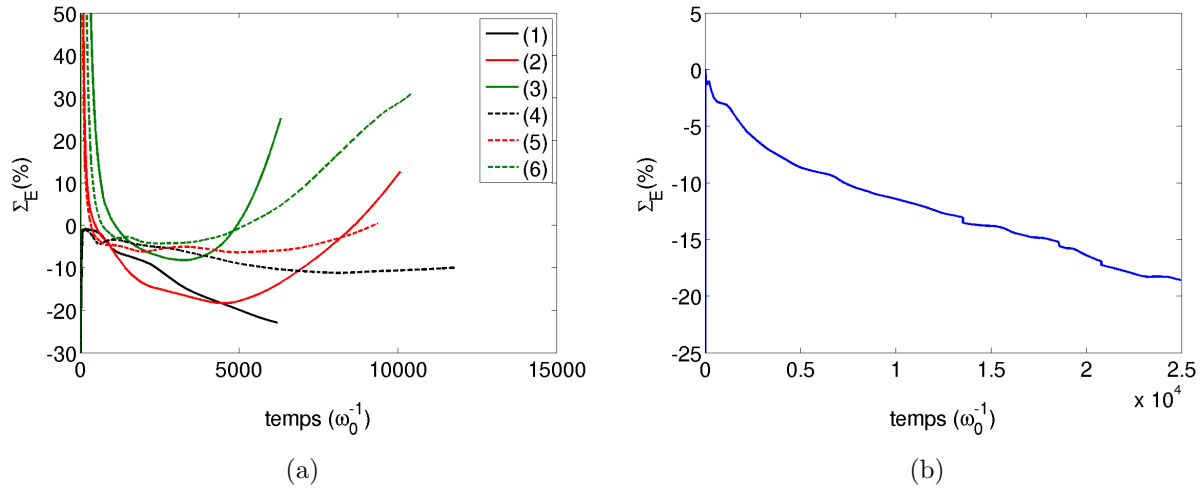


FIGURE 4.2 – Bilan d'énergie (4.1) pour $\Delta x = \Delta y = 0.314c/\omega_0$, $\Delta t = 0.11\omega_0^{-1}$. (a) Propagation dans un plasma homogène de densité $n_0 = 0.1, 0.4$ et $0.8n_c$ (respectivement noir, rouge et vert), pour $I = 10^{18} \text{ W/cm}^2$ (courbes 1 à 3) et $I = 10^{19} \text{ W/cm}^2$ (courbes 4 à 6). (b) Propagation dans un plasma millimétrique et exponentiel de densité $n = 0.1n_c \exp(x/400\mu\text{m})$, pour $I = 10^{19} \text{ W/cm}^2$.

On observe dans certaines simulations que le plasma dense, situé à droite de la boîte de simulation lorsque le plasma est inhomogène, est chauffé avant l'arrivée du faisceau laser, ou même avant l'arrivée des électrons accélérés par celui-ci. Il s'agit donc de chauffage numérique, qui peut facilement atteindre des énergies de plusieurs centaines de keV. On peut réduire le chauffage numérique local d'un ordre de grandeur en passant le degré du facteur de forme de 2 à 3, même si le bilan d'énergie en reste peu affecté comme illustré par les cas (4) et (5) de la figure 4.1. Dans nos simulations le degré du facteur de forme est fixé à 3, et on vérifie que le chauffage numérique local reste négligeable devant le chauffage d'origine physique.

Notons pour finir qu'il nous a été impossible de réaliser des simulations avec des grands plasmas (de longueur millimétrique), et avec une intensité laser de $10^{18}\text{W}/\text{cm}^2$, car le chauffage numérique finit par l'emporter sur le chauffage physique.

4.2 Phénoménologie du creusement de canal

4.2.1 Présentation générale

Dans cette section, nous étudions la propagation d'une impulsion laser d'intensité $I = 10^{18-20}\text{W}/\text{cm}^2$ dans un plasma de densité homogène pour faciliter l'interprétation des simulations. Le faisceau laser est assez intense pour créer assez rapidement un canal, dont nous étudions les propriétés. On montre dans les sections suivantes que les résultats sont extrapolables à des plasmas de profil exponentiel, comme ceux rencontrés dans l'allumage rapide.

Nous avons effectué un grand nombre de simulations PIC en géométrie 2D plane, avec trois intensités laser $I = 10^{18-19-20}\text{W}/\text{cm}^2$, un plasma homogène, de densité variant de $n_0 = 0.01n_c$ à $0.9n_c$. L'impulsion laser, de profil transverse gaussien et de largeur à mi-hauteur de $r_0 = 4\mu\text{m}$ ou de $16\mu\text{m}$, entre par la gauche du domaine de simulation. Le profil temporel de l'intensité I de l'impulsion laser est gardé constant après un temps de montée linéaire de $900\omega_0^{-1}$.

Pour avoir un aperçu et une vision générale des simulations, nous avons tracé sur les figures 4.3 à 4.8 la densité ionique n_i/n_c du plasma ainsi que l'enveloppe du champ électrique E_y (principalement due au champ laser, qui est polarisé linéairement selon y). Les figures sont tracées pour des instants t représentatifs du creusement. En d'autres termes, si le canal que nous montrons est creusé dans l'axe d'incidence initial du laser (l'axe $y = 0$ dans tout le manuscrit), alors c'est le cas pour toute la simulation. On s'aperçoit facilement que la forme du canal creusé par l'impulsion laser varie avec la densité du plasma n_0 , la largeur à mi-hauteur r_0 et l'intensité I de l'impulsion laser. Les figures 4.3, 4.5 et 4.7 montrent que certains canaux sont courbés ou sont divisés en plusieurs sous-canaux. De manière générale, on remarque que l'efficacité du creusement se dégrade avec l'augmentation de n_0 et de I . Par exemple, le canal créé à basse densité pour $n_0 = 0.01n_c$ et $I = 10^{19}\text{W}/\text{cm}^2$ (figures 4.5(a) et 4.6(a)) est creusé dans l'axe d'incidence initial du laser $y = 0$, alors qu'il est dévié pour $n_0 = 0.8n_c$ (figures 4.5(j) et 4.6(j)). On observe également que le laser filamente dès l'entrée dans le plasma pour $r_0 = 16\mu\text{m}$ et pas pour $r_0 = 4\mu\text{m}$. L'influence de l'intensité I sur le creusement est plus subtile à voir car le taux de croissance des instabilités croît avec I , et celles-ci affectent le creusement.

Par la suite, on dit qu'un canal est de bonne qualité (figure 4.5(a)) lorsqu'un canal unique est creusé dans l'axe de propagation initial du laser, c'est-à-dire $y = 0$. On dit qu'un canal bifurque (figure 4.7(e)) lorsqu'il se divise en plusieurs sous canaux, on parle de bifurcation. Tout canal qui a bifurqué ou dévié de l'axe d'incidence initial du laser est un canal dit de mauvaise qualité.

Le but de cette section est d'exhiber les différentes formes que prend le canal en fonction des paramètres du laser et du plasma. Pour nous aider dans cette étude paramétrique et pour expliquer la physique du creusement de canal, nous avons représenté les paramètres initiaux de chaque simulation à l'aide de nombres adimensionnés dans les diagrammes $(\eta; \rho)$ et $(n_{\text{rel}}; \xi)$ (figures 4.15 et 4.21). Les nombres adimensionnés η , ρ , n_{rel} et ξ dépendent des paramètres initiaux du laser et du plasma, ils s'écrivent :

$$\eta = \frac{P}{P_c}, \quad (4.3)$$

$$\rho = \frac{W_0 \omega_p}{c}, \quad (4.4)$$

$$n_{\text{rel}} = \frac{n_0}{n_c \sqrt{1 + a_0^2/2}}, \quad (4.5)$$

$$\xi = n_{\text{rel}}^f \left(\frac{2\pi W_0}{\lambda_0} \right)^g a_0^h, \quad (4.6)$$

où n_0 est la densité initiale du plasma, P est la puissance du laser, $P_c = \frac{12.5n_c}{n_0} \frac{c/\omega_0}{W_0}$ GW la puissance critique d'auto-focalisation en 2D plan, $\omega_p^2 = n_0 e^2 / \epsilon_0 m_e$ et f , g et h sont des constantes qui seront explicités par la suite. Le sens physique de η , ρ , n_{rel} et ξ sera expliqué au fur et à mesure que nous découvrons les simulations.

Comme l'ont déjà montré Li *et al.* [5], le creusement d'un canal par une impulsion laser relativiste met en jeu différents mécanismes comme la bifurcation de canal et la reptation du laser, qui dégradent sa qualité. Ces phénomènes sont cependant transitoires : au final, le canal est toujours creusé dans l'axe d'incidence initial du laser si celui-ci dure suffisamment longtemps. Dans la suite on appelle ce phénomène mécanisme d'auto-correction. Notons également que Li *et al.* [5] ont identifié la reptation en grande longueur d'onde comme responsable de la bifurcation. Ici, nous faisons la différence entre bifurcation et reptation.

Nous allons voir que la bifurcation peut être causée par différents mécanismes comme la filamentation ou la reptation du laser.

4.2.2 Bifurcation filamentaire

La bifurcation du canal plasma a été décrite par Borisov *et al.* [76] à l'aide de simulations paraxiales. Elle se déclenche lorsque le laser filamente dans un régime d'auto-focalisation forte. Le laser modifie l'indice du plasma en creusant le canal et en chauffant les électrons. Le plasma se comporte alors localement comme une lentille convergente, qui dévie les filaments du laser. Ils s'échappent alors du canal principal, si la focalisation est assez forte, pour former des sous-canaux. La filamentation et la capacité du laser à modifier l'indice du plasma, c'est-à-dire l'auto-focalisation, sont les deux mécanismes responsables de la bifurcation. Pour en rendre compte et comprendre comment la bifurcation évolue avec les paramètres du laser et du plasma, il est utile de les représenter sur le diagramme $(\eta; \rho) = (P/P_c; W_0/\lambda_p)$ avec P la puissance du laser et $P_c = \frac{12.5n_c}{n_0} \frac{c/\omega_0}{W_0}$ GW la puissance critique d'auto-focalisation. On utilise ici les expressions 2D planes pour les puissances, en accord avec nos simulations. Le paramètre η permet de rendre compte de l'auto-focalisation et de la filamentation. On juge à l'aide des simulations qu'ils sont assez importants pour enclencher la bifurcation pour $\eta > 10$. Le paramètre ρ permet de rendre compte de la filamentation seulement. Le laser ne peut pas filamenter si sa taille transverse est

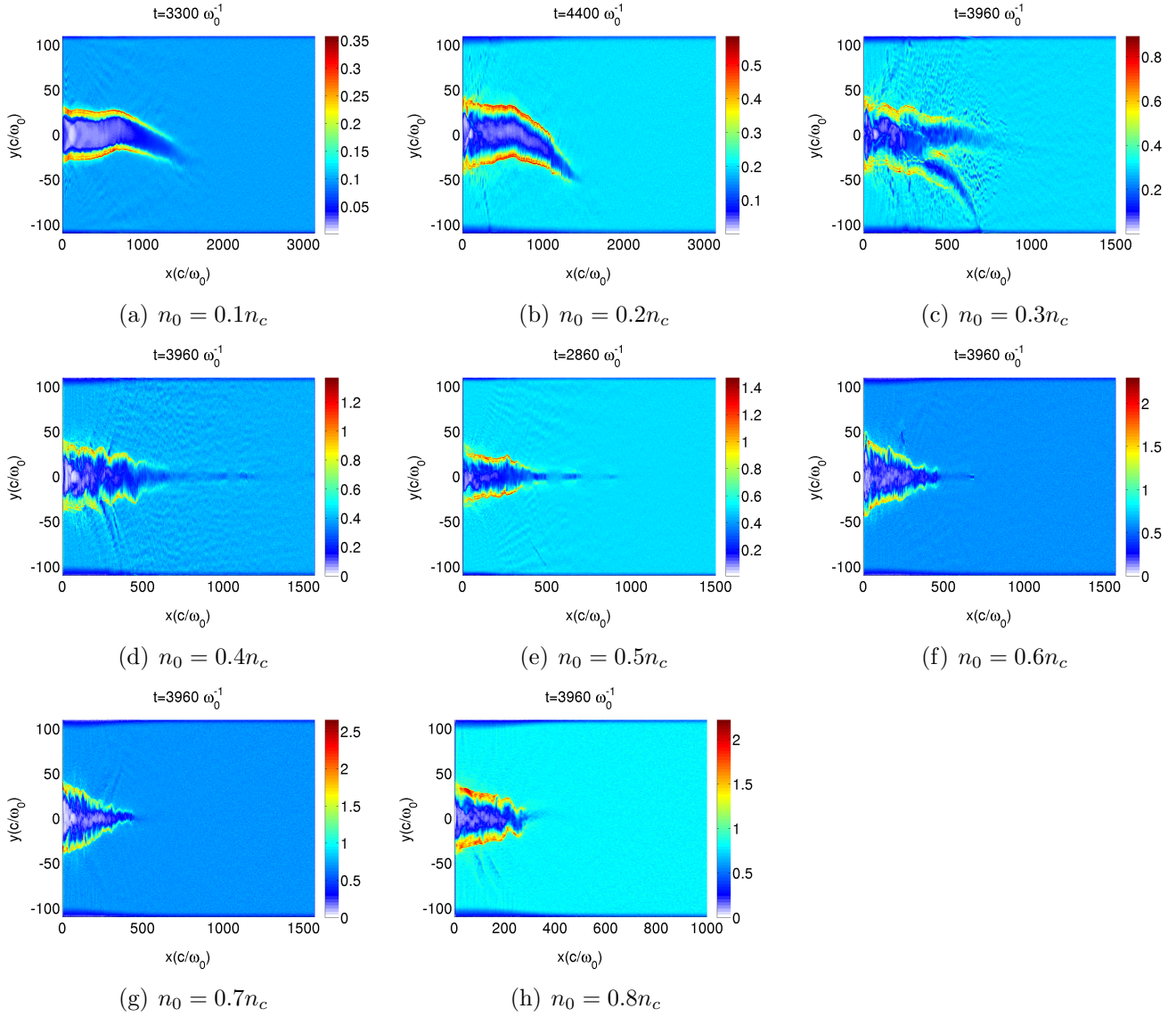


FIGURE 4.3 – Densité ionique n_i/n_c au cours de la propagation d’une impulsion laser d’intensité $I = 10^{18} \text{W/cm}^2$, et de largeur à mi-hauteur $r_0 = 4 \mu\text{m}$, dans un plasma homogène de densité n_0 .

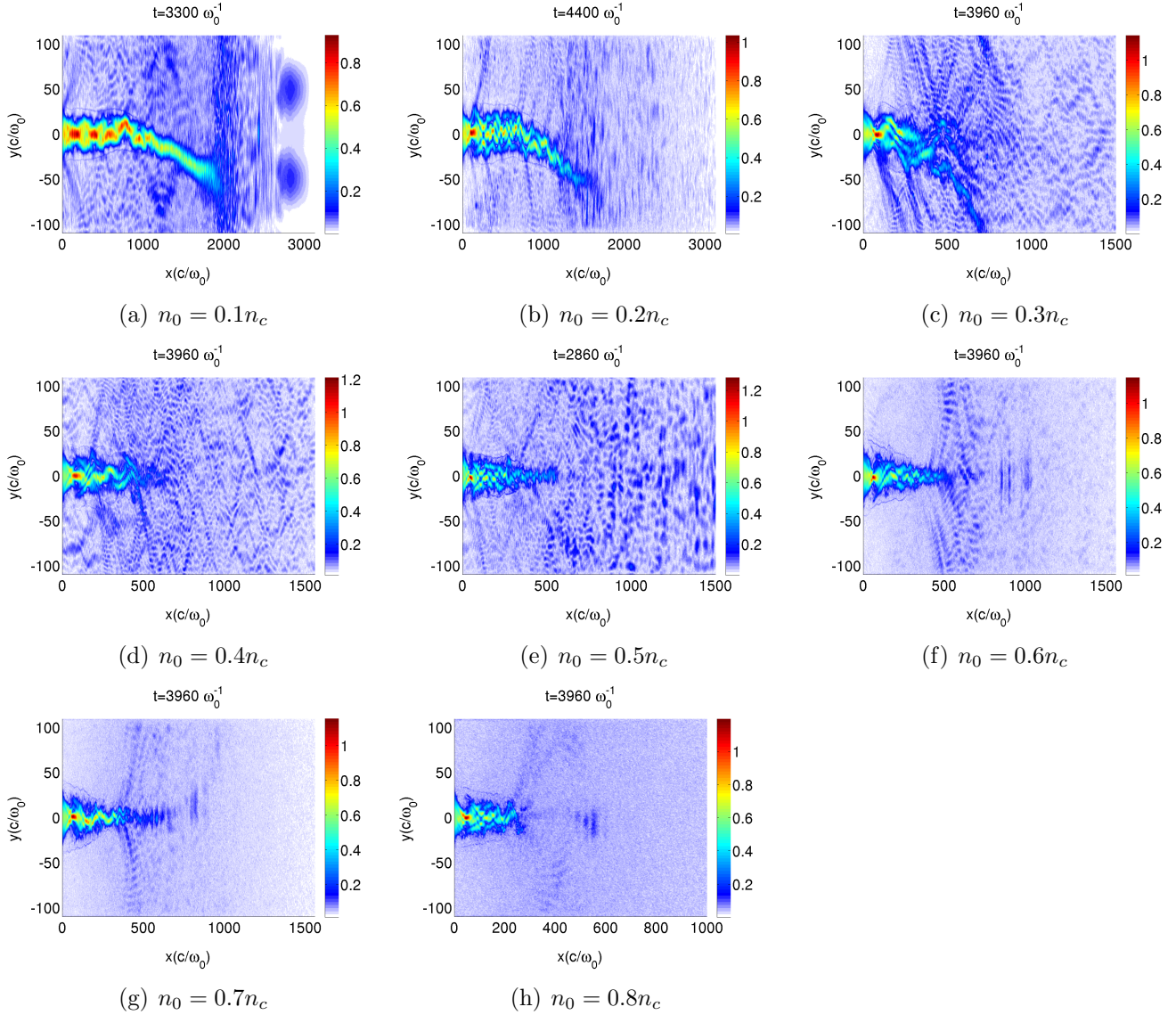


FIGURE 4.4 – Moyenne quadratique du champ électrique E_y au cours de la propagation d’une impulsion laser d’intensité $I = 10^{18} \text{W/cm}^2$, et de largeur à mi-hauteur $r_0 = 4 \mu\text{m}$, dans un plasma homogène de densité n_0 .

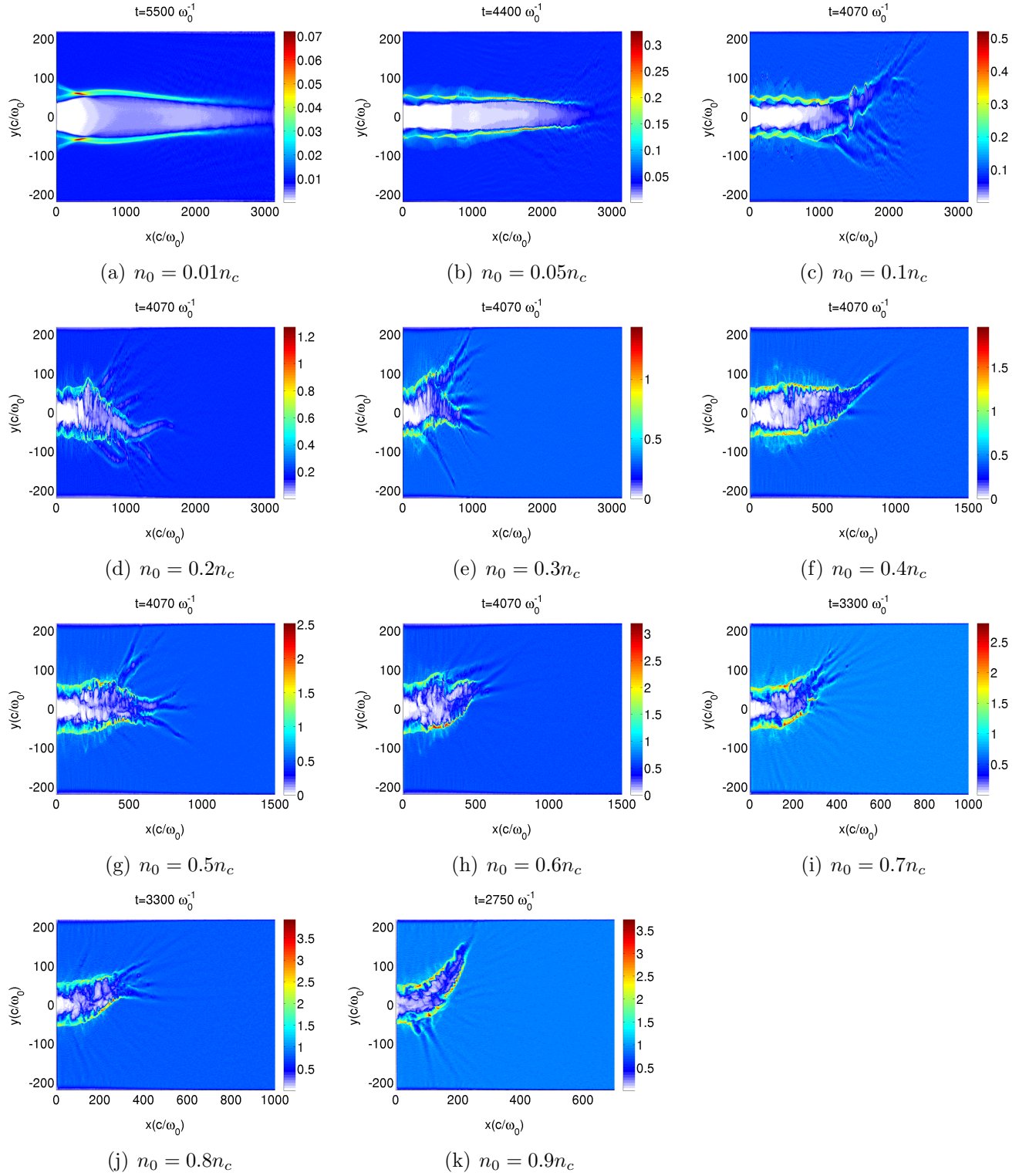


FIGURE 4.5 – Densité ionique n_i/n_c au cours de la propagation d’une impulsion laser d’intensité $I = 10^{19} \text{W/cm}^2$, et de largeur à mi-hauteur $r_0 = 4 \mu\text{m}$, dans un plasma homogène de densité n_0 .

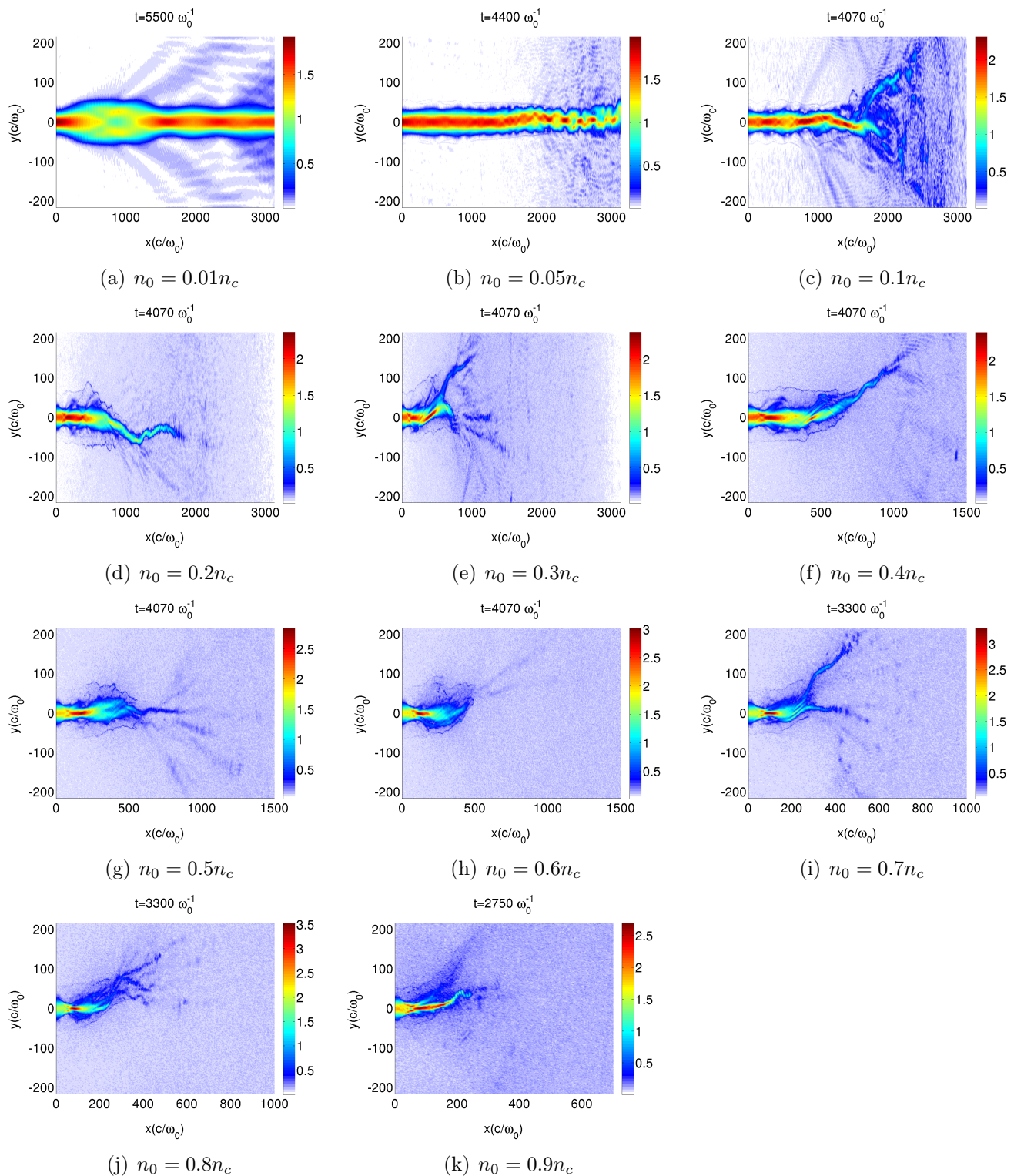


FIGURE 4.6 – Moyenne quadratique du champ électrique E_y au cours de la propagation d'une impulsion laser d'intensité $I = 10^{19} \text{W/cm}^2$, et de largeur à mi-hauteur $r_0 = 4 \mu\text{m}$, dans un plasma homogène de densité n_0 .

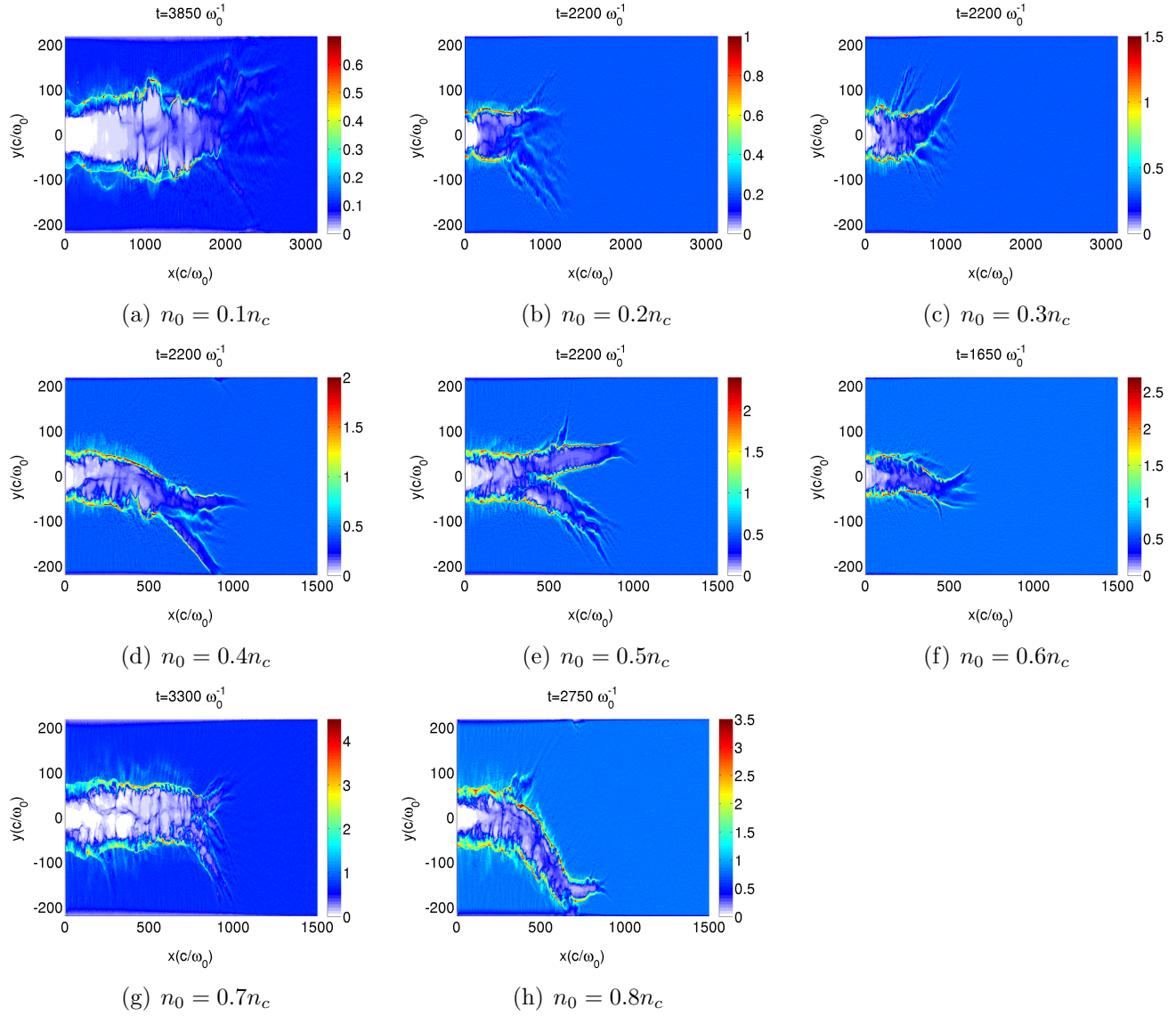


FIGURE 4.7 – Densité ionique n_i/n_c au cours de la propagation d’une impulsion laser d’intensité $I = 10^{20} \text{W/cm}^2$, et de largeur à mi-hauteur $r_0 = 4 \mu\text{m}$, dans un plasma homogène de densité n_0 .

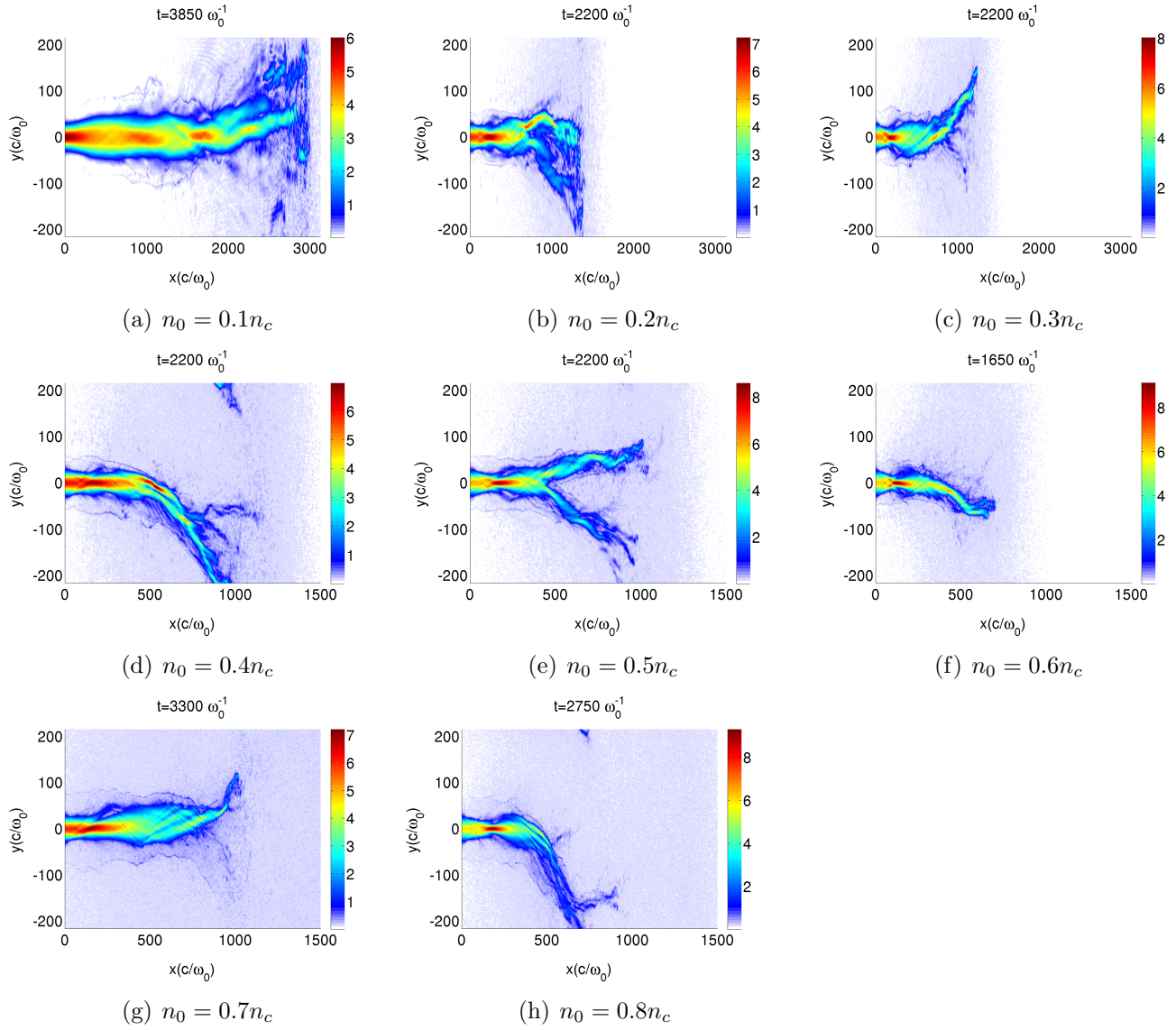


FIGURE 4.8 – Moyenne quadratique du champ électrique E_y au cours de la propagation d’une impulsion laser d’intensité $I = 10^{20} \text{W/cm}^2$, et de largeur à mi-hauteur $r_0 = 4 \mu\text{m}$, dans un plasma homogène de densité n_0 .

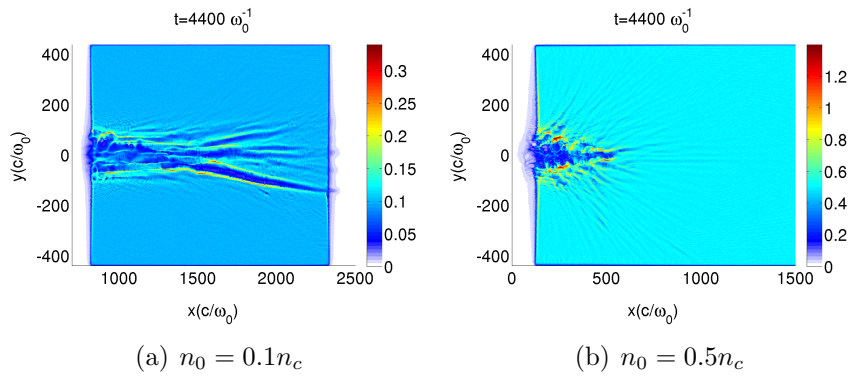
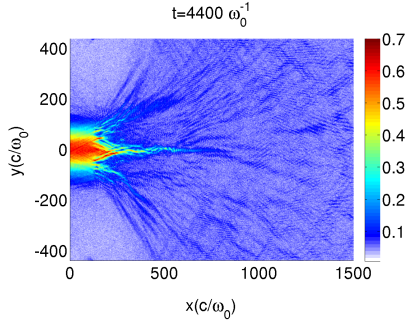
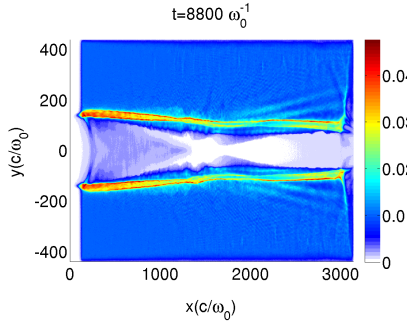


FIGURE 4.9 – Densité ionique n_i/n_c au cours de la propagation d’une impulsion laser d’intensité $I = 10^{18} \text{W/cm}^2$, et de largeur à mi-hauteur $r_0 = 16 \mu\text{m}$, dans un plasma homogène de densité n_0 .

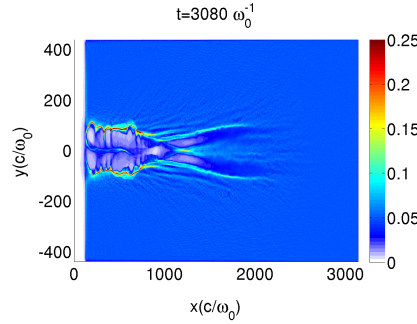


(a) $n_0 = 0.5n_c$

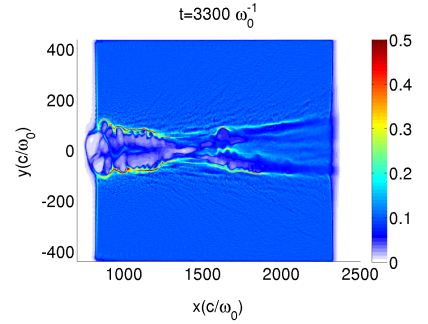
FIGURE 4.10 – Moyenne quadratique du champ électrique E_y au cours de la propagation d'une impulsion laser d'intensité $I = 10^{18} \text{W/cm}^2$, et de largeur à mi-hauteur $r_0 = 16 \mu\text{m}$, dans un plasma homogène de densité n_0 .



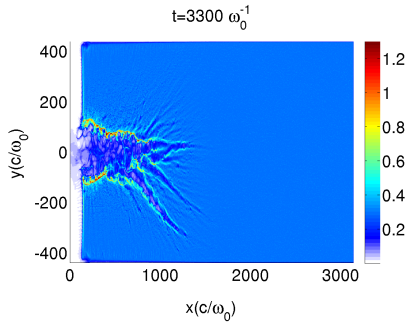
(a) $n_0 = 0.01n_c$



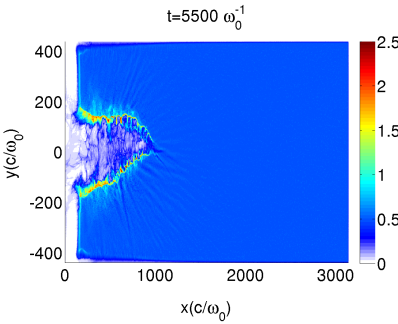
(b) $n_0 = 0.05n_c$



(c) $n_0 = 0.1n_c$



(d) $n_0 = 0.3n_c$



(e) $n_0 = 0.5n_c$

FIGURE 4.11 – Densité ionique n_i/n_c au cours de la propagation d'une impulsion laser d'intensité $I = 10^{19} \text{W/cm}^2$, et de largeur à mi-hauteur $r_0 = 16 \mu\text{m}$, dans un plasma homogène de densité n_0 .

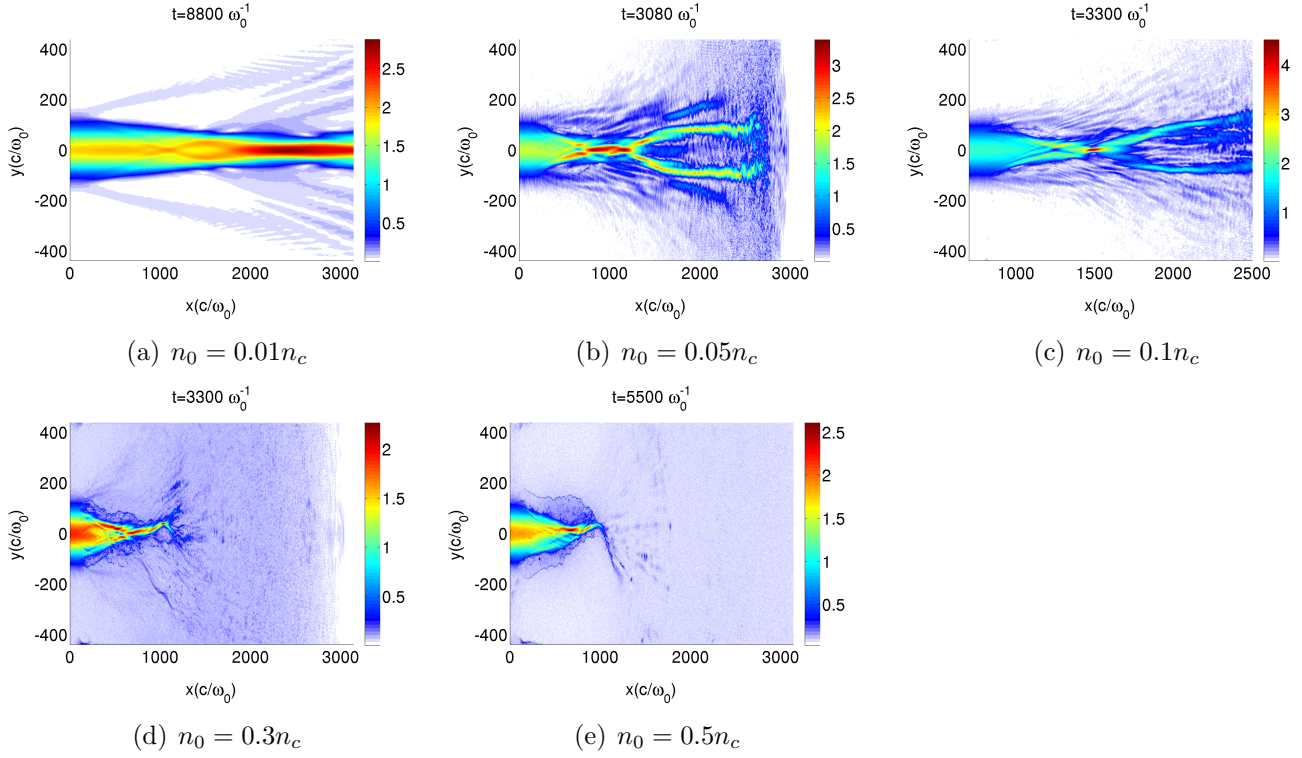


FIGURE 4.12 – Moyenne quadratique du champ électrique E_y au cours de la propagation d’une impulsion laser d’intensité $I = 10^{19} \text{W/cm}^2$, et de largeur à mi-hauteur $r_0 = 16 \mu\text{m}$, dans un plasma homogène de densité n_0 .

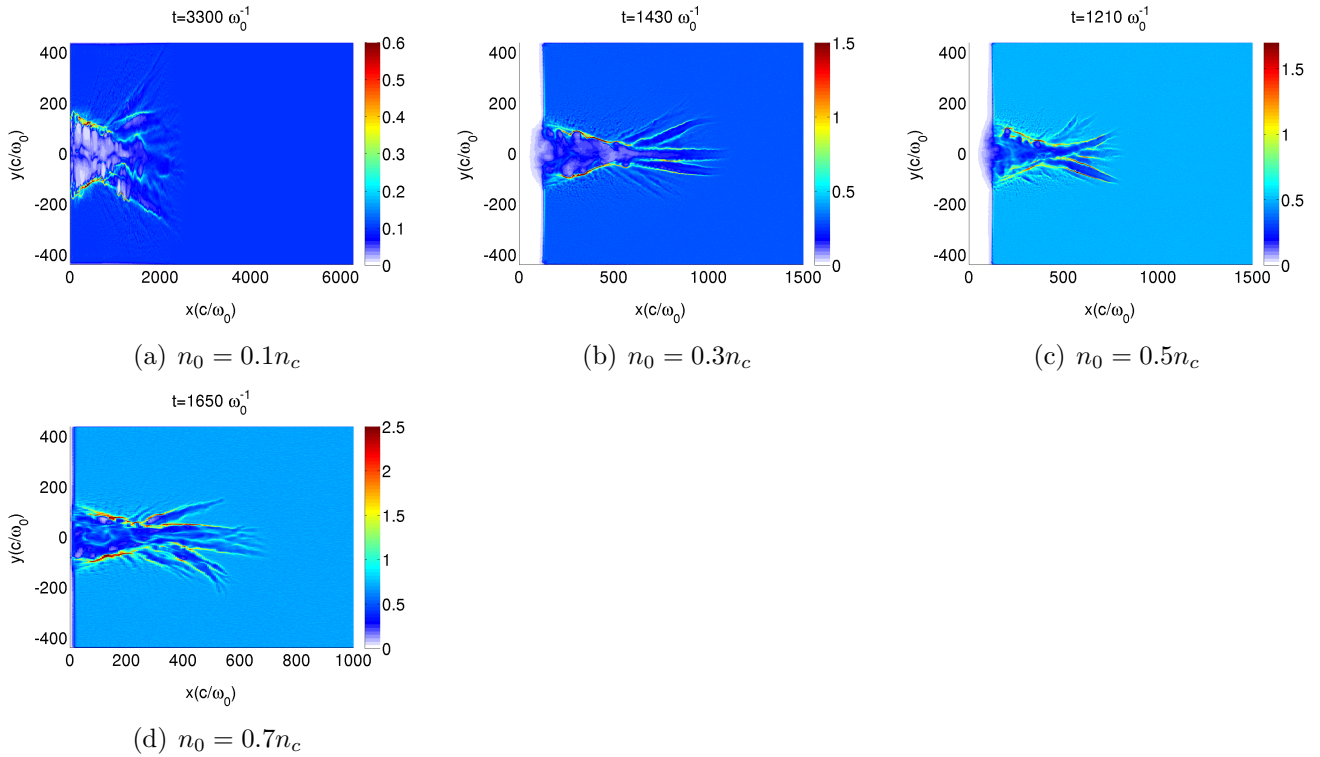


FIGURE 4.13 – Densité ionique n_i/n_c au cours de la propagation d’une impulsion laser d’intensité $I = 10^{20} \text{W/cm}^2$, et de largeur à mi-hauteur $r_0 = 16 \mu\text{m}$, dans un plasma homogène de densité n_0 .

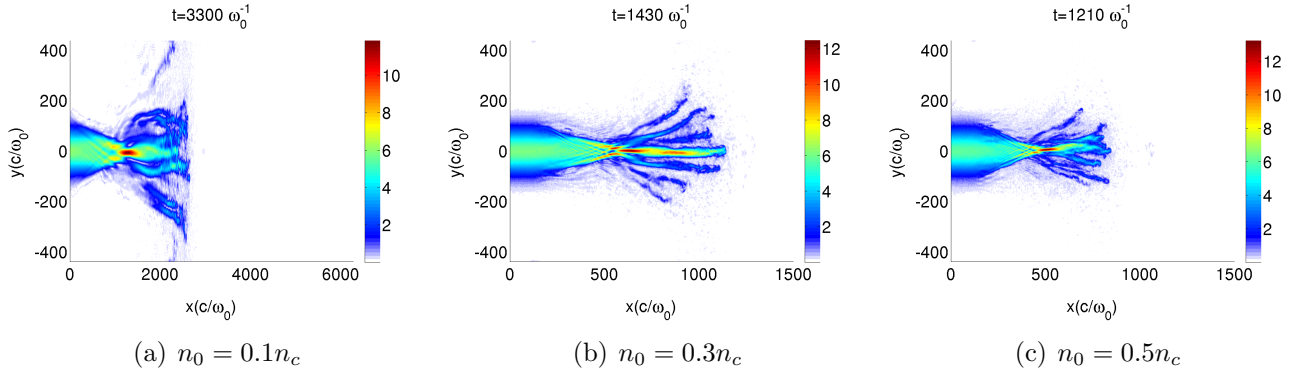


FIGURE 4.14 – Moyenne quadratique du champ électrique E_y au cours de la propagation d’une impulsion laser d’intensité $I = 10^{20} \text{W/cm}^2$, et de largeur à mi-hauteur $r_0 = 16 \mu\text{m}$, dans un plasma homogène de densité n_0 .

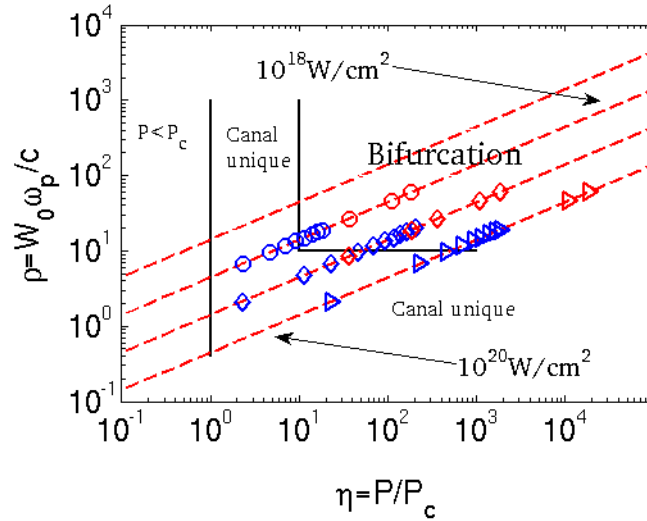


FIGURE 4.15 – Paramètres initiaux des simulations en milieux homogène dans le plan $(\eta; \rho)$. Les lignes d’iso-intensités sont en tirets rouges.

inférieure à celle d’un filament, puisque le laser est alors un filament. Sachant que la taille transverse d’un filament est d’environ c/ω_p , nous trouvons à l’aide des simulations que le laser filamente si $\rho > 10$. Nous plaçons en figure 4.15 les couples de paramètres $(\eta; \rho)$ correspondant à l’état initial de chaque simulation, ainsi que les courbes d’iso-intensités (tirets rouges). Le couple $(\eta; \rho)$ permet de rendre compte de l’effet conjoint de la filamentation et de l’auto-focalisation. En effet, pour $(\eta; \rho) < (10; 10)$ on considère que soit l’auto-focalisation est trop faible pour déclencher la bifurcation ($\eta < 10$), soit que la taille transverse du laser est de l’ordre de grandeur de celle d’un filament ($\rho < 10$), empêchant ainsi la filamentation. La bifurcation apparaît dans le cas contraire ($\eta > 10$ et $\rho > 10$), les filaments du laser sont déviés par l’auto-focalisation pour former plusieurs sous-canaux. Il est important de noter que les valeurs limites ($\eta = 10$ et $\rho = 10$) sont des ordres de grandeurs choisis pour correspondre à nos simulations, et peuvent être modifiées selon la situation.

Un exemple de bifurcation est donné en figure 4.16 (voir aussi les figures 4.9 à 4.14), montrant la moyenne quadratique du champ électrique transverse E_y ainsi que la densité ionique n_i/n_c . Un faisceau laser d’intensité $I = 10^{19} \text{W/cm}^2$ impacte un plasma de densité $0.1 n_c$, ce qui correspond à

$\eta = 372$ et $\rho = 27$. En début d'interaction le laser forme trois filaments (figure 4.16(a)) qui disparaissent quand le plasma est évacué transversalement par la force pondéromotrice (figure 4.16(b)). Puis le laser auto-focalise et dévie les filaments avec un angle d'environ 10° , chaque filament formant ensuite un sous-canal (figure 4.16(c)). C'est le mécanisme de bifurcation décrit par Borisov, et dans la suite on l'appellera bifurcation filamentaire (BF). Dans notre cas on observe deux sous-canaux. Remarquons que ceux-ci sont formés en même temps, contrairement à la bifurcation observée par Li *et al.* [5]. Le laser finit par creuser le plasma situé entre les sous-canaux si la durée de l'impulsion laser est assez grande. C'est le mécanisme d'auto-correction pour la BF, et nous l'avons observé pour toutes nos simulations. Le laser érode progressivement le canal jusqu'à ne plus pouvoir dévier le flux d'énergie du laser, qui initialement est dirigé selon x . De ce point de vue l'auto-correction est inévitable. Noter que la puissance P_f transportée par l'onde électromagnétique dans chaque filament est plutôt faible ($P_f/P_0 = \frac{a_f^2 W_f}{a_0^2 W_0} \sim 0.2$).

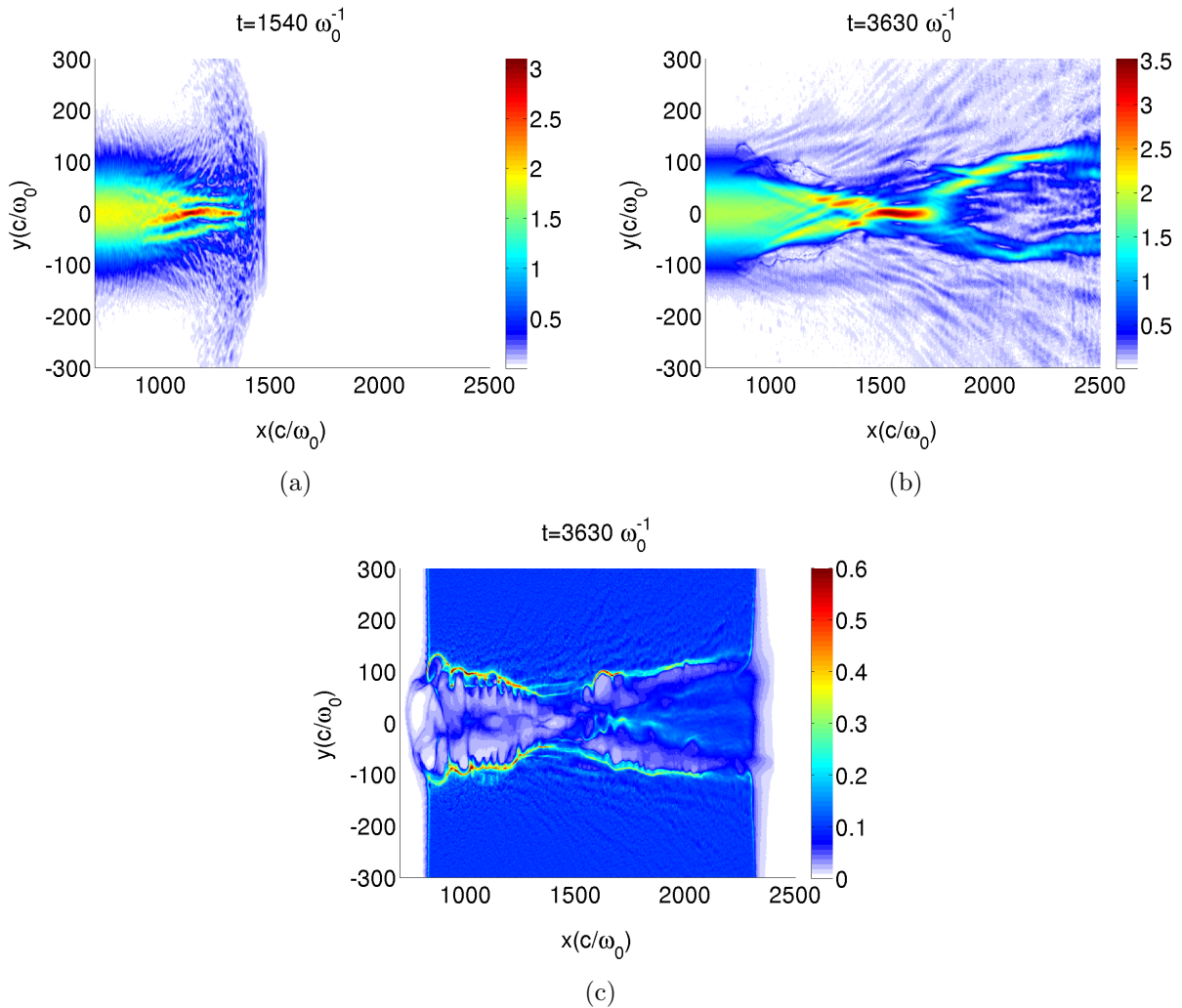


FIGURE 4.16 – Moyenne quadratique du champ électrique transverse ($m_e c \omega_0 / e$) et densité ionique (n_c) montrant la bifurcation filamentaire pour $I = 10^{19} \text{W/cm}^2$, $r_0 = 16 \mu\text{m}$ et $n = 0.1 n_c$, correspondant à ($\eta = 372 ; \rho = 27$) et ($\xi = 0.63 ; n_{rel} = 0.05$).

Notons que la BF, basée sur la filamentation, diffère de ce que Li *et al.* [5] et Sarri *et al.* [69] ont décrit. Le premier observe une bifurcation basée sur l'instabilité de reptation, alors que le

deuxième observe des modulations de densité à l'intérieur du canal principal, qui garde par ailleurs son intégrité. De ce point de vue le terme « bifurcation » n'est pas adapté pour décrire ce qui est observé par Sarri *et al.* [69].

Rappelons que nous définissons la bifurcation comme la division du canal plasma en au moins deux sous-canaux au cours de sa formation.

4.2.3 Instabilité de reptation

L'instabilité de reptation se manifeste par l'oscillation du centroïde du laser autour d'une position d'équilibre, qui est souvent son axe de propagation. Toutes les reptations que nous avons observées sont des reptations de grande longueur d'onde (figures 4.3, 4.5 et 4.7). Cette instabilité ne dégrade pas la qualité du canal si l'amplitude transverse de l'oscillation est très petite devant r_0 . En revanche, elle est souvent de l'ordre de grandeur de r_0 lorsque la densité dépasse $0.1n_c$, comme montré en figure 4.17 pour $r_0 = 4\mu\text{m}$, $n_0 = 0.4n_c$ et $I = 10^{19}\text{W}/\text{cm}^2$. Ces paramètres correspondent à $\eta = 93$ et $\rho = 13.5$, ce qui suggère que le laser ne devrait pas filamenter, conformément à l'observation (figures 4.4, 4.6 et 4.8). Le laser, dont l'amplitude du champ diminue rapidement avec la distance parcourue dans le plasma, effectue seulement le début d'une période d'oscillation autour de l'axe de propagation et le canal formé est alors dévié d'un angle d'environ 14° . On peut vérifier qu'il s'agit de l'instabilité de reptation de grande longueur d'onde, en calculant le rapport $\lambda_h\omega_p/c$, où λ_h est la longueur d'onde de la reptation. Parmi toutes nos simulations, la longueur d'onde minimum, mesurée pour $n = 0.4n_c$, $r_0 = 4\mu\text{m}$ et $I = 10^{18}\text{W}/\text{cm}^2$, est $\lambda_h^{\text{min}} \sim 60c/\omega_p \sim 15\mu\text{m}$. On a donc bien $\lambda_h \gg \omega_p/c$. D'après la formule (3.24), on s'attend à ce que la petite taille transverse du laser ($r_0 = 4\mu\text{m}$) contribue à favoriser l'instabilité. La puissance emportée par la partie déviée du laser est plutôt faible, $P_f/P_0 \sim 0.1$. Là aussi, si la durée de l'impulsion laser est assez longue, la partie déviée du laser se dissipe et un canal droit se forme comme montré sur les figures 4.17(c) et 4.17(d). Le canal est érodé progressivement par le laser jusqu'à ne plus pouvoir le dévier.

Remarquons que l'instabilité de reptation de courte longueur d'onde n'a pas été observée. Dans la suite, le terme reptation fait donc référence à l'instabilité de grande longueur d'onde.

4.2.4 Bifurcation par instabilité de reptation

En déviant l'impulsion laser alternativement vers le haut et vers le bas, l'instabilité de reptation (figures 4.18(a) et 4.18(b)) peut donner lieu au phénomène de bifurcation décrit par Li *et al.* [5]. Un exemple est donné en figure 4.18 pour $n = 0.5n_c$, $r_0 = 4\mu\text{m}$ et $I = 10^{20}\text{W}/\text{cm}^2$ (i.e $\eta = 1153$ et $\rho = 15$). Lorsque cela arrive on observe la formation successive d'un canal pointant vers le bas, puis d'un canal pointant vers le haut. La bifurcation par reptation (BR) diffère de la BF de par son mécanisme de formation, mais aussi de par sa dynamique. Les sous-canaux se forment en même temps lors de la BF, et successivement lors de la BR. Sur la figure 4.18(c) on remarque que le laser s'est divisé en deux, mais ce n'est généralement pas le cas.

4.2.5 Propagation guidée

Regardons maintenant le cas simple de la propagation du laser dans un plasma très sous-dense ($n_0 < 0.05n_c$), de façon à inhiber la filamentation ($\eta = 2.33$ et $\rho = 2.12$) comme la reptation (Γ_{hg} est faible ou λ_{hg} est très grand devant la taille de la boîte de simulation). Le canal obtenu est représenté avec l'enveloppe du champ laser en figure 4.19 (voir aussi la figure 4.5(a)). On remarque la grande qualité du canal, caractérisé par une structure unique dans l'axe de propagation du laser

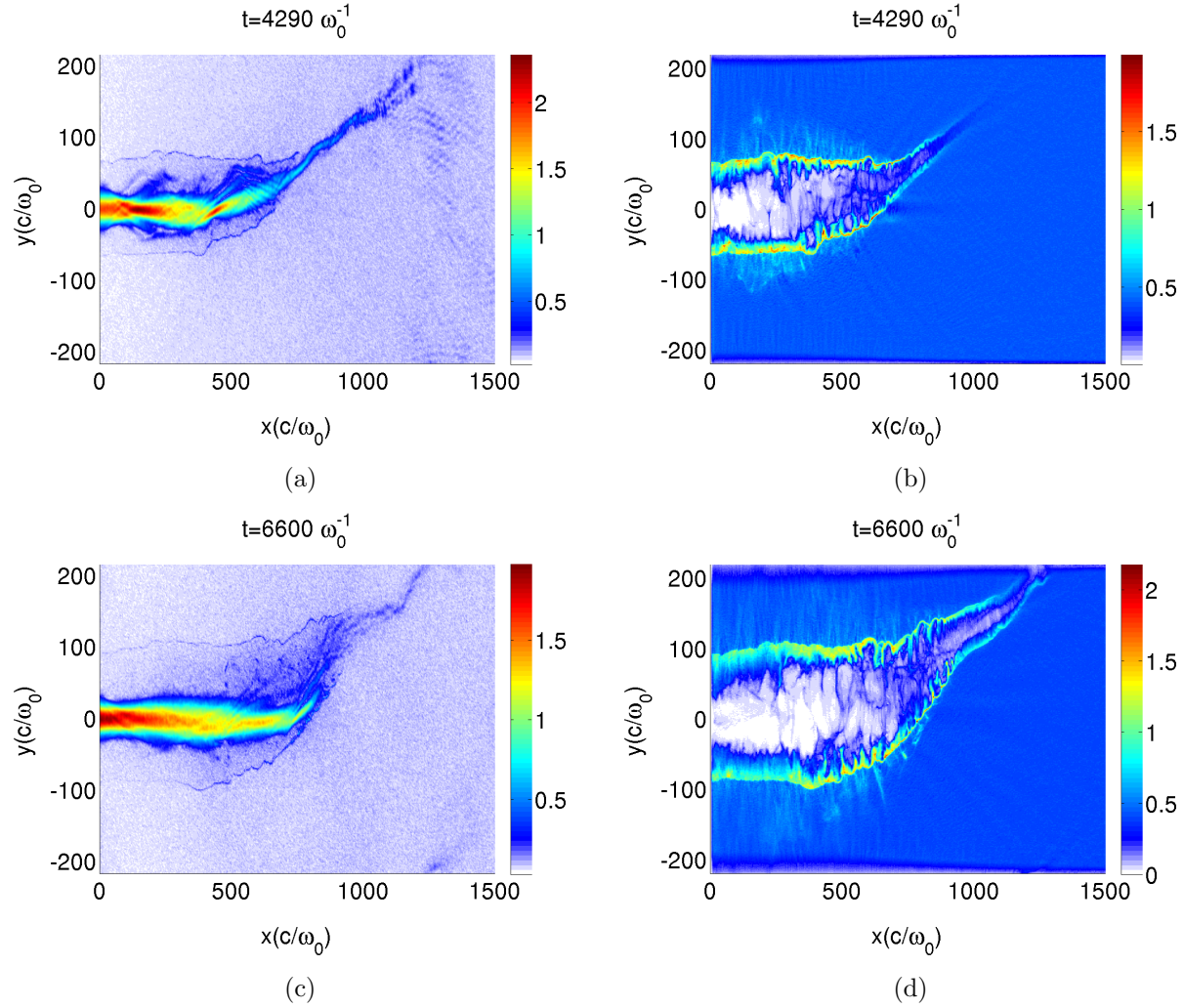


FIGURE 4.17 – (a,c) Moyenne quadratique du champ électrique transverse ($m_e c \omega_0 / e$) et (b,d) densité ionique (n_c) montrant l'instabilité de reptation en grande longueur d'onde pour $I = 10^{19} \text{W/cm}^2$, $r_0 = 4 \mu\text{m}$ et $n = 0.4 n_c$, correspondant à ($\eta = 93; \rho = 13.5$) et ($\xi = 1.65; n_{rel} = 0.18$).

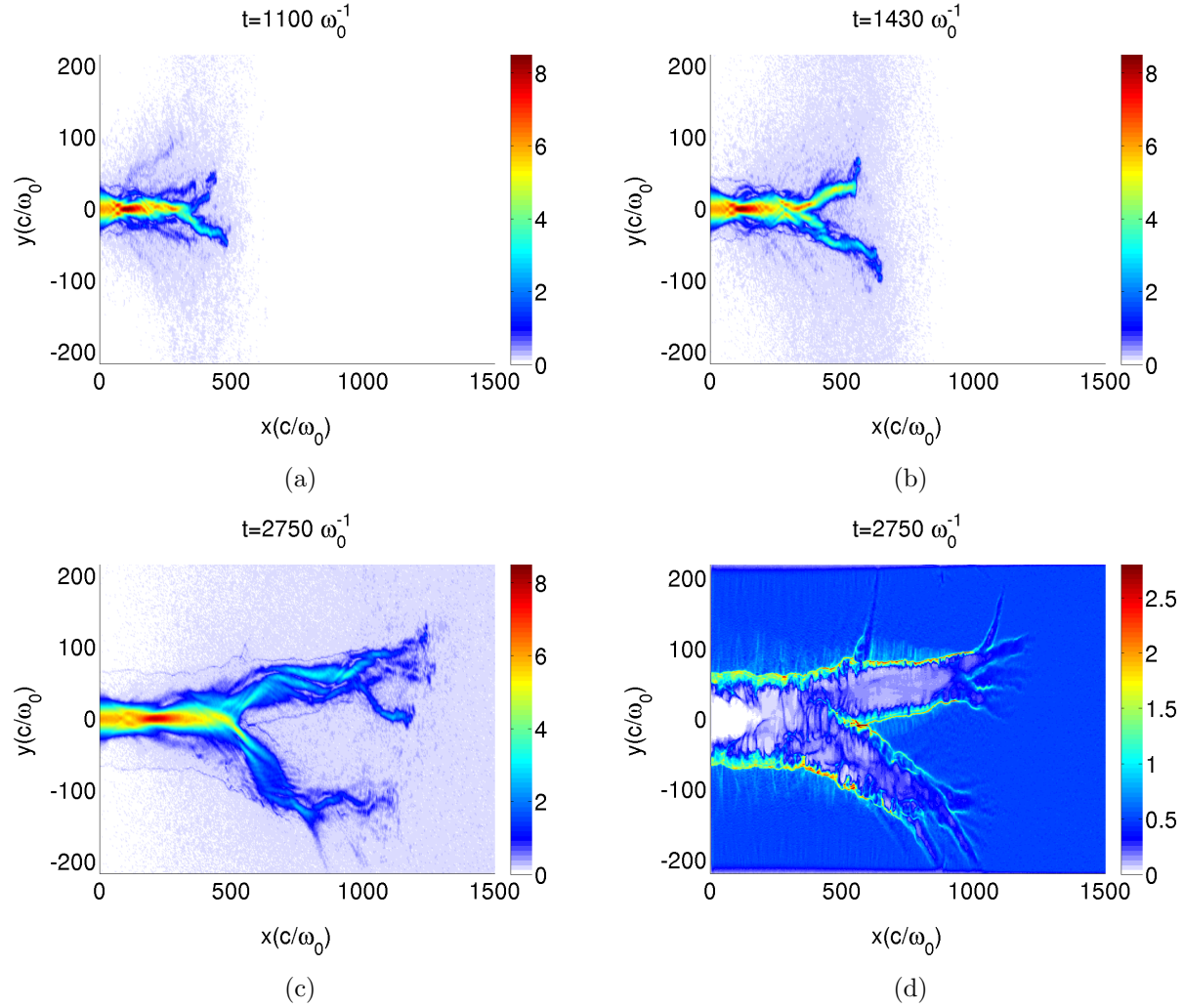


FIGURE 4.18 – Moyenne quadratique du champ électrique transverse ($m_e c \omega_0 / e$) et densité ionique (n_c) montrant la bifurcation par reptation en grande longueur d'onde pour $I = 10^{20} \text{W/cm}^2$, $r_0 = 4 \mu\text{m}$ et $n = 0.5 n_c$, correspondant à ($\eta = 1153$; $\rho = 15$) et ($\xi = 1.95$; $n_{rel} = 0.08$).

avec des parois lisses. Dans ces conditions le plasma se comporte comme un guide d'onde stable. Il s'ensuit des modulations transverses de l'intensité du laser dans le canal (figure 4.19(a)), similaires à ce qu'on pourrait observer dans un guide d'onde. Ces modulations engendrent des modulations de densité (figure 4.19(b)), comme déjà numériquement décrit par Sarri *et al.* [69]. Ce phénomène n'est cependant pas à confondre avec la bifurcation car la forme globale du canal n'est pas modifiée. Dans la suite on appelle ce type de creusement propagation guidée (PG).

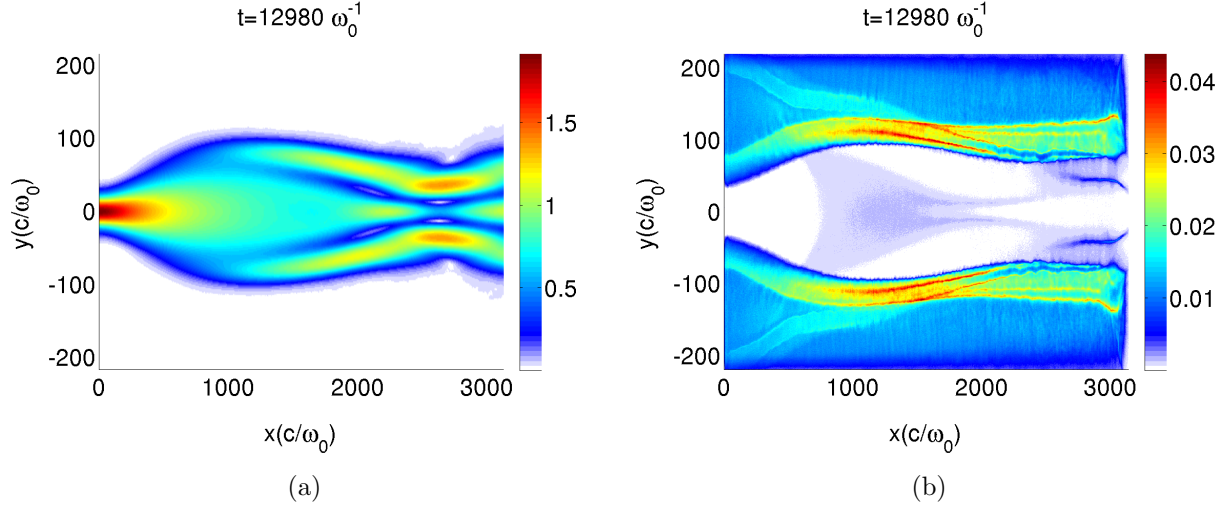


FIGURE 4.19 – Moyenne quadratique du champ électrique transverse ($m_e c \omega_0 / e$) et densité ionique (n_c) montrant la propagation guidée pour $I = 10^{19} \text{W/cm}^2$, $r_0 = 4 \mu\text{m}$ et $n = 0.01 n_c$, correspondant à ($\eta = 2.33$; $\rho = 2.12$) et ($\xi = 0.02$; $n_{\text{rel}} = 0.005$).

4.2.6 Bifurcation par réfraction

Un autre type de bifurcation apparaît en début d'interaction, lorsque la largeur du canal est inférieure à celle du laser. Dans ce cas la partie de l'impulsion laser située en dehors du canal, là où l'indice de réfraction est faible et où le plasma agit comme une lentille divergente, est réfractée vers l'extérieur. Un exemple est montré en figure 4.20 pour $I = 10^{18} \text{W/cm}^2$, $n = 0.4 n_c$ ($\eta = 9$ et $\rho = 13$), où on peut voir que le laser se sépare en trois juste après l'entrée dans le plasma. Notons que la partie extérieure du laser sera toujours réfractée vers l'extérieur du canal au début de l'interaction.

4.2.7 Les paramètres ξ , n_{rel} et le creusement régulier

Les deux paramètres η et ρ ne sont pas pertinents pour décrire l'instabilité de reptation, dont ils ne suffisent pas, en particulier, à quantifier le taux de croissance. Ce fait est bien illustré par deux simulations associées à des couples (η ; ρ) relativement proches ($\eta = 37$; $\rho = 8.5$; $r_0 = 16 \mu\text{m}$) et ($\eta = 23.3$; $\rho = 6.7$; $r_0 = 4 \mu\text{m}$), et sujettes respectivement à une PG et une instabilité de reptation. On ne peut donc définir clairement une zone de reptation en fonction des seuls paramètres η et ρ .

Il devient alors nécessaire d'introduire les nouveaux paramètres adimensionnés que sont ξ et la densité relativiste $n_{\text{rel}} = n_0 / n_c \sqrt{1 + a_0^2 / 2}$. Le premier est défini comme une combinaison des paramètres physiquement pertinents dans notre cas, i.e $\xi = n_{\text{rel}}^f \left(\frac{2\pi W_0}{\lambda_0} \right)^g a_0^h$ où f , g et h sont des constantes, et sert à distinguer les canaux de manière qualitative. Rappelons qu'un canal de bonne

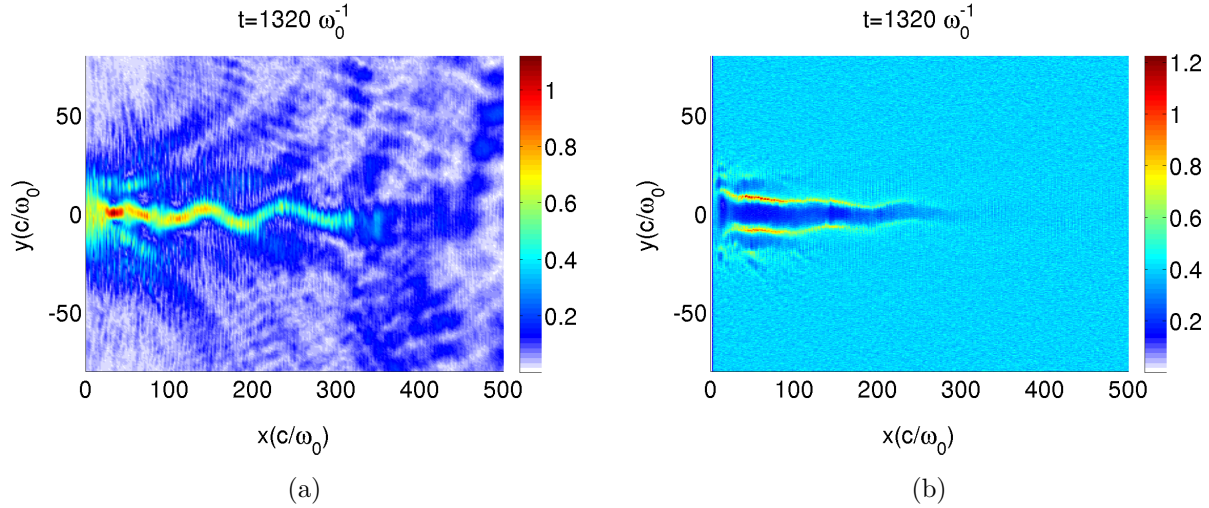


FIGURE 4.20 – Moyenne quadratique du champ électrique transverse ($m_e c \omega_0 / e$) et densité ionique (n_c) montrant la bifurcation par réfraction pour $I = 10^{18} \text{W/cm}^2$, $r_0 = 4 \mu\text{m}$ et $n = 0.4 n_c$, correspondant à $(\eta = 9; \rho = 13)$ et $(\xi = 1.09; n_{rel} = 0.34)$.

qualité, caractéristique de la PG, est formé dans l'axe de propagation initial du laser. Au contraire, un canal de basse qualité a subi l'instabilité de reptation ou une bifurcation, comme le ferait la BF ou la BR. Nous avons varié les valeurs de f , g et h jusqu'à ce que nos points de calcul se rassemblent en deux zones bien distinctes en termes de qualité. On obtient alors $f \sim 1 - 1.5$, $g \sim 0.3 - 1.1$ et $h \sim 0.8 - 1.2$. Une répartition des simulations effectuées est illustrée en figure 4.21 pour $f = 1.2$, $g = 0.5$ et $h = 1$, la qualité du canal augmente lorsque ξ diminue, avec une limite pour $\xi \sim 0.2$. Le deuxième paramètre, n_{rel} , rend compte de la dynamique du creusement, qui ralentit lorsque n_{rel} s'approche de 1. L'impact sur la formation du canal de l'instabilité de reptation et de la filamentation s'en trouve alors réduit. Les simulations montrent que la propagation est plus régulière au-dessus de $n_{rel}^l \approx 0.35$ (figure 4.22 et figure 4.3 pour $n_0 > 0.4 n_c$). On appelle ce type de creusement, creusement régulier (CR). Les figures 4.18 et 4.22 montrent un cas de BR et de CR pour $n_{rel} = 0.08$ et 0.6 respectivement, mais avec $\xi \sim 2$ pour chacun, permettant d'illustrer ce phénomène. Une instabilité de reptation manifeste est observée dans les deux cas. En dessous de $n_{rel}^l \approx 0.35$ (4.18) le canal bifurque par reptation, alors qu'au dessus de $n_{rel}^l \approx 0.35$ (4.22) la partie déviante du laser est absorbée avant qu'elle ne puisse s'échapper du canal (figure 4.22(a)), ce qui conduit au canal observé en figure 4.22(b).

Il est également intéressant de comparer deux simulations montrant la PG et la BF pour un même n_{rel} , c'est à dire $(\xi = 0.14; n_{rel} = 0.023)$ (figures 4.5(b) et 4.6(b)) et $(\xi = 0.27; n_{rel} = 0.023)$ (figures 4.11(b) et 4.12(b)) respectivement. Ces deux cas sont proches de la limite $\xi = 0.2$ mais les deux canaux sont très distincts l'un de l'autre.

4.2.8 Cas 3D, interprétations avec d'autres simulations et expériences

Le raisonnement que nous avons développé pour interpréter les simulations est basé sur une approche qualitative des phénomènes physique mis en jeu. Il est vrai que nous avons établi un critère quantifiant la qualité du canal, mais celui-ci repose sur nos observations. On pourrait donc penser que notre raisonnement s'étend à la géométrie 3D, seul les ordres de grandeurs changeraient. Par exemple, la limite établie en 2D pour déclencher la bifurcation filamentaire, c'est-à-dire

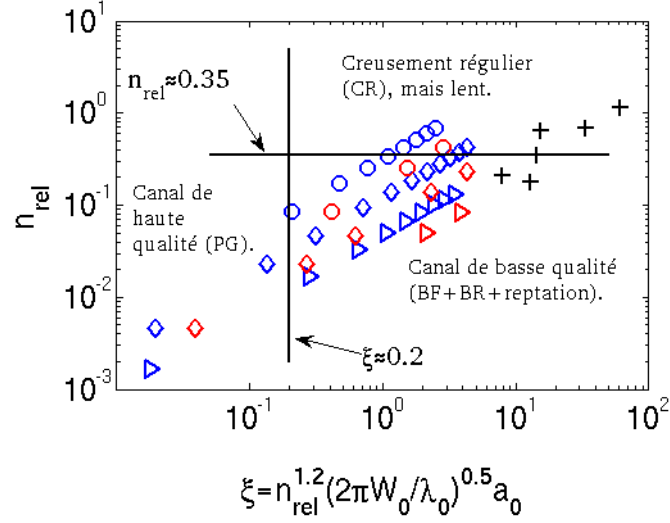


FIGURE 4.21 – Paramètres initiaux de nos simulations dans le plan (ξ, n_{rel}) pour $f = 1.2$, $g = 0.5$ et $h = 1$. Les lignes en tirets noirs délimitent les différentes zones pour $\xi = 0.2$ et $n_{rel} = 0.35$. Les marqueurs bleus et rouges sont tracés pour $r_0 = 4\mu\text{m}$ et $r_0 = 16\mu\text{m}$ respectivement. Les cercles, diamants et triangles correspondent à $I = 10^{18}$, 10^{19} and 10^{20}W/cm^2 respectivement. Les simulations de la référence [77] sont tracées en croix noires.

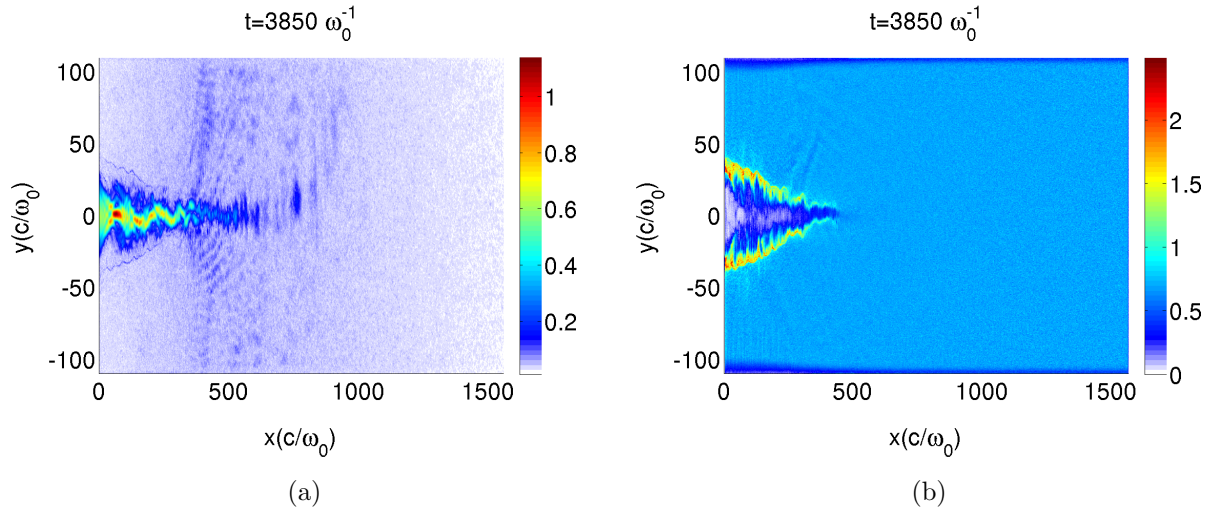


FIGURE 4.22 – Moyenne quadratique du champ électrique transverse ($m_e c \omega_0 / e$) et densité ionique (n_c) montrant le creusement régulier pour $I = 10^{18}\text{W/cm}^2$, $r_0 = 4\mu\text{m}$ et $n = 0.7n_c$, correspondant à $(\eta = 16; \rho = 18)$ et $(\xi = 2.13; n_{rel} = 0.6)$.

$(\eta; \rho) > (10; 10)$, serait à redéterminer en 3D. De plus, nous utilisons des profils temporels constants alors qu'un profil gaussien conviendrait mieux pour reproduire la réalité. Avec un tel profil temporel l'impulsion laser pourrait adoucir par creusement les gradients de densité, et modifier ainsi les conditions d'interaction (reptation, filamentation et auto-focalisation) avant l'arrivée du pic d'intensité.

L'argumentaire développé par Li *et al.* [72] et leurs simulations 3D laissent à penser que le creusement est plus rapide en 3D. En effet, l'impulsion laser évacue plus facilement le plasma dans une géométrie cylindrique que dans une géométrie plane. A partir de leurs simulations, ils établissent que la vitesse de creusement en 3D est le double de celle en 2D. Notons cependant que le coût de calcul prohibitif des simulations PIC 3D ne leur permet pas de balayer un large espace de paramètres. Ils considèrent des plasmas de profil exponentiel de 0.1 à $0.5n_c$ et de longueur variant de 100 à $500\mu\text{m}$, avec une impulsion laser d'intensité $I = 10^{19}\text{W}/\text{cm}^2$ et de tache focale $r_0 = 16\mu\text{m}$. Avec ces paramètres ils observent de la filamentation suivie d'une instabilité de reptation manifeste, alors que nous observons de la filamentation suivie de bifurcation filamentaire.

Nous avons représenté par des croix noires en figure 4.21 les paramètres initiaux des simulations effectuées par Willingale *et al.* [77]. La forme des canaux montrés dans la référence [77] laisse à penser qu'ils subissent la bifurcation filamentaire ou la bifurcation par reptation, ce qui est conforme avec les prédictions du diagramme $(\xi; n_{\text{rel}})$. De plus, les canaux des figures 5(a) à 5(c) de la référence [77], pour lesquels $0.35 < n_{\text{rel}} < 1$, semblent plus réguliers. La valeur limite $n_{\text{rel}}^l = 0.35$ étant atteinte pour $n_0 = 1.5n_c$ et $a_0 = 6$. Pour ces simulations, les paramètres n_{rel} et ξ semblent rendre compte correctement du creusement, ce qui semble raisonnable car les paramètres utilisés par Willingale *et al.* sont proches des nôtres.

L'expérience de Sarri *et al.* [69] présentée en introduction se prête bien à l'interprétation. L'impulsion laser est assez longue (≈ 30 ps) et intense ($\approx 3 \cdot 10^{18}\text{W}/\text{cm}^2$) pour rentrer dans notre plage de paramètres. Les seules protonographies exploitables de la figure 3.8 sont celles effectuées à $n_0 \approx 0.002n_c$, pour lesquelles on observe clairement la formation d'un canal de 2 mm de long de bonne qualité. Pour ces paramètres, on calcule $\xi \approx 4.3 \cdot 10^{-3}$ et $n_{\text{rel}} \approx 1.4 \cdot 10^{-3}$, soit bien en dessous des valeurs limites $\xi \approx 0.2$ et $n_{\text{rel}} \approx 0.35$. Nos critères sont donc en accord avec cette expérience.

De même, l'expérience de Najmudin *et al.* [10], également évoquée en introduction, est interprétable. Le canal de la figure 3.6(a) est difficilement interprétable mais n'est certainement pas un canal de bonne qualité, et celui de la figure 3.6(b) est sujet à l'instabilité de reptation. Pour les paramètres des figures 3.6(a) et 3.6(b) on a respectivement $(\xi; n_{\text{rel}}) \approx (0.16; 0.017)$ et $(\xi; n_{\text{rel}}) \approx (0.09; 0.01)$, soit en dessous de nos valeurs limites $(0.2; 0.35)$. Dans ces cas nos critères ne semblent donc pas s'appliquer, et il faut sûrement les réévaluer.

Il est difficile de comparer nos observations avec d'autres expériences, et ceci pour deux raisons. Premièrement, la durée ou l'intensité des impulsions laser utilisées dans les simulations sont souvent incompatibles avec celles du laser. En effet, l'énergie délivrée par les installations laser utilisées ne permettent pas d'obtenir des impulsions laser de durée de quelques picosecondes et d'intensité supérieure à $10^{18}\text{W}/\text{cm}^2$. Bien souvent, l'impulsion laser est d'intensité $10^{18-20}\text{W}/\text{cm}^2$ et de durée inférieure à 100 fs [67], ou alors d'intensité $10^{15-17}\text{W}/\text{cm}^2$ et de durée supérieure à 10 ps [64, 8]. Dans presque tous les cas les conditions expérimentales sont trop marginales pour les interpréter avec nos simulations. Nous verrons par la suite que la durée de creusement transitoire est d'environ 150 fs et qu'on ne peut donc pas interpréter simplement les expériences, ou les simulations utilisant des impulsions de durée similaires. Il en va de même lorsque l'intensité de l'impulsion laser est bien en dessous de $10^{18}\text{W}/\text{cm}^2$, nous ne pouvons pas extrapoler nos résultats aux intensités inférieures. Deuxièmement, les expériences ne disposent pas toujours des diagnostics dont nous aurions besoin

pour les interpréter sans ambiguïté. Pour cela, il faudrait disposer d'un diagnostic d'imagerie (par protonographie ou interférométrie) du canal avec une résolution temporelle suffisamment élevée pour mesurer la vitesse de creusement, ou observer la bifurcation ou la déviation du canal. Les diagnostics d'imagerie sont souvent effectués bien après la dissipation de l'impulsion laser dans le plasma [69].

4.2.9 Résumé

Nous avons mis en évidence 5 types de creusement distincts. La bifurcation filamentaire (BF), résultant de l'auto-focalisation et de la filamentation du laser qui modifie suffisamment l'indice du plasma pour dévier les filaments à l'origine chacun d'un sous-canal. Les nombres adimensionnés pertinents pour décrire la bifurcation filamentaire sont $\eta = P/P_c$, le rapport de la puissance du laser à la puissance critique d'auto-focalisation, et $\rho = W_0\omega_p/c$, le rapport de la taille transverse du laser à la taille transverse approximative d'un filament. Le paramètre η permet de quantifier l'auto-focalisation et la filamentation, et ρ permet de quantifier seulement la filamentation. On observe que le laser filamente dans un régime d'auto-focalisation forte lorsque $\rho > 10$ et $\eta > 10$, rendant ainsi possible la bifurcation filamentaire.

La déviation du canal, causée par l'instabilité de reptation, peut conduire à la bifurcation du canal par reptation (BR). Le laser est dévié successivement de chaque côté de son axe de propagation, créant ainsi plusieurs sous-canaux. La forme du canal obtenu est similaire à celle de la bifurcation filamentaire, mais la cause et l'historique de création diffèrent. Les sous-canaux sont créés en même temps lors de la bifurcation filamentaire, alors qu'ils sont créés successivement lors de la bifurcation par reptation. Les seuls nombres adimensionnés η et ρ ne sont pas pertinents pour décrire la reptation.

La propagation d'une impulsion laser dans un plasma très sous-dense ($< 0.05n_c$) permet de creuser un canal d'une grande qualité, en raison de la suppression des instabilités de reptation et de filamentation. En effet, le taux de croissance de l'instabilité de reptation Γ_{hg} est faible ou la longueur d'onde de reptation λ_{hg} est bien supérieure à la longueur du domaine de simulation. Avec une densité faible la taille transverse du laser est inférieure à celle d'un filament, rendant ainsi impossible la filamentation. Sous ces conditions l'impulsion laser se propage comme si le plasma agissait comme un guide d'onde. On appelle ce type de creusement propagation guidée (PG).

Nous introduisons n_{rel} et ξ pour décrire de manière générale le creusement. Le paramètre $n_{\text{rel}} = n_0/n_c\sqrt{1+a_0^2/2}$ est la densité relativiste, et $\xi = n_{\text{rel}}^f \left(\frac{2\pi W_0}{\lambda_0}\right)^g a_0^h$, où f , g et h sont des constantes, est composé des paramètres pertinents pour décrire le creusement.

Le paramètre n_{rel} rend compte de l'absorption du laser par le plasma. En d'autres termes, l'impulsion laser a d'autant plus de difficulté à creuser le canal que n_{rel} est proche de 1. Plaçons nous dans le cas d'une bifurcation filamentaire avec n_{rel} proche de 1. Dans ce cas les filaments du laser seront dissipés dans le plasma avant de pouvoir former les sous-canaux. L'importance de la bifurcation filamentaire est limitée par l'absorption forte du plasma, et il en est de même pour la reptation. On observe que le canal s'avère plus régulier lorsque $n_{\text{rel}} > 0.35$, c'est ce qu'on appelle le creusement régulier (CR).

Avec les nombres n_{rel} et ξ on peut classer les différents types de creusement sur un diagramme $(n_{\text{rel}}; \xi)$. En faisant varier f , g et h on trouve pour $f \sim 1 - 1.5$, $g \sim 0.3 - 1.1$ et $h \sim 0.8 - 1.2$ que l'on peut différencier les canaux de bonne et de basse qualité. Les cas de reptation, de BR et de BF correspondent à un creusement de mauvaise qualité, et sont situés dans la zone $\xi > 0.2$ (avec $f = 1.2$, $g = 0.5$ et $h = 1$) et $n_{\text{rel}} < 0.35$, mais sans aucune manière de les distinguer. Cependant,

les simulations possédant une grande tache focale de $16\mu\text{m}$ ne sont soumises qu'à la BF, alors que la reptation n'apparaît que pour une petite tache focale de $4\mu\text{m}$. Le cas de PG correspond à un creusement de bonne qualité et est situé dans la zone $\xi < 0.2$. Le creusement régulier, dû à la dynamique lente de l'impulsion laser, s'observe pour $n_{\text{rel}} > 0.35$.

4.3 Mesure de la vitesse de creusement

4.3.1 Méthodologie

Mesurer la vitesse de creusement V_c permet d'estimer l'énergie nécessaire au laser pour parcourir une certaine distance dans un plasma de densité donnée. Cette évaluation constitue une étape indispensable au dimensionnement de l'allumage rapide, et donc à la détermination de sa faisabilité.

La vitesse de creusement qui nous intéresse est mesurée le long du laser. Elle s'écrit :

$$V_c = \frac{dX_c}{dt}, \quad (4.7)$$

où X_c est l'abscisse du front du canal, qu'il s'agit dès lors de quantifier.

On cherche dans cette section à mesurer la vitesse de creusement sans faire intervenir de paramètres libres, de manière à pouvoir comparer des mesures sur des simulations différentes. On introduit pour cela une méthode de mesure statistique. Nous définissons ainsi le centroïde Y_1 et la largeur moyenne Y_2 du canal :

$$Y_1 = \frac{\sum y \Delta n^-}{\sum \Delta n^-}, \quad (4.8)$$

$$Y_2 = \left(\frac{\sum (y - Y_1)^2 \Delta n^-}{\sum \Delta n^-} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (4.9)$$

avec $\Delta n^- = \min(n/n_0 - 1, 0)$, n_0 la densité ionique non-perturbée, et où les sommes sont effectuées sur les mailles. Un exemple est tracé en figure 4.23(a) pour les paramètres de la figure 4.23(b). La largeur moyenne Y_2 montre clairement la région du plasma perturbée par le laser, c'est-à-dire la longueur du canal X_c . Dans tout le manuscrit, X_c est également la position du front du canal car l'origine des abscisses est toujours située au bord gauche du plasma, comme montré sur la figure 4.23(a). La vitesse de creusement V_c est donc la vitesse longitudinale. On peut également constater sur la figure 4.23(a) que Y_1 rend bien compte de la reptation du canal. Noter qu'il serait maladroit d'utiliser Y_1 pour déterminer X_c , car dans un cas idéal $Y_1 = 0$.

Il est nécessaire de prendre des précautions avant de calculer Y_2 . Il faut supprimer le bruit naturellement présent dans le code PIC, qui dans la plupart de nos simulations, est de l'ordre de $\Delta n^- \sim 0.1$. Sinon, les fluctuations de densités se comportent comme une fonction aléatoire de la coordonnée transverse, du moins tant que le laser ne perturbe pas le plasma. On obtient alors, en modélisant les perturbations de densité par une fonction aléatoire (et donc indépendante de y) $\mathcal{R}(y) = \mathcal{R}$:

$$Y_1 = \frac{\int_{-L}^L y \mathcal{R}(y) dy}{\int_{-L}^L \mathcal{R}(y) dy} = \frac{\int_{-L}^L y dy}{2L} = 0, \quad (4.10)$$

$$Y_2 = \left(\frac{\int_{-L}^L (y - Y_1)^2 \mathcal{R}(y) dy}{\int_{-L}^L \mathcal{R}(y) dy} \right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{\int_{-L}^L y^2 dy}{2L} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{L}{\sqrt{3}}, \quad (4.11)$$

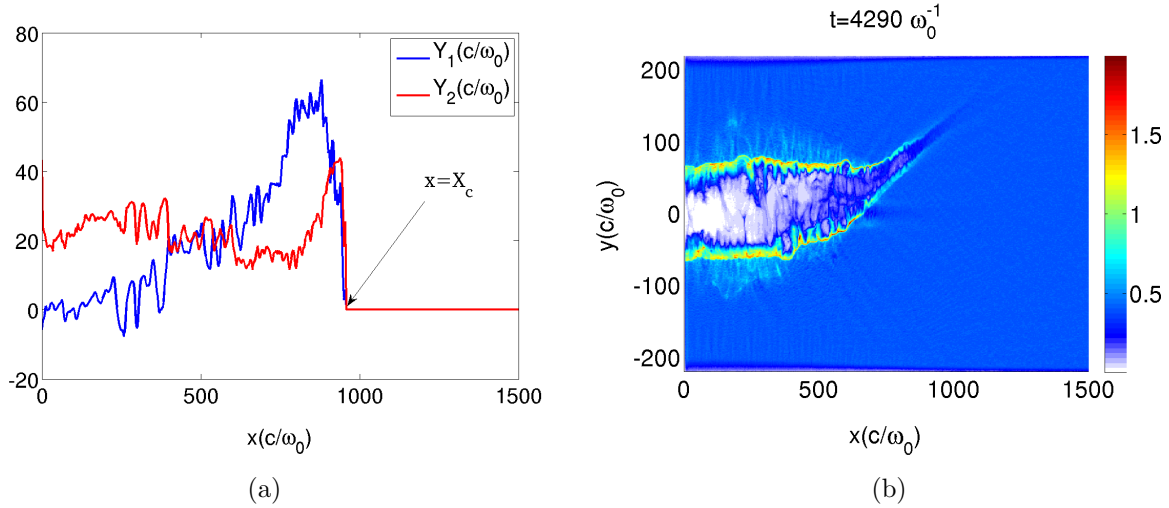


FIGURE 4.23 – (a) Centroïde Y_1 et largeur moyenne Y_2 du canal, dont la densité ionique est tracé en (b), calculés pour $I = 10^{19} \text{W/cm}^2$, $r_0 = 4 \mu\text{m}$, $n_0 = 0.4n_c$. La position du front de canal X_c est indiqué en (a).

où L est la demi-largeur de la boîte de simulation. Dans ce calcul la version continue des définitions de Y_1 et Y_2 a été utilisée, mais le même raisonnement s'applique dans le cas discret.

Il est donc impératif de lisser et de filtrer la densité ionique pour pouvoir calculer Y_1 et Y_2 . On effectue d'abord le lissage de la densité ionique, puis le filtrage qui consiste à ignorer les fluctuations de densités inférieures à une valeur limite Δn_l qui reste à déterminer. Ces deux étapes (lissage et filtrage) sont détaillées dans les paragraphes qui suivent, où on étudie l'influence de certains paramètres sur la position du canal X_c mesurée. Pour cela, il est pratique de prendre le cas du canal représenté sur la figure 4.24(a) en raison de sa forme régulière. Ce canal est obtenu pour $I = 10^{18} \text{W/cm}^2$, $n = 0.1n_c$ et $r_0 = 4 \mu\text{m}$.

Pour nous convaincre de l'importance du lissage et du filtrage, nous avons tracé Y_1 (figure 4.24(b)) et Y_2 (figure 4.24(c)) pour le canal de la figure 4.24(a). Les courbes bleues sont tracées sans lissage ni filtrage ($k = 0$ et $\Delta n_l = 0$) et les courbes rouges avec ($k = 30$ et $\Delta n_l = 10\%$). Dans le premier cas, Y_1 est très bruité (figure 4.24(b), courbe bleue) mais reproduit malgré tout les oscillations transverses dues à la reptation, comme prévu par l'équation (4.10). En revanche Y_2 est inexploitable (figure 4.24(c), courbe bleue), on retrouve le résultat de l'équation (4.11). En effet, on a ici $L = 100c/\omega_0$ et $Y_2 \approx 61c/\omega_0$ dans les zones non-perturbées par le laser ($x > 1000c/\omega_0$), ce qui est très proche de la valeur théorique $L/\sqrt{3} \approx 57c/\omega_0$. Avec lissage et filtrage (courbes rouges) le bruit numérique a disparu, et on peut désormais mesurer précisément X_c .

Étape de lissage

On étudie dans ce paragraphe l'influence du lissage sur les mesures de la position du canal X_c . Nous lisons le profil de densité en calculant la densité moyenne dans une direction sur un nombre de points $(2k + 1)$. De manière générale la résolution des diagnostics numériques n'est pas suffisante pour moyenner sur une même longueur en x et en y . Par exemple, dans notre cas $(2 \times 30 + 1) = 61$ points de moyenne correspondent à environ $91c/\omega_0$ en x , mais $22c/\omega_0$ en y , ce qui est de l'ordre de grandeur de la largeur du canal. On préfère donc moyenner selon x pour mieux conserver le profil de densité transverse du canal. Cela permet de moyenner sur plus de points et donc d'obtenir un lissage de meilleur qualité. Nous mesurons alors la position du canal à la longueur de moyenne

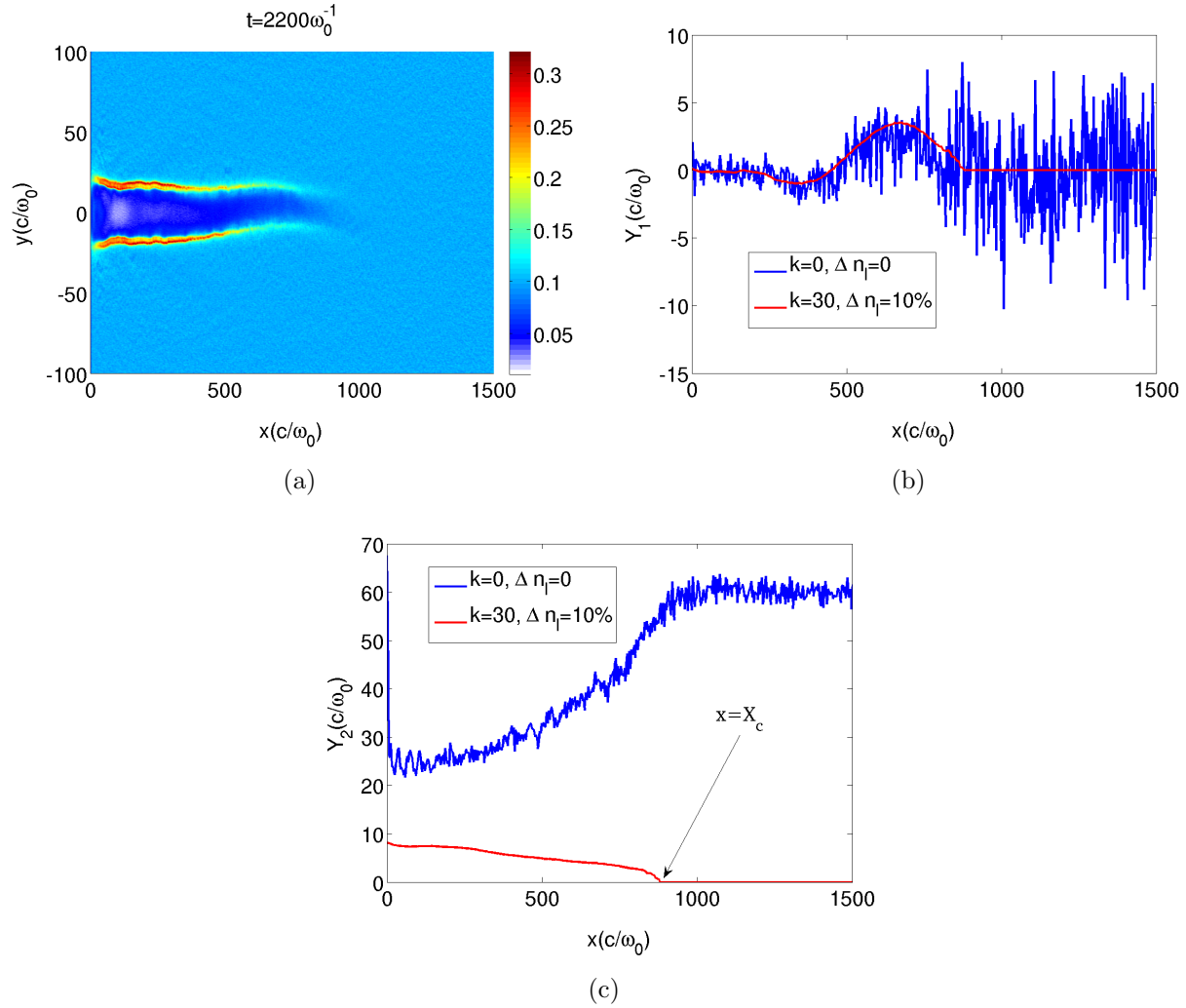


FIGURE 4.24 – (a) Carte de densité ionique (n_c) utilisée pour l'étude de l'influence du lissage et du filtrage sur la vitesse de creusement mesurée. $I = 10^{18}\text{W}/\text{cm}^2$, $n = 0.1n_c$ et $r_0 = 4\mu\text{m}$. (b) Centroïde Y_1 et (c) largeur quadratique moyenne Y_2 avec (rouge) ou sans (bleu) lissage et filtrage. Le paramètre k correspond au nombre de points utilisés pour le lissage selon la direction x , $\Delta n_l = 10\%$ signifie que l'on ignore les fluctuations de densité inférieure à $\Delta n^- = 10\%$ dans le calcul de Y_1 et Y_2 . La position du canal X_c est indiquée sur la figure (c).

près. On veille donc à ce que cette imprécision soit suffisamment petite.

Nous avons fait varier le nombre de points de moyenne de $k = 0$ à $k = 30$ (soit $61 \times 1.5c/\omega_0 \approx 91c/\omega_0 \approx 15\lambda_0$). Le profil transverse du canal reste très similaire au profil non-lissé, les fluctuations de densités en moins (figure 4.25(a)). Les mesures sur la position du canal X_c , effectuées avec $\Delta n_l = 14\%$ restent inchangées avec l'augmentation de k (figure 4.25(b)).

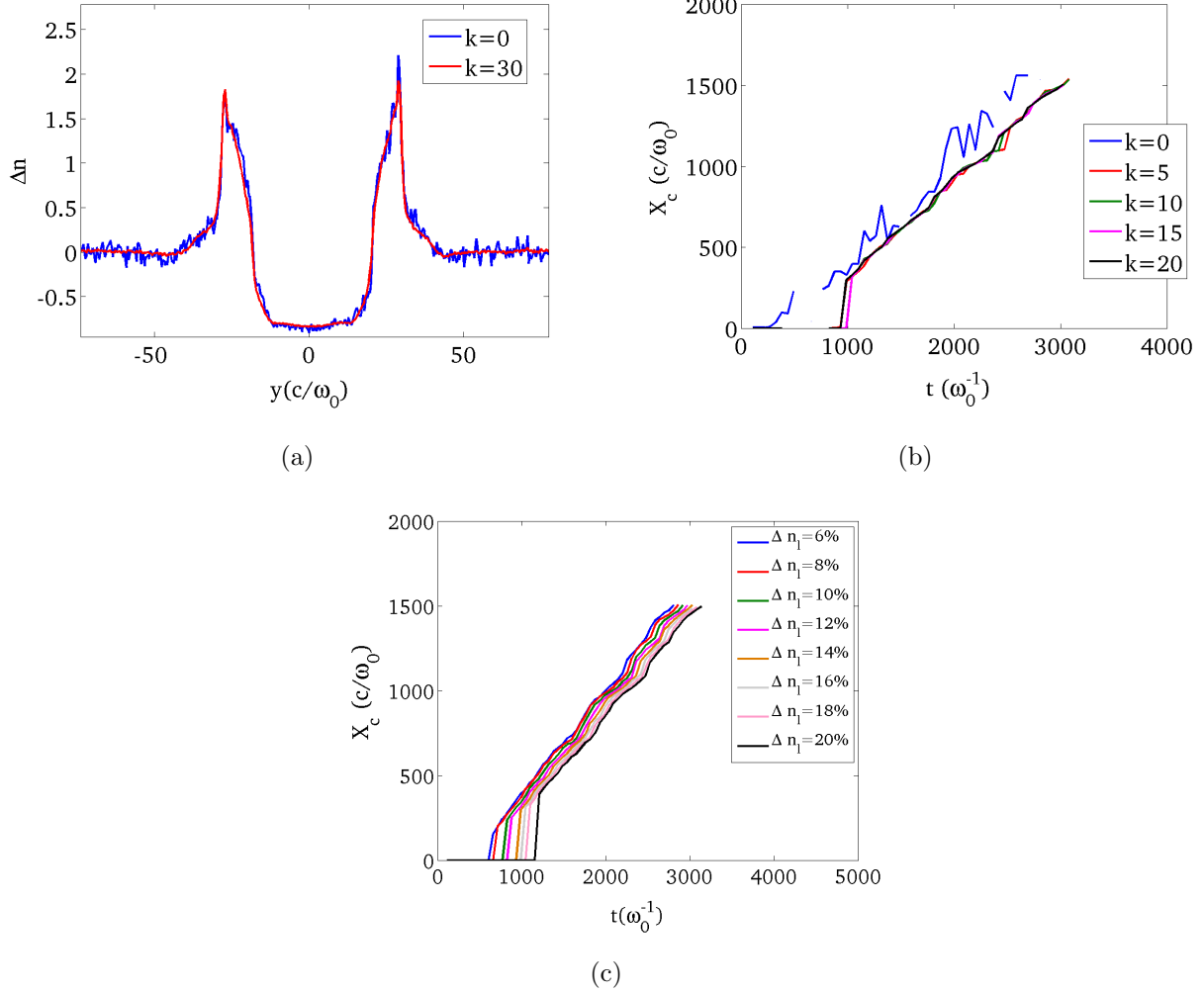


FIGURE 4.25 – (a) Δn et (b) position du canal $X_c(c/\omega_0)$ en fonction de k calculée avec $\Delta n_l = 14\%$. (c) Position du canal $X_c(c/\omega_0)$ pour différentes valeurs de Δn_l et avec $k = 30$.

Étape de filtrage

À ce stade nous ne pouvons pas encore mesurer les caractéristiques du canal, car même si nous avons déjà lissé Δn^- il reste des fluctuations qui gênent la mesure de X_c , et il faut les filtrer. Le filtrage consiste à négliger les valeurs de Δn^- en dessous d'une valeur limite Δn_l . Nous aurions pu passer directement à cette étape, mais le lissage permet de réduire l'amplitude des fluctuations, et donc ce que nous négligeons.

On se fixe une longueur de lissage en x de $91c/\omega_0$, soit $k = 30$, et on fait varier le seuil de filtrage de $\Delta n_l = 6\%$ à 20% . La position mesurée du canal est tracée en figure 4.25(c), et comme

on pouvait s’y attendre on constate qu’elle diminue avec le seuil de filtrage. Cependant, la vitesse de creusement V_c , c’est-à-dire la pente des courbes en figure 4.25(c), reste inchangée.

Résumé

Par la suite, on mesurera la position du canal X_c en lissant la densité ionique dans la direction longitudinale sur quelques λ_0 , et on choisira un seuil de filtrage de $\Delta n_l = 10\%$ au maximum. Les valeurs utilisées pour chaque mesure variant selon la résolution des diagnostics, elles ne seront donc pas précisées à chaque fois.

4.3.2 Plasma homogène

On peut maintenant mesurer la vitesse de propagation du canal V_c , ou vitesse de creusement, à partir des simulations en milieu homogène. Globalement on observe que la vitesse de creusement du canal diminue avec n_0 et augmente avec a_0 , mais V_c ne montre une dépendance avec r_0 que pour $I = 10^{20}\text{W/cm}^2$. Dans les paragraphes suivants nous montrons en premier les cas à $I = 10^{18}$ et 10^{19}W/cm^2 , dont les vitesses de creusement ne semblent pas dépendre de r_0 . Le cas à $I = 10^{20}\text{W/cm}^2$ est traité à part.

Il est à noter que les mesures de la vitesse de creusement sont beaucoup plus fiables pour $r_0 = 4\mu\text{m}$, en raison d’un grand nombre de simulations, et les quelques simulations effectuées pour $r_0 = 16\mu\text{m}$ nous permettent de confirmer ou d’infirmar les tendances observées pour $r_0 = 4\mu\text{m}$.

Les cas à $I = 10^{18}$ et 10^{19}W/cm^2

Les mesures de position X_c et de vitesse V_c sont représentées sur la figure 4.26 pour des densités variant de $0.01n_c$ à $0.9n_c$, $r_0 = 4 - 16\mu\text{m}$.

De manière générale les mesures de positions présentent toutes une phase transitoire de creusement rapide en début d’interaction (pour $t < 2000\omega_0^{-1}$ sur la figure 4.26(b)), suivie d’une phase stationnaire. On peut approximer cette dernière par une droite, comme montré par la ligne en tirets noirs sur la figure 4.28(a), dont la pente est la vitesse de creusement. On mesure donc la vitesse stationnaire. Notons que les mesures de positions sont irrégulières et localement la vitesse de creusement peut dépasser c , ce qui n’est qu’un artefact de la mesure et le reflet du caractère non-linéaire de l’interaction. La vitesse moyenne est toujours inférieure à c , c’est-à-dire $X_c < ct$.

Les vitesses de creusement mesurées en régime stationnaire sont résumées sur les figures 4.26(c) et 4.26(d). Comme on pouvait s’y attendre la vitesse de creusement diminue avec la densité et augmente avec l’intensité. La tache focale r_0 de l’impulsion laser ne semble pas influencer V_c . Pour juger l’effet de r_0 sur la focalisation du laser dans le plasma, nous avons comparé en figure 4.27(a) le champ laser maximum en fonction du temps en faisant varier n_0 et r_0 . Les valeurs atteintes sont similaires dans tous les cas. Le laser, après un temps de montée d’environ $1000\omega_0^{-1}$, se focalise jusqu’à $1.5a_0$ avant de redescendre à sa valeur d’entrée $E_{max} = a_0/\sqrt{2} \approx 1.9$ (le facteur $1/\sqrt{2}$ émerge de la moyenne quadratique). Remarquons que la phase transitoire de V_c correspond à celle observée pour la focalisation.

À titre de comparaison, on a tracé sur les figures 4.26(c) et 4.26(d) la vitesse de groupe $v_g/c = \sqrt{1 - n_0/n_c}$, qui surestime de beaucoup V_c , comme attendu puisque l’interaction présente de nombreux aspects non-linéaires et une absorption élevée. Les vitesses mesurées pour $I = 10^{19}\text{W/cm}^2$ sont plus fluctuantes que pour $I = 10^{18}\text{W/cm}^2$, pour lequel V_c décroît de manière régulière avec la densité. C’est là une conséquence de l’instabilité de reptation, et de la bifurcation, qui s’en

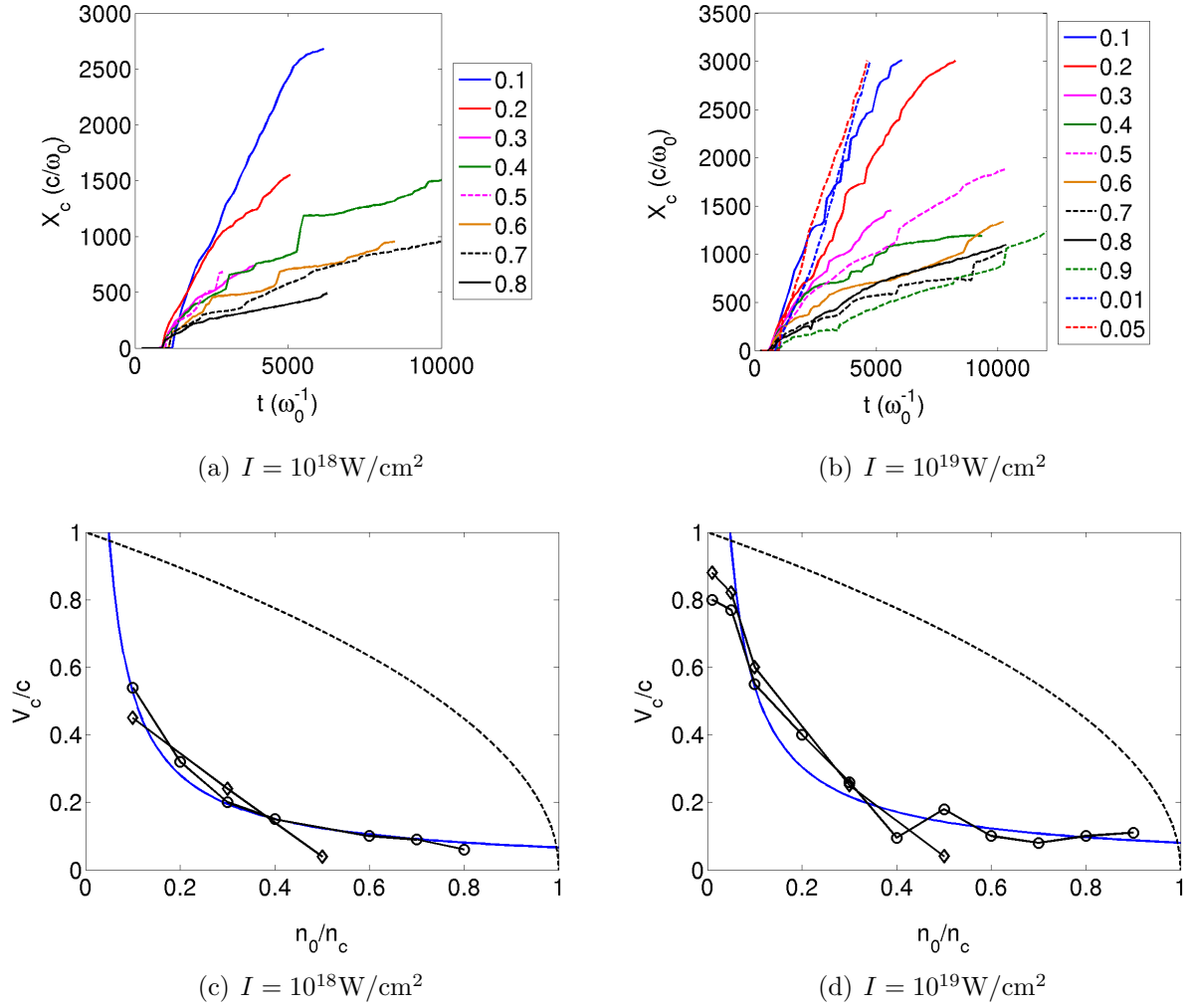


FIGURE 4.26 – (a)-(b) Positions du front de canal $X_c(c/\omega_0)$ en fonction du temps (ω_0^{-1}) pour chaque simulation avec $r_0 = 4\mu\text{m}$, la densité n_0 est indiquée en légende. (c)-(d) Vitesses stationnaires de creusement V_c/c mesurées à partir des figures (a)-(b) en fonction de la densité initiale n_0 , pour $r_0 = 4\mu\text{m}$ (cercles) et $r_0 = 16\mu\text{m}$ (diamants). La loi d'échelle (4.12) est tracée en ligne bleue sur les figures (c) et (d) avec les paramètres du tableau 4.2. La vitesse de groupe linéaire, $v_g = \sqrt{1 - n_0/n_c}$, est tracée en tirets noirs.

trouvent réduites lorsque $n_{rel} > 0.35$ comme c'est le cas à $I = 10^{18}\text{W/cm}^2$ pour $n > 0.3 - 0.4n_c$, ce qui explique en partie la régularité observée. On peut néanmoins approcher les courbes par une loi d'échelle du type :

$$V_c = V_0 \left(\frac{n_0}{n_c} \right)^{-\alpha}, \quad (4.12)$$

où V_0 et α sont des paramètres résumés dans le tableau 4.2. Ces lois d'échelle sont valides pour $n_0 > 0.1n_c$.

$I(\text{W/cm}^2)$	10^{18}	10^{19}
V_0/c	0.066	0.08
α	0.9	0.83

TABLE 4.2 – Paramètres de la loi d'échelle pour la vitesse de creusement V_c , valide pour $n_0 > 0.1n_c$.

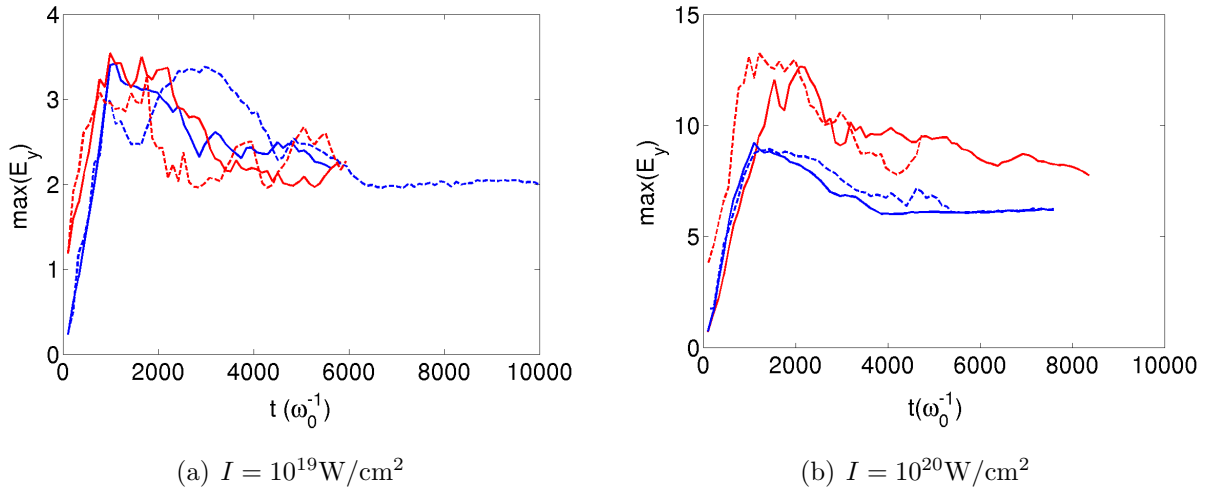


FIGURE 4.27 – Champ électrique maximal en moyenne quadratique pour (a) $I = 10^{19}\text{W/cm}^2$ et (b) $I = 10^{20}\text{W/cm}^2$. Les lignes bleues et rouges sont tracées respectivement pour $r_0 = 4$ et $16\mu\text{m}$. Les courbes en tirets et traits continus correspondent respectivement à $n_0 = 0.3$ et $0.5n_c$. L'amplitude du champ électrique apparaît peu sensible à r_0 pour 10^{19}W/cm^2 , mais assez sensible pour 10^{20}W/cm^2 .

Les cas à $I = 10^{20}\text{W/cm}^2$

À l'inverse des cas à plus basse intensité, la vitesse de creusement diffère grandement pour 10^{20}W/cm^2 selon la tache focale utilisée (figure 4.28). Pour $n_0 > 0.2n_c$ le creusement est bien plus rapide pour $r_0 = 16\mu\text{m}$ que pour $r_0 = 4\mu\text{m}$. Ceci est due en partie au caractère très non-linéaire de l'interaction en comparaison des cas à plus basse intensité.

Pour $r_0 = 4\mu\text{m}$, la phase de reptation, qui ralentit déjà la propagation, laisse le temps à l'impulsion laser de pousser les parois du canal qui perd ainsi sa capacité à confiner l'impulsion laser. La diffraction qui s'ensuit (figure 4.29(b)) ralentit fortement le creusement du canal. Les figures 4.29(a) et 4.29(b) permettent de comparer les cas à $I = 10^{19}$ et 10^{20}W/cm^2 . On voit clairement dans le premier cas que la diffraction du laser reste marginale, en raison du confinement

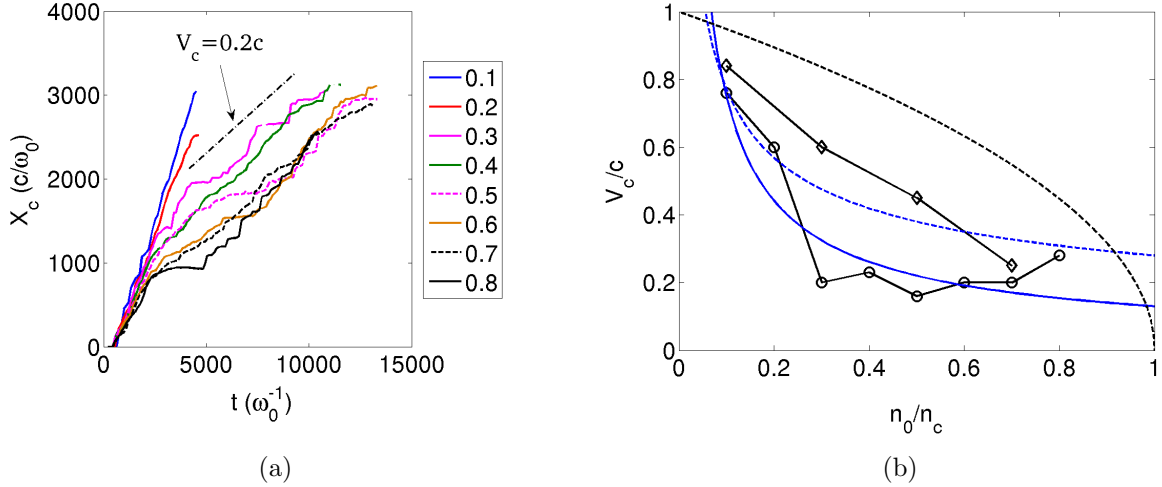


FIGURE 4.28 – (a) Positions du front de canal $X_c(c/\omega_0)$ en fonction du temps (ω_0^{-1}) pour chaque simulation et $r_0 = 4\mu\text{m}$, la densité n_0 est indiquée en légende. Un exemple de mesure de V_c est montré pour $n_0 = 0.3n_c$. (b) Vitesses stationnaires de creusement V_c/c mesurées à partir de la figure (a) pour $r_0 = 4\mu\text{m}$ (cercles) et $r_0 = 16\mu\text{m}$ (losanges) en fonction de la densité initiale n_0 . La loi d'échelle (4.12) est tracée en bleue pour $r_0 = 4\mu\text{m}$ (ligne continue) et $r_0 = 16\mu\text{m}$ (tirets), avec les paramètres du tableau 4.3. La vitesse de groupe linéaire, $v_g = \sqrt{1 - n_0/n_c}$, est tracée en tirets noirs. $I = 10^{20}\text{W/cm}^2$.

apporté par le canal. Le problème de diffraction ne risque pas de se produire pour $r_0 = 16\mu\text{m}$ puisque la longueur de Rayleigh est de $R_d \approx 1600\mu\text{m}$, alors que $R_d \approx 100\mu\text{m}$ seulement pour $r_0 = 4\mu\text{m}$.

Les figures 4.27(a) et 4.27(b), qui montrent l'évolution du maximum du champ laser E_{max} en fonction du temps, permettent de juger de l'effet de l'auto-focalisation et de la diffraction selon l'intensité et la tache focale de l'impulsion laser. Globalement, E_{max} reste inchangé avec r_0 pour $I = 10^{19}\text{W/cm}^2$, mais traduit une meilleure auto-focalisation du laser pour $r_0 = 16\mu\text{m}$ et $I = 10^{20}\text{W/cm}^2$, ce qui est cohérent avec les mesures de V_c .

Notons qu'il est parfois difficile de dire si le régime stationnaire est atteint, comme c'est le cas lorsque X_c ne forme qu'un seul segment de droite, par exemple pour $n = 0.1n_c$ et $I = 10^{20}\text{W/cm}^2$ (figure 4.28(a)). C'est d'autant plus problématique que le creusement en phase transitoire peut être jusqu'à deux fois plus rapide qu'en phase stationnaire. Il est alors difficile de trancher, car les comportements distincts obtenus pour $r_0 = 4$ et $16\mu\text{m}$, pourraient simplement résulter de la différence entre phases transitoire et stationnaire. Cette difficulté est surmontée en mesurant la position du front du canal dans un plasma inhomogène (section 4.3.3). Les mesures de V_c pour $r_0 = 16\mu\text{m}$ sont alors confirmées.

Le tableau 4.3 résume les paramètres de la loi d'échelle (4.12). Contrairement aux tendances observées à basse intensité, ceux-ci dépendent de r_0 . Une loi d'échelle a l'avantage de lisser les fluctuations de V_c inhérentes au caractère non-linéaire de la propagation, il s'agit d'une valeur « moyenne », qui s'avérera très utile pour prévoir la position du front de canal dans un plasma inhomogène.

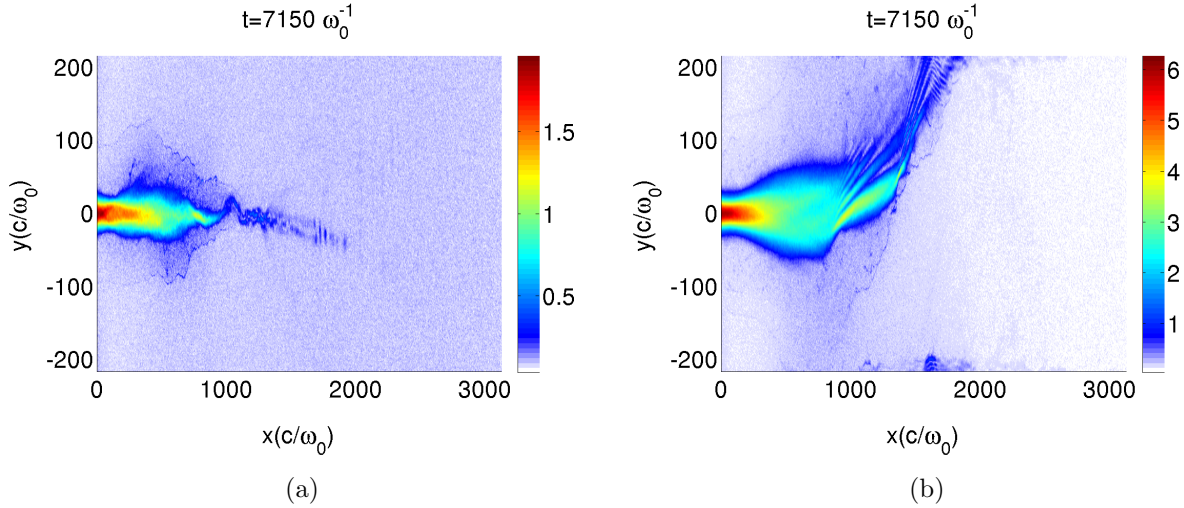


FIGURE 4.29 – Champ électrique en moyenne quadratique pour (a) $I = 10^{19}\text{W/cm}^2$ et (b) $I = 10^{20}\text{W/cm}^2$. $r_0 = 4\mu\text{m}$, $n_0 = 0.5n_c$

$r_0(\mu\text{m})$	4	16
V_0/c	0.13	0.26
α	0.76	0.44

TABLE 4.3 – Paramètres de la loi d'échelle pour la vitesse de creusement V_c , valide pour $n_0 > 0.1n_c$ et $I = 10^{20}\text{W/cm}^2$.

4.3.3 Plasma inhomogène

La position du canal X_c^{inh} au temps t dans un plasma inhomogène, en supposant que localement le plasma est homogène, obéit à :

$$\frac{dX_c^{inh}}{dt} = V_c, \quad (4.13)$$

où X_c^{inh} est la position du canal dans le profil de densité inhomogène. L'équation (4.13) devient alors, pour un profil de densité exponentiel de la forme $n(x) = n_0 \exp(x/l)$:

$$\frac{dX_c^{exp}}{dt} = V_c = V_0 \left(\frac{n(X_c^{exp})}{n_c} \right)^{-\alpha} = V_0 \left(\frac{n_0}{n_c} \exp \left[\frac{X_c^{exp}}{l} \right] \right)^{-\alpha}, \quad (4.14)$$

soit,

$$X_c^{exp} = \frac{l}{\alpha} \ln \left(1 + \frac{V_0 \alpha t}{l} \left[\frac{n_c}{n_0} \right]^\alpha \right), \quad (4.15)$$

où $X_c^{exp}(t = 0) = 0$, et X_c^{exp} est la position du canal. Par la suite, nous comparerons l'équation (4.15) à des simulations effectuées avec un profil de densité exponentiel. Les résultats sont en bon accord pour des faibles gradients de densité (l grand), mais peinent à reproduire les simulations pour des gradients de densité élevés (l petit). Faire varier l permet d'une part de tester l'hypothèse de densité localement homogène utilisée pour dériver l'équation (4.15), et d'autre part de juger de l'effet de la phase transitoire de creusement sur un plasma court.

Plasmas de faible gradient

On choisit un profil de densité exponentiel de longueur de gradient $l = 400\mu\text{m}$. Les paramètres des simulations effectuées sont résumés dans le tableau 4.4. Des cartes de densité et de champ, ainsi que les mesures de la position du front de canal sont montrées sur les figures 4.30 et 4.32 respectivement. Dans ce paragraphe, les simulations diffèrent principalement par la densité d'entrée n_0 et l'intensité du laser I . On fixe la longueur de gradient du plasma et la tache focale à $l = 400\mu\text{m}$ et $r_0 = 16\mu\text{m}$. Les simulations montrent les comportements décrits dans la section 4.2, selon les valeurs de ξ et n_{rel} . La bifurcation filamentaire et l'instabilité de reptation se déclenchent de manière répétitive lorsque les conditions sont atteintes, ce qui est courant dans ces simulations. Il est néanmoins nécessaire, pour les simulations à $r_0 = 16\mu\text{m}$, que l'impulsion laser atteigne une tache focale suffisamment petite pour déclencher l'instabilité de reptation.

Figures	$I(\text{W}/\text{cm}^2)$	n_0/n_c	$l(\mu\text{m})$	$L_x(\mu\text{m})$
4.30(a)-4.30(c)	10^{19}	0.003	400	1500
4.30(d)-4.30(f)	10^{19}	0.03	400	1500
4.30(g)-4.30(i)	10^{19}	0.1	400	1000
4.30(j)-4.30(l)	10^{20}	0.1	400	1000
4.33(b)	10^{19}	0.1	65	150

TABLE 4.4 – Paramètres des simulations effectuées avec un profil de densité exponentiel $n(x) = n_0 \exp(x/l)$, L_x est la longueur du plasma simulé. $r_0 = 16\mu\text{m}$.

La propagation de l'impulsion laser varie grandement selon n_0 . Pour $n_0 = 0.003n_c$ (figure 4.30(a)), les conditions d'entrées du plasma sont favorables à la propagation guidée de l'impulsion laser. Elle se poursuit jusqu'à atteindre des zones de densité plus élevée avec une tache focale d'environ $r_0 \approx 3\mu\text{m}$. Cette petite tache focale est alors favorable à l'instabilité de reptation même si celle-ci ne se manifeste pas. Pour $n_0 = 0.03n_c$ (figure 4.30(d)), les conditions d'entrées du plasma sont tout juste favorables à la bifurcation filamentaire. Dans ce cas particulier les filaments sont refocalisés sur l'axe du laser, probablement par les gradients d'indices générés par les électrons chauds présents sur l'axe laser. On observe également la bifurcation filamentaire pour $n_0 = 0.1n_c$ (figure 4.30(g)).

On observe donc des régimes de propagation différents selon la densité d'entrée n_0 , mais cela ne conditionne pas pour autant toute la propagation de n_0 à n_c . Le faisceau laser se propageant depuis $n_0 = 0.003n_c$ atteint la densité $n = 0.1n_c$, dans des conditions différentes de ses conditions initiales. Sa propagation ultérieure se trouve donc modifiée par rapport à celle d'un faisceau laser injecté directement à une densité $n_0 = 0.1n_c$. Mais cet effet n'est que temporaire, car la propagation du faisceau laser dans un plasma de densité $n_0 > 0.1n_c$ est plutôt lente et chahutée par les instabilités de filamentation et de reptation. Au final, les paramètres en $n = 0.1n_c$ (r_0 , intensité...) du faisceau laser qui s'est propagé depuis $n_0 = 0.003n_c$ évoluent en temps, et n'ont donc qu'un effet limité sur le reste de la propagation. Par contre, la diffraction joue un rôle important sur des temps suffisamment longs. En effet, après un certain temps, le canal s'est trop élargi (figures 4.30(i), 4.30(f), et 4.30(l)) pour compenser la diffraction naturelle du faisceau laser. Prenons le même plasma (exponentiel et millimétrique) mais diminuons le rayon initial du laser à $r_0 = 4\mu\text{m}$. La longueur de Rayleigh est maintenant d'environ $100\mu\text{m}$, contre $1600\mu\text{m}$ pour $r_0 = 16\mu\text{m}$. Dans ce cas la diffraction joue un rôle très important puisque le laser va très vite évacuer le plasma et rien ne peut alors empêcher l'impulsion laser de diffracter sur une distance très courte de $100\mu\text{m}$, ce qui ralentit considérablement le creusement. Il est donc important pour l'efficacité du creusement

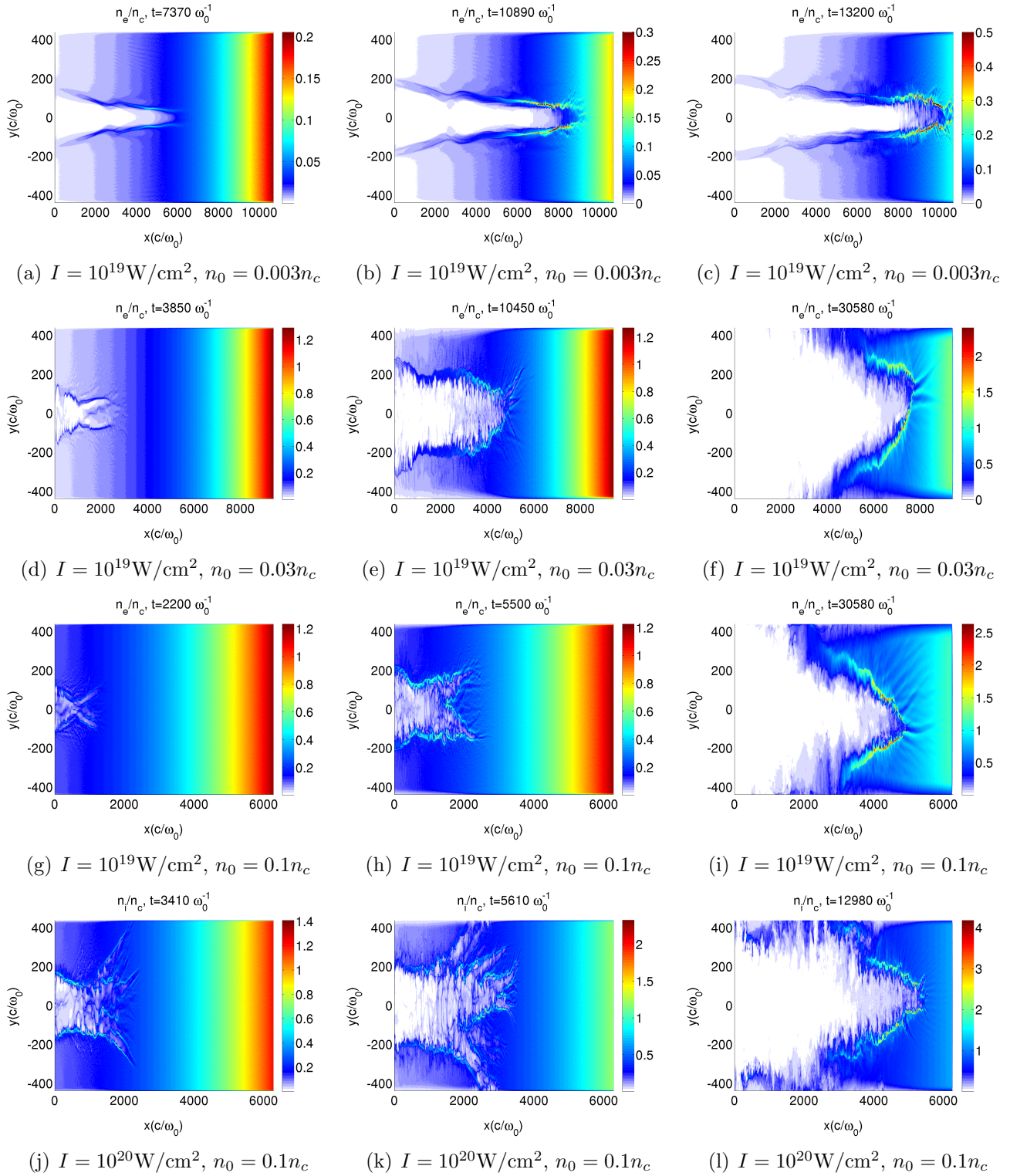


FIGURE 4.30 – Densité ionique (n_c) lors de la propagation de l'impulsion laser dans un plasma exponentiel. Les paramètres sont résumés dans le tableau 4.4. $l = 400 \mu\text{m}$, $r_0 = 16 \mu\text{m}$

que la distance de Rayleigh de l'impulsion laser soit du même ordre de grandeur que l'épaisseur de plasma à creuser.

Un bon moyen de comparer les simulations est de tracer le temps mis par le canal pour atteindre la densité initiale n dans le plasma (figure 4.31). La pente des courbes de la figure 4.31 rend compte de la vitesse de creusement, qui est d'autant plus rapide que la pente est faible. Concernant ces pentes, la vitesse de creusement évolue peu sur l'intervalle $0.1 < n/n_c < 0.2$. La distinction entre $I = 10^{19}$ et 10^{20}W/cm^2 n'est notable qu'à partir de $n = 0.25n_c$. Au final la pente des courbes de la figure 4.31 est similaire pour une même intensité I lorsque n_0 varie. La densité n_0 influe donc peu sur la dynamique du creusement, qui est dominée par les mécanismes non-linéaires décrits en section 4.2. Pour une tache focale $r_0 = 16\mu\text{m}$ le laser impacte le plasma avec un front d'onde relativement plat, et cela ne pose aucun problème pour deux raisons. La longueur de diffraction est proche de la longueur du plasma, et le canal peut compenser la diffraction naturelle du laser. En revanche avec $r_0 = 4\mu\text{m}$ la longueur de diffraction est très faible, et la diffraction peut alors gêner le creusement. Notons que le cas à $n_0 = 0.03n_c$ se révèle être légèrement plus rapide que le cas à $n_0 = 0.1n_c$.

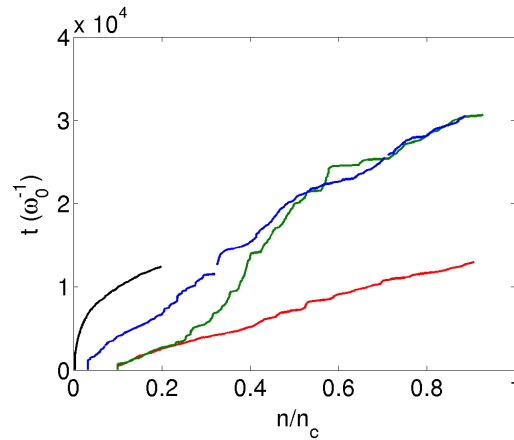


FIGURE 4.31 – Temps mis par le canal pour atteindre la densité initiale n , pour $I = 10^{19}\text{W/cm}^2$ et $n_0 = 0.003, 0.03$ et $0.1n_c$ (respectivement courbes noire, bleue et verte). La courbe rouge est tracée pour $I = 10^{20}\text{W/cm}^2$ et $n_0 = 0.1n_c, r_0 = 16\mu\text{m}$

Les prédictions de l'équation (4.15) sont comparées avec les mesures de X_c sur la figure 4.32. L'accord est bon pour $I = 10^{19}\text{W/cm}^2$, ce qui confirme que la vitesse de propagation V_c est indépendante de r_0 . En revanche on obtient un meilleur accord à $I = 10^{20}\text{W/cm}^2$ avec la loi d'échelle établie pour $r_0 = 16\mu\text{m}$ (figure 4.32(d)). Pour comparer nous avons également tracé (4.15) pour $r_0 = 4\mu\text{m}$ (tirets noirs en figure 4.32(d)). Ce qui confirme la dépendance en r_0 de V_c établie pour $I = 10^{20}\text{W/cm}^2$ en plasma homogène. On confirme également l'hypothèse d'homogénéité locale utilisée pour dériver (4.15). La phase transitoire de creusement observée en plasma homogène n'a ici pas d'effet notable, puisque son temps caractéristique, d'environ $1000\omega_0^{-1}$, est 30 fois inférieur au temps total de la simulation.

Plasmas de fort gradient

On teste maintenant l'équation (4.15) dans des conditions de fort gradient, où l'hypothèse d'homogénéité locale peut être remise en cause. La phase transitoire prend aussi de l'importance,

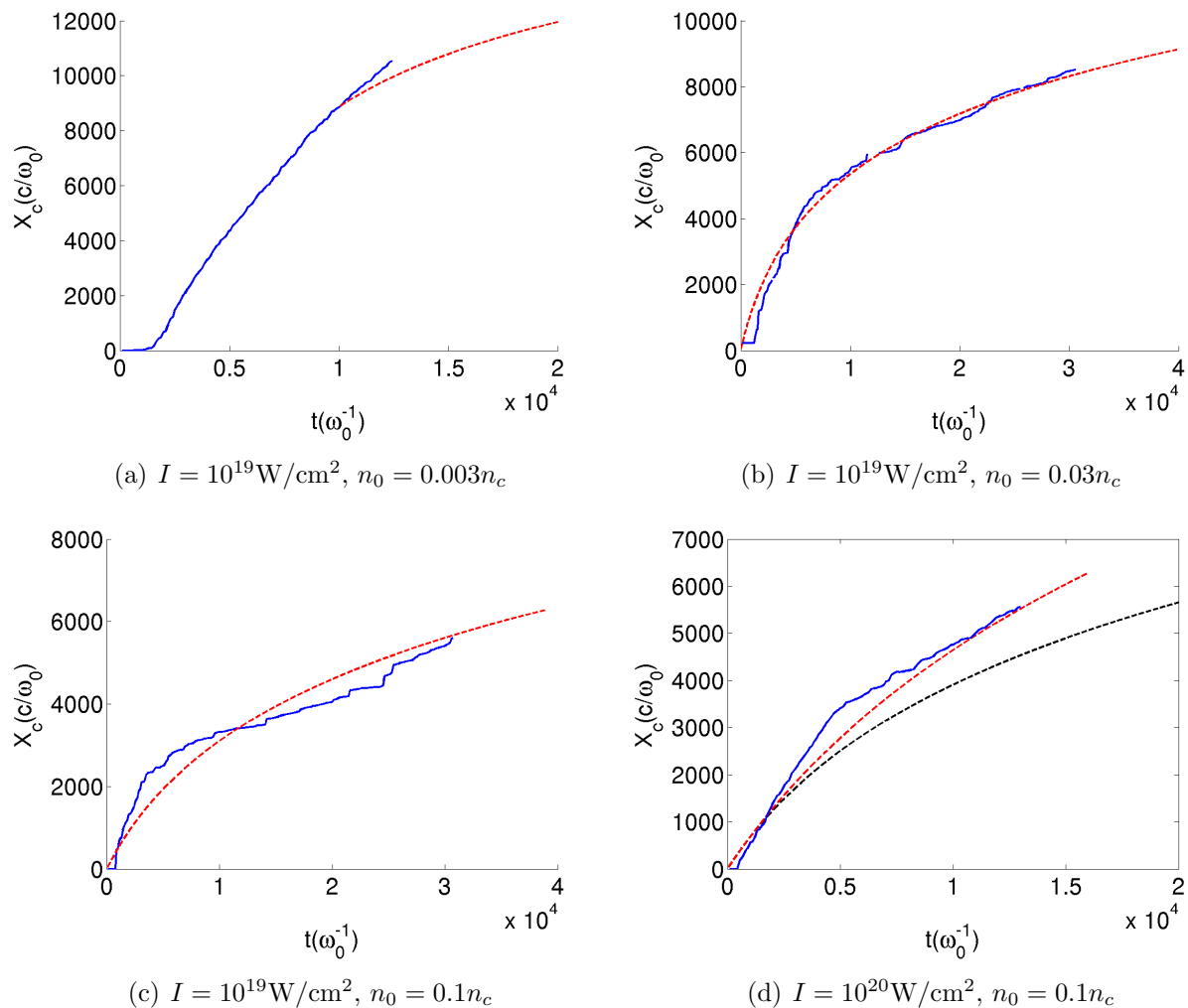


FIGURE 4.32 – Positions du canal, mesurées (lignes bleues) et prédites par l'équation (4.15) (tirets rouges) avec les paramètres des tableaux 4.2 et 4.3, dans un plasma exponentiel pour $l = 400\mu\text{m}$ et $r_0 = 16\mu\text{m}$. La loi d'échelle établie pour $r_0 = 4\mu\text{m}$ est tracée en tirets noirs sur la figure (d).

en raison de la faible durée de l'interaction. Le profil de densité est exponentiel, partant de $0.1n_c$, avec $l = 65\mu\text{m}$. On ne simule qu'une seule intensité de $I = 10^{19}\text{W}/\text{cm}^2$. Les positions du canal mesurées (courbe continue noire) et prédites (tirets) sont tracées en figure 4.33(b). L'équation (4.15) reproduit mal le creusement pour $l = 65\mu\text{m}$, particulièrement en début d'interaction (figure 4.33(b)). Pour retrouver un bon accord avec les mesures, il faut tenir compte de la phase transitoire de creusement rapide présente au début de chaque simulation, comme on peut le voir en figure 4.33(a) pour $t < 2000\omega_0^{-1}$. Les mesures de vitesses sont modélisées avec l'ajustement suivant :

$$V_c^{tr} = V_c (1 + \sigma e^{-\beta t}), \quad (4.16)$$

où σ et β sont des paramètres, et V_c est la vitesse de creusement en phase stationnaire, et l'exposant tr dénote la prise en compte de la phase transitoire. Pour $I = 10^{19}\text{W}/\text{cm}^2$, on trouve $\sigma = 2.2$ et $\beta = 0.001\omega_0$, ce qui conduit, en utilisant $V_c = 0.08(n/n_c)^{-0.83}$, aux courbes en tirets tracées en figure 4.33(a) et données par :

$$X_c^{tr} = V_c \left(t + \frac{\sigma}{\beta} (1 - e^{-\beta t}) \right). \quad (4.17)$$

On peut maintenant dériver à la manière de l'équation (4.15) la position du canal dans un gradient de densité exponentiel :

$$X_c^{tr,exp} = \frac{l}{\alpha} \ln \left[1 + \frac{V_0 \alpha}{l} \left[\frac{n_c}{n_0} \right]^\alpha \left(t + \frac{\sigma}{\beta} (1 - e^{-\beta t}) \right) \right]. \quad (4.18)$$

Cette formule est en bon accord avec la simulation PIC pour $l = 65\mu\text{m}$ (courbe continue bleue sur la figure 4.33(a)) et on décrit désormais correctement le creusement en début d'interaction. Comme on peut s'y attendre les corrections apportées restent mineures pour $l = 400\mu\text{m}$, puisque le temps total d'interaction est alors d'environ 30 fois le temps caractéristique de la phase transitoire, β^{-1} . Notons que le temps de détection du signal doit être égal à l'origine du temps dans l'équation (4.18), c'est pourquoi les courbes en tirets bleus de la figure 4.33(a) sont décalées pour correspondre aux mesures et ainsi assurer que $X_c^{tr,exp} < ct$.

À titre de comparaison nous avons également tracé le cas où la vitesse de creusement est égale à la vitesse de groupe $V_c = v_g$ (figure 4.33(b)), correspondant à $\frac{dX_c}{dt} = v_g = c\sqrt{1 - n/n_c}$. Il reproduit bien le creusement en début d'interaction, ce qui suggère que l'absorption y est encore faible.

Pour montrer que le creusement rapide observé avec $l = 65\mu\text{m}$ n'est pas dû uniquement à l'auto-focalisation, nous avons tracé en figure 4.33(b) l'équation (4.15) pour $I = 10^{20}\text{W}/\text{cm}^2$. Ce faisant, on surestime grandement l'auto-focalisation en prenant $I = 10^{20}\text{W}/\text{cm}^2$, qui est 10 fois supérieure à l'intensité initiale du laser ($10^{19}\text{W}/\text{cm}^2$), et malgré cela l'équation (4.15) ne reproduit pas les mesures. L'auto-focalisation n'est pas entièrement responsable du creusement rapide observé, mais peut expliquer l'écart entre l'équation (4.18) et la mesure.

Globalement, aucune de nos simulations ne nous a permis de remettre en cause l'hypothèse de la densité localement homogène, qui semble bien vérifiée. Il faut cependant prendre des précautions lorsque le gradient du plasma est fort, notamment tenir compte de la phase transitoire.

Estimation du temps de creusement

Il est maintenant possible d'estimer l'énergie nécessaire pour creuser le plasma jusqu'à une densité donnée. À partir de l'équation (4.15), on déduit directement le temps t_n mis par le canal

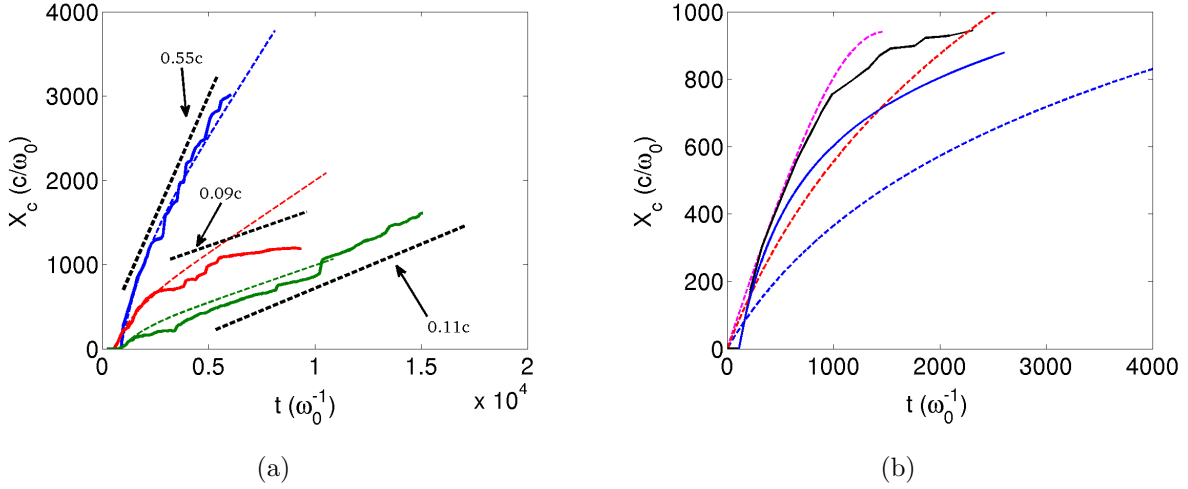


FIGURE 4.33 – (a) Courbes de la position du front de canal X_c (courbes continues), mesurées pour $I = 10^{19} \text{ W/cm}^2$ dans des plasmas homogènes ($r_0 = 4 \mu\text{m}$) de densité $n_0 = 0.1$ (bleu), 0.4 (rouge) et $0.9n_c$ (vert), vitesses asymptotiques (tirets gras) et résultats de l'équation (4.17) (tirets fins). (b) Positions du canal, mesurée (ligne noire) et prédites par l'équation (4.15) (tirets bleus pour $I = 10^{19} \text{ W/cm}^2$ et rouges pour $I = 10^{20} \text{ W/cm}^2$), dans un plasma exponentiel pour $l = 65 \mu\text{m}$, $r_0 = 16 \mu\text{m}$, $n_0 = 0.1n_c$ et $I = 10^{19} \text{ W/cm}^2$. L'équation (4.18) est tracée en ligne bleue avec les paramètres $\sigma = 2.2$ et $\beta = 0.001\omega_0$. Le cas $V_c = v_g$ est tracé en tirets magenta.

pour atteindre une densité n située en X :

$$t_n = \frac{l}{V_0\alpha} \left(\left[\frac{n}{n_c} \right]^\alpha - \left[\frac{n_0}{n_c} \right]^\alpha \right) = \frac{l}{V_0\alpha} \left[\frac{n_0}{n_c} \right]^\alpha \left(\exp \left(\frac{\alpha X}{l} \right) - 1 \right). \quad (4.19)$$

Dans le cadre de l'allumage rapide, on cherche à creuser jusqu'à n_c dans un plasma exponentiel de taille millimétrique. Avec $n = n_c$, $n_0 = 0.1n_c$, et $l = 400 \mu\text{m}$, soit $X = l \ln(n_c/n_0) = 921 \mu\text{m}$ de plasma, on obtient les résultats du tableau 4.5. L'énergie \mathcal{E} nécessaire pour atteindre n_c avec une impulsion constante en temps s'écrit :

$$\mathcal{E}^{2D} = \int_0^{t_n} \int_{-\infty}^{\infty} I \exp \left[-2 \frac{y^2}{W_0^2} \right] dy dt \times W_0 = t_n I \sqrt{\frac{\pi}{2}} W_0^2, \text{ en 2D}, \quad (4.20)$$

$$\mathcal{E}^{3D} = \int_0^{t_n} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} I \exp \left[-2 \frac{r^2}{W_0^2} \right] r dr d\theta dt = t_n I \pi \frac{W_0^2}{2}, \text{ en 3D}, \quad (4.21)$$

où on a multiplié l'énergie linéique 2D par W_0 dans la direction z , pour estimer une énergie. Remarquons que la différence est faible entre les deux estimations, puisque $\mathcal{E}^{2D} \approx 0.8\mathcal{E}^{3D}$, le choix de l'une ou l'autre a donc peu d'importance. Nos simulations sont 2D planes, et par conséquent nos lois d'échelle sont valables en géométrie 2D plane. Le temps t_n que nous calculons n'est donc pas applicable à une géométrie réelle en 3D. Cependant, les simulations de creusement 3D effectuées par Li *et al.* [72] semblent indiquer que la vitesse de creusement en 3D V_c^{3D} est supérieure à la vitesse de creusement V_c en 2D. L'énergie \mathcal{E}^{2D} calculé en 2D surestime donc a priori l'énergie calculé en 3D. Il reste que nous utilisons une impulsion laser constante dans le temps, alors que les impulsions produites en laboratoire sont approximativement gaussienne. Néanmoins, nous nous intéressons au calcul de l'énergie de l'impulsion laser, et non à sa durée. On extrapole en supposant

qu'une impulsion laser gaussienne d'énergie \mathcal{E} et de même intensité maximale I que notre impulsion laser constante en temps suffira pour creuser jusqu'à n_c .

Pour des raisons de simplicité on se contente de comparer t_n pour $r_0 = 16\mu\text{m}$. Les résultats des équations (4.19) et (4.20) sont résumés dans le tableau 4.5 pour les paramètres $n_0 = 0.1n_c$, $r_0 = 16\mu\text{m}$ et les trois intensités.

$I(\text{W}/\text{cm}^2)$	10^{18}	10^{19}	10^{20}
$t_n(\text{ps})$	20	17	7
$\mathcal{E}^{2D}(\text{J})$	46	392	1613

TABLE 4.5 – Temps t_n calculé avec l'équation (4.19) et énergie \mathcal{E}^{2D} calculée avec l'équation (4.20) nécessaires au canal pour atteindre n_c . $n_0 = 0.1n_c$, $r_0 = 16\mu\text{m}$, $l = 400\mu\text{m}$.

On remarque à partir du tableau 4.5 que $\mathcal{E}^{2D}(10^{20}\text{W}/\text{cm}^2) = 35 \times \mathcal{E}^{2D}(10^{18}\text{W}/\text{cm}^2)$. Il est donc préférable d'utiliser un laser de basse intensité pour économiser de l'énergie. Ce résultat montre l'importance des effets non-linéaires sur la propagation du laser. Une impulsion laser de basse intensité (tout en étant relativiste), et donc subissant peu ces effets, est moins ralentie.

Nuançons ces résultats très optimistes en remarquant que compte tenu de notre définition de X_c , le temps t_n que nous calculons est le temps qu'il faut au canal pour « toucher » la surface critique. Lorsque cela se produit, le front du canal est encore rempli à 90% de plasma. Néanmoins la dépense en énergie nécessaire pour évacuer le plasma restant à l'intérieur du canal reste peu importante. En effet, une marge de 10ps suffirait à évacuer 70% du plasma restant dans le canal, même à basse intensité. De plus le plasma restant améliorerait le couplage de l'impulsion PW via une absorption en volume, au lieu d'un couplage surfacique si l'impulsion interagit directement avec la densité critique.

4.3.4 Résumé

Plasma homogène Les mesures de la position du front du canal X_c montrent que la dynamique du creusement est composée d'une phase transitoire suivie d'une phase stationnaire de creusement. La vitesse de creusement dX_c/dt est plus élevée en phase transitoire qu'en phase stationnaire. Nous avons mesuré la vitesse de creusement en phase stationnaire pour des plasmas de densité homogène variant de $0.01n_c$ à n_c . Elle obéit à la loi d'échelle $V_c = V_0(n_c/n_0)^\alpha$, où $\alpha > 0$ et V_0 sont des paramètres précisés dans les tableaux 4.2 et 4.3 pour chaque intensité. Globalement, V_c croît avec l'intensité I de l'impulsion laser, et décroît avec la densité n_0 du plasma. Elle ne dépend pas de la largeur à mi-hauteur de l'impulsion laser r_0 , sauf pour $I = 10^{20}\text{W}/\text{cm}^2$ où la diffraction joue un rôle important.

Plasma de densité exponentiel Nous avons mesuré la position du front du canal X_c^{exp} dans des plasmas de densité exponentielle et de longueur millimétrique, reproduisant ainsi les plasmas de couronne rencontrés dans le schéma d'allumage rapide. La position du front de canal peut être déduite de la loi d'échelle établie dans les plasmas homogènes via la relation $dX_c^{exp}/dt = V_c = V_0(n_c/n(X_c^{exp}))^\alpha$, qui suppose que localement le plasma est homogène. Cette relation est bien vérifiée dans les plasmas exponentiels de faible gradient. En revanche, elle n'est pas adaptée à des plasmas exponentiels de fort gradient en raison de la courte durée d'interaction. En effet la phase transitoire de creusement joue alors un rôle non négligeable puisque sa durée caractéristique est comparable à la durée du creusement. Ce problème est résolu en prenant en compte les effets transitoires dans la modélisation de la vitesse de creusement.

Estimation de l'énergie Les lois d'échelle obtenues nous ont permis d'estimer l'énergie laser nécessaire pour creuser un canal jusqu'à la densité critique dans le cas d'un plasma exponentiel. Nos calculs sont valables en géométrie 2D plane. Ils montrent qu'il est plus rentable en termes d'énergie d'utiliser un laser peu intense mais de longue durée. Ce comportement reflète l'importance des effets non-linéaires, dont l'effet sur l'impulsion est amoindri à basse densité et à intensité moindre. Les simulations 3D de Li *et al.* [72] semblent indiquer que la vitesse de creusement est sous-estimé en 2D. Nos estimations constituent donc une borne supérieure.

4.4 Génération des électrons chauds

A l'aide de plusieurs diagnostics du code CALDER, les électrons chauds produits lors du creusement du canal plasma sont caractérisés en termes d'énergie et de position. On peut discerner différentes populations d'électrons selon leurs énergies, et donc selon le mécanisme qui les accélère. Cela nous renseigne sur la déplétion d'énergie de l'impulsion laser, qui est directement liée à la vitesse de creusement. Il est également important de mesurer la quantité d'électrons émis vers l'avant, pour déterminer si ceux-ci peuvent gêner la compression de la cible dans un scénario d'allumage rapide, ou encore pour la production de rayonnement X multi-MeV.

Les champs électrostatique et magnétostatique sont également étudiés pour leurs rôles dans le confinement des électrons dans le canal plasma. La détermination de ces champs a fait l'objet de nombreux travaux, théoriques [48, 50, 51, 62] mais aussi expérimentaux [11, 64, 67], où des champs magnétiques de l'ordre de 100MG sont observés. L'étude des champs statiques est aussi d'une grande importance pour la protonographie, qui permet de visualiser le canal [13] à des densités élevées sans avoir recours à des impulsions lasers de fréquence élevée.

Sur la base de nos simulations numériques, il est possible de distinguer deux régimes dans l'établissement des champs statiques. Pour des densités faibles, $n < 0.1n_c$, les champs électrique et magnétique statiques présentent des structures clairement identifiables et régulières, alors que pour $n > 0.1n_c$ seul le champ magnétique conserve sa régularité alors que le champ électrostatique est très perturbé. Ce clivage en densité est également vérifié pour les parois du canal. Elles sont lisses à basse densité et irrégulières à haute densité où la paroi du canal se module (en bulles et doigts, voir figure 4.34(a)) au fur et à mesure qu'elle s'éloigne de l'axe.

4.4.1 Caractéristiques des électrons chauds et champs associés

Mécanismes d'accélération électronique

Les électrons sont principalement accélérés par le champ électromagnétique de l'impulsion laser. Ils atteignent ainsi des énergies de l'ordre de $\sqrt{1 + a_0^2}m_e c^2$ (dû à l'effet pondéromoteur) et de $(1 + a_0^2/2)m_e c^2$ (dû à l'oscillation de l'électron à la fréquence du laser). Ce mécanisme est le premier à ce mettre en place. Ces électrons sont rapidement expulsés radialement du canal et constituent la majorité des électrons sur les parois du canal. De manière générale, la trajectoire décrite par un électron est d'autant plus aplatie par rapport à l'axe laser que son énergie est grande. L'angle θ d'expulsion des électrons est donné pour une impulsion gaussienne par [21, 63] :

$$\theta = \arctan\left(\frac{p_y}{p_x}\right) = \arctan\left(\sqrt{\frac{2}{\gamma - 1}}\right). \quad (4.22)$$

Cette équation est valide sous la condition $\frac{\lambda_0}{2\pi W_0} \ll 1 - \frac{v_x(t=0)}{c}$, et sous réserve que les champs statiques soient négligeable. La première condition est respectée dans la plupart des cas, mais les

champs statiques sont presque omniprésents et deviennent important pour $n > 0.1n_c$. De plus, il a été montré que les champs électrostatiques créés par le canal peuvent collimater efficacement les électrons [78]. Malgré cela on observe que les électrons les moins énergétiques sont expulsés rapidement et avec un grand angle. La figure 4.34 permet de comparer la densité électronique à la densité des électrons possédant une énergie supérieure à 1MeV. Elle met en évidence que les électrons les plus énergétiques sont situés dans le canal, contrairement à ce qu'indique l'équation (4.22), qui donne $\theta = 45^\circ$ pour $(\gamma - 1)m_e c^2 = 1\text{MeV}$. Les électrons sont donc focalisés par les champs magnétostatique et électrostatique.

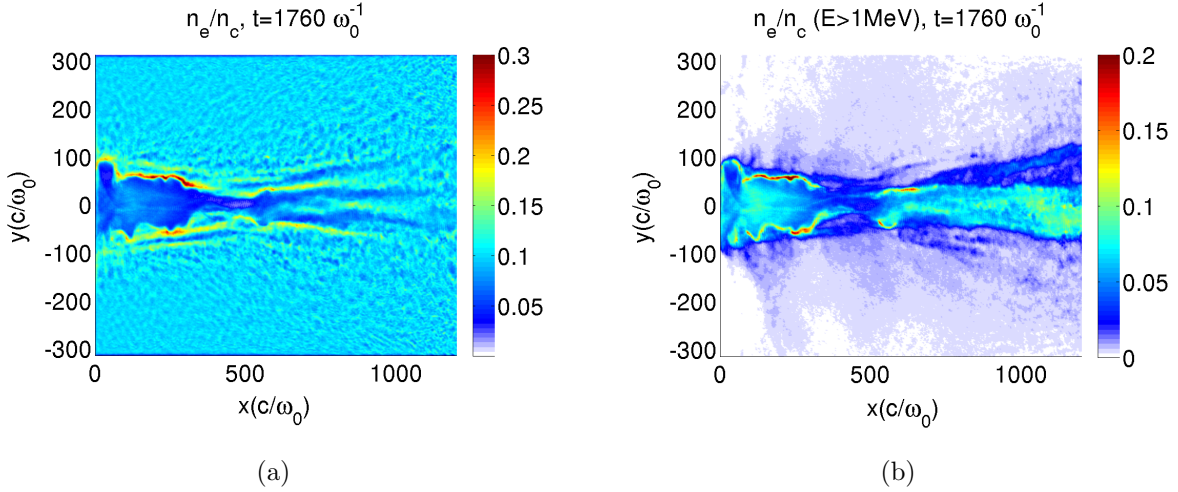


FIGURE 4.34 – Cartes de densité électronique (n_c) pour (a) tous les électrons et (b) les électrons d'énergie supérieure à 1 MeV. $I = 10^{19}\text{W}/\text{cm}^2$, $n = 0.1n_c$ et $r_0 = 16\mu\text{m}$.

L'accélération par le champ électromagnétique de l'impulsion laser constitue la première étape de l'accélération. Par la suite, des mécanismes subsidiaires comme l'accélération par résonance bêtatron [62, 63] et le chauffage stochastique [29, 30] prennent le relais et accélèrent les électrons à des énergies bien supérieures, pouvant atteindre $100m_e c^2$ pour un laser d'intensité $I = 10^{19}\text{W}/\text{cm}^2$.

Le mécanisme d'accélération par résonance bêtatron [62, 63], est causé par l'entrée en résonance des électrons soumis au champ laser avec les champs statiques. En géométrie 2D plane, la condition de résonance s'écrit [62] :

$$\frac{\omega_0 r}{c} \left(\frac{eE_{max}^s}{m_e c \omega_0} + \frac{eB_{max}^s}{m_e \omega_0} \right) > 2, \quad (4.23)$$

où r est le rayon du canal. La condition de résonance (4.23) est satisfaite dans la plupart des cas pour $n > 0.1n_c$. En effet, le champ magnétostatique atteint typiquement des valeurs de l'ordre de $\sim 1m_e \omega_0/e$, soit environ 110MG, et le champ électrostatique est a priori trop incohérent pour pouvoir participer à la résonance de l'électron. En revanche, pour $n = 0.01n_c$ la condition (4.23) est plus difficilement atteinte, en raison d'un champ magnétostatique faible, de l'ordre de $0.1m_e \omega_0/e$.

Si le champ électrostatique est trop incohérent pour participer à l'accélération bêtatron, il est en revanche propice au chauffage stochastique. Meyer-ter-Vehn *et al.* [30] ont en effet montré que de petites perturbations aléatoires de l'impulsion suffisaient pour accélérer les électrons à des énergies de l'ordre de $50m_e c^2$ avec un laser d'intensité $I \approx 10^{19}\text{W}/\text{cm}^2$, soit bien au-dessus des estimations $\sqrt{1 + a_0^2}m_e c^2$ et $(1 + a_0^2/2)m_e c^2$. De ce point de vue, le champ électrostatique pourrait très bien assurer le caractère aléatoire du mouvement. De manière générale les électrons dans

le canal plasma sont constamment chahutés (par les champs électrostatiques, les variations de l'enveloppe de l'impulsion laser...), ce qui est propice à l'accélération stochastique.

Il n'est pas rare que les électrons accélérés par mécanisme bêatron ou chauffage stochastique atteignent des énergies d'environ $100m_e c^2$, comme en attestent les figures 4.35 et 4.36 qui montrent les espaces des phases (x, p_x) et (x, p_y) , respectivement avant et après l'apparition des champs statiques, pour $n = 0.01n_c$ et $I = 10^{19}\text{W}/\text{cm}^2$. Ces espaces des phases sont moyennés dans l'intervalle $y = \pm 50c/\omega_0$ contenu à l'intérieur du canal. En l'absence de champ statique, les électrons atteignent une énergie maximale d'environ $10m_e c^2$, proche de l'estimation théorique $(1 + a_0^2/2)m_e c^2$, ce qui suggère un mécanisme d'accélération de type onde plane. L'impulsion p_x des électrons présente un pic localisé en $\approx 780c/\omega_0$, qui est causé par la force pondéromotrice du laser et l'onde de sillage de l'impulsion laser comme le montrent les figures 4.35(c), 4.35(d), 4.35(e) et 4.35(f) montrant l'enveloppe du champ laser et la densité électronique. Les électrons atteignent ensuite des énergies élevées de l'ordre de $100m_e c^2$ en présence des champs statiques, ce qui suggère un mécanisme d'accélération de type bêatron. De plus, si le mécanisme responsable de cette accélération était de type onde plane, on aurait $p_x = p_y^2/2 \approx 200$ au maximum, et on en est bien loin. Notons que dans le cas étudié l'accélération bêatron ou le chauffage stochastique n'affecte que peu d'électrons. Remarquons que la densité électronique est modulée avec une période égale à la moitié de celle du laser, ce qui est cohérent avec les équations (2.12) et (2.13).

L'énergie élevée des électrons accélérés par bêatron ou chauffage stochastique les localise dans le canal, à l'image de la figure 4.34(b), et ils possèdent un angle $\theta \approx 10^\circ$ suffisamment faible pour être éjectés au front de canal.

Les électrons peuvent également être accélérés par onde de sillage, mais seulement en début d'interaction lorsque le canal n'est pas encore creusé et que la densité est faible ($n \approx 0.01n_c$). Ce type d'accélération reste marginal, et n'a pas d'importance particulière pour notre étude.

Il est intéressant de mesurer la température des électrons chauds, qui sont donc localisés dans le canal et dont les trajectoires sont aplaties.

Les simulations nous indiquent que la fonction de distribution du plasma peut être décrite par une somme de maxwelliennes. On peut donc définir, pour les électrons chauds possédant une énergie supérieure à \mathcal{E}_0 (dépendant de I), une température que l'on mesure en traçant l'énergie moyenne $\langle \mathcal{E} \rangle$ en fonction de \mathcal{E}_0 :

$$\langle \mathcal{E} \rangle = \frac{\int_{\mathcal{E}_0}^{\infty} f(\mathcal{E}) \mathcal{E} d\mathcal{E}}{\int_{\mathcal{E}_0}^{\infty} f(\mathcal{E}) d\mathcal{E}}. \quad (4.24)$$

Si la fonction de distribution est maxwellienne, alors l'équation précédente se réduit à :

$$\langle \mathcal{E} \rangle = \frac{\int_{\mathcal{E}_0}^{\infty} e^{-\mathcal{E}/T} \mathcal{E} d\mathcal{E}}{\int_{\mathcal{E}_0}^{\infty} e^{-\mathcal{E}/T} d\mathcal{E}} = T + \mathcal{E}_0, \quad (4.25)$$

et on peut ainsi estimer l'énergie moyenne des électrons chauds $\langle K \rangle$ (ou température) en approximant (4.24) par une droite pour les énergies élevées, comme montré en figure 4.37. L'énergie moyenne $\langle K \rangle$ est alors l'ordonnée à l'origine. La température des électrons chauds mesurée par cette méthode, en régime stationnaire, est résumée dans le tableau 4.6.

Il est assez surprenant que $\langle K \rangle$ ne dépende que très peu de la densité. Seul le temps mis pour atteindre le régime stationnaire varie avec la densité.

Mesurer la température des électrons chauds via les fonctions de distributions intégrées en espace donne une description globale. Pour affiner notre description, considérons les cartes 2D

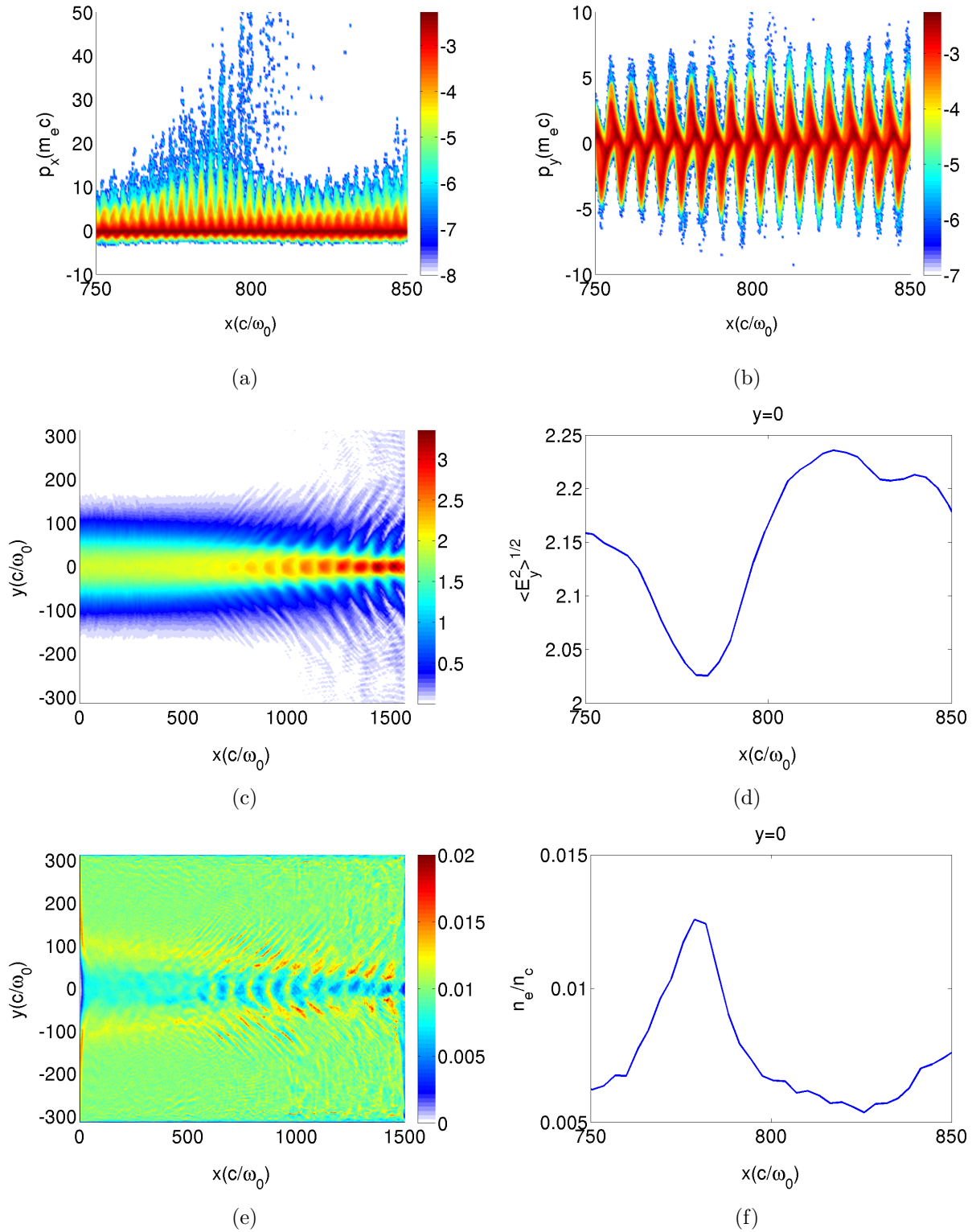


FIGURE 4.35 – (a,b) Cartes d’espaces des phases électronique (n_c), carte et coupe en $y = 0$ de (c,d) la moyenne quadratique du champ E_y et de (e,f) la densité électronique n_e/n_c à $t = 2200\omega_0^{-1}$, avant l’apparition des champs statiques. $I = 10^{19}\text{W}/\text{cm}^2$, $n_0 = 0.01n_c$ et $r_0 = 16\mu\text{m}$.

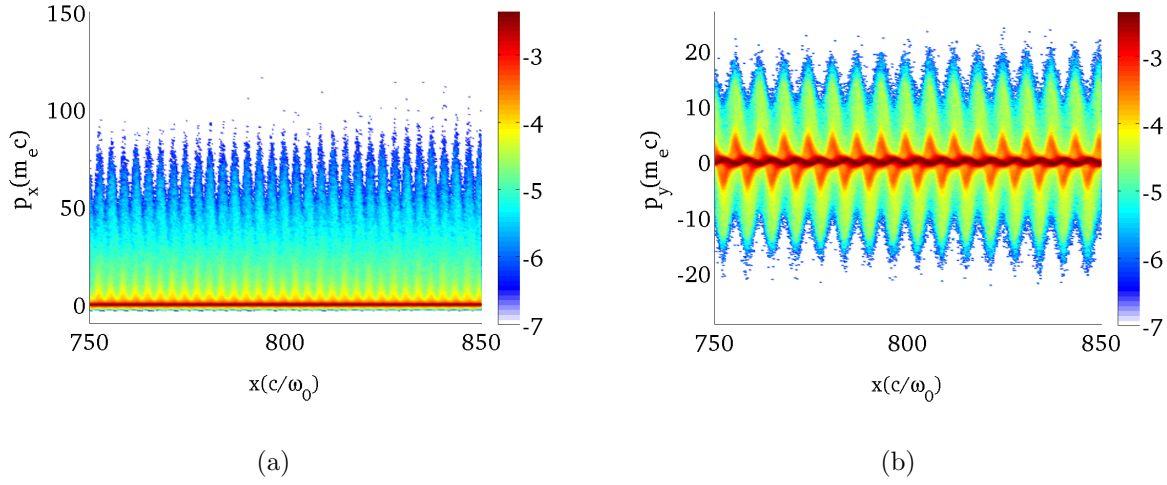


FIGURE 4.36 – Cartes d’espaces des phases électronique (n_c) à $t = 4400\omega_0^{-1}$, après l’apparition des champs statiques. $I = 10^{19}\text{W}/\text{cm}^2$, $n = 0.01n_c$ et $r_0 = 16\mu\text{m}$.

$I(\text{W}/\text{cm}^2)$	10^{18}	10^{19}	10^{20}
$\langle K \rangle(\text{keV})$	1200	7500	12000

TABLE 4.6 – Energie moyenne des électrons chauds en fonction de l’intensité, mesurée en régime stationnaire.

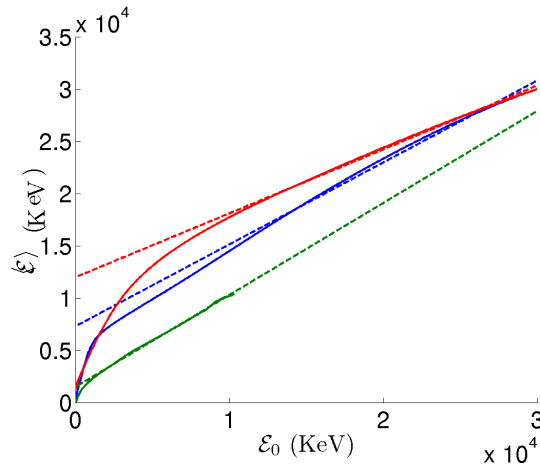


FIGURE 4.37 – Equation (4.24) tracée lorsque le régime stationnaire est atteint, pour $I = 10^{18}\text{W}/\text{cm}^2$ (vert), $10^{19}\text{W}/\text{cm}^2$ (bleu) et $10^{20}\text{W}/\text{cm}^2$ (rouge). La température des électrons chauds est l’ordonnée à l’origine des droites en tirets.

d'énergie cinétique moyenne et de flux d'énergie cinétique moyen définies par :

$$\overline{(\gamma - 1)} = \frac{\iint (\gamma - 1) f d^2p}{\iint f d^2p}, \quad (4.26)$$

$$\overline{(\gamma - 1) \vec{v}} = \frac{\iint (\gamma - 1) \vec{v} f d^2p}{\iint f d^2p}. \quad (4.27)$$

Elles sont tracées pour les électrons sur les figures 4.38(a) et 4.38(b). Pour plus de clarté on a représenté en figure 4.38(b) la norme du flux d'énergie, la direction du flux étant indiquée par les flèches. Dans le même esprit on trace la vitesse du fluide électronique résultant du rapport des quantités (4.26) et (4.27) (figure 4.38(c)), ce qui nous permet d'observer clairement que les électrons sont accélérés dans le canal par le laser, avant d'être évacués à l'avant du canal dans un cône de demi-angle 30° environ. À titre d'indication, nous avons également tracé l'enveloppe du champ laser en figure 4.38(d).

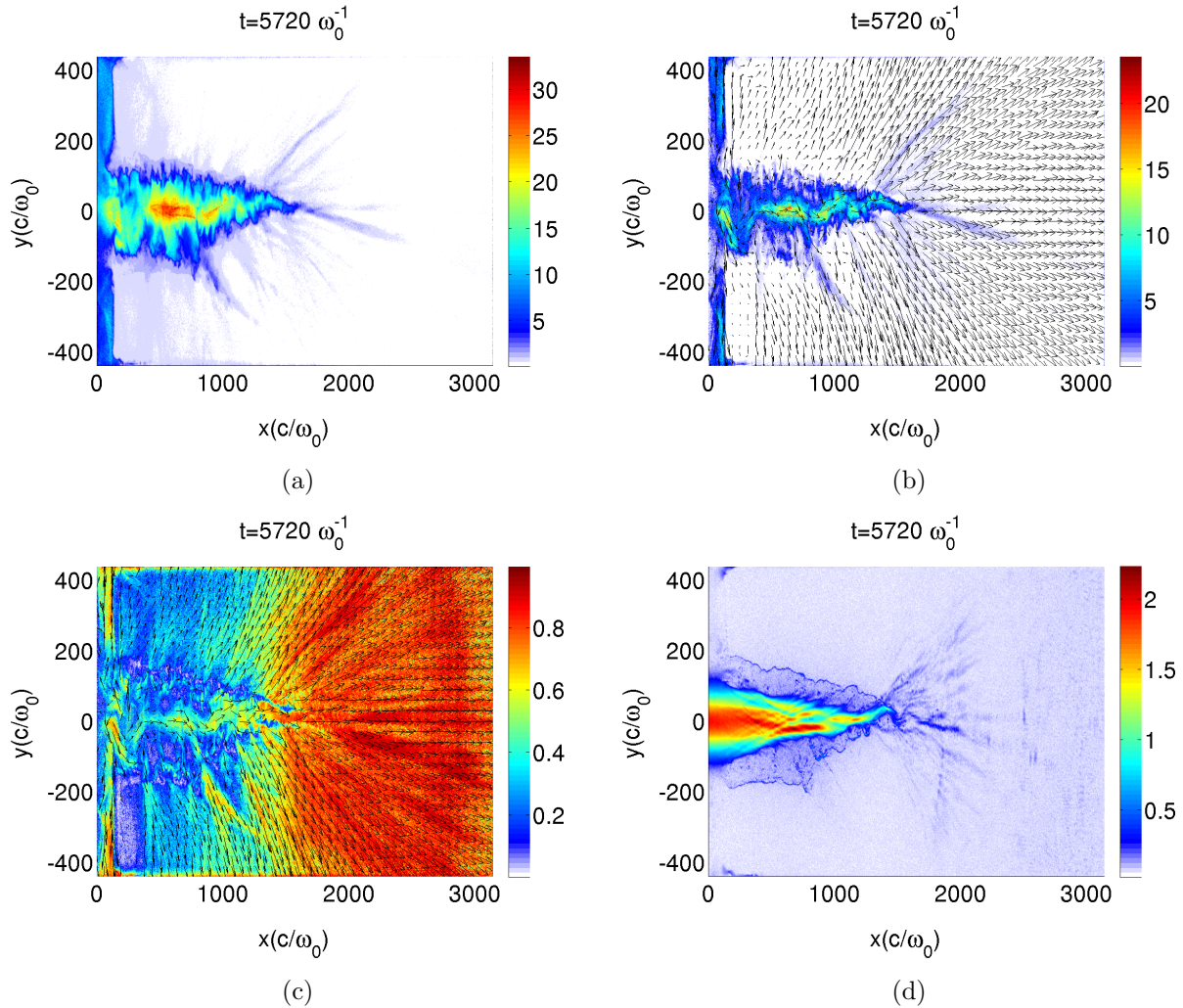


FIGURE 4.38 – Cartes (a) d'énergie électronique ($m_e c^2$) moyenne (4.26), (b) de la norme du flux d'énergie ($m_e c^3$) électronique (4.27), (c) de vitesse moyenne (c) et (d) champ transverse $E_y(m_e c \omega_0 / e)$ en moyenne quadratique. $I = 10^{19} \text{W/cm}^2$, $n_0 = 0.3 n_c$ et $r_0 = 16 \mu\text{m}$.

L'énergie moyenne mesurée pour $I = 10^{19} \text{W/cm}^2$ est proche de l'estimation obtenue avec les fonctions de distributions de la figure 4.37, c'est-à-dire $\langle K \rangle = 14.7 m_e c^2$. En allant plus loin on peut

directement corrélérer l'énergie moyenne (4.26) au champ laser local, obtenant ainsi une loi d'échelle du type $\overline{(\gamma - 1)} \propto a$, en comparant $\langle a \rangle(x) = \int_{-L/2}^{L/2} a(x, y) dy$ à $\langle \gamma - 1 \rangle(x) = \int_{-L/2}^{L/2} (\overline{\gamma(x, y) - 1}) dy$. Ici, $a(x, y)$ est l'enveloppe du champ électrique transverse normalisé. Comparer ces deux grandeurs point à point donnerait des résultats trop erratiques pour les interpréter correctement, on compare donc les moyennes transverses pour lever ce problème. La loi d'échelle obtenue dépend du choix des bornes des intégrales précédentes, qui sont arbitraires mais pas dénuées de sens physique si on choisit par exemple $L = r_0$. Avec ces définitions on obtient les résultats exposés dans le tableau 4.7 et la figure 4.39. Les résultats du tableau 4.7 nous indiquent que la densité n'influe pas de manière notable sur la loi d'échelle, comme on pouvait s'y attendre puisque l'on mesure l'énergie moyenne par électron. En revanche la loi d'échelle dépend de r_0 et de I . Les cas à $I = 10^{19}$ et 10^{20}W/cm^2 possèdent la même dépendance pour un même r_0 , mais le couplage semble réduit pour $I = 10^{18} \text{W/cm}^2$. Nous avons ensuite tracé, pour $n_0 = 0.1n_c$ et $r_0 = 4\mu\text{m}$, $\langle \gamma - 1 \rangle$ en fonction de $\langle a \rangle$ (figure 4.39) en vert pour $I = 10^{18} \text{W/cm}^2$, en bleu pour 10^{19}W/cm^2 , et en rouge pour 10^{20}W/cm^2 . Noter que nous avons choisi d'intégrer sur une plus grande largeur $L = 100c/\omega_0$ pour englober plus d'électrons chauds, et faciliter l'interprétation. Les nuages de points sont repartis globalement sur une même droite, ce qui paraît cohérent car les cas à 10^{19} et 10^{20}W/cm^2 possèdent des facteurs de proportionnalité à peu près égaux ($\langle \gamma - 1 \rangle / \langle a \rangle \approx 5 - 6$) et recouvrent une grande partie du graphe. Cependant n'oublions pas que le rapport $\langle \gamma - 1 \rangle / \langle a \rangle$ est bien moindre pour 10^{18}W/cm^2 ($\langle \gamma - 1 \rangle / \langle a \rangle \approx 1.5$), comme montré dans l'encadré de la figure 4.39. Ces remarques nous poussent à modéliser les données du tableau 4.7 et de la figure 4.39 par la loi d'échelle suivante :

$$\langle \gamma - 1 \rangle \approx \sqrt{1 + \frac{\langle a \rangle^2}{b^2}} - 1, \quad (4.28)$$

avec b une constante à déterminer. Cette loi d'échelle est tracée en noir sur la figure 4.39, la meilleure correspondance est trouvée pour $b \approx 0.16$.

Enfin remarquons que les quantités (4.26) et (4.27) sont environ 10 fois plus importante dans le canal qu'à l'extérieur (figure 4.38), ce qui aura des conséquences pour l'estimation de la vitesse du front du canal (section 4.5).

n_0/n_c	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7
$I = 10^{18} \text{W/cm}^2$							
$r_0 = 4\mu\text{m}$	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1	1
$r_0 = 16\mu\text{m}$					5		
$I = 10^{19} \text{W/cm}^2$							
$r_0 = 4\mu\text{m}$	5.5	5.5	6.5	6	6.5	6.5	
$r_0 = 16\mu\text{m}$			11		9		
$I = 10^{20} \text{W/cm}^2$							
$r_0 = 4\mu\text{m}$	4.5	4	5	5.5	5	5	
$r_0 = 16\mu\text{m}$	10		11		10		9

TABLE 4.7 – Rapport $\langle \gamma - 1 \rangle / \langle a \rangle$ avec $L = r_0$ en fonction de r_0 , I et n_0 .

Champs quasi-statiques

La création du canal plasma est à l'origine de la génération du champ électrostatique. Les électrons, qui sont évacués latéralement par la force pondéromotrice du laser, entraînent les ions par

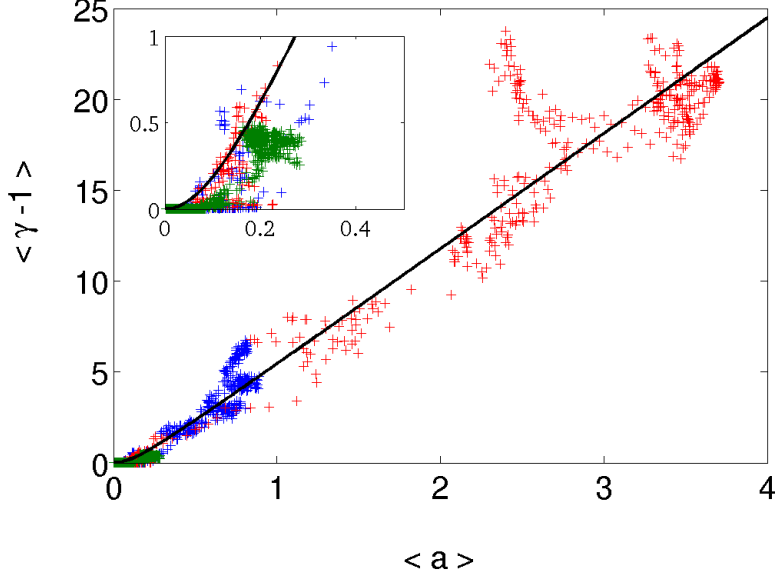


FIGURE 4.39 – $\langle \gamma - 1 \rangle$ en fonction de $\langle a \rangle$ avec $L = 100c/\omega_0$ en vert pour $I = 10^{18}\text{W/cm}^2$, en bleu pour 10^{19}W/cm^2 , et en rouge pour 10^{20}W/cm^2 . L’encadré est un agrandissement de la figure. La loi d’échelle (4.28) est tracée en noir pour $b = 0.16$. $n_0 = 0.1n_c$, $r_0 = 4\mu\text{m}$.

le champ électrostatique ainsi créé. Mais la dynamique du canal et l’inertie ionique sont telles que la neutralité du plasma n’est jamais totalement atteinte (figure 4.42(b)). Des exemples de champs électrostatiques E_y induits à basse et haute densités sont montrés sur les figures 4.42 et 4.43(b), pour $I = 10^{19}\text{W/cm}^2$, $n_0 = 0.01n_c$ et $0.3n_c$. On voit clairement que le champ électrostatique a une structure régulière pour $n_0 = 0.01n_c$, alors qu’elle est désordonnée pour $n_0 = 0.3n_c$. Le champ moyenné sur une centaine de c/ω_0 selon x , montré en figure 4.42(b) pour $n_0 = 0.01n_c$, en rend bien compte. Le canal plasma à $0.3n_c$ a une structure irrégulière. Les parois sont déchiquetées et le plasma à l’intérieur du canal est faiblement évacué malgré la forme régulière du laser, ce qui affecte le champ électrostatique.

On peut malgré tout estimer le champ électrostatique E_y en supposant que les ions sont immobiles, ce qui est vrai seulement en tout début d’interaction. En régime stationnaire, l’équation de Poisson et l’équation fluide du mouvement électronique permettent d’écrire :

$$E_y^s = -\frac{m_e c^2}{e} \nabla \sqrt{1 + a^2/2}, \quad (4.29)$$

avec $a = a_0 \exp(-y^2/W_0^2)$. Cette équation, tracée en tirets sur la figure 4.42(b), donne un ordre de grandeur du champ E_y^s . Elle ne reproduit pas les oscillations du champ simulé, qui résultent des écarts locaux à la neutralité en charge.

Le champ magnétostatique conserve une structure relativement régulière (figure 4.43(a)) malgré les modulations de densité présentes dans le canal à $0.3n_c$. Il est généré par la population électronique circulant dans le canal, qui s’apparente aux électrons présentés sur la figure 4.34(b). On peut estimer de manière simplifiée le courant d’électrons générant le champ magnétostatique B_z^s , en

moyennant en temps sur la fréquence laser l'équation de Maxwell-Faraday :

$$\frac{\partial B_z^s}{\partial y} = \mu_0 j_x. \quad (4.30)$$

On observe que le champ magnétique est de la forme (tracé en figure 4.40(a)) :

$$B_z^s = B_0 \frac{y}{y_0} e^{-(y/y_0)^\alpha}, \quad (4.31)$$

avec $\alpha = 4$, $y_0 = 80c/\omega_0$ et $B_0 = 0.13m_e\omega_0/e$. Le courant se déduit de l'équation (4.31) :

$$j_x = \frac{B_0}{\mu_0 y_0} \left(1 - \alpha \left(\frac{y}{y_0} \right)^\alpha \right) e^{-(y/y_0)^\alpha}, \quad (4.32)$$

en remarquant que cette forme du courant, conformément à la simulation, induit un champ magnétique nul à l'extérieur du canal puisque $\int_{-\infty}^{\infty} j_x dy = 0$. Cette estimation du courant à partir du champ magnétique mesuré se compare bien au courant observé en figure 4.41 pour $n_0 = 0.01n_c$. Il est clair que les électrons présents à l'intérieur du canal atteignent facilement une vitesse proche de c et possèdent une densité faible. Au contraire, le courant sur les parois du canal, correspondant à des électrons se propageant selon la direction $-x$, est constitué d'une population peu énergétique mais très dense.

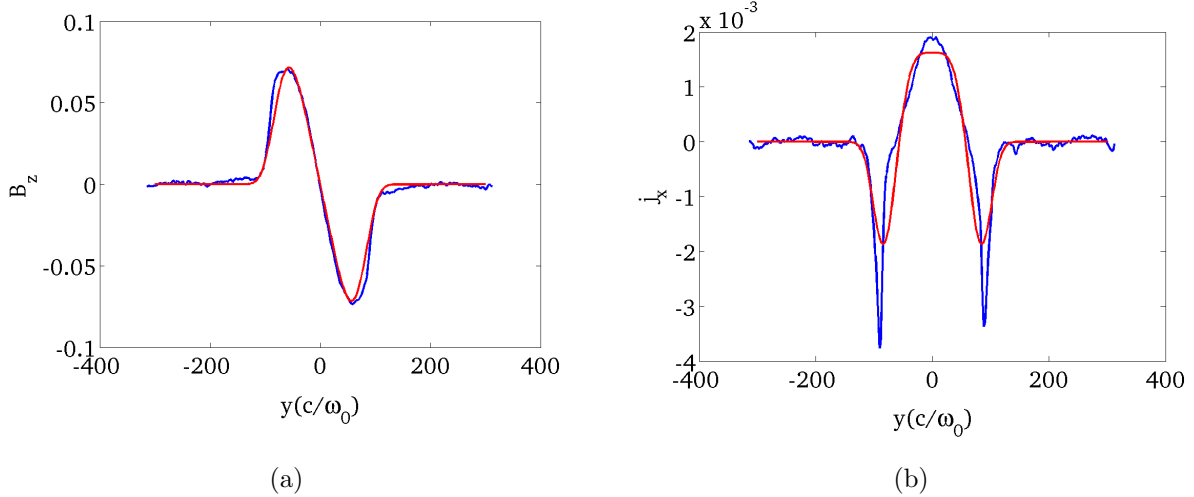


FIGURE 4.40 – (a) Champ magnétostatique, (b) courant longitudinal. Les courbes bleues sont des coupes en $x = 750c/\omega_0$ de la simulation de la figure 4.41. Les lignes rouges sont tracées avec les équations (4.31) et (4.32). $I = 10^{19}\text{W}/\text{cm}^2$, $n_0 = 0.01n_c$ et $r_0 = 16\mu\text{m}$.

Une analyse plus approfondie nous apprend qu'environ la moitié des électrons présents dans le canal possèdent une énergie de plus de 5 MeV. Par exemple, pour $I = 10^{19}\text{W}/\text{cm}^2$ et $n_0 = 0.3n_c$, la fraction des électrons ayant une énergie inférieure à 5 MeV, $n_{<5}$ vaut $n_{<5}/n_{\text{canal}} = 0.04n_c/0.1n_c$, n_{canal} étant la densité des électrons dans le canal. Pour $n_0 = 0.01n_c$ cette fraction est de $n_{<5}/n_{\text{canal}} = 0.0025n_c/0.005n_c$. Le courant j_x à l'origine de la génération du champ magnétique est donc dû en majorité aux électrons accélérés par bêtatron ou chauffage stochastique, dont la modélisation est ardue [63, 79, 30]. Certains auteurs donnent des formules pour le champ magnétique [80, 81, 48], mais la densité du faisceau d'électrons reste un paramètre libre. On peut

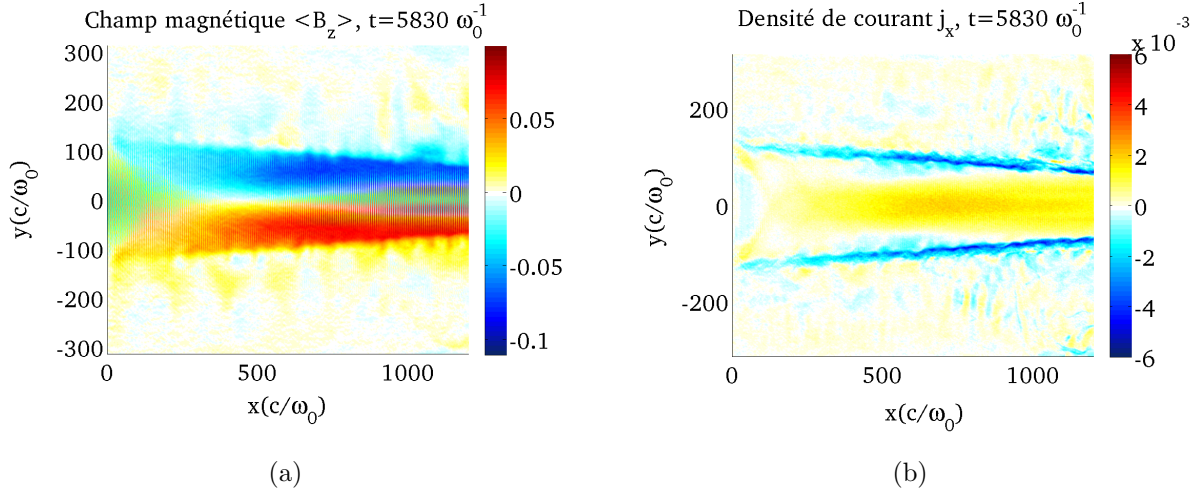


FIGURE 4.41 – (a) Carte du champ statique $\langle B_z \rangle$, (b) du courant j_x . $I = 10^{19} \text{W/cm}^2$, $n_0 = 0.01 n_c$.

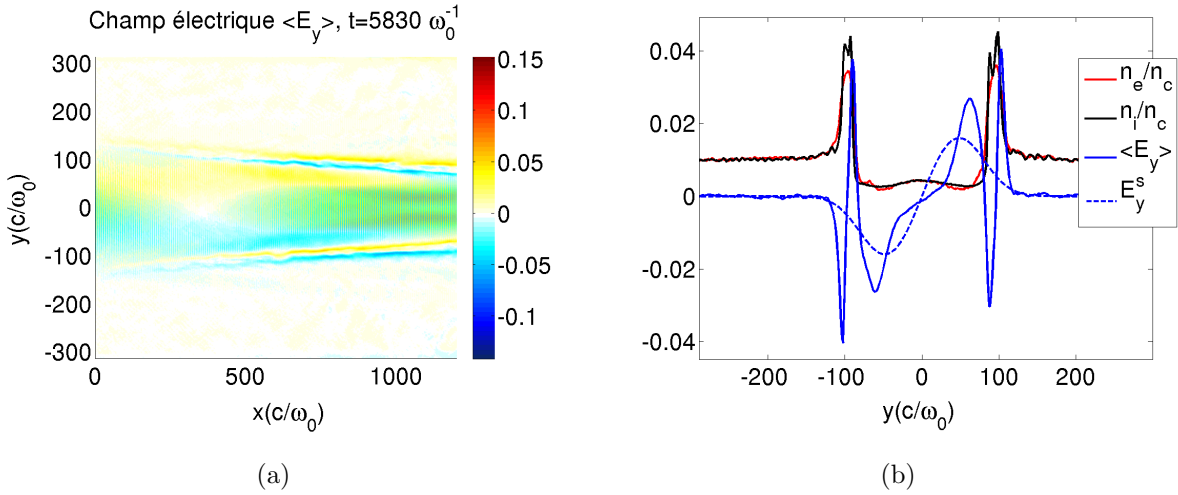


FIGURE 4.42 – (a) Carte du champ statique $\langle E_y \rangle$. (b) Coupes en $x = 750c/\omega_0$ (ligne bleue) du champ E_y^s et des densités électronique et ionique. La ligne en tirets bleus est tracée avec l'équation (4.29). $I = 10^{19} \text{W/cm}^2$, $n_0 = 0.01 n_c$.

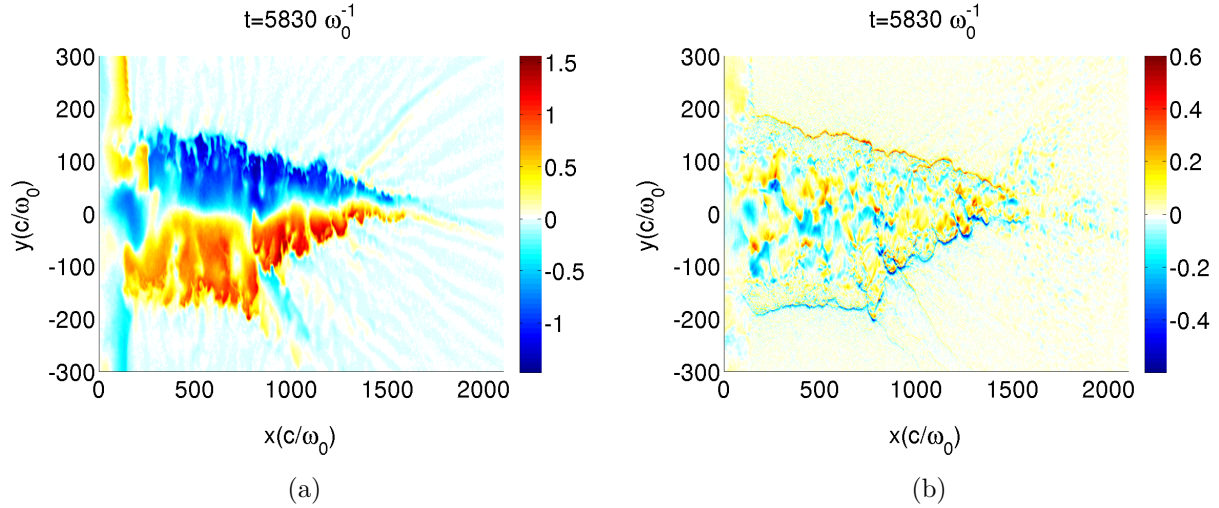


FIGURE 4.43 – Cartes des champs statiques (a) $\langle B_z \rangle$ et (b) $\langle E_y \rangle$. $I = 10^{19} \text{W/cm}^2$, $n_0 = 0.3n_c$.

néanmoins donner au champ magnétique un ordre de grandeur $B_z^s \approx e\mu_0 r_0 n_e c$, qui correspond à un faisceau d'électrons de densité constante n_e et de vitesse c , c'est donc a priori une estimation par excès.

Dans le cas 3D présenté dans [5] pour $n > 0.1n_c$ et $I \approx 10^{19} \text{W/cm}^2$, le canal plasma ne présente pas l'irrégularité observé en 2D pour $n > 0.1n_c$, ce qui peut être dû à un maillage insuffisant ou à une particularité de la géométrie 2D plane.

4.4.2 Couplage laser-plasma

Après nous être intéressés à la répartition des populations électroniques chaudes dans le plasma, vient naturellement la question de la quantité d'énergie électronique émise vers l'avant lors de l'interaction. L'étude est réalisée pour les simulations avec des plasmas de densité exponentielle $n(x) = n_0 \exp(x/l)$ comme ceux de la figure 4.30. Les densités en $x = 0$ sont de $n_0 = 0.03 - 0.1n_c$ et $n_0 = 0.1n_c$, respectivement pour $I = 10^{19}$ et 10^{20}W/cm^2 , avec une tache focale de $r_0 = 16 \mu\text{m}$. On se place donc dans une configuration proche de celle de l'allumage rapide, pour lequel le pré-chauffage dû aux électrons chauds produits lors du creusement est une des problématiques.

Pour rendre compte de l'efficacité du couplage entre le laser et le plasma, on comptabilise au cours du temps l'énergie totale \mathcal{E}_e des électrons de plus de 100 keV passant par le bord droit de la boîte de simulation avec un angle compris entre -30° et $+30^\circ$. En pratique, l'énergie \mathcal{E}_e est la somme de l'énergie de chaque électron ayant traversé une surface de contrôle depuis le début de la simulation. Cette surface de contrôle peut soit être le bord droit du domaine de simulation (c'est donc un segment), soit la frontière du domaine de simulation (un rectangle). Dans ce dernier cas, les diagnostics de CALDER sont tels que seuls les électrons sortants du domaine de simulation sont comptabilisés dans le calcul de \mathcal{E}_e . Dans le cas du segment, on ne comptabilise que les électrons se propageant vers la droite.

Seuls les électrons de plus de 100 keV avec une ouverture angulaire inférieure à $\pm 30^\circ$ sont susceptibles d'atteindre le cœur d'une cible d'allumage rapide [14], et donc de la pré-chauffer. Les figures 4.44(a) et 4.44(b) montrent les fonctions de distribution électronique intégrées en temps, pour $I = 10^{20} \text{W/cm}^2$. La première comptabilise les électrons traversant le bord droit de la simulation. La deuxième fonction de distribution comptabilise les électrons sortant du domaine

de simulation. On remarque deux lobes électroniques positionnés à $\pm 60^\circ$, dont les électrons ne risquent pas de se propager dans le cœur dense de la cible. En effet, si on considère que la cible comprimée a un rayon de $100\mu\text{m}$ (voir par exemple [14]), alors un électron émis depuis l'axe du laser avec un angle θ , et à une distance d du bord droit de la simulation, se propage dans la cible si $(d+100\mu\text{m})\tan(\theta) < 100\mu\text{m}$. Pour $\theta = 30^\circ$, on a $d \approx 75\mu\text{m}$, c'est à dire que des électrons émis avec un angle supérieur à 30° ne se propagent dans la cible que s'ils se situent dans les 75 derniers μm de notre boîte de simulation. Ce calcul est bien sûr une estimation, et il faudrait en fait prendre en compte l'extension transverse de la source. Si on refait la même estimation pour un électron émis au bord haut du canal plasma, en r_0 , alors on obtient $d \approx 100\mu\text{m}$. La figure 4.38(c) laisse cependant supposer qu'un calcul sur l'axe est suffisant.

L'énergie \mathcal{E}_e est tracée en figure 4.44(c) en sommant la fonction de distribution montrée en figure 4.44(a), pour les électrons dont l'angle d'émission est inférieur à $\pm 30^\circ$. \mathcal{E}_e est comparée à l'énergie laser intégrée en temps, \mathcal{E}_l , pour différentes simulations. Les électrons qui se propagent avec une vitesse proche de c (figure 4.38(c)) atteignent en premier le bord droit pour $t \approx L_x/c$, soit $6280\omega_0^{-1}$ et $9420\omega_0^{-1}$ pour $n_0 = 0.1n_c$ et $n_0 = 0.03n_c$ respectivement. Le rapport $\mathcal{E}_e/\mathcal{E}_l$ atteint finalement quelques pourcent de l'énergie laser utilisée pour creuser le canal depuis le début de la simulation. Puisque nous somme en géométrie 2D plane, nos simulations calculent des énergies linéiques, et c'est pourquoi il est pratique de tracer le rapport $\mathcal{E}_e/\mathcal{E}_l$. On peut estimer l'énergie \mathcal{E}_e en la multipliant par une dimension transverse typique, par exemple le waist W_0 . On obtient :

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_e &= \left(\frac{\mathcal{E}_e}{\mathcal{E}_l}\right)(t_f) \times \mathcal{E}_l(t_f), \\ &= \left(\frac{\mathcal{E}_e}{\mathcal{E}_l}\right)(t_f) \times \int_0^{t_f} \int_{-\infty}^{\infty} I \exp\left[-2\frac{y^2}{W_0^2}\right] dy dt \times W_0, \\ &= \left(\frac{\mathcal{E}_e}{\mathcal{E}_l}\right)(t_f) \times t_f I \sqrt{\frac{\pi}{2}} W_0^2,\end{aligned}\tag{4.33}$$

où t_f est le temps total d'interaction. Les simulations sont arrêtées au moment où l'impulsion laser atteint la densité critique, il faut donc prendre la dernière valeur atteinte par les courbes de la figure 4.44(c), c'est-à-dire $(\mathcal{E}_e/\mathcal{E}_l)(t_f) \approx 0.025$ et 0.006 respectivement pour $I = 10^{19}$ et $10^{20}\text{W}/\text{cm}^2$. Avec la figure 4.44(c) et la relation précédente, on estime $\mathcal{E}_e \approx 0.025 \times 366 \text{ J} \approx 9.2 \text{ J}$ pour $I = 10^{19}\text{W}/\text{cm}^2$, et $\mathcal{E}_e \approx 0.006 \times 1580 \text{ J} \approx 9.5 \text{ J}$ pour $I = 10^{20}\text{W}/\text{cm}^2$. L'énergie électronique transmise est au mieux de quelques dizaines de joules. Si l'on associe à ces électrons une température de 1 MeV, et sachant que la vitesse radiale de nos électrons (introduite par Debayle *et al.* [15] pour quantifier la divergence électronique) mesurée avec les simulations est au maximum de $\theta \approx 15^\circ y[\mu\text{m}]/20$, alors (d'après [14, 15]) l'énergie du faisceau d'électrons qui doit créer le point chaud est au moins de quelques dizaines de kilojoules. Le pré-chauffage de la cible par creusement de canal ne devrait donc avoir qu'un faible impact sur les conditions d'allumage.

Remarquons que nos fonctions de distribution sont tronquées en énergie. Par exemple la fonction de distribution de la figure 4.44(a) est tronquée à 15 MeV, et il convient donc d'évaluer si l'énergie située au delà de 15 MeV peut jouer sur le rapport $\mathcal{E}_e/\mathcal{E}_l$. Pour cela nous avons tracé en figure 4.45 l'intégrale en angle des fonctions de distribution des figures 4.44(a) et 4.44(b), et nous avons approximé la queue de la fonction de distribution de 10 à 15 MeV par une maxwellienne $f(>10\text{MeV}) \approx 0.12 \exp(-\mathcal{E}/T)$, avec $T \approx 8700 \text{ keV}$. On peut alors estimer le rapport $\int_0^{15 \text{ MeV}} f d\mathcal{E} / \int_{15 \text{ MeV}}^{\infty} 0.12 \exp(-\mathcal{E}/T) d\mathcal{E} \approx 3$. Tronquer en énergie modifie donc peu le calcul de $\mathcal{E}_e/\mathcal{E}_l$.

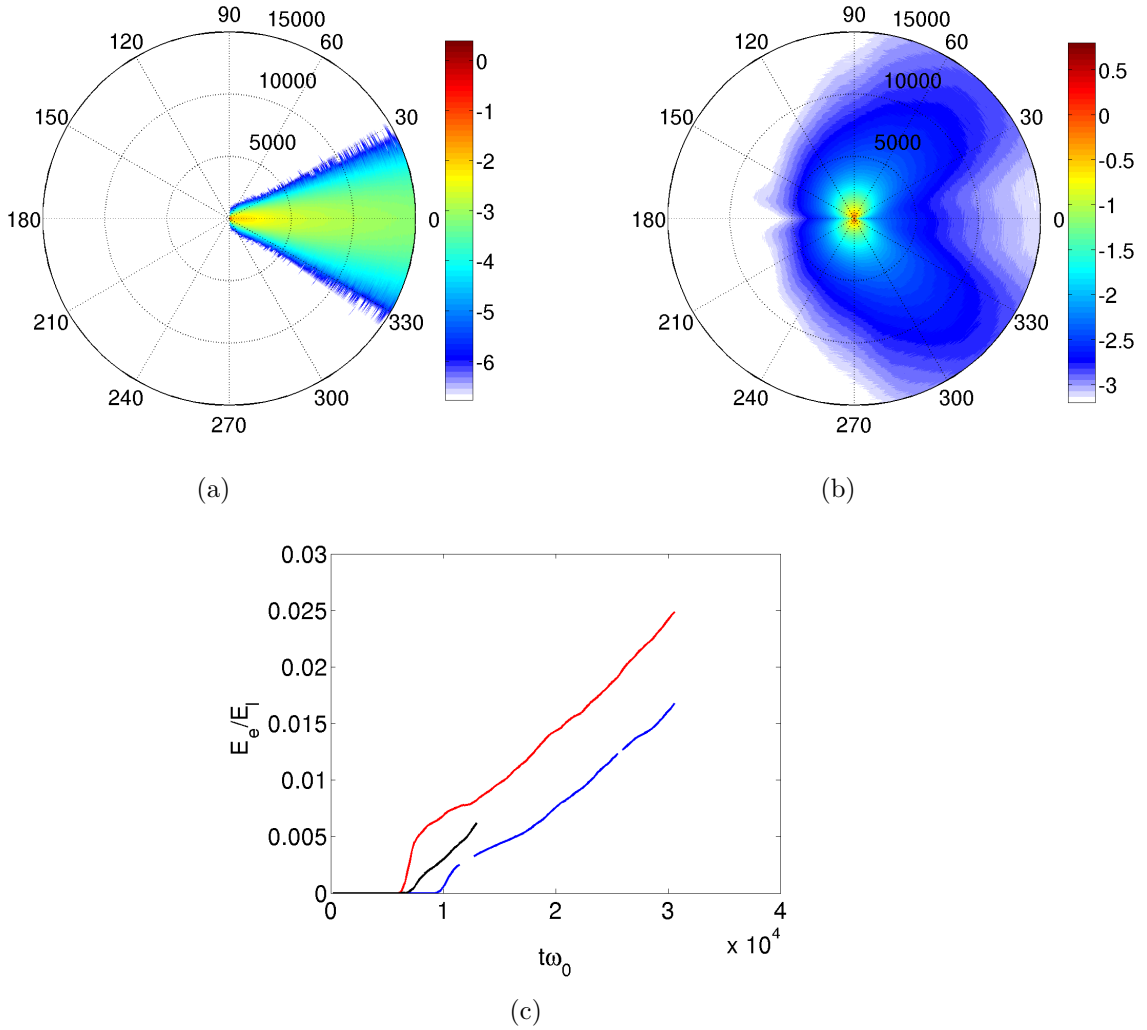


FIGURE 4.44 – Fonctions de distribution électronique $\log(f_e)/\log(10)$ en angle (degrés) et énergie (keV) dans le cas où on comptabilise les électrons traversant un segment (a) et un rectangle (b), intégrées en temps pour $I = 10^{20}\text{W}/\text{cm}^2$. (c) Énergie totale des électrons émis vers l’avant avec un angle de $\pm 30^\circ$, rapportée à l’énergie laser pour $I = 10^{19}\text{W}/\text{cm}^2$ et $n_0 = 0.03n_c$ (bleu), $n_0 = 0.1n_c$ (rouge), et pour $I = 10^{20}\text{W}/\text{cm}^2$, $n_0 = 0.1n_c$ (noir).

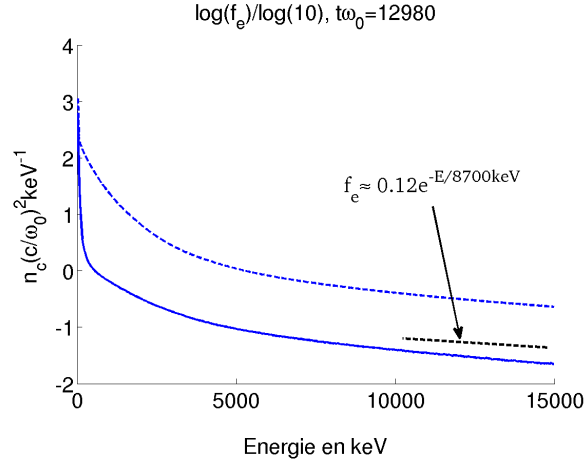


FIGURE 4.45 – Fonctions de distribution électronique intégrées en temps pour $t = 12980\omega_0^{-1}$, $I = 10^{20}\text{W}/\text{cm}^2$, $n_0 = 0.1n_c$ dans le cas où on comptabilise les électrons traversant un segment (ligne continue) et un rectangle (tirets). On peut modéliser les électrons de plus de 10 MeV par une maxwellienne de température $T = 8.7$ MeV.

4.4.3 Résumé

Connaître les caractéristiques (température, mécanisme d'accélération) des électrons chauds est essentiel pour comprendre comment l'énergie du laser est déplétée. En comparaison, l'énergie ionique, due au potentiel pondéromoteur du laser et à l'éclatement coulombien, est résiduel et facile à estimer [52, 53]. Au contraire, l'accélération des électrons résulte d'un mécanisme complexe de résonance entre la fréquence d'oscillation d'un électron, le champ magnétique statique et l'impulsion laser. L'énergie atteinte par ceux-ci reste à ce jour difficile à estimer [79, 60].

Nous avons mesuré la température $\langle K \rangle$ des électrons chauds pour chaque intensité, et établi une loi d'échelle reliant l'énergie moyenne électronique $\langle \gamma - 1 \rangle$ et le potentiel vecteur normalisé du laser a : $\langle \gamma - 1 \rangle \approx \sqrt{1 + a^2/b^2} - 1$, où b est un paramètre. Les électrons chauds sont accélérés dans le canal par le laser et évacués au front du canal.

Les champs électrostatique et magnétostatique associés respectivement à l'expulsion pondéromotrice des particules et au courant d'électrons chauds n'adoptent pas le même comportement selon la densité du plasma. Pour $n < 0.1n_c$ les champs statiques et les parois du canal sont lisses et possèdent une structure cohérente. Pour $n > 0.1n_c$, le champ électrostatique est chahuté et les parois du canal sont déchiquetés malgré la régularité du laser. Les filaments de densité restant en travers du canal viennent perturber le champ électrostatique. En revanche, le champ magnétique, aidé par la constance du courant électronique, garde une forme cohérente.

Nos données des simulations millimétriques reproduisant l'allumage rapide nous permettent de comptabiliser la fraction d'énergie laser convertie en électrons chauds ($\mathcal{E} > 100\text{keV}$), pouvant potentiellement pré-chauffer la cible d'allumage rapide. En fin d'interaction, lorsque le canal a atteint la densité critique, l'énergie des d'électrons chauds ne dépasse pas quelques dizaines de joules. Le creusement ne présente donc a priori aucun risque de pré-chauffage sachant qu'une dizaines de kJ [14, 15] seraient nécessaire pour enclencher la réaction de fusion.

4.5 Modélisation de la vitesse de propagation

Dans la section 4.3.2 nous avons mesuré la vitesse de propagation de l'impulsion laser dans un plasma, et nous allons maintenant essayer de construire un modèle reproduisant les observations.

Les vitesses que nous mesurons sont bien inférieures à la vitesse de groupe linéaire v_g , ce qui traduit l'absorption élevée du laser par le plasma (section 4.4). Rappelons que nous mesurons la vitesse de creusement à partir des variations de densité du plasma, et non directement la vitesse de propagation de l'impulsion laser. Cependant ces deux grandeurs sont équivalentes puisque l'impulsion laser qui nous intéresse est contenue dans le canal. On observe toujours qu'une petite partie de l'impulsion laser de basse intensité, appelée précurseur, devance la formation du canal en se propageant à la vitesse de groupe. L'effet de ce précurseur sur le plasma est inférieur à notre limite de détection, si bien qu'on mesure la vitesse de propagation non-linéaire de l'impulsion laser. Ainsi, la vitesse de propagation que nous mesurons s'apparente à la vitesse du signal.

Pour déterminer la vitesse de creusement, il est possible d'établir un bilan d'énergie au niveau du front, c'est-à-dire là où l'intensité laser décroît brutalement. On effectue le bilan sur le volume ϑ représenté sur les figures 4.46(a), 4.47 et 4.48, délimité par la surface Σ (qui ici est un rectangle entourant le front). On obtient alors, sous certaines hypothèses explicitées ci-dessous [82, 83, 32, 84], une relation du type :

$$v_f \propto \frac{\Delta S_k + \Delta S_{em}}{\Delta U_k + \Delta U_{em}}, \quad (4.34)$$

où v_f est la vitesse du front, et où les indices k et em dénotent les quantités cinétique et électromagnétique (comprenant les champs statiques). Pour obtenir cette relation, que nous démontrons après avoir défini ΔS et ΔU , il faut comptabiliser la variation d'énergie dans le volume ϑ entre deux instants t_1 et $t_2 = t_1 + dt$. On considère que le front du canal se comporte comme un choc, et qu'on peut définir séparément les énergies à gauche (exposant $-$) et à droite (exposant $+$) du front.

ΔS est la somme des flux de densité d'énergie surfacique pris sur la surface d'intégration Σ (figures 4.46(a), 4.47 et 4.48), c'est-à-dire :

$$\Delta S_k = \frac{1}{\Sigma} \int_{\Sigma} \int_{-\infty}^{\infty} [(\gamma_k - 1) f_k \vec{v}_k dp_k] \cdot d\vec{\Sigma}, \quad (4.35)$$

$$\Delta S_{em} = \frac{1}{\Sigma} \int_{\Sigma} \vec{\mathcal{P}} \cdot d\vec{\Sigma}, \quad (4.36)$$

où $\vec{\mathcal{P}}$ est le vecteur de Poynting. Chacune de ces quantités peut se décomposer sur les surfaces de Σ , dénotées par $-x$, $+x$, $-y$ et $+y$ (voir le schéma 4.46(a)), on note alors $\Delta S = S^{-x} + S^{+x} + S^{-y} + S^{+y}$. Le flux entrant est compté positivement, autrement dit $d\vec{\Sigma}$ est orienté vers l'intérieur du volume.

ΔU est la différence entre les densités d'énergies à gauche (exposant $-$) et à droite (exposant $+$) du front, c'est-à-dire :

$$\Delta U_k = \frac{1}{\vartheta^-} \int_{\vartheta^-} \int_{-\infty}^{\infty} (\gamma_k - 1) f_k dp d\vartheta^- - \frac{1}{\vartheta^+} \int_{\vartheta^+} \int_{-\infty}^{\infty} (\gamma_k - 1) f_k dp d\vartheta^+ = U_k^- - U_k^+, \quad (4.37)$$

$$\Delta U_{em} = \frac{1}{\vartheta^-} \int_{\vartheta^-} \left(\frac{\epsilon_0}{2} E^2 + \frac{1}{2\mu_0} B^2 \right) d\vartheta^- - \frac{1}{\vartheta^+} \int_{\vartheta^+} \left(\frac{\epsilon_0}{2} E^2 + \frac{1}{2\mu_0} B^2 \right) d\vartheta^+ = U_{em}^- - U_{em}^+, \quad (4.38)$$

avec ϑ^- et ϑ^+ les volumes à gauche et à droite du front, ils vérifient $\vartheta = \vartheta^+ + \vartheta^-$.

On peut maintenant obtenir la relation (4.34). L'énergie \mathcal{E} contenu dans le volume ϑ , supposé indépendant du temps, aux instants t_1 et $t_2 = t_1 + dt$ s'écrit :

$$\mathcal{E}(t_1) = U^-(t_1)\vartheta^-(t_1) + U^+(t_1)\vartheta^+(t_1), \quad (4.39)$$

$$\mathcal{E}(t_2 = t_1 + dt) = U^-(t_2)\vartheta^-(t_2) + U^+(t_2)\vartheta^+(t_2), \quad (4.40)$$

où nous avons noté $U = U_k + U_{em}$ pour simplifier les notations. La variation d'énergie entre t_1 et t_2 s'écrit, en supposant un régime stationnaire, c'est-à-dire $U^-(t_1) = U^-(t_2) = U^-$ et $U^+(t_1) = U^+(t_2) = U^+$:

$$d\mathcal{E} = \mathcal{E}(t_2) - \mathcal{E}(t_1) = [U^-\vartheta^-(t_2) - U^-\vartheta^-(t_1)] + [U^+\vartheta^+(t_2) - U^+\vartheta^+(t_1)], \quad (4.41)$$

$$= U^- [\vartheta^-(t_2) - \vartheta^-(t_1)] + U^+ [\vartheta^+(t_2) - \vartheta^+(t_1)], \quad (4.42)$$

$$= U^- d\vartheta^- + U^+ d\vartheta^+. \quad (4.43)$$

La variation de volume à gauche du front est l'opposée de la variation de volume à droite, puisque que l'on suppose $d\vartheta = 0$, on a donc $d\vartheta^- = -d\vartheta^+$. De plus la variation d'énergie $d\mathcal{E}$ est égale au flux d'énergie à travers la surface Σ pendant dt , c'est-à-dire $d\mathcal{E} = \Delta S dt \Sigma$. Au final, nous obtenons :

$$d\mathcal{E} = \Delta S dt \Sigma = U^- d\vartheta^- + U^+ d\vartheta^+ = \Delta U d\vartheta^-, \quad (4.44)$$

soit :

$$\frac{d\vartheta^-}{\Sigma dt} = \frac{\Delta S_k + \Delta S_{em}}{\Delta U_k + \Delta U_{em}}. \quad (4.45)$$

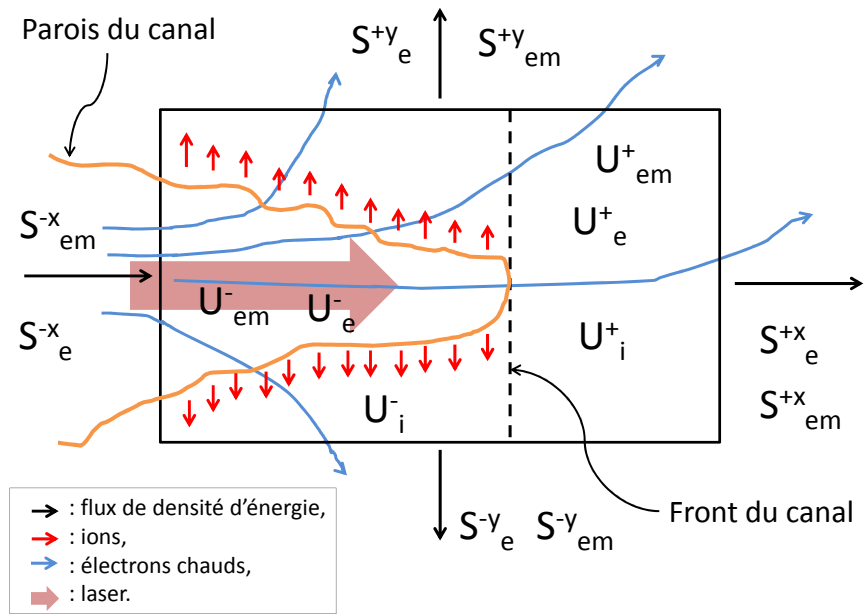
Dans l'hypothèse où le front du canal est un segment orienté selon y et occupant toute la largeur Σ^{-x} du volume ϑ , ce qui revient à un creusement 1D, nous pouvons écrire $d\vartheta^- = \Sigma^{-x} v_f dt$. L'équation précédente devient alors :

$$v_f = \frac{\Sigma}{\Sigma^{-x}} \frac{\Delta S_k + \Delta S_{em}}{\Delta U_k + \Delta U_{em}}. \quad (4.46)$$

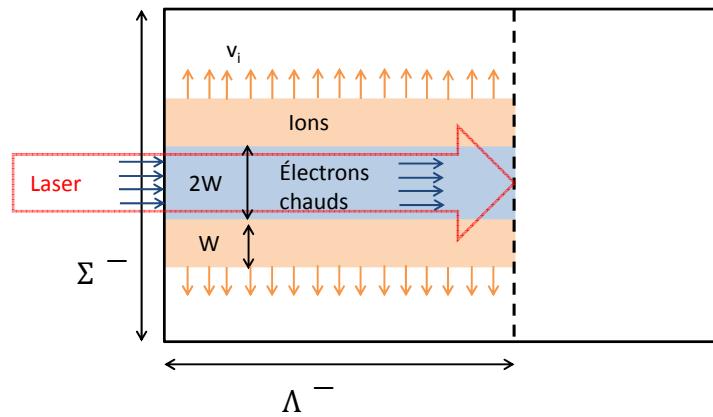
Avec cette dernière relation la vitesse du front semble dépendre des dimensions du volume ϑ sur lequel nous faisons notre bilan, ce qui serait problématique. Pour nous convaincre que ce n'est pas le cas nous allons calculer les quantités ΔS et ΔU de manière simplifiée.

La figure 4.47 permet de comparer les flux S_k longitudinaux et transverses pour les ions et les électrons, dans le cas d'une impulsion laser d'intensité $I = 10^{19} \text{W/cm}^2$ et de tache focale $r_0 = 16 \mu\text{m}$ creusant un plasma homogène de densité $n_0 = 0.3n_c$. De même, la figure 4.48 permet de comparer les quantités U_k , U_{em} , et $U_{em,s}$ (pour le champ magnétique statique). Le volume ϑ est représenté sur chaque figure (rectangle noir), et les volumes ϑ^- et ϑ^+ sont séparés par la ligne en tirets placée en $x = 1521c/\omega_0$. La surface Σ délimitant notre bilan d'énergie est un rectangle constitué des surfaces Σ^{-x} , Σ^{+x} , Σ^{-y} , Σ^{+y} . Les dimensions du volume sont : $\Sigma = 5202c/\omega_0$, $\Sigma^{-x} = \Sigma^{+x} = 799c/\omega_0$ et $\Sigma^{-y} = \Sigma^{+y} = 1802c/\omega_0$. Les quantités à évaluer sont résumées sur la figure 4.46(a), et calculées en détail dans le tableau 4.8. Nous ne disposons pas du flux électromagnétique S_{em} comme diagnostic dans Calder. On estime donc S_{em} à partir de U_{em} , en prenant soin que la surface Σ^{-x} soit suffisamment loin du front du canal pour que le canal soit presque vide et garantir $S_{em} \approx cU_{em}$. La réflexion du laser est donc supposée nulle. Le tableau 4.8 résume les quantités U et S que nous avons calculées numériquement sur le volume ϑ des figures 4.47 et 4.48. Nous pouvons maintenant faire un calcul précis, qui donne :

$$v_f \approx c \frac{5202}{799} \times \frac{0.02 + 7.65 \cdot 10^{-5} + 0.023}{0.33 + 0.0742 + 0.06 + 0.055} \approx 0.54c, \quad (4.47)$$



(a)



(b)

FIGURE 4.46 – (a) Schéma du bilan d'énergie et (b) schéma du canal idéal.

ce qui surestime la valeur mesurée de $V_c \approx 0.3c$, mais reste néanmoins assez proche compte tenu des fluctuations observées lors du creusement et de l'hypothèse de creusement 1D. Nous avons considéré ici que le laser se propage avec une vitesse très proche de c . La forme linéaire de la vitesse de groupe $v_g = c\sqrt{1 - \frac{n_e}{n_c}}$, ou la variante relativiste $c\sqrt{1 - \frac{n_e}{\sqrt{1+a_0^2}/2n_c}}$ nous semble ici mal adapté étant donné le chauffage élevé et non-linéaire des électrons. En effet les températures observées (données par le tableau 4.6) laissent à penser que le comportement des électrons devient, après chauffage, indépendant du champ laser, d'où l'impertinence de ces formules.

U_e^-	0.42	U_i^-	0.0751	U_{em}^-	0.065	$U_{em,s}^-$	0.055
U_e^+	0.094	U_i^+	$9 \cdot 10^{-4}$	U_{em}^+	0.005	$U_{em,s}^+$	$3.45 \cdot 10^{-4}$
ΔU_e	0.33	ΔU_i	0.0742	ΔU_{em}	0.06	$\Delta U_{em,s}$	0.055
S_e^{-x}	0.022	S_i^{-x}	$7.65 \cdot 10^{-5}$	S_{em}^{-x}	0.026		
S_e^{+x}	-0.006	S_i^{+x}	$-3.5 \cdot 10^{-9}$	S_{em}^{+x}	$-7 \cdot 10^{-4}$		
S_e^{-y}	-0.0087	S_i^{-y}	$-3.6 \cdot 10^{-8}$	S_{em}^{-y}	-0.0012		
S_e^{+y}	-0.0045	S_i^{+y}	$-3.7 \cdot 10^{-8}$	S_{em}^{+y}	-0.0012		
ΔS_e	0.02	ΔS_i	$7.65 \cdot 10^{-5}$	ΔS_{em}	0.023		

TABLE 4.8 – Quantités $U(n_c m_e c^2)$ et $S(n_c m_e c^3)$ calculées avec les figures 4.47 et 4.48, et servant à estimer (4.47).

On peut maintenant établir quelques approximations, et essayer de déterminer une formule approchée avec un sens physique acceptable. Dans la modélisation qui suit, et avec les résultats du tableau 4.8, on considère que le laser, entrant en $-x$, est totalement absorbé durant l'accélération des électrons et le creusement du canal, ce qui implique $S_{em}^{+x} = S_{em}^{\pm y} \approx 0$ et $U_{em}^+ \approx 0$, soit $\Delta S_{em} = S_{em}^{-x}$ et $\Delta U_{em} = U_{em}^-$. Le flux ionique est presque exclusivement transverse, et on choisit Σ de telle sorte qu'aucun ion ne la traverse, on a donc $\Delta S_i \approx 0$. Dans ce cas précis (tableau 4.8) on constate que le flux d'électrons sortant par les surfaces $+x$ et $\pm y$ est négligeable devant le flux d'électrons entrant S_e^{-x} , ce qui est également le cas pour les autres simulations.

Nous allons considérer un canal idéalisé représenté sur le schéma 4.46(b). Le faisceau d'électrons chauds, qui se propage à c , est de dimension $\Lambda^- \times 2W$ et densité constante, Λ^- est la longueur de ϑ^- qui vérifie $\vartheta^- = \Lambda^- \times \Sigma^{-x}$. Les ions et les électrons froids sont évacués sur la largeur du canal $2W$, on compte $W\Lambda^-n_0$ ions sur chaque paroi. Le canal est rempli de $2W\Lambda^-n_0$ d'électrons chauds à la température $\langle K \rangle$. On suppose aussi que l'impulsion laser, de profil gaussien et de waist W , garde une largeur constante jusqu'au front du canal. La déplétion du laser est donc négligée.

On remarque à l'aide des simulations que :

$$U_e^- \approx n_0 \langle K \rangle \frac{2W\Lambda^-}{\vartheta^-}, \quad (4.48)$$

où $\langle K \rangle$ est l'énergie moyenne des électrons chauds, telle que nous l'avons définie et mesurée en section 4.4. La loi d'échelle (4.48) à l'avantage de donner la dépendance de U_e^- en densité. Sachant que $\vartheta^- = \Lambda^- \times \Sigma^{-x}$, on estime avec $W \approx 50c/\omega_0$, $U_e^- \approx 0.3 \times \frac{7500}{511} \times \frac{2 \times 100}{799} n_c m_e c^2 \approx 0.55 n_c m_e c^2$, ce qui est proche du résultat numérique $U_e^- \approx 0.42 n_c m_e c^2$ du tableau 4.8. Le flux électronique $\Delta S_e \approx S_e^{-x}$ s'écrit, en supposant simplement que les électrons se propagent à c :

$$S_e^{-x} \approx n_0 \langle K \rangle c \frac{2W}{\Sigma}. \quad (4.49)$$

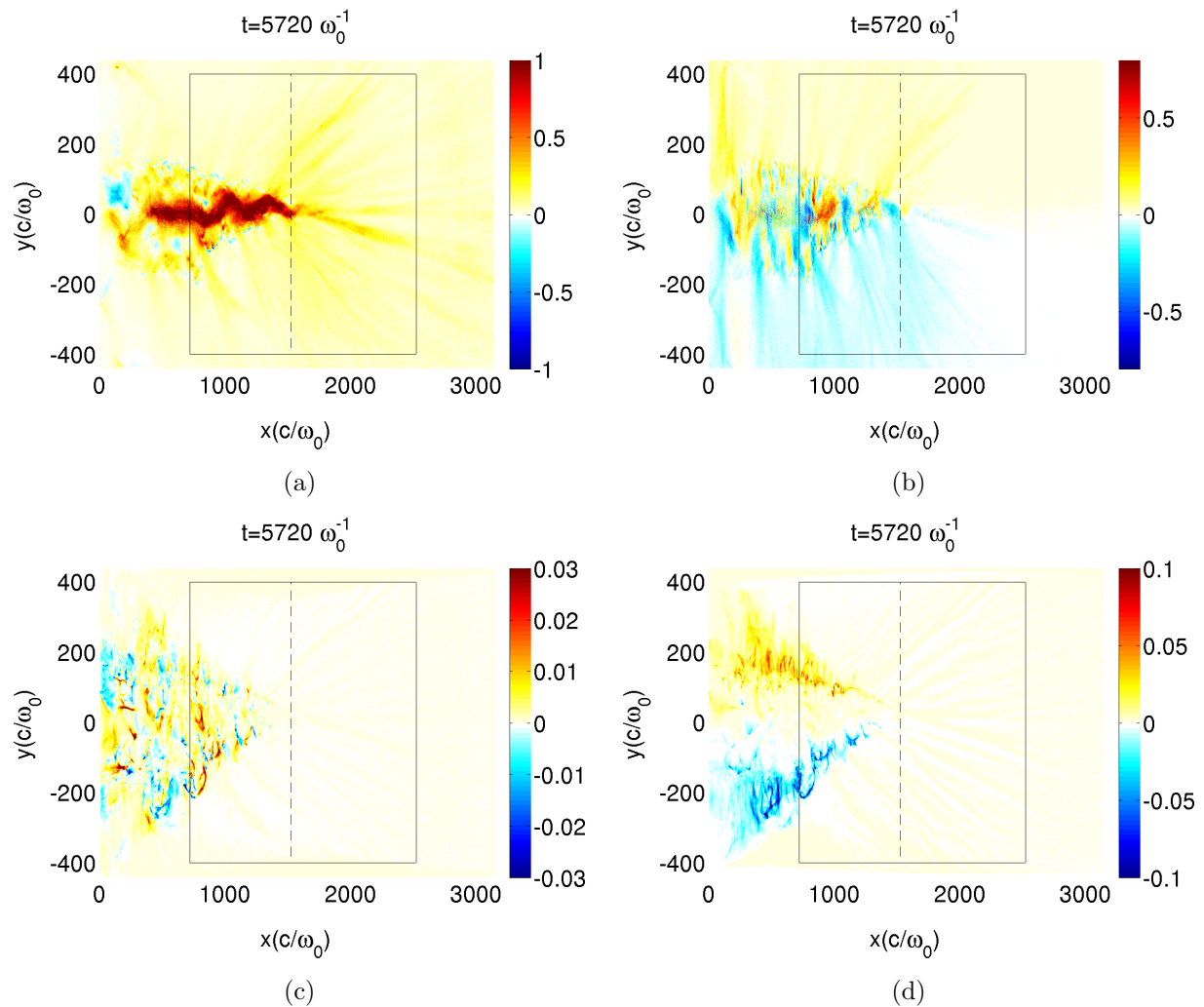


FIGURE 4.47 – Flux de densité d'énergie (a)-(b) électronique et (c)-(d) ionique, (a)-(c) longitudinaux et (b)-(d) transverses. Le volume \mathcal{V} est délimité par la surface Σ tracée en traits continus noirs. Les volumes \mathcal{V}^- et \mathcal{V}^+ sont séparés par la ligne en tirets noirs, placée en $x = 1521c/\omega_0$. $I = 10^{19}\text{W}/\text{cm}^2$, $n_0 = 0.3n_c$, et $r_0 = 16\mu\text{m}$.

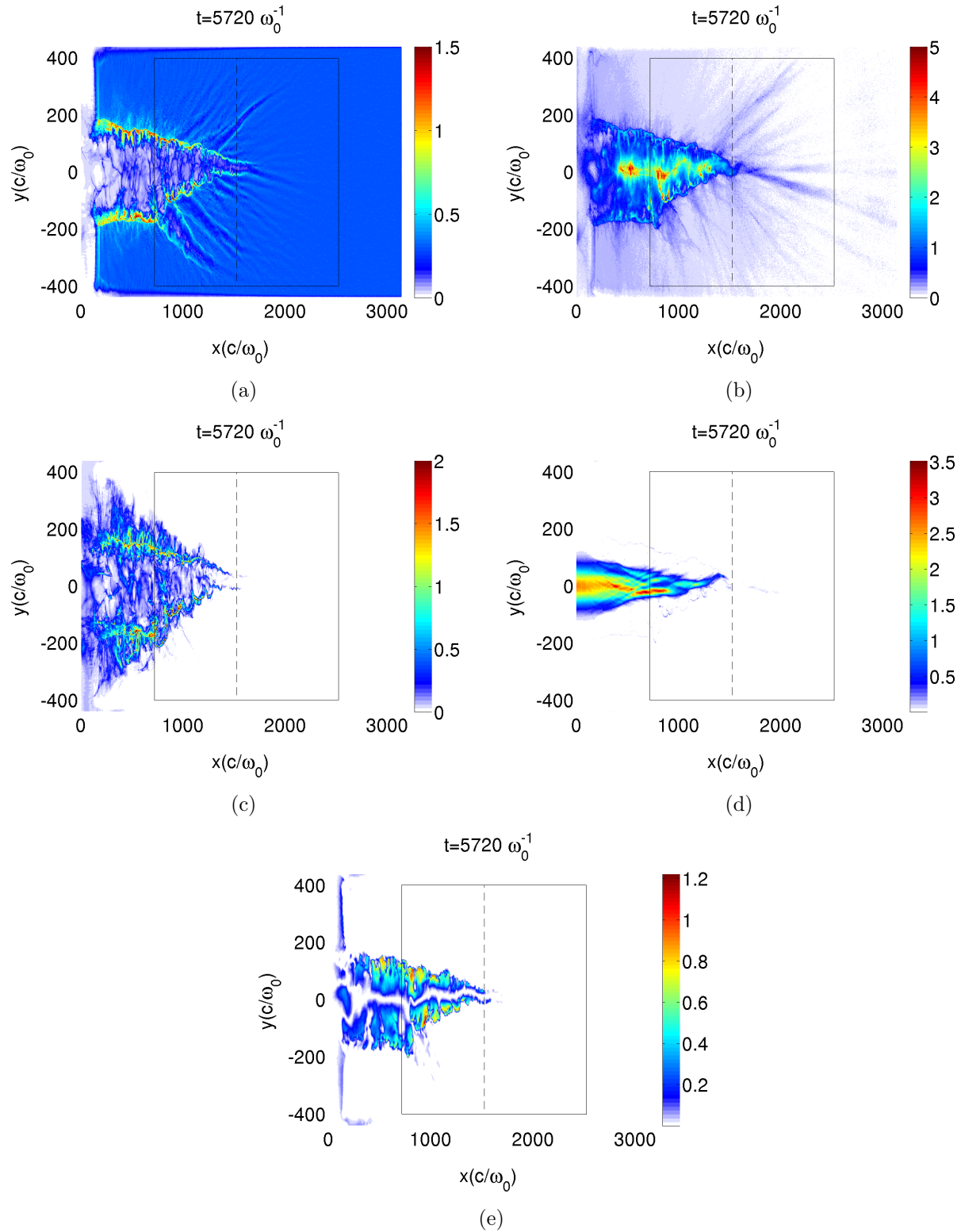


FIGURE 4.48 – Densité (a) ionique, et densité d'énergie (b) électronique, (c) ionique, (d) électrique $a^2/2$ (unité $(m_e \omega_0 c/e)^2$), et (e) magnétique statique $(B_z^s)^2/2$ (unité $(m_e \omega_0/e)^2$). Le volume ϑ est délimité par la surface Σ tracée en traits continus noirs. Les volumes ϑ^- et ϑ^+ sont séparés par la ligne en tirets noirs, placée en $x = 1521c/\omega_0$. $I = 10^{19}\text{W}/\text{cm}^2$, $n_0 = 0.3n_c$, et $r_0 = 16\mu\text{m}$.

On peut estimer la densité d'énergie ionique $\Delta U_i \approx U_i^-$ en supposant que les ions sont accélérés jusqu'à atteindre la vitesse acoustique ionique $v_i = c_s = \sqrt{k_B T_e / m_i}$, due au mécanisme de creusement exposée en section 3.2. L'énergie d'expulsion des ions s'écrit alors, en régime non-relativiste et en approximant la température électronique par le potentiel pondéromoteur [26] :

$$m_i \frac{v_i^2}{2} = \frac{m_e c^2}{2} \sqrt{1 + \frac{a_0^2}{2}}. \quad (4.50)$$

Si on suppose que l'impulsion laser de largeur $2W$ expulse tous les ions avec une vitesse v_i , alors la densité d'énergie ionique s'écrit :

$$U_i^- \approx n_0 m_i \frac{v_i^2}{2} \frac{2W \Lambda^-}{\vartheta^-} \approx \frac{n_0 m_e c^2}{2} \sqrt{1 + \frac{a_0^2}{2}} \frac{2W \Lambda^-}{\vartheta^-}. \quad (4.51)$$

L'équation précédente donne une estimation proche de la simulation (tableau 4.8) $U_i^- \approx 0.08 n_c m_e c^2$, avec $n_0 = 0.3 n_c$, $a_0 = 2.7$ et $W = 100c/\omega_0$. En résumé, $n_0 \times 2W \Lambda^-$ électrons occupent le canal avec une énergie moyenne $\langle K \rangle$, et chaque paroi du canal contient $n_0 \times W \Lambda^-$ ions d'énergie $m_i v_i^2/2$. Ce courant d'électrons chauds $\vec{j}_c = j_c \vec{e}_x$ génère évidemment un champ magnétique statique $\vec{B}^s = B^s \vec{e}_z$. Comme nous l'avons montré en section 4.4, on peut relier le courant au champ magnétique par :

$$\frac{\partial B^s}{\partial y} = \mu_0 j_c, \quad (4.52)$$

soit, sous nos hypothèses :

$$j_c = -ebn_0 c, \text{ si } -W \leq y \leq W, \text{ et } 0 \text{ sinon,} \quad (4.53)$$

$$B^s = \mu_0 j_c y, \quad (4.54)$$

où $B^s(y=0) = 0$ et b est un paramètre libre que nous fixons pour faire correspondre j_c et la simulation. Le champ magnétique est donc une fonction linéaire de y . En unité du code B^s vaut au maximum $(n_0/n_c)(W\omega_0/c)m_e\omega_0/e$, soit $30m_e\omega_0/e$ pour $n_0 = 0.3n_c$ et $W = 100c/\omega_0$. Ce qui surestime d'un facteur 30 le champ magnétique calculé par la simulation en figure 4.48(e). Il est donc nécessaire de réévaluer j_c en fixant $b \approx 0.04$. Il est maintenant facile de calculer la composante de $\Delta U_{em,s} \approx U_{em,s}^-$ associée au champ magnétique B^s . On a :

$$U_{em,s}^- = \int_{-W}^W \frac{(\mu_0 j_c y)^2}{2\mu_0} dy \frac{\Lambda^-}{\vartheta^-}, \quad (4.55)$$

$$= \frac{\mu_0 j_c^2 W^3 \Lambda^-}{3 \vartheta^-}. \quad (4.56)$$

La composante de ΔS_{em} associée au champ magnétique B^s est nulle puisque le vecteur de Poynting d'un champ statique est nul.

Il nous reste à calculer $\Delta U_{em} \approx U_{em}^-$ et $\Delta S_{em} \approx S_{em}^{-x}$. Sachant que le laser possède un profil gaussien :

$$U_{em}^- \approx \frac{1}{\vartheta^-} \int_{-\Sigma^{-x}/2}^{\Sigma^{-x}/2} \frac{a^2(y)}{2} dy n_c m_e c^2 \approx \frac{a_0^2}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \operatorname{erf}\left(\frac{\Sigma^{-x}}{\sqrt{2}W}\right) n_c m_e c^2 \frac{W \Lambda^-}{\vartheta^-}, \quad (4.57)$$

$$S_{em}^{-x} \approx \frac{1}{\Sigma} \int_{-\Sigma^{-x}/2}^{\Sigma^{-x}/2} \frac{a^2(y)}{2} dy n_c m_e c^3 \approx \frac{a_0^2}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \operatorname{erf}\left(\frac{\Sigma^{-x}}{\sqrt{2}W}\right) n_c m_e c^3 \frac{W}{\Sigma}, \quad (4.58)$$

où $\text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$ est la fonction erreur. En injectant les relations précédentes dans (4.46), on obtient :

$$v_f \approx \frac{\Sigma}{\Sigma^{-x}} \frac{S_{em}^{-x} + S_e^{-x}}{U_{em}^- + U_{em,s}^- + U_i^- + U_e^-}, \quad (4.59)$$

$$\approx \frac{\Sigma}{\Sigma^{-x}} \frac{\frac{a_0^2}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \text{erf}\left(\frac{\Sigma^{-x}}{\sqrt{2W}}\right) n_c m_e c^3 \frac{W}{\Sigma} + n_0 \langle K \rangle c \frac{2W}{\Sigma}}{\frac{a_0^2}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \text{erf}\left(\frac{\Sigma^{-x}}{\sqrt{2W}}\right) n_c m_e c^2 \frac{W \Lambda^-}{\vartheta^-} + \frac{\mu_0 j_c^2 W^3}{3} \frac{\Lambda^-}{\vartheta^-} + n_0 \langle K \rangle \frac{2W \Lambda^-}{\vartheta^-} + n_0 m_i \frac{v_i^2}{2} \frac{2W \Lambda^-}{\vartheta^-}}, \quad (4.60)$$

soit, en utilisant $\vartheta^- = \Lambda^- \times \Sigma^{-x}$:

$$v_f \approx \frac{\frac{a_0^2}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \text{erf}\left(\frac{\Sigma^{-x}}{\sqrt{2W}}\right) n_c m_e c^3 + 2n_0 \langle K \rangle c}{\frac{a_0^2}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \text{erf}\left(\frac{\Sigma^{-x}}{\sqrt{2W}}\right) n_c m_e c^2 + \frac{\mu_0 j_c^2 W^2}{3} + 2n_0 \langle K \rangle + n_0 m_i v_i^2}. \quad (4.61)$$

Il faut maintenant rappeler que nous avons négligé les flux transverses dans le calcul de ΔS , ce qui revient à éloigner les surfaces $\pm y$, ou plus formellement à faire tendre Σ^{-x} vers $+\infty$. La relation précédente nous donne donc, en se rappelant que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \text{erf}(x) = 1$:

$$v_f \approx \frac{\frac{a_0^2}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} n_c m_e c^3 + 2n_0 \langle K \rangle c}{\frac{a_0^2}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} n_c m_e c^2 + \frac{\mu_0 j_c^2 W^2}{3} + 2n_0 \langle K \rangle + n_0 m_i v_i^2}, \quad (4.62)$$

$$\approx c \frac{1 + 4\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{n_0}{n_c} \frac{\langle K \rangle}{a_0^2 m_e c^2}}{1 + \frac{2}{3a_0^2} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(b \frac{n_0}{n_c} \frac{2\pi W}{\lambda_0}\right)^2 + 4\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{n_0}{n_c} \frac{\langle K \rangle + m_i \frac{v_i^2}{2}}{a_0^2 m_e c^2}}. \quad (4.63)$$

On est donc rassuré de voir que v_f ne dépend pas des dimensions de ϑ .

Remarquons tout de suite que le terme issu du champ magnétostatique $\frac{2}{3a_0^2} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(b \frac{n_0}{n_c} \frac{2\pi W}{\lambda_0}\right)^2$ est généralement négligeable devant $4\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{n_0}{n_c} \frac{\langle K \rangle + m_i v_i^2/2}{a_0^2 m_e c^2}$. De plus nous avons considéré ici le potentiel vecteur normalisé pris à l'entrée du plasma a_0 . Or à l'entrée du plasma le flux électronique est nul car le laser n'a pas eu le temps d'accélérer les électrons. Si on choisit Σ^{-x} suffisamment à gauche du plasma, cette condition est vérifiée. En négligeant S_e^{-x} devant S_{em}^{-x} , il vient :

$$v_f \approx c \left(1 + 4\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{n_0}{n_c} \frac{\langle K \rangle + m_i \frac{v_i^2}{2}}{a_0^2 m_e c^2}\right)^{-1}, \quad (4.64)$$

où on a également négligé $U_{em,s}^-$.

La figure 4.49 trace les vitesses de creusement observées en section 4.3.2 et l'équation (4.64) avec $\langle K \rangle / 2$ et $2 \langle K \rangle$, pour rendre compte de la sensibilité de notre formule à ce paramètre essentiel. L'équation (4.64) reproduit bien les résultats pour $I = 10^{18}$ et 10^{19}W/cm^2 mais surestime grandement V_c pour $I = 10^{20} \text{W/cm}^2$.

Enfin, remarquons que notre modélisation de v_f n'est plus valable lorsque n s'approche de γn_c . En effet, le modèle que nous avons développé considère que la réflexion du laser est nulle, ce qui devient faux en γn_c où l'impulsion laser est presque totalement réfléchie. Dans ce cas, on aurait $S_{em}^{-x} = 0$, et la vitesse du front s'apparente alors à la loi d'échelle pondéromotrice de Wilks [26], en ce sens qu'elle repose uniquement sur le flux de particules S_k .

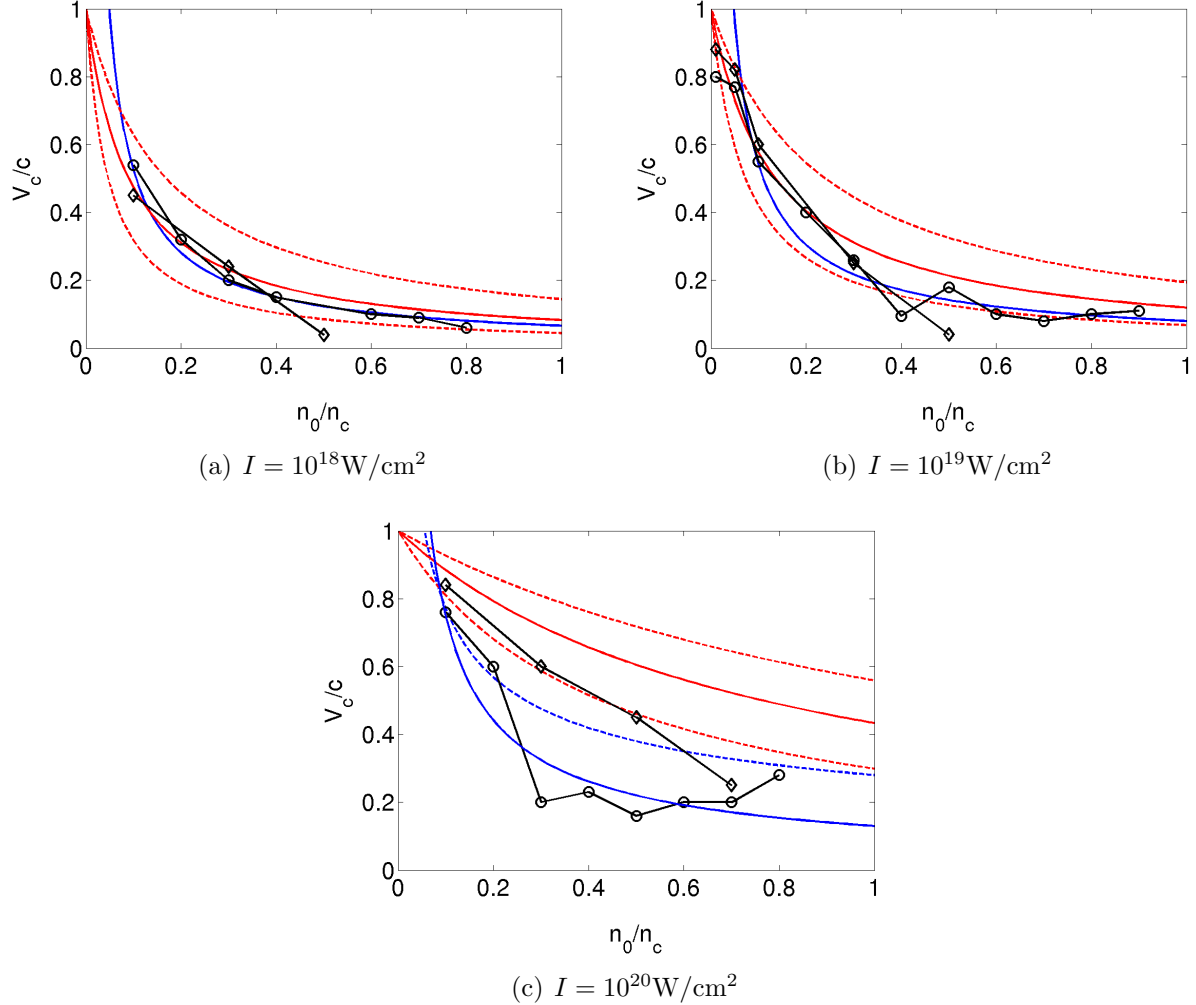


FIGURE 4.49 – Vitesses de creusement selon la loi d'échelle (4.12) (bleu), et selon l'équation (4.64) (lignes rouges et tirets avec $\langle K \rangle / 2$ et $2 \langle K \rangle$). Les mesures de la vitesse sont tracées en noir pour $r_0 = 4 \mu\text{m}$ (ronds) et $r_0 = 16 \mu\text{m}$ (diamants).

L'estimation que nous venons d'obtenir repose sur de nombreuses approximations grossières. Il est évidemment possible de raffiner le modèle en changeant la forme du canal (par exemple en prenant un triangle, ce qui nécessite la modélisation de l'expansion radiale des parois du canal), ou en reliant de manière auto-consistante le champ magnétique statique B^s , le courant j_c et la déplétion du champ électrique laser due à l'accélération des électrons.

La vitesse de creusement v_f (équation (4.64)), peut être utilisée pour déterminer la distance de dissipation, L_d , de l'impulsion laser. Elle correspond à la distance pour laquelle l'énergie de l'impulsion laser s'est complètement dissipée dans le plasma. Une des applications possibles est l'accélération de protons par la méthode décrite par Bulanov *et al.* [82] et d'Humières [85]. Les

auteurs font interagir une impulsion laser avec un plasma homogène dans les conditions de transparence induite, c'est-à-dire avec $n_0 < \sqrt{1 + a_0^2/2}n_c$, créant ainsi un canal sur toute l'épaisseur du plasma. Un jet d'électrons est alors expulsé en face arrière de la cible, générant un champ électrostatique suffisamment élevé pour accélérer les protons du canal. Bulanov *et al.* [82] ont montré à l'aide de nombreuses simulations que l'épaisseur optimale du plasma correspond à la distance de dissipation L_d de l'impulsion laser.

On considère un plasma homogène s'étendant de $x = 0$ à $x = \infty$, l'espace $x < 0$ étant vide. L'énergie électromagnétique contenu dans le canal à un instant t est proportionnelle à la « longueur » de l'impulsion laser L :

$$L = v_f t - (ct - c\tau_L), \quad (4.65)$$

où τ_L est la durée initiale de l'impulsion laser, $v_f t$ est la longueur du canal, et $ct - c\tau_L$ est l'abscisse de l'arrière de l'impulsion laser, qui se propage à la vitesse c dans le canal. L'énergie électromagnétique est donc comprise entre $x = ct - c\tau_L$ et $x = v_f t$. La relation précédente suppose que l'énergie de l'impulsion laser n'est dissipée qu'au front du canal, de telle sorte son profil transverse est le même de $x = 0$ jusqu'à $x = v_f t$. La distance de dissipation L_d correspond au temps t_f pour lequel $L = 0$:

$$L_d = v_f t_f = \frac{v_f \tau_L}{1 - \frac{v_f}{c}} = c\tau_L \left(4\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{n_0 \langle K \rangle + m_i \frac{v_i^2}{2}}{a_0^2 m_e c^2} \right)^{-1}. \quad (4.66)$$

Remarquons que dans la plupart des cas, l'accélération de protons en plasma sous-dense fait intervenir des impulsions laser de durée inférieure à 100 fs et d'intensité supérieure à 10^{20}W/cm^2 . La validité de nos lois d'échelle, sur lesquelles repose v_f , est donc marginale dans ces régimes. En effet, la durée de l'impulsion laser est du même ordre de grandeur que la phase transitoire de creusement, qui est d'environ 150 fs. La distance de dissipation déduite des simulations par Bulanov *et al.* est proportionnelle à $n^{-0.65}$, alors que la vitesse de creusement (4.64) donne $L_d \propto n^{-1}$. Soulignons que Bulanov *et al.* travaillent avec un laser d'intensité 10^{23}W/cm^2 et de durée ≈ 30 fs, ce qui est très éloigné des régimes que nous avons étudiés et peut expliquer cette différence. En revanche, la distance de dissipation obtenue par d'Humières est proportionnelle à n^{-1} , conformément à notre modèle. Ce qui est rassurant sachant que ce dernier utilise, certes, des impulsions courtes d'environ ≈ 30 fs, mais d'intensité $\approx 10^{20} \text{W/cm}^2$, dans notre plage de paramètres.

Chapitre 5

Conclusions

Les résultats obtenus dans cette partie doivent beaucoup aux moyens de calculs numériques intensifs mis en œuvre par le CEA (CCRT, TGCC) mais aussi par le CINES (calculateur Jade). Au début de cette thèse, en octobre 2009, les calculateurs possédant la puissance nécessaire pour simuler des plasmas millimétriques était courants depuis quelques années. Jusqu'alors, dans les années 90 et début 2000, il était presque impossible de simuler la propagation d'une impulsion laser dans un plasma aussi long sans rencontrer des problèmes de chauffage numérique. Même les premières simulations de Li *et al.* en 2008 [5] sont effectuées avec seulement 1 particule par maille. Les simulations de ce manuscrit ne brillent pas non plus par leur stabilité numérique, qui reste marginale. Néanmoins, nous avons montré qu'il est possible d'étudier la propagation d'une impulsion laser dans un plasma millimétrique et inhomogène, reproduisant les conditions de l'allumage rapide, en réduisant le problème à des plasmas homogènes d'une centaine de micromètres. L'étude de ces plasmas courts a un double avantage : les simulations sont plus facilement réalisables et travailler avec des plasmas homogènes simplifie l'interprétation.

Nous avons ainsi pu analyser le creusement du canal en effectuant un grand nombre de simulations, en faisant varier l'intensité du laser (de $I = 10^{18}$, 10^{19} et 10^{20} W/cm²), sa tache focale ($r_0 = 4$ ou $16\mu\text{m}$), et la densité du plasma (de $n_0 = 0.01n_c$ à $0.9n_c$). Nous avons identifié et classé les comportements du canal (bifurcations, reptation, propagation guidée), ce qui nous permet de prévoir le type de creusement en calculant des nombres adimensionnés (η , ρ , ξ , n_{rel}) dépendant de I , r_0 et n_0 . Les comportements que l'on observe peuvent être transposés pour les plasmas inhomogènes. Plusieurs simulations de tailles millimétriques, reproduisant les conditions de l'allumeur rapide, ont été effectuées avec des intensités de $I = 10^{19}$ et 10^{20} W/cm².

Nous avons également mesuré la vitesse d'avancement du front du canal, V_c (appelée vitesse de creusement), pour chaque simulation. On obtient une loi d'échelle du type $V_c = V_0(n_c/n_0)^\alpha$ où V_0 et $\alpha > 0$ sont des paramètres. Cette loi d'échelle peut s'appliquer aux plasmas inhomogènes et être utilisée pour prévoir la position du canal en fonction du temps. Une application directe est l'étape de creusement de canal de l'allumage rapide où une des problématiques est de creuser jusqu'à la densité critique avec le moins d'énergie possible. En utilisant la loi d'échelle on peut calculer cette énergie et on en déduit qu'il faut mieux utiliser une impulsion laser moins intense, mais plus longue, pour économiser de l'énergie.

Les électrons chauds ($> 100\text{keV}$) produits lors du creusement et le champ magnétique statique associé ont été étudiés. Ils sont d'intérêt pour l'allumage rapide, en raison du risque de préchauffage de la cible, mais aussi pour d'autres applications comme la production de rayonnement X multi-MeV. Là aussi une loi d'échelle a été établie. Elle relie l'énergie moyenne électronique locale $\langle \gamma - 1 \rangle$ au potentiel vecteur normalisé a , $\langle \gamma - 1 \rangle \approx \sqrt{1 + a^2/b^2} - 1$ où b est un paramètre.

Les simulations millimétriques nous permettent de comptabiliser les électrons chauds émis lors du creusement. On en conclut que celui-ci ne génère pas suffisamment d'électrons chauds pour pré-chauffer de manière compromettante la cible d'allumage rapide.

L'étude de la température des électrons chauds et des caractéristiques du canal permettent de dériver grossièrement la vitesse de creusement. Une telle approche fait écho à des études antérieures [83, 32], mais appliquée ici au régime de creusement, ouvre la porte à des modélisations plus poussées et auto-consistantes de la vitesse de creusement.

Troisième partie

**Propagation à intensité modérée :
diffusion Raman arrière stimulée**

Chapitre 6

Physique de la diffusion Raman stimulée

Dans cette seconde partie du manuscrit, on étudie la saturation de l'instabilité Raman arrière dans un cadre non-relativiste conforme à celui de la fusion par confinement inertiel, où les intensités laser utilisées sont de l'ordre de 10^{14-15}W/cm^2 , soit un potentiel vecteur normalisé largement inférieur à 1, de l'ordre de $a_0 \approx 0.003 - 0.0094$. Dans la suite, on ne considère que le Raman arrière, sauf mention contraire.

Ce chapitre fournit les notions physique utiles à la compréhension du chapitre suivant. Le but de cette partie est l'étude des mécanismes de saturation de l'instabilité Raman, dont on rappelle en section 6.1 les notions physiques de base et quelques formules utiles (taux de croissance, conditions de résonance). Pour en étudier la saturation, nous nous appuyons en partie sur la théorie adiabatique, qui permet notamment de calculer la fonction de distribution électronique résultant de l'action, sur le plasma, d'une onde plasma qui croît lentement (le taux de croissance de l'onde est très petit devant la fréquence plasma), et d'en déduire le décalage en fréquence non-linéaire de cette onde [86]. Un tel calcul a déjà été effectuée par Krapchev et Ram [87], et d'une manière un peu différente par Bénisti et Gremillet [88]. La pertinence d'une telle approche est discutée dans le chapitre suivant. Dans la section 6.2 on présente le calcul de la fonction de distribution adiabatique. Enfin, on passe en revue en section 6.3 quelques résultats sur la saturation d'une onde plasma.

6.1 Diffusion Raman stimulée

Dans sa version la plus simple, la diffusion Raman stimulée dans un plasma est le résultat d'un couplage non-linéaire à 3 ondes (figure 6.1) entre le faisceau laser (l'onde pompe, indice l), l'onde électromagnétique diffusée (l'onde fille, indice s), et l'onde électrostatique (onde plasma électronique ou de Langmuir, indice pe). L'onde pompe induit, au premier ordre, l'oscillation des électrons avec une vitesse $\vec{v}_0 = -e\vec{E}_l/m_e\omega_l$, où $\vec{E}_l = E_l\vec{e}_y$ est le champ électrique de l'onde pompe. La perturbation de densité δn se combine avec l'oscillation des électrons pour donner lieu à un courant non-linéaire $-e\delta n\vec{v}_0$ selon \vec{e}_y . Quand la fréquence et le nombre d'onde de ce courant satisfont la relation de dispersion de l'onde électromagnétique fille, celle-ci est excitée par résonance. En retour, l'onde fille et l'onde pompe exercent une force $\vec{v}_0 \times \vec{B}_s = v_0 B_s \vec{e}_x$ sur les électrons avec la fréquence et le nombre d'onde de l'onde plasma, l'amplifiant d'avantage. Ce processus peut donner lieu à la croissance simultanée d'une onde plasma et d'une onde électromagnétique diffusée de

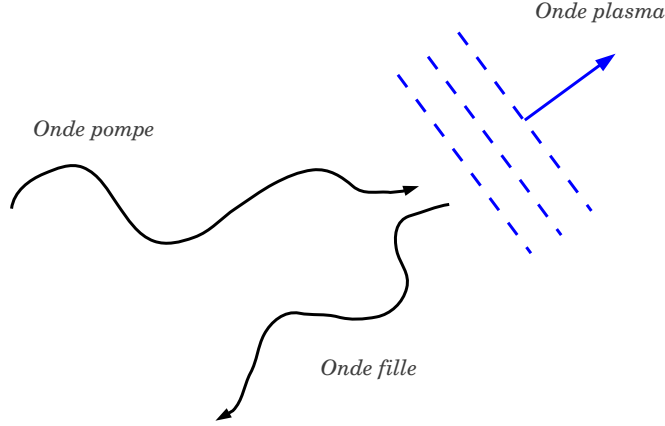


FIGURE 6.1 – Schéma de la diffusion Raman stimulée. L’onde pompe électromagnétique (ω_l, k_l) se décompose en une onde électromagnétique fille (ω_s, k_s) et en une onde plasma (ω_{pe}, k_{pe}) .

grande amplitude.

Dans cette thèse on s’intéresse exclusivement au cas où l’onde fille est émise dans le sens opposé au vecteur d’onde de l’onde pompe, on parle alors de diffusion Raman arrière. Notre géométrie est unidimensionnelle. Les conditions de résonance entre ces trois ondes s’écrivent :

$$\vec{k}_l = \vec{k}_s + \vec{k}_{pe}, \quad (6.1)$$

$$\omega_l = \omega_s + \omega_{pe}. \quad (6.2)$$

Ces relations, combinées aux relations de dispersion des ondes électromagnétiques suffisent pour obtenir une bonne approximation des nombre d’onde et fréquence de l’onde fille. Les effets cinétiques sont faibles lorsque la vitesse de phase de l’onde plasma $v_\phi = \omega_{pe}/k_{pe}$ est grande devant la vitesse thermique électronique v_{te} . En effet, la fonction de distribution est perturbée par l’onde plasma autour de v_ϕ , donc lorsque v_ϕ/v_{te} est grand, celle-ci est peu affectée. Par ailleurs, étant donné que $v_\phi/v_{te} \gg 1$ lorsque $k_{pe}\lambda_D \ll 1$, $k_{pe}\lambda_D$ est un paramètre important qui permet de quantifier les effets cinétiques. La relation de Bohm et Gross [23] se réduit alors à $\omega_{pe}^2 = \omega_p^2(1 + 3k_{pe}^2\lambda_D^2) \approx \omega_p^2$. En manipulant les relations de dispersion électromagnétique sous l’hypothèse $\omega_{pe} \approx \omega_p$, on obtient une approximation du nombre d’onde k_s :

$$k_s\lambda_D \approx \frac{v_{te}}{c} \sqrt{\left(\frac{\omega_l}{\omega_p} - 1\right)^2 - 1}. \quad (6.3)$$

Ainsi, pour le Raman arrière $k_{pe} = k_l + k_s$, on obtient $k_{pe}\lambda_D \approx 0.3076, 0.3768$ et 0.4864 respectivement pour $T_e = 2, 3$ et 5 keV et $0.1n_c$. Remarquons qu’on a $\omega_s > \omega_p$ et $\omega_{pe} > \omega_p$, donc $\omega_p/\omega_l < 0.5$, soit $n_e/n_c < 0.25$. L’instabilité Raman ne peut exister que pour une densité plasma inférieure à $0.25n_c$.

On peut estimer le taux de croissance cinétique par un calcul linéaire, dans le cas où les trois ondes sont monochromatiques et où l’onde pompe n’est pas déplétée, on obtient la relation de

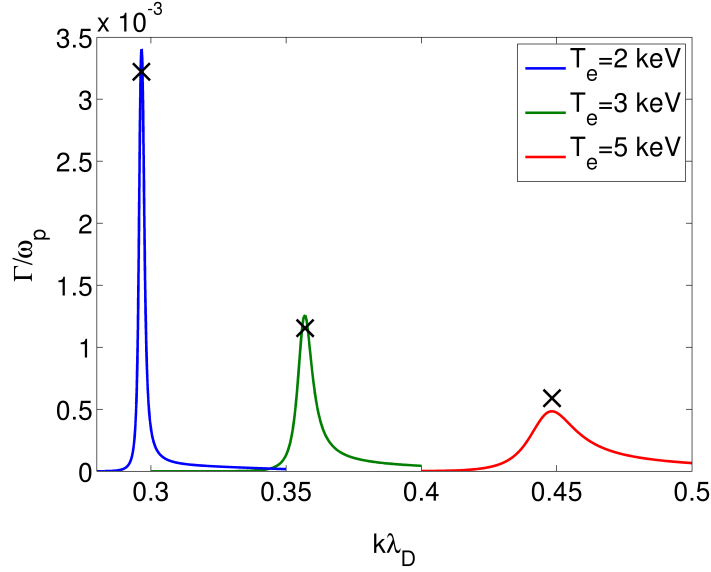


FIGURE 6.2 – Taux de croissance de l’instabilité Raman arrière calculé en résolvant numériquement la relation de dispersion (6.4) pour $I = 10^{15} \text{W/cm}^2$, $n = 0.1n_c$ et $\lambda_0 = 0.351 \mu\text{m}$. Les maxima sont atteints en $k_{pe}\lambda_D \approx 0.2965$, 0.357 et 0.44825 respectivement pour $T_e = 2, 3$ et 5 keV . Le taux de croissance Γ_{Ram}^L (équation (6.7)) est tracé en croix noires.

dispersion de l’instabilité Raman [16] :

$$\omega_s^2 - \omega_p^2 - k_s^2 c^2 = -\frac{\chi}{1 + \chi} \frac{(k_{pe} c a_0)^2}{4}, \quad (6.4)$$

où χ est la susceptibilité électronique linéaire définie par (voir équation (2.38)) :

$$\chi = -\frac{\omega_p^2}{2k_{pe}^2 v_{te}^2} \mathcal{Z}' \left[\frac{\omega_{pe}}{\sqrt{2} k_{pe} v_{te}} \right]. \quad (6.5)$$

avec $\omega_p^2 = n_0 e^2 / \epsilon_0 m_e$. La résolution numérique de la relation de dispersion (6.4) permet d’obtenir le nombre d’onde et la fréquence de l’onde plasma associés au taux de croissance maximal (figure 6.2). On obtient des valeurs légèrement différentes de l’estimation fluide précédente, on a $k_{pe}\lambda_D \approx 0.2965$, 0.357 et 0.44825 respectivement pour $T_e = 2, 3$ et 5 keV et $I = 10^{15} \text{W/cm}^2$, $n = 0.1n_c$, $\lambda_0 = 0.351 \mu\text{m}$. Par la suite, nous faisons référence à ces valeurs pour différencier les cas que nous étudions.

On peut estimer le taux de croissance linéaire de l’instabilité Raman à partir de la relation de dispersion (6.4) [16, 89] :

$$\Gamma_{Ram}^f = k_{pe} \lambda_D \frac{a_0 c}{4 v_{te}} \left(\frac{\omega_{pe}}{\omega_l - \omega_{pe}} \right)^{1/2}, \quad (6.6)$$

$$\Gamma_{Ram}^L = \sqrt{\Gamma_{Ram}^{f2} + \frac{\nu_L^2}{4}} - \frac{\nu_L}{2}, \quad (6.7)$$

$$\nu_L = \sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{\omega_p}{(k_{pe} \lambda_D)^3} \exp \left[-\frac{3}{2} - \frac{1}{2(k_{pe} \lambda_D)^2} \right], \quad (6.8)$$

$$\omega_{pe}^2 = \omega_p^2 (1 + 3k_{pe}^2 \lambda_D^2), \quad (6.9)$$

où ν_L est l'amortissement Landau, Γ_{Ram}^f et Γ_{Ram}^L sont des estimations du taux de croissance du Raman respectivement sans et avec amortissement Landau. Γ_{Ram}^L est en bon accord avec la résolution numérique de la relation de dispersion (6.4), comme montré sur la figure 6.2.

Toutes les formules de cette section sont dérivées dans l'approximation linéaire et en supposant que l'onde pompe n'est pas déplétée. Pour aller plus loin, on peut se tourner vers la théorie adiabatique qui a déjà été utilisée avec succès [88] pour décrire l'évolution spatio-temporelle d'une onde plasma créée par Raman. La déformation non-linéaire de la fonction de distribution due à cette onde peut entraîner la croissance instable de modes électrostatiques secondaires (tout au moins en géométrie 1D, où l'étude est restreinte dans cette thèse), et ainsi mettre fin à la croissance cohérente des ondes issues du Raman. La saturation de celui-ci par ces modes instables, appelés *sideband* et mesurés expérimentalement hors du contexte du Raman par Wharton, Malmberg et O'Neil [17], a été mis en évidence numériquement par Brunner et Valeo [19]. La saturation du Raman par sideband a donc été observée, mais n'est pas le seul mécanisme de saturation puisque le déphasage des trois ondes, causé par le décalage en fréquence de l'onde plasma avec son amplitude, peut aussi intervenir [86, 90, 91]. Lors de sa croissance, l'onde plasma piège des électrons dans ses puits de potentiel. Ces particules piégées sont à l'origine de certains des mécanismes non-linéaires affectant l'onde plasma lors de sa croissance, comme le décalage en fréquence de ω_{pe} [88] (ω_{pe} étant la fréquence de l'onde plasma) tracée en figure 6.3 par le calcul adiabatique de Bénisti *et al.* [88] pour $k_{pe}\lambda_D = 0.2965, 0.357$ et 0.44825 . Au décalage en fréquence $\delta\omega_{pe}$ de ω_{pe} est associée un décalage en nombre d'onde δk_{pe} via la relation $\partial_t \delta k_{pe} = -\partial_x \delta\omega_{pe}$ [92]. Ces relations font apparaître un déphasage dans l'équation d'enveloppe de l'onde fille, qui s'écrit [92] :

$$\partial_t E_s + v_{gs} \partial_x E_s + i(\delta\omega_{pe} - v_{gs} \delta k_{pe}) E_s = \frac{ek_{pe}}{2m_e \omega_l} E_l E_{pe}^*, \quad (6.10)$$

où $E_{s,l,pe}$ sont les enveloppes complexes des ondes, et $v_{gs} = k_s c^2 / \omega_s$ est la vitesse de groupe de l'onde fille. Le terme $(\delta\omega_{pe} - v_{gs} \delta k_{pe})$ est responsable du déphasage entre les trois ondes. De manière générale, ce déphasage est de l'ordre de grandeur du décalage en fréquence $\delta\omega_{pe}$, qui est de l'ordre du pourcent (figure 6.3). Le déphasage entre les trois ondes peut causer la saturation de l'instabilité Raman s'il atteint $\pi/2$. Mesurer $\delta\omega_{pe}$ est un des moyens pour différencier la saturation par déphasage de la saturation par sideband.

Un des buts de l'étude décrite dans cette section est de clarifier le rôle joué par le sideband ou le déphasage dans la saturation. Pour cela nous nous basons en partie sur la théorie adiabatique, qui constitue a priori un bon candidat pour l'étude des modes instables d'une onde plasma.

6.2 Fonction de distribution adiabatique

Dans cette section on regarde comment calculer la fonction de distribution induite par la croissance adiabatique d'une onde plasma par diffusion Raman. L'approximation adiabatique suppose que l'onde plasma croît lentement dans le temps, c'est-à-dire $|\phi^{-1} \frac{d\phi}{dt}| \ll \omega_p$, où ϕ est l'enveloppe (ou amplitude) du champ électrique, normalisée à $k_{pe} T_e / e$, k_{pe} est le nombre de l'onde plasma et $\omega_p = \sqrt{e^2 n_0 / m_e \epsilon_0}$ la fréquence plasma. Krapchev et Ram [87] ont effectué un calcul similaire mais dans le référentiel de l'onde, en considérant que la vitesse de phase v_ϕ est constante. Or, comme nous l'avons vu dans la section précédente, la vitesse de phase de l'onde plasma varie avec son amplitude ϕ , le repère de l'onde n'est donc pas galiléen. Établir correctement quels électrons sont piégés par l'onde plasma est donc crucial pour décrire la physique du problème. Les électrons

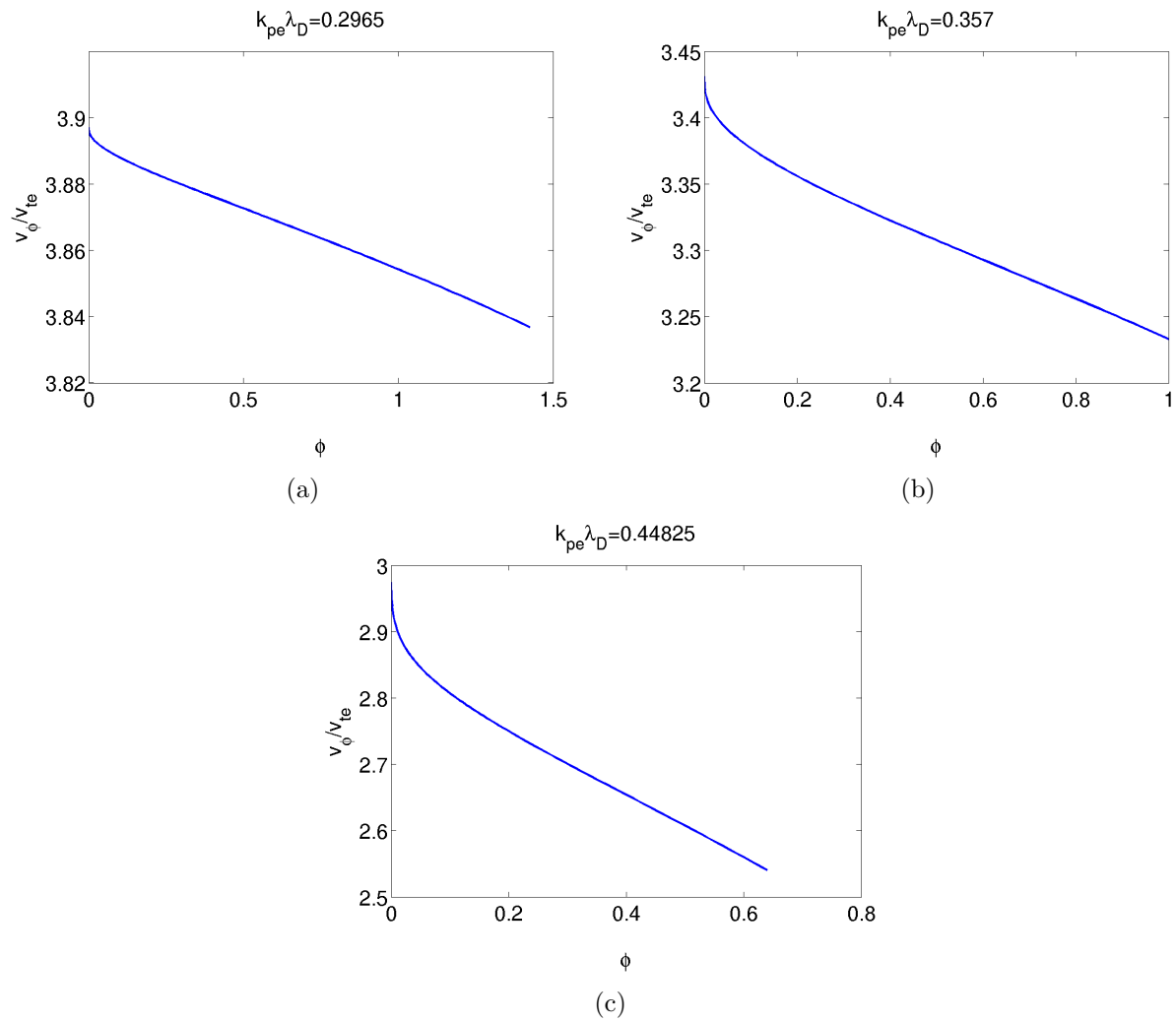


FIGURE 6.3 – Vitesses de phase $v_\phi = \omega_{pe}/k_{pe}$ de l'onde plasma en fonction de son amplitude ϕ , calculées avec la méthode décrite par Bénisti *et al.* [88].

sont piégés si $|v - v_\phi| < 2\sqrt{\phi} \cos(\varphi/2)$, où $v_\phi = \omega_{pe}/k_{pe}$ est la vitesse de phase de l'onde et φ est la phase de la force longitudinale totale $F_{tot} = -eE_0 \sin(\varphi)$, due à l'onde plasma et à la force pondéromotrice. Or, lorsque l'onde croît lentement, v_ϕ varie avec ϕ et la condition de piégeage doit rendre compte de l'évolution de $\phi(t)$ depuis le début, ce que ne prend pas en compte le calcul de Krapchev et Ram [87]. La suite détaille ce point.

Notre système dynamique est défini par les équations du mouvement :

$$\frac{d\varphi}{d(k_{pe}\lambda_D\omega_p t)} = v - v_\phi, \quad (6.11)$$

$$\frac{dv}{d(k_{pe}\lambda_D\omega_p t)} = -\phi \sin(\varphi). \quad (6.12)$$

Elles dérivent du Hamiltonien :

$$H = \frac{(v - v_\phi)^2}{2} - \phi \cos(\varphi). \quad (6.13)$$

Les variables conjuguées de notre système sont φ et v , donc l'action \mathcal{I} vaut :

$$\mathcal{I} = \frac{1}{2\pi} \oint v d\varphi, \quad (6.14)$$

avec $v = v_{te}^{-1} dx/dt$ et le domaine d'intégration est périodique de longueur 2π . Formellement, l'approximation adiabatique consiste à supposer que l'action se conserve pour notre système dynamique défini par les équations (6.11) et (6.12). Il faut bien faire attention à définir la vitesse v dans le référentiel du laboratoire, car comme on vient de l'exposer, la vitesse de phase v_ϕ dépend de l'amplitude de l'onde qui varie dans le temps, ce qui implique que le référentiel de l'onde n'est pas galiléen.

La condition initiale correspond à une onde d'amplitude infinitésimale. Dans la limite $\phi \rightarrow 0$, l'action à $t = 0$ vaut :

$$\mathcal{I}(t = 0) = \frac{1}{2\pi} \oint v d\varphi = \Theta v_0, \quad (6.15)$$

où $v_0 = v(t = 0)$ et Θ est le signe de $(v_0 - v_\phi(\phi))$. En effet, d'après l'équation (6.11), $d\varphi/dt$, et donc $d\varphi$, est du signe de $v - v_\phi$. Donc pour une orbite ouverte $\oint v_0 d\varphi = \Theta v_0 \oint |d\varphi| = \Theta v_0 2\pi$. La conservation de l'action s'écrit donc $\mathcal{I} = \Theta v_0$. Sachant que la distribution électronique initiale s'écrit $f \propto \exp(-v_0^2/2)$, le calcul de l'action permet de décrire l'évolution de la distribution via $f \propto \exp(-\mathcal{I}^2/2)$.

Sachant que le cas considéré ici est périodique en espace pour les particules non-piégées (orbite rouge sur la figure 6.4), leur action s'écrit :

$$\mathcal{I} = \frac{1}{2\pi} \oint v d\varphi = \frac{\sqrt{2}}{2\pi} \oint \sqrt{H + \phi \cos(\varphi)} d\varphi + \frac{1}{2\pi} \oint v_\phi d\varphi \quad (6.16)$$

$$= \frac{\sqrt{2(H + \phi)}}{2\pi} \oint \sqrt{1 - m_0 \sin^2(\varphi/2)} d\varphi + \Theta v_\phi \quad (6.17)$$

$$= \frac{4}{\pi} \sqrt{\frac{\phi}{m_0}} E(m_0) + \Theta v_\phi, \quad (6.18)$$

où $m_0 = 2\phi/(H + \phi)$, E est l'intégrale elliptique complète du second genre [93]. Dans l'espace des phases (φ, v) , \mathcal{I} est reliée à l'aire entre l'orbite d'une particule v et l'axe $v = 0$. Pour une particule non-piégée l'orbite s'étend sur tout l'intervalle $[0, 2\pi]$, cette aire est égale à $\Theta 2\pi \mathcal{I}$.

Notons que le dernier terme de l'équation (6.18) (qui n'est pas présent dans le calcul de Krapchev et Ram [87]) est dû au fait que l'on se place dans le référentiel du laboratoire. La conservation de l'action implique pour des particules non-piégées :

$$\frac{4}{\pi} \sqrt{\frac{\phi}{m_0}} E(m_0) = |v_0 - v_\phi(\phi)|. \quad (6.19)$$

Cette dernière équation permet de définir une condition de piégeage. Une particule est piégée si elle touche la séparatrice définie par $m_0 = 1$, autrement dit l'énergie H est juste égale à la valeur maximale du potentiel $\phi \cos \varphi$. Une particule piégée vérifie la condition :

$$|v_0 - v_\phi(\phi(v_0))| = \frac{4}{\pi} \sqrt{\phi(v_0)}, \quad (6.20)$$

en prenant bien soin de prendre la valeur de la vitesse de phase au moment du piégeage. En effet, ici la notation $\phi(v_0)$ signifie que l'on prend l'amplitude ϕ de l'onde lorsque la particule de vitesse initiale v_0 s'est faite piéger.

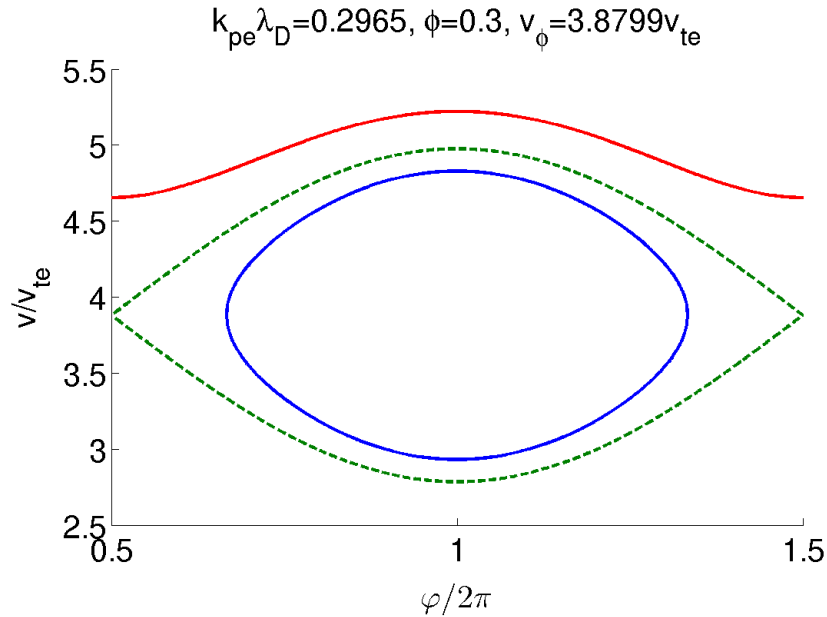


FIGURE 6.4 – Orbites dans l'espace des phases (φ, v) d'une particule non-piégée (en rouge pour $H = 2\phi$) et piégée (en bleu pour $H = 0.5\phi$). Les paramètres sont $\phi = 0.3$ et $k_{pe} \lambda_D = 0.2965$. La séparatrice virtuelle ($H = \phi$) est tracée en tirets verts.

La prochaine étape consiste à définir l'action des particules piégées (orbite bleue sur la figure 6.4) en assurant la continuité de chaque côté de la séparatrice. Notons que les particules piégées décrivent une orbite fermée, soit $\oint |d\varphi| = 0$, et il faut donc diviser par 2 l'action et ajouter $\Theta' v_\phi(\phi(v_0))$ pour assurer sa continuité, où Θ' est le signe de $(v_0 - v_\phi(\phi(v_0)))$. L'action varie d'une particule à l'autre en raison du terme $\Theta' v_\phi(\phi(v_0))$ qui assure sa continuité, mais est constante pour

chaque particule. Au final, on écrit donc :

$$\mathcal{I} = \frac{1}{2 \times 2\pi} \oint v d\varphi + \Theta' v_\phi(\phi(v_0)), \quad (6.21)$$

$$= \frac{4\sqrt{\phi}}{\pi} [(m_0^{-1} - 1)K(m_0^{-1}) + E(m_0^{-1})] + \Theta' v_\phi(\phi(v_0)), \quad (6.22)$$

$$= \mathcal{I}_0 + \Theta' v_\phi(\phi(v_0)), \quad (6.23)$$

où $\mathcal{I}_0 = \frac{4\sqrt{\phi}}{\pi} [(m_0^{-1} - 1)K(m_0^{-1}) + E(m_0^{-1})]$, et K est l'intégrale elliptique complète du premier genre [93]. La conservation de l'action permet également d'écrire :

$$\frac{4\sqrt{\phi}}{\pi} ((m_0^{-1} - 1)K(m_0^{-1}) + E(m_0^{-1})) = |v_0 - v_\phi(\phi(v_0))|. \quad (6.24)$$

On peut maintenant calculer la fonction de distribution adiabatique, pour une onde qui n'a fait que croître :

$$f(x, v) = \begin{cases} \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \exp\left(-\frac{\mathcal{I}^2}{2}\right), & \text{si } m_0 < 1, \\ \frac{1}{2(2\pi)^{3/2}} \left[\exp\left(-\frac{[\mathcal{I}_0 + v_\phi(\phi(v_0))]^2}{2}\right) + \exp\left(-\frac{[\mathcal{I}_0 - v_\phi(\phi(v_0))]^2}{2}\right) \right], & \text{si } m_0 \geq 1, \end{cases} \quad (6.25)$$

où on remarque que la partie de f pour les particules piégées a été calculée en moyennant les particules entrantes pour $v > v_\phi$ et $v < v_\phi$. Le mélange de l'espace des phase étant instantané (conséquence de l'approximation adiabatique), la fonction de distribution des particules piégées sur une orbite résulte du mélange des particules piégées par le haut et par le bas de la séparatrice. L'équation (6.25) va nous permettre d'étudier en section 7.2 la saturation de la croissance de l'onde plasma par l'instabilité « dite de *sideband* », d'une onde électrostatique de forte amplitude.

6.3 Revue des expériences et simulations

Différentes hypothèses furent avancées pour expliquer la saturation de l'instabilité Raman. En effet, la réflectivité, c'est-à-dire le rapport entre l'énergie de l'onde fille et de l'onde pompe au point d'entrée du laser, n'atteint jamais une phase stationnaire (au-dessus du seuil d'inflation) mais au contraire finit par adopter un comportement erratique (voir par exemple [37]), caractéristique de mécanismes non-linéaires. L'objet de notre étude est de déterminer dans quelle mesure l'instabilité intrinsèque (dite de *sideband*) d'une onde électrostatique de forte amplitude peut causer la saturation de l'instabilité.

L'instabilité de *sideband* fut mise en évidence expérimentalement par Wharton, Malmberg et O'Neil [17], qui observèrent notamment que le vecteur d'onde de l'onde satellite (*sideband*) excitée est proportionnel à la fréquence d'oscillation des particules piégées, les mettant ainsi en cause. Cette expérience motiva de nombreuses études théoriques qui se départagent en deux approches. L'une est basée sur un mécanisme d'interaction entre les particules piégées (représentées par une macro-particule pour chaque puit de potentiel) et l'onde plasma [18, 94, 95, 96, 97], et l'autre est une approche quasi-linéaire basée sur un mécanisme d'interaction onde-particule [98].

Kruer, Dawson et Sudan [18] établirent un modèle heuristique supposant que les particules piégées oscillent toutes à la même fréquence, se comportant donc comme un ensemble de macro-particules. Leur modèle théorique est qualitativement en bon accord avec des simulations PIC [99] et l'expérience de Wharton *et al.*. Bien plus tard, dans le contexte de l'interaction laser-plasma, Brunner et Valeo [19] comparèrent ce modèle à des simulations réduites de type Vlasov-Poisson 1D. Leurs simulations montrent que des ondes électrostatiques satellites croissent à partir d'une onde plasma de grande amplitude, associée au Raman. Notons que le modèle de Kruer *et al.* [18] prédit correctement les nombres d'onde de ces ondes satellites, mais pas le taux de croissance.

D'autres modèles théoriques plus complets élaborés par Goldman *et al.* [94, 95] et Wong [96], mais aussi moins exploitables, donnent une fois simplifiés des résultats proches du modèle de Kruer *et al.*. La description formellement exacte de Goldman [94] aboutit à une relation de dispersion sous forme d'un déterminant de dimension infinie. Schwarzmeier *et al.* [97] adoptent une approche semi-analytique à l'aide d'une décomposition du système de Vlasov-Poisson sur une base de fonctions propres et obtiennent des résultats en bon accords avec une simulation Vlasov-Poisson 1D. Dans la plupart des cas, ces études théoriques étudient l'instabilité d'un équilibre Bernstein-Greene-Kruskal [100]. Shoucri [101, 102] étudia l'instabilité de sideband à l'aide d'un code Vlasov-Poisson 1D en initialisant le plasma par une fonction de distribution maxwellienne ou de type faisceau-plasma.

Les études numériques de l'instabilité de sideband sont nombreuses mais limitées à des cas particuliers et à la comparaison avec une théorie. À notre connaissance aucune étude numérique systématique de l'instabilité de sideband en fonction des paramètres du plasma ou de l'onde pompe n'a été publiée. Nous nous proposons donc d'étudier numériquement cette instabilité de deux manières différentes. La première utilise le code VADOR Vlasov-Poisson 1D et initialise le plasma avec la fonction de distribution (6.25), qui a l'avantage de caractériser la réponse du plasma à une onde réaliste, c'est-à-dire ayant crû d'une amplitude nulle jusqu'à un niveau non-linéaire donné. En cela, notre travail se distingue de ceux précédemment publiés, étudiant la stabilité de solutions BGK particulières, dont la pertinence physique est critiquable. La physique réduite simulée par VADOR nous permet d'étudier spécifiquement l'instabilité de sideband, en mesurant son taux de croissance en fonction de l'amplitude de l'onde plasma. La deuxième consiste à réaliser des simulations intégrées de l'instabilité Raman arrière avec les codes Vlasov ELVIS et PIC CALDER. On observe la croissance de l'instabilité Raman suivie de sa saturation. Les résultats obtenus avec le code VADOR servent à interpréter et à identifier le mécanisme de la saturation, qui n'est pas exclusivement dû au sideband.

Chapitre 7

Mécanismes non-linéaires de saturation de la diffusion Raman arrière stimulée

Dans ce chapitre on étudie la saturation de l'instabilité Raman, notamment par croissance de modes électrostatiques satellites (aussi appelés *sidebands*). L'étude est réalisée en géométrie 1D à l'aide des codes Vlasov VADOR, ELVIS, du code PIC CALDER, et du code enveloppe BRAMA (voir l'annexe A). Chacun de ces outils, en raison de ses particularités, a permis d'aborder un point précis de l'étude.

Beaucoup d'études antérieures se sont penchées, théoriquement et numériquement, sur la saturation par sideband en étudiant la stabilité d'une onde de type Bernstein-Greene-Kruskal (BGK) [100]. Cependant, il existe a priori une infinité de solutions de type BGK, et seulement un nombre fini de ces solutions possèdent un sens physique pertinent pour l'étude de la stabilité d'une onde plasma créée par diffusion Raman stimulée. Nous nous proposons ici d'étudier numériquement la stabilité de la fonction de distribution (6.25) issue de la théorie adiabatique pour une onde plasma qui n'a fait que croître (ce qui peut être fait, comme l'ont montré Brunner et Valeo [19], en appliquant une force extérieure). Cette fonction de distribution correspondant à une onde d'amplitude donnée, l'étude de sa stabilité se rapproche donc de celle d'un mode BGK. Une telle étude est pertinente pour conclure sur la croissance de modes satellites durant le développement de l'instabilité Raman à condition que : i) la fonction de distribution (6.25) est effectivement proche de celle résultant de l'action, sur le plasma, des champs électrostatique et pondéromoteur pour une onde plasma forcée par laser ; ii) l'étude de la croissance de modes latéraux peut se faire de manière locale, sur quelques longueurs d'onde plasma. En effet, les ondes résultant de la diffusion Raman stimulée voient leur amplitude varier notablement sur tout le domaine d'interaction laser-plasma. En particulier, l'onde électrostatique n'est pas de type BGK. En revanche, son amplitude ne variant guère sur quelques longueurs d'onde, une approche de type BGK est donc pertinente pour l'étude de sa stabilité à condition que l'hypothèse de localité soit vérifiée.

La validité de l'approximation adiabatique est testée à l'aide de simulations PIC CALDER électrostatiques, dans une géométrie 1D et périodique. Pour cela, nous faisons croître artificiellement l'onde plasma en imposant un champ électrique monochromatique d'amplitude uniforme, possédant la fréquence temporelle et le nombre d'onde de l'onde plasma diffusée par Raman. On ajuste son amplitude pour obtenir une croissance très similaire à ce qu'on obtiendrait par diffusion Raman stimulée avec une intensité laser de quelques $10^{15}\text{W}/\text{cm}^2$. Il est alors possible de comparer la fonction de distribution obtenue par CALDER avec la fonction de distribution adiabatique (6.25). On fait de plus varier la longueur du domaine de simulation pour vérifier la pertinence de l'hypothèse de localité. En procédant ainsi nous maîtrisons clairement les conditions de croissance

de l'onde, ce qui facilite l'exploitation des résultats.

Après avoir montré que les hypothèses d'adiabaticité et de localité sont pertinentes pour l'étude du sideband, nous résolvons les équations de Vlasov-Poisson en géométrie 1D périodique avec le code VADOR, avec pour condition initiale la distribution (6.25) correspondant à une amplitude ϕ_0 du champ électrostatique. Au bout d'un certain temps l'instabilité de sideband se développe, et on peut mesurer son taux de croissance Γ_{SB} en fonction de l'amplitude de l'onde plasma ϕ_0 . Nous varions aussi la taille du domaine de simulation pour tester l'hypothèse de localité.

De manière à tester la pertinence des résultats précédents au cas d'une onde plasma générée par Raman, nous simulons l'interaction laser-plasma à l'aide de la version électromagnétique du code PIC CALDER et du code Vlasov ELVIS. Nous simulons une impulsion laser de longueur d'onde $\lambda_0 = 0.351\mu\text{m}$ impactant un plasma homogène où les ions sont immobiles. Les conditions aux bords sont absorbantes et nous sommes en géométrie 1D. Dans tous les cas l'intensité I du laser est suffisante pour déclencher l'instabilité Raman. Nous étudions ensuite la saturation de l'onde plasma en faisant varier I et le paramètre $k_{pe}\lambda_D$, k_{pe} étant le nombre d'onde de l'onde plasma diffusée par Raman. La densité du plasma est toujours de $0.1n_c$ et la température électronique est de $T_e = 2, 3$ et 5 keV, soit $k_{pe}\lambda_D = 0.2965, 0.357$ et 0.44825 respectivement.

Le niveau de saturation du Raman dans les simulations PIC CALDER ou Vlasov ELVIS sont comparées à ce que l'on peut extrapoler des résultats VADOR. Plus précisément, connaissant la dépendance de Γ_{SB} en fonction de ϕ_0 , on peut calculer la croissance du mode satellite le plus instable et estimer quand son amplitude dépasse celle de l'onde plasma générée par Raman. Cela permet de prédire l'amplitude maximum de l'onde plasma au-delà de laquelle on ne s'attend plus à voir cette onde croître de manière cohérente, et cette valeur d'amplitude maximum est ensuite confrontée aux résultats des simulations cinétiques. Par ailleurs, de manière à aussi tester l'hypothèse de saturation du Raman par déphasage, on compare aussi les résultats des simulations cinétiques à ceux du code d'enveloppe BRAMA, ne modélisant pas, pour l'instant, une éventuelle croissance de modes satellites, mais tenant compte de déphasage entre l'onde plasma et la force pondéromotrice induit par les décalage non-linéaire en nombre d'onde et en fréquence de l'onde plasma.

Enfin, nous discutons la pertinence d'une étude plus théorique consistant à projeter l'équation linéarisée autour d'un état d'équilibre BGK (f_0, E_0) de Vlasov-Poisson 1D sur une base de Fourier-Hermite [103] et de résoudre le problème aux valeurs propres associées.

La géométrie 1D de nos simulations ne laisse pas la place aux mécanismes de saturation 2D du type « wavefront bowing », ni à la croissance de modes autres qu'électrostatique. Dans les simulations les ions sont immobiles. En effet le temps de saturation de l'onde plasma étant inférieur à quelques picosecondes, on estime que la dynamique ionique n'a pas le temps d'influer sur la saturation.

Notons que nous jonglons entre trois codes et plusieurs approches (complémentaires) pour étudier le sideband, ce qui peut paraître déroutant, mais permet de nous assurer que nos résultats ne dépendent pas du code que nous utilisons. On peut se demander pourquoi nous n'utilisons pas uniquement le code Vlasov ELVIS électromagnétique pour réaliser nos simulations cinétiques. Par rapport à un code PIC, un code Vlasov est très peu bruité, à tel point qu'il faut injecter un laser de faible amplitude par le bord droit du domaine de simulation pour faciliter la croissance du Raman. Ce procédé économise du temps de calcul et évite d'attendre longtemps avant d'observer la croissance du Raman, mais peut affecter les mécanismes de saturation que nous étudions. Nous avons donc décidé de comparer les simulations Vlasov ELVIS à celles du code PIC CALDER, même si le bruit numérique lié à une méthode PIC rend l'interprétation et l'analyse des données parfois

difficile.

Il est naturel d'utiliser le code Vlasov VADOR pour étudier la croissance du sideband à partir de la fonction de distribution théorique, puisqu'avec VADOR il est facile d'initialiser le plasma, et le faible bruit numérique propre aux codes Vlasov facilite l'étude.

Le plan de ce chapitre est le suivant. On commence par étudier en section 7.1 la validité de la fonction de distribution théorique (6.25) et de l'hypothèse de localité avec la version électrostatique de CALDER. Puis nous analyserons en section 7.2 les simulations électrostatiques VADOR, ce qui nous permettra de mettre clairement en évidence la croissance de modes satellites et d'identifier le mode le plus instable. On s'attachera notamment à déterminer le taux de croissance du *sideband* Γ_{SB} en fonction de l'amplitude de l'onde plasma ϕ_0 , et du paramètre $k_{pe}\lambda_D$. Dans la section 7.3, nous aborderons les simulations intégrées de l'instabilité Raman avec la version électromagnétique du code CALDER et avec le code ELVIS. On s'attachera à expliquer et interpréter la saturation de la croissance de l'onde plasma qui, dans certains cas, est due au *sideband*. Ces simulations seront comparées en section 7.3.3 au code d'enveloppe BRAMA, basé sur un modèle semi-analytique de Bénisti *et al.* [104] ne décrivant pas la saturation par croissance de modes satellites. Enfin, nous discuterons en section 7.4 la pertinence d'une étude plus théorique basée sur la projection du système Vlasov-Poisson 1D sur une base de Fourier-Hermite.

Dans ce chapitre le champ électrique E est normalisé à $k_{pe}T_e/e$, on note ϕ l'enveloppe (ou amplitude) du champ électrique normalisé.

7.1 Validité de la fonction de distribution adiabatique

La fonction de distribution adiabatique (6.25) obtenue par Bénisti *et al.* [88] (section 6.2), est utilisée dans la section suivante pour étudier la croissance d'un mode satellite pour une onde plasma forcée par laser. Il convient donc d'en vérifier la pertinence. Pour cela nous utilisons la version électrostatique de CALDER et nous imposons une force extérieure, reproduisant les conditions de l'instabilité Raman, pour faire croître une onde plasma. Le champ de forçage associé au battement de l'onde pompe et de l'onde diffusée s'écrit :

$$\phi_f = \phi_f^0 \sin(\omega_{pe}t - k_{pe}x), \quad (7.1)$$

où ω_{pe} et k_{pe} sont respectivement la pulsation et le nombre d'onde de l'onde plasma associée à l'instabilité Raman. Ils sont les valeurs les plus instables déterminés en résolvant numériquement la relation de dispersion linéaire. L'amplitude ϕ_f^0 du forçage est fixée à une valeur suffisamment faible pour garantir la croissance quasi-adiabatique de l'onde plasma. Dans la suite on choisit $\phi_f^0 = 10^{-4} \sqrt{n_c/n_e} c / (v_{te} k_{pe} \lambda_D)$. Le plasma simulé est homogène, périodique en espace, de densité $0.1n_c$ (par rapport à une longueur d'onde laser de $0.351\mu\text{m}$) et de température $T = 5\text{keV}$, soit $k_{pe}\lambda_D = 0.448$. Nous simulons $420\lambda_D$, soit 30 périodes de l'onde plasma. Les ions sont immobiles. Les paramètres numériques sont $\Delta t = 0.06\omega_p^{-1}$, $\Delta x = 0.2\lambda_D \sqrt{n_e/n_c} c / v_{te}$ et nous avons utilisé 50000 particules par maille, chiffre très inhabituel pour des simulations PIC et qui tient à notre souci de contenir les fluctuations numériques à une très faible valeur.

L'évolution de l'onde plasma est montré sur la figure 7.1, représentant une carte et une coupe en $x = 209\lambda_D$ de l'enveloppe ϕ du champ électrique. Celui-ci croît jusqu'à $\phi = 0.1$ en $t\omega_p = 140$, son évolution ultérieure est sujette à des mécanismes non-linéaires, comme le déphasage et l'instabilité de sideband qui sont explicités dans les sections suivantes. Les figures 7.2(a) et 7.2(b) montrent respectivement les espaces de phases théorique (tracé avec (6.25)) et simulé, pour $\phi_0 =$

0.071 et $t\omega_p = 100$. Le faible taux de croissance de l'onde qui vaut $\phi_0/t \approx 0.071\omega_p/100 \approx 7.1 \times 10^{-4}\omega_p$ permet de se rapprocher de l'hypothèse adiabatique pour laquelle est dérivée (6.25). Cette hypothèse idéale n'est jamais atteinte comme en témoigne la structure en spirale visible sur la figure 7.2(b). En effet, l'hypothèse adiabatique suppose que l'espace des phases des particules piégées se remplit infiniment vite quelle que soit la vitesse initiale considérée, ce qui explique l'uniformité de la fonction de distribution adiabatique. Il en va différemment pour notre simulation PIC où les particules ralentissent et s'accumulent aux points « X » situés aux croisements des séparatrices, et c'est justement cette surdensité de particules qui s'étire dans l'espace des phases pour former les spirales que nous voyons. L'intégrale selon x des fonctions de distribution, tracée en figure 7.2(c), permet de comparer la quantité d'électrons piégés. Elle est légèrement plus élevée dans le cas théorique, ce qui est dû à la structure en spirale qui ne remplit pas totalement l'espace des phases.

La figure 7.3 compare les coupes en $x = 0$ de la fonction de distribution théorique (courbe verte, pour $t\omega_p = 100$) avec des coupes en $x = 0$ de la simulation prises à des instants différents. Les fluctuations observées sont dues à l'oscillation des particules piégées. On remarque que la moyenne en temps des fonctions de distributions simulées (courbe bleue sur la figure 7.3(b)) est proche de l'estimation théorique (courbe verte), et ce malgré de fortes fluctuations.

En attendant plus longtemps (pour $t\omega_p > 300$), l'instabilité de sideband commence à se développer et les vortex fusionnent, comme nous le verrons par la suite. La croissance de l'onde plasma varie avec l'amplitude de l'onde de forçage ϕ_f^0 . Dans notre cas nous l'avons ajustée pour obtenir une croissance comparable à celle d'une simulation intégrée de la section 7.3.1. On s'assure donc que la fonction (6.25) est compatible avec des simulations PIC intégrées, et constitue une bonne approximation pour effectuer une étude simplifiée de la croissance du sideband avec VADOR.

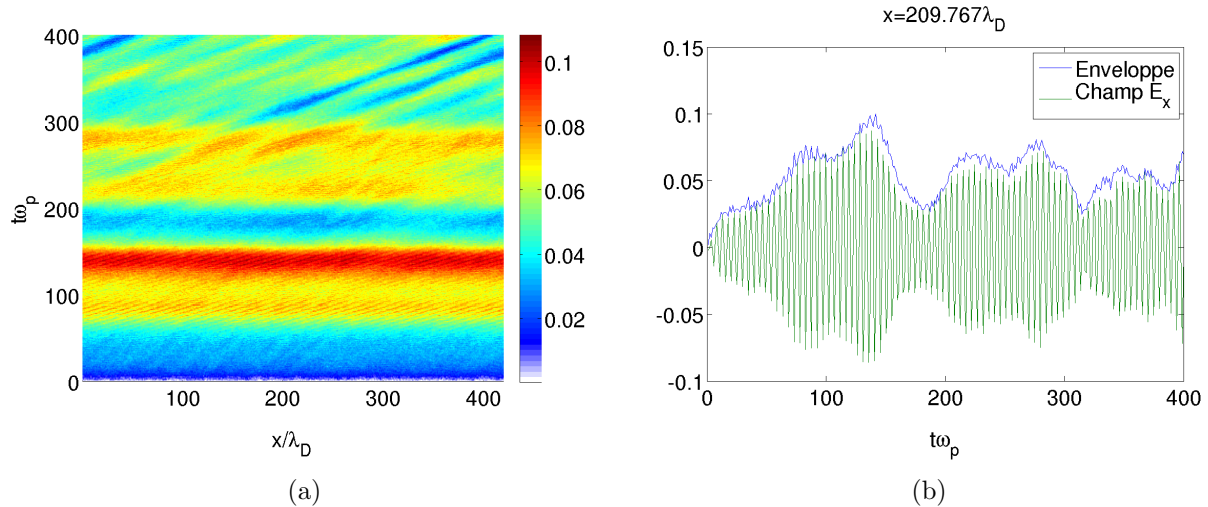


FIGURE 7.1 – (a) Carte et (b) coupe en $x = 209\lambda_D$ de l'enveloppe ϕ du champ électrique. $k_{pe}\lambda_D = 0.44825$

7.2 Etude du *sideband* avec le code Vador

Dans cette section on étudie l'évolution d'un plasma périodique et homogène initialisé par la fonction de distribution adiabatique (6.25). On la calcule pour une amplitude ϕ_0 donnée de l'onde plasma. En répétant l'opération avec différentes valeurs de l'onde plasma, on obtient le taux de

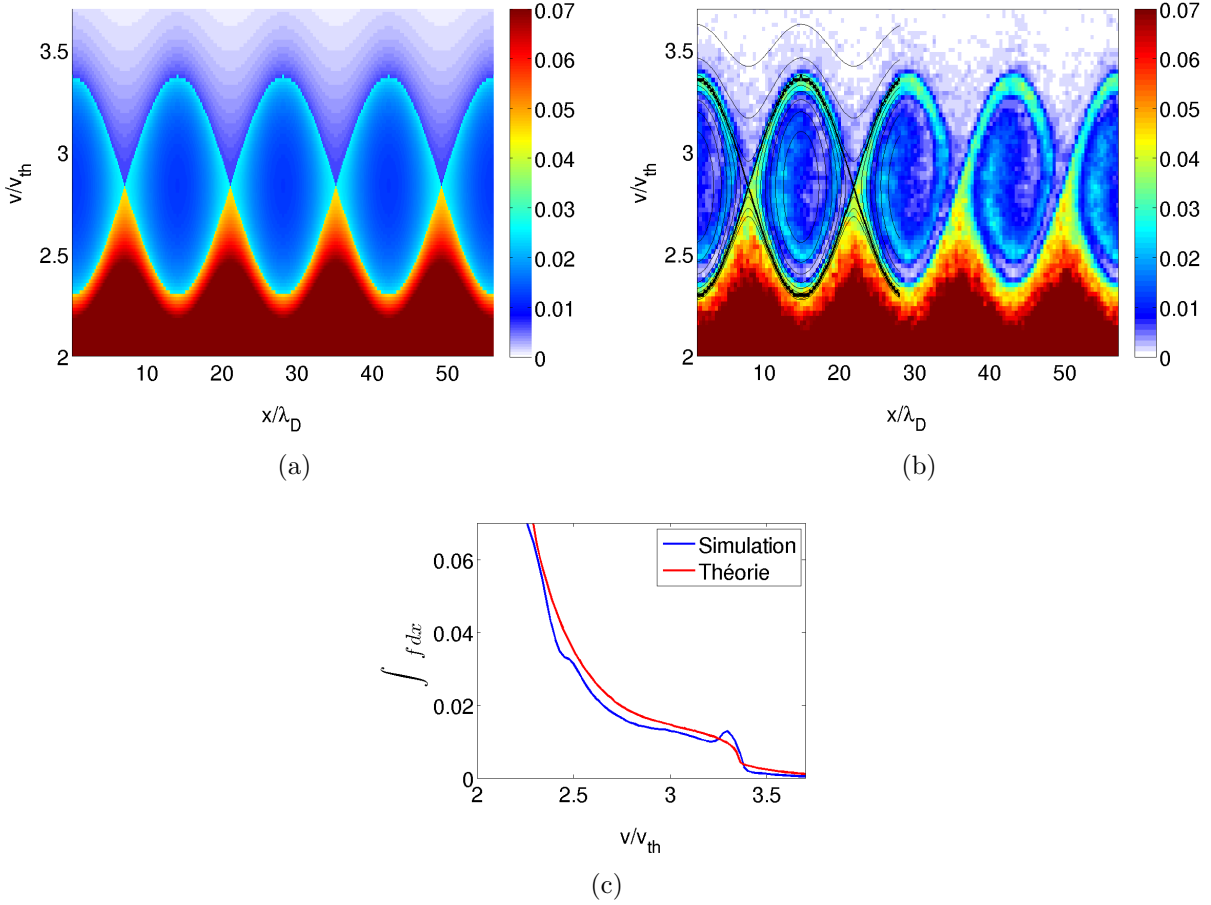


FIGURE 7.2 – Espaces des phases de la fonction de distribution (a) théorique (6.25), et (b) simulée avec le code PIC CALDER. Les lignes noires tracées en (b) correspondent aux contours de l'espace des phases tracé en (a). (c) Intégrale selon x des fonctions de distribution théorique (rouge) et simulée (bleue). $k_{pe}\lambda_D = 0.44825$, $\phi_0 = 0.071$, $t\omega_p = 100$. Simulations CALDER

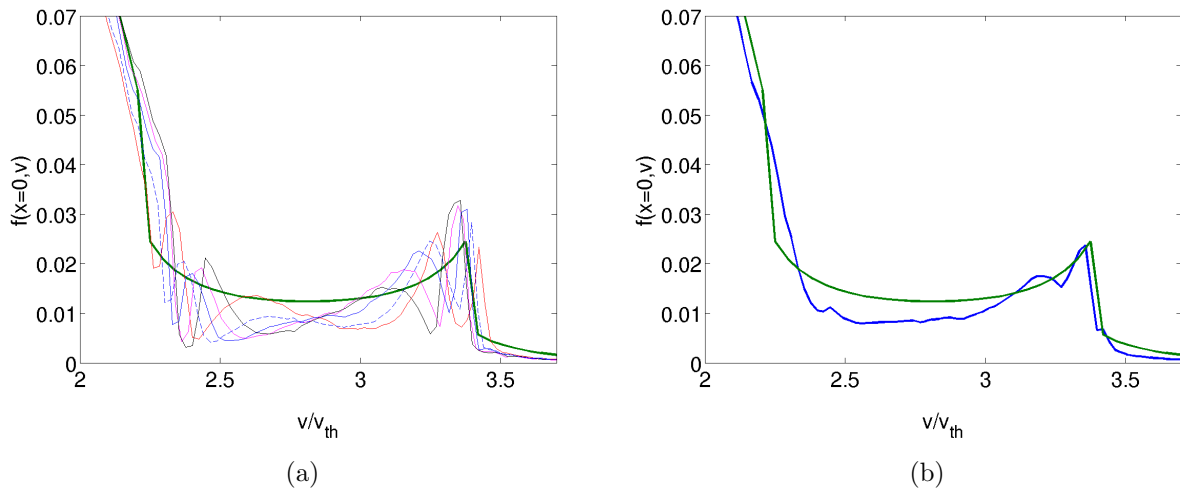


FIGURE 7.3 – Coupe en $x = 0$ de la fonction de distribution théorique (vert) et simulée avec CALDER (autres courbes) prises à différents instants. La somme moyennée des fonctions de distribution simulées de la figure (a) est tracée en (b) (bleu). $k_{pe}\lambda_D = 0.44825$, $\phi_0 = 0.071$.

croissance, le nombre d'onde et la fréquence du sideband en fonction de ϕ_0 . L'approche que nous adoptons est donc de type BGK puisque qu'on fixe à ϕ_0 l'amplitude de l'onde plasma qui est uniforme, et on regarde ensuite l'évolution du plasma.

Notons que la fonction de distribution adiabatique est discontinue sur la séparatrice, comme l'illustre la figure 7.4(a). Cette discontinuité est lissée par le schéma numérique et l'évolution du système Vlasov-Poisson jusqu'à adopter une forme auto-consistante au bout d'une centaine de ω_p^{-1} (figures 7.4(b) et 7.4(c)). Nous avons vérifié qu'initialiser le code avec la fonction adiabatique (6.25) discontinue, ou avec une fonction adiabatique lissée au préalable par nos soins en moyennant sur quelques points, donne les mêmes résultats. Le domaine de simulation est périodique en x et sa longueur est un multiple de la période de l'onde plasma $\frac{2\pi}{k_{pe}\lambda_D}\lambda_D$, k_{pe} étant le nombre d'onde plasma. Nous faisons varier le nombre de périodes spatiales dans le domaine, N_p , l'amplitude du champ électrique de l'onde plasma ϕ_0 et $k_{pe}\lambda_D$. On suppose donc qu'une onde plasma a crû de manière adiabatique jusqu'à une amplitude ϕ_0 , et on s'intéresse à son évolution temporelle à partir de cet état.

Le pas d'espace est égal à $\Delta x/\lambda_D = 0.0314/k_{pe}\lambda_D$ et le pas en vitesse est de $\Delta v = 0.0057v_{th}$. Le pas temporel est ajusté en conséquence pour vérifier la condition CFL (A.14). Nous avons vérifié que le taux de croissance du sideband reste le même en divisant par 3 Δx et par 3 Δv . En prenant $\Delta v = 0.012v_{th}$, on observe un taux de croissance d'environ 30% supérieur.

Les simulations montrent la croissance d'un mode électrostatique avec un nombre d'onde dominant $k_{SB} < k_{pe}$. Le tableau 7.1 et les figures 7.6 résument les nombres d'onde dominants et les taux de croissance associés pour les différents paramètres. Le nombre de périodes est de $N_p = 4, 10$ et 20 , l'amplitude de l'onde plasma $\phi_0 = eE/k_{pe}T_e$ reproduit les valeurs mesurées dans les simulations intégrées de l'instabilité Raman (section suivante), c'est-à-dire $\phi_0 = 0.03 - 0.3$ pour $k_{pe}\lambda_D = 0.448$, et $\phi_0 = 0.03 - 1.4$ pour $k_{pe}\lambda_D = 0.296 - 0.357$. Des exemples de fonctions de distributions instables sont tracés en figure 7.5 pour $N_p = 4$ et des temps différents. On y observe le mélange progressif des vortex [19], conséquence de la croissance du *sideband*.

Les figures 7.7(a) et 7.7(b) montrent l'évolution du spectre en k au cours du temps pour $N_p = 4$, $k_{pe}\lambda_D = 0.2965$, et $\phi_0 = 0.5$. Ces spectres sont complétés par une coupe du champ électrique filtré E_{SB} (figure 7.7(c)), obtenu en filtrant à chaque instant le nombre d'onde k_{pe} et ses harmoniques, comme illustré en figure 7.7(b). On peut ainsi calculer le taux de croissance Γ_{SB} du champ E_{SB} (figure 7.7(c)). Une rapide vérification permet de confirmer que le taux de croissance intégré en k , c'est-à-dire Γ_{SB} , est le même que le taux de croissance du mode dominant situé en $k = k_{SB}$. Les espaces des phases de la figure 7.5 sont à comparer aux spectres et au champ E_{SB} de la figure 7.7. En effet, la phase de saturation, pour $t\omega_p > 1700$, correspond au mélange complet de l'espace des phases.

Globalement le nombre d'onde dominant varie peu en phase linéaire et est d'environ $k_{SB}/k_{pe} \approx 0.8$ pour $N_p = 10 - 20$ et reste constant à $k_{SB}/k_{pe} = 0.75$ pour $N_p = 4$ (voir tableau 7.1). Pour $N_p = 20$, k_{SB}/k_{pe} varie entre 0.9 et 0.75 pour une large gamme d'amplitudes, dépassant même l'amplitude de saturation que nous mesurons en section 7.3 dans les simulations intégrées du Raman. Ce constat est très important, car il nous permettra dans la section 7.3 d'approximer le sideband par une onde monochromatique d'amplitude proportionnelle à $\exp(\int \Gamma_{SB}(\phi(t))dt)$. En phase non-linéaire, lorsque le champ filtré E_{SB} sature (pour $t\omega_p > 1700$ sur la figure 7.7), le nombre d'onde dominant peut varier selon les cas. Cela est visible en figure 7.8 montrant deux cas pour $N_p = 20$ et $k_{pe}\lambda_D = 0.296$. Il est clairement visible que le cas avec $\phi_0 = 0.9$ possède un mode dominant en $k_{SB}/k_{pe} \approx 0.75$ et un autre en $k_{SB}/k_{pe} \approx 0.95$, très proche de k_{pe} , qui n'est pas présent dans le cas avec $\phi_0 = 1.1$.

Notons aussi que le signal gagne en largeur spectrale lorsque N_p augmente, ce qui traduit la

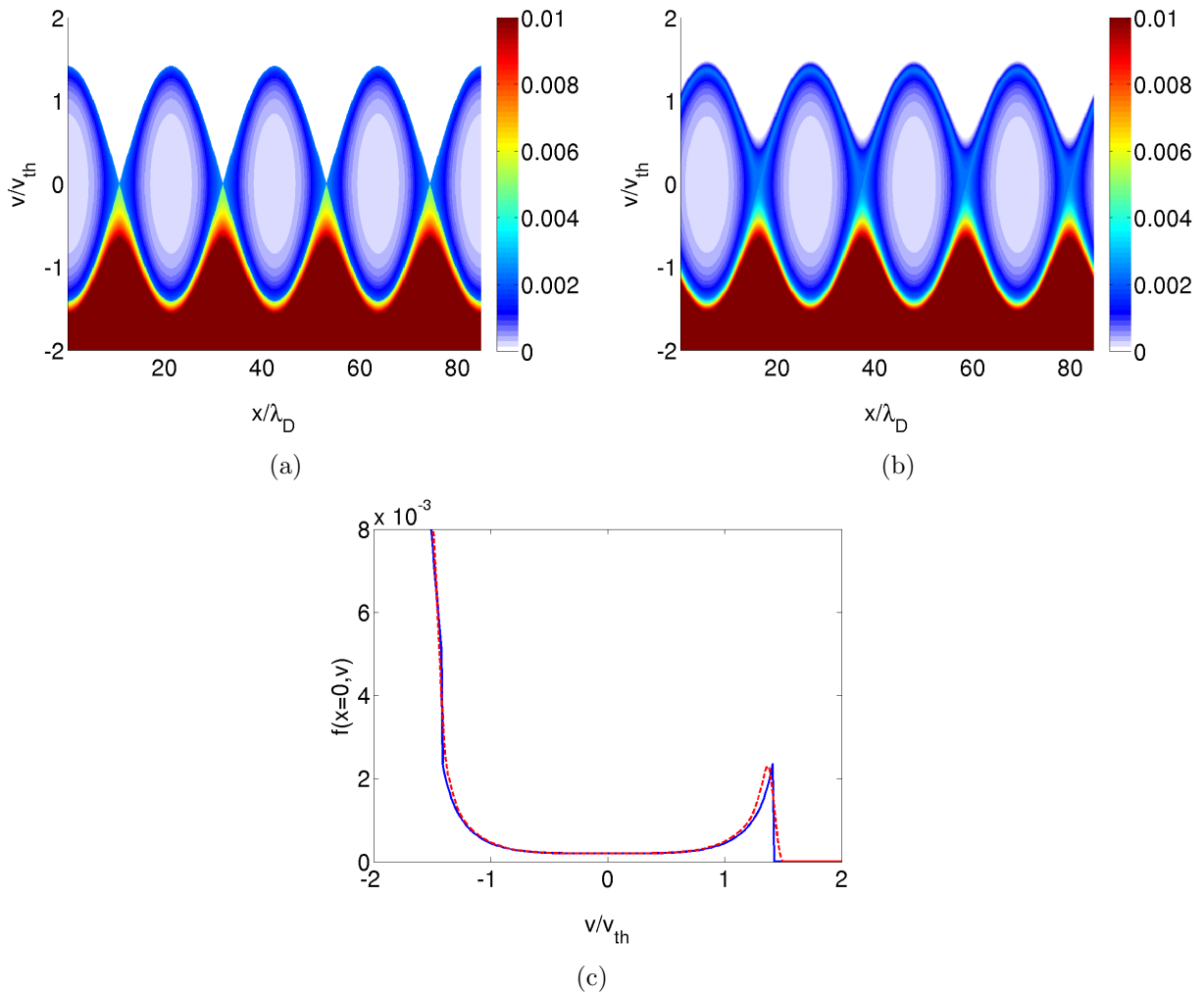


FIGURE 7.4 – Fonctions de distributions pour $N_p = 4$, $\phi_0 = 0.5$ et $k_{pe}\lambda_D = 0.296$: (a) $t\omega_p = 0$, (b) $t\omega_p = 505$, et coupes en $x = 0$ de la fonction initiale (ligne bleue) et de la fonction lissée par le code (tirets rouges, $t\omega_p = 505$). Simulations VADOR

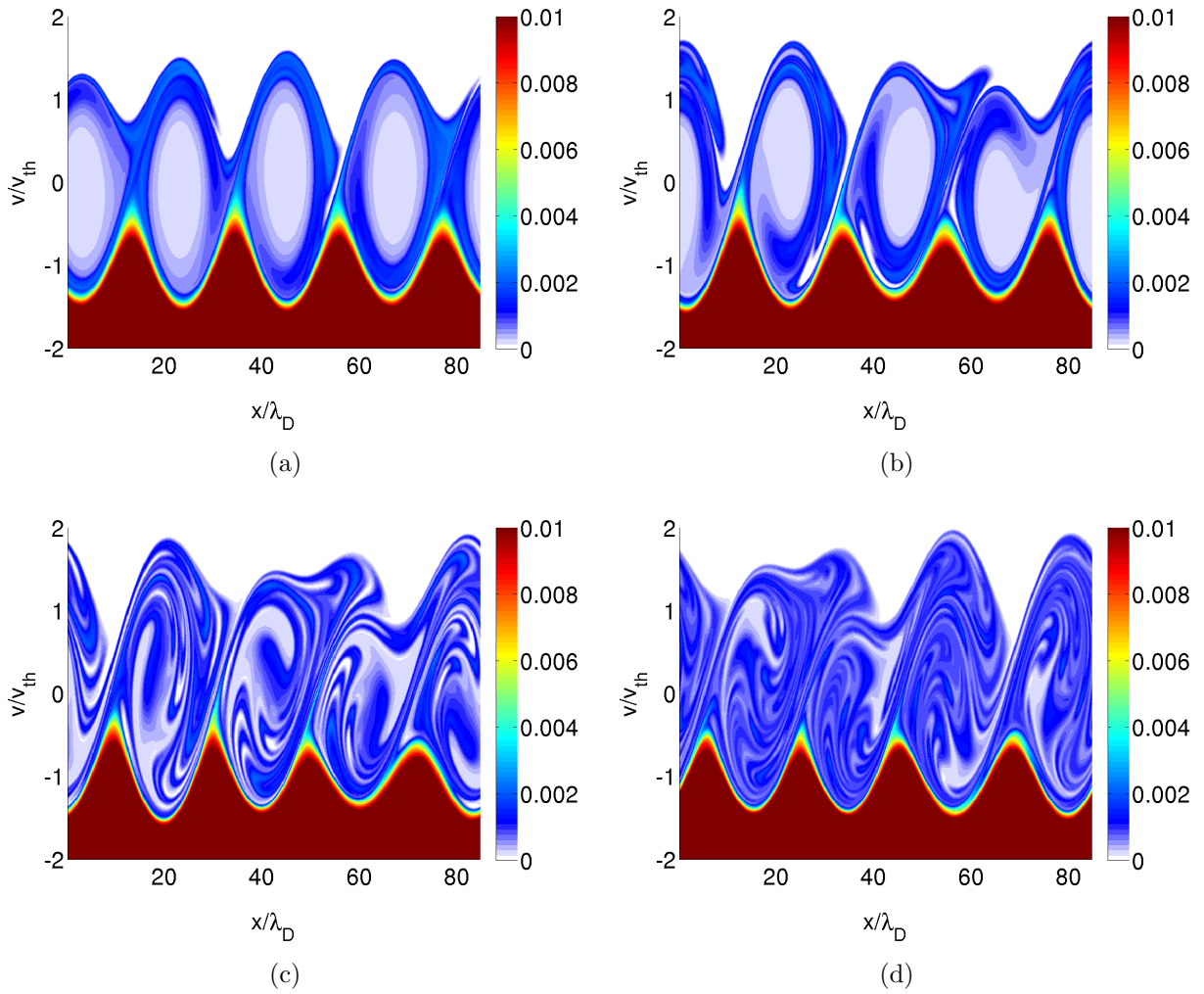


FIGURE 7.5 – Fonctions de distributions pour $N_p = 4$, $\phi_0 = 0.5$ et $k_{pe}\lambda_D = 0.296$: (a) $t\omega_p = 1580$, (b) $t\omega_p = 1631$, (c) $t\omega_p = 1733$, (d) $t\omega_p = 1835$. Simulations VADOR

superposition de plusieurs modes instables. En effet, pour un petit nombre de période comme $N_p = 4$ le nombre de modes sub-harmoniques possibles est réduit, et la résolution du spectre est de k_{pe}/N_p . En revanche pour $N_p = 20$ le système possède plus de possibilités et peut mieux s'ajuster sur le mode le plus instable, ce qui explique l'élargissement spectral observé et, de manière générale, Γ_{SB} augmente avec N_p (figure 7.6). En revanche, il est important de remarquer que le nombre d'onde dominant k_{SB} varie très peu avec N_p . Pour $N_p = 4$, on a $k_{SB}/k_{pe} = 0.75$ (tableau 7.1), ce qui est très proche du cas $N_p = 20$. Le fait que k_{SB} varie très peu avec N_p laisse à penser que le sideband peut être étudié localement, sur quelques périodes plasmas seulement. Cette observation tend à valider l'approche BGK, qui considère une onde d'amplitude uniforme.

$k_{pe}\lambda_D$	N_p	ϕ_0	0.1	0.2	0.25	0.3	0.4	0.6	0.7	0.9	1	1.2	1.4
0.2965	4	$\frac{\Gamma_{SB}}{10^{-2}\omega_p}$				0.62	1.64	2.22	2.59	3.44		4.55	4.5
		$\frac{k_{SB}}{k_{pe}}$				0.75	0.75		0.75	0.75		0.75	0.75
	10	$\frac{\Gamma_{SB}}{10^{-2}\omega_p}$				1		2.7		3.37			4.85
		$\frac{k_{SB}}{k_{pe}}$				0.9		0.8		0.8			0.7
	20	$\frac{\Gamma_{SB}}{10^{-2}\omega_p}$	0.4	0.71	1	1.25	1.86	2.46	2.97	3.37	3.86	4.35	4.84
		$\frac{k_{SB}}{k_{pe}}$	0.85	0.9	0.85	0.85	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.75	0.75
$k_{pe}\lambda_D$	N_p	ϕ_0	0.03	0.05	0.1	0.2	0.22	0.3	0.4	0.5	0.7	0.9	
0.357	4	$\frac{\Gamma_{SB}}{10^{-2}\omega_p}$				1.35	2.13	2.79		4.1	4.31		
		$\frac{k_{SB}}{k_{pe}}$				0.75	0.75	0.75		0.75	0.75		
	10	$\frac{\Gamma_{SB}}{10^{-2}\omega_p}$			1	1.7			3		3.63	4	
		$\frac{k_{SB}}{k_{pe}}$			0.9	0.8			0.8		0.8	0.75	
	20	$\frac{\Gamma_{SB}}{10^{-2}\omega_p}$	0.4	0.62	0.95	1.46	1.73	2.24	2.88	3	3.54	4.26	
		$\frac{k_{SB}}{k_{pe}}$	0.9	0.9	0.9	0.85	0.85	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.75
$k_{pe}\lambda_D$	N_p	ϕ_0	0.03	0.05	0.07	0.09	0.11	0.15	0.2	0.3			
0.44825	4	$\frac{\Gamma_{SB}}{10^{-2}\omega_p}$	0.53		1.1		1.4		1.9	2.62			
		$\frac{k_{SB}}{k_{pe}}$	0.75		0.75		0.75		0.75	0.75			
	10	$\frac{\Gamma_{SB}}{10^{-2}\omega_p}$	0.71		1.25		1.59		2	2.6			
		$\frac{k_{SB}}{k_{pe}}$	0.8		0.8		0.8		0.8	0.8			
	20	$\frac{\Gamma_{SB}}{10^{-2}\omega_p}$	0.72	0.95	1	1.19	1.32	1.85	2.18	2.53			
		$\frac{k_{SB}}{k_{pe}}$	0.85	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8		

TABLE 7.1 – Taux de croissance Γ_{SB} et nombre d'onde k_{SB} du sideband mesurés avec VADOR pour $N_p = 4, 10$ et 20 . En variant les paramètres numériques, tout en fixant les paramètres physiques, on estime que Γ_{SB} peut fluctuer de $\pm 0.003\omega_p$ selon les simulations.

Nous avons modélisé les taux de croissance du sideband Γ_{SB} avec une loi d'échelle polynômiale :

$$\Gamma_{SB} \approx g_1 \phi_0^{g_2}, \quad (7.2)$$

où g_1 et g_2 sont des constantes que nous déterminons pour chaque valeur de $k_{pe}\lambda_D$. Les valeurs de g_1 et g_2 reproduisant le mieux nos mesures de Γ_{SB} pour $N_p = 20$ sont résumées dans le tableau 7.2, et la loi d'échelle (7.2) est tracée en noir sur la figure 7.6. Elle constitue une bonne approximation de Γ_{SB} , et nous servira pour comparer les résultats de VADOR avec des simulations intégrées de CALDER et ELVIS (section 7.3).

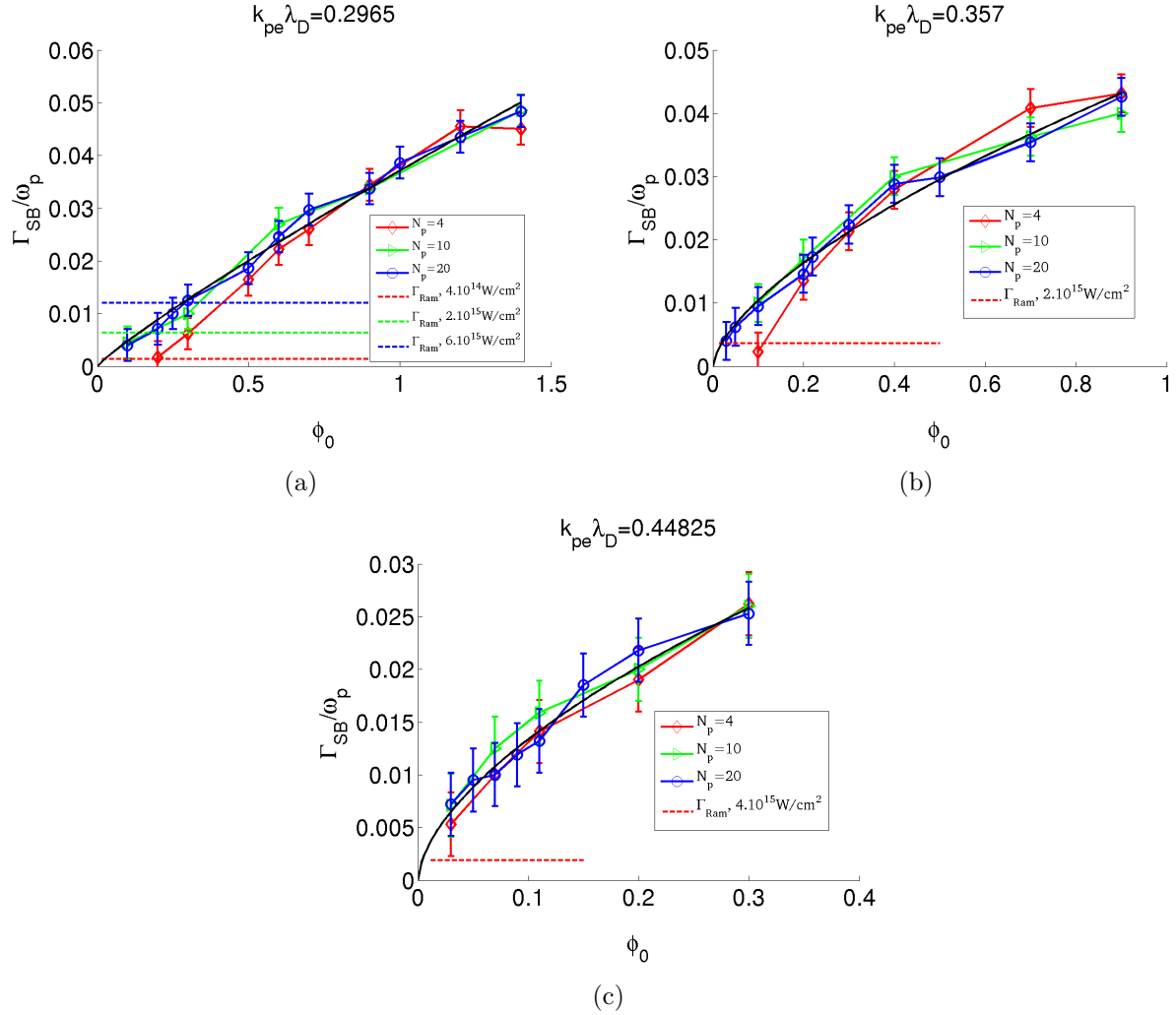


FIGURE 7.6 – Taux de croissance du *sideband* Γ_{SB} en fonction de l’amplitude de l’onde plasma ϕ_0 , du nombre de périodes N_p , et de $k_{pe}\lambda_D$. On estime que Γ_{SB} peut fluctuer de ± 0.003 selon les simulations, ce qui est représenté par les barres d’erreur rouges ($N_p = 4$), vertes ($N_p = 10$) et bleues ($N_p = 20$). La loi d’échelle (7.2) est tracé en noir pour $N_p = 20$ et les paramètres du tableau 7.2. Les taux de croissance du Raman Γ_{Ram} mesurés en section 7.3.1 avec les simulations ELVIS sont également indiqués. Simulations VADOR

$k_{pe}\lambda_D$	g_1	g_2
0.2965	0.037	0.89
0.357	0.046	0.66
0.44825	0.053	0.6

TABLE 7.2 – Valeurs de g_1 et g_2 pour $\Gamma_{SB} \approx g_1 \phi_0^{g_2}$ reproduisant le mieux les mesures de Γ_{SB} pour $N_p = 20$ résumées dans le tableau 7.1.

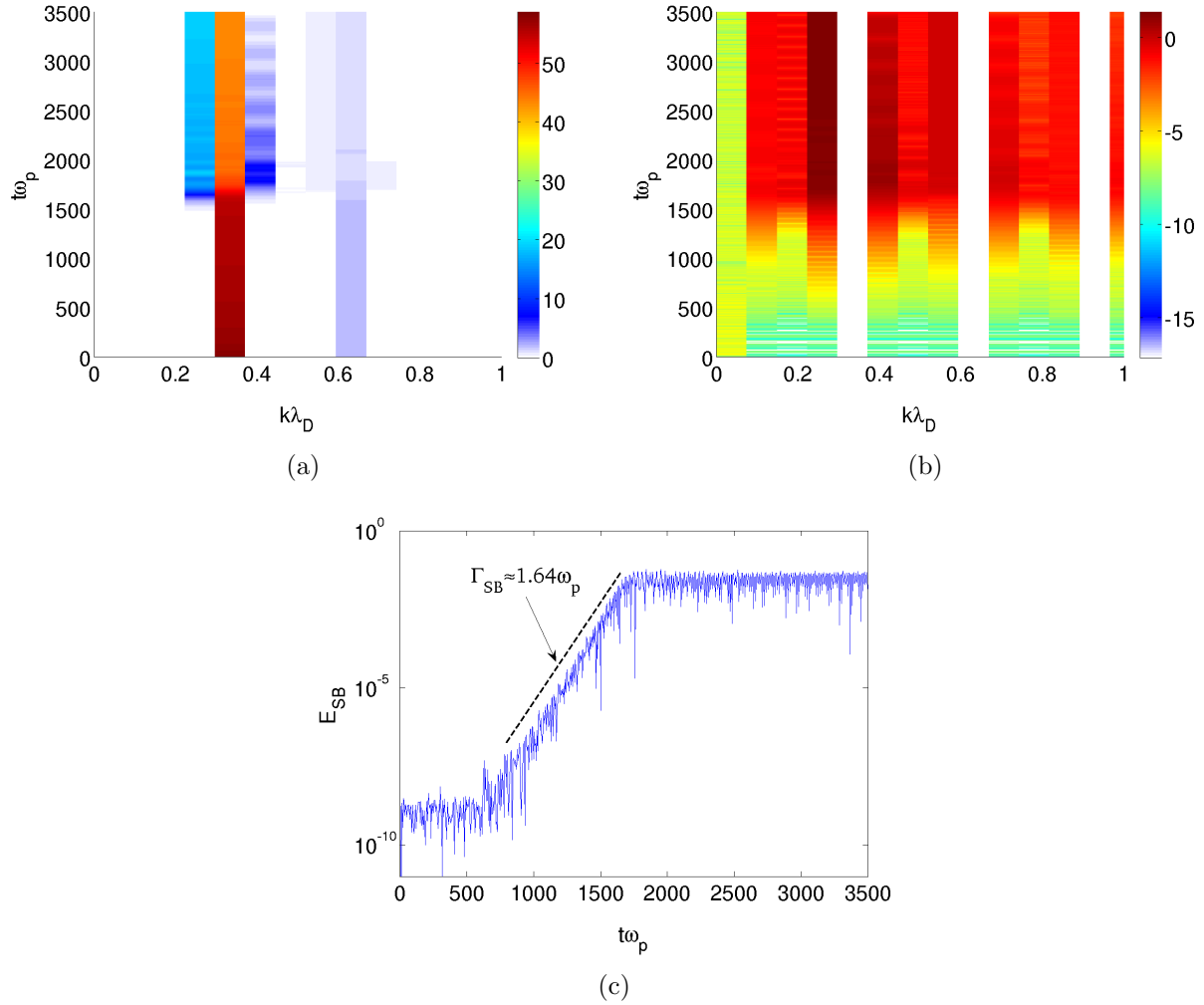


FIGURE 7.7 – Spectres en échelle linéaire (a) et logarithmique (b) du champ électrique pour $N_p = 4$, $\phi_0 = 0.4$ et $k_{pe}\lambda_D = 0.296$. Le nombre d'onde k_{pe} et ses harmoniques ont été retirés dans la figure (b). Le champ filtré E_{SB} (c) est obtenu par transformée de Fourier inverse du spectre tracé en figure (b). Simulations VADOR

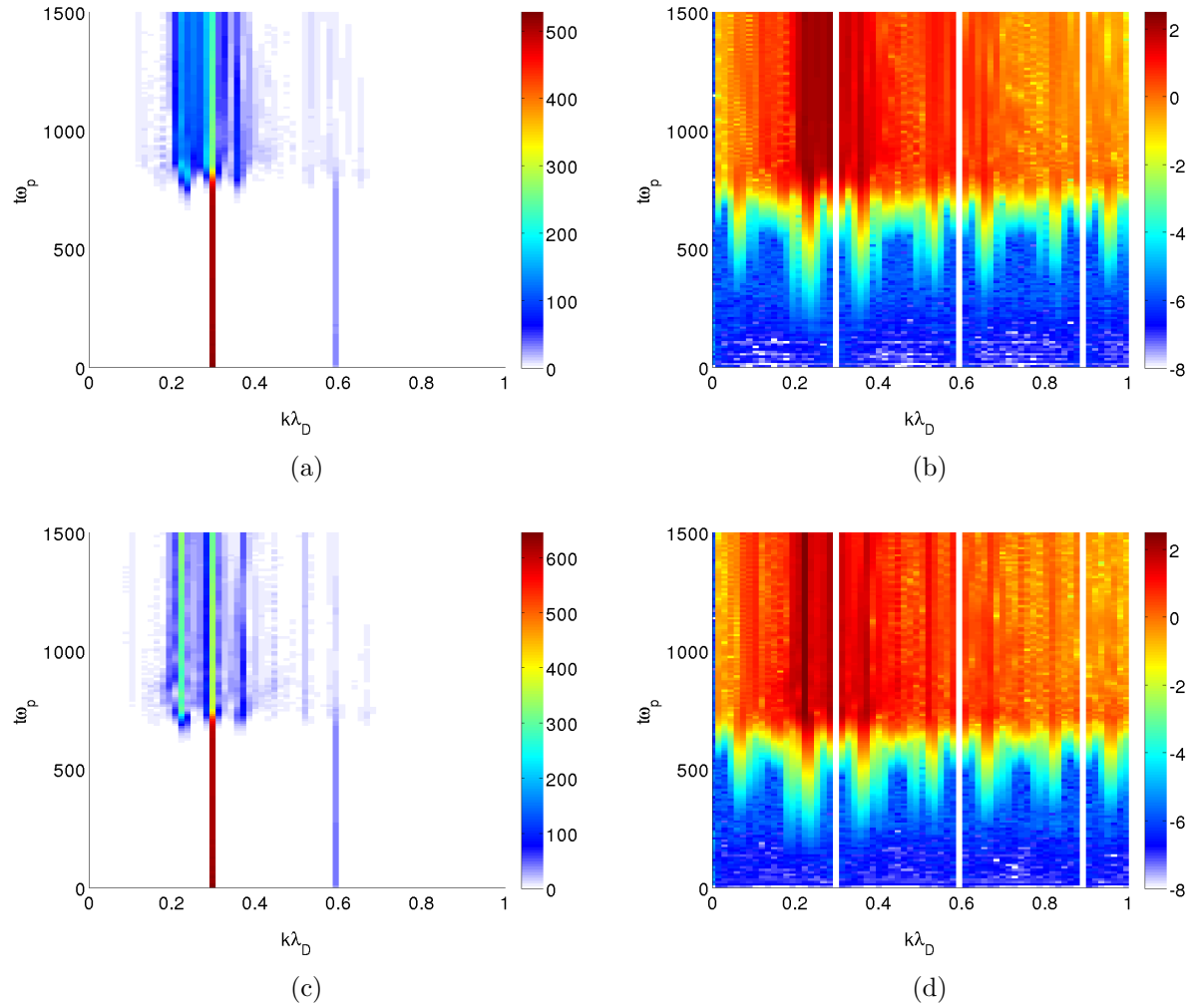


FIGURE 7.8 – Spectres en échelle linéaire (a)-(c) et logarithmique (b)-(d) du champ électrique pour $N_p = 20$, $\phi_0 = 0.9$ (a)-(b), $\phi_0 = 1.1$ (c)-(d), et $k_{pe}\lambda_D = 0.296$. Le nombre d'onde k_{pe} et ses harmoniques ont été retirés dans les figures (b) et (d). Simulations VADOR

On a maintenant une bonne description de la variation du taux de croissance du *sideband* en fonction de ϕ_0 et $k_{pe}\lambda_D$. Il reste maintenant à comparer nos mesures avec des simulations intégrées d'instabilité Raman, ce qui est fait dans la section suivante.

7.3 Application à la saturation de la diffusion Raman stimulée

Les codes électromagnétiques PIC CALDER et Vlasov ELVIS sont maintenant utilisés pour étudier la saturation de la diffusion Raman stimulée dans le cas d'une simulation 1D intégrée, où une impulsion laser impacte par la gauche un plasma de densité homogène $n_0 = 0.1n_c$. Dans tous les cas on observe la saturation de l'instabilité Raman. On observe que l'onde plasma liée au Raman croît jusqu'à saturer par déphasage (causé par le décalage en fréquence de l'onde plasma) ou par instabilité de sideband.

Ces deux mécanismes de saturation affectent différemment l'onde plasma. Le déphasage entraîne une décroissance temporelle lente (de l'ordre de $2\pi/\delta\omega_{pe}$, avec $\delta\omega_{pe} = |\omega_{pe} - \omega_{pe}^L|$ l'écart à sa valeur linéaire de la pulsation de l'onde plasma) de l'amplitude de l'onde plasma, alors que le sideband entraîne, d'après les simulations, des modulations temporelles beaucoup plus rapides (de l'ordre de $2\pi/\delta\omega_{SB}$, avec $\delta\omega_{SB} = |\omega_{SB} - \omega_{pe}|$) que le déphasage. Notons que la théorie adiabatique permet de donner un ordre de grandeur de $\delta\omega_{pe}$, qui d'après la figure 6.3, est de l'ordre de $0.01\omega_p$. Le mécanisme de saturation par déphasage ne possède pas de structure spatiale claire, contrairement au sideband qui module spatialement l'onde plasma avec le nombre d'onde k_{SB} .

Dans la section 7.2, nous avons mesuré le taux de croissance du sideband Γ_{SB} et son nombre d'onde k_{SB} en initialisant l'espace des phases par la fonction de distribution adiabatique (6.25) calculée pour une amplitude fixée ϕ_0 . L'approche adoptée avec le code électrostatique VADOR est donc une approche BGK. Nous avons également supposé que l'onde plasma n'a fait que croître dans le calcul de la fonction adiabatique (6.25). Ce ne sera pas forcément le cas dans les simulations intégrées. En effet, les électrons piégés par l'onde plasma se déplacent à la vitesse de phase v_ϕ de l'onde et voient le champ électrique $\phi(x - v_\phi t)$. Le long de la caractéristique $x - v_\phi t$ les électrons peuvent donc subir un champ électrique $\phi(x - v_\phi t)$ qui a crû ou décrû. Dans ce cas la fonction de distribution diffère de (6.25) qui a été calculée en supposant que l'onde plasma n'a fait que croître.

Les codes CALDER et ELVIS nous permettent de mettre en évidence les mécanismes de saturation par déphasage et par sideband. Nous avons plusieurs possibilités pour discriminer ces deux mécanismes. Dans un premier temps, nous allons comparer les fréquences spatiales k_{SB} et temporelles ω_{SB} du sideband avec les simulations des trois codes VADOR, ELVIS et CALDER. D'autre part, nous pouvons comparer les simulations d'ELVIS et de CALDER avec les simulations du code enveloppe BRAMA. Ce dernier est basé sur le modèle théorique de Bénisti *et al.* [104, 105], et ne décrit que la saturation par déphasage. On observera que dans certains cas les calculs de BRAMA neaturent pas alors que ceux de CALDER et d'ELVISaturent par sideband. C'est donc un moyen efficace pour identifier la saturation par sideband.

De manière à déterminer et à valider un critère de saturation par sideband, nous utilisons les taux de croissance mesurés avec VADOR (tableau 7.1). On considère que la croissance du sideband conduit à la saturation du Raman si son amplitude ϕ_{SB} est comparable à celle de l'onde plasma ϕ . ϕ_{SB} est modélisé de la manière la plus simple par :

$$\phi_{SB}(t) = \phi_{SB}^0 \exp \left[\int_0^t \Gamma_{SB}(\phi(t')) dt' \right] = \phi_{SB}^0 \exp \left[\int_0^t g_1 \phi(t')^{g_2} dt' \right], \quad (7.3)$$

où ϕ est l'amplitude du champ électrique total, et où on a utilisé (7.2). L'équation précédente est inexacte pour plusieurs raisons. D'une part le spectre observé dans les simulations CALDER et ELVIS est beaucoup plus riche que dans les simulations VADOR, ce qui affecte le taux de croissance Γ_{SB} qui est sûrement surestimé dans VADOR. D'autre part, une description plus précise de la croissance du sideband nécessiterait une équation d'enveloppe. De plus l'équation (7.3) suppose que l'onde est monochromatique, ce qui est justifié car les résultats obtenus avec VADOR (tableau 7.1) montrent le nombre d'onde dominant du sideband k_{SB} varie peu avec ϕ .

Les valeurs du taux de croissance du Raman Γ_{Ram} mesurées dans les simulations et prédites par les équations (6.6) et (6.7) sont résumées dans les tableaux 7.3 et 7.4. L'accord est plutôt bon pour $k_{pe}\lambda_D = 0.2965$ mais rapidement les effets cinétiques se font sentir pour $k_{pe}\lambda_D = 0.357 - 0.448$ et la validité de (6.6) devient marginale. Toutefois, il est important de noter que Γ_{SB} domine d'un ordre de grandeur Γ_{Ram} . On s'attend donc à voir l'onde plasma saturer par croissance du sideband de manière assez brutale.

7.3.1 Saturation de la diffusion Raman avec le code Vlasov Elvis

Dans cette sous-section, nous présentons les simulations 1D de l'instabilité Raman effectuées avec le code Vlasov ELVIS. L'impulsion laser de longueur d'onde $\lambda_0 = 0.351\mu\text{m}$ entre par le bord gauche du domaine de simulation de longueur $L_x = 1696c/\omega_0 = 1696\sqrt{n_0/n_c}(c/v_{the})\lambda_D$ et impacte un plasma homogène de densité $n_0 = 0.1n_c$. Une deuxième impulsion électromagnétique contre-propagative, de faible amplitude, entre par la droite du domaine de simulation, avec les paramètres de l'onde diffusée par Raman arrière, dans le but de faciliter la croissance de l'instabilité Raman. En effet, il est difficile pour une instabilité de croître sur un bruit très faible, comme c'est le cas dans un code Vlasov. Dans chaque cas, on fait varier la température T_e du plasma et l'intensité I du laser. Les valeurs de $k_{pe}\lambda_D$ correspondant aux paramètres utilisés sont résumées dans le tableau 7.3. Le pas d'espace est de $\Delta x = 0.2c/\omega_0 = 0.2\sqrt{n_0/n_c}(c/v_{the})\lambda_D$, et le pas de temps est de $\Delta t = \Delta x/c$.

Le taux de croissance Γ_{Ram} est comparé aux taux de croissance théoriques Γ_{Ram}^f et Γ_{Ram}^L (équations (6.6) et (6.7)) dans le tableau 7.3.

Fig.	$k_{pe}\lambda_D$	$\frac{T_e}{1\text{keV}}$	$\frac{I}{\text{W/cm}^2}$	$\frac{\delta\omega_{pe}^{num}}{\omega_p}$	$\frac{\delta\omega_{SB}^{num}}{\omega_p}$	$\frac{k_{SB}}{k_{pe}}$	$\frac{eE_{max}}{k_{pe}T_e}$	$\frac{\Gamma_{Ram}}{\omega_p}$	$\frac{\Gamma_{Ram}^f}{\omega_p}$	$\frac{\Gamma_{Ram}^L}{\omega_p}$
7.14	0.2965	2	4.10^{14}		0.04		0.2-0.4	0.0014	0.004	0.002
7.11			2.10^{15}	0.011	0.063	0.7-0.8	0.5-0.7	0.0064	0.0087	0.0064
7.14			6.10^{15}		0.08		1-1.5	0.012	0.015	0.013
7.12	0.357	3	2.10^{15}	0.005	0.1	0.7-0.85	0.1-0.3	0.0036	0.01	0.0048
7.13	0.44825	5	4.10^{15}	0.01	0.16	0.75-0.85	0.05-0.25	0.0019	0.014	0.0033

TABLE 7.3 – Paramètres physique utilisés, et mesures de k_{SB} , $\delta\omega_{SB}^{num}$, $\delta\omega_{pe}^{num}$ et Γ_{Ram} pour les simulations Raman réalisées avec le code ELVIS.

Les résultats des simulations sont montrés sur la figure 7.10, et les figures 7.11, 7.12 et 7.13 pour $k_{pe}\lambda_D = 0.296$, 0.357 et 0.448 respectivement. L'amplitude (ou enveloppe) ϕ du champ électrique E_x , calculée par transformée de Hilbert, est tracée en fonction de x/λ_D et de $t\omega_p$ sur les figures 7.10(a), 7.10(b) et 7.10(c). On peut déjà observer qu'après une phase de croissance quasi-monotone, le champ E_x sature et développe une structure « striée », typique d'un sideband (pour $t\omega_p > 2000$ sur les figures 7.10(a) et 7.11(c)). De même, par certains endroits l'amplitude de

l'onde plasma est lentement modulée dans le temps, sans présenter de cohérence spatiale, ce qui est typique d'une saturation par déphasage. On peut discriminer les mécanismes de saturation par déphasage et par sideband en mesurant le décalage en fréquence temporelle $\delta\omega_{pe}^{num}$ et $\delta\omega_{SB}^{num}$ qu'ils induisent respectivement. En effet, le décalage en fréquence non-linéaire induisant le déphasage est généralement de l'ordre de $0.01\omega_p$ [88] (section 6.2, figure 6.3), alors que $\delta\omega_{SB}$ est généralement de l'ordre de $0.1\omega_p$ (déduit de la simulation). De plus, seul le sideband possède une structure spatiale cohérente qui nous permette d'identifier et de mesurer un nombre d'onde k_{SB} , ce qu'on ne peut pas faire lorsque la saturation est due au déphasage. Dans les paragraphes suivants nous exhibons les mécanismes de saturation par déphasage et par sideband à l'aide de mesures de k_{SB} , $\delta\omega_{pe}^{num}$ et $\delta\omega_{SB}^{num}$. Remarquons tout de suite que la croissance d'un sideband peut succéder à une saturation par déphasage.

Pour montrer sans ambiguïté qu'il s'agit bien de saturation par sideband ou par déphasage, nous allons nous concentrer sur l'évolution temporelle des champs électriques, tracés sur les figures 7.11, 7.12 et 7.13, pour chaque $k_{pe}\lambda_D$. On constate des comportements de saturation très différents, comme discuté plus tôt. Par exemple l'enveloppe ϕ de la figure 7.11(a), tracée pour $k_{pe}\lambda_D = 0.2965$ et $x = 1837.66\lambda_D$, s'infléchit lentement avant d'atteindre un maximum en $\phi_{max} = 0.55$, $t\omega_p = 1500$ et de décroître lentement. Il s'agit là de saturation par déphasage. La saturation par sideband est manifeste sur la figure 7.11(c), tracée pour le même calcul mais en un autre point du plasma, et $x = 4899.77\lambda_D$, où on observe que ϕ croît jusqu'à atteindre le maximum $\phi_{max} = 0.65$ en $t\omega_p = 2000$ et décroît ensuite brutalement. L'enveloppe ϕ du champ oscille alors rapidement en temps. Pour nous en convaincre nous avons effectué des transformées de Fourier en espace du champ électrique sur les intervalles $[996\ 2092]\lambda_D$ et $[4500\ 5500]\lambda_D$, aux endroits où nous avons observé la saturation par déphasage et par sideband sur les figures 7.11(a) et 7.11(c). À la droite du plasma, pour $[4500\ 5500]\lambda_D$, nous observons le spectre s'enrichir autour de $0.76k_{pe}$, au moment même, $t\omega_p = 2000$, où l'onde plasma sature (figure 7.11(c)). Il s'agit donc sans aucune ambiguïté de saturation par sideband, avec un nombre d'onde dominant k_{SB} correspondant à celui trouvé avec VADOR. Par contre à gauche du plasma, pour $[996\ 2092]\lambda_D$, le spectre s'enrichit autour de $0.7k_{pe}$ à partir de $t\omega_p \approx 2000$, soit bien après la décroissance de ϕ (figure 7.11(a)). Dans ce cas, le sideband n'est pas responsable de la saturation, observée à partir de $1500\omega_p^{-1}$.

Le bruit numérique est bien moins élevé avec ELVIS qu'avec CALDER, ce qui nous permet de tracer le déphasage $\delta\psi$ en fonction du temps et de comparer la saturation par déphasage et par sideband. Le déphasage $\delta\psi$ est tracé sur la figure 7.9 en fonction du temps pour $k_{pe}\lambda_D = 0.2965$. Nous avons également repéré sur la figure 7.9 $\delta\psi = -\pi/2$ correspondant à la quadrature de phase entre les ondes. Dans le cas du déphasage à gauche du plasma (courbe rouge), $\delta\psi$ décroît jusqu'à $-\pi/2$ en $t\omega_p \approx 1500$, ce qui correspond à la saturation observée en figure 7.11(a). Dans le cas du sideband à droite du plasma (courbe bleue), $\delta\psi$ décroît plus lentement et sature par sideband avant d'atteindre $-\pi/2$. Les ondes sont néanmoins proches de la quadrature de phase, ce qui explique la stagnation de ϕ juste avant de saturer par sideband.

Le raisonnement et les observations effectués à $k_{pe}\lambda_D = 0.2965$ s'appliquent également pour $k_{pe}\lambda_D = 0.357$ et 0.448 (figures 7.12 et 7.13). À gauche de la boîte de simulation l'onde plasma sature préférentiellement par déphasage, alors qu'elle sature plutôt par sideband dans la partie droite du plasma. En particulier le cas à $k_{pe}\lambda_D = 0.448$ illustre comment le sideband peut croître après que l'onde plasma a saturé par déphasage. Sur la figure 7.13(a) l'onde sature d'abord par déphasage en $t\omega_p \approx 3000$ et un sideband apparaît ensuite en $t\omega_p \approx 4500$ avec un nombre d'onde $k_{SB} \approx 0.78k_{pe}$, en accord avec les résultats de VADOR.

De manière générale, on observe que l'onde plasma sature par sideband et par déphasage. Dans le cas d'une saturation par sideband on observe un pic d'énergie en $k_{SB} \approx 0.76k_{pe}$ pour chaque

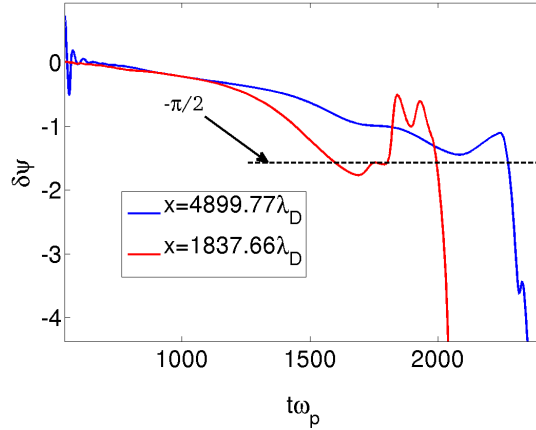


FIGURE 7.9 – Déphasage $\delta\psi$ calculé pour $k_{pe}\lambda_D = 0.2965$. Simulations ELVIS, $I = 2.10^{15}\text{W}/\text{cm}^2$.

$k_{pe}\lambda_D$. Les nombres d'ondes dominant du sideband k_{SB} mesurés avec ELVIS sont compris entre 0.75 et $0.9k_{pe}$ (tableau 7.3), en accord avec les résultats du code électrostatique VADOR (voir le tableau 7.1). L'amplitude de saturation ϕ_{max} de l'onde plasma est notée dans le tableau 7.3.

Après avoir discriminé la saturation par sideband de la saturation par déphasage à l'aide de spectres en espace, nous allons nous intéresser aux décalages en fréquence temporelle $\delta\omega_{SB}^{num}$ et $\delta\omega_{pe}^{num}$. C'est une vérification complémentaire qui vient renforcer les conclusions précédentes. Avec les simulations on observe qu'après avoir saturé par sideband, l'enveloppe ϕ de l'onde plasma oscille avec une fréquence bien plus élevée que si l'onde avait saturé par déphasage. Les calculs théorique [88] indiquent que le décalage en fréquence de l'onde plasma est de l'ordre de $0.01\omega_p$ [88] au moment de la saturation par déphasage. On devrait donc observer que l'enveloppe ϕ de l'onde plasma oscille avec la fréquence $\delta\omega_{pe}$. Nous avons mesuré approximativement $\delta\omega_{pe}$ pour chaque cas de saturation par déphasage, on obtient (tableau 7.3) $\delta\omega_{pe}^{num} \approx 0.011, 0.005$ et $0.01\omega_p$, qui sont bien de l'ordre de $0.01\omega_p$ comme le prévoit la théorie adiabatique (figure 6.3). La manière de mesurer $\delta\omega_{pe}$ est illustrée sur les figures 7.11(a), 7.12(a) et 7.13(a). Dans le cas de la saturation par sideband, l'enveloppe ϕ oscille avec des fréquences plus élevées, on mesure $\delta\omega_{SB}^{num} \approx 0.063, 0.1$, et $0.16\omega_p$ (tableau 7.3 et figures 7.11(c), 7.12(c) et 7.13(c)). On a donc $\delta\omega_{SB}^{num}/\delta\omega_{pe}^{num} \approx 6, 20$ et 16 respectivement pour $k_{pe}\lambda_D = 0.2965, 0.357$ et 0.44825 . L'écart entre $\delta\omega_{pe}^{num}$ et $\delta\omega_{SB}^{num}$ est donc suffisant pour discerner la saturation par déphasage de la saturation par sideband.

Remarquons que l'amplitude de saturation ϕ_{max} est similaire que l'onde plasma sature par déphasage ou par sideband, ce qui rend les mécanismes indiscernables sans mesurer k_{SB} et $\delta\omega$.

Maintenant que nous avons identifié le sideband comme étant une des causes de la saturation du Raman, essayons d'aller plus loin dans la comparaison avec les résultats électrostatiques de VADOR. Pour cela, nous essayons de déterminer un critère de saturation en utilisant l'équation (7.3) et la loi d'échelle (7.2) déterminée avec VADOR. L'équation (7.3) est tracée dans les cas d'une saturation par sideband seulement, c'est-à-dire sur les figures 7.11(c), 7.12(c) et 7.13(c). Le paramètre ϕ_{SB}^0 représente le niveau de bruit à partir duquel croît ϕ_{SB} , c'est donc a priori un paramètre important puisque $\phi_{SB} \propto \phi_{SB}^0$. Nous avons pris ϕ_{SB}^0 égal au bruit numérique du code qui est d'environ 10^{-5} , et tracé ϕ_{SB} pour $\phi_{SB}^0/10$ et $10\phi_{SB}^0$. On obtient des résultats similaires, en effet les courbes ϕ_{SB} coupent les courbes ϕ à peu près au même moment, ce qui nous donne environ le même temps de saturation (déterminé par $\phi_{SB} \approx \phi$). Ce n'est pas surprenant car ϕ_{SB} croît sur 5 exposant, et $\Gamma_{SB} > \Gamma_{Ram}$. Dans notre cas le choix de ϕ_{SB}^0 a peu d'influence sur le résultat.

Le critère de saturation par sideband (ϕ_{SB} de l'ordre de ϕ) est cohérent avec les simulations à $k_{pe}\lambda_D = 0.2965$ (figure 7.11(c)). En effet, ϕ_{SB} coupe ϕ en $t\omega_p \approx 2000$, ce qui correspond bien au temps de saturation. Par contre ϕ_{SB} coupe ϕ en $t\omega_p \approx 2500 - 3000$ pour $k_{pe}\lambda_D = 0.357$ et 0.448 respectivement (figures 7.12(c) et 7.13(c)), devançant ainsi le temps de saturation des simulations qui sont compris entre 3000 et $4000 \omega_p^{-1}$.

Le critère de saturation que nous proposons est en relativement bon accord avec les simulations, malgré les limites de la méthode, discutées plus haut.

Des simulations complémentaires pour $I = 4.10^{14}$ et 6.10^{15}W/cm^2 sont présentées en figure 7.14 pour $k_{pe}\lambda_D = 0.2965$. Les résultats sont similaires à ce que nous venons de présenter. Néanmoins les régimes de saturations diffèrent selon l'intensité. A basse intensité, pour $I = 4.10^{14} \text{W/cm}^2$, la saturation par déphasage occupe un espace plus important qu'à $I = 2.10^{15} \text{W/cm}^2$. Elle est située à gauche du plasma dans la zone $x < 4000\lambda_D$ au lieu de $x < 2000\lambda_D$ pour $I = 2.10^{15} \text{W/cm}^2$. Le sideband est lui aussi présent et occupe le reste du plasma. A haute intensité, pour $I = 6.10^{15} \text{W/cm}^2$, la saturation par déphasage a disparu et l'onde plasma sature exclusivement par sideband. On peut l'expliquer en remarquant qu'il faut un certain temps au mécanisme de saturation par déphasage pour se mettre en place. C'est la différence avec le sideband qui croît plus vite que l'onde plasma, car le taux de croissance dépend de l'amplitude de l'onde plasma ϕ . Le taux de croissance de l'onde plasma Γ_{Ram} augmentant avec I , il est donc normal qu'à plus haute intensité le sideband l'emporte sur la saturation par déphasage.

Notons que l'amplitude de saturation du sideband ϕ_{max} augmente avec l'intensité du laser (tableau 7.3). Nous avons également tracé ϕ_{SB} sur les figures 7.14(b) et 7.14(d), ϕ_{SB} coupe ϕ au moment de la saturation. Le critère de saturation par sideband semble donc bien vérifié pour $k_{pe}\lambda_D = 0.2965$.

7.3.2 Saturation de la diffusion Raman avec le code PIC Calder

Nous avons effectué des simulations 1D de l'instabilité Raman avec le code PIC CALDER, reproduisant les simulations de la sous-section 7.3.1 effectuées avec ELVIS. La longueur du plasma peut varier de quelques dizaines de micromètres selon les simulations, mais cela influence peu les résultats. L'impulsion laser de longueur d'onde $\lambda_0 = 0.351 \mu\text{m}$ entre par le bord gauche du domaine de simulation de longueur $L_x = 2400c/\omega_0 = 2400\sqrt{n_0/n_c}(c/v_{the})\lambda_D$ et impacte un plasma homogène de densité $n_0 = 0.1n_c$. Dans chaque cas on fait varier la température T_e du plasma et l'intensité I du laser. Les valeurs de $k_{pe}\lambda_D$ correspondant aux paramètres utilisés sont résumées dans le tableau 7.4. Le pas de temps est de $\Delta t = 0.15\omega_0^{-1} \approx 0.0474\omega_p^{-1}$, le pas d'espace est de $\Delta x = 0.2c/\omega_0 = 0.2\sqrt{n_0/n_c}(c/v_{the})\lambda_D$, et nous utilisons 10000 particules par maille. Les ions sont immobiles.

Figure	$k_{pe}\lambda_D$	$\frac{T_e}{\text{keV}}$	$\frac{I}{\text{W/cm}^2}$	$\frac{\delta\omega_{SB}^{num}}{\omega_p}$	$\frac{k_{SB}}{k_{pe}}$	$\frac{eE_{max}}{k_{pe}T_e}$	$\frac{\Gamma_{Ram}}{\omega_p}$	$\frac{\Gamma_{Ram}^f}{\omega_p}$	$\frac{\Gamma_{Ram}^L}{\omega_p}$
7.15	0.2965	2	2.10^{15}	0.05	0.7-0.8	0.8-1.2	0.006	0.0087	0.0064
7.16			6.10^{15}	0.09	0.7-0.8	1-1.5	0.0094	0.015	0.013
7.17	0.357	3	2.10^{15}	0.042	0.75-0.85	0.3-0.5	0.003	0.01	0.0048
7.18	0.44825	5	4.10^{15}						

TABLE 7.4 – Paramètres physique utilisés, k_{SB} , $\delta\omega_{SB}^{num}$ et Γ_{Ram} des simulations Raman réalisées avec le code CALDER.

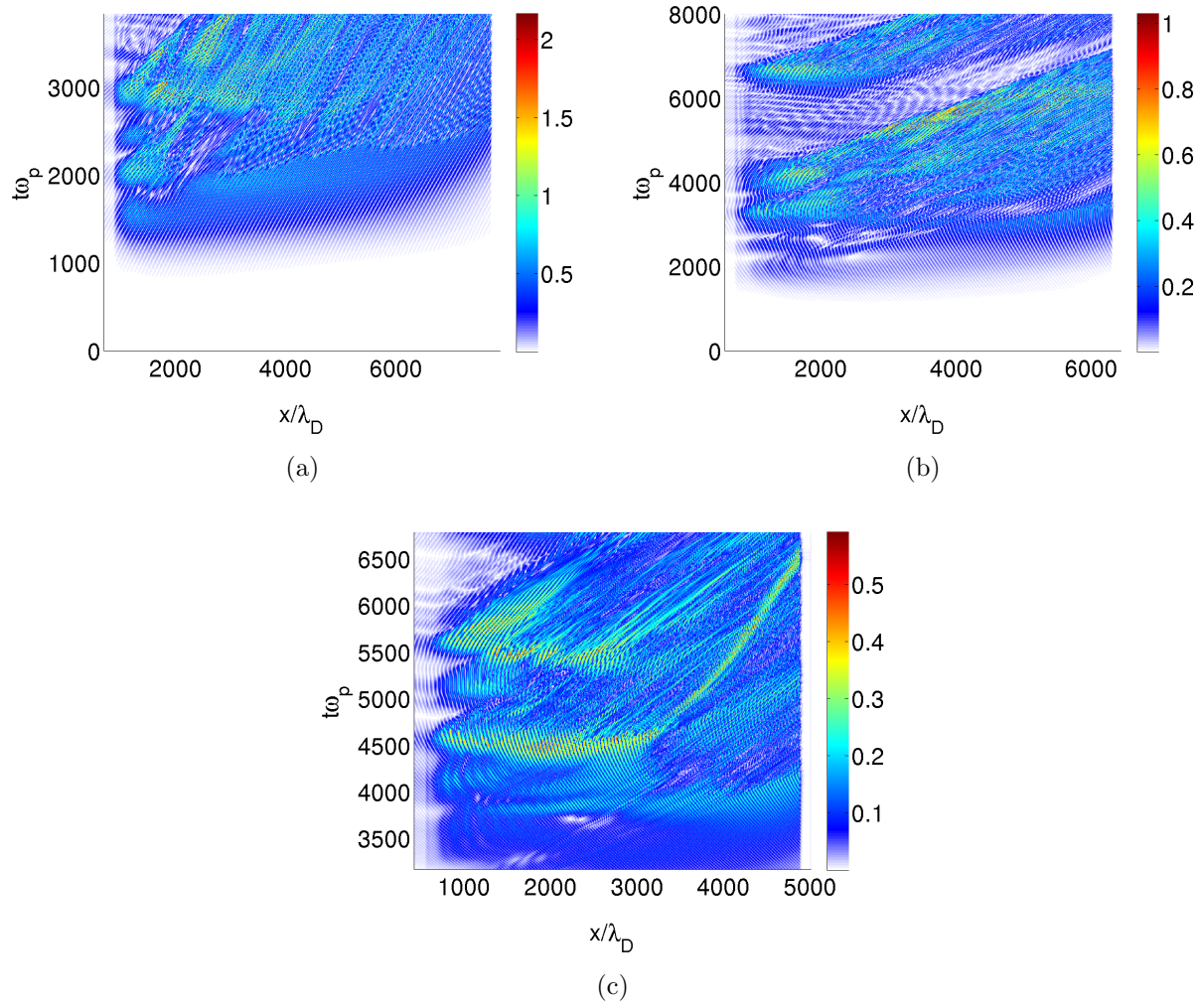


FIGURE 7.10 – Enveloppe ϕ du champ électrique pour (a) $k_{pe}\lambda_D = 0.2965$, (b) 0.357 et (c) 0.44825. Simulations ELVIS, $I = 2.10^{15}\text{W}/\text{cm}^2$.

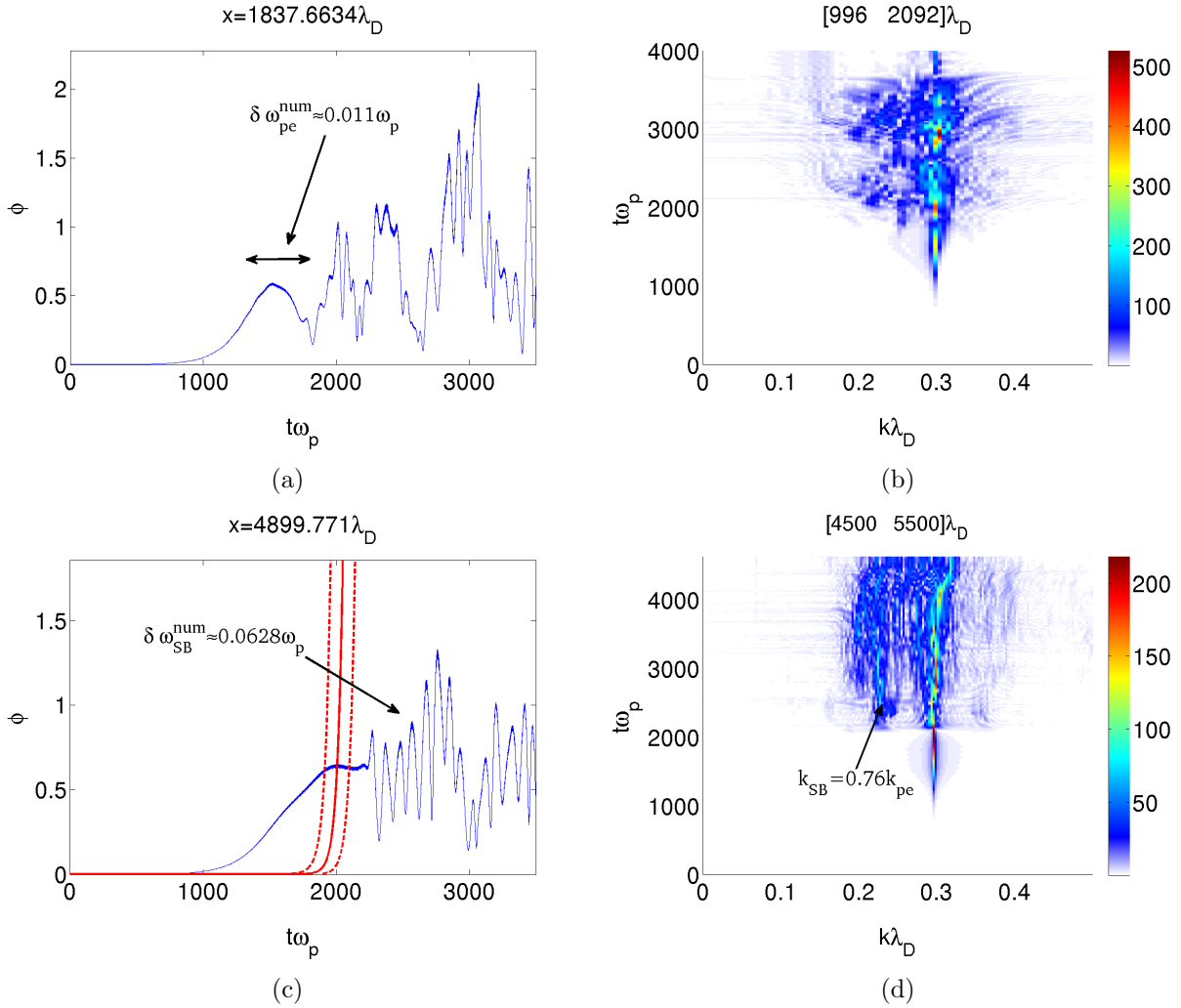


FIGURE 7.11 – (a,c) Enveloppe ϕ du champ électrique en fonction du temps et (b,d) transformée de Fourier en espace du champ électrique, effectuées sur les intervalles (b) $[996\ 2092]\lambda_D$ et (d) $[4500\ 5500]\lambda_D$. L'équation (7.3) est tracée en rouge avec les paramètres du tableau 7.2 (pour $\phi_{SB}^0/10$ et $10\phi_{SB}^0$ en tirets). Simulations ELVIS, $k_{pe}\lambda_D = 0.2965$, $I = 2.10^{15}\text{W/cm}^2$.

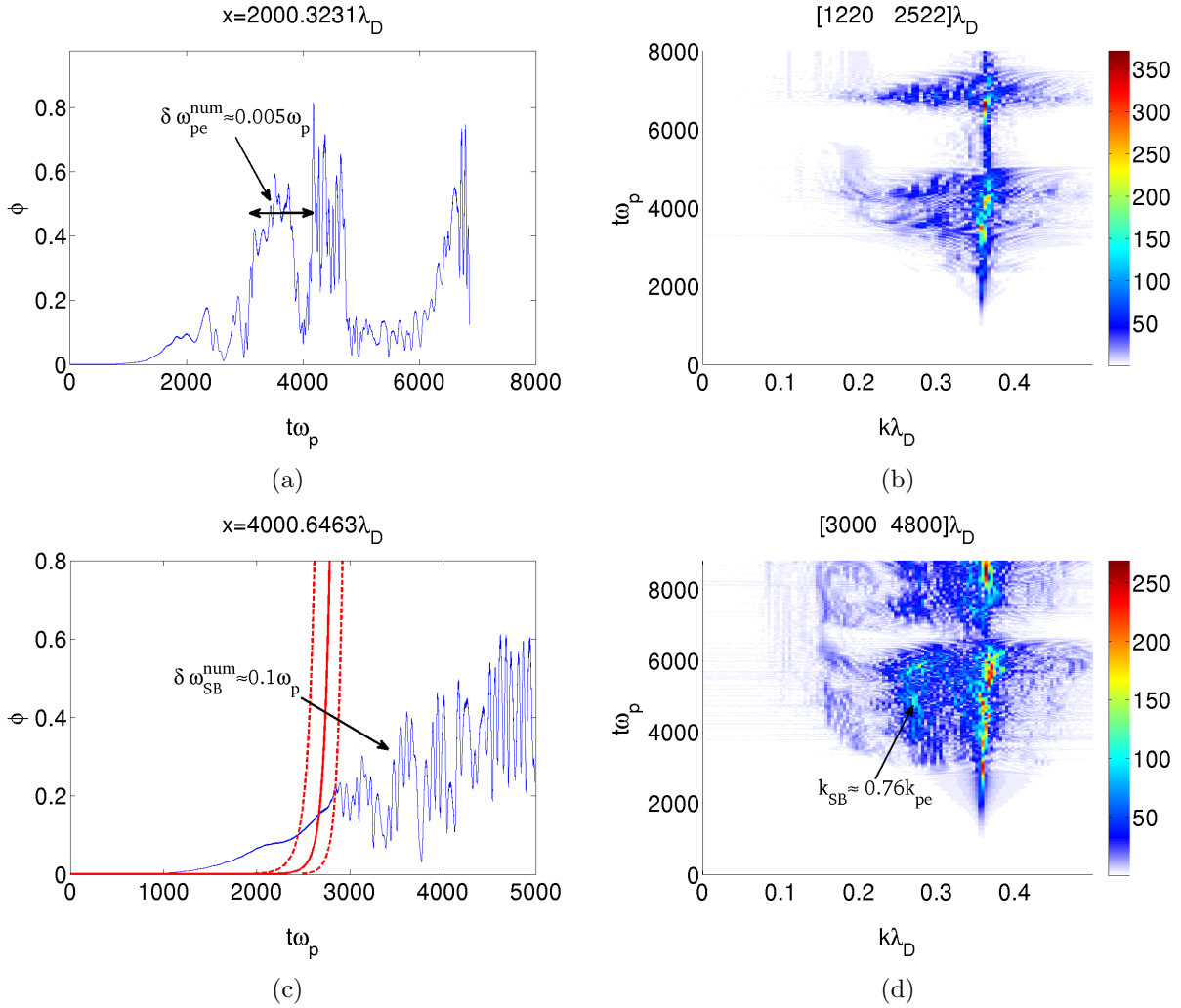


FIGURE 7.12 – (a,c) Enveloppe ϕ du champ électrique en fonction du temps et (b,d) transformée de Fourier en espace du champ électrique, effectuées sur les intervalles (b) $[1220\ 2522]\lambda_D$ et (d) $[3000\ 4800]\lambda_D$. L'équation (7.3) est tracée en rouge avec les paramètres du tableau 7.2 (pour $\phi_{SB}^0/10$ et $10\phi_{SB}^0$ en tirets). Simulations ELVIS, $k_{pe}\lambda_D = 0.357$, $I = 2.10^{15}\text{W/cm}^2$.

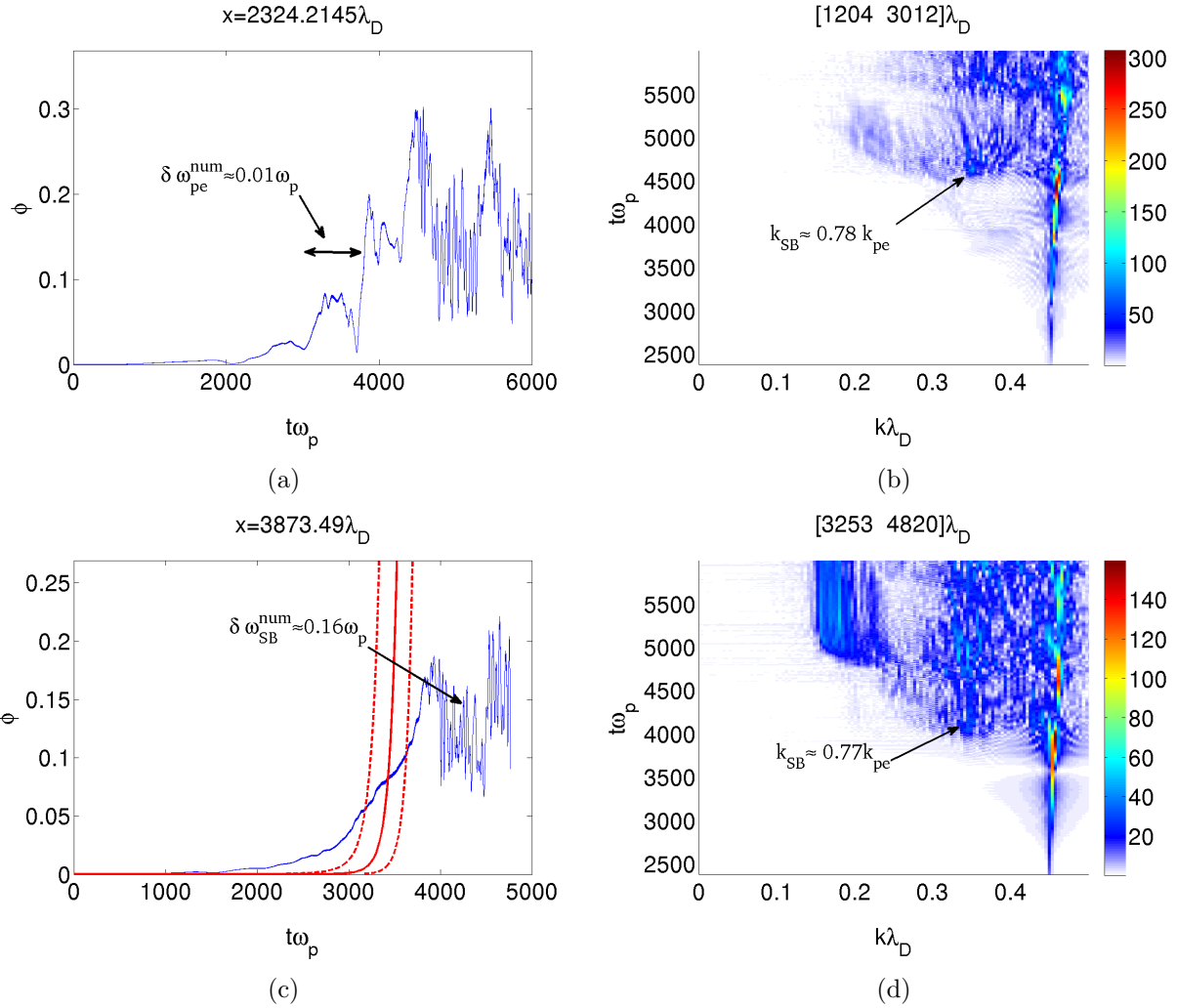


FIGURE 7.13 – (a,c) Enveloppe ϕ du champ électrique en fonction du temps et (b,d) transformée de Fourier en espace du champ électrique, effectuées sur les intervalles (b) $[1204\ 3012]\lambda_D$ et (d) $[3253\ 4820]\lambda_D$. L'équation (7.3) est tracée en rouge avec les paramètres du tableau 7.2 (pour $\phi_{SB}^0/10$ et $10\phi_{SB}^0$ en tirets). Simulations ELVIS, $k_{pe}\lambda_D = 0.44825$, $I = 4.10^{15}\text{W/cm}^2$.

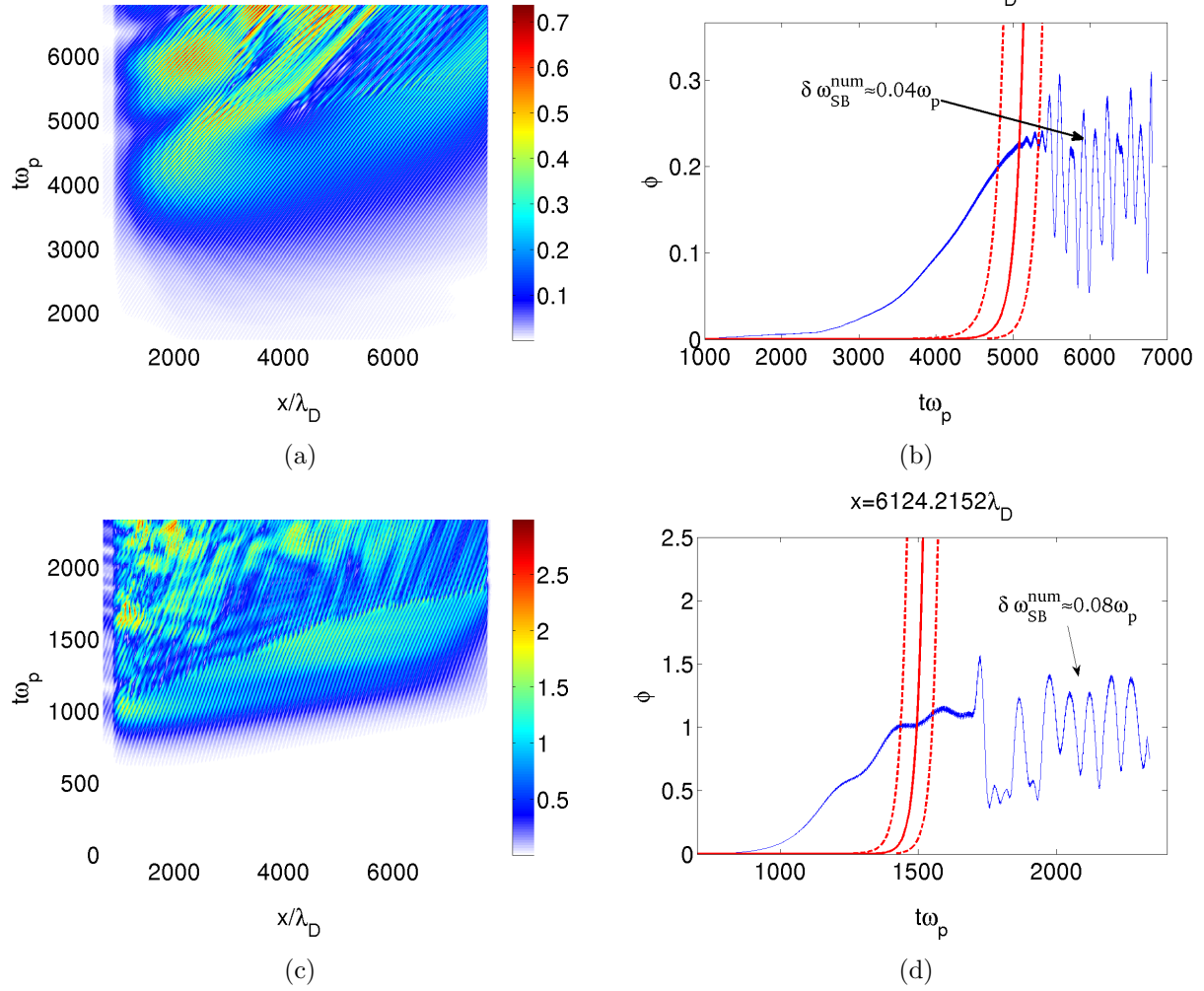


FIGURE 7.14 – (a,c) Enveloppe ϕ du champ électrique et (b,d) coupes de ϕ en fonction du temps, pour (a,b) $I = 4.10^{14} \text{W/cm}^2$ et (c,d) $I = 6.10^{15} \text{W/cm}^2$. L'équation (7.3) est tracée en rouge avec les paramètres du tableau 7.2 (pour $\phi_{SB}^0/10$ et $10\phi_{SB}^0$ en tirets). Simulations ELVIS, $k_{pe}\lambda_D = 0.2965$.

Les résultats des simulations sont tracés sur les figures 7.15, 7.17 et 7.18 pour $k_{pe}\lambda_D = 0.2965$, 0.357 et 0.44825 respectivement. Une des différences majeures avec le code ELVIS est l'apparition de l'instabilité Raman avant, dans la moitié droite du plasma et pour $k_{pe}\lambda_D = 0.357 - 0.44825$. Le Raman avant, dont le nombre d'onde de l'onde plasma diffusée est de $k_{pe}\lambda_D = 0.083$ et 0.107 pour $T_e = 3$ et 5keV respectivement, est moins touché par l'amortissement Landau qui augmente avec $k_{pe}\lambda_D$. De plus le Raman avant possède une vitesse de phase proche de c et piège donc beaucoup moins de particules que le Raman arrière, ce qui rend son onde plasma moins instable. Il n'est pas surprenant que l'onde plasma diffusée du Raman avant croisse avec beaucoup plus de stabilité que le Raman arrière, comme c'est visible sur la moitié droite du plasma sur les figures 7.17 et 7.18. Le Raman arrière est même absent pour $k_{pe}\lambda_D = 0.44825$ et $I = 4.10^{15}\text{W/cm}^2$ (figure 7.18), le spectre de Fourier en espace présente un pic d'énergie unique en $k\lambda_D = 0.109$ permettant d'identifier le Raman avant.

Le code PIC CALDER possède un bruit numérique d'environ 3 ordres de grandeur plus élevé que le code Vlasov ELVIS. Le Raman arrière, ou le Raman avant, peut donc croître assez facilement à partir du bruit numérique de CALDER, qui possède un spectre varié. Dans le cas du code ELVIS nous injectons un laser « sonde » d'intensité $10^{-5}I$ par le bord droit du domaine de simulation, et possédant les mêmes fréquences que l'onde laser diffusée par Raman arrière. La sonde favorise la croissance du Raman arrière. Si nous ne procédons pas ainsi le Raman arrière croît très lentement et cela rallonge nos simulations. Ce procédé ne favorise que le Raman arrière, ce qui explique pourquoi le Raman avant est absent des simulations d'ELVIS. Néanmoins, le Raman avant ne semble pas affecter la croissance et la saturation du Raman arrière dans CALDER.

Globalement, les simulations donnent des résultats en accord avec ceux d'ELVIS. L'onde plasma semble saturer exclusivement par sideband, nous n'avons pas rencontré de saturation par déphasage. Les temps de saturation de l'onde plasma sont similaires à ceux d'ELVIS, et les spectres montrent un pic d'énergie en $k_{SB} \approx 0.75 - 0.8k_{pe}$, correspondant au sideband (figures 7.15(c), 7.16(c) et 7.17(c)). Les fréquences temporelles $\delta\omega_{SB}$ sont du même ordre de grandeur que pour les simulations ELVIS, on mesure environ $\delta\omega_{SB}^{num} \approx 0.05$ et $0.042\omega_p$ respectivement pour $k_{pe}\lambda_D \approx 0.2965$ et 0.357. En revanche, l'amplitude de saturation ϕ_{max} de l'onde plasma est plus élevée de 40 – 50% par rapport aux simulations ELVIS (tableau 7.3 et 7.4). La diffusion Raman stimulée dans les simulations CALDER sature donc plus tard que dans une simulation ELVIS. On peut imputer cela à la description numérique des particules piégées, qui sont à l'origine de la saturation et des effets non-linéaires en général. En effet, dans CALDER, malgré le grand nombre de particules utilisées (10000 par maille), il en reste peu dans la queue de la fonction de distribution, précisément là où sont situés les particules piégées (pour $v \approx 3 - 4v_{the}$). Le code ELVIS ne rencontre (évidemment) pas ce genre de problème puisque la fonction de distribution est discrétisée en vitesse. Les particules piégées sont donc décrites avec la précision machine.

À titre de comparaison nous avons également effectué une simulation pour $k_{pe}\lambda_D = 0.2965$ et $I = 6.10^{15}\text{W/cm}^2$ en figure 7.16. Là encore la comparaison avec ELVIS est bonne, puisqu'on observe que l'onde plasma ne sature que par sideband avec $k_{SB}/k_{pe} \approx 0.73$ et $\delta\omega_{SB}^{num} \approx 0.09$.

7.3.3 Comparaison avec le code d'enveloppe Brama

Le code enveloppe BRAMA [104] résout les équations d'enveloppe décrivant la croissance de l'onde plasma diffusée par Raman arrière, c'est un modèle théorique qui ne prend pas en compte la croissance de modes satellites, mais l'onde plasma peut saturer par déphasage. En effet, la fréquence ω_{pe} de l'onde plasma est une fonction décroissante de son amplitude et ne cesse donc de

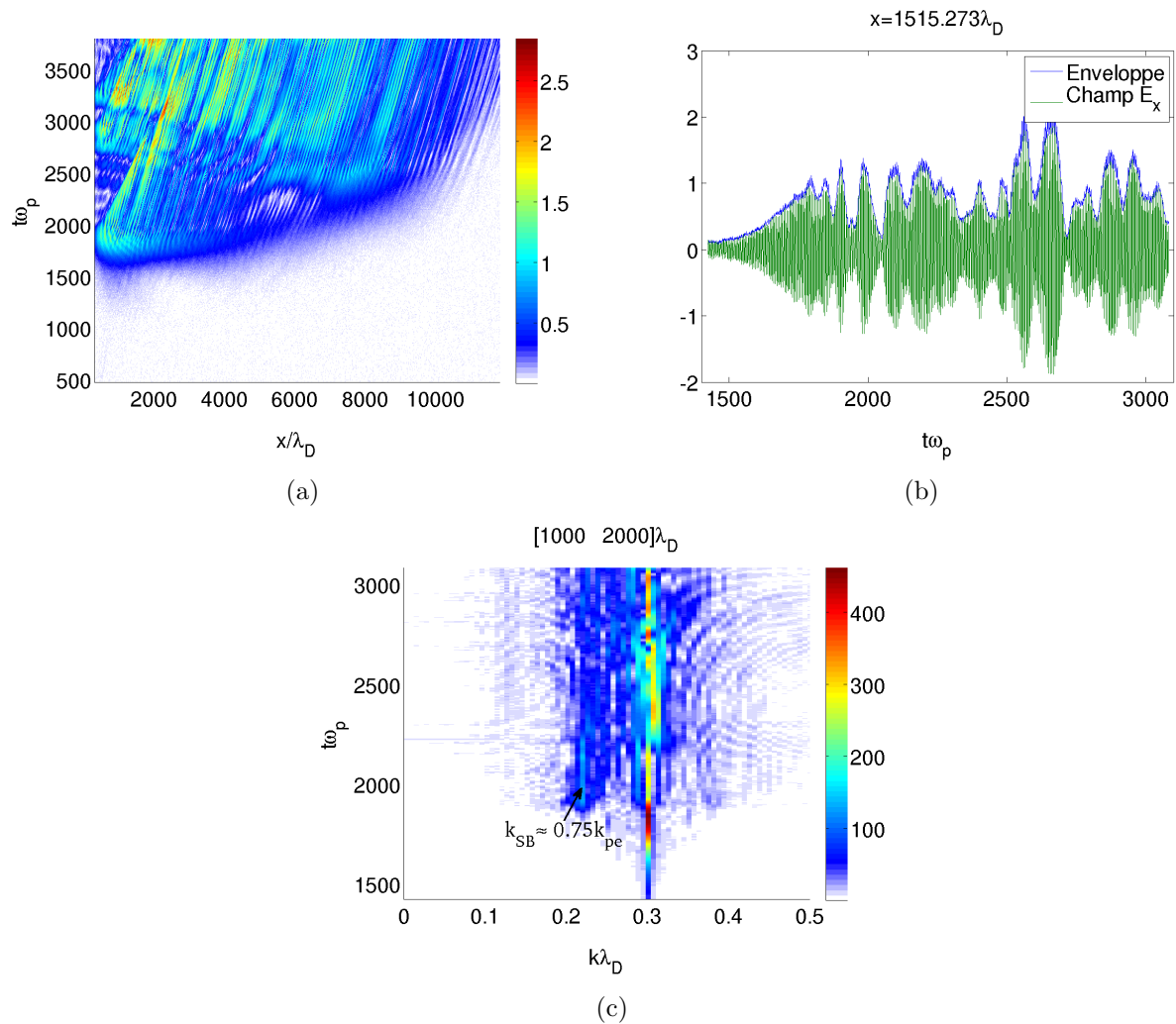


FIGURE 7.15 – Simulation CALDER pour $k_{pe}\lambda_D = 0.2965$ et $I = 2.10^{15}\text{W}/\text{cm}^2$. (a) Enveloppe ϕ du champ électrique, (b) ϕ (bleu) et champ électrique (vert) pour $x = 1515\lambda_D$, (c) transformée de Fourier en espace sur l'intervalle $[1000, 2000]\lambda_D$.

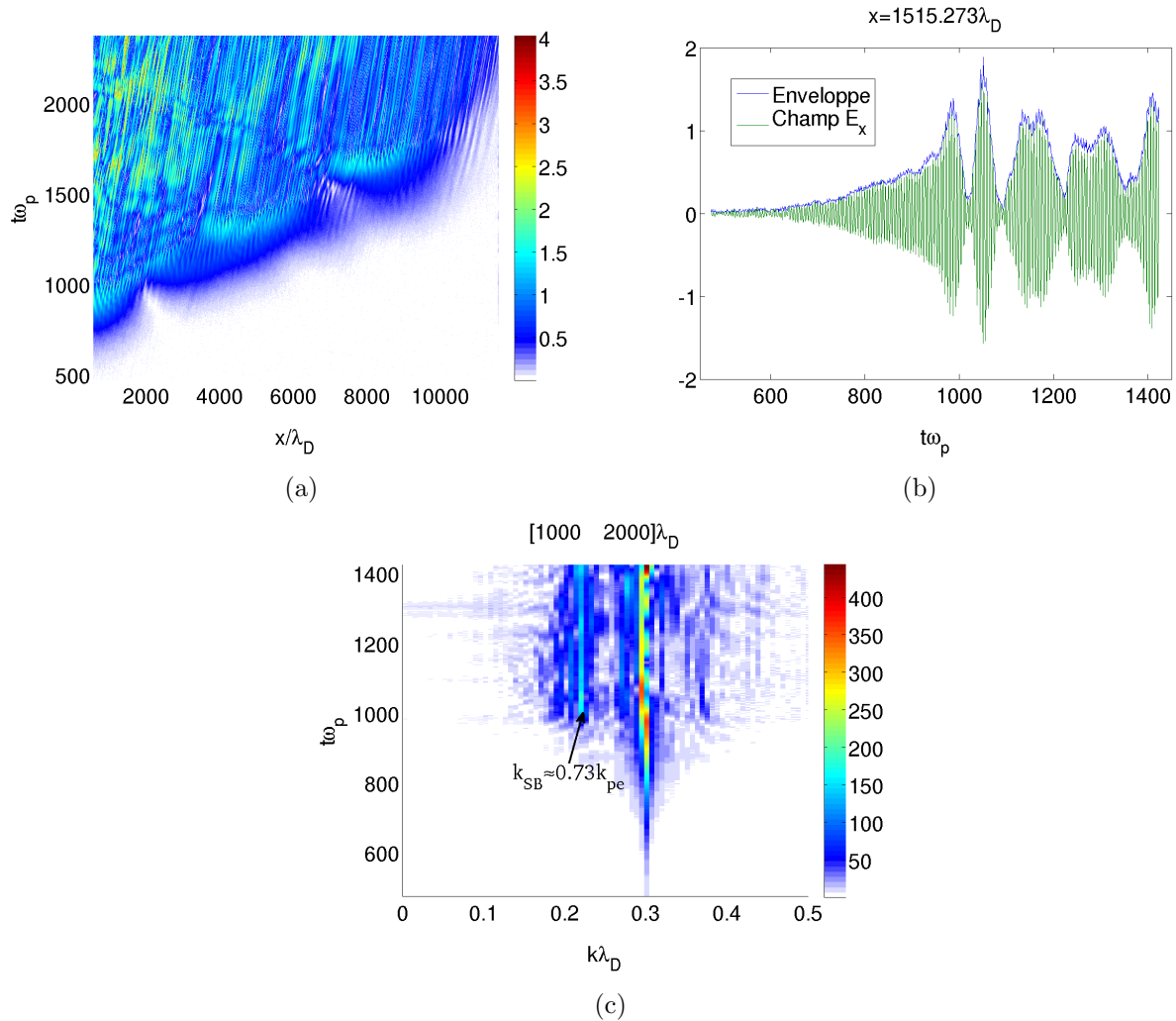


FIGURE 7.16 – Simulation CALDER pour $k_{pe}\lambda_D = 0.2965$ et $I = 6.10^{15}\text{W}/\text{cm}^2$. (a) Enveloppe ϕ du champ électrique, (b) ϕ (bleu) et champ électrique (vert) pour $x = 1515\lambda_D$, (c) transformée de Fourier en espace sur l'intervalle $[1000\ 2000]\lambda_D$.

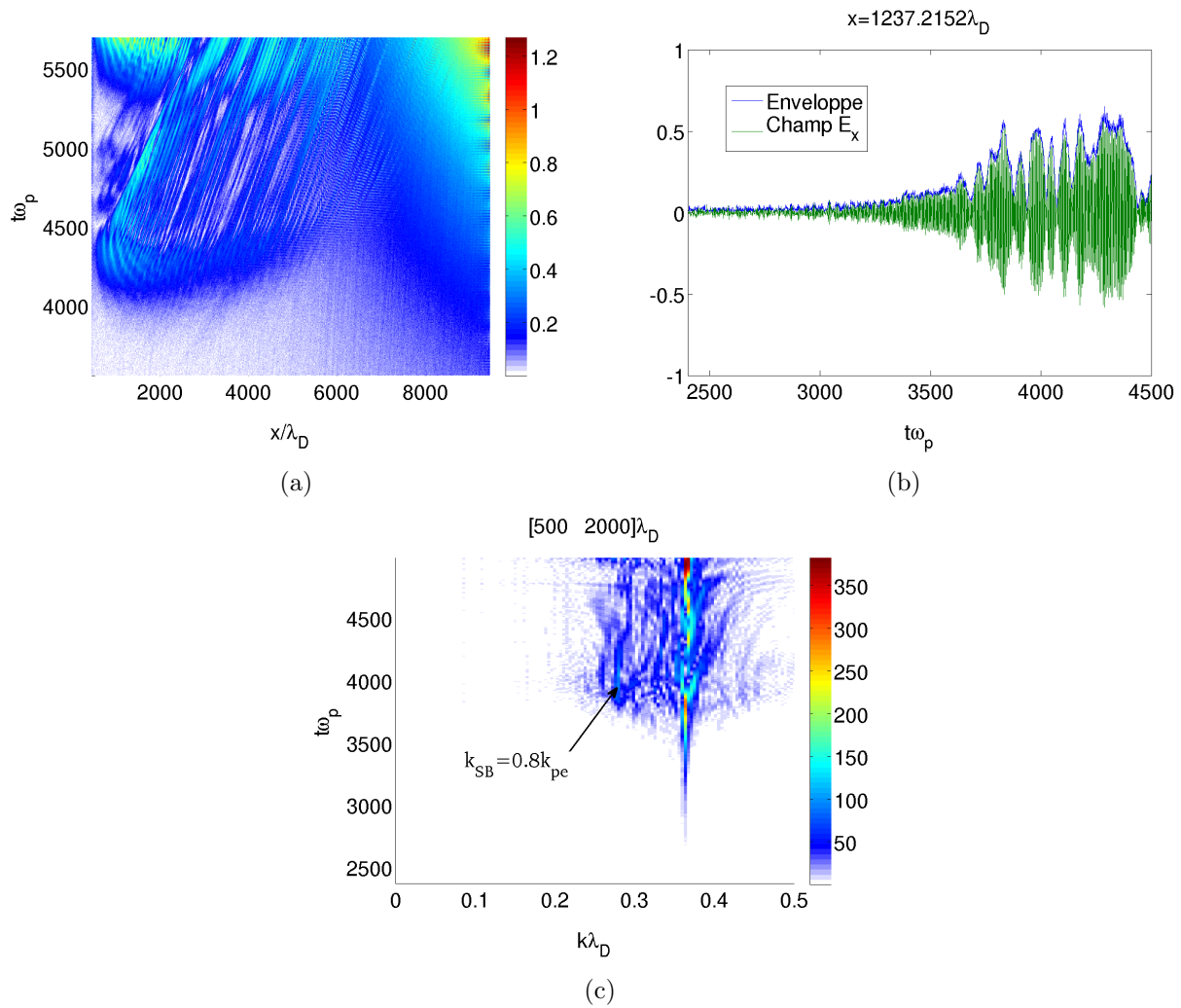


FIGURE 7.17 – Simulation CALDER pour $k_{pe}\lambda_D = 0.357$ et $I = 2.10^{15}\text{W}/\text{cm}^2$. (a) Enveloppe ϕ du champ électrique, (b) ϕ (bleu) et champ électrique (vert) pour $x = 1237\lambda_D$, (c) transformée de Fourier en espace sur l'intervalle $[500 \ 2000]\lambda_D$.

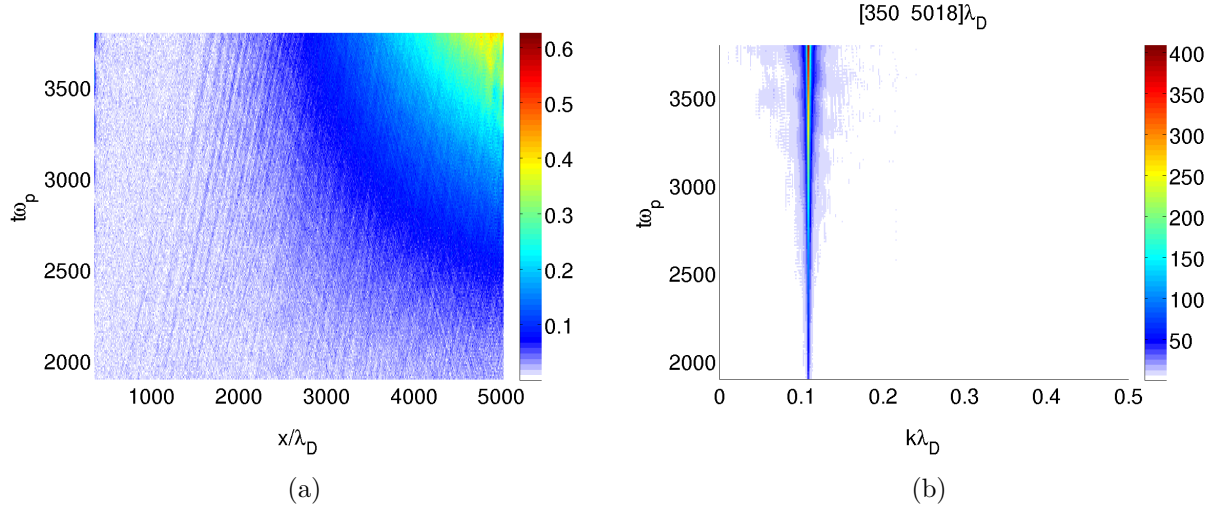


FIGURE 7.18 – Simulation CALDER pour $k_{pe}\lambda_D = 0.44825$ et $I = 4.10^{15}\text{W}/\text{cm}^2$. (a) Enveloppe ϕ du champ électrique, (b) transformée de Fourier en espace sur l'intervalle $[350\ 5018]\lambda_D$.

varier dans le temps et l'espace, ce qui rend les conditions d'accord de phase, indispensables à la croissance du Raman, plus difficiles à être satisfaites.

Nous avons effectué des simulations avec BRAMA reproduisant celles d'ELVIS, elles sont comparées sur les figures 7.19, 7.20 et 7.21 respectivement pour $k_{pe}\lambda_D = 0.2965$, 0.357 et 0.44825. Après une croissance monotone, les simulations BRAMA montrent que l'onde plasma sature par déphasage. L'enveloppe ϕ du champ électrique varie lentement dans le temps et ne possède pas de structure spatiale cohérente. De ce point de vue, la saturation par déphasage observée dans BRAMA est similaire en tous points à ce qu'on observe avec ELVIS. Les amplitudes de saturation calculées avec BRAMA ou avec ELVIS sont similaires, et ce indépendamment du type de saturation impliquée.

Pour $k_{pe}\lambda_D = 0.2965$ et $I = 2.10^{15}\text{W}/\text{cm}^2$ (figures 7.19(a) et 7.19(b)), la simulation BRAMA donne une amplitude de saturation très similaire à celle d'ELVIS, quel que soit le mécanisme de saturation. De même, pour $k_{pe}\lambda_D = 0.2965$ et $I = 6.10^{15}\text{W}/\text{cm}^2$ (figure 7.19(d)), l'amplitude de saturation est similaire. Cependant l'amplitude de l'onde plasma oscille à des fréquences bien plus élevées lorsqu'elle sature par sideband, ce qui n'est pas reproduit avec BRAMA.

La contribution de BRAMA s'avère essentielle pour le cas avec $k_{pe}\lambda_D = 0.2965$ et $I = 4.10^{14}\text{W}/\text{cm}^2$ (figure 7.19(c)), où avec ELVIS on observe une saturation par sideband qui limite l'amplitude de l'onde plasma à $\phi_{max} \approx 0.25$. Avec BRAMA l'amplitude de l'onde plasma admet un premier maximum en $t\omega_p \approx 4000$ pour $\phi \approx 0.3$ avant de croître jusqu'à $\phi \approx 1$. Dans ce cas, le déphasage ne suffit pas à faire saturer l'onde plasma. C'est la principale différence avec ELVIS, où la saturation par déphasage est donc hors de cause, et seule la saturation par sideband peut expliquer la stagnation de ϕ .

Les comparaisons pour $k_{pe}\lambda_D = 0.357$ et 0.44825 sont présentées en figures 7.20 et 7.21. Les résultats sont similaires dans le cas d'une saturation par déphasage avec ELVIS (figures 7.20(a) et 7.21(a)). Néanmoins, dans le cas d'une saturation par sideband (figures 7.20(b) et 7.21(b)), les simulations d'ELVIS présentent des oscillations d'amplitudes bien plus rapides que dans BRAMA.

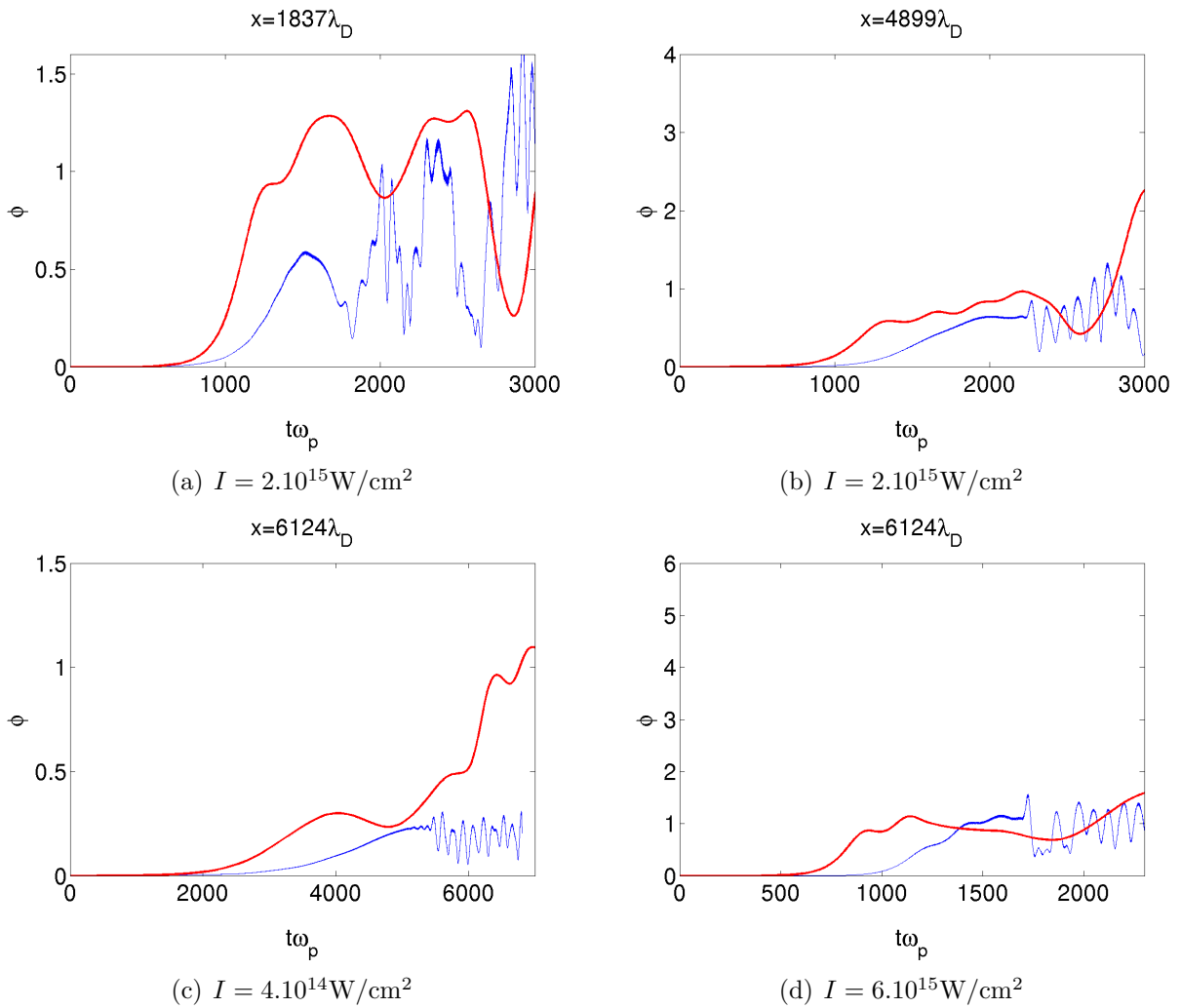


FIGURE 7.19 – Simulations BRAMA (rouges) comparées au simulations ELVIS (bleues) pour $k_{pe}\lambda_D = 0.2965$ montrant l'enveloppe ϕ du champ électrique pour différentes abscisses.

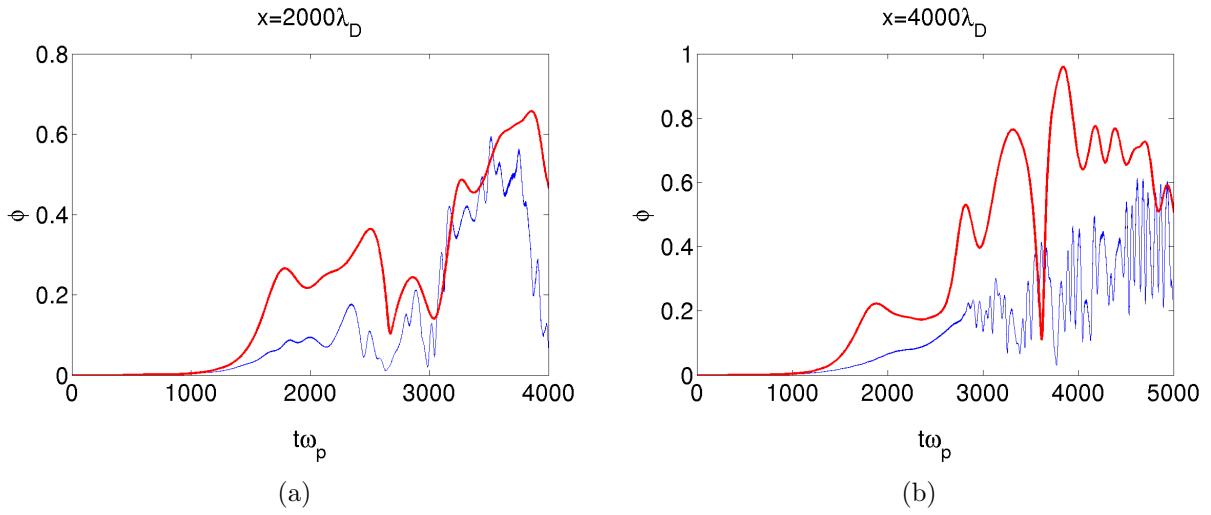


FIGURE 7.20 – Simulations BRAMA (rouges) comparées au simulations ELVIS (bleues) pour $k_{pe}\lambda_D = 0.357$ et $I = 2.10^{15}\text{W/cm}^2$ montrant l’enveloppe ϕ du champ électrique pour différentes abscisses.

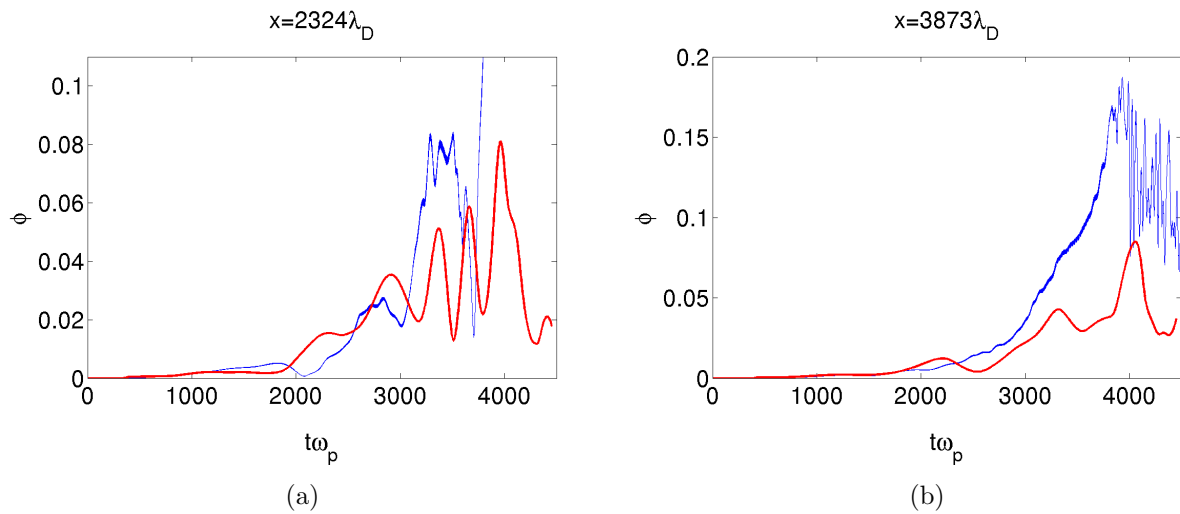


FIGURE 7.21 – Simulations BRAMA (rouges) comparées au simulations ELVIS (bleues) pour $k_{pe}\lambda_D = 0.44825$ et $I = 4.10^{15}\text{W/cm}^2$ montrant l’enveloppe ϕ du champ électrique pour différentes abscisses.

7.4 Etude du *sideband* avec le code spectral Fourier-Hermite Vstab

Dans cette section nous traitons de l'instabilité de la fonction de distribution adiabatique (6.25) en utilisant le code VSTAB présenté dans la section A.4, résolvant le système des équations linéarisées de Vlasov-Poisson. L'étude de la stabilité de ce système se résume à la recherche des valeurs propres \mathcal{V}_n (i.e les taux de croissances) associées aux vecteurs propres \mathcal{W}_n (i.e les fonctions de distributions perturbées f_1). Nous rappelons ici quelques résultats déjà obtenus par Siminos *et al.* [103]. La nouveauté consiste à étudier la stabilité de la fonction de distribution adiabatique (6.25).

L'approche linéaire et la méthode de projection sur une base de Fourier en espace et de Hermite en vitesse ont été validées avec des cas tests comme l'amortissement Landau et l'instabilité double-faisceau. Le code VSTAB a été utilisé avec succès [103] sur une fonction de distribution adiabatique de type Bernstein-Greene-Kruskal (BGK) dérivée par Ghizzo *et al.* [106] :

$$f_0(H) = \frac{\mu}{\sqrt{2\pi}} \frac{2-2\zeta}{3-2\zeta} \left(1 + \frac{H}{1-\zeta}\right) e^{-H}. \quad (7.4)$$

où $H(x, v) = v^2/2 + \Phi(x)$ est le hamiltonien, $\mu \leq 1$ un paramètre qui contrôle l'inhomogénéité ($\mu = 1$ correspond au cas homogène), et $\zeta < 1$ un paramètre qui contrôle la quantité d'électrons piégés. En utilisant l'équation de Poisson, on peut montrer que le potentiel Φ vérifie :

$$\frac{d\Phi(x)}{dx} = -\mu \frac{3-2\zeta+2\Phi(x)}{3-2\zeta} e^{-\Phi(x)} + 1. \quad (7.5)$$

VSTAB est très efficace pour trouver les modes instables de (7.4) (voir [103] pour plus de détails), car seulement une centaine de polynômes d'Hermite suffit pour reproduire avec grande précision (7.4).

Notre cas est plus complexe que ce qui a été étudié précédemment, notamment en raison du grand nombre de polynômes d'Hermite ($> 2000 - 3000$) nécessaire pour reproduire correctement la fonction de distribution adiabatique (6.25). La figure 7.22 trace la fonction de distribution (6.25) initiale (figure 7.22(a)) et après projection sur la base de Fourier-Hermite pour différents nombres $N_v = 100 - 3500$ de polynômes d'Hermite, et pour $\phi_0 = 0.11$, $k_{pe}\lambda_D = 0.448$. On y observe clairement que la zone des électrons piégés est asymétrique. Au final, la projection d'Hermite converge lentement, et même avec $N_v = 3500$ nous n'arrivons pas à obtenir une projection satisfaisante. En revanche il est plus facile de projeter correctement la fonction de distribution quand on diminue ϕ_0 . Pour $\phi_0 = 0.0896$, nous sommes quand même obligés de considérer 2000 polynômes d'Hermite pour retrouver la fonction de distribution initiale, ce qui conduit à des calculs très lourds.

Le but de VSTAB est de résoudre le problème aux valeurs propres du système Vlasov-Poisson linéarisé. Nous comparons ici un résultat obtenu par VADOR (figure 7.24) pour $N_p = 4$, $\phi_0 = 0.0896$ et $k_{pe}\lambda_D = 0.448$ avec son équivalent VSTAB (figure 7.23). Avec VADOR nous soustrayons l'espace des phases entre deux instants proches en phase linéaire pour estimer la forme du vecteur propre le plus instable. Dans les deux cas l'amplitude des perturbations est arbitraire. Comme on peut le voir assez facilement, VSTAB reproduit plutôt bien le comportement des particules non-piégées, mais l'espace des phases des particules piégées présente des oscillations qui semblent non-physiques, absentes des simulations VADOR. Nous avons également indiqué sur la figure 7.23 les valeurs propres complexes \mathcal{V}_n calculées par VSTAB, dont la partie réelle correspond au taux de croissance Γ_{SB} . Sans surprise celles-ci ne reproduisent pas les mesures effectuées avec VADOR. Le taux de croissance le

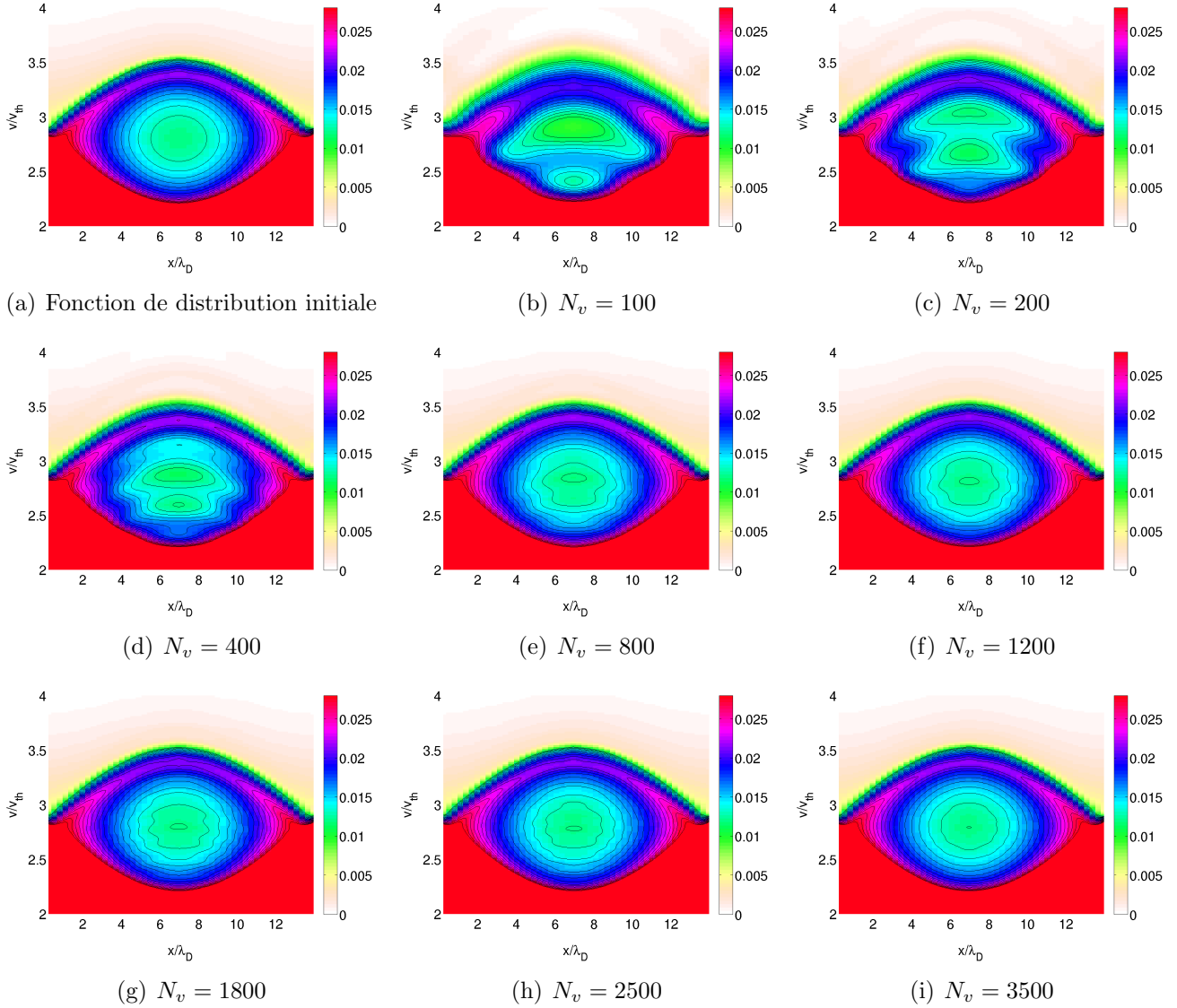


FIGURE 7.22 – Fonction de distribution adiabatique pour $\phi_0 = 0.11$ et $k_{pe}\lambda_D = 0.448$, lissée en moyennant sur quelques points en (a), et après projection sur la base d’Hermite (b-i). Le nombre de polynômes d’Hermite N_v est indiqué en légende.

plus élevé calculé avec VSTAB, $\Gamma^{\text{VSTAB}} \approx 5.7 \cdot 10^{-3} \omega_p$ (figure 7.23), sous estime environ d'un facteur 2 celui obtenu avec VADOR, $\Gamma_{SB} = 1.1 - 1.4 \omega_p$ (tableau 7.1).

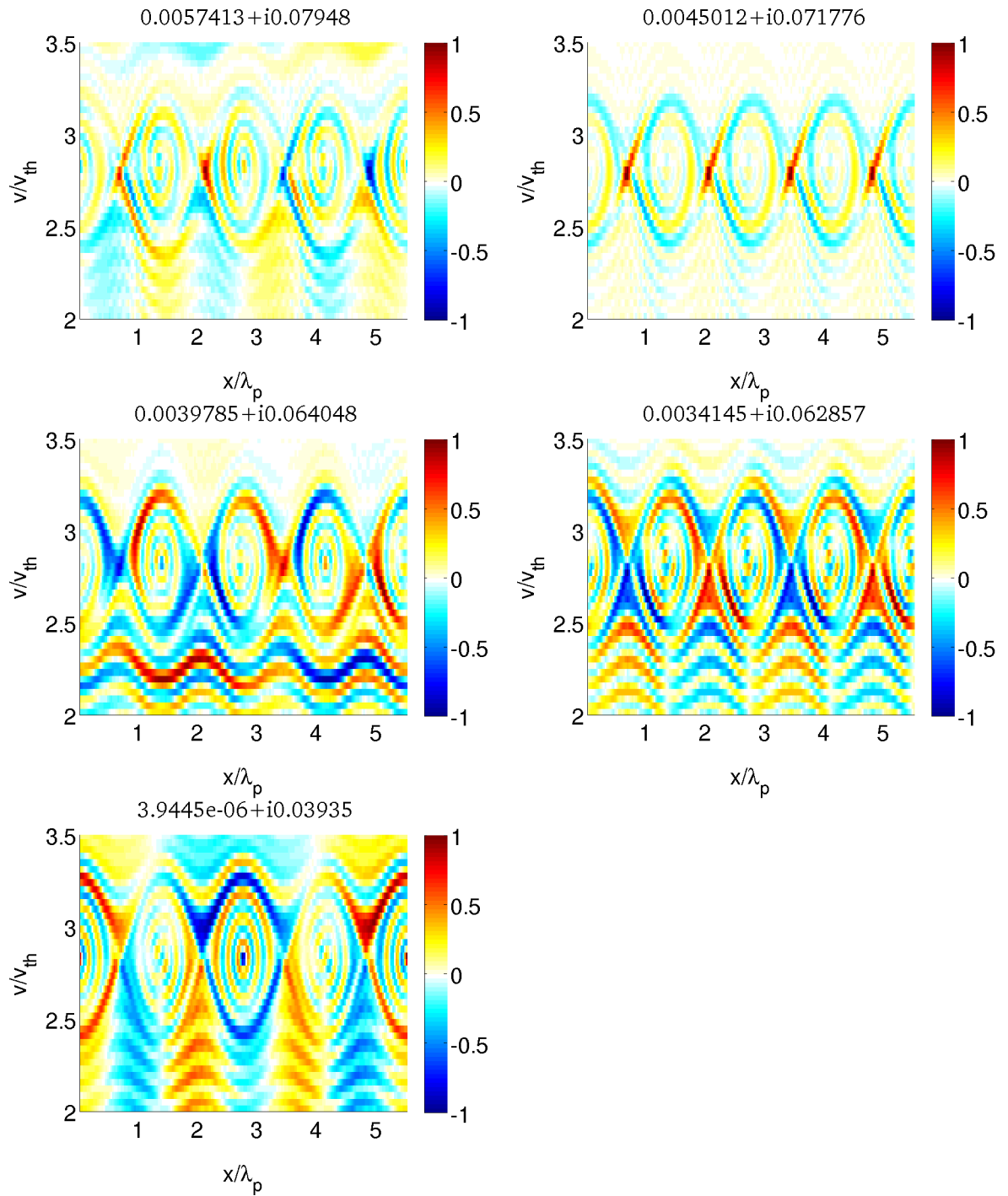


FIGURE 7.23 – Fonctions propres \mathcal{W}_n obtenues avec VSTAB pour $\phi_0 = 0.0896$, 192 coefficients de Fourier, 2200 polynômes d’Hermite, et $k_{pe}\lambda_D = 0.44825$. Les valeurs propres \mathcal{V}_n sont indiquées en titre de chaque figure.

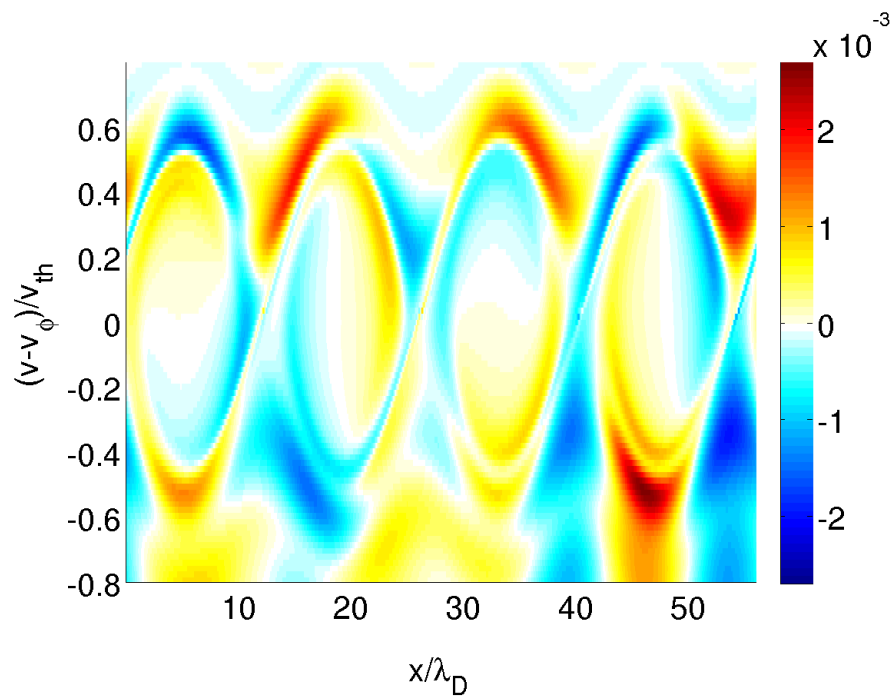


FIGURE 7.24 – Différence entre les fonctions de distribution obtenues avec VADOR prises en $t\omega_p = 1700$ et $t\omega_p = 1100$ pour $\phi_0 = 0.0896$ et $k_{pe}\lambda_D = 0.44825$. Cette figure est à comparer aux fonctions propres \mathcal{W}_n obtenues avec VSTAB tracées en figure 7.23.

Chapitre 8

Conclusions

Le but de cette partie était de caractériser l'instabilité de sideband d'une onde plasma non-linéaire, et d'identifier son rôle dans la saturation de l'instabilité Raman. Nous avons procédé en trois étapes : valider un modèle de réponse plasma adiabatique, utiliser celui-ci comme condition initiale pour étudier la stabilité d'un mode de type BGK avec un code électrostatique 1D, et enfin comparer ces résultats avec des simulations cinétiques (électromagnétiques) de l'instabilité Raman. On discute aussi la pertinence d'une étude de stabilité plus théorique consistant à projeter la fonction de distribution adiabatique sur une base de Fourier-Hermite.

Le modèle cinétique adiabatique a été validé à l'aide du code PIC CALDER dans sa version électrostatique. On impose un champ électrique extérieur simulant la source pondéromotrice de l'onde plasma diffusée par Raman, dont on observe la croissance et l'effet sur la fonction de distribution électronique. L'espace des phases électronique présente une structure en spirale qui diffère de la distribution théorique, qui est parfaitement symétrique par rapport au point O. Malgré cela, on retrouve bien la fonction de distribution théorique en moyennant en temps la distribution numérique.

La croissance du sideband dans un plasma initialement décrit par ce modèle adiabatique est ensuite analysée avec le code électrostatique Vlasov VADOR. Au bout d'un certain temps, les modes instables se développent et engendrent le mélange de vortex dans l'espace des phases. Par filtrage de l'onde plasma initiale et de ses harmoniques on peut mesurer le taux de croissance du sideband Γ_{SB} pour $k_{pe}\lambda_D = 0.2956, 0.357$ et 0.44825 . Nous avons fait varier l'amplitude de l'onde plasma initiale ϕ_0 pour correspondre aux valeurs rencontrées lors de simulations cinétiques du Raman, et nous avons établi une loi d'échelle du type $\Gamma_{SB} \approx g_1\phi_0^{g_2}$, où g_1 et g_2 sont déterminés pour chaque $k_{pe}\lambda_D$. Les simulations VADOR indiquent que le nombre d'onde du mode satellite le plus instable varie peu avec ϕ_0 , $k_{SB} \approx 0.8$. Cela nous permet de modéliser le sideband par une onde monochromatique proportionnelle à $\exp\left(\int_0^t \Gamma_{SB}(\phi(t))dt\right)$, ce qui est utilisé par la suite pour obtenir un critère de saturation.

Enfin, nous simulons avec les codes Vlasov ELVIS et PIC CALDER une impulsion laser d'intensité $I = 4 \cdot 10^{14} - 6 \cdot 10^{15} \text{W/cm}^2$ et de longueur d'onde $\lambda_0 = 0.351 \mu\text{m}$ impactant un plasma homogène de densité $0.1n_c$, et de températures $T_e = 2, 3$ et 5keV (correspondant respectivement à $k_{pe}\lambda_D = 0.2956, 0.357$ et 0.44825). Dans tous les cas l'instabilité Raman arrière croît et sature. Les causes de la saturation sont dues à deux effets : le décalage en fréquence de ω_{pe} avec l'amplitude de l'onde plasma ϕ , et la croissance de l'instabilité de sideband. Le premier déclenche la saturation lorsque le déphasage entre les 3 ondes (pompe, fille et plasma) atteint la quadrature de phase, le couplage entre ces 3 ondes est alors nul. Le deuxième provoque la saturation lorsque l'amplitude du sideband est comparable à celle de l'onde plasma. Une même onde plasma peut saturer par ces

deux mécanismes, les saturations par déphasage et par sideband se manifestant préférentiellement à gauche et à droite du plasma respectivement. L'amplitude de saturation est similaire pour les deux mécanismes. Cependant, l'instabilité de sideband possède une cohérence spatiale : son nombre d'onde k_{SB} est centré autour de $0.75k_{pe}$, une valeur proche des résultats électrostatiques. On peut également discriminer la saturation par déphasage de celle par sideband en mesurant les modulations temporelles de l'enveloppe de l'onde plasma. Dans le cas du déphasage, les modulations après saturation sont lentes (de l'ordre de $0.01\omega_p$), alors qu'elles sont rapides (de l'ordre de $0.1\omega_p$) dans le cas du sideband. Globalement les codes ELVIS et CALDER donnent des résultats similaires et on retrouve bien le nombre d'onde k_{SB} mesuré avec VADOR. Le critère de saturation par sideband, $\phi_{SB} = \phi_{SB}^0 \exp\left(\int_0^t g_1 \phi(t)^{g_2} dt\right) \approx \phi$, est bien vérifié pour $k_{pe}\lambda_D = 0.2956$ mais sous estime légèrement le temps de saturation pour $k_{pe}\lambda_D = 0.357$ et 0.44825 . Enfin, notons que la saturation par sideband semble dominer lorsque l'intensité du laser augmente. Remarquons aussi que, dû au traitement numérique propre à chaque code, la diffusion Raman avant prend beaucoup d'importance dans les simulations CALDER, alors qu'elle est quasi-inexistante dans les simulations ELVIS. Elle ne semble toutefois pas affecter de manière notable la saturation du Raman arrière, principalement parce que le Raman arrière est localisé à gauche du plasma, et le Raman avant à droite.

Les simulations effectuées avec le code d'enveloppe BRAMA, ne prenant pas en compte la croissance de modes satellites, nous permettent de mettre hors de cause la saturation par déphasage dans certains cas. En effet, avec BRAMA on peut observer que l'onde plasma continue de croître alors qu'elle sature avec CALDER ou ELVIS, excluant ainsi la saturation par déphasage.

Nous avons aussi essayé une approche plus théorique, consistant à trouver les modes instables du système linéarisé de Vlasov-Poisson en projetant la fonction de distribution adiabatique sur une base de Fourier-Hermite. Cette approche avait été exploitée avec succès sur la fonction de distribution BGK de Ghizzo *et al.* [103, 106]. Cependant, projeter la fonction de distribution adiabatique est bien plus difficile et demande un grand nombre de polynômes d'Hermite (plus de 2000), ce qui complique de beaucoup la résolution numérique. Les modes instables obtenus ne reproduisent pas les solutions de VADOR. L'espace des phases des particules piégées présente des oscillations absentes des simulations VADOR, et nous semblent donc non-physiques.

L'approche numérique que nous avons adoptée pour étudier l'instabilité de sideband nous a permis d'avoir une vision globale du problème. Les études numériques Vlasov-Poisson 1D antérieures se sont limitées à des plages de paramètres assez réduites, préférant se concentrer sur la compréhension du mécanisme de saturation et à la comparaison avec la théorie [19]. Nous avons eu l'opportunité d'utiliser une condition initiale réaliste, la fonction de distribution adiabatique induite par une onde plasma typique de la diffusion Raman. Les études numériques et paramétriques que nous avons menées permettent, d'une part, de discriminer les saturations par déphasage et par sideband, et d'autre part, d'établir un critère de saturation par sideband.

Annexe A

Descriptions des codes de calcul utilisés dans cette thèse

Dans ce chapitre on décrit les codes de calcul en mettant l'accent sur les difficultés rencontrées lors de l'utilisation de chacun d'eux. Il s'agit là du bruit numérique pour le code Particle In Cell (PIC) CALDER, ou de la convergence vers une solution physique pour le code VSTAB.

A.1 Le code Particle In Cell Calder

Un code PIC [24, 107] combine la résolution des champs électromagnétiques obéissant aux équations de Maxwell avec le calcul de la trajectoire de N macro-particules subissant ces champs et obéissant aux équations (2.1). Chaque macro-particule représente en fait un élément df de la fonction de distribution qui, comme le montre l'équation de Vlasov (2.32), se conserve le long de sa caractéristique. On associe à chaque macro-particule une charge qui est projetée à chaque pas de temps sur le maillage discrétisant les équations de Maxwell, obtenant ainsi les termes sources de densité de charge ρ et de densité de courant \vec{j} nécessaires au calcul de \vec{E} et \vec{B} . CALDER utilise un maillage de Yee pour discrétiser les équations de Maxwell, et un schéma de type saute-mouton pour discrétiser les équations du mouvement (2.1). Au final, l'algorithme d'un code PIC peut se résumer par les étapes suivantes :

- projection des charges sur les points du maillage \vec{X} , et obtention de $\rho(\vec{X})$, $\vec{j}(\vec{X})$,
- résolution des équations de Maxwell, obtention de $\vec{E}(\vec{X})$ et $\vec{B}(\vec{X})$,
- interpolation des champs aux positions des particules \vec{x} , obtention de $\vec{E}(\vec{x})$, $\vec{B}(\vec{x})$,
- résolution des équations du mouvement,

où \vec{x} dénote la position des macro-particules, et \vec{X} la position des nœuds du maillage de Yee. L'étape de projection des charges des macro-particules sur les nœuds, c'est-à-dire le passage des coordonnées lagrangiennes aux coordonnées eulériennes, s'effectue via un facteur de forme par l'opération :

$$\rho(\vec{X}) = \sum_{\alpha} \sum_{i=1}^N q_{\alpha} S(\vec{X} - \vec{x}_{i,\alpha}), \quad (\text{A.1})$$

$$\vec{j}(\vec{X}) = \sum_{\alpha} \sum_{i=1}^N q_{\alpha} \vec{v}_{i,\alpha} S(\vec{X} - \vec{x}_{i,\alpha}), \quad (\text{A.2})$$

où S désigne le facteur de forme appliqué à la macro-particule d'espèce α de densité de charge $q_\alpha = q_e w_i$, w_i étant le poids de la macro-particule, située en \vec{x}_i et se déplaçant à la vitesse \vec{v}_i . L'étape d'interpolation des champs sur la position des particules doit faire intervenir le même facteur de forme :

$$\vec{E}(\vec{x}_i) = \sum_{j=1}^{N_g} \vec{E}(\vec{X}_j) S(\vec{X}_j - \vec{x}_i), \quad (\text{A.3})$$

$$\vec{B}(\vec{x}_i) = \sum_{j=1}^{N_g} \vec{B}(\vec{X}_j) S(\vec{X}_j - \vec{x}_i), \quad (\text{A.4})$$

où N_g est le nombre de points du maillage de Yee. Le facteur de forme le plus simple (à l'ordre 0) est la fonction créneau :

$$S^0(\vartheta) = \begin{cases} 1, & \text{si } -\frac{1}{2} \leq \vartheta \leq \frac{1}{2} \\ 0, & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{A.5})$$

où $\vartheta = x/\Delta x$. Ce facteur de forme assigne la charge d'une macro-particule au nœud du maillage le plus proche. Plus généralement, un facteur de forme d'ordre n est défini par n convolutions :

$$S^n(k) = (S^0 * S^0 * \dots * S^0)(k), \quad (\text{A.6})$$

ce qui correspond à un polynôme par morceaux d'ordre n . On utilise généralement des facteurs de formes d'ordre 1 à 3. Un facteur de forme d'ordre n multi-dimensionnel est obtenu par produit tensoriel du facteur de forme d'ordre n mono-dimensionnel, par exemple en 2D :

$$S^{2D}(x, y) = S^{1D}(x) \otimes S^{1D}(y). \quad (\text{A.7})$$

L'intérêt principal d'un facteur de forme d'ordre élevé est de réduire le chauffage numérique, ce qui nous sera très utile par la suite. Le niveau de bruit numérique électrostatique E_s^2 dépend de l'ordre n du facteur de forme et du nombre de particules [108] :

$$\frac{\epsilon_0}{2} E_s^2 = \frac{T}{2} \left[\frac{1}{1 + (k\lambda_D)^2 M(k)} \right], \quad (\text{A.8})$$

$$M(k) = \left[\frac{\sin(k\Delta x/2)}{k\Delta x/2} \right]^2 \bigg/ \sum_{\sigma=-\infty}^{+\infty} S_n^2(k_\sigma), \quad (\text{A.9})$$

$$S_n^2(k_m) = \left[\frac{\sin(k\Delta x/2)}{k\Delta x/2} \right]^{2(n+1)}, \quad (\text{A.10})$$

où $k_\sigma = k - \sigma k_g$, $k_g = 2\pi/\Delta x$ et k est le nombre d'onde considéré. Remarquons que $T = M_i \langle v^2 \rangle / 2$ où $M_i = w_i m_i$ est la masse des macro-particules de l'espèce i et w_i son poids.

Les schémas numériques utilisés dans CALDER sont explicites et d'ordre 2 en temps et en espace. Pour garantir la stabilité numérique le pas de temps doit vérifier les conditions $\Delta t \leq 2/\omega_{pe}$ pour les équations du mouvement et la condition de Courant-Friedrich-Lewy (CFL) suivante pour les équations de Maxwell :

$$\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} + \frac{1}{\Delta z^2} \leq \frac{1}{(c\Delta t)^2}. \quad (\text{A.11})$$

A.2 Les codes Vlasov

Un code Vlasov résout l'équation de Vlasov en discrétisant le temps, l'espace et les vitesses. Il diffère donc d'un code PIC où la discrétisation en vitesse est remplacée par un pousseur de particule. Procéder ainsi permet de calculer la fonction de distribution f avec une très grande précision numérique, à la différence d'un code PIC où le bruit numérique élevé est lié au nombre limité de particules.

Un code Vlasov est donc un outil idéal pour étudier des phénomènes impliquant des particules avec des vitesses élevées, comme c'est le cas pour la diffusion Raman. À l'inverse, un code PIC a du mal à décrire avec précision la fonction de distribution, en raison du faible nombre de particule dans les régions de vitesse élevée.

Nous utilisons deux codes Vlasov dans cette thèse. VADOR [109], un code électrostatique unidimensionnel périodique, et ELVIS [110], un code électromagnétique unidimensionnel. Ils utilisent tous les deux le schéma numérique d'ordre 2 de Cheng et Knorr [111] pour avancer en temps l'équation de Vlasov.

La reconstruction de $f(t + \Delta t)$ en espace et en vitesse diffère selon les codes. VADOR utilise un schéma d'ordre 3 de type PFC (« Positive and Flux Conservative ») qui conserve la masse et la positivité de f . ELVIS utilise une méthode d'interpolation d'ordre 4 par spline cubique, mais ne conserve pas la positivité de f .

A.2.1 Le code électrostatique Vador

Le code résout le système d'équations de Vlasov-Poisson dans une géométrie unidimensionnelle et périodique. Le seul champ non nul est le champ électrique longitudinal E_x . VADOR ne considère qu'une espèce, composée d'électrons dans notre cas. La fonction de distribution f et le champ E_x obéissent aux équations :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \frac{\partial f}{\partial x} - eE_x \frac{\partial f}{\partial p_x} = 0, \quad (\text{A.12})$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} = \frac{\rho}{\epsilon_0}, \quad (\text{A.13})$$

où v est la vitesse longitudinale.

Le passage de la fonction de distribution f de t à $t + \Delta t$ est déterminé par le schéma de Cheng et Knorr [111] à l'aide des étapes suivantes :

- advection d'un demi pas de temps $\Delta t/2$ selon l'axe x : $f^*(x, v) = f(t, x - v\Delta t/2, v)$.
- Calcul du champ électrique au temps $t + \Delta t/2$ en substituant f^* dans l'équation de Poisson.
- Advection selon l'axe v : $f^{**} = f^*(x, v - E_x(t + \Delta t/2, x)\Delta t)$.
- Advecter une seconde fois selon l'axe x : $f(t + \Delta t, x, v) = f^{**}(x - v\Delta t/2, v)$.

A chaque pas de temps f est reconstruite sur les points du maillage par une méthode PFC d'ordre 3 qui conserve la positivité et la masse de f . En pratique, on doit faire attention à ce que le pas de temps Δt satisfasse la condition de Courant-Friedrich-Lewy (CFL) :

$$\Delta v \geq -eE_x \Delta t. \quad (\text{A.14})$$

Le code étant électrostatique, les pas de temps et d'espace peuvent être choisis indépendamment.

A.2.2 Le code électromagnétique Elvis

Le code traite de cas unidimensionnels. Les champs peuvent varier dans la direction de propagation du laser x , mais sont uniforme dans les directions y et z . Le plasma est de taille finie en x , sans condition de périodicité. Les particules sont absorbées aux frontières du domaine de simulation. Les champs électrique et magnétique sont réduits aux composantes E_x , E_y et B_z . E_x est le champ électrostatique longitudinal et est calculé à partir de l'équation de Poisson :

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} = \frac{\rho}{\epsilon_0}. \quad (\text{A.15})$$

Les champs électromagnétiques sont décrit par $E^\pm = E_y \pm cB_z$, où E^+ et E^- représentent les champs se propageant dans le vide vers la droite (dans la direction $+x$) et vers la gauche (dans la direction $-x$) respectivement. Avec les équations de Maxwell on peut montrer que ces champs obéissent à une équation d'advection :

$$(\partial_t \pm c\partial_x) E^\pm = -\frac{j_y}{\epsilon_0}. \quad (\text{A.16})$$

La fonction de distribution de l'espèce α obéit à l'équation de Vlasov 1D relativiste :

$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + v_{x\alpha} \frac{\partial f_\alpha}{\partial x} + q_\alpha (E_x + v_{y\alpha} B_z) \frac{\partial f_\alpha}{\partial p_x} = 0, \quad (\text{A.17})$$

où $v_{x\alpha}$ et $v_{y\alpha}$ sont respectivement les vitesses longitudinale et transverse associées à l'espèce α . L'équation du mouvement selon y se réduit à la conservation du moment canonique transverse :

$$m_\alpha \frac{\partial v_{y\alpha}}{\partial t} = q_\alpha E_y. \quad (\text{A.18})$$

ELVIS est basé sur l'algorithme décrit dans les références [112, 113]. Le code avance f_α de t à $t + dt$ en utilisant un splitting temporel de Cheng et Knorr [111] et une méthode d'interpolation par spline cubique. Le splitting temporel permet d'effectuer l'advection en espace et en vitesse indépendamment. On advecte en premier f_α de t à $t + dt^-$ via l'équation :

$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + v_{x\alpha} \frac{\partial f_\alpha}{\partial x} = 0. \quad (\text{A.19})$$

On utilise alors la nouvelle densité de charge $\rho(t + dt)$ dans l'équation de Poisson pour calculer $E_x(t + dt)$. On advecte ensuite E^\pm avec $j_y = 0$ de t à $t + dt^-/2$, puis on utilise $j_y(t + dt/2)$ pour calculer $E^\pm(t + dt)$. On connaît maintenant $E_y(t + dt)$, ce qui nous permet d'avancer v_y de $t + dt/2$ à $t + 3dt/2$. L'étape finale consiste à calculer la force $(E_x + v_{y\alpha} B_z)$ au temps $t + dt$ pour déterminer f_α au temps $t + dt$ avec :

$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + q_\alpha (E_x + v_{y\alpha} B_z) \frac{\partial f_\alpha}{\partial p_x} = 0. \quad (\text{A.20})$$

On a donc bien procédé à un splitting, puisque que l'on avance f_α de dt en deux temps, par advection en espace, puis par advection en vitesse.

L'interpolation par spline cubique sert à évaluer les quantités numériques sur les caractéristiques, par exemple entre t et $t + dt$ pour les champs E^\pm . Cette méthode est peu coûteuse en temps de calcul, et les dispersion et dissipation numériques sont faibles. L'algorithme utilisé pour calculer les champs E^\pm possède une dispersion numérique faible, et pas de dissipation numérique pour $\omega_p \Delta t < 2$.

Dans ELVIS l'utilisateur choisi le pas d'espace Δx , les pas en temps Δt et en vitesse Δv sont ensuite déterminés par le code pour satisfaire les conditions CFL des équations (A.19) et (A.20) :

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{c}, \quad \Delta v \geq F_\alpha \Delta t, \quad (\text{A.21})$$

où $F_\alpha = q_\alpha(E_x + v_{y\alpha}B_z)$.

A.3 Le code d'enveloppe Brama

Le code BRAMA est basé sur le modèle théorique de Bénisti *et al.* [88] décrivant la diffusion Raman stimulée à l'aide d'équations d'enveloppes [104]. Ce modèle, obtenu dans l'approximation adiabatique, suppose que les ondes sont monochromatiques et ne décrit pas la croissance d'ondes satellites, la saturation de l'instabilité Raman par sideband est donc impossible. En revanche, elle peut saturer par déphasage suite au décalage en fréquence de l'onde plasma. Les équations résolues par BRAMA s'écrivent, en utilisant les même notations qu'au chapitre 6 :

$$\partial_t E_{pe} + v_{gpe} \partial_x E_{pe} + \nu E_{pe} = \Gamma_{pe} E_l E_s^*, \quad (\text{A.22})$$

$$\partial_t E_s + v_{gs} \partial_x E_s + i(\delta\omega_{pe} - v_{gs} \delta k_{pe}) E_s = \Gamma_s E_l E_{pe}^*, \quad (\text{A.23})$$

$$\partial_t E_l + v_{gl} \partial_x E_l = -\Gamma_l E_s E_{pe}, \quad (\text{A.24})$$

où $E_{s,l,pe}$ sont les enveloppes complexes des ondes, $\delta\omega_{pe} = \omega_{pe} - \omega_{pe}^{lin}$ et $\delta k_{pe} = k_{pe} - k_{pe}^{lin}$, ν est l'amortissement Landau non-linéaire [114]. ω_{pe}^{lin} et k_{pe}^{lin} vérifie les conditions de résonances de la diffusion Raman arrière dans la limite linéaire, c'est-à-dire : $k_l^{lin} = k_{pe}^{lin} + k_s^{lin}$ et $\omega_l^{lin} = \omega_{pe}^{lin} + \omega_s^{lin}$. De plus :

$$\Gamma_{l,s} = \frac{ek_{pe}}{2m_e \omega_{s,l}}, \quad (\text{A.25})$$

$$v_{gl,s} = k_{l,s} \frac{c^2}{\omega_{l,s}}, \quad (\text{A.26})$$

$$\Gamma_{pe} = \frac{ek_{pe}}{m_e \omega_l \omega_s \partial \chi_r^{env}}, \quad (\text{A.27})$$

$$v_{gpe} = v_\phi - \frac{2}{k_{pe} \partial \chi_r^{env}}, \quad (\text{A.28})$$

où χ_r^{env} est la susceptibilité non-linéaire défini par Bénisti *et al.* [104].

Les équations d'enveloppes sont résolues en deux temps par splitting : l'advection avec un schéma Lax-Wendroff du second ordre, et l'avancement temporel (en annulant les vitesses de groupes) avec un schéma Runge-Kutta d'ordre 4. Les valeurs de Γ_p et de $\delta\omega_{pe}$ sont tabulées au préalable et interpolées à l'aide de splines cubiques.

BRAMA impose de plus l'auto-optimisation de l'onde plasma [104], c'est-à-dire que $|\delta\omega_{pe} - v_{gs} \delta k_{pe}|$ doit être le plus petit possible. L'auto-optimisation s'écrit aussi $\delta k_{pe} \approx \delta\omega_{pe}/v_{gs}$, et donc $\delta k_{pe} \delta\omega_{pe} v_{gs} \geq 0$. À $t = 0$ les amplitudes des ondes sont très petites, donc $\delta k_{pe} \approx 0$, et puisque $\delta\omega_{pe} < 0$, une condition nécessaire pour vérifier $\delta k_{pe} \delta\omega_{pe} v_{gs} \geq 0$ est $v_{gs} \partial_t \delta k_{pe} \leq 0$. De plus, $\delta\omega_{pe}$ dépend principalement de E_{pe} et par conséquent $\partial_t \delta k_{pe} = -\partial_x \delta\omega_{pe} \approx -(d\delta\omega_{pe}/dE_{pe}) \partial_x E_{pe}$. Avec $d\delta\omega_{pe}/dE_{pe} < 0$, on en déduit que l'auto-optimisation n'est possible que si $\partial_x E_{pe} > 0$. Si $\delta\omega_{pe} - v_{gs} \delta k_{pe} > 0$ alors cette valeur est mise à 0.

A.4 Le code spectral Fourier-Hermite Vstab

Le code VSTAB, dont une description est présentée dans la référence [103], permet de calculer la stabilité du système de Vlasov-Poisson linéarisé suivant :

$$\frac{\partial f_1}{\partial t} = -v \frac{\partial f_1}{\partial x} - \left(E_1 \frac{\partial f_0}{\partial v} + E_0 \frac{\partial f_1}{\partial v} \right), \quad (\text{A.29})$$

$$\frac{\partial E_1}{\partial x} = \int_{-\infty}^{\infty} f_1 dv, \quad (\text{A.30})$$

$$\int_0^L E_1 dx = 0, \quad (\text{A.31})$$

où $f_0(x, v)$ et $E_0(x)$ sont des solutions d'équilibres, $f_1(t, x, v)$ et $E_1(t, x)$ sont des perturbations infinitésimales. Le système précédent, après projection sur une base de Fourier en espace, et d'Hermite en vitesse, se met sous la forme :

$$\frac{\partial f_1}{\partial t} = \mathcal{A} f_1, \quad (\text{A.32})$$

avec \mathcal{A} un opérateur linéaire dépendant de f_0 . Le problème de stabilité se résume donc à un problème de calcul de valeurs propres \mathcal{V}_n et de vecteurs propres \mathcal{W}_n . La partie réelle $\Re(\mathcal{V}_n)$ étant le taux de croissance du mode électrostatique \mathcal{W}_n .

Bibliographie

- [1] H Takabe, L Montierth, and RL Morse. Self-consistent eigenvalue analysis of rayleigh–taylor instability in an ablating plasma. *Physics of Fluids*, 26(8) :2299–2307, 1983.
- [2] M Tabak, J Hammer, ME Glinsky, WL Kruer, SC Wilks, J Woodworth, EM Campbell, MD Perry, and RJ Mason. Ignition and high-gain with ultrapowerful lasers. *Physics of Plasmas*, 1(5) :1626–1634, 1994.
- [3] PA Norreys, R Allott, RJ Clarke, J Collier, D Neely, SJ Rose, M Zepf, M Santala, AR Bell, K Krushelnick, AE Dangor, NC Woolsey, RG Evans, H Habara, T Norimatsu, and R Kodama. Experimental studies of the advanced fast ignitor scheme. *Physics of Plasmas*, 7(9) :3721–3726, 2000.
- [4] C Ren and WB Mori. Physical picture for the laser hosing instability in a plasma. *Physics of Plasmas*, 8(6) :3118–3119, 2001.
- [5] G Li, R Yan, C Ren, TL Wang, J Tonge, and W B Mori. Laser channeling in millimeter-scale underdense plasmas of fast-ignition targets. *Physical Review Letters*, 100(12) :125002, 2008.
- [6] PE Young, ME Foord, JH Hammer, WL Kruer, M Tabak, and SC Wilks. Time-dependent channel formation in a laser-produced plasma. *Physical Review Letters*, 75(6) :1082–1085, Aug 1995.
- [7] HM Milchberg, TR Clark, CG Durfee III, TM Antonsen, and P Mora. Development and applications of a plasma waveguide for intense laser pulses. *Physics of Plasmas*, 3(5) :2149–2155, 1996.
- [8] J Fuchs, E d’Humières, Y Sentoku, P Antici, S Atzeni, H Bandulet, S Depierreux, C Labaune, and A Schiavi. Enhanced propagation for relativistic laser pulses in inhomogeneous plasmas using hollow channels. *Physical Review Letters*, 105(22) :225001, 2010.
- [9] PE Young and PR Bolton. Propagation of subpicosecond laser pulses through a fully ionized plasma. *Physical Review Letters*, 77(22) :4556–4559, 1996.
- [10] Z Najmudin, K Krushelnick, M Tatarakis, EL Clark, CN Danson, V Malka, D Neely, MIK Santala, and AE Dangor. The effect of high intensity laser propagation instabilities on channel formation in underdense plasmas. *Physics of Plasmas*, 10(2) :438–442, 2003.
- [11] G Malka, J Fuchs, F Amiranoff, SD Baton, R Gaillard, JL Miquel, H Pépin, C Rousseaux, G Bonnaud, M Busquet, and L Lours. Suprathermal electron generation and channel formation by an ultrarelativistic laser pulse in an underdense preformed plasma. *Physical Review Letters*, 79 :2053–2056, Sep 1997.
- [12] M Borghesi, A J Mackinnon, R Gaillard, O Willi, A Pukhov, and J Meyer-ter Vehn. Large quasistatic magnetic fields generated by a relativistically intense laser pulse propagating in a preionized plasma. *Physical Review Letters*, 80(23) :5137–5140, 1998.

- [13] S Kar, M Borghesi, CA Cecchetti, L Romagnani, F Ceccherini, TV Liseykina, A Macchi, R Jung, J Osterholz, O Willi, LA Gizzi, A Schiavi, M Galimberti, and R Heathcote. Dynamics of charge-displacement channeling in intense laser plasma interactions. *New Journal of Physics*, 9(11) :402, 2007.
- [14] JJ Honrubia and J Meyer-ter Vehn. Fast ignition of fusion targets by laser-driven electrons. *Plasma Physics and Controlled Fusion*, 51(1) :014008, 2009.
- [15] A Debayle, JJ Honrubia, E d’Humières, and VT Tikhonchuk. Characterization of laser-produced fast electron sources for fast ignition. *Plasma Physics and Controlled Fusion*, 52(12) :124024, 2010.
- [16] CS Liu and VK Tripathi. *Interaction of electromagnetic waves with electron beams and plasmas*. World Scientific, 1994.
- [17] CB Wharton, JH Malmberg, and TM O’Neil. Nonlinear effects of large-amplitude plasma waves. *Physics of Fluids*, 11(8) :1761–1763, 1968.
- [18] WL Kruer, JM Dawson, and RN Sudan. Trapped-particle instability. *Physical Review Letters*, 23 :838–841, Oct 1969.
- [19] S Brunner and EJ Valeo. Trapped-particle instability leading to bursting in stimulated raman scattering simulations. *Physical Review Letters*, 93 :145003, Sep 2004.
- [20] P Mora. *Introduction aux plasmas créés par laser*. Cours de Master, 2009.
- [21] B Quesnel and P Mora. Theory and simulation of the interaction of ultraintense laser pulses with electrons in vacuum. *Physical Review E*, 58(3, Part B) :3719–3732, 1998.
- [22] BD Fried and SD Conte. *The Plasma Dispersion Function*. Academic Press Inc., 1961.
- [23] D Bohm and EP Gross. Theory of plasma oscillations. a. origin of medium-like behavior. *Phys. Rev.*, 75 :1851–1864, Jun 1949.
- [24] E Lefebvre. *Mécanismes d’absorption et d’émission dans l’interaction d’une impulsion laser ultra-intense avec une cible sur-critique*. Thèse de doctorat, Université de Paris XI Orsay, 1996.
- [25] WL Kruer and K Estabrook. $j \times b$ heating by very intense laser light. *Physics of Fluids*, 28(1) :430–432, 1985.
- [26] SC Wilks, WL Kruer, M Tabak, and AB Langdon. Absorption of ultra-intense laser-pulses. *Physical Review Letters*, 69(9) :1383–1386, 1992.
- [27] MG Haines, MS Wei, FN Beg, and RB Stephens. Hot-electron temperature and laser-light absorption in fast ignition. *Phys. Rev. Lett.*, 102 :045008, Jan 2009.
- [28] JM Rax. Compton harmonic resonances, stochastic instabilities, quasilinear diffusion, and collisionless damping with ultra-high-intensity laser waves. *Physics of Fluids B : Plasma Physics*, 4(12) :3962–3972, 1992.
- [29] A Bourdier, D Patin, and E Lefebvre. Stochastic heating in ultra high intensity laser-plasma interaction. *LASER AND PARTICLE BEAMS*, 25(1) :169–180, MAR 2007.
- [30] J Meyer ter Vehn and ZM Sheng. On electron acceleration by intense laser pulses in the presence of a stochastic field. *Physics of Plasmas*, 6(3) :641–644, 1999.
- [31] A Heron, JC Adam, G Laval, and P Mora. Theory and simulation of electronic relativistic parametric instabilities for ultraintense laser pulses propagating in hot plasmas. *Physics of Plasmas*, 8(5, Part 1) :1664–1672, 2001.

- [32] S Guerin, G Laval, P Mora, JC Adam, A Heron, and A Bendib. Modulational and Raman instabilities in the relativistic regime. *Physics of Plasmas*, 2(7) :2807–2814, 1995.
- [33] ZM Sheng, K Mima, Y Sentoku, and K Nishihara. Parametric instabilities of intense lasers from interaction with relativistic hot plasmas. *Physical Review E*, 61(4, Part B) :4362–4369, 2000.
- [34] T Grismayer, A Couairon, P Mora, JC Adam, and A Heron. Absolute and convective nature of Raman instability in relativistic hot plasmas. *Physics of Plasmas*, 11(10) :4814–4823, 2004.
- [35] A Modena, Z Najmudin, AE Dangor, CE Clayton, KA Marsh, C Joshi, V Malka, CB Darrow, C Danson, D Neely, and FN Walsh. Electron acceleration from the breaking of relativistic plasma-wave. *Nature*, 377(6550) :606–608, OCT 19 1995.
- [36] D Gordon, KC Tzeng, CE Clayton, AE Dangor, V Malka, KA Marsh, A Modena, WB Mori, P Muggli, Z Najmudin, D Neely, C Danson, and C Joshi. Observation of electron energies beyond the linear dephasing limit from a laser-excited relativistic plasma wave. *Physical Review Letters*, 80 :2133–2136, Mar 1998.
- [37] L Yin, BJ Albright, KJ Bowers, W Daughton, and HA Rose. Saturation of backward stimulated scattering of laser in kinetic regime : Wavefront bowing, trapped particle modulational instability, and trapped particle self-focusing of plasma waves. *Physics of Plasmas*, 15(1) :013109, 2008.
- [38] P Mora and F Amiranoff. Electron acceleration in a relativistic electron plasma wave. *Journal of Applied Physics*, 66(8) :3476–3481, 1989.
- [39] Guo-Zheng Sun, Edward Ott, Y C Lee, and Parvez Guzdar. Self-focusing of short intense pulses in plasmas. *Physics of Fluids*, 30(2) :526–532, 1987.
- [40] T Kurki-Suonio, PJ Morrison, and T Tajima. Self-focusing of an optical beam in a plasma. *Physical Review A*, 40(6) :3230–3239, 1989.
- [41] AB Borisov, AV Borovskiy, OB Shirayev, VV Korobkin, AM Prokhorov, JC Solem, TS Luk, and CK Rhodes. Relativistic and charge-displacement self-channeling of intense ultrashort laser pulses in plasmas. *Physical Review A*, 45(8) :5830, 1992.
- [42] P Mora and Jr. TM. Antonsen. Kinetic modeling of intense, short laser pulses propagating in tenuous plasmas. *Physics of Plasmas*, 4(1) :217–229, 1997.
- [43] MA Blain, G Bonnaud, A Chiron, and G Riazuelo. *Autofocalisation et filamentation d'un faisceau laser dans le cadre de l'approximation paraxiale et stationnaire*, volume CEA-R-5716. Commissariat à l'énergie atomique, 1996.
- [44] A Kim, M Tushentsov, F Cattani, and M Lisak. Axisymmetric relativistic self-channeling of laser light in plasmas. *Physical Review E*, 65(3) :036416, 2002.
- [45] F Cattani, A Kim, D Anderson, and M Lisak. Multifilament structures in relativistic self-focusing. *Physical Review E*, 64(1) :016412, 2001.
- [46] JH Marburger and RF Tooper. Nonlinear optical standing waves in overdense plasmas. *Physical Review Letters*, 35(15) :1001–1004, 1975.
- [47] N Naseri, SG Bochkarev, and W Rozmus. Self-channeling of relativistic laser pulses in large-scale underdense plasmas. *Physics of Plasmas*, 17(3) :033107, 2010.
- [48] N Naseri, V Yu Bychenkov, and W Rozmus. Axial magnetic field generation by intense circularly polarized laser pulses in underdense plasmas. *Physics of Plasmas*, 17(8) :083109, 2010.

- [49] MD Feit, AM Komashko, SL Musher, AM Rubenchik, and SK Turitsyn. Electron cavitation and relativistic self-focusing in underdense plasma. *Physical Review E*, 57(6) :7122–7125, 1998.
- [50] B Qiao, S-P Zhu, CY Zheng, and XT He. Quasistatic magnetic and electric fields generated in intense laser plasma interaction. *Physics of Plasmas*, 12(5) :053104, 2005.
- [51] B Qiao, XT He, and S-P Zhu. Fluid theory for quasistatic magnetic field generation in intense laser plasma interaction. *Physics of Plasmas*, 13(5) :053106, 2006.
- [52] R Annou, VK Tripathi, and MP Srivastava. Plasma channel formation by short pulse laser. *Physics of Plasmas*, 3(4) :1356–1359, 1995.
- [53] R Bharuthram, J Parashar, and VK Tripathi. Transient and time periodic self focusing of a laser beam in a plasma. *Physics of Plasmas*, 6(5) :1611–1614, 1999.
- [54] G Shvets and JS Wurtele. Instabilities of short-pulse laser propagation through plasma channels. *Physical Review Letters*, 73(26) :3540–3543, 1994.
- [55] P Sprangle, J Krall, and E Esarey. Hose-modulation instability of laser-pulses in plasmas. *Physical Review Letters*, 73(26) :3544–3547, 1994.
- [56] BJ Duda and WB Mori. Variational principle approach to short-pulse laser-plasma interactions in three dimensions. *Physical Review E*, 61(2) :1925–1939, 2000.
- [57] MC Kaluza, SPD Mangles, AGR Thomas, Z Najmudin, AE Dangor, CD Murphy, JL Collier, EJ Divall, PS Foster, CJ Hooker, AJ Langley, J Smith, and K Krushelnick. Observation of a long-wavelength hosing modulation of a high-intensity laser pulse in underdense plasma. *Physical Review Letters*, 105(9) :095003, 2010.
- [58] BJ Duda, RG Hemker, KC Tzeng, and WB Mori. A long-wavelength hosing instability in laser-plasma interactions. *Physical Review Letters*, 83(10) :1978–1981, 1999.
- [59] C Gahn, GD Tsakiris, A Pukhov, J Meyer-ter Vehn, G Pretzler, P Thirolf, D Habs, and KJ Witte. Multi-MeV electron beam generation by direct laser acceleration in high-density plasma channels. *Physical Review Letters*, 83(23) :4772–4775, 1999.
- [60] A Pukhov and J Meyer-ter Vehn. Relativistic magnetic self-channeling of light in near-critical plasma : Three-dimensional particle-in-cell simulation. *Physical Review Letters*, 76(21) :3975–3978, 1996.
- [61] SPD Mangles, BR Walton, M Tzoufras, Z Najmudin, RJ Clarke, AE Dangor, RG Evans, S Fritzler, A Gopal, C Hernandez-Gomez, WB Mori, W Rozmus, M Tatarakis, AGR Thomas, FS Tsung, MS Wei, and K Krushelnick. Electron acceleration in cavitated channels formed by a Petawatt laser in low-density plasma. *Physical Review Letters*, 94(24) :245001, 2005.
- [62] A Pukhov, ZM Sheng, and J Meyer-ter Vehn. Particle acceleration in relativistic laser channels. *Physics of Plasmas*, 6(7) :2847–2854, 1999.
- [63] GD Tsakiris, C Gahn, and VK Tripathi. Laser induced electron acceleration in the presence of static electric and magnetic fields in a plasma. *Physics of Plasmas*, 7(7) :3017–3030, 2000.
- [64] M Borghesi, AJ MacKinnon, L Barringer, R Gaillard, LA Gizzi, C Meyer, O Willi, A Pukhov, and J Meyer-ter Vehn. Relativistic channeling of a picosecond laser pulse in a near-critical preformed plasma. *Physical Review Letters*, 78(5) :879–882, Feb 1997.
- [65] K Krushelnick, A Ting, CI Moore, HR Burris, E Esarey, P Sprangle, and M Baine. Plasma channel formation and guiding during high intensity short pulse laser plasma experiments. *Physical Review Letters*, 78(21) :4047–4050, 1997.

- [66] R Wagner, S-Y Chen, A Maksimchuk, and D Umstadter. Electron acceleration by a laser wakefield in a relativistically self-guided channel. *Physical Review Letters*, 78(16) :3125–3128, 1997.
- [67] J Fuchs, G Malka, JC Adam, F Amiranoff, SD Baton, N Blanchot, A Héron, G Laval, JL Miquel, P Mora, H Pépin, and C Rousseaux. Dynamics of subpicosecond relativistic laser pulse self-channeling in an underdense preformed plasma. *Physical Review Letters*, 80(8) :1658–1661, 1998.
- [68] GS Sarkisov, V Yu Bychenkov, VN Novikov, VT Tikhonchuk, A Maksimchuk, S-Y Chen, R Wagner, G Mourou, and D Umstadter. Self-focusing, channel formation, and high-energy ion generation in interaction of an intense short laser pulse with a He jet. *Physical Review E*, 59(6) :7042–7054, 1999.
- [69] G Sarri, KL Lancaster, R Trines, EL Clark, S Hassan, J Jiang, N Kageiwa, N Lopes, R Ramis, A Rehman, X Ribeyre, C Russo, RHH Scott, T Tanimoto, M Temporal, M Borghesi, JR Davies, Z Najmudin, KA Tanaka, M Tatarakis, and PA Norreys. Creation of persistent, straight, 2 mm long laser driven channels in underdense plasmas. *Physics of Plasmas*, 17(11) :113303, 2010.
- [70] L Willingale, PM Nilson, AGR Thomas, J Cobble, RS Craxton, A Maksimchuk, PA Norreys, TC Sangster, RHH Scott, C Stoeckl, C Zulick, and K Krushelnick. High-power, kilojoule class laser channeling in millimeter-scale underdense plasma. *Physical Review Letters*, 106(10) :105002, 2011.
- [71] G Sarri, S Kar, L Romagnani, SV Bulanov, CA Cecchetti, M Galimberti, LA Gizzi, R Heatcote, R Jung, I Kourakis, J Osterholz, A Schiavi, O Willi, and M Borghesi. Observation of plasma density dependence of electromagnetic soliton excitation by an intense laser pulse. *Physics of Plasmas*, 18 :080704, 2011.
- [72] G Li, R Yan, C Ren, J Tonge, and WB Mori. Three-dimensional particle-in-cell simulations of laser channeling in fast ignition. *Physics of Plasmas*, 18(4) :042703, 2011.
- [73] AB Borisov, OB Shirayaev, A McPherson, K Boyer, and CK Rhodes. Stability analysis of relativistic and charge-displacement self-channeling of intense laser pulses in underdense plasmas. *Plasma Physics and Controlled Fusion*, 37(5) :569–597, 1994.
- [74] DR Symes, AS Moore, AJ Comley, J Lazarus, M Hohenberger, JWG Tisch, and RA Smith. Blast-wave diagnosis of self-focusing of an intense laser pulse in a cluster medium. *Physics of Plasmas*, 14(6) :063102, 2007.
- [75] C Courtois, A Compant La Fontaine, O Landoas, G Lidove, V Méot, P Morel, R Nuter, E Lefebvre, A Boscheron, J Grenier, MM Aléonard, M Gerbaux, F Gobet, F Hannachi, G Malka, JN Scheurer, and M Taxisien. Effect of plasma density scale length on the properties of bremsstrahlung x-ray sources created by picosecond laser pulses. *Physics of Plasmas*, 16(1) :013105, 2009.
- [76] AB Borisov, S Cameron, Y Dai, J Davis, TR Nelson, Schroeder WA, JW Longworth, K Boyer, and CK Rhodes. Dynamics of optimized stable channel formation of intense laser pulses with the relativistic/charge-displacement mechanism. *Journal of Physics B : Atomic, Molecular and Optical Physics*, 32(14) :3511–3525, 1999.
- [77] L Willingale, PM Nilson, AGR Thomas, SS Bulanov, A Maksimchuk, W Nazarov, TC Sangster, C Stoeckl, and K Krushelnick. High-power, kilojoule laser interactions with near-critical density plasma. *Physics of Plasmas*, 18(5) :056706, 2011.

- [78] J-H Yang and RS Craxton. An empirical model of collective electrostatic effects for laser-beam channeling in long-scale-length relativistic plasmas. *Physics of Plasmas*, 18(8) :082703, 2011.
- [79] I Yu Kostyukov, G Shvets, NJ Fisch, and JM Rax. Magnetic field generation and electron acceleration in relativistic laser channel. *Physics of Plasmas*, 9(2) :636–648, 2002.
- [80] T Lehner. Intense magnetic field generation by relativistic ponderomotive force in an underdense plasma. *Physica Scripta*, 49(6) :704, 1994.
- [81] CY Zheng, XT He, and SP Zhu. Magnetic field generation and relativistic electron dynamics in circularly polarized intense laser interaction with dense plasma. *Physics of Plasmas*, 12(4) :044505, 2005.
- [82] SS Bulanov, VY Bychenkov, V Chvykov, G Kalinchenko, DW Litzenberg, T Matsuoka, AGR Thomas, L Willingale, V Yanovsky, K Krushelnick, and A Maksimchuk. Generation of gev protons from 1 pw laser interaction with near critical density targets. *Physics of Plasmas*, 17(4) :043105, 2010.
- [83] APL Robinson, RMGM Trines, J Polz, and M Kaluza. Absorption of circularly polarized laser pulses in near-critical plasmas. *Plasma Physics and Controlled Fusion*, 53(6) :065019, 2011.
- [84] SM Weng, P Mulser, and ZM Sheng. Relativistic critical density increase and relaxation and high-power pulse propagation. *Physics of Plasmas*, 19(2) :022705, 2012.
- [85] E d’Humières. *Accélération de protons par interaction laser-plasma et applications*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie, 2006.
- [86] RL Dewar. Frequency shift due to trapped particles. *Physics of Fluids*, 15(4) :712–714, 1972.
- [87] Vladimir B. Krapchev and Abhay K. Ram. Adiabatic theory for a single nonlinear wave in a vlasov plasma. *Physical Review A*, 22 :1229–1242, Sep 1980.
- [88] D Bénisti and L Gremillet. Nonlinear plasma response to a slowly varying electrostatic wave, and application to stimulated raman scattering. *Physics of Plasmas*, 14(4) :042304, 2007.
- [89] D Pesme. *La fusion thermonucléaire par laser*. Eyrolles, 1993.
- [90] Thomas O’Neil. Collisionless damping of nonlinear plasma oscillations. *Physics of Fluids*, 8(12) :2255–2262, 1965.
- [91] G. J. Morales and T. M. O’Neil. Nonlinear frequency shift of an electron plasma wave. *Physical Review Letters*, 28 :417–420, Feb 1972.
- [92] D Bénisti, O Morice, L Gremillet, and DJ Strozzi. Nonlinear envelope equation and nonlinear landau damping rate for a driven electron plasma wave. *Transport Theory and Statistical Physics*, 40(4) :185–224, 2011.
- [93] M Abramowitz and IA Stegun. *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*. Dover, 1964.
- [94] MV Goldman. Theory of stability of large periodic plasma waves. *Physics of Fluids*, 13(5) :1281–1289, 1970.
- [95] MV Goldman and HL Berk. Stability of a trapped particle equilibrium. *Physics of Fluids*, 14(4) :801–804, 1971.
- [96] H Vernon Wong. Stability of bernstein-greene-kruskal wave with small fraction of trapped electrons. *Physics of Fluids*, 15(4) :632–646, 1972.

- [97] JL Schwarzmeier, HR Lewis, B Abraham-Shrauner, and KR Symon. Stability of bernstein–greene–kruskal equilibria. *Physics of Fluids*, 22(9) :1747–1760, 1979.
- [98] WM Manheimer. Instabilities in a plasma coexisting with a large-amplitude wave. *Physical Review A*, 3 :1402–1416, Apr 1971.
- [99] WL Kruer and JM Dawson. Sideband instability. *Physics of Fluids*, 13(11) :2747–2751, 1970.
- [100] Ira B. Bernstein, John M. Greene, and Martin D. Kruskal. Exact nonlinear plasma oscillations. *Physical Review*, 108 :546–550, Nov 1957.
- [101] MM Shoucri. Computer simulation of the sideband instability. *Physics of Fluids*, 21(8) :1359–1365, 1978.
- [102] M Shoucri. Destruction of trapping oscillations by sideband instability. *Physics of Fluids*, 23(10) :2030–2033, 1980.
- [103] E Siminos, D Bénisti, and L Gremillet. Stability of nonlinear vlasov-poisson equilibria through spectral deformation and fourier-hermite expansion. *Physical Review E*, 83 :056402, 2011.
- [104] D Bénisti, O Morice, L Gremillet, E Siminos, and DJ Strozzi. Nonlinear kinetic description of raman growth using an envelope code, and comparisons with vlasov simulations. *Physics of Plasmas*, 17(10) :102311, 2010.
- [105] D Bénisti, O Morice, L Gremillet, E Siminos, and DJ Strozzi. Self-organization and threshold of stimulated raman scattering. *Phys. Rev. Lett.*, 105 :015001, Jun 2010.
- [106] A Ghizzo, B Izrar, P Bertrand, E Fijalkow, MR Feix, and M Shoucri. Stability of bernstein–greene–kruskal plasma equilibria. numerical experiments over a long time. *Physics of Fluids*, 31(1) :72–82, 1988.
- [107] E Lefebvre, N Cochet, S Fritzier, V Malka, M-M Aléonard, J-F Chemin, S Darbon, L Disdier, J Faure, A Fedotoff, O Landoas, G Malka, V Méot, P Morel, M Rabec Le Gloahec, A Rouyer, Ch Rubbelynck, V Tikhonchuk, R Wrobel, P Audebert, and C Rousseaux. Electron and photon production from relativistic laser-plasma interactions. *Nuclear Fusion*, 43(7) :629, 2003.
- [108] CK Birdsall and AB Langdon. *Plasma physics via computer simulation*. McGraw-Hill, 1985.
- [109] F Filbet, E Sonnendrücker, and P Bertrand. Conservative numerical schemes for the vlasov equation. *Journal of Computational Physics*, 172(1) :166 – 187, 2001.
- [110] DJ Strozzi, MM Shoucri, and A Bers. Study of laser plasma interactions using an Eulerian Vlasov code. *Computer Physics Communications*, 164(1-3) :156–159, DEC 1 2004. 18th International Conference on the Numerical Simulation of Plasmas, Falmouth, MA, SEP 07-10, 2003.
- [111] CZ Cheng and G Knorr. The integration of the vlasov equation in configuration space. *Journal of Computational Physics*, 22(3) :330 – 351, 1976.
- [112] A Ghizzo, P Bertrand, MM Shoucri, TW Johnston, E Fualkow, and MR Feix. A vlasov code for the numerical simulation of stimulated raman scattering. *Journal of Computational Physics*, 90(2) :431 – 457, 1990.
- [113] P Bertrand, A Ghizzo, TW Johnston, M Shoucri, E Fijalkow, and MR Feix. A nonperiodic euler–vlasov code for the numerical simulation of laser–plasma beat wave acceleration and raman scattering. *Physics of Fluids B : Plasma Physics*, 2(5) :1028–1037, 1990.
- [114] D Bénisti, DJ Strozzi, L Gremillet, and O Morice. Nonlinear landau damping rate of a driven plasma wave. *Phys. Rev. Lett.*, 103 :155002, Oct 2009.