

Thèse présentée pour obtenir le grade de

**Docteur de l'Université Paris-Est**

Spécialité : Structures et Matériaux

par

**Giuseppe RASTIELLO**

École Doctorale : Sciences, Ingénierie et Environnement

**Influence de la fissuration sur le transfert de  
fluides dans les structures en béton**  
*Stratégies de modélisation probabiliste et étude  
expérimentale*

Thèse soutenue le 6 mai 2013 devant le jury composé de :

Pr.	Alain SELLIER	Université de Toulouse	<i>Rapporteur</i>
Pr.	Alain MILLARD	CEA, École Centrale de Paris	<i>Rapporteur</i>
Pr.	Bernhard A. SCHREFLER	Université de Padoue (Italie)	<i>Examineur</i>
Pr.	Fekri MEFTAH	INSA de Rennes	<i>Examineur</i>
Pr.	Pierre LABBÉ	EDF, INSA de Lyon	<i>Examineur</i>
Ing.	Claude BOULAY	IFSTTAR, Université Paris-Est	<i>Examineur</i>
Dr.	Pierre ROSSI	IFSTTAR, Université Paris-Est	<i>Directeur de thèse</i>





Pour citer cette thèse :

G. Rastiello (2013), *Influence de la fissuration sur le transfert de fluides dans les structures en béton. Stratégies de modélisation probabiliste et étude expérimentale*. Thèse de Doctorat de l'Université Paris-Est, IFSTTAR.

```
@PhdThesis{rastiello2013,  
author = {Rastiello, Giuseppe},  
title  = {Influence de la fissuration sur le transfert de fluides  
          dans les structures en béton. Stratégies de modélisation  
          probabiliste et étude expérimentale},  
school = {Université Paris-Est, IFSTTAR},  
year   = {2013} }
```

---

Adresse email pour contacter l'auteur : Giuseppe Rastiello – [g.rastiello@gmail.com](mailto:g.rastiello@gmail.com)

Cette page est intentionnellement laissée en blanc

“Ignoranti quem portum petat nullus suus ventus est”  
(Lucius Annæus Seneca, Epistulæ morales ad Lucilium, LXXI)

*À mes parents, Angelo et Maria Teresa,  
qui ont tissé mes voiles et m'ont appris à les lever au vent.*

Cette page est intentionnellement laissée en blanc

---

---

## Remerciements

---

Trois ans après le saut dans l'inconnu qui m'a conduit à commencer l'aventure française de ma thèse arrive déjà le temps des remerciements. S'il est vrai que "la reconnaissance vieillit vite" (Aristote, Discours de morale), je laisse à ce peu de lignes de remerciements la tâche d'en constituer une trace indélébile. Une trace pour le lecteur, bien sur, mais aussi pour moi qui écris. Pour me souvenir, quand ces années seront loin derrière, de la reconnaissance qui accompagne cette étape de ma vie professionnelle et personnelle.

En premier lieu, je tiens à remercier chaleureusement mon directeur de thèse, Pierre Rossi et les membres de mon équipe d'encadrement, Jean-Louis Tailhan, Stefano Dal Pont et Claude Boulay pour la confiance qu'il m'ont accordée en acceptant d'encadrer ce travail doctoral. Chacun d'entre eux m'a encouragé à mettre en cause idées, certitudes, points de vue scientifiques et, parfois, à changer de paradigmes. C'est aussi grâce à eux, aux compétences et aux idées qu'ils ont bien voulu partager avec moi, et au temps qu'ils m'ont consacré que cette thèse pu trouver son fil rouge et venir à la lumière.

Mes remerciements sincères vont à Messieurs les rapporteurs, Alain Millard et Alain Sellier, qui ont pris le temps d'examiner avec attention ce manuscrit. J'ai particulièrement apprécié l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail de thèse, leurs critiques pointilleuses et leurs remarques éclairées.

Messieurs Bernhard A. Schrefler, Fekri Meftah et Pierre Labbé m'ont fait l'honneur de participer à mon jury de thèse et je les remercie vivement. Leurs remarques et questions pertinentes ont été des sources de réflexion et, sans aucun doute, de moments enrichissants.

Ce travail de thèse a commencé en janvier 2010 au sein de la Division BCC du "Laboratoire Central des Ponts et Chaussées" (LCPC), intégrée en 2011 dans le Département Matériaux de l'"Institut français des sciences et technologies des transports, de l'aménagement et des réseaux" (IFSTTAR). Mais un organisme de recherche, bien que d'une histoire glorieuse, n'est que bureaucratie sans les personnes (chercheurs, doctorants, techniciens, stagiaires, ...) par lesquelles cette recherche est animée. Mes remerciements vont donc à tous ceux et toutes celles avec lesquels j'ai eu l'occasion de travailler, échanger des idées ou simplement partager un café. Parmi tous je tiens à remercier explicitement Jean-Michel Torrenti, Fabrice Le Maou, Sandrine Ramanich, Anna Maria Caucci, Song Than-Phan, Josquin Foulliaron, Johanna Goncalves et Michela Crespini.

Je remercie Messieurs Michel Frémond et Franco Maceri, mes professeurs à l'Université "Tor Vergata" de Rome, pour m'avoir supporté dans mon projet de poursuivre mes études doctorales à l'étranger. À eux et à messieurs les professeurs Carlo Callari et Francesco Federico mes remerciements pour la confiance et la considération qu'ils m'ont accordée

tout au long de ces années.

Enfin, les remerciements à ma famille. À mes parents, Angelo et Maria Teresa, à mon frère Marco et à ma copine Anastasia. Leur amour, encouragements et soutien tout au long de ces années ont constitué pour moi un point de repère indispensable. Des phares dans le brouillard, parfois dans la tempête . . .

Paris, le 06 mai 2013  
Giuseppe Rastiello

---

---

## Résumé

---

Une structure en béton doit assurer des fonctions structurales qui vont au delà de la simple résistance. Dans ce cadre, la fissuration du béton armé joue un rôle primordial sur la durabilité, l'étanchéité et même la sûreté des structures. La structure poreuse du béton rend naturellement possible la pénétration au cours du temps d'espèces délétères. En outre, sous l'effet des chargements mécaniques et des conditions environnementales au sens large, le béton se fissure. Les fissures constituent, elles aussi, des voies préférentielles pour la pénétration de fluides ou d'agents agressifs et ajoutent de manière significative leur contribution à la dégradation des performances structurales. Dans la thèse une stratégie de modélisation macroscopique probabiliste du couplage entre fissuration et transferts de fluides dans les structures en béton est présentée. Le béton est modélisé comme un milieu poreux saturé d'eau tandis que la fissuration (mécanique) est modélisée au travers d'une approche numérique probabiliste tenant compte de l'hétérogénéité naturelle du matériau et des effets d'échelle qu'elle induit. L'hypothèse physique de base du modèle de fissuration est que chaque élément fini peut être considéré comme représentatif d'un volume de matière hétérogène dont le comportement est géré par son degré d'hétérogénéité, défini comme le rapport entre le volume élémentaire et un volume représentatif de l'hétérogénéité du matériau. Dans la formulation développée, les propriétés mécaniques du matériau sont considérées comme des variables aléatoires (non corrélés) distribuées dans les éléments du maillage selon des distributions statistiques validées expérimentalement. Une approche par analyse inverse permet d'accéder aux paramètres de fonctions de distribution qui, selon les hypothèses du modèle, varient en fonction de la dimension des éléments finis. Le couplage fissuration-transfert est traité de manière faible, sous l'hypothèse d'absence d'interaction entre les deux processus (à savoir que la fissuration de l'élément fini, d'origine mécanique, induit une variation locale de sa perméabilité). L'utilisation d'une loi de Poiseuille modifiée et adaptée expérimentalement selon un protocole développé dans le cadre de la thèse permet de mettre en relation une telle variation avec l'ouverture de fissure et de prendre en compte, de manière macroscopique, les principales causes d'écart entre l'écoulement idéalisé, représenté par la loi de Poiseuille (loi cubique), et l'écoulement dans des fissures réelles. Une approche de type Monte-Carlo permet de valider les résultats des simulations mécaniques et hydriques. Les capacités de la stratégie de modélisation proposée en termes de prédiction des débits d'eau en milieu fissuré sont explorées au travers de la simulation d'essais de perméabilité sous charge sur des éprouvettes cylindriques soumises à du fendage. Ces essais sont utilisés dans le cadre du protocole expérimental. Une première validation à l'échelle d'un élément structural multifissuré est présentée. Elle consiste en la simulation

d'un essai (récemment proposé dans la littérature) développé pour l'étude de l'impact de la fissuration sur les propriétés de transfert de tirants en béton armé.

**Mots-clés :** couplage fissuration-transfert, modélisation numérique, fissuration probabiliste, étude expérimentale, perméabilité fissure discrète, loi cubique modifiée

---

---

## Abstract

---

Concrete durability is strongly affected by the flow of fluids, gas and pollutants in its porous matrix. The presence of cracks weakens the resistance of concrete porous matrix and constitutes preferential flow paths for aggressive components. In the thesis, a probabilistic numerical modeling strategy for modeling fluids transfers in cracked concrete structures is presented. The concrete is modeled in the framework of water saturated porous media. Its (mechanical) cracking is modeled by means of a macroscopic probabilistic approach, explicitly taking into account material heterogeneity as well as size effects. The main assumption of the model, developed in the frame of the the Finite Element Method, is to consider a finite element volume as a volume of heterogeneous material and to assume that physical mechanisms influencing the cracking processes remain the same whatever the scale of observation. At the scale of the finite element, mechanical properties are then functions of its own volume. To describe the heterogeneity of the material, these mechanical properties are considered as uncorrelated random variables distributed over the finite element mesh. Characteristics of statistical distribution laws are directly depending on the degree of heterogeneity of the finite element (the ratio between its volume and the volume of the coarsest aggregate) and of the quality of the cement paste. An inverse analysis approach allows to find their parameters as functions of the elementary volume. A weak coupling between cracking and fluid transfers is considered, under the assumption of no interaction between the two processes (i.e. the mechanically produced cracking of a finite element induces a local variation of its permeability tensor). An experimentally adapted Poiseuille (cubic) law, based on an original experimental protocol, allows to relate this permeability variation to the crack aperture and to macroscopically take into account the influence of crack roughness, aperture variation and tortuosity. A Monte-Carlo like approach is used in order to statistically validate mechanical and hydraulic simulations. The coupling strategy is validated in two phases, both at the scale of a laboratory specimen and at the scale of a multi-cracked structural element.

**Key-words :** cracking-permeability coupling, numerical modeling, probabilistic cracking model, experimental protocol, discrete crack permeability, modified cubic law

Cette page est intentionnellement laissée en blanc

---

---

# Table des matières

---

<b>Résumé</b>	<b>iii</b>
<b>Abstract</b>	<b>v</b>
<b>1 Introduction</b>	<b>1</b>
<b>2 Transport des fluides en béton sain et fissuré</b>	<b>5</b>
2.1 Le béton et sa structure poreuse . . . . .	5
2.2 Schématisation du milieu poreux et échelles de modélisation . . . . .	7
2.3 Écoulement des fluides dans les milieux poreux - béton sain . . . . .	8
2.4 Écoulement en milieu fissuré . . . . .	11
2.4.1 Équations du problème . . . . .	14
2.5 Perméabilité “intrinsèque” de la fissure : aspects théoriques . . . . .	17
2.5.1 Le modèle des plaques parallèles – la loi de Poiseuille . . . . .	17
2.5.2 Régimes d’écoulement . . . . .	20
2.5.3 Adaptations du PPM . . . . .	22
2.6 Études expérimentales sur l’évolution des propriétés de transferts du béton . . . . .	25
2.6.1 Les protocoles classiques basés sur l’essai brésilien . . . . .	26
<b>3 Étude expérimentale du transfert d’eau dans une fissure localisée</b>	<b>39</b>
3.1 Introduction . . . . .	40
3.2 Protocole expérimental hydromécanique . . . . .	42
3.2.1 Dispositif expérimental . . . . .	42
3.2.2 Préparation et pré-conditionnement des échantillons . . . . .	46
3.2.3 L’hétérogénéité du béton et les propriétés de transport . . . . .	47
3.2.4 Protocole pour la mesure du débit . . . . .	47
3.2.5 Calcul de l’ouverture de fissure . . . . .	48
3.3 Caractérisation statistique de la géométrie de la fissure . . . . .	50
3.3.1 Préparation des échantillons . . . . .	51
3.3.2 Éléments sur la corrélation d’image numérique CIN . . . . .	54
3.3.3 LVDT – CIN . . . . .	56
3.3.4 Relation statistique entre ouverture et surface de fissure . . . . .	59
3.4 Perméabilité d’une fissure unique : résultats et discussion . . . . .	61
3.4.1 Cadre théorique . . . . .	61

3.4.2	Influence de l'ouverture de fissure . . . . .	63
3.4.3	Discussion sur la relation entre la géométrie de l'échantillon et les mesures de perméabilité . . . . .	64
3.4.4	Discussion sur un éventuel effet de seuil sur la perméabilité d'échan- tillon . . . . .	67
3.4.5	Interprétation macroscopique : une loi de Poiseuille modifiée . . . . .	70
3.5	Conclusions . . . . .	72
<b>4</b>	<b>Un modèle macroscopique probabiliste de fissuration des bétons</b>	<b>73</b>
4.1	Introduction . . . . .	73
4.2	Un modèle de fissuration probabiliste . . . . .	77
4.2.1	Équations de bilan du problème purement mécanique . . . . .	77
4.2.2	Le modèle de fissuration . . . . .	78
4.3	Calibration des paramètres du modèle - analyse inverse . . . . .	87
4.3.1	Positionnement du problème . . . . .	87
4.3.2	Exécution de l'analyse inverse . . . . .	89
4.4	Résultats de l'analyse inverse . . . . .	94
4.4.1	Influence du nombre de tirages aléatoires sur la réponse globale simulée	96
4.4.2	Analyse de l'influence des paramètres des lois de distribution . . . . .	96
4.4.3	Analyse de la réponse locale : processus de fissuration et ouvertures de fissure . . . . .	98
4.5	Prévision des effets d'échelle . . . . .	108
4.5.1	Effets d'échelle dans l'essai de fendage . . . . .	108
4.5.2	Validation du modèle proposée dans la modélisation des effets d'échelle	110
4.6	Conclusions . . . . .	111
<b>5</b>	<b>Modélisation du transfert de fluides dans les bétons fissurés</b>	<b>115</b>
5.1	Introduction . . . . .	115
5.2	Écoulement isotherme d'un fluide monophasique en milieu fissuré . . . . .	118
5.2.1	Théories des milieux poreux . . . . .	118
5.2.2	Transport en milieux poreux saturés . . . . .	119
5.3	Influence de la fissuration sur la perméabilité . . . . .	121
5.4	Simulation de l'essai de fissuration-transfert de Rastiello <i>et al.</i> [2013] . . . . .	124
5.4.1	Résultats des calculs . . . . .	126
5.5	Simulation d'un essai de perméabilité sur un tirant en béton armé . . . . .	133
5.5.1	Résultats des calculs mécaniques . . . . .	137
5.5.2	Résultats des calculs hydriques . . . . .	139
5.6	Conclusions . . . . .	141
<b>6</b>	<b>Conclusions et perspectives</b>	<b>145</b>
6.1	Conclusions . . . . .	145
6.2	Perspectives . . . . .	148
	<b>Bibliographie</b>	<b>151</b>

---

---

## Table des figures

---

2.1	Classification des pores selon leur dimensions d'après Setzer [1975] (comme reportée par Meschke <i>et al.</i> [2011]). . . . .	6
2.2	Classification des pores selon leur niveau de connectivité [Neithalath <i>et al.</i> 2006]. . . . .	7
2.3	Représentation du milieu poreux à l'échelle macroscopique comme un milieu continu équivalent [Meschke <i>et al.</i> 2011]. . . . .	9
2.4	Illustration schématique de la distribution de l'eau dans le béton pour différents niveaux de saturation (d'après Meschke <i>et al.</i> [2011]) : a) matériau sec, b) génération d'une phase liquide continue d'eau absorbée dans les pores du gel CSH, c) la porosité capillaire est remplie par l'eau lorsque le degré de saturation augmente, d) condition complètement saturée. . . . .	12
2.5	Phases possibles de l'évolution du processus d'écoulement. . . . .	13
2.6	Schématisme de l'écoulement d'un fluide $\beta$ en milieu fissuré. . . . .	14
2.7	Représentation schématique de la fissure selon le modèle des plaques parallèles [Zimmerman et Bodvarsson 1996] . . . . .	18
2.8	Représentation schématique des causes d'écart entre l'écoulement dans une fissure réelle et la prévision théorique fournie par le modèle des plaques parallèles. . . . .	20
2.9	Définitions possibles de l'ouverture locale pour l'application de l'équation de lubrification. Ligne pointillée : ouverture calculée dans la direction orthogonale à la ligne moyenne de la fissure [Ge 1997] ; Ligne pointillée : ouverture de fissure calculée dans la direction orthogonale à la direction du gradient de pression macroscopique [Mourzenko <i>et al.</i> 1995] ; Ligne continue : ouverture de fissure moyennée par segments Oron et Berkowitz [1998] (figure modifiée d'après [Oron et Berkowitz 1998]). . . . .	29
2.10	a) Distribution des ouvertures dans une fissure modèle numérique, b) Champ des vitesses dans le plan de fissure, c) Comparaison entre les champs des vitesses calculés dans trois sections transversales de la fissure selon le modèle local des plaques parallèles (LCL), par solution des Équations de Stokes et de Navier-Stokes complètes [Brush et Thomson 2003]. . . . .	30

2.11	Simulation numérique de l'écoulement dans une fissure numérique pour six maillages différents [Crandall <i>et al.</i> 2010]. On remarque que en allant du maillage "mesh 1" au maillage "mesh 6" $\langle a \rangle$ augmente tandis que $\sigma(a)/\langle a \rangle$ et $c$ diminuent. . . . .	31
2.12	Représentation de l'influence de $\langle a \rangle$ et de son rapport avec $\sigma(a)$ sur l'ouverture hydraulique $a_h$ . . . . .	31
2.13	Évolution du coefficient de perméabilité à l'eau en fonction de l'ouverture de fissure [Aldea <i>et al.</i> 1999b, Wang <i>et al.</i> 1997]). . . . .	32
2.14	Méthode classique de contrôle mécanique de l'essai brésilien et de calcul des ouvertures de fissure à mi hauteur des éprouvettes [Picandet <i>et al.</i> 2009, Djerbi 2007]. . . . .	33
2.15	Relevé des fissures sur les faces des éprouvettes dans les essais de Picandet <i>et al.</i> [2009]. . . . .	34
2.16	Caractérisation de l'ouverture de fissure sur une éprouvette déchargée à l'aide d'un microscope électronique [Picandet <i>et al.</i> 2009]. . . . .	35
2.17	Évolution du coefficient de perméabilité à l'eau en fonction de l'ouverture de fissure mesurée avant et après le déchargement de l'éprouvette [Wang <i>et al.</i> 1997]). . . . .	36
2.18	Schématisation géométrique de la géométrie de la fissure d'après [Akhavan <i>et al.</i> 2012]. . . . .	36
2.19	Méthodes de mesure de la perméabilité. a) perméamètre à l'eau [Aldea <i>et al.</i> 1999b], b) perméamètre à l'air de type Cembureau [Picandet <i>et al.</i> 2009]. . . . .	37
2.20	Montage expérimental (a) et système électrique (b) dans l'essai proposé par Boulay <i>et al.</i> [2009], pour l'étude de l'évolution en temps réel de la résistance électrique d'une éprouvette en cours de chargement. . . . .	38
3.1	Protocole hydromécanique : représentation schématique du montage expérimental ; Légende : 1) système de mesure de la masse, 2) thermocouple ; 3) éprouvette ; 4) capteur de pression différentielle $\Delta p$ ; 5) joint en silicone ; 6) capteur de déplacement LVDT ; 7) pompe a vide ; 8) système d'acquisition des données. . . . .	43
3.2	Protocole hydromécanique : montage expérimental (1/2). . . . .	44
3.3	Protocole hydromécanique : montage expérimental (2/2). . . . .	45
3.4	Protocole hydromécanique : système de contrôle mécanique de l'essai. . . . .	46
3.5	Protocole hydromécanique : a) Protocole d'essai, évolution de la masse d'eau en amont, de la pression différentielle $\Delta p$ , de la force $F$ et de la variation diamétrale moyenne $\Delta d_s$ pour un essai représentatif (éprouvette avec $d_s = 110\text{mm}$ et $t_s = 50\text{mm}$ ) ; b) Procédure de calcul du débit massique $Q$ à partir des mesures de masse $M$ pour $\Delta d_s$ fixé, pour un essai représentatif. . . . .	49
3.6	Évolution du débit relatif en fonction du temps pour des fissures d'ouvertures 0.05 mm, 0.1 mm et 0.15 mm [Reinhardt et Jooss 2003]. . . . .	50
3.7	Procédure de calcul de l'ouverture de fissure à partir des mesures de déplacement obtenues par LVDTs. . . . .	51

3.8	a) Variations des diamètres calculées sur les faces d'une éprouvette représentative (diamètre 110 mm); b) Ouverture de fissure à mi-hauteur $a_m$ d'une éprouvette représentative (diamètre 110 mm). . . . .	52
3.9	Préparation des corps d'épreuve pour l'utilisation de la technique de CIN et détail du mouchetis aléatoire. . . . .	53
3.10	Montage expérimental pour la caractérisation géométrique via une technique de CIN. . . . .	54
3.11	Principes de fonctionnement de la technique de CIN. . . . .	55
3.12	Champs de déplacement horizontal calculés sur les faces d'un échantillon représentatif de diamètre 110 mm. . . . .	56
3.13	Protocole mécanique – CIN : procédure de calcul de l'ouverture de fissure $a(y)$ et de la surface de la fissure à partir du champ de déplacement $\mathbf{u}$ . . . . .	57
3.14	Protocole mécanique - Comparaison entre les évolutions temporelles des ouvertures de fissure à mi hauteur d'une éprouvette, calculées à partir des mesures de déplacement par LVDTs et les calculs de CIN (éprouvette représentative de 110 mm). . . . .	58
3.15	Protocole mécanique – Ouverture de fissure $a(y)$ le long de la fissure sur une face d'une éprouvette de 110 mm (f = face avant ; r = face arrière). . . . .	58
3.16	Lien statistique entre l'ouverture de fissure normalisée $a_m/d_s$ et la surface de fissure normalisée $\Omega_F/\Omega_s$ . . . . .	59
3.17	Relation statistique entre l'ouverture de fissure à mi-hauteur de l'éprouvette $a_m$ , calculée d'après les mesures de variation diamétrale, et la surface de la fissure $\Omega_F$ calculée par CIN. . . . .	60
3.18	Représentation schématique de la fissure. . . . .	63
3.19	Estimation des nombres de Reynolds $Re$ à partir des mesures de débit massique. . . . .	64
3.20	Représentation de la perméabilité de la fissure $k_F$ en fonction de l'ouverture moyenne $\bar{a}$ pour l'ensemble des échantillons testés et comparaison avec la prévision théorique fournie par le modèle des plaques parallèles. . . . .	65
3.21	Perméabilités homogénéisées des échantillons de diamètre 110mm et 160mm et comparaison avec les résultats de la littérature [Wang <i>et al.</i> 1997, Aldea <i>et al.</i> 1999b]. . . . .	68
3.22	a) Estimation du facteur réductif $\alpha = \alpha(\bar{a})$ pour la correction des estimations du modèle des plaques parallèles afin de lisser les résultats expérimentaux; b) estimation des perméabilités de fissure fournies par le modèle des plaques parallèles corrigé selon les résultats expérimentaux $k_F = \bar{a}^2/12\alpha$ . . . . .	71
4.1	Schématization du processus de fissuration en matériaux quasi-fragiles [Huespe et Oliver 2011]. . . . .	79
4.2	Principe de base du modèle probabiliste de fissuration semi-explicite proposé. . . . .	82
4.3	Méthode de calcul de l'ouverture de fissure pour un élément fini déclaré fissuré. . . . .	84
4.4	Représentation schématique de l'influence de la dimension de l'hétérogénéité locale sur la dispersion de l'énergie dissipée pendant le processus de fissuration d'un élément fini/de volume. . . . .	86

4.5	Maillages utilisés pour la simulation de l'essai de fendage dans le cadre de l'analyse inverse pour la calibration numérique - expérimentale des paramètres des lois de distributions aléatoires. . . . .	92
4.6	Conditions aux limites imposés pour la simulation numérique des essais de fendage et paramètres assignés aux lois constitutives des matériaux. . . . .	93
4.7	Procédure de pilotage indirecte de la simulation numérique de l'essai de compression diamétrale. . . . .	94
4.8	Application de la procédure numérique de pilotage indirecte du calcul mécanique selon un approche de type arc-length à une simulation représentative	95
4.9	Résultats de l'analyse inverse : évolutions de la force appliqué en fonction de la variation diamétrale moyenne pour les deux maillages et comparaison avec les résultats expérimentaux. . . . .	97
4.10	Influence du nombre de tirages aléatoires de la procédure Monte-Carlo sur la réponse globale moyenne simulée (force appliquée - variation diamétrale moyenne) pour les deux dimensions de maillages testés. . . . .	98
4.11	Influence du nombre de tirages aléatoires utilisés dans la procédure Monte-Carlo sur la convergence de la moyenne de la force au pic et sur sa variance. (a-b) évolution sur 400 calculs ; (c-d) zoom pour les premiers 50 calculs. . . . .	99
4.12	Influence des paramètres des lois de distribution de la résistance (loi de Weibull) et de l'énergie (loi log-normale) sur la réponse moyenne simulée (10 calculs par jeu de paramètres). . . . .	100
4.13	Relevé par corrélation numérique d'image (CIN) de l'asymétrie de la fissuration entre les deux faces d'une éprouvette représentative (diamètre 110 mm). . . . .	101
4.14	Réponse globale enregistrée dans une simulation numérique représentative et faciès de fissuration dans l'intérieur de l'éprouvette pour quatre phases de l'essai. a) Initialisation de la fissure sur la face postérieure de l'éprouvette, b) propagation vers la face antérieure , c-d) ouverture progressive de la fissure.	104
4.15	Champs des déplacements horizontaux (dans la direction de l'axe $x$ ) pour six phases d'une simulation représentative ; e) phase élastique ; a) comportement en correspondance du pic d'effort ; b) localisation définitive des déformations dans une zone très mince orientée quasi-verticalement ; c-d) ouverture progressive de la fissure. . . . .	105
4.16	Faciès de fissuration et champs des déplacements horizontaux (axe $x$ ) pour le maillage plus grossier à la fin d'une simulation représentative. . . . .	106
4.17	Procédure de calcul des ouvertures de fissure à mi-hauteur des disques à partir des résultats des simulations numériques probabilistes des essais de compression diamétrale (la procédure est utilisée uniquement pour la comparaison avec les résultats de l'expérience) . . . . .	106
4.18	Comparaison entre les ouvertures de fissure moyennes à mi-hauteur des éprouvette calculées numériquement (10 calculs) et dérivées expérimentalement à partir des calculs par corrélation numérique d'image (CIN). . . . .	107

4.19	Influence du diamètre de l'échantillon sur la résistance à la traction estimé par un essai de fendage (d'après Rocco <i>et al.</i> [1999a] sur la base des résultats de Sabnis et Mirza [1979], Chen et Yuan [1980], Hasegawa <i>et al.</i> [1985], Bažant <i>et al.</i> [1991] et de Kim <i>et al.</i> [1999]). . . . .	109
4.20	Distribution des contraintes horizontales le long du diamètre verticale d'une éprouvette cylindrique sous chargement diamétrale. . . . .	110
4.21	Comparaison entre les courbes (force-variation diamétrale moyenne) moyennes numériques et résultats expérimentaux (éprouvettes de diamètre 160 mm et 250 mm). . . . .	111
4.22	Champs de déplacements horizontaux à la fin de l'essai et faciès de fissuration pour les deux maillages (disques de 250mm de diamètre). . . . .	112
4.23	Influence de la largeur de la bande d'application de la charge. . . . .	113
5.1	Schématization géométrique de l'élément pour le calcul de la perméabilité équivalente. . . . .	123
5.2	Évolution de la perméabilité définie comme dans l'équation (5.20) en fonction de l'ouverture de fissure. . . . .	124
5.3	Maillage aux éléments finis pour la modélisation de l'essai de fissuration-transfert utilisée dans le cadre du protocole hydromécanique pour l'étude de l'évolution de la perméabilité à l'eau d'une éprouvette de béton sous chargement (fendage). . . . .	126
5.4	Conditions aux limites pour les calculs de transfert en milieu fissuré. . . . .	127
5.5	Réponse globale force $F$ - variation diamétrale moyenne $\Delta d_s$ pour la série de 10 calculs pour la simulation de l'essai de fendage selon l'approche probabiliste. 128	128
5.6	a) Réponse mécanique ( $F, \Delta d_s$ ) pour un calcul représentatif, b) évolution en fonction de la variation diamétrale moyenne de la transmissivité de l'échantillon $T_w^{num}$ calculée en supposant valables alternativement (à l'échelle de l'élément) la loi de Poiseuille classique [Snow 1969] ou la formulation adaptée expérimentalement. . . . .	128
5.7	Comparaison entre les évolutions des transmissivités numériques $T_w^{num}$ en fonction de la variation diamétrale moyenne, et les données expérimentales pour $\Delta d_s$ jusqu'à 300 $\mu\text{m}$ . . . . .	130
5.8	Comparaison entre les débits de fluide calculés numériquement (10 calculs) en supposant valable, à l'échelle de l'élément, la loi cubique adaptée expérimentalement . . . . .	131
5.9	Représentation du faciès de fissuration et du champ de débit calculé numériquement pour trois phases d'un calcul représentatif. . . . .	132
5.10	Montage expérimental du protocole proposé par Desmettre et Charron [2011; 2012]. a) système de mesure des ouvertures de fissure pendant un essai de traction ; b) système pour la mesure de la perméabilité du tirant sous chargement. . . . .	134
5.11	Vue d'ensemble du spécimen et coupe longitudinale centrée [Desmettre et Charron 2011]. . . . .	135

---

5.12	Maillage aux éléments finis pour la modélisation de l'essai de fissuration-transfert et indications sur les paramètres des lois constitutives attribuées aux matériaux et aux interfaces acier-béton. . . . .	136
5.13	Conditions aux limites utilisées dans les simulations hydriques. . . . .	137
5.14	Réponse globale dans un essai représentatif et faciès de fissuration à la fin du calcul. . . . .	138
5.15	Comparaison entre les réponses globales $(F, \Delta l)$ observés expérimentalement et calculés numériquement. . . . .	139
5.16	Évolution de la perméabilité estimée numériquement en fonction de la force externe appliquée pour un calcul représentatif (la réponse mécanique correspondante est donnée dans la figure 5.14). . . . .	141
5.17	Représentation du champ de débit calculé numériquement pour trois phase d'un calcul représentatif. . . . .	143
5.18	Évolution de la perméabilité estimée numériquement en fonction de la force dans la barre d'armature et comparaison avec les mesures expérimentales pour l'ensemble des dix calculs hydro-mécaniques. . . . .	144

---

---

## Liste des tableaux

---

2.1	Valeur du coefficient $\alpha$ estimé à partir des résultats disponibles dans la littérature. . . . .	25
3.1	Formulation du béton ordinaire (BO) utilisé dans l'étude. . . . .	48
3.2	Protocole hydromécanique : programme expérimental, dimensions (diamètres et épaisseurs) et nombre d'éprouvettes testées. . . . .	48
3.3	Programme expérimental pour le protocole mécanique de caractérisation géométrique des fissures – dimensions et nombre d'éprouvettes testées. . . .	54
4.1	Formulation du béton ordinaire (BO) utilisé dans l'étude expérimental et numérique. . . . .	91

Cette page est intentionnellement laissée en blanc

## Introduction

---

**Contexte** Une structure en béton doit assurer des fonctions structurales qui vont au delà de la simple résistance. De nombreuses structures sont conçues pour contenir des fluides liquides (réservoirs d'eau ou de gaz liquéfié) ou gazeux (enceintes de confinement des centrales nucléaires). Dans ce cadre, la fissuration du béton armé joue un rôle primordial sur la durabilité, l'étanchéité et même la sûreté des structures. A l'heure actuelle, on constate que les outils de calcul à disposition de l'ingénieur sont limités et ne permettent pas d'élaborer des prédictions quantitatives concernant l'influence de la fissuration sur l'évolution de ces caractéristiques au cours de la vie de ces structures.

L'étude vise à développer une approche de modélisation, dans le contexte des Éléments Finis, capable de prendre en compte l'influence de la fissuration sur l'évolution des propriétés de transfert des structures en béton armé.

**Motivations et objectifs de la recherche** Un matériau tel que le béton énumère parmi ses différents rôles une étanchéité qui s'adapte bien aux besoins de durabilité des ouvrages et qui offre une protection optimale aux armatures. Cependant, une des principales causes de dégradation des ouvrages en béton armé est constituée par la corrosion des armatures : en effet, la structure poreuse du béton rend possible au cours du temps la pénétration des espèces polluantes, ce qui conduit à une dégradation progressive des caractéristiques du matériau. Généralement on considère le dioxyde de carbone contenu dans l'air et les chlorures contenus dans les sels de déverglaçage comme les deux principaux agents qui diffusent dans le béton et qui sont à l'origine du développement de la corrosion des armatures. Une complication majeure est ainsi constituée par la nature hétérogène du béton qui rend la présence des micro/macro-fissures inévitables même en présence d'une sollicitation modeste ou au jeune âge. Ceci est d'une importance considérable car la présence de fissures peut constituer des voies préférentielles pour l'écoulement des fluides et/ou la pénétration des espèces polluantes. Qu'on s'intéresse au problème de l'estimation du taux de fuites dans une structure, ou que le problème soit l'étude de l'évolution des performances structurelles associées à la dégradation des propriétés des matériaux (corrosion des armatures, carbonatation du béton, ...), des prédictions pertinentes de la fissuration et de son impact sur les propriétés de transfert du matériau (coefficients de perméabilité, coefficient de diffusion, ...) deviennent nécessaires.

Dans le cadre d'une approche, dont l'objectif principal est le développement d'outils numériques pour l'évaluation du taux de fuite des structures (par exemple, les réservoirs d'eau, les enceintes de confinement des centrales nucléaires durant les tests périodiques d'intégrité) trois ingrédients doivent être assurés :

1. un modèle de fissuration capable de prendre en compte les aspects principaux de la fissuration des bétons (hétérogénéité, effets d'échelle, ...) et de fournir des informations locales concernant la fissuration (localisation, orientations et ouvertures) ;
2. la définition de lois constitutives expérimentales permettant de décrire l'influence de la fissuration sur l'évolution des propriétés de transfert du matériau ;
3. finalement, un modèle de couplage hydro-mécanique permettant de décrire l'évolution des propriétés de transfert à l'échelle de la structure.

Concernant le premier aspect, la description de la fissuration, plusieurs modèles de fissuration sont disponibles dans la littérature. Parmi cette vaste littérature, une famille très prometteuse est certainement représentée par les modèles probabilistes [Colliat *et al.* 2007, Vořechovský 2007, Bruggi *et al.* 2008, Yang et Frank Xu 2008, Su *et al.* 2010, Ibrahimbegovic *et al.* 2011, Syroka-Korol *et al.* 2013]. Dans ces modèles l'hétérogénéité du matériau est prise en compte au travers de l'introduction de distributions aléatoires des propriétés mécaniques. Parmi les nombreuses formulations basées sur ce concept, la famille des modèles probabilistes développés à l'IFSTTAR [Rossi et Wu 1992, Rossi *et al.* 1996, Tailhan *et al.* 2012; 2013] a donné une preuve d'applicabilité au calcul des structures. Cela en raison principalement d'une formulation simple et robuste (dans le contexte numérique de la méthode des Éléments Finis) et d'hypothèses de base pertinentes sur le plan des mécanismes physiques décrits. Ces modèles permettent de prendre en compte, au travers de la définition des propriétés mécaniques comme champs non-corrélés dans le maillage des éléments finis, les aspects principaux du comportement du béton (hétérogénéité, effets d'échelle, ...). En même temps ils sont capables de fournir des informations pertinentes concernant la fissuration (i.e. ouvertures de fissure, orientations des fissures, ...). Cet aspect s'avère être un point d'importance primordial lorsqu'on s'intéresse aux transferts de fluides dans les structures en béton.

Dans le cadre d'une approche de modélisation menant à une description discrète de la fissuration, en fait, une relation directe entre la perméabilité de la fissure et sa géométrie, normalement l'ouverture, est nécessaire [Ng et Small 1999, Simoni et Secchi 2003, Segura et Carol 2004, Réthoré *et al.* 2007, Khoei *et al.* 2010, Barani *et al.* 2011, Carrier et Granet 2011, Meschke *et al.* 2011, Secchi et Schrefler 2012]. Cette relation est une loi constitutive indispensable afin de bien estimer l'impact local de la fissure sur l'augmentation de la conductivité hydraulique des éléments structuraux (i.e. sur leur étanchéité). Le modèle le plus couramment utilisé pour décrire l'écoulement d'un fluide incompressible en régime laminaire au travers d'une fissure est le modèle dit des plaques parallèles (PPM) (où "loi cubique") [Poiseuille 1840a, Snow 1969]. Ce modèle peut être déduit directement théoriquement sous l'hypothèse géométrique que les parois de la fissure peuvent être représentées par deux plaques parallèles et lisses. En conditions réelles, cependant, les fissures ont des lèvres rugueuses, des ouvertures variables et des points/surfaces où les lèvres peuvent être en contact (ponts de matière). Par conséquent, l'écoulement d'un fluide au travers de l'es-

pace d'une fissure réelle peut être très compliqué (tortueux, tridimensionnel, localement turbulent, ...) [Witherspoon *et al.* 1980, Zimmerman et Bodvarsson 1996]. Une adaptation du modèle idéalisé des plaques parallèles à partir de bases expérimentales fiables est nécessaire. Plusieurs expérimentations et formulations ont été proposées à cette fin dans le contexte de la Mécanique des Roches [Lomize 1951, Romm 1966, Louis 1974, Mourzenko *et al.* 1995, Zimmerman et Bodvarsson 1996, Ge 1997, Oron et Berkowitz 1998, Brush et Thomson 2003, Crandall *et al.* 2010]. Dans le domaine des bétons, le petit nombre d'études expérimentales concernant l'évolution des propriétés de transport en présence de fissuration localisée ne permet pas d'obtenir des informations quantitatives [Wang *et al.* 1997, Aldea *et al.* 1999b, Rapoport *et al.* 2002, Picandet *et al.* 2009, Yi *et al.* 2011, Akhavan *et al.* 2012]. Des travaux expérimentaux ultérieurs sont par conséquent nécessaires.

**Structure de la thèse** A chacun des points mentionnés auparavant est dédié un chapitre de la thèse :

- Dans le chapitre 2, les aspects phénoménologiques et de modélisation des phénomènes de transfert en milieux sains et fissurés sont discutés. La définition d'une perméabilité pour la fissure est introduite dans le contexte de la mécanique des fluides. Le modèle des plaques parallèles est présenté, dans sa version originale et dans les modifications proposées dans la littérature (principalement dans le contexte de la Mécanique des Roches). Finalement les aspects clefs des protocoles expérimentaux pour l'étude de l'influence de la fissuration sur l'évolution de la perméabilité dans les bétons sont discutés.
- Le chapitre 3 est consacré à la présentation de l'étude expérimentale menant à établir une relation (en temps réel) entre la perméabilité à l'eau d'une fissure discrète, dans une éprouvette en cours de chargement, et son ouverture. Un protocole de mesure de la perméabilité sous chargement en trois étapes est présenté. Cette approche permet de surveiller en temps réel les processus d'écoulement et d'ouverture de fissure dans l'échantillon. De cette façon, les effets parasites (refermeture de la fissure, cicatrization, ...) normalement associés à la réalisation des essais sur des fissures résiduelles peuvent être évités ou, au moins, réduits. Après avoir exploré la présence d'effets d'échelle éventuels sur la perméabilité de la fissure, une loi de Poiseuille modifiée est proposée sur la base des résultats expérimentaux. L'existence d'un effet de seuil sur l'ouverture de fissure, largement acceptée dans la littérature, est également discutée.
- Dans le chapitre 4, un modèle macroscopique de fissuration probabiliste semi-explicite en traction (mode I) est présenté. Le modèle est développé, dans le contexte numérique de la méthode des éléments finis, sous l'hypothèse physique de base que chaque élément fini peut être considéré comme représentatif d'un volume de matière hétérogène dont le comportement est géré par son degré d'hétérogénéité,  $r = V_e/V_g$ . Dans la stratégie de modélisation présentée, les propriétés mécaniques du matériau sont considérées comme des variables aléatoires (non corrélées) distribuées dans les éléments du maillage selon des distributions statistiques validées expérimentalement. Le modèle est implémenté selon une formulation numérique simple et robuste. Un processus d'analyse inverse permettant le calibrage numérique - expérimental des paramètres des lois de probabilité des paramètres mécaniques pour différents degrés d'hétérogénéité  $r$  est mis en œuvre. Finalement les capacités du modèle en termes

d'indépendance de la réponse simulée dans la prédiction des effets d'échelle et des ouvertures de fissures seront montrées.

- Le chapitre 5 est consacré à la modélisation du couplage fissuration-transfert. Ce couplage est traité de manière faible : la fissuration mécanique influence l'écoulement du fluide en raison de la variation locale de perméabilité qu'elle induit. La modélisation du comportement mécanique est obtenue au travers du modèle de fissuration probabiliste semi-explicite développé dans le chapitre 4. Le comportement hydrique est modélisé dans le cadre des milieux poreux totalement saturés. A l'échelle de l'élément fini, la loi de Poiseuille modifiée expérimentalement (chapitre 3) est utilisée pour mettre en relation la variation de perméabilité induite par la fissure avec l'ouverture fournie par le modèle mécanique. Une première validation de l'approche est finalement obtenue au travers de la simulation de deux typologies d'essais, à l'échelle d'une éprouvette de laboratoire et à l'échelle d'un élément de structure en béton armé.
- Les conclusions et les perspectives sont présentées dans le chapitre 6.

## Transport des fluides en béton sain et fissuré. Positionnement du problème

---

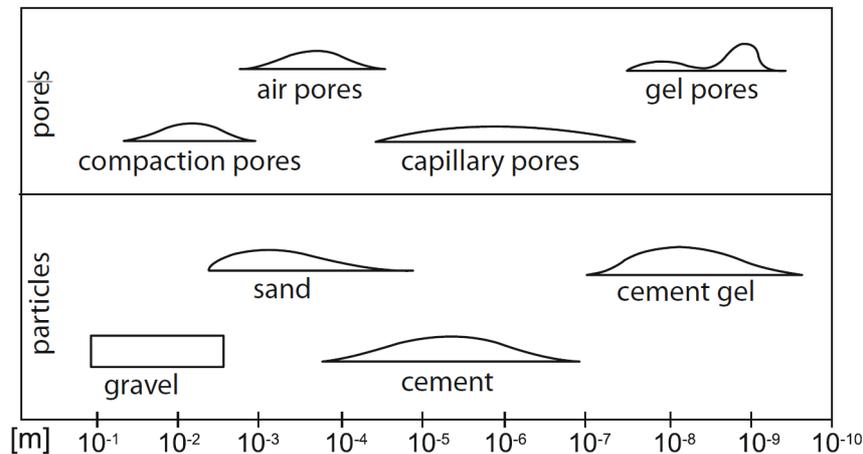
**Résumé** La transmissivité hydrique d'une fissure d'ouverture connue *a-priori*, sous des hypothèses cinématiques adéquates concernant l'écoulement, peut être caractérisée de façon univoque par son coefficient de perméabilité  $k_F$ . Le modèle le plus couramment utilisé pour sa caractérisation, le modèle dit des plaques parallèles (PPM en anglais), prévoit de schématiser la fissure comme l'espace compris entre deux parois parallèles et lisses et suppose l'écoulement du fluide parfaitement laminaire. Bien qu'une telle simplicité rende ce modèle extrêmement attractif, en particulier dans le cadre des approches de modélisation conduisant à une description discrète de la fissuration, il n'est pas directement applicable à la prédiction de la perméabilité des fissures réelles. La complexité morphologique de la fissure et/ou des conditions de chargement hydrique sévères peuvent induire des processus d'écoulement très compliqués et écartés des conditions idéales du modèle théorique. Une adaptation de la solution théorique est nécessaire, mais elle ne peut s'appuyer que sur des études expérimentales permettant de caractériser et quantifier cet écart, en fournissant des informations précises sur l'écoulement et sur la géométrie de la fissure. Dans le domaine de la mécanique des roches et de l'hydrogéologie un grand nombre de travaux effectués à compter des années 50 ont permis de parvenir à une caractérisation pertinente de l'écoulement dans des fissures pour plusieurs matériaux. Dans le domaine de la mécanique des bétons de nombreuses questions restent ouvertes aujourd'hui encore. En faible nombre, les recherches disponibles à ce sujet peuvent fournir des informations qualitatives. Mais leur interprétation pour une adaptation quantitative du modèle théorique, dans l'optique de son utilisation dans le contexte de la modélisation numérique du transfert de fluides en milieu fissuré, est toujours très discutable et, à ce jour, pas encore satisfaisante.

~ o ~

### 2.1 Le béton et sa structure poreuse

**Microstructure** Le béton durci est un matériau poreux hétérogène composé de pâte de ciment (ciment additionné d'eau), de granulats et éventuellement d'ajouts ou des adjuvants selon différentes formulations. La pâte de ciment est formée de grains de ciments hydratés à différents degrés. Par le terme "hydratation" on désigne l'ensemble des réactions chimiques permettant le passage de l'état liquide à l'état solide de la pâte de ciment. Il s'agit de réactions complexes dans lesquelles les principales composantes du ciment réagissent avec

l'eau pour former de nouveaux composés insolubles et déterminent la prise progressive du matériau. Les composants principaux des produits hydratés poreux et solides sont les silicates de calcium hydratés C-S-H, la portlandite  $\text{Ca}(\text{OH})_2$ , les aluminates de calcium et les sulfo-aluminates de calcium hydratés. Dans l'état durci, par conséquent, du point de vue morphologique/microstructural le béton peut être vu comme le résultat d'une juxtaposition, selon un schéma spatial complexe, de plusieurs hydrates de formes et de dimensions différentes, situés entre les grains anhydres initiaux. Ce mode de remplissage crée alors un réseau poreux très complexe. La diversité de formes des différents hydrates donne, de plus, des pores de dimensions très diverses (figure 2.1). A ces pores s'ajoutent des microfissures (ordre de grandeur du  $\mu\text{m}$ ) dues principalement au retrait endogène de la pâte, bloqué par le squelette granulaire. Autour des granulats, en outre, une zone de pâte de ciment hydratée (auréole de transition) ayant une porosité différente est généralement présente.

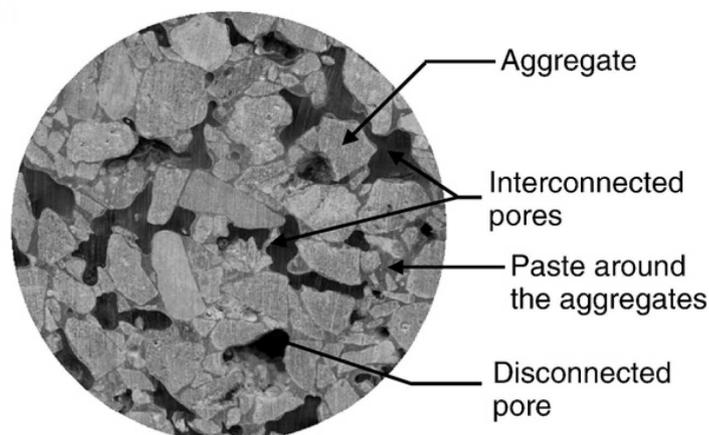


**Figure 2.1** – Classification des pores selon leur dimensions d'après Setzer [1975] (comme reportée par Meschke *et al.* [2011]).

**Porosité** Dans l'ensemble des pores on peut distinguer deux familles, en fonction de leur niveaux de connectivité (figure 2.2)

- les pores connectés, ou pores capillaires (diamètre entre 10 nm et 1  $\mu\text{m}$ ), qui forment l'espace continu dans le milieu poreux et sont principalement responsables des propriétés de transport du matériau. On considère comme appartenant également à cette famille, les pores aveugles (ou bras morts) qui sont connecté uniquement par une voie ;
- les pores isolés/occlus (diamètre de l'ordre du  $\mu\text{m}$ ) qui ne communiquent pas avec le milieu extérieur. Leur présence résulte principalement du processus de malaxage du béton frais ou est intentionnellement recherchée au travers de l'ajout d'entraîneur d'air.

**L'eau dans le béton** L'eau est présente dans le béton sous différentes formes. Elle influence sensiblement ses propriétés mécaniques [Bazant et Raftshol 1982, Rossi et Boulay



**Figure 2.2** – Classification des pores selon leur niveau de connectivité [Neithalath *et al.* 2006].

1990, Rossi *et al.* 1992a] et hydriques [Dal Pont *et al.* 2005] du béton tout au long de son cycle de vie. En général, on distingue :

- l'eau chimiquement liée : l'eau qui s'est combinée pendant le processus d'hydratation avec d'autres espèces pour former les hydrates ;
- l'eau adsorbée : l'eau liée à la surface des pores solides sous l'action de forces intermoléculaires de type Van Der Waals et des forces électrostatiques ;
- l'eau libre : l'eau condensée qui remplit le volume poreux dans les zones non intéressées par les actions d'adsorptions et qui peut être en équilibre avec la phase non liquide par l'intermédiaire de ménisques.

## 2.2 Schématisation du milieu poreux et échelles de modélisation

Dans ce travail, on se réfère à une échelle de modélisation macroscopique. Le milieu poreux poly-phasique est schématisé comme un milieu continu équivalent obtenu par superposition de  $n$  continua (thermodynamiquement ouverts) occupant, avec des densités réduites, l'ensemble de l'espace couvert par le milieu poreux [Coussy 1995, Lewis et Schrefler 1987]. Comparé aux approches microscopiques ou mesoscopiques, cette approche continue offre l'avantage d'éviter d'avoir à considérer explicitement l'hétérogénéité du matériau et/ou la constitution interne de la matière elle-même. Les approches de représentation du milieu hétérogène à des échelles micro/meso (i.e. dimension caractéristique du même ordre de grandeur que celle des pores/des grains) nécessitent en fait la description de la cinématique de chaque phase en relation avec la structure hétérogène du matériau. À de telles échelles d'observation/modélisation, une description pertinente de la morphologie interne du milieu poreux, des surfaces internes qui confinent l'écoulement des fluides, ainsi que des propriétés micro/mesoscopiques des phases fluides et solides sont nécessaires.

La définition de toutes les grandeurs qui interviennent à l'échelle macroscopique (densités, porosités, pressions, perméabilités ...) sous-tendent l'existence d'un Volume Élémentaire Représentatif (VER). Ces grandeurs peuvent alors être obtenues par moyennage sur le VER des mêmes quantités à l'échelle inférieure [Bear 1972, Lewis et Schrefler 1987,

Coussy 1995].

Plusieurs définitions de VER ont été proposées dans la littérature [Freudenthal 1950, Hashin 1983, Drugan et Willis 1996, Ostoja-Starzewski 2002, Stroeven *et al.* 2004]. Dans tous les cas, cependant, le choix de sa dimension joue un rôle primordial dans la caractérisation macroscopique du milieu hétérogène. Le VER doit être suffisamment grand pour que les hétérogénéités microscopiques ou mesoscopiques ne soient plus présentes à l'échelle macroscopique (milieu statistiquement homogène), et en même temps plus petit par rapport à la dimension du milieu étudié ou à la dimension au-delà de laquelle la distribution spatiale de la quantité microscopique qu'on considère dévie d'un comportement linéaire [Bear 1972]. Le respect d'une telle condition assure que l'opération de calcul de moyenne (voir par exemple les travaux de Hassanizadeh et Gray [1979a] et de Auriault [2002]) permet de parvenir à des grandeurs macroscopiques, représentatives de la distribution des grandeurs micro/meso-scopiques au sein du VER [Bear 1972, Lewis et Schrefler 1987].

Il est évident que la notion de VER pour un matériau hétérogène comme le béton va être différente selon les caractéristiques intrinsèques étudiées [Stroeven *et al.* 2004], car les volumes pour lesquels les caractéristiques macroscopiques auxquelles on s'intéresse (module de Young, paramètres de résistance mécanique, perméabilité, conductivité électrique, ...) ont un sens pour des volumes qui ne sont pas les mêmes. En outre, si nous nous intéressons au problème de la fissuration, les défauts initiaux du matériau (micro-fissures) et les zones de faible résistance (interfaces pâte-granulats) jouent un rôle primordial et de plus en plus important lorsque le volume du matériau sollicité augmente (effets d'échelle). Ces effets d'échelles [Carpinteri 1994, Rossi *et al.* 1994, Bažant et Planas 1998] sont typiquement expliqués comme conséquence de l'augmentation de la probabilité de rencontrer des défauts lorsque le volume sollicité augmente [Weibull 1939]. Des motivations similaires ont été proposées par Alarcon-Ruiz *et al.* [2010] pour expliquer les possibles effets d'échelle dans les mesures de perméabilité.

### 2.3 Écoulement des fluides dans les milieux poreux - béton sain

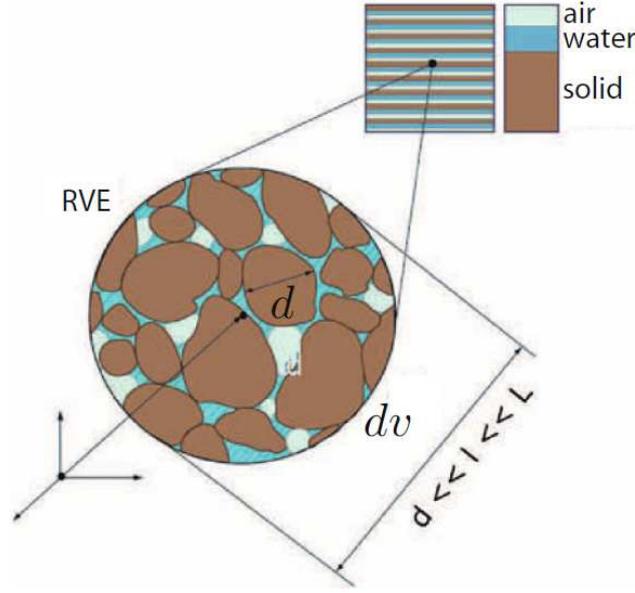
On s'intéresse principalement aux processus d'écoulement de l'eau liquide, dans la porosité et dans les fissures du béton. Pour ce fluide un comportement newtonien peut être retenu et l'hypothèse d'incompressibilité peut être considérée valable.

Dans la formulation rappelée ici le composant générique  $\alpha$  (solide ou liquide) du milieu poreux indéformable de porosité  $\phi$  occupant  $\Omega \in \mathbb{R}^{\text{ndim}}$  est caractérisé en terme de sa masse apparente  $m_\alpha = m_\alpha(\mathbf{x}, t)$ . Cette dernière mesure la masse de la phase  $\alpha$  par unité de volume  $dv$  du milieu poreux, au travers des fractions volumiques  $\theta_\alpha$  :

$$m_\alpha = \theta_\alpha \rho_\alpha, \quad (2.1)$$

$\rho_\alpha$  étant la densité intrinsèque de la phase  $\alpha$ . La fraction volumique de la phase solide est  $\theta_s = 1 - \phi$ . Pour les phases fluides  $\beta$ , les fractions volumiques s'écrivent, en fonction du degré de saturation  $S_\beta$ , comme  $\theta_\beta = \phi S_\beta$ . Le degré de saturation  $S_\beta$  de la phase fluide  $\beta$  est défini comme le rapport de son volume  $dv_\beta$  au volume total des vides  $dv_v$  :

$$S_\beta = \frac{dv_\beta}{dv_v} = \frac{dv_\beta}{\sum_\beta dv_\beta} \quad \text{sous la contrainte} \quad \sum_\beta S_\beta = 1. \quad (2.2)$$



**Figure 2.3** – Représentation du milieu poreux à l'échelle macroscopique comme un milieu continu équivalent [Meschke *et al.* 2011].

Pour un milieu poreux triphasique (solide, liquide et gaz) on définit donc les degrés de saturation au liquide  $S_l$  et au gaz  $S_g$ , sous la condition de saturation  $S_l = 1 - S_g$ .

Il est possible de définir la porosité totale d'un volume donné comme le rapport du volume total des pores au volume total  $dv$ . De manière générale, cependant, lorsque on s'intéresse aux phénomènes de transferts hydriques dans les milieux poreux on se réfère à la porosité connectée  $\phi$  et on l'appelle simplement porosité. Elle est donnée par le rapport du volume des pores connectés  $dv_v$  (i.e. l'espace interstitiel, dans lequel s'effectuent les échanges de masse fluide [Coussy 1995]) au volume total  $dv$  :

$$\phi = \frac{dv_v(\mathbf{x}, t)}{dv(\mathbf{x}, t)}. \quad (2.3)$$

**Équation de continuité du fluide (bilan de la masse)** Dans sa forme générale l'équation de continuité pour la phase fluide  $\beta$ , en absence de sources volumiques de masse (i.e. changement de phases, ...), s'écrit pour chaque position  $\mathbf{x} \in \Omega$  en formulation eulérienne comme suit :

$$\dot{m}_\beta + \nabla \cdot \mathbf{q}_\beta = 0 \quad \text{avec} \quad \mathbf{q}_\beta = m_\beta \mathbf{v}_\beta, \quad (2.4)$$

où  $\nabla \cdot$  dénote l'opérateur de divergence,  $\mathbf{q}_\beta$  est le flux massique du fluide,  $\mathbf{v}_\beta$  est sa vitesse moyenne et  $m_\beta = \rho_\beta \phi S_\beta$  est sa masse apparente dans le système multiphasique.

Sous l'hypothèse de matrice solide indéformable et phase fluide incompressible, l'équation (2.4) devient :

$$\phi \dot{S}_\beta + \nabla \cdot \mathbf{v}_\beta = 0. \quad (2.5)$$

Si maintenant on s'intéresse, comme nous le ferons principalement dans la suite, à l'écoulement isotherme d'un fluide monophasique homogène et incompressible l'équation de bilan de la masse peut s'écrire comme suit :

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_\beta = 0. \quad (2.6)$$

**La loi de Darcy : écoulement incompressible en régime laminaire** La vitesse d'écoulement d'un fluide incompressible  $\beta$  au travers d'un milieu poreux indéformable est couramment représentée en se référant à la loi de Darcy [1856]. Cette loi, développée expérimentalement par Darcy pour décrire l'écoulement (unidirectionnel) de l'eau dans les filtres en sable des fontaines la ville de Dijon (France), a été ensuite étendue théoriquement aux écoulements multiphasiques [Muskat et Meres 1936], au milieu anisotropes [Biot 1955], au cas tridimensionnel, au cas des milieux poreux déformables [Biot 1962], à l'écoulement non linéaire de fluides visco-élastiques [Slattery 1967], ... Elle a été, en outre, obtenue en tant que solution des équations de Navier-Stokes, par exemple par Whitaker [1986a;b] au moyen de procédures d'homogénéisations proposées par Hassanizadeh et Gray [1979a].

Dans sa forme générale, en l'absence de forces de masse, la loi de Darcy établit une relation linéaire entre le gradient de pression macroscopique  $\nabla p_\beta$  et la vitesse moyenne  $\mathbf{v}_\beta$  du fluide en introduisant un tenseur du second ordre  $\mathbf{k}_\beta$ , dit de perméabilité, tel que :

$$\mathbf{v}_\beta = -\mu_\beta^{-1} \mathbf{k}_\beta \nabla p_\beta \quad (2.7)$$

où,  $\nabla$  dénote l'opérateur gradient spatial et  $\mu_\beta$  est la viscosité cinématique du fluide.

La relation (2.7) est strictement valable uniquement pour des écoulements saturés (en eau, en gaz, ...). Cependant, en conditions réelles le matériau n'est jamais totalement saturé, mais plusieurs phases (liquides et gazeuses) coexistent. Dans ce cas, l'équation de Darcy peut être généralisée en définissant le tenseur de perméabilité [Muskat et Meres 1936] :

$$\mathbf{k}_\beta = \mathbf{k}(\phi) k_{r\beta}(S_\beta), \quad (2.8)$$

comme le produit entre le tenseur des perméabilités intrinsèques  $\mathbf{k}(\phi)$  et une perméabilité relative (isotrope)  $k_{r\beta}(S_\beta) \leq 1$ , fonction non linéaire du degré de saturation  $S_\beta$ . Pour un écoulement de deux fluides immiscibles, eau et gaz par exemple, on définit deux perméabilités relatives  $k_{rl}$  et  $k_{rg}$  fonctions de la saturation  $S_l$ .

*Perméabilité intrinsèque* La perméabilité intrinsèque est considérée être une propriété du milieu poreux au travers de sa porosité  $\phi$ . Elle est influencée surtout par la porosité capillaire, car elle constitue principalement le réseaux poreux inter-connecté, résultat principal du processus d'hydratation. Elle est directement liée, par conséquent, à l'âge (ou au degré d'hydratation) du béton et à sa formulation, en particulier au rapport eau sur ciment E/C du mélange de la pâte de ciment, à la qualité et aux dimensions des granulats.

- Influence de l'âge : l'âge du béton joue un rôle très important car il est lié à l'avancement du processus d'hydratation. Plus la réaction d'hydratation des grains de ciment est avancée (i.e. le degré d'hydratation est élevé) plus les hydrates se forment, en réduisant progressivement les espaces entre les grains.

- Influence de la formulation : la porosité connectée  $\phi$  décroît progressivement lorsque le rapport E/C augmente, en raison de la progressive segmentation de la structure poreuse. Son influence sur la perméabilité reste cependant difficilement quantifiable étant donné que d'autres paramètres (composition du ciment, caractéristiques et dimensions des granulats) peuvent également influencer la perméabilité en raison de leur impact sur les propriétés (épaisseur et porosité) de l'auréole de transition entre pâte et granulat. Dans le cas de granulats avec une faible porosité (ex. granulats siliceux) cette zone est très poreuse et moins résistante que la pâte de ciment. Au contraire, dans le cas de granulats très poreux (ex. granulats calcaires) la formation d'hydrates de carbo-aluminates de calcium à l'interface détermine que cette auréole soit faiblement poreuse et très résistante. La dimension de cette zone d'interface augmente avec la hausse du rapport E/C et/ou la taille des granulats. En outre, plus les granulats sont gros et plus il y aura de la micro-fissuration autour de ceux-ci avec une conséquente augmentation de la perméabilité [Ollivier *et al.* 1995].

*Perméabilité relative* La distribution de l'eau absorbée et de l'eau libre dans le milieu poreux dépend en fait fortement du degré de saturation  $S_l$ . En condition de saturation totale ( $S_l \approx 1$ ) la partie majoritaire des pores, y compris ceux de grandes dimensions, est remplie d'eau tandis que pour les faibles degrés de saturation ( $S_l \approx 0$ ) au liquide les pores capillaires peuvent être pratiquement vides alors que l'eau absorbée continue à remplir les pores de dimension inférieure. Lorsque le degré de saturation est faible, l'écoulement de l'eau est difficile car des pressions capillaires très élevées doivent être équilibrées pour saturer les pores. Au contraire, pour les degrés de saturation importants la percolation de l'eau dans le milieu poreux devient progressivement plus facile. En s'appuyant sur le modèle du réseau des pores de Mualem [1976], Van Genuchten [1980] a proposé en condition isotherme la relation suivante :

$$k_{rl} = \sqrt{S_l} \left( 1 - \left( 1 - S_l^{1/m} \right)^m \right)^2, \quad (2.9)$$

où le degré de saturation est fonction de la morphologie du réseau poreux au travers de la pression capillaire  $p_c = p_g - p_l$ <sup>1</sup> :

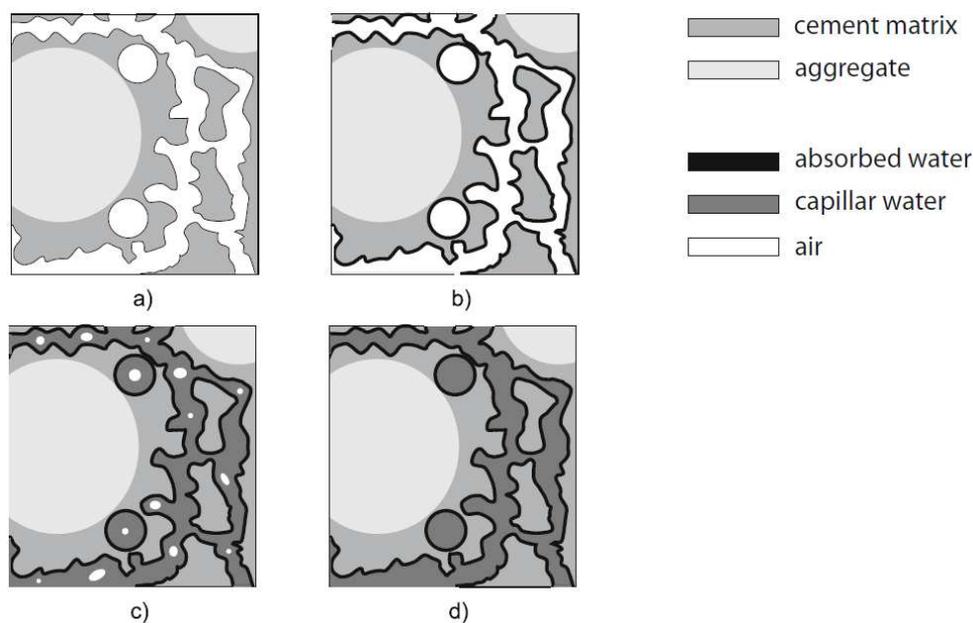
$$p_c = p_c(S_l) = a \left( S_l^{-b} - 1 \right)^{1 - \frac{1}{b}}, \quad (2.10)$$

Les paramètres du matériau  $a$ ,  $b$  et  $m = 1/b$  figurant dans les équations (2.9) et (2.10), à l'origine développées pour les sols, ont été spécifiés pour le béton par Baroghel-Bouny [1994] (Béton Ordinaire (BO) :  $a = 18.6237\text{MPa}$  -  $b = 2.2748$ , Béton Haute Performance (BHP) :  $a = 46.9364\text{MPa}$  -  $b = 2.0601$ ).

## 2.4 Écoulement en milieu fissuré

La nature hétérogène du béton rend la présence des micro/macro-fissures inévitable même sous une sollicitation modeste (et qui généralement respecte les limites de service

1. A l'échelle des pores, le degré de saturation est fonction de la dimension du pore au travers de son rayon  $r$   $S = S(r)$ . L'utilisation de l'équation de Young-Laplace [Bear 1972, Gray et Hassanizadeh 1993] pour la condition d'équilibre entre les phases liquide et gazeuse, et l'introduction de la variable macroscopique pression capillaire  $p_c = p_g - p_l$ , permettent de remplacer la loi  $S = S(r)$ , de détermination expérimentale difficile, par une loi  $S = S(p_c)$  reliant aussi des grandeurs purement macroscopiques.

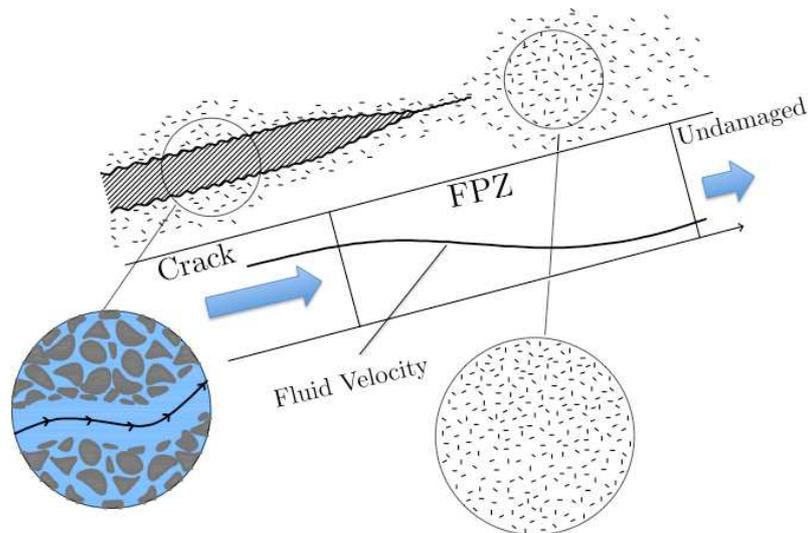


**Figure 2.4** – Illustration schématique de la distribution de l’eau dans le béton pour différents niveaux de saturation (d’après Meschke *et al.* [2011]) : a) matériau sec, b) génération d’une phase liquide continue d’eau absorbée dans les pores du gel CSH, c) la porosité capillaire est remplie par l’eau lorsque le degré de saturation augmente, d) condition complètement saturée.

prévues) ou au jeune âge. De plus, suite à l’application d’un chargement de nature quelconque, le béton est sujet à des phénomènes de dégradation. Quand la contrainte maximale de traction est atteinte, la rupture de l’échantillon est caractérisée par la formation d’un réseau de fissures plus ou moins diffuses et interconnectées, qui mène à la formation de macro-fissures, la localisation des déformations et, par conséquent, la formation de voies préférentielles pour l’écoulement des phases fluides/polluantes. En effet, en augmentant la déformation, la perméabilité du matériau change d’une manière (plus ou moins) progressive. Les mécanismes qui conduisent à cette variation des propriétés de transport ont fait l’objet de nombreuses études dans la littérature, soit sous sollicitations mécaniques de compression [Kermani 1991, Saito et Ishimori 1995, Hearn 1999, Banthia *et al.* 2005, Sugiyama *et al.* 1996, Hearn et Lok 1998, Meziani et Skoczylas 1999, Picandet 2001, Choinska *et al.* 2007] soit sous sollicitation de traction [Gérard *et al.* 1996, Wang *et al.* 1997, Aldea *et al.* 1999b;a, Charron *et al.* 2008, Ismail *et al.* 2008, Picandet *et al.* 2009, Boulay *et al.* 2009, Yi *et al.* 2011, Jang *et al.* 2011, Akhavan *et al.* 2012]. Pour une étude bibliographique plus complète le lecteur peut se référer à [Hoseini *et al.* 2009].

De manière générale, indépendamment de la sollicitation mécanique qui génère la localisation, on peut identifier trois phases de l’évolution du processus de fissuration-écoulement (figure 2.5) :

- dans une première phase, la micro-fissuration diffuse, distribuée de manière presque continue dans la pâte de ciment et échangeant hydriquement avec le réseau poreux du milieu sain, contribue à une augmentation de la porosité connectée  $\phi$ .



**Figure 2.5** – Phases possibles de l'évolution du processus d'écoulement.

- les micro-fissures commencent à propager dans le béton et tendent à former un réseau de plus en plus interconnecté. La perméabilité tend à augmenter sensiblement, et progressivement de manière plus importante lorsque le degré d'interconnexion des micro-fissures augmente ;
- finalement, lorsque les macro-fissures sont complètement développées elles constituent un cheminement préférentiel pour l'écoulement des fluides. En d'autres termes, l'écoulement au travers de la porosité devient presque négligeable et le débit traversant le matériau correspond au fluide s'écoulant au travers des fissures. Dans ce cas, comme nous le verrons dans la suite, la description de l'écoulement devient plus compliquée même au niveau théorique.

L'application au béton d'une sollicitation de compression/traction produit au niveau de la micro-structure des désordres assez complexes dont la description s'avère être une tâche difficile. Cela rend complexe l'estimation en termes quantitatifs de l'impact de la microfissuration et de la macrofissuration sur les propriétés de transport du matériau.

Concernant la description de la première phase, en condition d'écoulement laminaire, à l'échelle macroscopique la loi de Darcy [1856] peut encore être considérée valable. L'introduction d'une loi d'évolution de la perméabilité en fonction de l'état de micro-fissuration devient cependant nécessaire. Afin de représenter l'impact de la fissuration diffuse sur la perméabilité, plusieurs lois d'origine théorique [Dormieux et Kondo 2004, Shao *et al.* 2005, Pouya et Ghabezloo 2010] et phénoménologique [Bary 1996, Picandet 2001, Gawin *et al.* 2002, Dal Pont *et al.* 2005, Gawin *et al.* 2005] ont été proposées dans le cadre de la mécanique de l'endommagement. Ces expressions établissent en général des liens (non linéaires) entre la perméabilité et un paramètre unique, le degré d'endommagement  $D$ , considéré comme représentatif des dégradations mécaniques, hydro-mécaniques et/ou thermo-hydro-mécaniques du matériau.

Si l'on s'intéresse cependant à l'impact d'une fissure localisée, la nature discrète de la physique du problème rend non pertinente l'utilisation des résultats dérivés de la Méca-

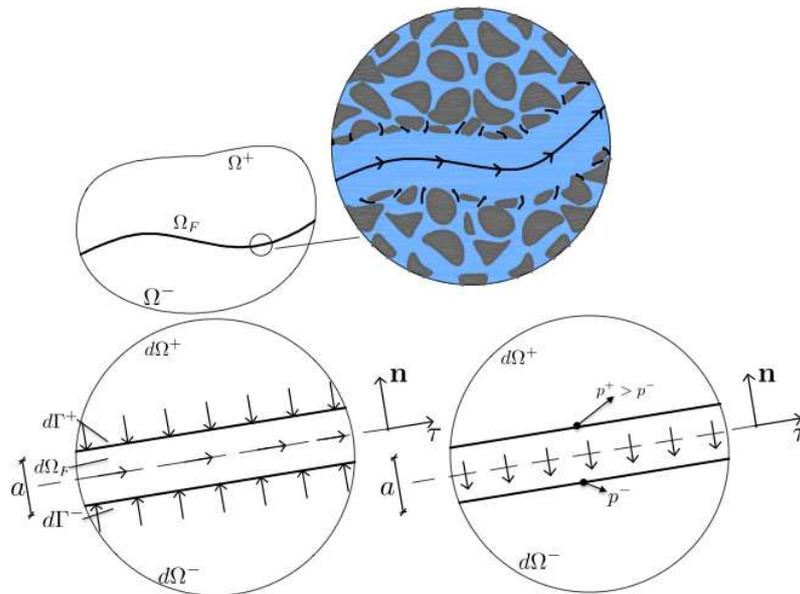
nique de l'endommagement, en termes de caractérisation de la réponse mécanique ou de caractérisation des propriétés de transport. Deux ordres de complications peuvent intervenir dans ce cas :

1. La définition d'une perméabilité sous-tend l'existence d'un VER, car seulement dans ce cas une représentation continue macroscopique d'un processus physique quelconque est possible [Auriault 2002] (i.e. son existence est nécessaire pour l'applicabilité des techniques d'homogénéisation). Lorsqu'une ou plusieurs fissures (localisées et de dimensions inconnues *a priori*) apparaissent la définition d'un VER est très compliquée [Bodin *et al.* 2003]. Par conséquent, il n'est pas possible de définir la perméabilité du milieu. Un traitement séparé des écoulements dans le milieu sain et au travers de la fissure devient dans ce cas plus approprié ;
2. Si pour l'écoulement dans la fissure, par analogie avec l'écoulement dans le milieu poreux, on considère encore valable une loi macroscopique de type Darcy [1856], une définition pour la perméabilité de la fissure  $k_F$  et de sa loi d'évolution en fonction de sa géométrie (typiquement au moyen de l'ouverture de fissure) doit être introduite.

Dans la suite nous nous intéressons uniquement à l'influence de la fissuration localisée, aux aspects phénoménologiques des phénomènes d'écoulement dans une fissure discrète et à leur traduction théorique/numérique.

### 2.4.1 Équations du problème

On considère maintenant l'écoulement laminaire mono/multi-phasique dans le domaine  $n$ -dimensionnel constitué par un milieu poreux  $\Omega$  séparé par une fissure  $\Omega_F$  dans deux sous domaines  $\Omega^+$  et  $\Omega^-$  (figure 2.6). On définit en outre  $\Gamma^+ = \bar{\Omega}^+ \cap \bar{\Omega}_f$  et  $\Gamma^- = \bar{\Omega}^- \cap \bar{\Omega}_f$  les interfaces entre l'espace de la fissure et  $\Omega^+$  et  $\Omega^-$  respectivement.



**Figure 2.6** – Schématisation de l'écoulement d'un fluide  $\beta$  en milieu fissuré.

**Équations de bilan de la masse pour l'espace de la fissure** Pour l'écriture des équations de bilan du problème étudié, on considère un volume élémentaire  $d\Omega$  de milieux poreux fissuré. Dans  $d\Omega^+$  et  $d\Omega^-$  les équations de bilan du problème de Darcy [1856], introduit auparavant, peuvent être considérées valables. Dans  $d\Omega_F$ , si on suppose les deux lèvres positionnées localement à une distance  $a$  constante et négligeable par rapport aux autres dimensions de la fissure, l'intégration de l'équation (2.5), écrite pour la vitesse réelle du fluide, dans la direction de la normale  $\mathbf{n}$  à la fissure, permet de remplacer l'équation  $n_{dim}$ -dimensionnelle (2.5) de bilan de la masse par l'équation  $(n_{dim} - 1)$ -dimensionnelle dans le plan  $\pi$  de fissure :

$$\dot{S}_{F,\beta} + a\nabla \cdot \mathbf{v}_{F\beta,\pi} + \mathbf{v}_\beta^- \cdot \mathbf{n} - \mathbf{v}_\beta^+ \cdot \mathbf{n} = 0, \quad (2.11)$$

$S_{F,\beta}$  étant le degré de saturation de la fissure,  $\mathbf{v}_{F\beta,\pi} = (\mathbf{I} - \mathbf{n} \otimes \mathbf{n})\mathbf{v}_{F\beta}$  la projection de la vitesse moyenne du fluide sur le plan  $\pi$  et  $\mathbf{v}_\beta^- \cdot \mathbf{n} - \mathbf{v}_\beta^+ \cdot \mathbf{n}$  la différence des projections selon  $\mathbf{n}$  des vitesses aux interfaces  $d\Gamma^+$  et  $d\Gamma^-$  (fluide échangé entre le milieu poreux et la fissure). On remarque que si l'ouverture de fissure est nulle  $a = 0$ , l'équation (2.11) fournit la condition d'interface entre deux écoulements de type Darcy dans  $\Omega^+$  et  $\Omega^-$  ( $\mathbf{v}_\beta^- \cdot \mathbf{n} = \mathbf{v}_\beta^+ \cdot \mathbf{n}$ ).

En condition de saturation totale le terme  $\dot{S}_{F,\beta}$  peut disparaître,  $S_{F,\beta} = 1$  et l'équation (2.11) se simplifie encore une fois comme suit :

$$a\nabla \cdot \mathbf{v}_{F\beta,\pi} + \mathbf{v}_\beta^- \cdot \mathbf{n} - \mathbf{v}_\beta^+ \cdot \mathbf{n} = 0. \quad (2.12)$$

**Perméabilité de la fissure** Sous l'hypothèse d'écoulement laminaire (les limites et validité de cette hypothèse seront discutées dans la suite) dans  $\Omega_F$ , il est possible de supposer valable, par analogie avec un écoulement en milieu poreux, une loi linéaire de type Darcy [1856]. Dans le plan de fissure  $\pi$ , elle s'écrit comme suit :

$$\mathbf{v}_{F\beta,\pi} = -\mu_\beta^{-1} \mathbf{k}_{F,\pi} \nabla^s p_\beta \quad (2.13)$$

où  $\nabla^s$  dénote l'opérateur gradient de surface et  $\mathbf{k}_{F,\pi}$  étant le tenseur de perméabilité, typiquement considéré comme étant isotrope, sur  $\pi$ .

Concernant l'écoulement (dans la fissure) dans la direction de la normale  $\mathbf{n}$ , afin d'exprimer la condition pour laquelle l'existence d'une discontinuité cinématique représente un obstacle à l'écoulement (i.e induit une perte de charge hydrique), Segura et Carol [2004; 2008] proposent l'utilisation d'une équation de Darcy discrétisée :

$$v_{F\beta,n} = -\mu_\beta^{-1} k_{F,n} \hat{p}_\beta \quad \text{avec} \quad \hat{p}_\beta = p_\beta^+ - p_\beta^- \quad (2.14)$$

où  $k_{F,n}$  est le coefficient de perméabilité dans la direction de la normale et  $\hat{p}_\beta$  représente la variation de pression entre  $d\Gamma^+$  et  $d\Gamma^-$ . Souvent cette perte de charge est supposée négligeable, c'est à dire que l'écoulement dans la direction orthogonale à la fissure est supposé ne pas être influencé par la fissure elle-même. Il faut souligner que l'introduction de cette hypothèse/simplification ne correspond pas à considérer comme empêché le drainage de l'eau du milieu poreux vers la fissure. Ce dernier est associé, en fait, au saut des composantes normales des gradients de pression  $\nabla p_\beta^+$  et  $\nabla p_\beta^-$  aux interfaces  $d\Gamma^+$  et  $d\Gamma^-$  (équation (5.12)) et non aux valeurs absolues des pressions  $p_\beta^+$  et  $p_\beta^-$ .

En condition de saturation partielle, plusieurs auteurs (essentiellement en Hydrogéologie) suggèrent de décomposer, par analogie avec l'équation (2.8), le tenseur de perméabilité selon la relation de Muskat et Meres [1936] :

$$\mathbf{k}_{F\beta,\pi} = \mathbf{k}_{F\pi}(a)k_{F,r\beta}(S_{F\beta}), \quad (2.15)$$

Dans ce cas, donc, l'influence de la morphologie de la fissure est représentée (à l'échelle macroscopique) par le tenseur  $\mathbf{k}_{F,\pi}(a)$  fonction, maintenant, de l'ouverture de fissure  $a$ , et non plus de la porosité. L'influence de l'état hydrique est représentée par la perméabilité relative de la fissure, fonction du degré de saturation  $S_{F\beta}$ .

Concernant la perméabilité  $\mathbf{k}_F(a)$ , qu'on appellera dans la suite perméabilité intrinsèque, elle est typiquement estimée, dans le contexte des modèles numériques hydro-mécaniques [Segura et Carol 2004, Schrefler *et al.* 2006, De Borst *et al.* 2006, Khoei *et al.* 2010, Meschke *et al.* 2011], au moyen du modèle des plaques parallèles [Snow 1969] (autrement dit loi de Poiseuille [1840a]). Ce modèle peut être déduit directement de la résolution des équations de Navier-Stokes sous l'hypothèse géométrique que les parois de la fissure peuvent être représentées par deux plaques parallèles et lisses, séparées par une ouverture  $a$  [Snow 1969, Zimmerman et Bodvarsson 1996]. Son utilisation permet d'écrire, dans le système de référence local de la fissure elle-même, le tenseur isotrope de perméabilité  $\mathbf{k}_{F,\pi}(a)$  en fonction du carré de l'ouverture de fissure comme suit :

$$\mathbf{k}_{F\pi}(a) = \frac{1}{\alpha} \begin{bmatrix} \frac{a^2}{12} & 0 \\ 0 & \frac{a^2}{12} \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

ou  $\alpha \geq 1$  ( $\alpha = 1$  pour le modèle des plaques parallèles) est un coefficient réducteur, typiquement d'origine empirique, souvent utilisé pour mieux caler les valeurs de perméabilité par rapport à la réalité.

Concernant la perméabilité relative  $k_{f,r\beta}$ , l'analyse des phénomènes physiques associés au remplissage/vidage d'une fissure et de leur détermination expérimentale n'est pas la finalité de cette recherche. En renvoyant le lecteur vers les travaux de [Fourar *et al.* 1993, Fourar et Bories 1995, Persoff et Pruess 1995, Or et Tuller 2000, Su *et al.* 2003, Wood *et al.* 2005], on rappelle simplement ici, à titre d'exemple, la loi proposée par Meschke *et al.* [2011] pour la perméabilité relative à l'eau :

$$k_{F,r\beta} = a_0 \exp(a_1 S_l) \quad \text{avec} \quad a_0 = 8 \times 10^{-6} \quad \text{et} \quad a_1 = 11.3 \quad (2.17)$$

en se basant sur des travaux conduits dans le contexte de l'hydraulique des roches par Zoback et Byerlee [1975] et par Helmig [1997] et en considérant valable pour l'espace fissuré la même relation  $p_c = p_c(S_l)$  adoptée pour le milieu poreux. Par ailleurs, Barani *et al.* [2011] dans le cadre de la modélisation de la fracturation hydraulique des structures en béton propose, de manière simplifiée, de considérer une perméabilité intrinsèque indépendante du degré de saturation et unitaire ( $k_{F,r} = 1$ ).

Dans la suite on traitera le problème totalement saturé, en nous référant au problème de la définition théorique et de la détermination expérimentale de la perméabilité dite intrinsèque de la fissure et de sa relation avec la morphologie des fissures modèles et

réelles. Dans cette première phase, nous supposons la fissure comme étant rigide. La prédiction de la fissuration et la modélisation de son impact sur les propriétés de transfert du béton et des structures en béton sera l’objet de la deuxième partie du travail de thèse.

## 2.5 Perméabilité “intrinsèque” de la fissure : phénoménologie et aspects théoriques de l’écoulement saturé dans une fissure discrète

La description de l’écoulement réel au travers de la fissure est généralement très compliquée, car les processus d’écoulement peuvent être fortement influencés par sa morphologie et par l’état de chargement hydrique. Par analogie avec le milieu poreux, cependant, sous des hypothèses géométriques et cinématiques adéquates une perméabilité macroscopique peut être obtenue à partir de la solution des équations de Navier-Stokes. Leur solution analytique/numérique dans des domaines géométriques proches aux géométries des fissures réelles est très compliquée. Le modèle le plus simple pour décrire l’écoulement d’un fluide incompressible en régime laminaire à travers une fracture est le modèle dit des plaques parallèles (PPM) [Snow 1969, De Marsily 1986].

Dans la suite, afin de simplifier les notations, l’indice inférieur  $\beta$  pour indiquer une grandeur référée au fluide sera omis.

### 2.5.1 Le modèle des plaques parallèles – la loi de Poiseuille

**Les équations de Navier-Stokes (NS)** L’écoulement d’un fluide visqueux et incompressible, de densité  $\rho$  constante et de viscosité  $\mu$  uniforme est géré par l’équation de conservation de la quantité de mouvement [Temam 2001] :

$$\dot{\mathbf{v}} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = \mathbf{f} - \rho^{-1} \nabla p + \mu \rho^{-1} \nabla^2 \mathbf{v}, \quad (2.18)$$

où  $\mathbf{v}$  représente le champ de vitesse du fluide,  $\mathbf{f}$  est le champ des forces spécifiques de volume,  $p$  est le champ de pressions,  $\nabla$  dénote encore une fois l’opérateur gradient spatial et  $\nabla^2$  est l’opérateur Laplacien. Afin de compléter la formulation différentielle générale des équations de NS il faut ajouter l’équation de continuité (ou de bilan de la masse) du fluide. Dans le cas d’un fluide incompressible elle a la forme suivante :

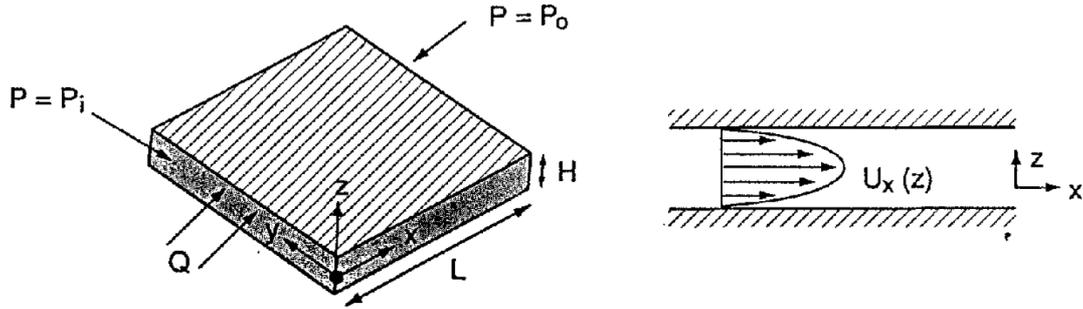
$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0. \quad (2.19)$$

**Simplification du problème** Afin de simplifier le problème, on considère que  $\rho$  et  $\mu$  sont uniformes et stationnaires, et que le fluide est en écoulement permanent et laminaire, en absence de forces de volume, dans un domaine géométrique défini par l’espace compris entre deux parois parallèles et lisses positionnées à une distance  $a$  (figure 2.7). Si on considère un système cartésien orthogonal  $(O, x, y, z)$ ,  $x$  étant la direction de l’écoulement et  $z$  étant orthogonal aux parois de la fissure, et si  $\mathbf{v} = (v_x, 0, 0)$  et  $\nabla p = (\frac{\Delta p}{\Delta x}, 0, 0)$ , on peut montrer que les équations (2.18)-(2.19) permettent de simplifier les équations de NS en l’équation unidimensionnelle de Stokes :

$$\frac{1}{\mu} \frac{\Delta p}{\Delta x} = \frac{d^2 v_x}{dx^2}. \quad (2.20)$$

Enfin, sous la condition d'adhérence parfaite aux parois,  $v_x(-a/2) = v_x(a/2) = 0$ , la seule composante non nulle du champ des vitesses  $v_x$  est parabolique dans la direction  $z$  :

$$v_x(z) = \frac{1}{2\mu} \left[ z^2 - \frac{a^2}{4} \right] \frac{\Delta p}{\Delta x}. \quad (2.21)$$



**Figure 2.7** – Représentation schématique de la fissure selon le modèle des plaques parallèles [Zimmerman et Bodvarsson 1996]

Le débit volumique  $q_x$  traversant une section générique quelconque, orthogonale à la direction de l'écoulement et de largeur  $w$ , peut être obtenu par intégration du champ de vitesses (2.21) :

$$q_x = w \int_{-a/2}^{a/2} v_x(z) dz = -\frac{wa^3}{12\mu} \frac{\Delta p}{\Delta x}. \quad (2.22)$$

Cette solution (2.22), bien connue, est dite *loi cubique* ou également *solution multidimensionnelle de Poiseuille*<sup>2</sup> [Poiseuille 1840a;b; 1841].

**Perméabilité d'une fissure selon le PPM** La perméabilité d'une fissure selon le PPM est obtenue comme la perméabilité d'un milieu fictif occupant le volume compris entre les deux plaques tel que pour le même gradient de pression  $\Delta p/\Delta x$  on obtient le même débit  $q_x$ . Sous l'hypothèse de flux unidirectionnel en régime laminaire et en négligeant les effets de gravité on peut supposer valide la loi de Darcy (2.7), qui pour l'écoulement en milieu poreux fournit :

$$q_x = -\frac{k_F}{\mu} \frac{\Delta p}{\Delta x} A_F. \quad (2.23)$$

De la comparaison entre les équations (2.22) et (2.23), et en observant que, pour cette géométrie, la surface transversale à l'écoulement  $A_F = wa$ , la perméabilité  $k_F$  peut donc être définie en fonction du carré de l'ouverture de fissure comme suit :

$$k_F = \frac{a^2}{12}. \quad (2.24)$$

2. Pour l'histoire de cette loi, des premières expériences indépendantes de Poiseuille [1840a;b; 1841] et de Hagen [1839] jusqu'à sa formalisation mathématique le Lecteur peut se référer aux travaux de Pfizner [1976] et de Sutera et Skalak [1993]

De manière analogue la transmissivité de la fissure  $T_F$  est définie comme suit

$$T_F = k_F A_F = wa^3/12. \quad (2.25)$$

Il est opportun de noter que, dans ce cas et contrairement au milieu poreux, la vitesse de Darcy entre les plaques parallèles correspond à la vitesse moyenne réelle, car la porosité de la fissure idéale est unitaire ( $\phi = 1$ ) [Bodin *et al.* 2003].

Le PPM institue une proportionnalité entre la perméabilité et le carré de l’ouverture de fissure. Il établit que le débit d’un fluide traversant une section transversale quelconque, pour un gradient de pression donné, est complètement caractérisé par un paramètre géométrique unique (l’ouverture de fissure) indépendamment de la distribution des vitesses dans la section. La validité de ce modèle pour des géométries proches à celles idéales a été confirmé, dans le domaine de la Mécanique des Roches, par de nombreux auteurs [Witherspoon *et al.* 1980]. Romm [1966], en particulier, l’a validé sur la base de nombreux résultats expérimentaux contenant l’écoulement (de plusieurs typologies de fluides) au travers de fissures très minces (jusqu’à ouvertures de l’ordre de  $0.3 \mu\text{m}$ ) obtenues en représentant les parois au moyen de deux plaques de verre optique pratiquement lisses.

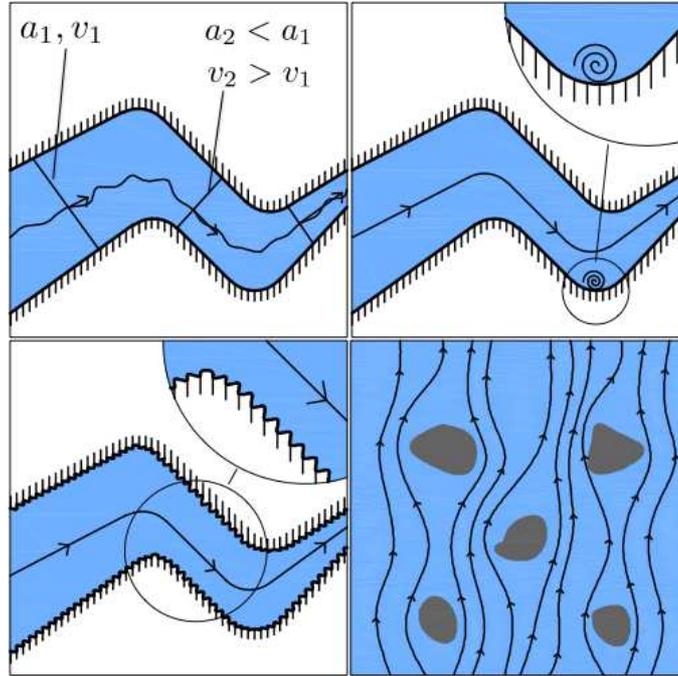
Bien que sa simplicité rend le PPM extrêmement attractif, en particulier dans le domaine de la modélisation numérique des processus de transport en milieux fissurés, l’extension de la loi cubique au cas des fissures réelles est assez compliquée, et à ce jour encore très discutée. Les fissures réelles dans les bétons ou les roches ont des surfaces rugueuses et des ouvertures variables. De plus, dans l’intérieur du corps d’épreuve la fissure peut ne pas être totalement développée et, dans certaines zones, ses lèvres peuvent être en contact. Dans de telles conditions, l’écoulement peut être extrêmement complexe, même en conditions laminaires.

**Phénoménologie de l’écoulement réel** Le gradient de pression appliqué peut induire des processus d’écoulement tridimensionnels, non uniformes et tortueux.

Ces déviations peuvent être reliées aux causes suivantes :

- Le flux dans une fissure ayant des ouvertures variables, en conditions de saturation totale, tend vers le chemin de moindre résistance (i.e. le chemin d’ouverture maximale) et les filets d’eau tendent à s’écarter progressivement de la condition idéale de parallélisme qui sous-tend le modèle théorique ;
- De plus, du respect de l’équation de continuité pour un volume de contrôle quelconque, dérive le fait que la vitesse moyenne d’une particule fluide en mouvement doit varier lorsque les dimensions de la section transversale traversée changent.
- Finalement, les trajets d’écoulement très tortueux et les variations rapides de vitesse peuvent induire des phénomènes inertiels non négligeables et, par conséquent, des phénomènes de turbulence localisée. Cette condition, observée expérimentalement par de nombreux auteurs pour des fissures dans les roches, peut déterminer une dépendance non-linéaire du débit par rapport au gradient de pression appliqué. Dans ce cas, par conséquent, le problème devient plus compliqué, même au niveau théorique, car ni la loi de Darcy ni le PPM, qui sous-tiennent la définition de perméabilité de

la fissure, ne sont valables.



**Figure 2.8** – Représentation schématique des causes d'écart entre l'écoulement dans une fissure réelle et la prévision théorique fournie par le modèle des plaques parallèles.

### 2.5.2 Régimes d'écoulement

Louis [1974] a montré expérimentalement comment le régime d'écoulement entre deux parois d'ouverture constante  $a$  et de rugosité  $\varepsilon$  peut être complètement décrit par deux paramètres :

- le nombre de Reynolds,

$$Re = \frac{\rho a \bar{v}}{\mu} \quad (2.26)$$

$\bar{v}$  étant la vitesse moyenne du fluide ;

- et la rugosité relative,

$$Rr = \frac{\varepsilon}{D_h} \quad (2.27)$$

$D_h = 4A_f/P_f$  étant le rayon hydraulique de la fissure, défini par le rapport de la section transversale de l'écoulement ( $A_f = wa$ ) au périmètre externe  $P_f = 2(a + w)$  de la même section (pour une fissure ayant  $w \gg a$ ,  $D_h \approx a/2$ )

Si la rugosité relative est suffisamment faible ( $Rr \leq 0.033$ ), la transition entre les régimes laminaire et turbulent peut se produire lorsque le nombre de Reynolds atteint la valeur critique  $Re_{crit}$  de 2300 approximativement (des valeurs similaires ont été obtenues par d'autres auteurs [Romm 1966, Lomize 1951]). Si  $Rr > 0.033$ , le  $Re_{crit}$  peut se réduire jusqu'à atteindre, lorsque  $Rr = 1$  (rugosités  $\varepsilon$  du même ordre de grandeur du diamètre hydraulique), la valeur limite  $Re_{crit} \simeq 100$ .

Si pour un béton générique on considère valable, au moins en terme d'ordre de grandeur, la valeur de  $\varepsilon = 10\mu\text{m}$  estimée par Akhavan *et al.* [2012] pour une fissure de mortier, et si on considère des fissures avec des ouvertures  $a$  entre  $20\mu\text{m}$  et  $300\mu\text{m}$  on peut estimer des valeurs de la rugosité relative  $Rr$  entre 1.00 et 0.07. Dans ce cas, donc, la transition entre écoulement laminaire et turbulent peut se produire pour  $Re \ll 1000$ . Dans le contexte de la Mécanique des Bétons des travaux sur ce sujet ne sont pas disponibles dans la littérature, cependant plusieurs travaux concernant les écoulement dans des fissures de roches [Kosakowski et Berkowitz 1999, Brush et Thomson 2003] suggèrent de considérer valable la condition

$$Re < 100 \quad (2.28)$$

car des phénomènes de turbulence localisée peuvent apparaître bien avant la valeur de 1000 suggérée par De Marsily [1986]. De manière équivalente, cette condition peut être traduite dans la restriction suivante sur le gradient de pression :

$$\left| \frac{\Delta p}{\Delta x} \right| < 1200 \frac{\mu^2}{\rho a^3}. \quad (2.29)$$

Cette restriction est normalement respectée pour des fissures de roches [Bodin *et al.* 2003]. Cependant, dans des cas particuliers comme l'injection forcée d'un fluide [Kohl *et al.* 1997], pour les structures en béton soumises à des chargement hydriques sévères cette limite pourrait être dépassée. Si on considère, à titre d'exemple, de l'eau ( $\rho_l = 10^3\text{kg/m}^3$  et  $\mu_l = 10^{-3}\text{Pa}\cdot\text{s}$ ) ou de l'air ( $\rho_g = 1\text{kg/m}^3$  et  $\mu_g = 1.8 \times 10^{-5}\text{Pa}\cdot\text{s}$ ) un écoulement isotherme (à  $20^\circ\text{C}$ ) au travers d'une fissure d'ouverture  $a = 100\mu\text{m}$ , la condition de stabilité cinématique implique que l'amplitude du gradient de pression  $\Delta p/\Delta x$  soit inférieure à  $1.2\text{MPa/m}$  ou à  $3.8 \times 10^{-3}\text{MPa/m}$  respectivement. Cette limite est très restrictive, surtout pour les écoulements forcés d'air, comme dans les essais d'étanchéité des centrales nucléaires, lorsque des gradients de pressions très élevés sont imposés à la structure. Il faut cependant remarquer, que, surtout pour l'air la détermination de cette limite peut s'avérer être plutôt compliquée car plusieurs phénomènes interdépendants (compressibilité du fluide, transitions de phase, ...) peuvent influencer l'écoulement même s'il reste en conditions laminaires.

Lorsque la limite laminaire est dépassée ( $Re > 100$ ) les phénomènes inertiels deviennent non négligeables par rapport aux forces visqueuses et la relation entre vitesse et gradient de pression perd la linéarité de la loi de Darcy. Parmi les différentes formulations proposées dans la littérature afin d'introduire cette non-linéarité [Bear 1972, Sobieski et Trykozko 2012], on rappelle ici la loi bien connue de Forchheimer [Forchheimer 1901, Whitaker 1996], qui s'écrit sous forme unidimensionnelle comme suit :

$$\frac{\Delta p}{\Delta x} = \underbrace{-\mu k_F^{-1} v_x}_{\text{Darcy}} - \underbrace{\rho F_F v_x^2}_{\text{non-Darcy}} \quad (2.30)$$

$F_F$  étant le coefficient correctif de Forchheimer. Le premier terme du côté droit de l'équation (2.30) est équivalent à la loi de Darcy tandis que le deuxième terme représente la contribution, à la perte de charge hydrique, résultant de l'énergie cinétique du fluide. Le traitement de la turbulence rend encore plus compliqué le problème car, outre à  $k_F$ , l'estimation du coefficient  $F_F$  en fonction des caractéristiques de l'écoulement, ainsi, que des

propriétés morphologiques de la fissure est nécessaire. Cependant, même dans ce cas, l'introduction d'un coefficient de perméabilité tangent  $k_F^{tan}(v_x)$ , fonction, par l'intermédiaire de la vitesse, du gradient de pression  $\Delta p/\Delta x$  permettrait l'utilisation d'une formulation Darcéenne. Cette dépendance non linéaire au gradient de pression est simple à mettre en évidence par l'inversion de la relation (2.30) exprimée dans le cas particulier d'un écoulement complètement dominé par les forces inertielles :

$$v_x = \sqrt{-\frac{\Delta p}{\Delta x} \frac{1}{\rho F_F}} = -\mu^{-1} k_F^{tan} \frac{\Delta p}{\Delta x} \quad (2.31)$$

d'où nous obtenons :

$$k_F^{tan} = \sqrt{\frac{\mu}{\rho F_F}} \left[ -\frac{\Delta p}{\Delta x} \right]^{-1/2} \quad (2.32)$$

### 2.5.3 Adaptations du PPM

Afin de pouvoir utiliser la loi cubique (équations (2.22) et (2.24)) pour prédire la perméabilité de fissures réelles plusieurs modifications ont été proposées [Zimmerman et Bodvarsson 1996]. Même si elles sont différentes par leurs origines et leurs hypothèses de base, la partie majoritaire des formulations disponibles dans la littérature, la plupart provenant du contexte de la Mécanique des Roches, concordent sur le fait qu'il n'est pas possible de caractériser l'écoulement au moyen d'un paramètre géométrique unique (l'ouverture moyenne, par exemple). Il est nécessaire introduire explicitement d'autres considérations physiques et théoriques concernant la distribution spatiale/statistique des ouvertures de fissure, la rugosité des parois et l'influence de la présence éventuelle de ponts de matière.

**Influence de la rugosité** Le premier travail de compréhension de l'écoulement à travers une fissure ouverte rugueuse a été réalisé par Lomize [1951]. Sous l'hypothèse que la rugosité est homogène (i.e. pics de hauteurs identiques régulièrement espacés), Louis [1974] a proposé la relation phénoménologique semi-empirique :

$$k_F = \frac{a^2}{12 \left[ 1 + C \left( \frac{Rr}{D_h} \right)^{3/2} \right]} \quad [\text{Louis 1974}] \quad (2.33)$$

où  $C$  est une constante empirique valant 17 dans l'étude de Lomize [1951] et 8.8 dans l'étude de Louis [1974]. La même valeur de 8.8 a été récemment confirmée par Akhavan *et al.* [2012] pour l'écoulement dans une fissure rugueuse et tortueuse d'un mortier.

Dans les mêmes conditions idéalisées, lorsque l'écoulement devient turbulent, les relations suivantes peuvent être évoquées :

$$k_F = \frac{4g\mu\sqrt{a}}{\sqrt{\rho}} \log \frac{1.9}{\frac{Rr}{D_h}} \left( \frac{\Delta p}{\Delta x} \right)^{-1/2} \quad [\text{Louis 1974}] \quad (2.34)$$

et

$$k_F = \frac{5.11g\mu\sqrt{a}}{\sqrt{\rho}} \log \frac{1.24}{\frac{Rr}{D_h}} \left( \frac{\Delta p}{\Delta x} \right)^{-1/2} \quad [\text{Lomize 1951}] \quad (2.35)$$

$g$  étant l'accélération de la gravité.

**L’ouverture hydraulique** Plusieurs auteurs proposent d’adapter le PPM au travers de l’introduction dans l’équation (2.24) d’une ouverture dite hydraulique  $a_h$ , généralement déduite de la résolution analytique et/ou numérique des équations de Navier-Stokes, dans un domaine géométrique représentatif de la géométrie réelle de la fissure :

$$k_F = \frac{a_h^2}{12} \quad (2.36)$$

Dans ce cas, on peut imaginer que l’enjeu de trouver une relation entre la conductivité hydraulique d’une fissure et sa géométrie revient à trouver une expression de l’ouverture hydraulique  $a_h$  définie comme l’ouverture d’une fissure équivalente constituée de deux plans lisses et parallèles de mêmes dimensions transversales et longitudinales, provoquant la même perte de pression pour un débit donné.

Comme précédemment observé, la solution des équations de NS dans des domaines avec des frontières irrégulières est généralement très compliquée [Mourzenko *et al.* 1995; 2001, Brush et Thomson 2003], en particulier pour ce qui concerne l’écriture et l’imposition des conditions aux limites. Pour cette raison, la majorité des solutions analytiques et numériques concernant l’ouverture hydraulique sont obtenues, comme solutions d’une equation simplifiée sous l’hypothèse de lubrification [Zimmerman et Bodvarsson 1996]. Dans un cas unidirectionnel cette equation s’écrit :

$$\frac{d}{dx} \left[ a^3(x) \frac{dp}{dx} \right] = 0 \quad (2.37)$$

$a = a(x)$  étant le champ des ouvertures de fissure, pour lequel on suppose connaître la distribution spatiale ou la distribution statistique (caractérisée par la moyenne  $\langle a \rangle$  et la variance  $\sigma(a)$  de la variable aléatoire  $a$ ). La discussion concernant la caractérisation de l’ouverture locale pour une fissure rugueuse et tortueuse est encore ouverte et plusieurs définitions ont été proposées [Mourzenko *et al.* 1995, Ge 1997, Oron et Berkowitz 1998].

Ce modèle est autrement appelé modèle local des plaques parallèles (Local Cubic Law, LCL, en anglais), car pour une fissure ayant des parois “lentement” divergentes il peut être également obtenu à partir de l’écriture des équations de continuité et de conservation de la quantité de mouvement en introduisant l’hypothèse que, dans chaque section transversale à l’écoulement, le profil de vitesse soit parabolique (i.e répond localement au modèle des plaques parallèles).

Il est possible de montrer que pour une fissure réelle un tel modèle peut approximer pertinemment la solution des équations de NS, sous la condition géométrique que le rapport entre une dimension caractéristique de la section transversale à l’écoulement  $a$  et une dimension caractéristique dans la direction de l’écoulement  $L$  soit petit ( $a/L \ll 1$ ), et sous la condition cinématique que l’écoulement se déroule à petit nombre de Reynolds. Zimmerman et Bodvarsson [1996] suggèrent la condition  $Re < 1$ . Lorsque ces hypothèses sont respectées la solution des équations de lubrification (figure 2.10) fournissent une bonne approximation du champ des vitesses de NS [Oron et Berkowitz 1998, Brush et Thomson 2003].

Récemment l’augmentation des capacités de calcul des ordinateurs et des algorithmes de résolution très efficaces ont permis d’effectuer des calculs hydrodynamiques basés sur

la solution des équations de NS (figure 2.11) avec plusieurs millions d’inconnues, même pour des profils de fissure très compliqués relevés expérimentalement ou reproduits numériquement [Crandall *et al.* 2010].

Dans la majorité des formulations analytiques l’ouverture hydraulique  $a_h$  est donné sous la forme :

$$a_h = a_h \left( \langle a \rangle, \frac{\sigma(a)}{\langle a \rangle}, c \right), \quad (2.38)$$

où  $\langle a \rangle$  est la valeur moyenne de la loi de probabilité qui définit la distribution statistique des ouvertures,  $\sigma(a)$  est la variance de la loi et  $c$  représente le pourcentage de “surface” de fissure obstruée par contact entre ses parois (ponts de matière). De ce point de vue, une relation explicative à été obtenue par Zimmerman et Bodvarsson [1996] :

$$a_h^3 = \langle a \rangle^3 \left[ 1 - 1.5 \left( \frac{\sigma(a)}{\langle a \rangle} \right)^2 \right] (1 - 2c) \quad (2.39)$$

En général, l’ouverture hydraulique  $a_h$  (et conséquemment la perméabilité  $k_F$ ) est une fonction monotone croissante de  $\langle a \rangle$  et monotone décroissante de  $\frac{\sigma(a)}{\langle a \rangle}$  et de  $c$ . Autrement dit :

1.  $\langle a \rangle$  et  $c$  étant fixés, une augmentation de  $\sigma(a)$  détermine une réduction progressive de la perméabilité ;
2. De la même façon,  $\sigma_a$  et  $c$  étant fixés, une augmentation de l’ouverture moyenne  $\langle a \rangle$  détermine une augmentation progressive de la perméabilité  $k_F$  jusqu’à atteindre, lorsque  $\sigma_a/\langle a \rangle \rightarrow 0$  et si  $c = 0$ , la valeur correspondante à la perméabilité d’une fissure d’ouverture  $\langle a \rangle$  constante. En d’autres termes, la rugosité des parois perd progressivement son influence sur l’écoulement, lequel peut être représenté de plus en plus pertinemment par un modèle de plaques parallèles classique ;
3. De la même façon, pour  $\langle a \rangle$  et  $\sigma_a$  fixés, à une réduction des ponts de matière ( $c$  décroissant) correspond une augmentation de la perméabilité de la fissure, en raison de la réduction de la tortuosité des chemins d’écoulement.

Il faut noter que, même en présence d’information sur la structure spatiale et statistique du champ d’ouvertures de fissure, l’utilisation d’une telle approche est extrêmement restrictive, car les conditions cinématiques et géométriques qui sous-tiennent le modèle de la lubrification, sont en général extrêmement fortes. En particulier la condition cinématique ( $Re < 1$ ) impose la restriction suivante sur le gradient de pression  $|\Delta p/\Delta x| < 12\mu^2/\rho a^3$  (i.e. 100 fois inférieur par rapport à la condition (2.29))

Il faut remarquer que, dans les relations (2.38), l’ouverture hydraulique  $a_h$ , et par conséquent la perméabilité, dépendent uniquement des paramètres définissant la distribution statistique des ouvertures de fissures. Il est cependant évident que la conductivité hydraulique devrait être aussi fonction de la façon topologique et géométrique avec laquelle les ouvertures/conductivités locales sont distribuées. Si on considère une fissure avec une distribution statistique d’ouvertures locales connue, en absence d’information concernant la structure de corrélation de ces ouvertures, et par analogie avec un problème de conductibilité thermique en milieux isotrope et hétérogène, des bornes supérieures et inférieures peuvent être définies pour  $k_F$  et pour  $a_h$  [Beran 1968] :

$$\left\langle \frac{1}{k} \right\rangle^{-1} \leq k \leq \langle k \rangle \quad \text{et} \quad \left\langle \frac{1}{a^3} \right\rangle^{-1} \leq a_h^3 \leq \langle a^3 \rangle. \quad (2.40)$$

$\langle 1/k \rangle^{-1}$  et  $\langle k \rangle$  étant la moyenne géométrique et la moyenne arithmétique des perméabilités locales respectivement [De Marsily 1986].

**Modification phénoménologique macroscopique** Dans la famille de formulations citées, l'estimation de la perméabilité nécessite la connaissance de la distribution spatiale/statistique des ouvertures.

Dans l'impossibilité d'avoir accès à de telles informations, une correction macroscopique de la loi cubique peut permettre l'utilisation d'une ouverture moyenne représentative  $\bar{a}$ , estimée à partir des données expérimentales disponibles, et l'introduction d'un facteur de réduction  $\alpha > 1$  permettant de lisser les perméabilités expérimentales :

$$k_F = \frac{\bar{a}^2}{12\alpha} \quad (2.41)$$

Cet approche a été couramment utilisée pour l'interprétation des résultats de la littérature dans la mécanique des bétons et conduit à l'estimation de valeurs du coefficient  $\alpha$  dans une large gamme (entre 10 et 1000), en fonction de la typologie d'essai, du matériau testé et bien évidemment du choix de  $\bar{a}$ .

**Tableau 2.1** – Valeur du coefficient  $\alpha$  estimé à partir des résultats disponibles dans la littérature.

Fluide	Matériau	$\alpha$	Typologie d'essai	Auteur
Eau	BO	$\approx 40$	Fendage	Aldea <i>et al.</i> [2000]
Eau	BO	$\approx 30 \div 4$		Clear [1985]
Eau	Mortier	$\approx 57$	Fendage	Akhavan <i>et al.</i> [2012]
Glycol	BFUP	$\approx 1100$	Traction directe	Charron <i>et al.</i> [2008]
Air	B0	$\approx 35$	Fendage	Picandet <i>et al.</i> [2009]
Air	HPC	$\approx 10$	Fendage	Picandet <i>et al.</i> [2009]
Air	HPFRC	$\approx 100$	Fendage	Picandet <i>et al.</i> [2009]

## 2.6 Études expérimentales sur l'influence de la fissuration sur l'évolution des propriétés de transferts du béton

La recherche de l'influence d'une fissuration localisée sur l'évolution des propriétés de transfert du béton a fait l'objet de nombreuses études expérimentales. Des essais de traction indirecte (essais brésiliens) ont été utilisés afin d'estimer l'influence d'une fissure localisée sur l'évolution, dans plusieurs typologies de bétons, de perméabilité à l'eau [Wang *et al.* 1997, Aldea *et al.* 1999b, Rapoport *et al.* 2002, Yi *et al.* 2011, Akhavan *et al.* 2012], de la perméabilité au gaz [Picandet *et al.* 2009], de la diffusion de chlorures [Aldea *et al.* 1999a, Jang *et al.* 2011] et de la résistivité électrique [Boulay *et al.* 2009]. D'autres essais permettant la caractérisation de la perméabilité sous une sollicitation de traction ont été effectués, entre autres, par Gérard *et al.* [1996], Charron *et al.* [2008], Ismail *et al.* [2008], He [2011].

Même s'ils diffèrent par leurs méthodologies et les fluides utilisés, les travaux de la littérature concordent dans le fait que le débit traversant l'échantillon est fortement influencé par l'ouverture de fissure. Wang *et al.* [1997], Aldea *et al.* [1999b] ont mis en évidence qu'il est possible d'identifier deux phases principales dans son évolution en fonction de l'ouverture de fissure :

1. pour des ouvertures de fissure suffisamment modestes (entre 50  $\mu\text{m}$  et 100  $\mu\text{m}$  selon le matériau testé) le débit est très modestement influencé par la présence de la fissure, qui en raison de son interconnexion incomplète ne représente pas encore un parcours privilégié d'écoulement ;
2. pour des ouvertures de fissure plus importantes qu'une certaine valeur, dit de seuil, le débit augmente de manière non linéaire jusqu'à atteindre des valeurs supérieures de plusieurs ordres de grandeur aux valeurs de débit mesurées pour le matériau sain.

Si d'un point de vue qualitatif les résultats de la littérature permettent de mettre en évidence une cohérence globale entre l'évolution des propriétés de transfert observée expérimentalement, en fonction de l'ouverture de fissure, et les prévisions théoriques, leur utilisation dans l'optique d'une adaptation quantitative de la loi cubique (2.24) n'est pas immédiate. Et cela, principalement, en raison de plusieurs ordres d'incertitudes concernant les techniques même de réalisation des essais qui ne permettent pas de maîtriser complètement, et en même temps, l'ouverture de fissure (problème mécanique) et la mesure de perméabilité (problème hydrique).

### 2.6.1 Les protocoles classiques basés sur l'essai brésilien

Les protocoles expérimentaux permettant d'étudier l'influence d'une seule fissure discrète sur les propriétés de transfert d'un échantillon, sont principalement basés sur l'utilisation d'un essai de compression diamétrale (fendage, traction indirecte ou brésilien) pour la fissuration de l'éprouvette et sur un essai de perméabilité classique pour l'évaluation de l'influence de la présence de la fissure sur la variation des propriétés de transferts de l'éprouvette. De manière indépendante des spécificités de chacun, les protocoles disponibles dans la littérature peuvent être schématisés selon les trois phases suivantes :

- Dans une phase initiale, la fissure est générée mécaniquement jusqu'à une ouverture donnée. Le contrôle mécanique de l'essai est assuré par un couple de capteurs LVDTs, positionnés à mi hauteur des deux faces de l'échantillon. Si d'un côté cette méthode permet de prévenir des problèmes d'instabilité de l'essai (*snap-backs*), en assurant en même temps la mesure directe des ouvertures de la fissure à leur hauteur (figure 2.14), elle ne permet pas d'un autre côté d'effectuer les mesures des propriétés de transfert en temps réel avec le chargement mécanique. La présence des LVDTs sur les faces de l'éprouvette rend en fait impossible le positionnement d'un quelconque système pour la mesure du débit et rend nécessaire effectuer l'essai hydraulique sur l'éprouvette déchargée. Il faut remarquer, en outre, que dans cette phase, des conditions de chargement imparfaites et la nature hétérogène du béton peuvent déterminer la présence de fissures secondaires (bien évidentes dans les essais de [Wang *et al.* 1997] et de [Picandet *et al.* 2009]) qui vont participer également à l'écoulement en empêchant l'estimation directe de l'influence d'une seule fissure sur les propriétés de transfert de l'échantillon.

- Dans la deuxième phase, l'échantillon est déchargé et la géométrie de la fissure est caractérisée à l'aide d'instruments optiques (figures 2.15 et 2.16). Le point clé, dans ce cas, est le choix de l'ouverture de fissure à utiliser afin d'interpréter les résultats. La dépendance cubique de la perméabilité  $k_F$  par rapport à l'ouverture de fissure peut conduire en fait, pour une même fissure, à une variation sensible de la prédiction de la perméabilité fournie par le modèle en fonction de l'ouverture de fissure caractéristique choisie.

Wang *et al.* [1997], Aldea *et al.* [1999b;a] et Picandet *et al.* [2009] caractérisent la fissure au travers de la moyenne des ouvertures de fissure à mi-hauteur de l'éprouvette avant et/ou après déchargement. Il faut remarquer cependant que l'utilisation de l'ouverture de fissure avant déchargement, comme dans les travaux de Wang *et al.* [1997] et de Aldea *et al.* [1999b] peut comporter quelques ambiguïtés dans l'interprétation des résultats. Car si on se réfère à l'ouverture de fissure après déchargement la présence de l'effet de seuil, mentionné auparavant, devient moins claire (figure 2.17).

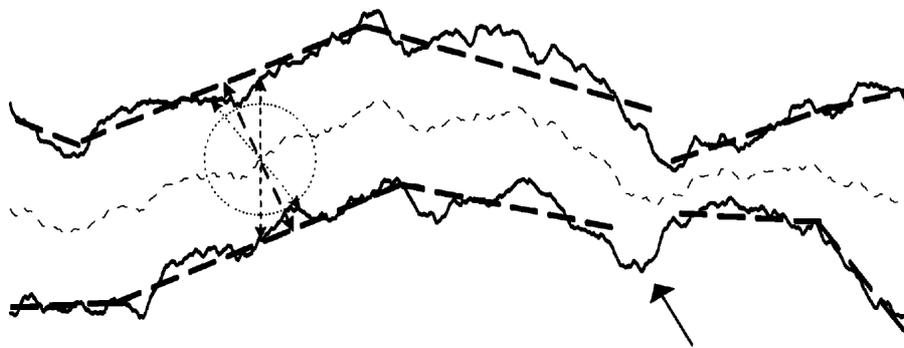
En outre, dans tous ces protocoles, aucune information n'est disponible concernant la distribution spatiale des ouvertures de fissure, la rugosité des parois ou la tortuosité des parcours d'écoulement. Récemment, Akhavan *et al.* [2012] ont essayé de combler cette limite en proposant une meilleure caractérisation géométrique/morphologique de la fissure. En s'inspirant de travaux précédents, en mécanique des roches [De Marsily 1986, Dietrich *et al.* 2005], sur la base d'une série de profils digitalisés de fissures, ils proposent de schématiser la fissure (figure 2.18) comme un ensemble de  $n \times m$  plaques parallèles disposées sur  $n$  lignes et  $m$  colonnes dans lesquelles le PPM est supposé être valable. Ils estiment donc une ouverture de fissure représentative comme suit :

$$a_{\text{eff}} = \sqrt[3]{\frac{m}{\sum_{i=1}^m \left(\frac{1}{a_i^3}\right)}} \quad \text{avec} \quad a_i = \sqrt[3]{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n a_{ij}^3} \quad (2.42)$$

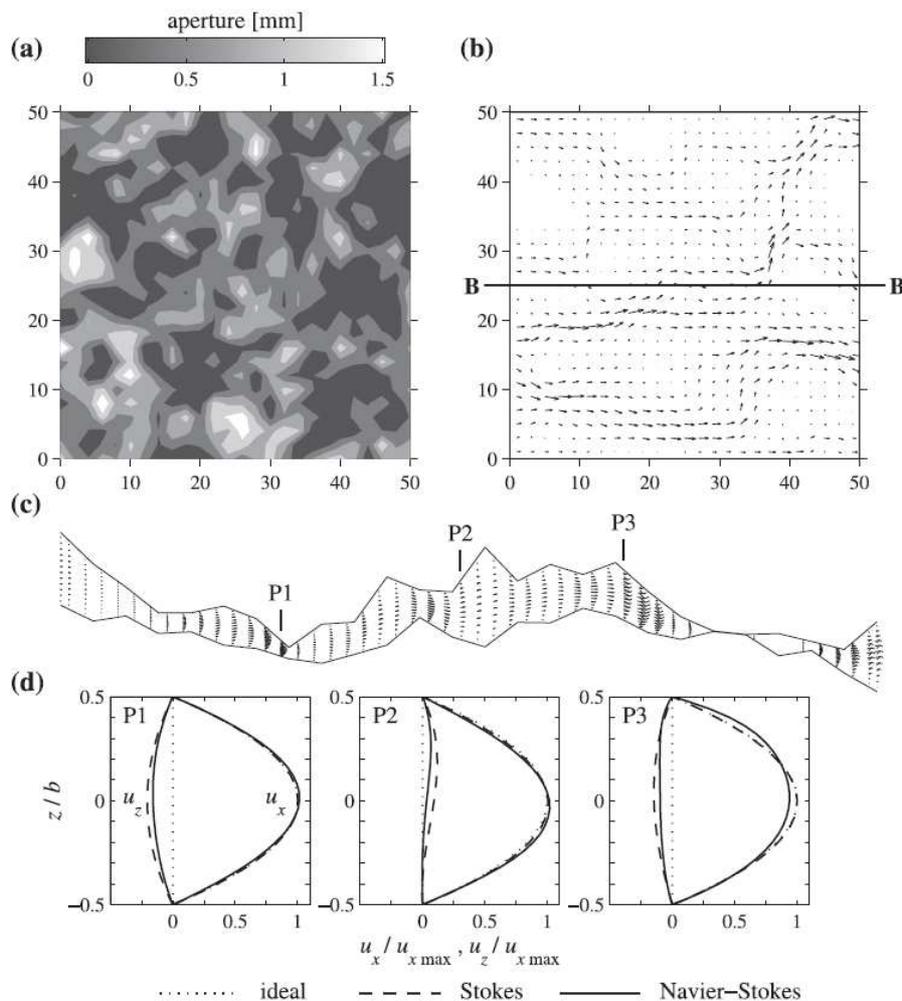
- Dans la dernière phase de l'essai la perméabilité de l'échantillon fissuré est estimée par des méthodes classiques de mesure (figure 2.19) et mise en relation à l'ouverture de fissure précédemment caractérisée. Il faut souligner, cependant, que la géométrie de la fissure peut varier sensiblement pendant l'essai de perméabilité car des phénomènes de refermeture peuvent intervenir pour plusieurs raisons. Dans les essais de perméabilité au gaz ils peuvent apparaître consécutivement à l'action mécanique associée à l'application de la pression radiale de confinement (entre 5 et 15 bars) prévue dans le protocole Cembureau. Dans les essais de perméabilité à l'eau une réduction de l'ouverture de fissure est possible en raison de phénomènes de cicatrisation associés à la carbonatation du béton et à la formation de calcite  $\text{CaCO}_3$ , à l'hydratation de la pâte de ciment et/ou à la dissolution et redéposition de la portlandite  $\text{Ca}(\text{OH})_2$ . Clear [1985], Edvardsen [1999], Reinhardt et Jooss [2003], Yi *et al.* [2011], entre autres, ont montré que de tels phénomènes peuvent, lorsque la durée de l'essai est suffisamment importante, causer des réductions sensibles du débit mesuré. Ces phénomènes peuvent justifier la dispersion observée dans les résultats de la littérature. Et si on se réfère aux résultats de Akhavan *et al.* [2012], malgré l'effort prodigué dans la quantification de la rugosité et de la tortuosité afin d'adopter

une relation basée sur la loi empirique de Louis [1974] adaptée avec l'introduction d'un facteur de tortuosité les auteurs parviennent à l'estimation d'un coefficient de réduction de la perméabilité de la fissure pratiquement constant.

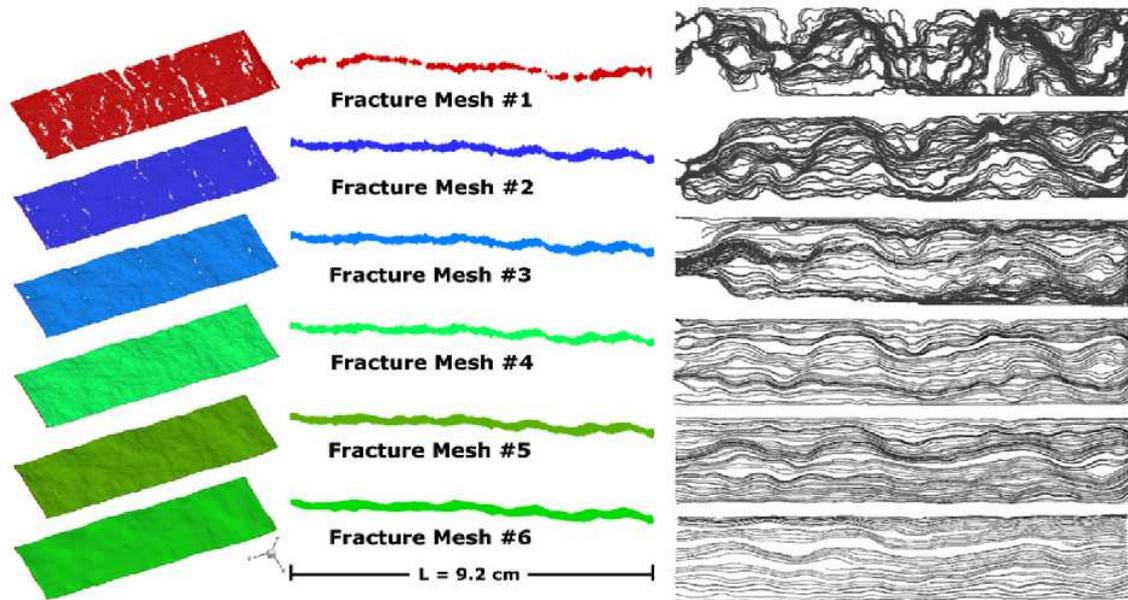
Plusieurs de ces points critiques, en particulier ceux relatifs au contrôle mécanique de l'essai et à la réduction des effets secondaires pendant l'essai pour la mesure des propriétés de transfert, peuvent être surmontés en se référant aux aspects de base du protocole expérimental récemment proposé par Boulay *et al.* [2009] pour l'analyse de l'évolution en temps réel de la résistance électrique d'un échantillon de béton en cours de chargement (le montage expérimental de l'essai de fendage modifié est représenté sur la figure 2.20). Dans ce protocole, le test mécanique est contrôlé au moyen de quatre capteurs de déplacement (LVDTs) positionnés latéralement à l'échantillon. L'utilisation d'une combinaison linéaire de leurs mesures permet d'éviter les phénomènes d'instabilité mécanique naturellement associées à l'essai brésilien et deux réservoirs sont collées sur les deux faces de l'échantillon et remplis d'une solution ionique. Le même principe de l'essai sera conservé dans le développement du protocole expérimental pour l'étude en temps réel de l'évolution de la conductivité hydraulique d'une éprouvette sous charge. Ce protocole est présenté au chapitre suivant.



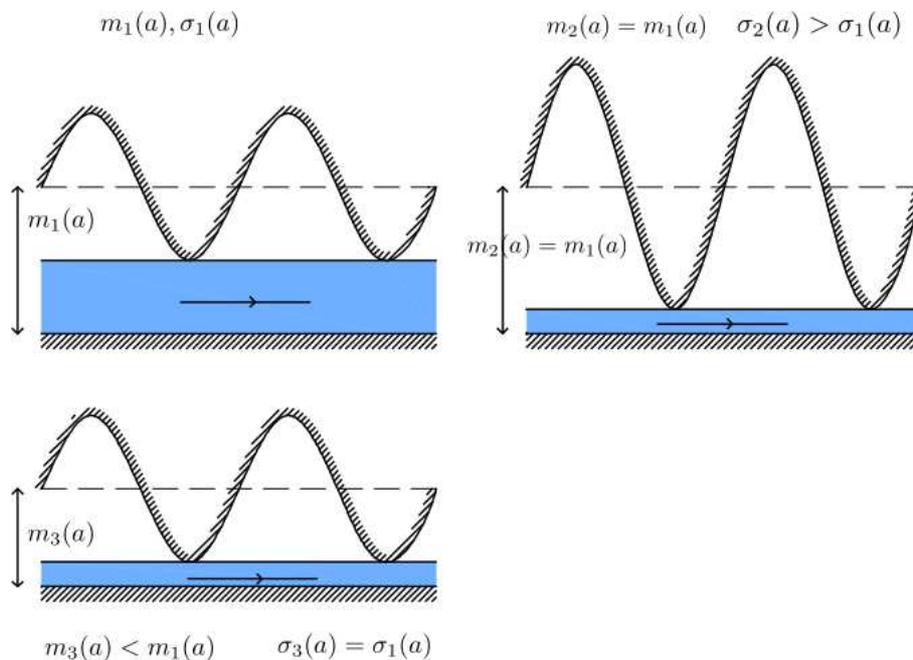
**Figure 2.9** – Définitions possibles de l'ouverture locale pour l'application de l'équation de lubrification. Ligne pointillée : ouverture calculée dans la direction orthogonale à la ligne moyenne de la fissure [Ge 1997] ; Ligne dash-dot : ouverture de fissure calculée dans la direction orthogonale à la direction du gradient de pression macroscopique [Mourzenko *et al.* 1995] ; Ligne continue : ouverture de fissure moyennée par segments Oron et Berkowitz [1998] (figure modifiée d'après [Oron et Berkowitz 1998]).



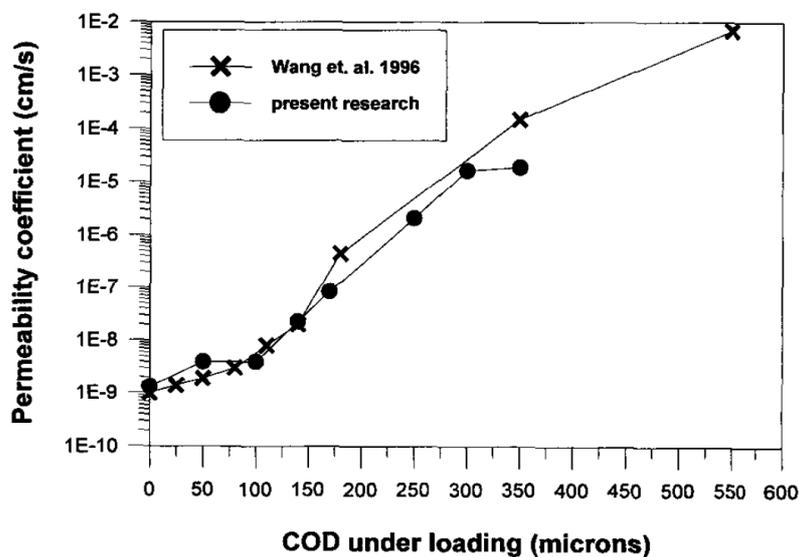
**Figure 2.10** – a) Distribution des ouvertures dans une fissure modèle numérique, b) Champ des vitesses dans le plan de fissure, c) Comparaison entre les champs des vitesses calculés dans trois sections transversales de la fissure selon le modèle local des plaques parallèles (LCL), par solution des Équations de Stokes et de Navier-Stokes complètes [Brush et Thomson 2003].



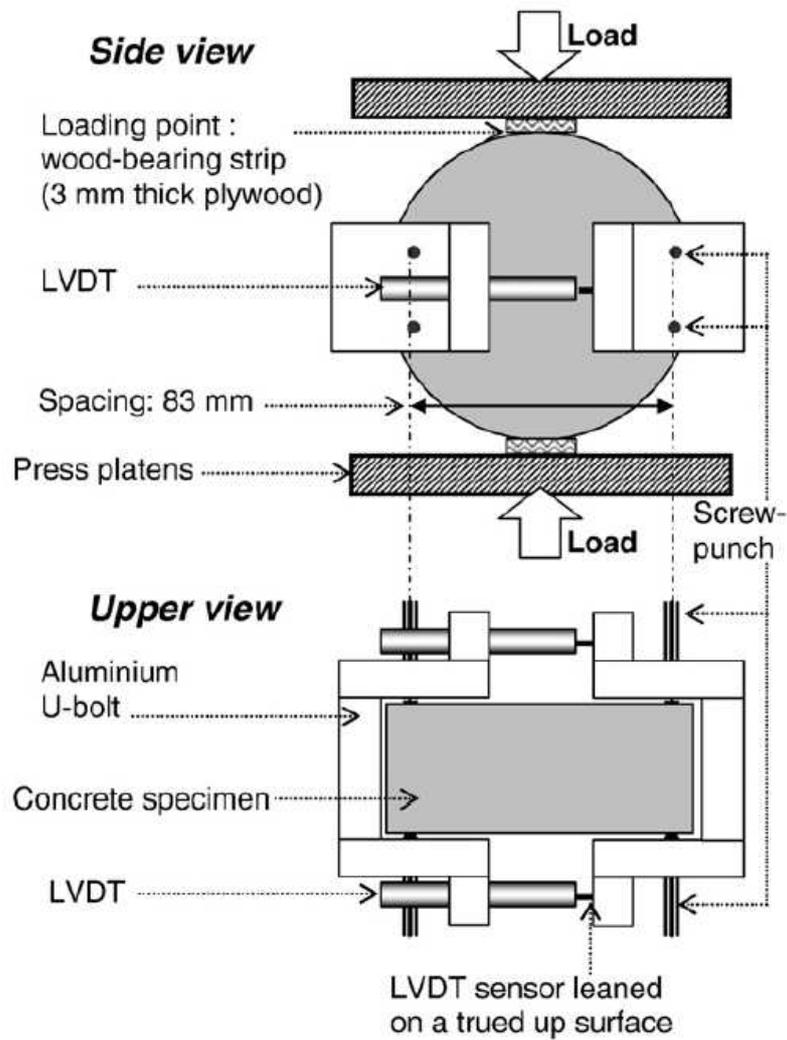
**Figure 2.11** – Simulation numérique de l'écoulement dans une fissure numérique pour six maillages différents [Crandall *et al.* 2010]. On remarque que en allant du maillage “mesh 1” au maillage “mesh 6”  $\langle a \rangle$  augmente tandis que  $\sigma(a)/\langle a \rangle$  et  $c$  diminuent.



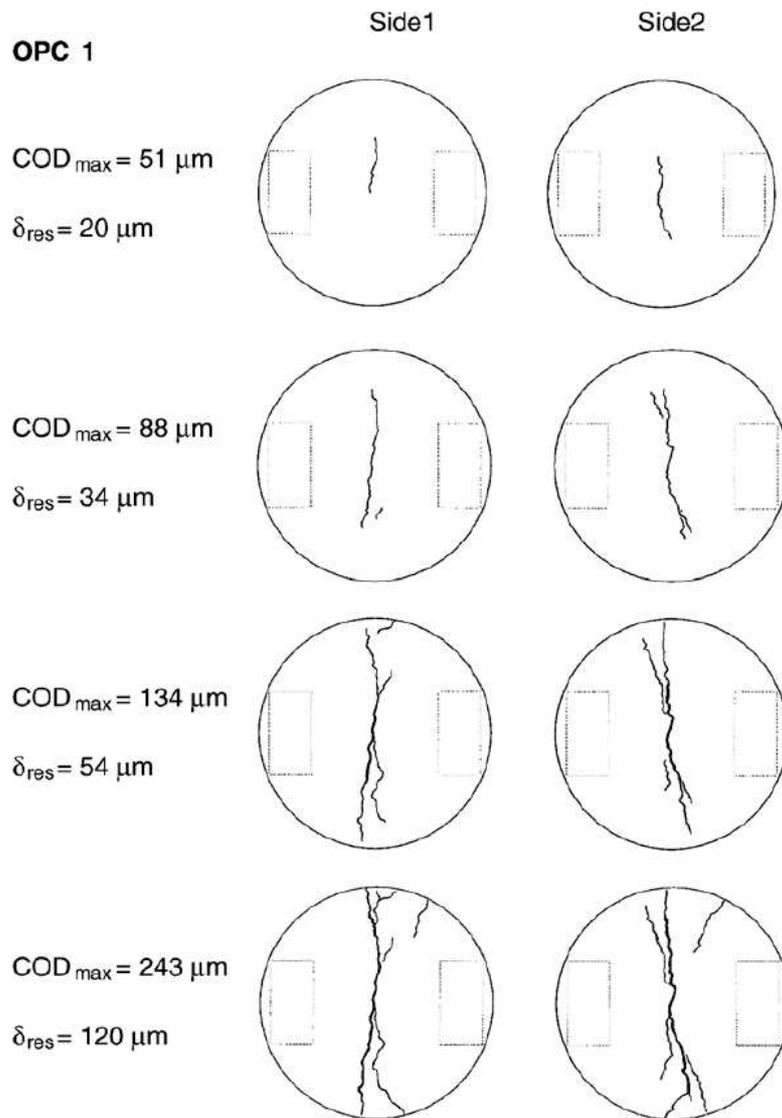
**Figure 2.12** – Représentation de l'influence de  $\langle a \rangle$  et de son rapport avec  $\sigma(a)$  sur l'ouverture hydraulique  $a_h$ .



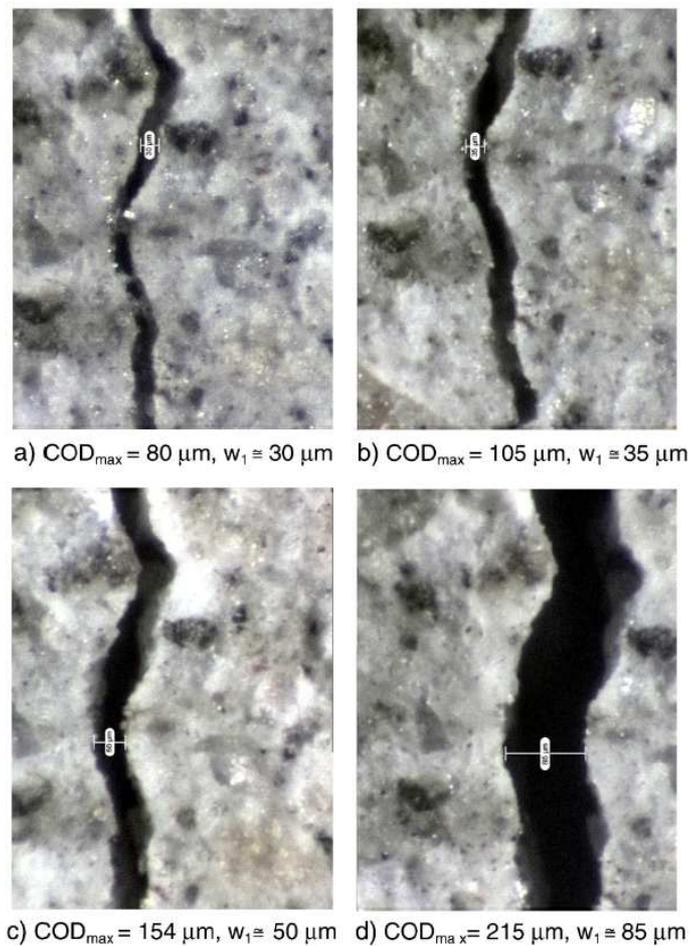
**Figure 2.13** – Évolution du coefficient de perméabilité à l'eau en fonction de l'ouverture de fissure [Aldea *et al.* 1999b, Wang *et al.* 1997]).



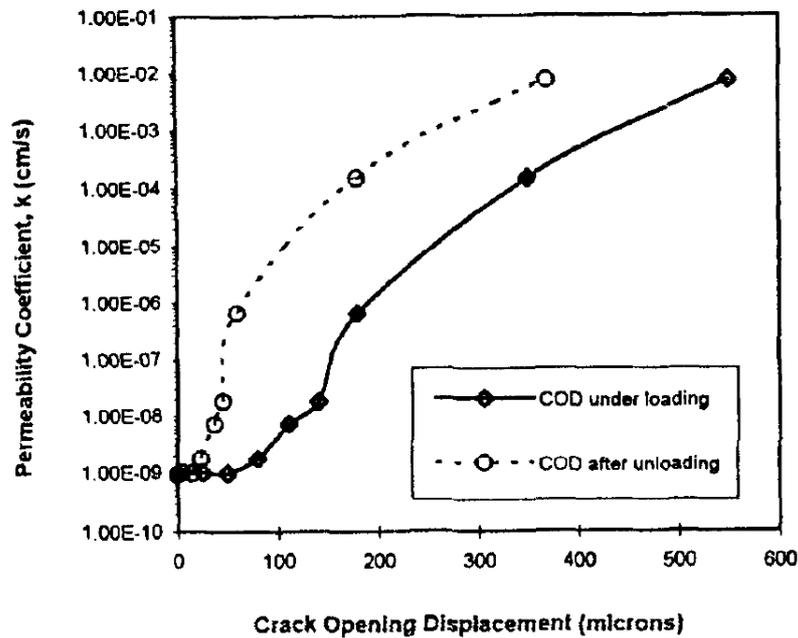
**Figure 2.14** – Méthode classique de contrôle mécanique de l'essai brésilien et de calcul des ouvertures de fissure à mi hauteur des éprouvettes [Picandet *et al.* 2009, Djerbi 2007].



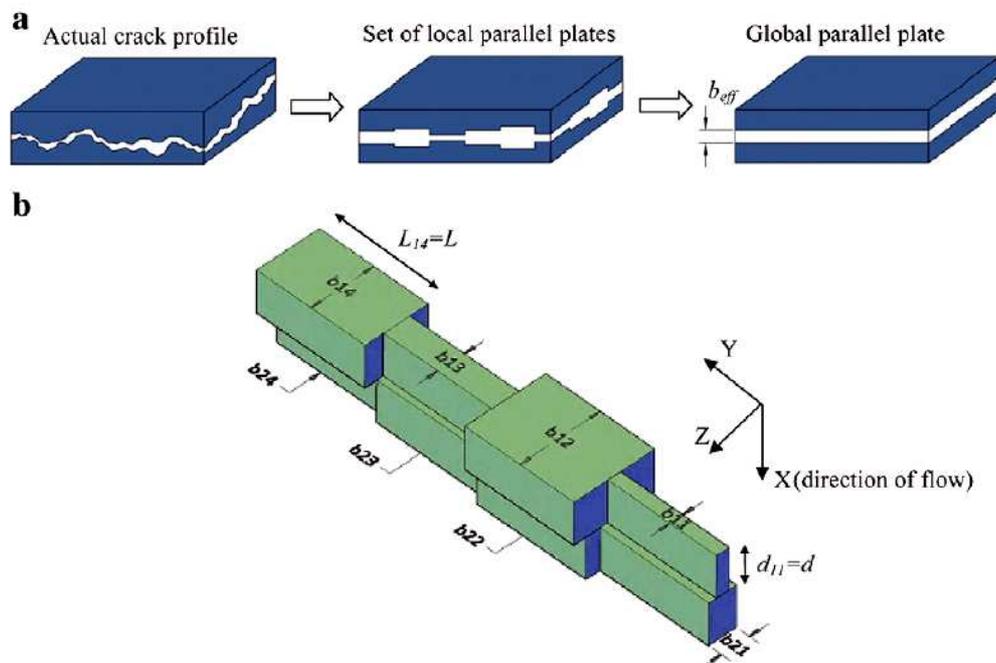
**Figure 2.15** – Relevé des fissures sur les faces des éprouvettes dans les essais de Picandet *et al.* [2009].



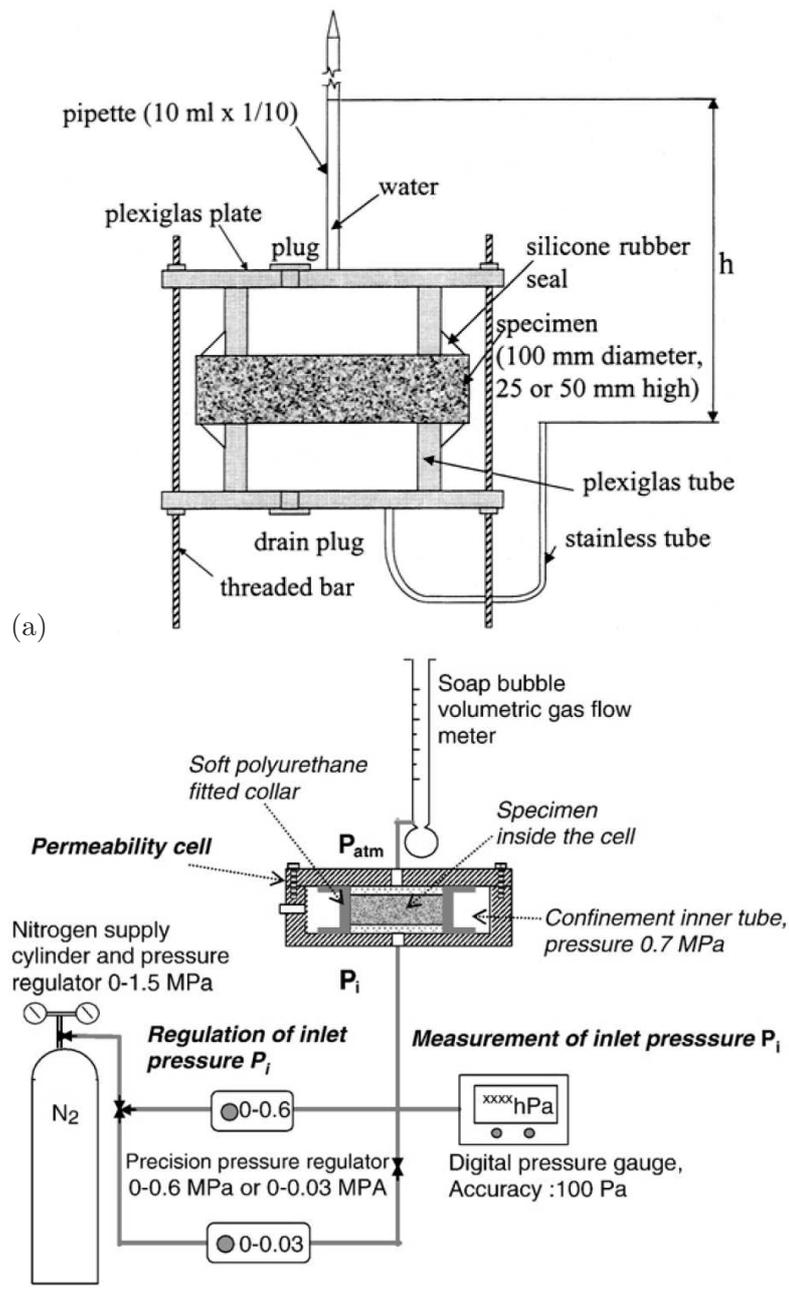
**Figure 2.16** – Caractérisation de l'ouverture de fissure sur une éprouvette déchargée à l'aide d'un microscope électronique [Picandet *et al.* 2009].



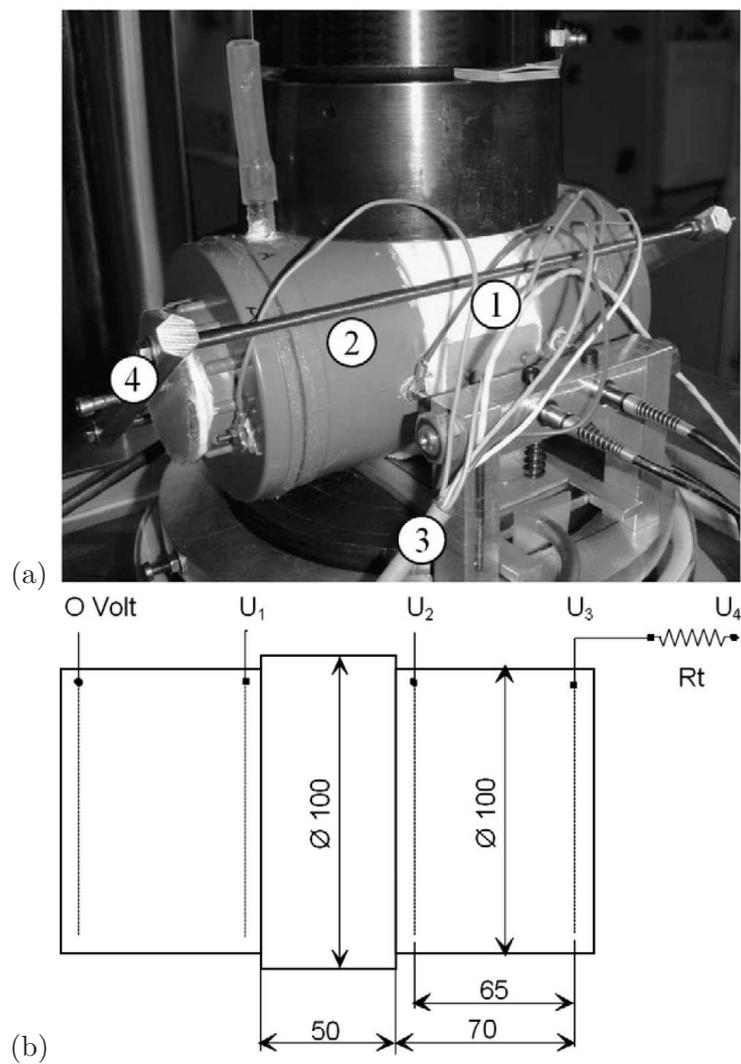
**Figure 2.17** – Évolution du coefficient de perméabilité à l'eau en fonction de l'ouverture de fissure mesurée avant et après le déchargement de l'éprouvette [Wang *et al.* 1997]).



**Figure 2.18** – Schématisation géométrique de la géométrie de la fissure d'après [Akhavan *et al.* 2012].



**Figure 2.19** – Méthodes de mesure de la perméabilité. a) perméamètre à l'eau [Aldea *et al.* 1999b], b) perméamètre à l'air de type Cembureau [Picandet *et al.* 2009].



**Figure 2.20** – Montage expérimental (a) et système électrique (b) dans l'essai proposé par Boulay *et al.* [2009], pour l'étude de l'évolution en temps réel de la résistance électrique d'une éprouvette en cours de chargement.

---

## Étude expérimentale du transfert d'eau dans une fissure localisée dans une éprouvette de béton en cours de chargement

---

**Résumé** Une étude expérimentale mettant en relation le transfert d'eau et l'ouverture d'une fissure dans un échantillon saturé de béton est présentée. Le test brésilien standard a été amélioré de façon à ce qu'une fissure discrète à ouverture contrôlée (jusqu'à environ  $300\mu\text{m}$ ) soit générée sur les faces de l'échantillon. La procédure expérimentale a été ensuite adaptée pour permettre le suivi en temps réel de l'évolution de l'écoulement d'eau dans la fissure durant son évolution. L'effet de la taille de l'échantillon (diamètre et épaisseur) sur le processus de percolation ainsi que l'existence d'un effet de seuil sur la perméabilité sont analysés et discutés. Le modèle des plaques parallèles (également appelée loi cubique) ( $k_F = \frac{a^2}{12}$ ) qui est couramment utilisé dans les analyses numériques pour décrire la percolation d'un fluide en régime laminaire (à filets d'eau parallèles) au travers d'une fissure d'ouverture  $a$ , est finalement corrigé sur la base des observations expérimentales en introduisant un coefficient de pondération  $\alpha$  ( $k_F = \frac{a^2}{12\alpha}$ ). Différemment de ce que l'on trouve dans la littérature, le facteur  $\alpha = \alpha(a) = \beta a^\gamma$  est donné en fonction de l'ouverture de fissure. Il permet de prendre en compte l'influence sur la perméabilité de la morphologie réelle de la fissure aussi que des causes principales d'écart par rapport à la théorie (ouvertures variables, présence de ponts de matière, rugosité des faces de la fissure, tortuosité, éventuelles turbulences localisées), causes dont l'influence est décroissante lors de l'évolution du processus de fissuration. Les résultats expérimentaux montrent que le processus d'écoulement est de moins en moins influencé par la morphologie de la fissure lorsque son ouverture augmente. Pour des ouvertures suffisamment importantes ( $a > 160\mu\text{m}$ , pour le béton ordinaire étudié), le modèle des plaques parallèles permet d'estimer pertinemment l'écoulement ( $\alpha \rightarrow 1$ ), tandis que pour des ouvertures plus faibles ( $30\mu\text{m} < a < 160\mu\text{m}$ ), les débits mesurés peuvent être de quelques ordres de grandeur inférieurs par rapport à la prédiction théorique ( $\alpha \gg 1$ ). La solution théorique corrigée selon les résultats expérimentaux peut être utilisée directement comme loi constitutive dans les procédures de modélisation numérique visant à décrire explicitement l'influence de la présence de micro/macro fissures localisées sur les variations locales des propriétés de transport/diffusion dans le béton.

~ o ~

### 3.1 Introduction

**Problématique** La durabilité du béton est fortement affectée par l'écoulement de certains fluides (eau, gaz, ...) polluants au travers de sa matrice poreuse. La présence de fissures affaiblit la résistance de la matrice poreuse et constitue des voies préférentielles d'écoulement pour les composants agressifs. Une description du transfert de fluides (eau, gaz, ...) dans les structures en béton (réservoirs, barrages, ...) soumises à des conditions de chargement hydromécanique sévères nécessite la définition de lois de comportement expérimentales mettant en relation les indicateurs de durabilité (par exemple les perméabilités à l'eau et à l'air ou les coefficients de diffusion) avec les champs mécaniques (déplacements, déformations, contraintes, endommagement, ouvertures de fissure, ...).

Dans la littérature, une large gamme de formulations d'origine expérimentale sont proposées concernant la perméabilité [Picandet 2001, Bary 1996, Dal Pont *et al.* 2005] ou la diffusion de chlorures [Djerbi 2007] en milieu endommagé (fissuration diffuse). Ces formulations analytiques établissent généralement un lien entre les paramètres de transport et le degré d'endommagement. Elles ne sont pas, par conséquent, utilisables dans le cas de fissuration localisée. Dans le cadre d'une approche modélisatrice menant à une description discrète de la fissuration, une relation entre la perméabilité de la fissure et son ouverture est nécessaire. Cette relation est une loi constitutive indispensable afin d'estimer l'impact local de la fissure sur l'augmentation de la conductivité hydraulique des éléments structuraux et sur l'étanchéité qu'ils doivent assurer.

Le petit nombre d'études expérimentales [Picandet *et al.* 2009, Wang *et al.* 1997, Aldea *et al.* 1999b, Ismail *et al.* 2008, Akhavan *et al.* 2012] concernant l'évolution des propriétés de transport en présence de fissuration localisée ne permet pas d'obtenir des informations quantitatives suffisantes. Comme décrit plus en détail dans le chapitre 2, les mesures de transfert relatives à ces études antérieures sont effectuées sur des fissures résiduelles, c'est à dire après chargement mécanique. Dans ces conditions, plusieurs effets parasites (refermeture de la fissure après le déchargement ou pendant l'essai de perméabilité, changements des conditions thermo-hygrométriques de l'échantillon ou de l'ambiante externe, ...) peuvent affecter les mesures de débit et de perméabilité. La séquence d'opérations permettant d'étudier le couplage entre ouverture de fissure et propriété de transfert, consiste, en fait, en une première étape au cours de laquelle l'échantillon est chargé pour générer une fissure, dont l'ouverture est mesurée au moyen de LVDTs collés sur chaque face de l'éprouvette, en une deuxième étape au cours de laquelle une description géométrique de la fissure à l'aide d'un microscope est réalisée et une dernière étape menant à la caractérisation des propriétés de transfert au moyen d'un test de perméabilité classique, par exemple en utilisant un perméamètre à charge constante de type Cembureau [Kollek 1989].

Un protocole expérimental visant à déterminer une telle relation quantitative doit donc permettre de maîtriser, le plus précisément possible, la géométrie de la fissure et, en même temps, de fournir des informations précises sur ses propriétés de transfert. Comme suggéré par Boulay *et al.* [2009], une description pertinente de l'évolution de ces propriétés peut être obtenue en surveillant en temps réel les processus d'écoulement et l'ouverture de la fissure dans l'échantillon. De cette façon, la plupart des effets parasites peuvent être évités ou, au moins, réduits. À cet effet, un protocole expérimental de suivi en temps réel de

l'évolution de la résistance électrique d'un échantillon de béton sous chargement a été présenté [Boulay *et al.* 2009].

Plus récemment, d'autres dispositifs expérimentaux pour l'étude de l'évolution de la perméabilité d'éléments structuraux en béton armé ont été proposés par Desmettre et Charron [2011; 2012].

**Finalités et structure de l'étude** L'objectif de ce chapitre est de présenter un protocole expérimental menant à établir une relation en temps réel entre la perméabilité à l'eau d'une fissure discrète, dans une éprouvette en cours de chargement, et son ouverture, étendant ainsi le protocole expérimental proposé par Boulay *et al.* [2009].

L'essai utilisé est l'essai de fendage (Brésilien). Il est contrôlé au travers de la mesure effectuée des variations de diamètre (à l'aide de LVDT) de l'éprouvette à mi-hauteur. Pour les besoins de l'essai de perméabilité, deux réservoirs sont placés sur les faces de l'éprouvette cylindrique. Lors de l'essai de perméabilité, la présence des deux réservoirs ne permet ni l'accès aux faces de l'éprouvette, pour observer les variations de géométrie de celle-ci, ni la fixation de capteurs de déplacement directement sur les faces [Wang *et al.* 1997, Aldea *et al.* 1999b, Djerbi 2007, Picandet *et al.* 2009]. C'est la raison pour laquelle, dans ce protocole, les capteurs de déplacement sont positionnés latéralement. Une série d'essais préliminaires (dénommée "protocole mécanique") permet de caractériser la géométrie des fissures avant la série d'essais de perméabilité (dénommée "protocole hydromécanique") proprement dite.

Le chapitre est structuré comme suit :

1. La première partie est consacrée à la description du dispositif de mesure de la perméabilité ainsi que du protocole suivi. Comme l'objectif principal est d'estimer la perméabilité et sa dépendance vis-à-vis de la géométrie de la fissure (ouverture et/ou surface) l'ouverture de fissure est contrôlée et bloquée par paliers. Pour chaque niveau d'ouverture, différents paliers de pression différentielle de l'eau entre les deux faces de l'éprouvette sont imposés sur des périodes suffisantes pour atteindre un écoulement en régime permanent. Le débit massique de l'eau traversant la fissure est donc estimé et mis en relation avec l'ouverture de la fissure à mi-hauteur du corps d'épreuve, obtenue par l'intermédiaire des capteurs de déplacements. Cette information géométrique, qui est la seule pouvant être obtenue à partir des déplacements mesurés par LVDTs, n'est pas suffisante pour estimer la perméabilité. À cette fin, des informations supplémentaires sur la géométrie de la fissure, notamment concernant la surface de percolation du fluide, sont nécessaires.
2. La deuxième partie du chapitre présente, donc, le protocole pour la caractérisation, en termes statistiques, de la géométrie de la fissure. Une technique de corrélation d'image numérique "CIN" (*Digital Imaging Correlation*, *DIC* en anglais) permet d'estimer la surface visible de la fissure sur les deux faces du corps d'épreuve, et une relation entre la surface de la fissure et son ouverture à mi-hauteur est obtenue.
3. Dans la troisième partie du chapitre, l'évolution expérimentale de la perméabilité est estimée en mettant en relation les mesures de débit (dérivées du protocole hydro-mécanique) et les informations géométriques obtenues par mesure de déplacement

(LVDTs et CIN). Le protocole expérimental proposé est adapté pour explorer la présence d'effets d'échelle dans les mesures de perméabilité. Les résultats expérimentaux sont ensuite comparés à la loi de Poiseuille [Snow 1969, Zimmerman et Bodvarsson 1996], qui est communément adoptée dans la modélisation numérique [Segura et Carol 2004, Schrefler *et al.* 2006, Ožbolt *et al.* 2010] des processus d'écoulement des fluides au travers des fissures dans le béton. Une relation expérimentale entre perméabilité et ouverture de fissure, appropriée pour la modélisation numérique, est donc proposée. Finalement, l'existence d'un seuil d'ouverture de fissure [Wang *et al.* 1997, Aldea *et al.* 1999b], au-delà duquel la présence de la fissure influence sensiblement les propriétés de transport du béton, est discutée.

## 3.2 Protocole expérimental hydromécanique

Dans cette section, le protocole expérimental pour la mesure du débit d'un fluide traversant une fissure d'un échantillon en cours de chargement est présenté. Le rôle spécifique de l'hétérogénéité et son impact sur le comportement hydraulique du béton (effets d'échelle) sont également pris en compte et discutés.

### 3.2.1 Dispositif expérimental

**Le montage expérimental** Un essai de fendage axial (essai dit Brésilien) est utilisé pour obtenir une fissure unique centrée sur les faces de l'échantillon. Les essais brésiliens sont effectués sur une presse hydraulique Tinus Olssen  $\pm 500$  kN équipée d'un système de contrôle à boucle fermée (*feed-back* ou *closed loop*). La presse non seulement accomplit les essais classiques en déplacement ou charge contrôlés, mais permet également de calculer mathématiquement (en temps réel) des combinaisons de mesures pour créer des signaux de retour afin de contrôler le test.

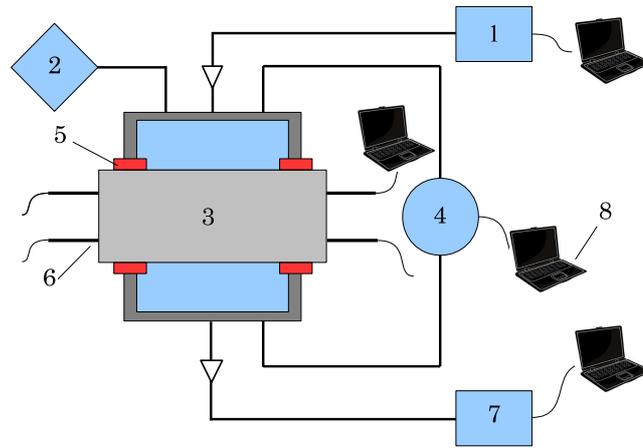
Pendant les tests, un plateau d'appui inférieur est fixé à l'extrémité supérieure du piston (partie inférieure de la machine d'essai), tandis que la plaque d'appui supérieure est connectée à la cellule de charge au moyen d'une articulation rotulée. L'échantillon est chargé entre ces plaques d'appui.

Pendant la phase d'accostage entre l'échantillon et la plaque supérieure, les éprouvettes sont alignées et maintenues sur la plaque inférieure par un dispositif empêchant tout mouvement, tandis que le joint sphérique de la plaque supérieure peut tourner afin de contrebalancer tout éventuel non-parallélisme des lignes de chargement. Après le contact, le déplacement latéral de l'articulation sphérique est limité au moyen de deux entretoises.

La répartition de la charge à l'interface entre le plateau de la presse et les génératrices de l'échantillon est couramment assurée par l'interposition d'une bande de carton ou de contreplaqué [Rocco *et al.* 1999a;b]. En raison de la mauvaise distribution de la charge dans le milieu hétérogène, de telles méthodes peuvent cependant conduire à des processus de fissuration fortement asymétriques, même dans la phase élastique pré-pic de force [Wang *et al.* 1997]. Dans [Boulay *et al.* 2009], une meilleure symétrie du processus d'ouverture est obtenue en remplaçant le carton ou le contreplaqué par une couche de ruban adhésif. Dans cette étude, cette méthode a été utilisée uniquement dans le cas des essais relatifs au protocole mécanique, tandis que dans les essais de perméabilité, la couche d'aluminium

adhésif qui recouvre le spécimen pour assurer l'étanchéité latérale de l'éprouvette s'est montrée tout aussi efficace pour répartir adéquatement la charge mécanique.

Pour les essais de perméabilité, deux cuves en acier sont placées sur les faces de l'échantillon et serrées au moyen d'un système de vis. Les récipients sont équipés de trous et de robinets pour la connexion des tuyaux du circuit hydraulique (entrée/sortie du fluide), du capteur de pression différentielle et d'un thermocouple. Deux joints en silicone (2 mm d'épaisseur) sont interposés entre les cuves et les faces du corps d'épreuve, afin d'éviter les fuites d'eau au contact avec les surfaces fissurées. Leur faible rigidité garantit qu'aucune action mécanique de confinement, associée à la présence des récipients, soit exercée sur l'échantillon.



**Figure 3.1** – Protocole hydromécanique : représentation schématique du montage expérimental ; Légende : 1) système de mesure de la masse, 2) thermocouple ; 3) éprouvette ; 4) capteur de pression différentielle  $\Delta p$  ; 5) joint en silicone ; 6) capteur de déplacement LVDT ; 7) pompe a vide ; 8) système d'acquisition des données.

**Variables de contrôle de l'essai** Il est bien connu que l'essai brésilien est instable après le pic de charge. Pour assurer le contrôle après le pic d'effort, l'essai est piloté sur la moyenne ( $\Delta d_s$ ) des variations de deux diamètres de l'éprouvette situés de part et d'autre de la section médiane ( $\pm 15$  mm par rapport à cette section). Chaque variation de diamètre est obtenue avec la somme des mesures de deux LVDTs opposés (figure 3.4) :

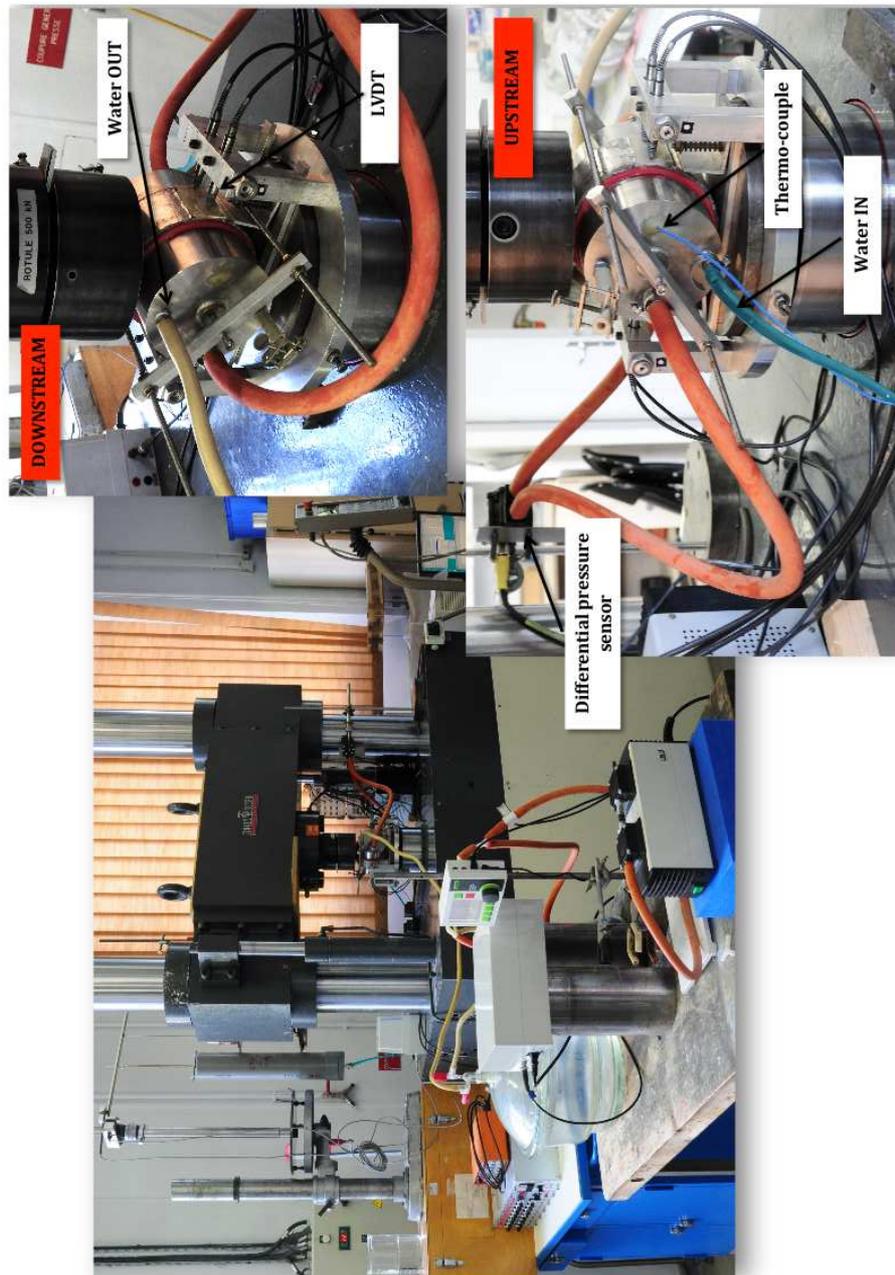
$$\Delta d_{lvd,t,f} = \Delta l_{lvd,t,f}^r + \Delta l_{lvd,t,f}^l \quad (3.1)$$

$$\Delta d_{lvd,r} = \Delta l_{lvd,r}^r + \Delta l_{lvd,r}^l \quad (3.2)$$

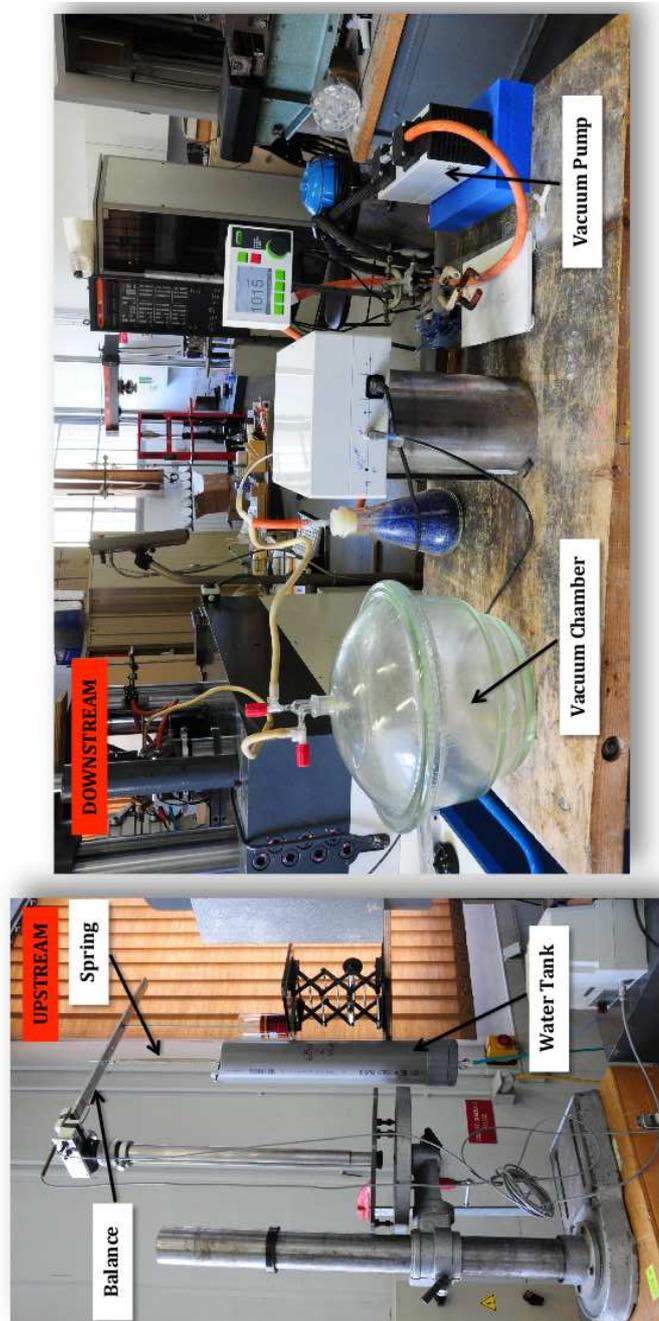
La valeur moyenne des variations de diamètre,  $\Delta d_s$ , obtenue comme suit :

$$\Delta d_s = \frac{\Delta d_{lvd,t,f} + \Delta d_{lvd,r}}{2} = \frac{\Delta l_{lvd,t,f}^r + \Delta l_{lvd,t,f}^l + \Delta l_{lvd,r}^r + \Delta l_{lvd,r}^l}{2} \quad (3.3)$$

constitue le signal de retour, calculé en temps réel, de l'asservissement de la machine hydraulique utilisée [Boulay *et al.* 2009].

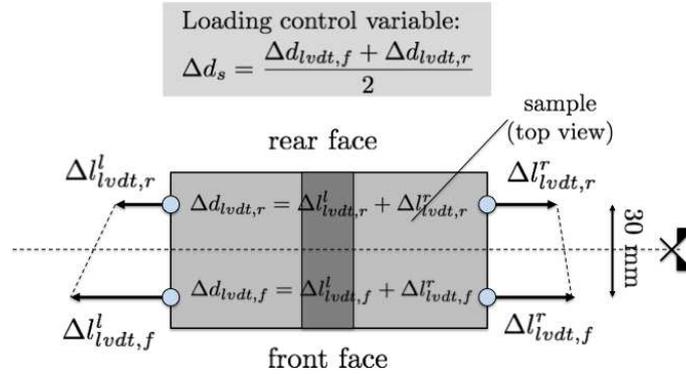


**Figure 3.2** – Protocole hydromécanique : montage expérimental (1/2).



**Figure 3.3** – Protocole hydromécanique : montage expérimental (2/2).

Les quatre LVDTs sont fixés sur un support indéformable indépendant du plateau de chargement inférieur de la presse. Ils sont positionnés en avant et en arrière du plan médian de manière à prendre en compte l'asymétrie inévitable de l'ouverture de la fissure [Wang *et al.* 1997]. Pour les essais purement mécaniques, le même dispositif est reconduit.



**Figure 3.4** – Protocole hydromécanique : système de contrôle mécanique de l'essai.

Pendant les essais, la masse d'eau  $M$  chargeant le réservoir amont est mesurée en permanence au moyen d'une balance électronique. Une pression hydrostatique constante  $p_u = p_{atm} + \gamma_w h_w$  (étant  $\gamma_w$  la masse volumique de l'eau distillée et  $h_w$  le niveau de l'eau par rapport au centre de l'éprouvette) agit à l'amont du montage. A l'aval, une pression négative  $p_d < p_u$  est appliquée par une pompe à vide. Cette dépression est ajustable grâce à un régulateur, qui permet de contrôler la pression différentielle entre les deux faces de l'échantillon

$$\Delta p = |p_d - p_u| \quad (3.4)$$

dans la gamme entre 0.01MPa et 0.09MPa. Un capteur de pression différentielle spécifique est connecté, à ses deux extrémités, à deux tubes mesurant les pressions statiques (dans la direction orthogonal aux lignes de flux) à proximité des centres des faces du corps d'épreuve.

L'utilisation d'une dépression aval de l'échantillon contribue, avec la couche d'aluminium qui enveloppe la surface latérale de l'échantillon, à la réduction du risque de fuites d'eau pendant l'essai.

Le test est effectué en conditions de température contrôlée ( $20 \pm 1^\circ\text{C}$ ) de manière à ce que la masse volumique ( $\rho$ ) et la viscosité ( $\mu$ ) de l'eau distillée utilisée ne varie pas significativement pendant l'essai.

### 3.2.2 Préparation et pré-conditionnement des échantillons

La formulation du béton utilisé pour l'étude est donnée dans le tableau 3.1. Des éprouvettes cylindriques de diamètre ( $d_s$ ) 110 mm, 160 mm et 250 mm ont été coulées dans des moules en acier pour éviter tout défaut géométrique qui apparaît en général lorsque des moules en carton sont utilisés. Elles ont été démoulées à 48 heures, puis conservées dans un film alimentaire puis du papier d'aluminium auto-adhésif pour la cure. Après trois mois de cure à température ambiante ( $20 \pm 1^\circ\text{C}$ ), les éprouvettes ont été sciées et rectifiées pour amener leur épaisseur ( $t_s$ ) à 50 mm, 90 mm ou 130 mm. Finalement, afin de limiter le

séchage du matériau, chaque corps d'épreuve a été conservé dans du papier d'aluminium auto-adhésif.

Avant d'effectuer chaque essai de perméabilité, deux plaques de verre sont collées sur les deux côtés de l'échantillon, afin d'assurer un contact uniforme aux pointes des LVDTs (lesquelles ne sont pas directement en contact avec la surface latérale de l'éprouvette). La surface latérale du corps d'épreuve est ensuite enveloppé par une bande adhésive d'aluminium de manière à assurer l'isolement hydraulique. L'échantillon est ensuite saturé sous vide en eau distillée pendant 24 heures.

### 3.2.3 L'hétérogénéité du béton et les propriétés de transport

Il est bien connu que la réponse mécanique du béton présente des effets d'échelle. Plusieurs travaux, depuis les années 80 [Bažant et Raftshol 1982, Bažant et Planas 1998, Rossi *et al.* 1992b; 1994, Carpinteri 1994], ont montré que, dans les essais mécaniques, l'hétérogénéité du matériau conduit généralement à une dispersion des résultats et à une dépendance vis-a-vis de la taille de l'échantillon.

Moins d'attention a été portée à l'analyse de la présence d'effets d'échelle dans les mesures de perméabilité. Le peu d'études expérimentales à ce sujet n'a pas relevé d'effet de volume dans la perméabilité mesurée sur des échantillons de petite taille [Verdier *et al.* 2002, Perraton *et al.* 1999]. Plus récemment, un effet d'échelle vis-a-vis du diamètre de l'échantillon a été mis en évidence par Alarcon-Ruiz *et al.* [2010] sur éprouvettes de grands diamètre endommagées thermiquement.

À notre connaissance, aucun résultat expérimental n'est disponible concernant les effets d'échelle en présence de fissuration localisée dans la littérature. Pour cette raison, un grand nombre de spécimens de différentes tailles (diamètre et épaisseur) ont été testés (voir le Tableau 3.2). Pour chaque dimension de l'échantillon au moins trois essais ont été effectués.

### 3.2.4 Protocole pour la mesure du débit

La procédure d'essai est la suivante :

1. une pré-charge d'environ 0.5 kN est appliquée en mode manuel ;
2. la pression différentielle  $\Delta p = 0.09$  MPa est ensuite maintenue assez longtemps pour vérifier l'absence de fuites dans le système hydraulique ;
3. une rampe de chargement est démarré avec une vitesse constante  $\Delta d_s / \Delta t$  de 10  $\mu\text{m}/\text{min}$  ;
4. la variation diamétrale moyenne  $\Delta d_s$  est bloquée à intervalles réguliers de 50  $\mu\text{m}$ .
5. pour chaque palier de  $\Delta d_s$  plusieurs niveaux de  $\Delta p$  sont imposés sur une durée suffisante pour atteindre un écoulement en régime permanent (lignes vertes dans la figure 3.5a). Le débit massique d'eau  $Q$  (kg/s) traversant la fissure est alors estimé comme variation temporelle de la masse en amont (figure 3.5b) :

$$Q = \left| \frac{\Delta M}{\Delta t} \right| \quad (3.5)$$

6. afin d'éviter l'apparition de fissures latérales et toute fuite au droit des contacts rotule-éprouvette et éprouvette-piston, le déplacement moyen est limité à la valeur

**Tableau 3.1** – Formulation du béton ordinaire (BO) utilisé dans l'étude.

Composants	kg/m <sup>3</sup>
Ciment : CEM I 52.5 N PMES CP2	340.00
Eau	184.22
Sable : Bernières 0/4	739.45
Gravier : Bernières 6.3/20	1072.14

**Tableau 3.2** – Protocole hydromécanique : programme expérimental, dimensions (diamètres et épaisseurs) et nombre d'éprouvettes testées.

Diamètre, $d_s$ (mm)	Épaisseur, $t_s$ (mm)	Nombre d'éprouvettes
110	50	6
110	90	3
110	130	3
160	50	3
250	50	3

maximale  $\Delta d_{s,\max}$  de 300  $\mu\text{m}$ . A cette valeur, la rampe de chargement est inversée jusqu'à décharger complètement l'échantillon.

Un résultat typique du protocole proposé est représenté dans la figure 3.5.

La durée maximale du test (environ 3 heures), comparée au temps nécessaire afin d'observer une réduction importante de l'ouverture de fissure associée aux phénomènes d'auto-cicatrisation [Reinhardt et Jooss 2003, Argouges et Gagné 2009, Clear 1985] (figure 3.6), est très modeste. On peut ainsi considérer que l'essai est suffisamment rapide pour éviter que des phénomènes de cicatrisation soient susceptibles de modifier sensiblement la morphologie interne de la fissure et que, par conséquent, l'écoulement du fluide ne soit pas influencé par ces phénomènes secondaires/parasites. On remarque que une méthode alternative pour remédier aux effets de cicatrisation aurait pu consister à contrôler le taux de carbonate dans l'eau injectée [Ranaivomanana *et al.* 2013].

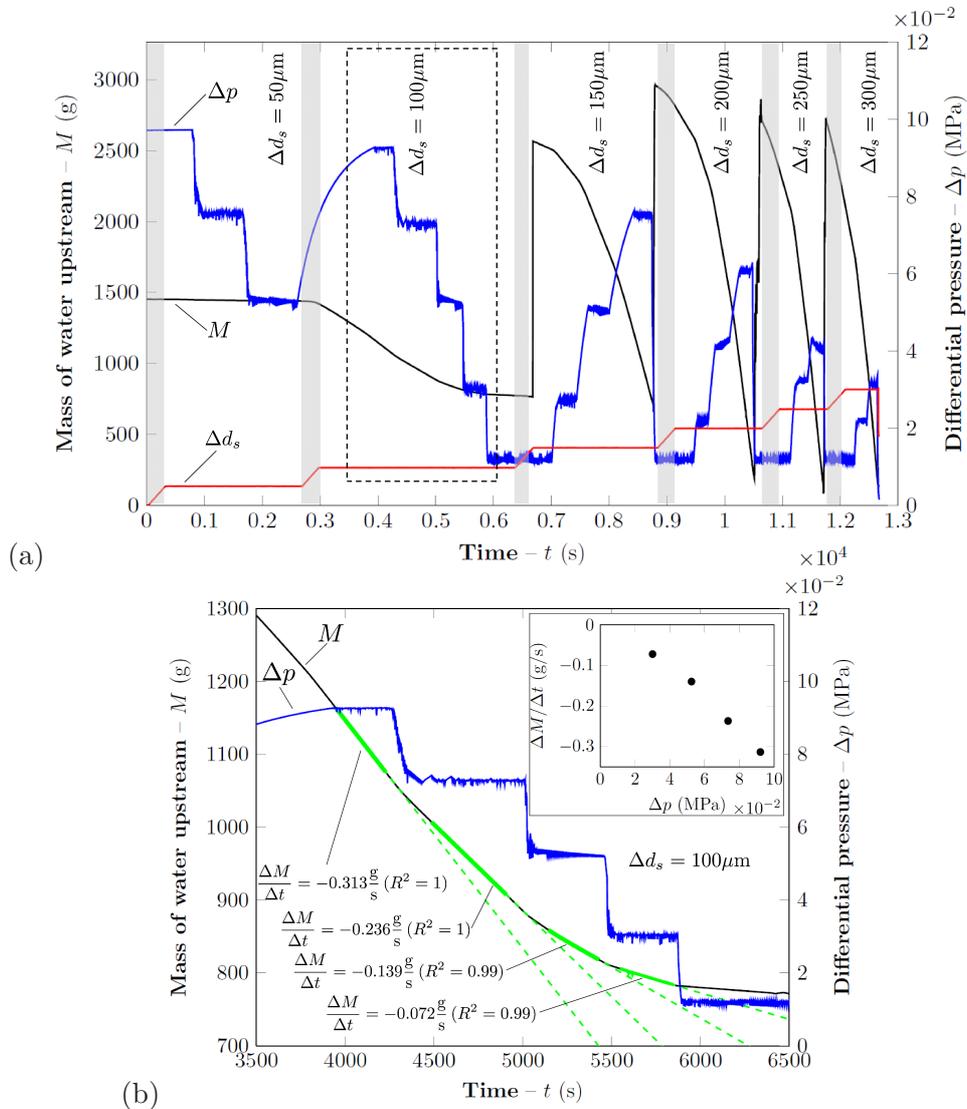
### 3.2.5 Calcul de l'ouverture de fissure

L'ouverture de fissure sur chacune des faces est calculée à partir des déplacements mesurés par LVDTs. Ce calcul est effectué en deux étapes (figure 3.7) :

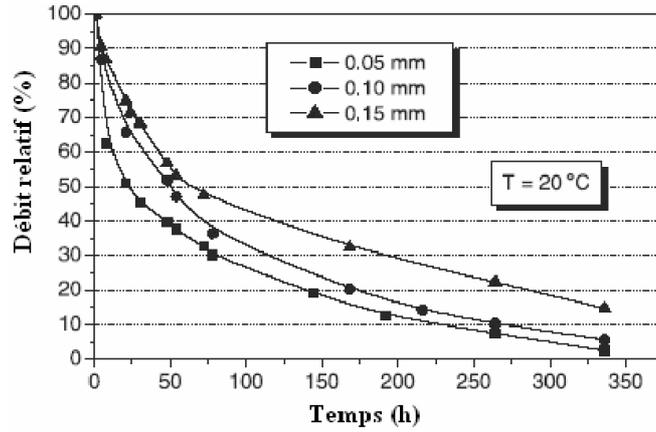
1. Sous l'hypothèse de conservation de la planéité des sections verticales, les variations de diamètres,  $\Delta d_{f(r)}$ , qui auraient été mesurées sur les faces de l'éprouvette si des capteurs de déplacement y avaient été installés (figure 3.8a) peuvent être calculés comme :

$$\Delta d_f = \Delta d_s + \frac{\Delta d_{lvd,t,f} - \Delta d_{lvd,t,r} t_s}{0.03m} \frac{t_s}{2} \quad (3.6)$$

$$\Delta d_r = \Delta d_s - \frac{\Delta d_{lvd,t,f} - \Delta d_{lvd,t,r} t_s}{0.03m} \frac{t_s}{2}; \quad (3.7)$$



**Figure 3.5** – Protocole hydromécanique : a) Protocole d’essai, évolution de la masse d’eau en amont, de la pression différentielle  $\Delta p$ , de la force  $F$  et de la variation diamétrale moyenne  $\Delta d_s$  pour un essai représentatif (éprouvette avec  $d_s = 110\text{mm}$  et  $t_s = 50\text{mm}$ ) ; b) Procédure de calcul du débit massique  $Q$  à partir des mesures de masse  $M$  pour  $\Delta d_s$  fixé, pour un essai représentatif.



**Figure 3.6** – Évolution du débit relatif en fonction du temps pour des fissures d'ouvertures 0.05 mm, 0.1 mm et 0.15 mm [Reinhardt et Jooss 2003].

2. L'ouverture de fissure à mi hauteur de l'éprouvette (figure 3.8b), au droit des capteurs de déplacement, peut alors être calculée sous la condition qu'au pic d'effort, l'éprouvette est rompue en deux blocs élastiques sans zones endommagées dans le voisinage de la fissure. Les déplacements calculés sur les faces  $\Delta d_{f(r)}$  peuvent donc être écrits comme somme d'un déplacement élastique  $\Delta d_{f(r)}^e$  et d'une ouverture de fissure  $a_{m,f(r)}$ . Ceci se traduit par les expressions suivantes des ouvertures avant et arrière :

$$a_{m,f} = \Delta d_f - \Delta d_f^e \quad (3.8)$$

$$a_{m,r} = \Delta d_r - \Delta d_r^e \quad (3.9)$$

dans lesquelles,  $\Delta d_{f(r)}^e$  sont retranchés aux variations de diamètres calculées sur les deux faces en fonction de la force appliquée  $F$  et des pentes des courbes  $(F, \Delta d_{f(r)})$  dans la phase pré-pic d'effort

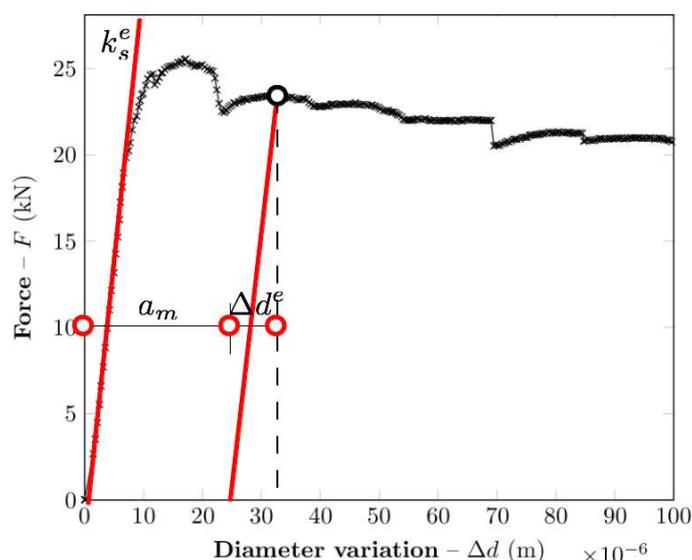
$$\Delta d_{s,f}^e = \frac{F}{k_{s,f}^e} \quad (3.10)$$

$$\Delta d_{s,r}^e = \frac{F}{k_{s,r}^e} \quad (3.11)$$

La validation de la méthodologie proposée est donnée dans la section 3.3.3 par comparaison entre les résultats obtenus par LVDTs et en utilisant une technique de corrélation d'image numérique.

### 3.3 Caractérisation statistique de la géométrie de la fissure

Pour chaque face de l'échantillon, la caractérisation géométrique de la fissure est obtenue en utilisant une technique de corrélation d'image numérique (CIN). Ces mesures complètent et valident les informations fournies par les LVDT. Une relation statistique entre l'ouverture de fissure à mi hauteur (calculée d'après les mesures de variation diamétrale moyenne  $\Delta d_s$  dérivées, elles mêmes, des mesures par LVDTs) et d'autres informations



**Figure 3.7** – Procédure de calcul de l'ouverture de fissure à partir des mesures de déplacement obtenues par LVDTs.

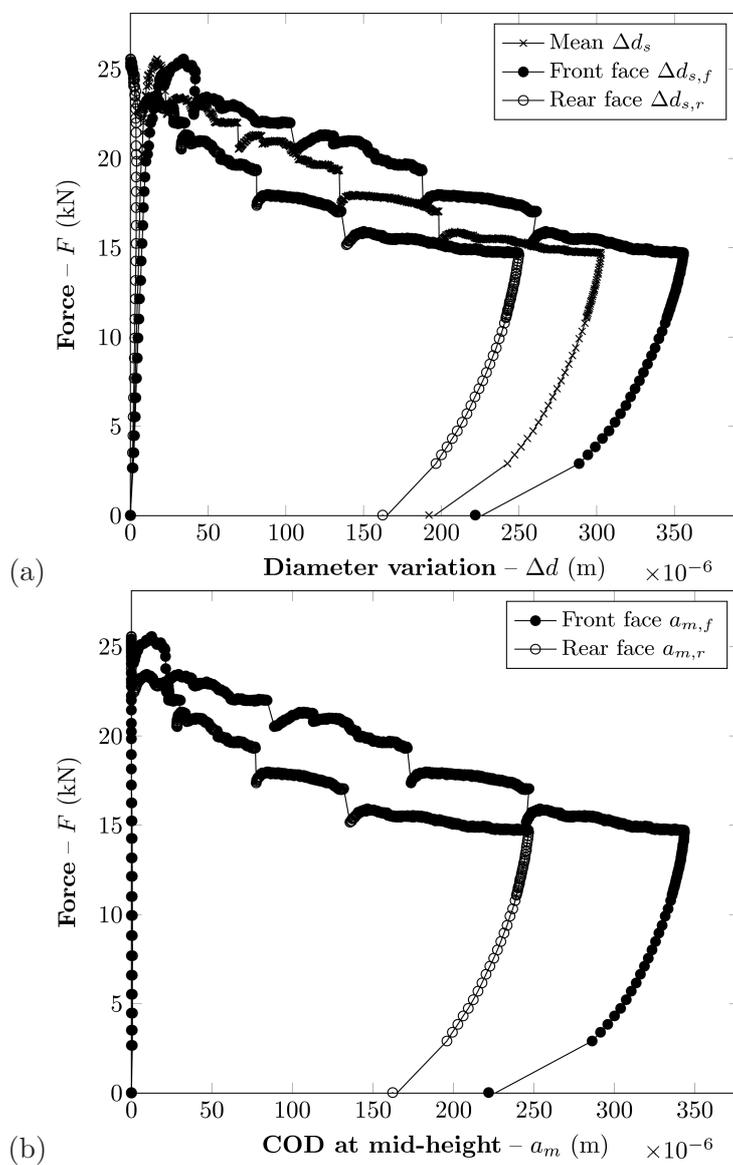
géométriques sur la fissure (surface et ouverture moyenne, calculées par CIN) est donc obtenue. A cet effet, une deuxième série d'essais purement mécaniques de fendage brésilien à déplacement contrôlé a été effectuée.

### 3.3.1 Préparation des échantillons

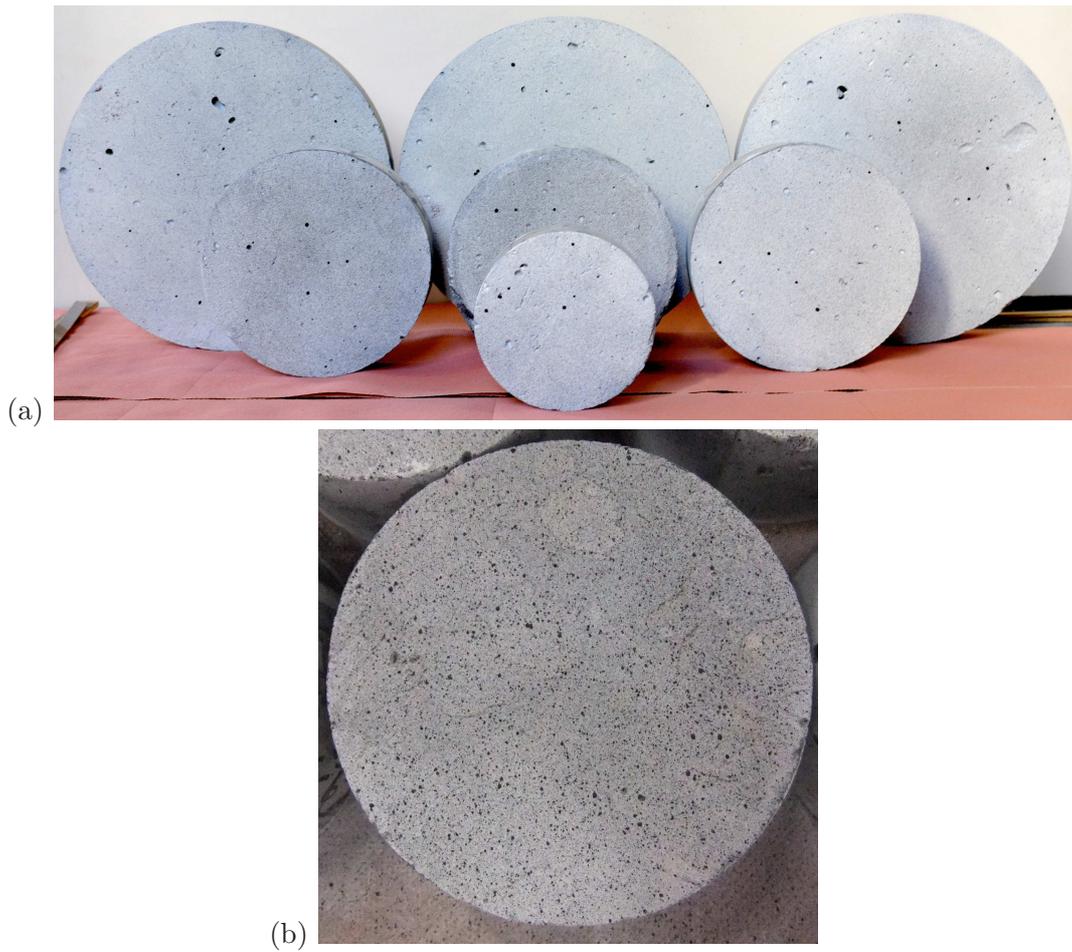
Seize essais mécaniques ont été effectués sur des échantillons de tailles différentes (diamètres et épaisseurs donnés dans le tableau 3.3). Contrairement aux essais de perméabilité, effectués sur des échantillons saturés d'eau, les tests de corrélation d'image sont effectués sur des échantillons sans un pré-conditionnement hydraulique préliminaire.

**Préparation des corps d'épreuve pour la CIN** Avant les essais de caractérisation géométrique par CIN, de la peinture blanc mat est appliquée à la bombe sur chaque face de l'éprouvette. Après séchage, un mouchetis aléatoire très fin de points noirs est appliqué (figure 3.9). Les clichés des deux faces sont pris par deux appareils photo (Nikon D300s, objectifs standards Nikkor 50 mm F/1.4G) dont les axes optiques ont été alignés dans l'axe de l'éprouvette.

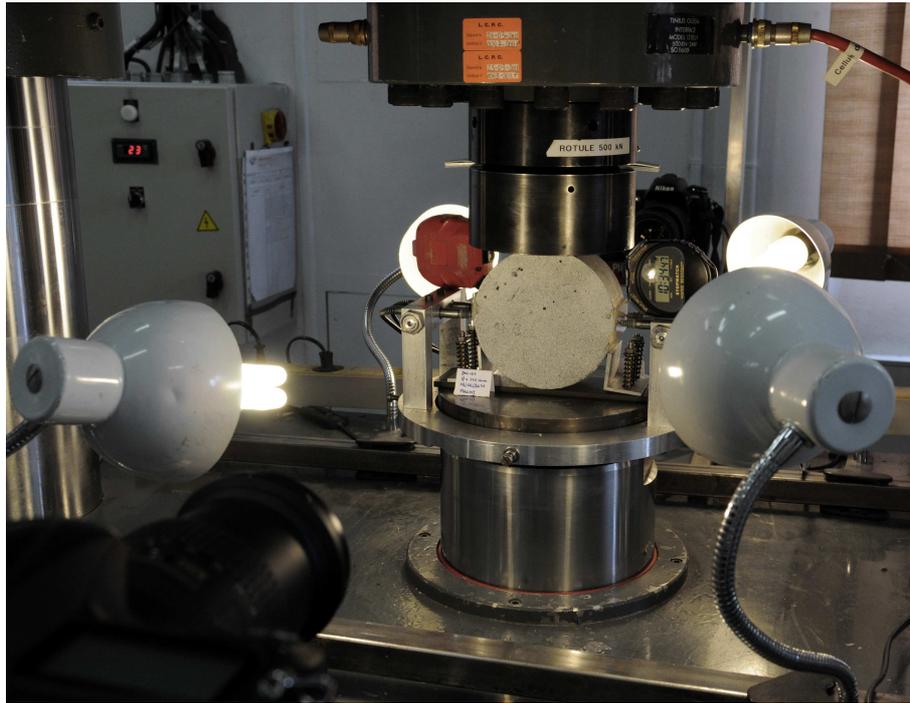
**Procédure d'essai** La procédure d'essai est la suivante. Après une pré-charge d'environ 0.5 kN, appliquée en mode manuel (voir la section 3.2), les deux premières images (une de chaque côté) sont prises : ces images sont considérées comme représentatives de l'état de référence pour les calculs de CIN. La rampe de chargement est commencée à une vitesse de  $\Delta d_s / \Delta t = 10 \mu\text{m}/\text{min}$  et les images sont automatiquement prises tous les  $\Delta d_s = 20 \mu\text{m}$  jusqu'à  $300 \mu\text{m}$ , comme dans la procédure présentée dans le paragraphe 3.2.4. La rampe est alors inversée pour décharger l'éprouvette.



**Figure 3.8** – a) Variations des diamètres calculées sur les faces d’une éprouvette représentative (diamètre 110 mm); b) Ouverture de fissure à mi-hauteur  $a_m$  d’une éprouvette représentative (diamètre 110 mm).



**Figure 3.9** – Préparation des corps d'épreuve pour l'utilisation de la technique de CIN et détail du mouchetis aléatoire.



**Figure 3.10** – Montage expérimental pour la caractérisation géométrique via une technique de CIN.

**Tableau 3.3** – Programme expérimental pour le protocole mécanique de caractérisation géométrique des fissures – dimensions et nombre d'éprouvettes testées.

Diamètre (mm)	Épaisseur (mm)	Nombre d'éprouvettes
110	50	10
160	50	3
250	50	3

### 3.3.2 Éléments sur la corrélation d'image numérique CIN

La technique CIN est une méthode optique qui permet d'identifier le champ de déplacement d'un élément de surface en identifiant la transformation multidimensionnelle liant une image numérique de référence à une image déformée. En pratique, on cherche le vecteur translation  $\mathbf{u}$  associé à cette transformation en un nombre fini de positions dans l'image de référence.

Mathématiquement la recherche de la transformation, repose sur la maximisation d'une fonction de corrélation croisée, qui agit sur deux fonctions définies sur deux images codées en niveaux de gris. Soit  $(O, x, y)$  (en deux dimensions) un système de référence cartésien défini sur l'image de référence. Si l'on appelle  $\mathbf{p} = (x, y)$  et  $\mathbf{q} = (x^*, y^*)$  les positions de deux points génériques dans les configurations de référence et déformée respectivement, le

coefficient de corrélation  $r_{pq}$  peut être écrit comme :

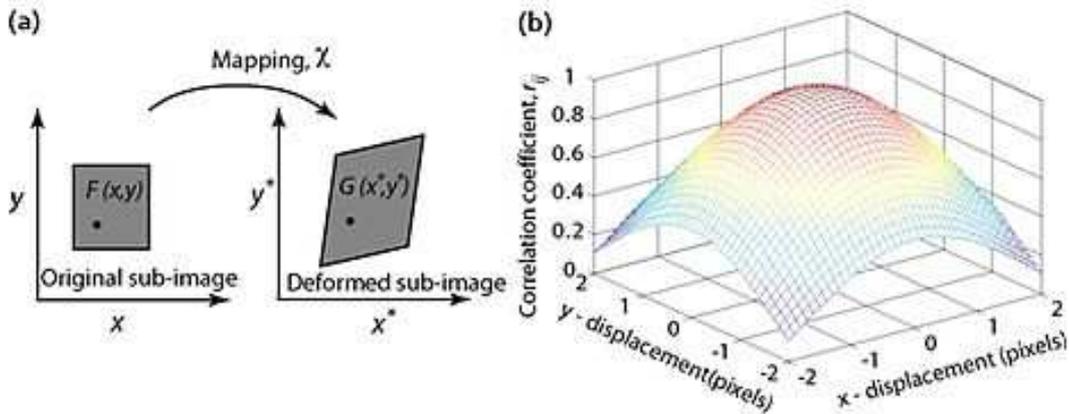
$$r_{pq}(\mathbf{u}, \nabla \mathbf{u}) = 1 - \frac{\sum_{\mathbf{p}} \sum_{\mathbf{q}} [f(\mathbf{p}) - \bar{f}] [g(\mathbf{q}) - \bar{g}]}{\sum_{\mathbf{p}} [f(\mathbf{p}) - \bar{f}] \sum_{\mathbf{q}} [g(\mathbf{q}) - \bar{g}]} \quad (3.12)$$

dans laquelle  $f$  et  $g$  sont les opérateurs qui définissent le niveau de gris dans les images correspondant aux deux états,  $\bar{f}$  et  $\bar{g}$  sont les valeurs moyennes de  $f$  et  $g$ , et  $\nabla \mathbf{u}$  est le gradient spatial du champ de déplacement  $\mathbf{u} = (u, v)$ . L'opérateur de corrélation  $r_{pq}$  vaut 1 lorsque les deux fonctions sont identiques et tend vers -1 quand les fonctions sont différentes.

Si le mouvement est perpendiculaire à l'axe optique de la camera, les coordonnées des point  $\mathbf{q}^*$ , transformé de  $\mathbf{p}$  en configuration déformée, peuvent être approximées par la transformation affine :

$$\mathbf{q}^* = \mathbf{p} + \mathbf{u}(\mathbf{p}) + \mathbf{p}^T \nabla \mathbf{u} \quad (3.13)$$

Pour mesurer la transformation entre deux images, l'algorithme de corrélation recherche donc les valeurs des déplacements  $\mathbf{u}(\mathbf{p})$  telle que  $g(\mathbf{q}^*)$  maximise l'opérateur de corrélation avec  $f$ . Ces valeurs  $\mathbf{u}(\mathbf{p})$  sont retenues comme les meilleures estimations des déplacements de l'image  $g$  par rapport à l'image  $f$ .



**Figure 3.11** – Principes de fonctionnement de la technique de CIN.

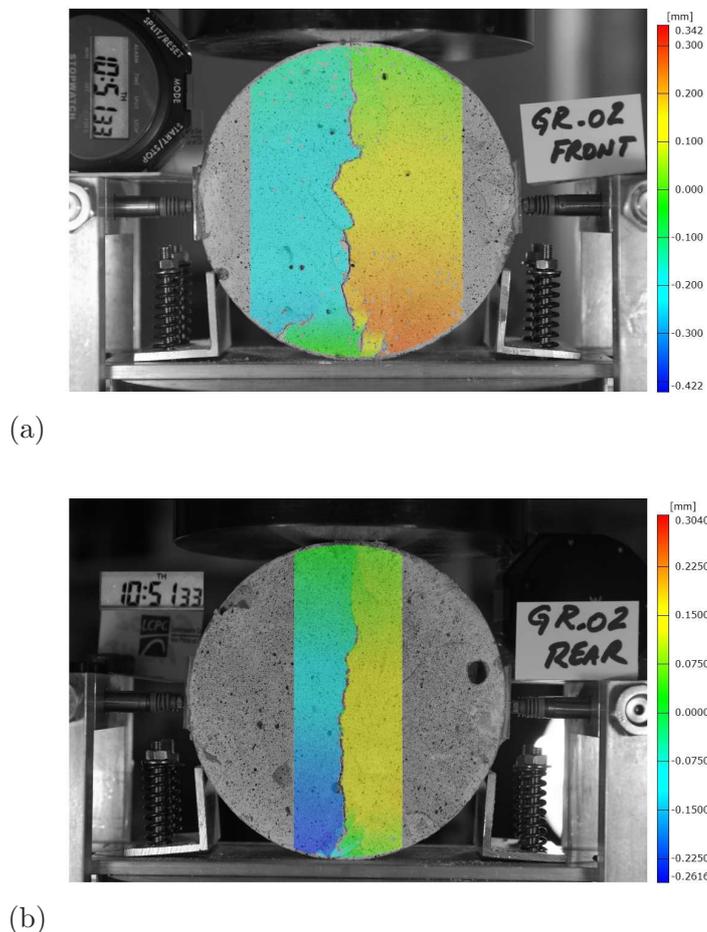
Les logiciels de CIN appliquent cet algorithme sur une série de sous-images de l'image de référence (facettes). L'image de référence est fixée, et la dimension des facettes est paramétrée par l'opérateur. La fonction de corrélation entre une facette de référence et une facette déformée est donc calculée, et la sous-image correspondante à sa configuration déformée (son *alter ego*) est obtenue par maximisation de la fonction de corrélation croisée avec l'image de référence. Le déplacement au point barycentrique de la facette analysée est donc estimé. La répétition de cette procédure permet de parvenir à la transformation entre les deux images complètes : la valeur moyenne du champs de déplacement en un nombre fini de points de chaque image (les barycentres des facettes). Du point de vue pratique, concernant la définition des facettes, leur dimension doit être suffisamment petite afin d'obtenir le champ de déplacements en un grand nombre de points et, en même

temps, suffisamment grand pour permettre à l'opérateur de corrélation d'avoir suffisamment d'informations pour retrouver l'homologue de cette image sur l'autre image. Par conséquent, la détermination de ces dimensions doit être effectuée cas par cas en fonction des caractéristiques du mouchetis aléatoire utilisé.

Pour des éléments plus spécifiques sur la technique ainsi que les détails mathématiques de la méthode le lecteur peut se référer, par exemple, à [Hild et Roux 2006, GOM-mbH 2010, Sutton *et al.* 2009].

### 3.3.3 LVDT – CIN

**Calcul des ouvertures de fissure** Les photos prises pendant l'essai sont comparées par paires en utilisant le logiciel ARAMIS, développé par la société GOM Optical Measuring Systems. Chaque face de l'éprouvette est traitée avec cette méthode qui fournit, à chaque étape, les composantes du champ de déplacement  $\mathbf{u}$  (figure 3.12).



**Figure 3.12** – Champs de déplacement horizontal calculés sur les faces d'un échantillon représentatif de diamètre 110 mm.

Un script MATLAB développé spécialement, permet le calcul des ouvertures  $a(y)$  sur le trajet de la fissure à partir des champs de déplacement  $\mathbf{u}$  obtenus grâce à la CIN. La

procédure de calcul, pour laquelle une représentation schématique est donnée en figure 3.13, peut être synthétisée comme suit. Étant donné un système cartésien de coordonnées  $(O, x, y)$  avec axes sur la face de l'échantillon, tel que  $y$  est parallèle à la direction de chargement (verticale) et  $x$  est perpendiculaire à  $y$ , pour le  $i$ -ème couple de nœuds  $P_+^i \in S_+$  et  $P_-^i \in S_-$  tel que dans la configuration de référence  $y(P_+^i) = y(P_-^i) = y^i$ , on écrit

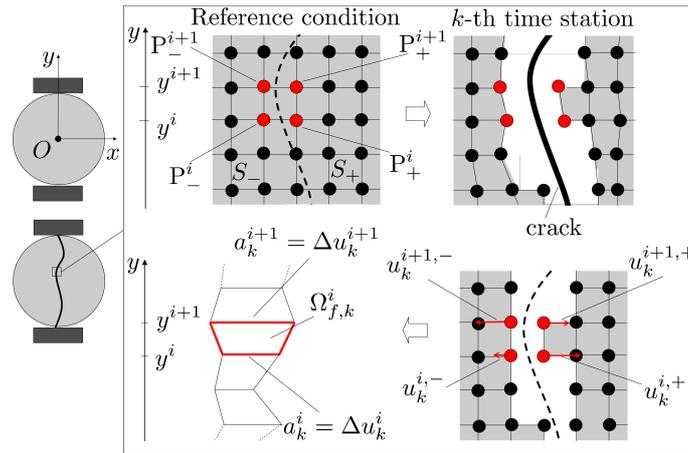
$$\Delta u_k^i = u_k^{i,+} - u_k^{i,-} \quad \text{et} \quad \Delta v_k^i = v_k^{i,+} - v_k^{i,-} \quad (3.14)$$

pour les déplacements relatifs horizontaux et verticaux respectivement au  $k$ -ème pas de temps. Si l'on observe que, due à l'état de chargement, la composante verticale du déplacement relatif est toujours négligeable en comparaison avec la composante horizontale :

$$\frac{\Delta v_k^i}{\Delta u_k^i} \ll 1, \quad (3.15)$$

et en supposant négligeable la déformation dans le voisinage de la fissure, l'ouverture de la fissure peut être calculée  $\forall y^i \in [-d_s/2, d_s/2]$  comme suit (voir figure 3.13) :

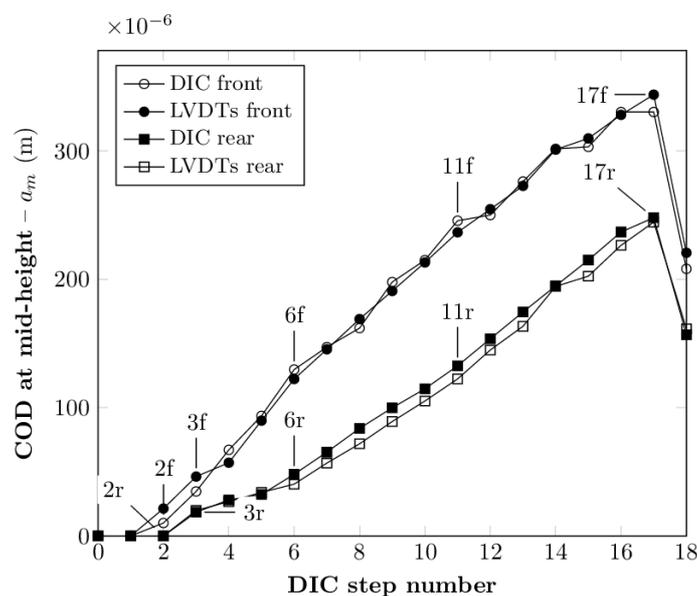
$$a = a_k(y^i) = \Delta u_k^i. \quad (3.16)$$



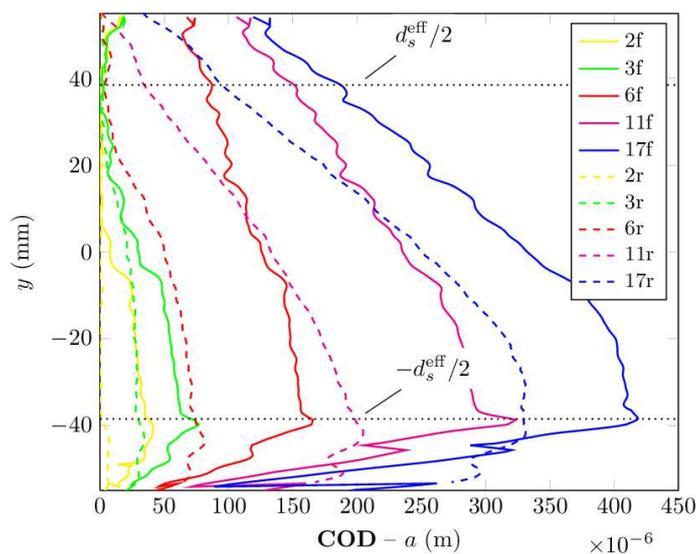
**Figure 3.13** – Protocole mécanique – CIN : procédure de calcul de l'ouverture de fissure  $a(y)$  et de la surface de la fissure à partir du champ de déplacement  $\mathbf{u}$ .

**Validation des résultats** Les ouvertures de fissures à mi hauteur de l'éprouvette  $a_m = a(y = 0)$  obtenues avec les deux techniques (LVDTs et CIN) sont comparées dans la figure 3.14-a. La bonne concordance entre les mesures confirme la validité du traitement des mesures de déplacement effectuées avec les LVDT pour extraire l'ouverture de fissure après avoir ôté la partie élastique des variations de diamètre ramenées sur chacune des faces de l'éprouvette. Une concordance analogue a été trouvée pour l'ensemble des échantillons testés. L'analyse du champ de déplacements confirme aussi l'hypothèse concernant l'absence de zones endommagées dans le voisinage de la fissure.

Pour les 5 étapes décrites par la figure 3.14, les graphiques des ouvertures de fissure en fonction de la position sur la hauteur de l'éprouvette sont tracés sur la figure 3.15.



**Figure 3.14** – Protocole mécanique - Comparaison entre les évolutions temporelles des ouvertures de fissure à mi hauteur d'une éprouvette, calculées à partir des mesures de déplacement par LVDTs et les calculs de CIN (éprouvette représentative de 110 mm).



**Figure 3.15** – Protocole mécanique – Ouverture de fissure  $a(y)$  le long de la fissure sur une face d'une éprouvette de 110 mm (f = face avant ; r = face arrière).

**Calcul de la surface de la fissure** Une fois que l'ouverture  $a$  est déterminée sur le trajet de la fissure, la surface de fissure  $\Omega_{F,k}$  peut être déterminée pour chaque face de l'éprouvette et chaque  $k$ -ème pas de temps de l'essai. Elle peut être calculée comme la somme de toutes les surfaces élémentaires  $\Omega_{F,k}^i$  de trapèzes ayant les bases  $a_k^i$  et  $a_k^{i+1}$  et hauteur  $(y^{i+1} - y^i)$  :

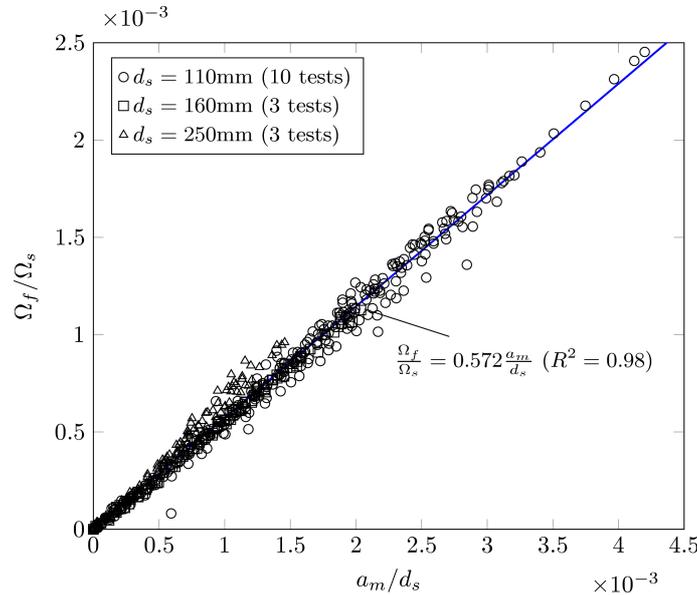
$$\Omega_{F,k} = \sum_i \Omega_k^i = \sum_i \frac{(a_k^i + a_k^{i+1})(y^{i+1} - y^i)}{2} \quad (3.17)$$

### 3.3.4 Relation statistique entre ouverture et surface de fissure

Pour chaque échantillon testé, la surface de la fissure  $\Omega_{F,k}$  peut être représentée comme une fonction de l'ouverture de fissure  $a_{m,k}$ . La Figure 3.16 représente la surface de la fissure normalisée  $\frac{\Omega_F}{\Omega_s}$  ( $\Omega_s = \frac{\pi d_s^2}{4}$  étant la surface de la face de l'échantillon) par rapport à l'ouverture de fissure normalisée  $\frac{a_m}{d_s}$ . Une régression linéaire :

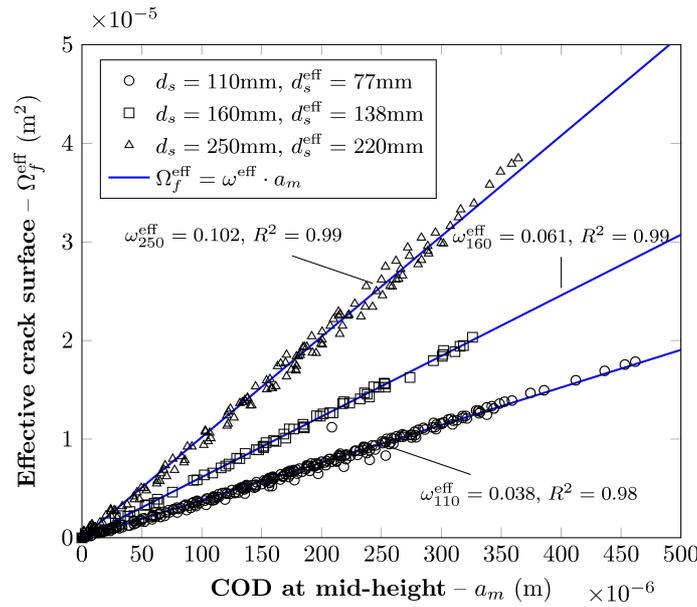
$$\frac{\Omega_F}{\Omega_s} = 0.572 \frac{a_m}{d_s} \quad (3.18)$$

permet de lisser les mesures avec un coefficient de corrélation  $R^2 > 0.99$ , confirmant ainsi l'hypothèse que, dans la phase post-pic, l'échantillon est divisé en deux blocs élastiques. Ceci met en évidence l'homothétie du processus d'ouverture de fissure.



**Figure 3.16** – Lien statistique entre l'ouverture de fissure normalisée  $a_m/d_s$  et la surface de fissure normalisée  $\Omega_F/\Omega_s$ .

Il faut relever que, lorsque le protocole hydromécanique est appliqué, la portion de la face du corps d'épreuve soumise au chargement hydrique n'est pas la surface totale de l'éprouvette  $\Omega_s$ , mais une surface réduite du fait de la présence des réservoirs en acier



**Figure 3.17** – Relation statistique entre l'ouverture de fissure à mi-hauteur de l'éprouvette  $a_m$ , calculée d'après les mesures de variation diamétrale, et la surface de la fissure  $\Omega_F$  calculée par CIN.

et des joints sur les faces de l'éprouvette. On peut donc considérer que pendant l'essai de perméabilité, la surface exposée à la pression hydraulique est limitée à une surface circulaire ayant un diamètre  $d_s^{\text{eff}}$  (dénommé diamètre effectif) égal au diamètre interne des joints de silicone : 77 mm, 138 mm et 220 mm pour les échantillons ayant un diamètre respectif de 110 mm, 160 mm et 250 mm.

De manière analogue, une partie seulement de la surface de la fissure doit être considérée comme représentative de la surface de percolation du liquide. La relation analytique 3.18 n'est pas directement utilisable afin d'estimer la perméabilité, mais des relations analytiques entre  $a_m$  et les surfaces effectives de percolation  $\Omega_F^{\text{eff}}$  sont nécessaires.

Ces dernières peuvent être calculées en répétant la procédure ci-dessus présentée pour  $y$  variable dans l'intervalle  $\left[-\frac{d_s^{\text{eff}}}{2}, \frac{d_s^{\text{eff}}}{2}\right]$ . Pour les trois diamètres des échantillons testés, des régressions linéaires permettent de représenter avec des coefficients de corrélation  $R^2$  proches de l'unité le lien entre  $\Omega_F^{\text{eff}}$  et  $a_m$  (figure 3.17) :

$$\Omega_F = \omega^{\text{eff}} a_m \quad \omega^{\text{eff}} = \begin{cases} 0.038 & d_s = 110 \text{ mm} \\ 0.061 & d_s = 160 \text{ mm} \\ 0.102 & d_s = 250 \text{ mm} \end{cases} \quad (3.19)$$

Ces relations sont exprimées sous forme statistiques afin d'être utilisées ensuite pour relier les propriétés de transfert avec les propriétés géométriques de la fissure.

Il faut souligner que la technique de corrélation d'image fournit des informations utiles sur la géométrie de la fissure, mais seulement pour ce qui concerne sa morphologie externe. Toutefois, il est évident qu'aucune information sur sa morphologie interne (tortuosité, distribution réelle des ouvertures, rugosité des lèvres) ne peut être obtenue. À cette fin,

d'autres recherches expérimentales ont été entreprises afin de relever, au moyen d'un scanner laser 3D à haute définition, les profils internes des fissures générées lors des essais et de mettre en relation les propriétés géométriques relevées avec des mesures de débit.

### 3.4 La perméabilité aux fluides d'un béton traversé par une fissure unique : résultats et discussion

Dans cette dernière partie du chapitre, les mesures expérimentales de débit massique à travers les échantillons fissurés sont combinées avec les informations géométriques obtenues par CIN-LVDT afin d'estimer statistiquement l'évolution de la perméabilité en fonction de l'ouverture de fissure.

#### 3.4.1 Cadre théorique

**La loi de Darcy** En raison de la durée modeste du test et la saturation préalable des éprouvettes, on peut supposer le drainage vers la matrice négligeable [Bodin *et al.* 2003]. Par conséquent, le débit massique mesuré peut être relié uniquement à l'eau s'écoulant au travers de la fissure sans aucune contribution de l'écoulement au travers de la porosité, dans les zones intactes de l'échantillon. Sous l'hypothèse de flux unidirectionnel en régime laminaire (cette hypothèse sera validé par la suite) et en négligeant les effets de gravité on peut supposer valide la loi de Darcy pour l'écoulement en milieu poreux :

$$Q_F = \frac{\rho}{\mu} k_F \left( \frac{\Delta p}{\Delta x} \right) A_F, \quad (3.20)$$

où  $A_F$  ( $m^2$ ) est la surface de la section transversale à l'écoulement,  $\Delta p/\Delta x = (|p_d - p_u|)/t_s$  (Pa/m) est le gradient de pression macroscopique (supposé uniforme au sein de l'échantillon),  $\mu$  et  $\rho$  sont la viscosité dynamique et la masse volumique de l'eau distillée respectivement.

La perméabilité de la fissure  $k_F$  ( $m^2$ ) peut donc être estimée en fonction du débit massique mesuré  $Q_F$ , qui est supposé transiter horizontalement de l'amont vers l'aval, de la façon suivante :

$$k_F = \frac{Q_F \mu}{A_F \rho} \left( \frac{\Delta p}{\Delta x} \right)^{-1}. \quad (3.21)$$

**Le modèle des plaques parallèles** Le modèle le plus simple pour décrire l'écoulement d'un fluide incompressible en régime laminaire à travers une fracture est le modèle dit des plaques parallèles (PPM) [Snow 1969, Zimmerman et Bodvarsson 1996], présenté dans le chapitre précédent. Ce modèle peut être déduit directement de la résolution des équations de Navier-Stokes en faisant l'hypothèse géométrique que les parois de la fissure peuvent être représentées par deux plaques parallèles et lisses, séparées par une ouverture  $a$ . Cette solution, bien connue, est dite "loi cubique". La perméabilité peut donc être définie en fonction du carré de l'ouverture de fissure comme suit :

$$k_F^{\text{PPM}} = \frac{a^2}{12}. \quad (3.22)$$

**Le modèle des plaques parallèles modifié** Les fissures réelles dans les bétons ou les roches, ont cependant des surfaces rugueuses et des ouvertures variables. De plus, dans l'intérieur du corps d'épreuve la fissure peut ne pas être totalement développée et, dans certaines zones, ses lèvres peuvent être en contact. Parmi les formulations proposées pour corriger le modèle idéal et pour permettre de prendre en compte ces effets (au regard de l'absence d'information concernant la morphologie réelle de la fissure) on introduit l'utilisation d'une ouverture moyenne représentative  $\bar{a}$  et un facteur réductif  $\alpha$  estimé sur la base des données expérimentales [Witherspoon *et al.* 1980] :

$$k_F = \frac{\bar{a}^2}{12\alpha} \quad (3.23)$$

Cette typologie de formulation est souvent utilisée dans le cadre de la modélisation numérique des processus couplés entre fissuration et transport dans les bétons.

**Estimation de la perméabilité et interprétation selon une loi de type Poiseuille** Dans l'optique d'utiliser la loi de Darcy (3.21) pour estimer la perméabilité et une loi de type cubique afin d'interpréter les résultats expérimentaux, il est nécessaire de définir deux grandeurs géométriques :

1. une surface de percolation du fluide  $A_F$ , représentative de la section transversale à l'écoulement ;
2. une ouverture de fissure  $\bar{a}$ , déterminée sur la base des résultats expérimentaux. Cette définition joue un rôle primordial dans la définition de la perméabilité de la fissure, car de ce choix dépendra aussi la loi qui définit le facteur correctif  $\alpha$ . Dans ce sens, le paramètre  $\alpha$  ne doit pas être considéré comme déterminé de façon unique, mais il est soumis au choix préliminaire de l'ouverture représentative. De plus amples considérations seront présentées dans ce qui suit.

En l'absence d'information concernant la distribution spatiale des ouvertures à l'intérieur de la fissure, la surface  $A_F$  est estimée comme valeur moyenne de la surface effective de la fissure calculée sur les deux faces, à l'amont et à l'aval (dans la suite : entrée *in*, sortie *out*), de l'échantillon :

$$A_F = \Omega_F^{\text{eff}} = \frac{\Omega_{F,in}^{\text{eff}} + \Omega_{F,out}^{\text{eff}}}{2} \quad (3.24)$$

D'une manière cohérente, une possibilité consiste à utiliser une ouverture  $\bar{a}$  égale à la moyenne des ouvertures moyennes déterminées sur les faces :

$$\bar{a} = \frac{\bar{a}_{in} + \bar{a}_{out}}{2} = \frac{\Omega_F^{\text{eff}}}{w} \quad (3.25)$$

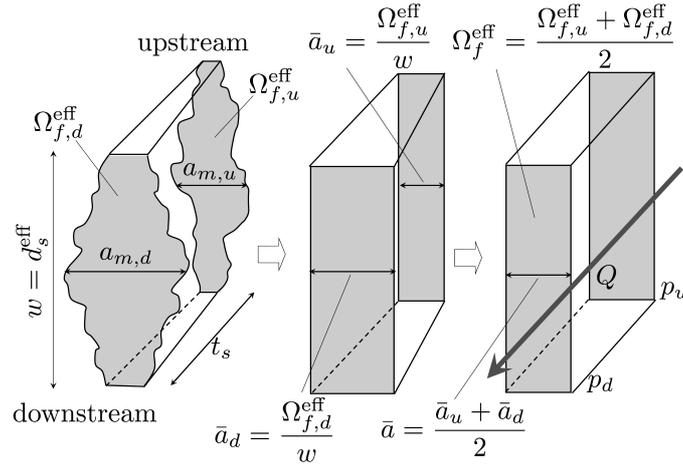
Dans cette expression, on prend  $w = d_s^{\text{eff}}$ , longueur qui correspond au diamètre du joint souple interposé entre le réservoir et la face de l'éprouvette.

Ces quantités peuvent être calculées comme suit :

1. Pour chaque niveau de variation des diamètres  $\Delta d_s$ , les ouvertures réelles à mi hauteur de l'éprouvette  $a_{m,in(out)}$  sont déduites des mesures de déplacement ;

2. Une fois déterminées ces ouvertures à mi hauteur, les surfaces  $\Omega_{f,in(out)}^{eff}$  peuvent être calculées au moyen des relations linéaires (3.19) illustrées dans la figure 3.17 ;
3. La surface de percolation du fluide  $A_F$  et l'ouverture de fissure peuvent être alors estimées selon les définitions (3.24) et (3.25).

**Simplification géométrique** La géométrie de la fissure est alors simplifiée en une fissure d'ouverture  $\bar{a}$ , de largeur  $w = d_s^{eff}$  et de profondeur  $t_s$  (figure 3.18).



**Figure 3.18** – Représentation schématique de la fissure.

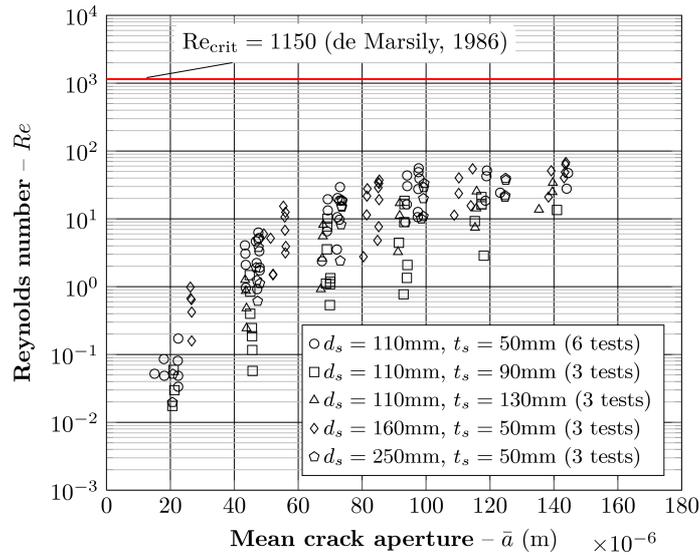
**Validation de l'hypothèse d'écoulement laminaire** Une fois que cette simplification géométrique est introduite, le nombre de Reynolds peut être calculé :

$$Re = \frac{\rho \bar{u}_x a}{\mu} = \frac{Q_F a}{\mu A_F} \quad (3.26)$$

et l'hypothèse de l'écoulement laminaire peut être confirmée ( $Re < 100$  [Kohl *et al.* 1997, Kosakowski et Berkowitz 1999, De Marsily 1986, Zimmerman et Bodvarsson 1996]) pour tous les essais (figure 3.19). Il faut noter, cependant, que le respect de cette condition de stabilité ne peut assurer uniquement que la laminarité macroscopique du processus [De Marsily 1986]. Pour une fissure tortueuse avec des lèvres rugueuses, les effets d'inertie liés à la tortuosité locale et à la variabilité des ouvertures peut, en fait, conduire à des écarts par rapport à un écoulement de type Poiseuille pour  $Re < Re_{crit}$ . C'est à dire, bien avant que la transition de l'écoulement de laminaire à turbulent se produise au niveau macroscopique.

### 3.4.2 Influence de l'ouverture de fissure

Une comparaison entre les valeurs expérimentales de la perméabilité  $k_F$  et leur estimations au moyen du modèle des plaques parallèles est donnée dans la figure 3.20. La perméabilité expérimentale augmente de façon non linéaire lorsque l'ouverture  $\bar{a}$  augmente. La solution théorique tend à surestimer les valeurs expérimentales, en particulier pour de



**Figure 3.19** – Estimation des nombres de Reynolds  $Re$  à partir des mesures de débit massique.

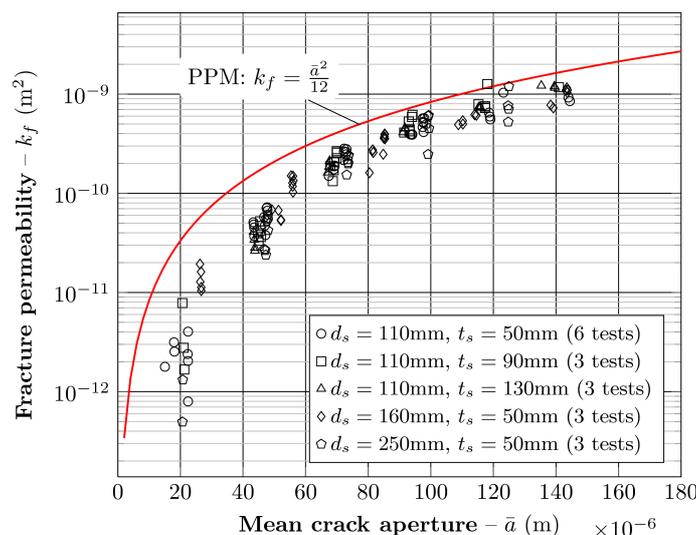
faibles valeurs d'ouverture ( $\bar{a} \leq 50\mu\text{m}$ ), lorsque l'écart entre la courbe théorique et les valeurs expérimentales est d'environ un ordre de grandeur. Lorsque l'ouverture de fissures augmente, les valeurs expérimentales tendent progressivement vers la prédiction théorique. Pour des ouvertures suffisamment importantes ( $> 160\mu\text{m}$ , pour le béton ordinaire étudié), le modèle des plaques parallèles permet d'estimer pertinemment l'écoulement. Ceci doit être attribué à la perte progressive d'influence sur l'écoulement de la rugosité des parois de la fissure et de sa tortuosité.

Comme on pouvait s'y attendre, lorsque la fissure s'ouvre, la dispersion des résultats diminue progressivement. Une forte dispersion peut être observée pour les petites ouvertures, c'est à dire des ouvertures moyennes de fissure  $\bar{a} \leq 30\mu\text{m}$ . Cette dispersion peut être véritablement liée à deux types d'incertitudes qui peuvent affecter les mesures de débit. D'une part, la mesure de la masse de l'eau en amont est moins précise dans les premières étapes de l'essai, lorsque l'ordre de grandeur du débit est d'environ  $10^{-17} \div 10^{-18}\text{kg/s}$ ; d'autre part, des zones non encore fendues (fissure pas entièrement inter-connectée) peuvent être présentes aux faibles ouvertures. Elles peuvent générer des réductions localisées de la section transversale à l'écoulement et donc des réductions de débit.

### 3.4.3 Discussion sur la relation entre la géométrie de l'échantillon et les mesures de perméabilité

**Perméabilité de la fissure** Le premier but de cette série d'analyses a été de vérifier si, indépendamment de sa forme, la perméabilité de la fissure pouvait être exprimée en fonction d'une grandeur géométrique unique (l'ouverture moyenne, dans la formulation proposée) ou s'il est nécessaire de prendre en compte explicitement d'autres caractéristiques géométriques (la surface de la section transversale ou sa longueur dans la direction de l'écoulement).

Les résultats expérimentaux montrent que, quelle que soit la forme de la section trans-



**Figure 3.20** – Représentation de la perméabilité de la fissure  $k_F$  en fonction de l’ouverture moyenne  $\bar{a}$  pour l’ensemble des échantillons testés et comparaison avec la prévision théorique fournie par le modèle des plaques parallèles.

versale de la fissure ou la longueur du trajet de percolation (qui dépendent de la géométrie de l’éprouvette ainsi que de de l’hétérogénéité du matériau), l’ouverture moyenne  $\bar{a}$  est un paramètre géométrique qui permet de représenter correctement les résultats expérimentaux.

Ayant répondu à cette question il est naturel de répondre à une autre question concernant la présence d’éventuels effets d’échelle sur les mesures de perméabilité de la fissure. Avant de donner une réponse à cette question il est nécessaire, cependant, de mieux expliciter la signification, dans ce cas, du terme “effet d’échelle”.

L’effet de dépendance en question ne doit pas être entendu dans le sens d’une dépendance de la perméabilité vis-a-vis du volume du matériau sollicité ou des dimensions du corps d’éprouve. Il doit plutôt être interprété dans le sens des effets d’échelle, bien connus dans la Mécanique des Roches, lorsque on se réfère à la résistance au cisaillement  $\tau_p$  des fractures dans les massifs rocheux [Bandis *et al.* 1981].  $\tau_p$  tends, en fait, à décroître progressivement lorsque la longueur  $L$  (dans la direction du cisaillement) du corps d’éprouve testé augmente, jusqu’à atteindre une valeur asymptotique. Plusieurs travaux [Brown 1987], depuis les années ’80, ont souligné comment cet effet d’échelle est sensiblement influencé par la rugosité des parois de la fracture, car lorsque la rugosité augmente cette effet d’échelle devient de plus en plus évident. De plus, pour certaines roches, même la rugosité est soumise à des lois d’échelle.

La question qu’on se pose est cependant de savoir si un effet d’échelle sur la perméabilité de la fissure peut être observé en fonction d’une influence variable de la rugosité des parois sur le processus d’écoulement, lorsque la longueur du chemin de percolation augmente. Dans ce sens, tester des corps d’éprouve d’épaisseur différente revient à générer des fissures ayant des cheminement d’écoulement (dans la direction de l’axe de l’éprouvette) plus ou moins longs.

Les résultats expérimentaux, permettent de mettre en évidence comment, dans la gamme de variabilité des dimensions des corps d'épreuve testés ( $t_s$  entre 50 mm et 130 mm), l'hétérogénéité du matériaux ne conduit pas à un effet de dépendance de la taille de l'échantillon, et donc à une variation sensible de la morphologie interne de la fissure ou du chemin de percolation. La dispersion des valeurs de  $k_F$  estimées pour des échantillons ayant des dimensions différentes n'est donc pas suffisante pour mettre en évidence un quelconque effet d'échelle.

Quelques commentaires supplémentaires devraient être cependant avancés, en ce qui concerne les échantillons de plus grande épaisseur. Ces échantillons montrent une asymétrie plus importante en termes d'ouverture. Cette réponse asymétrique n'est, en général, pas suffisante pour induire un changement significatif de la perméabilité (pour la même ouverture moyenne  $\bar{a}$ ), par rapport aux spécimens moins épais. La réponse mécanique de ces échantillons est plus sensible aux défauts géométriques des lignes d'appui, et la couche d'aluminium semble être moins appropriée pour bien répartir la charge mécanique dans l'échantillon. Ce comportement est très évident pour l'un des tests sur un échantillon de 130 mm d'épaisseur. Dans ce test, une des deux faces est restée en compression lors de l'essai avec une réduction conséquente, par rapport aux autres tests, du débit mesuré. Lorsque cette condition se produit, il est impossible d'évaluer avec précision l'ouverture à mi-hauteur de la face comprimée, une section transversale de percolation et finalement la perméabilité. Ce qu'on observe, dans ce cas, est un effet structural sur la procédure de génération de la fissure et le contrôle de l'essai mécanique plutôt que sur les propriétés de transport de la fissure qui, si elle était bien ouverte sur toute la profondeur de l'échantillon, ne dépendrait que de son ouverture. L'échantillon qui présentait ce comportement a été exclu de notre analyse.

**Perméabilité des échantillons fissurés** Si nous supposons que la perméabilité de l'échantillon fissuré est définie comme une perméabilité homogénéisée sur la surface transversale de percolation  $\Omega_s^{\text{eff}} = \pi(d_s^{\text{eff}})^2/4$  soumise au chargement hydraulique :

$$k = \frac{Q_f \mu}{\Omega_s^{\text{eff}} \rho} \left( \frac{\Delta p}{\Delta x} \right)^{-1}, \quad (3.27)$$

alors un effet d'échelle par rapport au diamètre du corps d'épreuve peut être observé.

L'explication dans ce cas est extrêmement simple. Il peut être illustré au moyen de deux cas simples pour lesquels une comparaison théorie-expérience peut être immédiatement établie sur la base des résultats présentés jusqu'à présent.

**Cas 1** Considérons deux échantillons cylindriques de même épaisseur  $t_s$ , mais avec des diamètres respectifs  $d_1$  et  $d_2$ , liés par la relation  $d_2 = \xi d_1$ . Supposons également que les deux échantillons sont fissurés sur toute leur hauteur, c'est à dire  $w_1 = d_1$  et  $w_2 = d_2 = \xi d_1$  par deux fissures ayant la même ouverture moyenne  $\bar{a}_1 = \bar{a}_2 = \bar{a}$ . La perméabilité des deux fissures est, comme indiqué précédemment, proportionnelle à l'ouverture moyenne et donc, pour une même ouverture,  $k_{f1} = k_{f2}$ . Les débits d'eau,  $Q_{f1}$  et  $Q_{f2}$ , traversant les fissures sont d'autre part proportionnels aux perméabilités ( $k_{f1}$ ,  $k_{f2}$ ) et aux surfaces transversales de percolation ( $A_{f1}$  et  $A_{f2} = \xi A_{f1}$ ). Ils sont donc liés par la relation  $Q_{f2} = \xi Q_{f1}$ . Supposer négligeable la contribution à l'écoulement du transport à travers la porosité du béton (voir l'équation (3.20))

revient à supposer que les flux totaux ( $Q_1$  et  $Q_2$ ) traversant les échantillons sont liés aux débits  $Q_{f1}$  et  $Q_{f2}$  par les relations  $Q_2 = Q_{f2}$  et  $Q_1 = Q_{f1}$ , et donc que  $Q_2 = \xi Q_1$ . Par conséquent, les perméabilités des échantillons ( $k_1$  et  $k_2$ ) sont liées par la relation  $k_2 = \xi^{-1} k_1$ .

**Cas 2** De la même façon, si on considère le cas de deux systèmes éprouvette-fissure homothétiques, c'est à dire  $d_2 = \xi d_1$  et  $\bar{a}_2 = \xi \bar{a}_1$ , et en gardant les mêmes hypothèses que pour le premier cas, nous obtenons la relation  $k_2 = \xi k_1$ .

Dans les deux cas, par conséquent, la présence de la fissure justifie un effet (structural/apparent) d'échelle sur la mesure de la perméabilité de l'échantillon alors que la perméabilité de la fissure est liée seulement à son ouverture.

Cette observation peut donc confirmer l'hypothèse avancée par Alarcon-Ruiz *et al.* [2010] relative au fait que, pour des échantillon de plus grandes tailles (thermiquement endommagés), l'effet d'échelle détecté peut être corrélé à une probabilité plus élevée, comparativement à des échantillons de plus petit diamètre, de contenir des fissures plus ouvertes et un plus grand nombre de chemins de percolation (micro/macro fissures) inter-connectés.

#### 3.4.4 Discussion sur un éventuel effet de seuil sur la perméabilité d'échantillon

Les considérations avancées jusqu'à peuvent également être utilisées afin d'analyser le problème de l'existence, supposée par de nombreux auteurs, d'un seuil (limite inférieure) sur l'ouverture de fissure, au delà duquel l'écoulement est influencé par la présence de la fissure. Concernant la perméabilité apparente de l'échantillon (3.27), Aldea *et al.* [1999a] et Wang *et al.* [1997] ont relevé un seuil compris entre 25  $\mu\text{m}$  et 50  $\mu\text{m}$ .

Une comparaison avec les résultats disponibles dans la littérature [Wang *et al.* 1997, Aldea *et al.* 1999b] est montrée dans la figure 3.21, en termes de coefficient de perméabilité adimensionnel de l'échantillon,  $k_s/k_0$ , en fonction de l'ouverture de fissure à mi-hauteur de l'éprouvette. Pour le béton utilisé dans cette étude on considère  $k_0 \approx 10^{-21} \text{m}^2$  [Baroghel-Bouny *et al.* 2011].

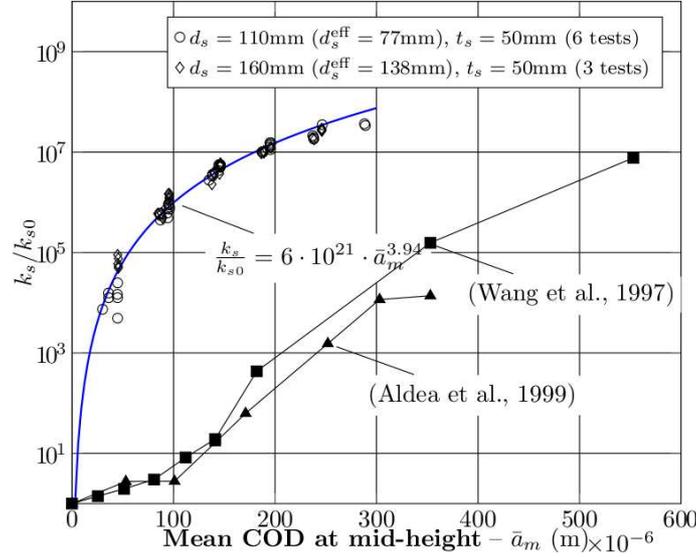
L'ouverture à mi hauteur est la valeur moyenne des ouvertures de fissure à mi-hauteur des faces de l'éprouvette calculées à partir des déplacements mesurés par LVDTs :

$$a_m = \frac{a_{m,in} + a_{m,out}}{2} \quad (3.28)$$

Pour réaliser cette comparaison, seules les séries d'essais sur des éprouvettes de 110 mm et 160 mm de diamètre et 50 mm d'épaisseur ont été considérées. Pour ces éprouvettes, les diamètres effectifs  $d_s^{\text{eff}}$  (77 mm et 135 mm, respectivement) sont comparables avec le diamètre des échantillons (100 mm) testés par Wang *et al.* [1997], Aldea *et al.* [1999b]. L'ensemble des résultats obtenus par Wang *et al.* [1997] et par Aldea *et al.* [1999b], mettant en relation le coefficient de perméabilité (résiduel) avec l'ouverture de fissure mesurée avant et après déchargement de l'éprouvette (avant le début de l'essai de perméabilité), est retenu pour les besoins de la comparaison.

Cette comparaison doit être considérée seulement en termes qualitatifs, sachant que les dimensions des corps d'épreuve ainsi que la formulation des béton testés sont différentes. Toutefois, on peut remarquer que dans le protocole expérimental ici présenté le palier initial ( $k_s/k_0 = 1$ ) pour des faibles ouvertures de fissure est complètement absent. Contrairement

aux résultats présentés par [Wang *et al.* 1997, Aldea *et al.* 1999b], la perméabilité tend à augmenter non linéairement dans toute la gamme de variabilité des ouvertures explorées (30 - 300  $\mu\text{m}$ ), ceci avec une tendance similaire à celle observée pour la perméabilité de fissure  $k_F$ . Aucun effet de seuil donc peut être mis en évidence.



**Figure 3.21** – Perméabilités homogénéisées des échantillons de diamètre 110mm et 160mm et comparaison avec les résultats de la littérature [Wang *et al.* 1997, Aldea *et al.* 1999b].

Quelques commentaires ultérieurs concernant l'origine et la signification elle-même de cet effet de seuil peuvent être avancés si on considère explicitement les différents contributions figurant dans le rapport des perméabilités :

$$\frac{k_s}{k_0} = \frac{Q_s}{Q_0} = \frac{Q_F + Q_0}{Q_0} = 1 + \frac{Q_F}{Q_0} = 1 + \frac{k_F \Omega_F}{k_0 \Omega_s} \quad (3.29)$$

$Q_F$  et  $Q_0$  étant les débits d'eau traversant la fissure et le milieu poreux respectivement, calculés sous l'hypothèse que  $\Delta p_F / \Delta x = \Delta p_0 / \Delta x = \Delta p / \Delta x$ .

L'influence des dimensions de l'échantillon et de la fissure ayant été déjà discutée dans le paragraphe précédent, on s'intéresse ici à l'influence du rapport  $k_F/k_0$  uniquement. En particulier, on analyse le cas (simplifié) d'une fissure de géométrie assignée (i.e.  $\bar{a}$  et  $\Omega_F^{\text{eff}}$  sont connues) dans une éprouvette de diamètre  $d_s^{\text{eff}}$  donné.

**Influence de  $k_0$  :** Pour une fissure d'ouverture donnée le rapport  $k_s/k_0$  dépend sensiblement de la perméabilité initiale du milieu poreux. L'incrément de flux induit par la présence d'une fissure dépend de l'ordre de grandeur de ce dernier. Pour un matériau quasi-imperméable (i.e.  $k_0 \rightarrow 0$ ) déjà une fissure de très modeste ouverture peut induire un incrément de débit tel que  $k_s/k_0 \gg 1$ . Dans un tel cas, l'ouverture de seuil tend vers des valeurs très faibles (i.e. aucun effet de seuil peut être relevé). En revanche, l'ouverture de seuil tend à augmenter lorsque la perméabilité du milieu sain augmente. Par conséquent, une quantification objective de cette ouverture de seuil n'est pas possible.

**Influence de  $k_F$  :** Jusqu'à présent nous avons supposé valable l'implication :  $\bar{a} > 0 \rightarrow k_F > 0$ . Cependant, comme explicité par la solution théorique de Zimmerman et Bodvarsson [1996] pour l'ouverture hydraulique (voir paragraphe 2.5.3),  $k_F$  peut tendre vers zéro pour des fissures très rugueuses et/ou en présence de ponts de matière, même pour  $\bar{a} > 0$ .

Dans la gamme d'ouvertures de fissures analysées l'influence de la rugosité peut être considéré négligeable et seule la non interconnexion des parcours d'écoulement associée à la présence de ponts de matière pourrait justifier un tel effet. En effet, les observations de Wang *et al.* [1997] et de Aldea *et al.* [1999b] concernant l'existence d'un seuil d'ouverture sont couramment justifiées comme un effet de la non-connectivité de la fissure pour des petites ouvertures ( $< 50\mu\text{m}$ ).

Dans ce sens, la relation de Zimmerman et Bodvarsson [1996] fixe un seuil, en termes de pourcentage d'espace de la fissure obstrué, à 50 % du volume total. Ce seuil est représenté par le terme  $1 - 2c$  dans la relation (2.39) et dérive directement de l'application du modèle du "milieu effectif" de Kirkpatrick [1973] à une fissure avec distribution binaire des ouvertures locales<sup>1</sup>.

Cette considération de nature théorique semble être confirmée expérimentalement par les résultats d'essai de traction directe sur des éprouvettes en mortier reportés par Ismail *et al.* [2008]. Pour ces essais, Ismail *et al.* [2008] ont mis en évidence que lorsque l'ouverture de fissure est d'environ  $50\mu\text{m}$  la résistance à la traction dans la direction normale au plan de fissure est encore plutôt élevée (environ le 50 % de la résistance nominale à la traction  $f_t$ ). Au-delà de cette ouverture de fissure, la force de traction se réduit progressivement jusqu'à atteindre la valeur correspondant à la résistance résiduelle. Cette réduction est le résultat de la rupture progressive des ponts de matière à l'intérieur de la fissure. En première approximation, on peut supposer que une résistance de  $0.5f_t$  correspond à une surface effective de fissure égale à 50% de la surface finale. Ce qui permet de retrouver la valeur  $c = 0.5$  du modèle théorique et donner une motivation théorique à l'évidence expérimentale de l'existence d'un seuil de percolation (dans les études auparavant mentionnés).

Il est à souligner que toutes ces études de perméabilité sont effectuées sur des fissures résiduelles, pour lesquelles la géométrie peut varier après le déchargement et au cours de l'essai de perméabilité à cause de phénomènes secondaires (auto-cicatrisation, fermeture mécanique de la fissure). Par ailleurs, Boulay *et al.* [2009] n'a pas observé d'effet de seuil sur l'évolution de la conductance électrique au travers d'une éprouvette fissurée en cours de chargement. Ceci a été interprété comme un témoin de la bonne connectivité (éventuellement partielle) de la fissure même pour de faibles niveaux d'ouverture. Des considérations similaires peuvent être avancées concernant l'étude de perméabilité ici présentée, car aucun effet de seuil a été relevé sur  $k_F$ .

Il est donc opportun de s'interroger sur la signification réelle d'un tel effet de seuil.

---

1. Ce modèle, proposé à l'origine pour l'étude des transferts électriques en milieu hétérogène, prévoit de schématiser la fissure comme un ensemble de fissures élémentaires distribuées aléatoirement, de forme carré et ayant ouverture  $a$  ou 0 (avec probabilités  $1 - c$  et  $c$  respectivement). La condition géométrique  $c = 1/2$  par conséquent identifie le limite de percolation au-delà duquel l'écoulement est empêché. Cette condition a été aussi confirmée au travers de l'application du modèle développé par Walsh [1981] pour le cas de zones de contact circulaires.

Ainsi, même dans les travaux où cette valeur limite d'ouverture est mise en relation avec le début de la phase dans laquelle la fissure (et donc les cheminements d'écoulement) commence à être inter-connectée pourrait se révéler inappropriée. Dans ce cas, en effet, il ne serait pas juste de parler de fissure (ou de macro-fissure), mais plutôt se référer à un système de micro-fissures qui constituerait un cheminement discontinu de percolation. En conséquence, le phénomène observé pourrait être alors interprété comme un effet de seuil "apparent". Ce seuil apparent ne devrait donc pas être attribué au matériau, mais plutôt à un effet de structure (la segmentation de l'espace de la fissure) directement lié à la procédure génération mécanique de la fissure (voir ce qui a été dit concernant les éprouvettes d'épaisseur 130 mm). Cette dépendance de la technique de génération mécanique de la fissure rend évident l'impossibilité de définir de manière objective, dans ce travaux, un tel effet de seuil.

### 3.4.5 Interprétation macroscopique : une loi de Poiseuille modifiée

La loi cubique donne une surestimation de l'écoulement dans une fissure réelle, car elle ne prend pas en compte la rugosité de la fissure, la variabilité spatiale des ouvertures, ainsi que l'influence de la tortuosité. Comme expliqué dans le paragraphe 3.4.1, une modification possible permettant de prendre en compte ces aspects peut être obtenue à l'échelle macroscopique en introduisant un facteur réductif d'origine empirique  $\alpha > 1$ .

Concernant ce paramètre  $\alpha$ , plusieurs auteurs [Clear 1985, Aldea *et al.* 2000, Charron *et al.* 2008, Picandet *et al.* 2009] ont estimé des valeurs constantes, dans une gamme de variabilité très ample (entre 10 et 1000). Les valeurs de  $\alpha$  varient, bien sûr, selon les méthodes de mesure de la perméabilité, la géométrie des éprouvettes testées, les formulations des bétons utilisés. Cependant, comme indiqué dans les sections précédentes et suggéré aussi par les formulations analytiques d'ouverture hydraulique  $a_h$  [Zimmerman et Bodvarsson 1996], ce paramètre  $\alpha$  ne devrait pas être considéré comme constant, mais devrait varier en continu pendant le processus d'ouverture de fissure.

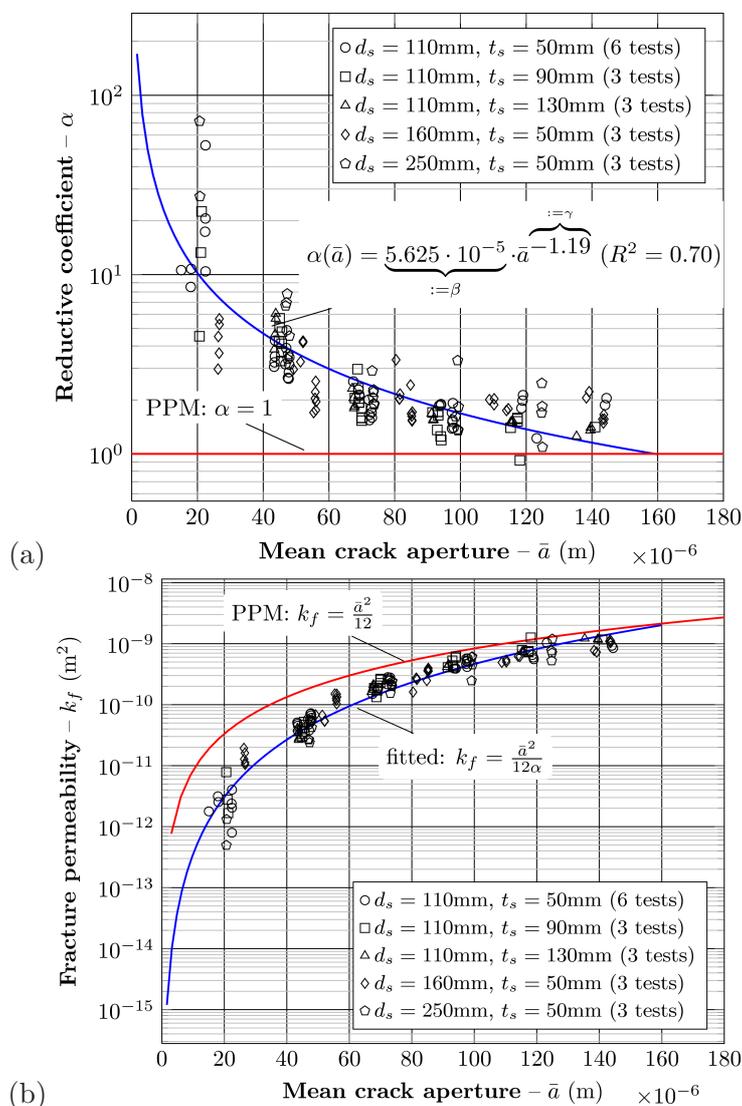
Sur la base des résultats expérimentaux présentés dans les paragraphes précédents, le paramètre  $\alpha$  peut être estimé en fonction de  $\bar{a}$  comme suit (figure 3.22) :

$$\alpha = \alpha(\bar{a}) = \beta \bar{a}^\gamma \quad (3.30)$$

ou  $\beta > 0$  et  $\gamma < 0$  sont deux paramètres du matériau. Pour le béton ordinaire (BO) utilisé dans l'étude et dans la gamme de variabilité des ouvertures allant de 20  $\mu\text{m}$  à 160  $\mu\text{m}$ , pour  $\bar{a}$  exprimé en [m],  $\beta$  et  $\gamma$  peuvent être estimés comme :

$$\beta = 5.625 \cdot 10^{-5} \quad \gamma = -1.19. \quad (3.31)$$

Les valeurs des paramètres  $\beta$  et  $\gamma$  doivent être considérées comme strictement dépendantes de la nature du matériau, en particulier de son degré d'hétérogénéité et de sa granulométrie, en raison de l'impact qu'elle peut avoir sur la morphologie de la fissure et donc sur les voies d'écoulement. En particulier, comme souligné par Picandet *et al.* [2009], pour une ouverture  $\bar{a}$  donnée, le coefficient  $\alpha$  devrait être plus faible pour des bétons à très hautes performances, pour lesquels on peut s'attendre à des fissures ayant une rugosité



**Figure 3.22** – a) Estimation du facteur réductif  $\alpha = \alpha(\bar{a})$  pour la correction des estimations du modèle des plaques parallèles afin de lisser les résultats expérimentaux ; b) estimation des perméabilités de fissure fournies par le modèle des plaques parallèles corrigé selon les résultats expérimentaux  $k_F = \bar{a}^2/12\alpha$ .

et une tortuosité plus faibles. Inversement, dans les bétons fibrés on peut s'attendre un facteur  $\alpha$  plus élevé car l'ajout de fibres peut conduire à une augmentation de la tortuosité, en raison de la tendance qu'à la fissure de se subdiviser en de plus petites fissures [Charron *et al.* 2008].

### 3.5 Conclusions

Un protocole expérimental en plusieurs étapes pour le suivi en temps réel de l'évolution de la perméabilité à l'eau d'une fissure d'ouverture contrôlée (jusqu'à  $300 \mu\text{m}$ ) dans un échantillon de béton, est présenté. L'essai de fendage (brésilien) standard a été adapté et amélioré pour permettre le suivi en temps réel de l'évolution de l'écoulement d'un fluide dans la fissure lors du processus de fissuration. Le dispositif de mesure de la perméabilité ainsi que le protocole suivi ont été tout d'abord illustrés. Le protocole mécanique de caractérisation géométrique (en termes statistiques) utilisant une technique de corrélation d'image numérique (CIN) a été ensuite présenté. L'évolution expérimentale de la perméabilité, pour l'ensemble des échantillons testés, a été finalement obtenue en mettant en relation, en temps réel, les mesures de débit (dérivées du protocole hydromécanique) et les informations sur la géométrie de la fissure (dérivées du protocole mécanique). Plusieurs échantillons cylindriques de différents diamètres (110 mm, 160 mm, 250 mm) et épaisseurs (50 mm, 90 mm, 130 mm) ont été testés afin d'analyser une dépendance éventuelle de la perméabilité en fonction des dimensions du corps d'épreuve. Les résultats expérimentaux ne permettent pas de mettre en évidence la présence d'un effet d'échelle. L'existence d'une valeur de seuil pour l'ouverture, au-delà de laquelle la présence de la fissure conduit à une augmentation sensible de la perméabilité du matériau, a été analysée. Même si l'existence d'un tel seuil, généralement située entre  $50 \mu\text{m}$  et  $100 \mu\text{m}$ , est acceptée dans la littérature [Wang *et al.* 1997, Aldea *et al.* 1999b], les résultats expérimentaux montrent qu'un tel effet n'est pas clair, du moins dans la gamme d'ouvertures de fissure ( $> 30 \mu\text{m}$ ) explorée dans l'étude. Le modèle des plaques parallèles (également appelée loi cubique) qui est couramment utilisé pour décrire la percolation d'un fluide incompressible en régime laminaire au travers d'une fissure d'ouverture  $a$ , a été finalement modifié sur la base des observations expérimentales ( $k_F = \frac{a^2}{12\alpha}$ ). Un facteur réductif  $\alpha = \alpha(a) = \beta a^\gamma$ , fonction de l'ouverture de fissure, permet de prendre en compte l'influence sur la perméabilité de la morphologie réelle de la fissure et des causes principales de déviation de la condition idéale correspondante à la solution théorique (ouvertures variables, présence de ponts de matière, rugosité des faces de la fissure, tortuosité, éventuelles turbulences localisées) et leur influence décroissante pendant le processus d'ouverture de fissure.

---

## Un modèle macroscopique probabiliste de fissuration des bétons

---

**Résumé** Un modèle macroscopique de fissuration en traction (en mode I), appartenant à la famille des modèles déterministes à données probabilistes développés à l'IFSTTAR, est présenté. Le modèle est capable de fournir des informations globales (capacités portantes, déplacements globaux) et en même temps de fournir des informations locales (ouvertures de fissures, pas de fissuration, ...). L'hypothèse physique de base est que chaque élément fini peut être considéré comme représentatif d'un volume de matière hétérogène dont le comportement est géré par son degré d'hétérogénéité,  $r_e = V_e/V_g$ , défini comme le rapport entre le volume élémentaire  $V_e$  et un volume représentatif de l'hétérogénéité du matériau  $V_g$ . Dans la formulation présentée, les propriétés mécaniques du matériau sont considérées comme des variables aléatoires distribuées dans les éléments du maillage selon des lois de probabilités obtenues par analyse inverse à partir de données expérimentales. A l'échelle de l'élément, le processus de fissuration (i.e. la création et propagation d'une fissure dans l'élément lui-même) détermine une dissipation d'énergie dont le modèle tient compte. Comme la résistance à la traction, cette dissipation est donc une variable aléatoire qui dépend du degré d'hétérogénéité  $r_e$ . Après avoir illustré le processus d'analyse inverse permettant le calibrage numérique - expérimental des paramètres des lois de probabilité pour différents degrés d'hétérogénéité  $r_e$ , les capacités du modèle en termes d'indépendance de la réponse simulée par rapport à la taille du maillage, ainsi que dans la prédiction des effets d'échelle et des ouvertures de fissures seront montrées.

~ o ~

### 4.1 Introduction

Dans la littérature un certain nombre d'approches pour décrire la fissuration des bétons (de l'initiation à la propagation des fissures) sont disponibles. De manière très schématique, elles peuvent être classifiées en deux familles selon leur façon implicite ou explicite de traiter la discontinuité cinématique associée à la fissure. Dans les modèles développés dans le cadre de la Mécanique des Milieux Continus (modèles d'endommagement [Mazars 1984, Pijaudier-Cabot et Bazant 1987, Frémond et Nedjar 1995], de plasticité [Feenstra et De Borst 1995], de fissure diffuse [Rashid 1968, Cope *et al.* 1980, De Borst et Nauta 1985], ...) la fissure est représentée implicitement au travers d'un champ régulier de déformations inélastiques au travers de l'utilisation de lois constitutives plus ou moins complexes. Dans

les modèles avec prise en compte explicite de la fissuration, la fissure est représentée de manière explicite par une discontinuité de déplacement aux interfaces entre les éléments finis (volumiques) ou intégrée dans la formulation de l'élément fini lui-même (méthodes basées sur la partition de l'unité [Melenk et Babuška 1996, Babuška et Melenk 1997], XFEM [Moës *et al.* 1999, Moës et Belytschko 2002], EFEM [Simo et Oliver 2004, Armero et Garikipati 1996, Oliver 1996]).

Un aspect important dans la réponse des structures en béton est lié aux effets d'échelle (i.e. la réponse d'une éprouvette ou d'une structure en béton dépend de sa taille ou de son volume). La capacité d'un modèle de fissuration à prendre en compte ces effets d'échelle (liés à la nature hétérogène du matériau) constitue une nécessité à laquelle on ne peut échapper.

**Modélisation des effets d'échelle** Une vaste littérature existe à ce sujet. Des premières considérations de Galilei [1632], à la théorie du "maillon le plus faible" de Weibull [1951], jusqu'aux théories récentes énergétiques (déterministe et statistique) de Bažant [Bažant et Raftshol 1982, Bažant et Planas 1998] et géométriques (théorie des fractales de Carpinteri [Carpinteri 1994, Carpinteri *et al.* 1995; 2003]), entre autres. La discussion concernant la représentativité physique et la validité mathématique des différentes formulations est toujours ouverte et, parfois, très animée [Bažant et Yavari 2005, Carpinteri *et al.* 2007, Saouma et Fava 2006, Zdeněk et Yavari 2007, Carpinteri et Puzzi 2009].

Plusieurs analyses expérimentales [Rossi *et al.* 1992b; 1994] ont conduit à la constatation que ces phénomènes peuvent être pertinemment décrits, en prenant en compte l'effet de l'hétérogénéité du béton (qui est à l'origine des effets de volume) dans le cadre d'une approche probabiliste. L'hétérogénéité du béton est liée à la nature même du matériau, et notamment à sa composition. Localement, les caractéristiques mécaniques (i.e. module de Young  $E$ , résistance à la traction  $f_t$ , ...) sont soumises à des variations aléatoires et dépendent du volume de matériau sollicité. En outre, cette nature hétérogène du matériau induit des effets d'échelle/de volume. Les processus de fissuration sont, en fait, principalement pilotés par l'interaction entre la présence de défauts dans la pâte de ciment et les gradients internes de contraintes, eux-aussi fortement conditionnés par l'hétérogénéité du matériau. La présence de défauts influence sensiblement la qualité de la pâte de ciment, dont un bon indicateur peut être la résistance à la compression ( $f_c$ ). L'hétérogénéité du matériau peut être caractérisée par le rapport du volume sollicité  $V$  de matière sur le volume du plus gros grain  $V_g$ . En général, le poids de cette hétérogénéité est d'autant plus important que le rapport des volumes  $V/V_g$  est faible (i.e. le volume de matière sollicité diminue). Des lois d'effet de volume des valeurs moyennes et des écarts-types des modules et résistances en traction pour différents bétons ont été obtenues expérimentalement par Rossi *et al.* [1994].

Dans le cadre des approches macroscopiques plusieurs auteurs proposent de prendre en compte l'hétérogénéité en introduisant des distributions statistiques des caractéristiques des matériaux locaux (la résistance à la traction, par exemple). Les propriétés des matériaux sont donc considérées comme des variables aléatoires distribuées spatialement selon différents niveaux de corrélation. L'utilisation des champs corrélés s'avère être une méthode numériquement efficace lorsqu'on traite le problème de la fissuration de matériaux quasi-fragiles [Colliat *et al.* 2007, Vořechovský 2007, Bruggi *et al.* 2008, Yang et Frank Xu

2008, Su *et al.* 2010, Ibrahimbegovic *et al.* 2011, Syroka-Korol *et al.* 2013]. Elle nécessite, cependant, l'introduction d'une longueur de corrélation spatiale. Cela revient à ajouter dans le problème, par conséquent, une longueur interne au travers de laquelle les propriétés matériaux sont moyennées dans l'espace.

Comme montré par Rossi *et al.* [1992a], si on postule une équivalence entre les éléments finis du maillage et des volumes de matériau hétérogène, l'utilisation des champs aléatoires non corrélés permet de parvenir à une modélisation pertinente des effets d'échelle. Des modèles originaux basés sur ces concepts ont été proposés, selon deux typologies de formulation, dans [Rossi et Wu 1992, Rossi *et al.* 1996, Tailhan *et al.* 2012; 2013], (modèles de fissuration "explicite") et plus récemment dans [Tailhan *et al.* 2010; 2013] (modèle de fissuration "semi-explicite"). La différence principale entre les deux typologies de formulation, basées sur l'utilisation d'une loi constitutive élastique-fragile, est liée à leur façon de traiter numériquement la discontinuité cinématique. Dans le premier cas, les fissures sont représentées explicitement par les éléments d'interface d'épaisseur nulle positionnés entre les éléments massifs élastiques (représentant le béton non fissuré). La résistance à la traction des éléments d'interface est distribuée aléatoirement selon une loi de Weibull [1951] sur tous les éléments et dépend du volume total des éléments massifs interfacés par chaque élément d'interface. La propagation de la fissuration est traduite par la création de plans de rupture élémentaires qui apparaissent de manière aléatoire et peuvent se connecter pour créer des macro-fissures. Dans le deuxième cas l'effet énergétique associé à la fissure est intégré dans la formulation de l'élément de volume selon une approche de type Rashid [1968]. Dans le cas d'un comportement local élastique-fragile, lorsque au centre de gravité d'un élément volumique, la contrainte de traction maximale du béton est atteinte, la rigidité de l'élément lui-même est mise à zéro (i.e. la résistance et la rigidité de l'élément disparaissent du calcul). Physiquement, il apparaît donc un "trou" au sein du maillage. La résistance à la traction est distribuée aléatoirement sur tous les éléments de massif du maillage, en fonction de leurs volumes. Les paramètres de la loi de distribution (toujours de Weibull) utilisée sont fonctions du rapport entre le volume de l'élément fini et celui du plus gros grain ainsi que de la résistance en compression du béton. Cette approche est "semi-explicite" dans le sens où une vision discrète de la fissuration est préservée (i.e. les propriétés matériaux sont distribuées de façon discrète dans le maillage, la fissuration est traitée élément par élément), mais la fissuration élémentaire est prise en compte au travers de son effet énergétique.

**Finalités des développements** En s'appuyant sur ces formulations existantes, l'objectif de cette étude est de formuler un modèle macroscopique continu 3D ("semi-explicite", selon la classification auparavant mentionnée) adapté à l'analyse de la fissuration des structures à grande échelle et capable, en même temps, de fournir des informations "fines" sur la fissuration. Dans l'optique de la prédiction des débits de fuites au travers d'une structure fissurée une description appropriée du comportement mécanique du matériau doit être apportée à plusieurs niveaux. La compréhension du comportement global de la structure nécessite en même temps une vision à large échelle (comme par exemple la description d'un réseau de fissures diffuses) et une vision à une échelle locale, i.e. notamment la description/prévision des macro-fissures, de leur position et surtout de leurs ouvertures. À cette fin, le choix d'un support numérique s'avère être un aspect très important car il doit

combiner la relative simplicité des modèles implicites (qui sont particulièrement adaptés pour être utilisés dans la description des grandes structures) et la capacité de donner des informations pertinentes pour la description des processus de fissuration pour un coût numérique modéré.

Le choix en faveur d'un modèle de fissuration continu, est justifié, dans ce cas, pour plusieurs raisons. Les modèles continus sont souvent préférés par les ingénieurs en raison de l'existence d'un cadre théorique bien établi [Lemaitre et Chaboche 1978], la thermodynamique des processus irréversibles [Prigogine 1967]. Leur implantation numérique dans le contexte de la méthode des éléments finis est naturelle. De nombreux codes de calcul et algorithmes robustes de résolution sont désormais disponibles. Comparés aux modèles avec prise en compte explicite des discontinuités cinématiques, ces modèles présentent, en outre, l'avantage d'être moins exigeants en termes de temps de calcul. Si l'on se réfère au modèle de fissuration explicite, auparavant mentionné, cet aspect est clair, car l'utilisation des éléments d'interface conduit à augmenter sensiblement (doubler dans le cas des éléments d'interface linéaires) le nombre total de nœuds/degrés de libertés du maillage. Ceci peut conduire, bien évidemment, à une description plus fine/précise de la fissuration. Cependant, comme montré par Phan [2012], les deux approches donnent des résultats comparables.

En outre, un aspect important, dans ce contexte, est que leur extension à la modélisation des phénomènes multiphysiques (couplage hydro-mécanique, thermo-hydro-mécanique, ...) est relativement simple. Les échanges de fluides entre le milieu sain et la fissure peuvent être traités, en fait, dans le cadre de la théorie des milieux poreux, en introduisant directement des relations entre la variation des propriétés de transport du milieu (perméabilité, diffusivité, ...) et l'état de fissuration du matériau (sous certaines hypothèses).

L'aspect probabiliste du modèle mécanique développé est principalement basé sur l'idée originale de Rossi *et al.* [1994]. L'hypothèse physique de base est que chaque élément fini peut être considéré comme représentatif d'un volume de matière hétérogène dont le comportement est géré par son degré d'hétérogénéité  $r_e$ . Les propriétés mécaniques du matériau sont, donc, considérées comme des variables aléatoires distribuées dans les éléments du maillage selon des lois de probabilités avec paramètres fonctions de  $r_e$ . Dans ce cas, cependant, l'hypothèse d'un comportement élastique-fragile est remplacée par une loi permettant de modéliser à l'échelle de l'élément la dissipation d'énergie, elle aussi probabiliste, associée au processus de création/propagation de la fissure [Tailhan *et al.* 2010; 2012; 2013].

Cette approche nécessite la définition des lois de distribution statistiques (intégrant les effets de l'hétérogénéité et de volume) des propriétés mécaniques. Une expérimentation numérique, basée sur la simulation des essais de fendage présentés dans le chapitre 3, est exploitée pour définir par analyse inverse les lois de distribution de la résistance à la traction et de la dissipation d'énergie en fonction du volume de l'élément fini  $V_e$  et donc de son degré d'hétérogénéité  $r_e = V_e/V_g$ . La première partie du chapitre est consacrée à ce travail.

Dans la deuxième partie du chapitre, les capacités prédictives de la stratégie de modélisation proposée dans la prévision de certaines grandeurs locales (ouvertures de fissure)

sont tout d’abord discutées. Enfin, la pertinence de la modélisation dans la prédiction des effets d’échelle est analysée en simulant des essais de fendage sur des disques de diamètre variable (110 mm, 160 mm et 250 mm).

## 4.2 Un modèle de fissuration probabiliste

### 4.2.1 Équations de bilan du problème purement mécanique

On considère un corps déformable  $n_{dim}$ -dimensionnel  $\Omega \in \mathbb{R}^{n_{dim}}$ . La déformation du milieu à l’échelle macroscopique est caractérisée au moyen du champ de déplacement  $\mathbf{u}$ , supposé être suffisamment régulier. Sous l’hypothèse de petites déformations, la réponse mécanique est caractérisée par le tenseur  $\boldsymbol{\varepsilon} \in \text{Sym}(\mathbb{R}^{n_{dim}})$  des déformations infinitésimales :

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \nabla^{sym} \mathbf{u} = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{u} + \nabla^T \mathbf{u}) \quad (4.1)$$

défini par la partie symétrique du gradient du champ de déplacement  $\nabla \mathbf{u}$ .  $\boldsymbol{\sigma} \in \text{Sym}(\mathbb{R}^{n_{dim}})$  étant le tenseur symétrique des contraintes dans  $\mathbb{R}^{n_{dim}}$ , la condition d’équilibre quasi-statique s’écrit,  $\forall \mathbf{x} \in \Omega$ , sous sa forme forte, comme suit :

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{b} = 0 \quad (4.2)$$

ou  $\mathbf{b}$  est le champ des forces de masse (forces de volume).

L’équation d’équilibre sous sa forme faible est exprimée par le principe des travaux virtuels :

$$\int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma} : \nabla^{Sym} \boldsymbol{\eta} dV = \int_{\Omega} \mathbf{b} \cdot \boldsymbol{\eta} dV + \int_{\partial_c \Omega} \mathbf{t}^* \cdot \boldsymbol{\eta} dA \quad \forall \boldsymbol{\eta} \in \mathcal{V}_u \quad (4.3)$$

où  $\mathcal{V}_u$  est l’espace des variations admissibles (soumises aux mêmes hypothèses de régularité que  $\mathbf{u}$ ) :

$$\mathcal{V}_u = \{\boldsymbol{\eta} : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^{n_{dim}}, \boldsymbol{\eta} = \mathbf{0} \text{ sur } \partial_u \Omega\} \quad (4.4)$$

et  $\partial_u \Omega \in \partial \Omega$  dénote la partie du bord de  $\Omega$  sur laquelle des conditions de type Dirichlet  $\mathbf{u} = \mathbf{u}^*$  sont imposées. Dans la relation (4.3) on dénote  $\partial_c \Omega \in \partial \Omega$  la partie du bord de  $\Omega$  sur laquelle on impose une condition aux limites de type Neumann  $\mathbf{t} = \mathbf{t}^*$ . Finalement, on considère  $\partial \Omega = \partial_u \Omega \cup \partial_t \Omega$  et  $\partial_u \Omega \cap \partial_t \Omega = \emptyset$ .

Le cadre numérique général des développements suivants est celui de la méthode des éléments finis (FEM). On considère, donc, une discrétisation du domaine  $\Omega$  dans un nombre fini  $n_{mel}$  de sous-domaines élémentaires  $\Omega_e$ , les éléments finis, connectés entre eux en  $n_{np}$  nœuds :  $\Omega = \bigcup_{e=1}^{n_{mel}} \Omega_e$ . On identifie avec  $n_{el}$  le nombre de nœuds de l’élément  $\Omega_e$ , et avec  $n_{df}$  le nombre des degrés de liberté du point  $\mathbf{x} \in \Omega$ . Dans  $\Omega_e$  le champ de déplacement  $\mathbf{u}(\mathbf{x})$  est approximé par interpolation des déplacements nodaux  $\mathbf{d}_e$  :

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \mathbf{N}_e(\mathbf{x}) \mathbf{d}_e \quad (4.5)$$

où  $\mathbf{N}_e = \mathbf{N}_e(\mathbf{x})$  est la matrice des fonctions d’interpolation de l’élément  $e$ . De manière analogue, le champ des déformations  $\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{x})$  peut être écrit comme suit :

$$\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{x}) = \mathbf{B}_e(\mathbf{x}) \mathbf{d}_e \quad (4.6)$$

$\mathbf{B}_e = \mathbf{B}_e(\mathbf{x}) = \nabla^{sym} \mathbf{N}_e(\mathbf{x})$  étant la partie symétrique de la matrice élémentaire des gradients des fonctions d'interpolation.

En l'absence des forces de masse  $\mathbf{b} = 0$ , si on définit  $\mathbf{d}$  le vecteur (ordre  $n_{nt} \times 1$ ) des inconnues nodales du système, l'introduction des interpolations (4.5-4.6) dans l'équation d'équilibre sous forme faible (4.3) fournit :

$$\underbrace{\mathbf{A}_{e=1}^{n_{mel}} \int_{\Omega_e} \mathbf{B}_e^T \boldsymbol{\sigma}_e dV}_{:=\mathbf{f}(\mathbf{d})^{int}} = \underbrace{\mathbf{A}_{e=1}^{n_{mel}} \int_{\partial\Omega_e} \mathbf{N}_e^T \mathbf{t}^* dA}_{:=\mathbf{f}^{ext}} \quad (4.7)$$

où la loi constitutive contraintes-déformations (pour un matériau à comportement linéaire) s'écrit sous forme discrétisée comme :

$$\boldsymbol{\sigma}_e = \mathbf{C}_e \underbrace{\mathbf{B}_e \mathbf{d}_e}_{:=\boldsymbol{\varepsilon}_e} \quad (4.8)$$

et le symbol  $\mathbf{A}$  dénote l'opérateur d'assemblage [Hughes 2000].

De manière équivalente, la relation (4.7) s'écrit comme suit :

$$\mathbf{K} \mathbf{d} = \mathbf{f}^{ext} \quad (4.9)$$

où la matrice de rigidité globale du système  $\mathbf{K}$  est obtenue par assemblage des rigidités élémentaires :

$$\mathbf{K} = \mathbf{A}_{e=1}^{n_{mel}} \mathbf{k}_e = \mathbf{A}_{e=1}^{n_{mel}} \int_{\Omega_e} \mathbf{B}_e^T \mathbf{C}_e \mathbf{B}_e dV \quad (4.10)$$

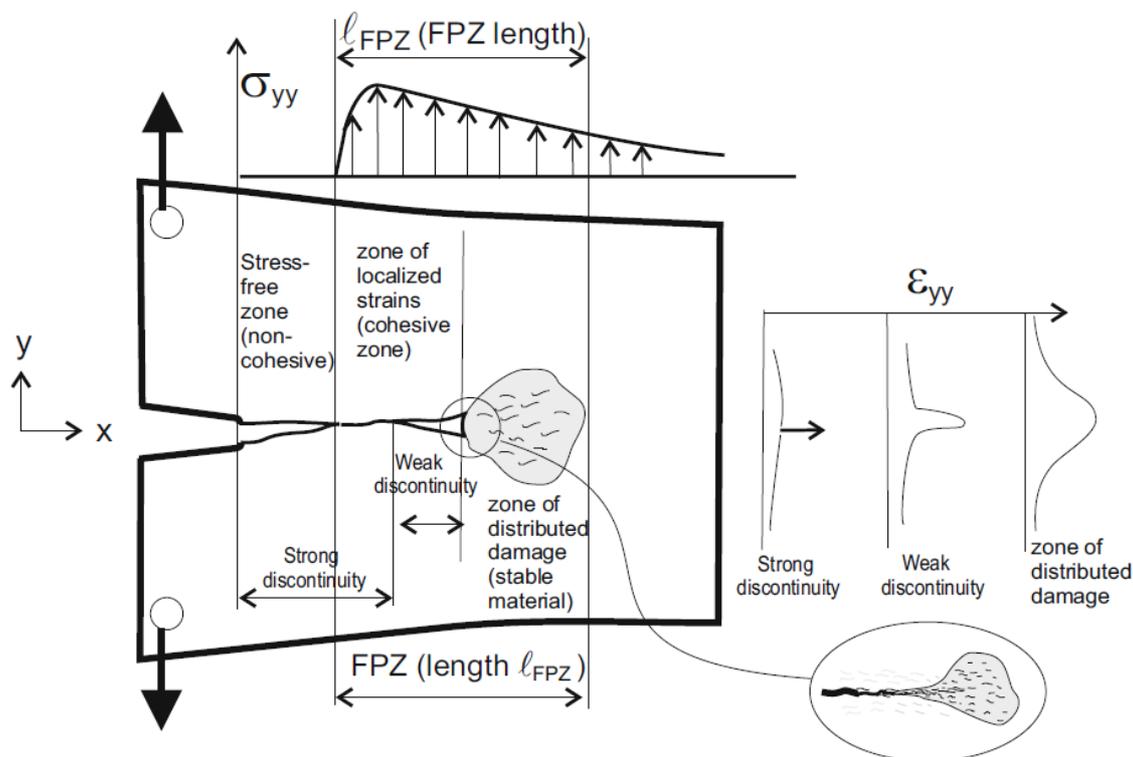
La solution du problème mécanique revient donc à la recherche du vecteur des déplacements nodaux  $\mathbf{d}$ , solution du système d'équations (4.9) (ou de façon équivalente (4.7)) sous les conditions aux limites de Dirichlet :

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}^* \quad \text{sur} \quad \partial_u \Omega \quad (4.11)$$

## 4.2.2 Le modèle de fissuration

**Positionnement du problème** Le processus de propagation d'une fissure dans un milieu sain à l'origine peut être schématisé comme montré dans la figure 4.1. En pointe de fissure la formation et la propagation d'un réseau de micro fissures induisent un comportement local non-linéaire avec dissipation d'énergie. Durant cette phase, le matériau reste à l'échelle macroscopique encore stable. Lorsque le niveau de chargement augmente, la propagation des microfissures donne lieu à un processus instable : une macrofissure principale se propage par coalescence de certaines microfissures, tandis que les autres tendent à se refermer. Au niveau macroscopique ce mécanisme se traduit par un comportement local adoucissant qu'induit le déchargement du système, la refermeture des microfissures secondaires et la localisation des déformations dans une bande très mince autour de la macro-fissure principale.

La modélisation de ce processus au travers des approches continues classiques (mécanique de l'endommagement, théorie de la fissuration diffuse, modèles elastoplastiques, ...) s'avère être, en général, une tâche très difficile. Plusieurs problèmes de natures mathématique et numérique se posent, lorsque des lois constitutives adoucissantes sont utilisées.



**Figure 4.1** – Schématisation du processus de fissuration en matériaux quasi-fragiles [Huespe et Oliver 2011].

Du point de vue mathématique, on constate la perte d'ellipticité des équations d'équilibre (i.e. le problème initialement de nature elliptique devient de type hyperbolique) et la perte d'unicité de la solution (i.e. une infinité de solutions sont possibles). Du point de vue numérique, lorsqu'elles sont implémentées dans le cadre de la méthode des éléments finis, ces méthodes souffrent d'une sensibilité pathologique au maillage de la discrétisation spatiale (finesse, orientation des éléments et dimensions). La réponse à ce problème peut être apportée à plusieurs niveaux et nécessite l'introduction de limiteurs de localisation (plus ou moins avancés).

A ce propos, une possibilité est fournie par l'utilisation des modèles continus enrichis (endommagement non-local, de type gradient, modèles de Cosserat). Dans ces modèles, la microstructure du matériau et le processus de déformation à l'échelle microscopique sont pris en compte selon différentes approches. En introduisant de nouveaux degrés de liberté (des micro-rotations associées à des micro-moments) dans les Modèles de Cosserat [Cosserat et Cosserat 1909], ou en supposant que l'état de contrainte dans une position de l'espace soit influencé par son gradient spatial ([Peerlings et De Vree 1996, Peerlings *et al.* 1998]) ou par l'état de déformation/contrainte [Pijaudier-Cabot et Bazant 1987, Bazant et Jirásek 2002, Girý *et al.* 2011] dans son voisinage (modèles non-locaux). L'introduction dans la loi constitutive d'une longueur interne (représentative de l'échelle micro-structurale du matériau) qui s'avère être nécessaire pose, cependant des problèmes concernant sa signification et sa définition propre et sa détermination. Cette longueur interne, qui est supposée

être intrinsèque au matériau, n’a en fait pas de réalité physique très claire. Pour un matériau donné, en fait, cette caractéristique dépend du problème (géométrie de la structure, conditions aux limites, ...) [Rossi 1998].

Du point de vue numérique, une méthode simple et efficace pour remédier aux pathologies précédemment mentionnées consiste à introduire, à l’échelle de l’élément fini, une dépendance entre les paramètres de la loi constitutive et la dimension de l’élément lui-même [Bažant et Cedolin 1979, Pietruszczak et Mroz 1981]. C’est sur cette idée de base que repose le “Crack Band Model” de Bažant et Oh [1983]. Cette approche peut être considérée comme la transposition, dans une formulation macroscopique, du “Modèle de la Fissure Fictive” présenté par Hillerborg *et al.* [1976] lui-même s’appuyant sur les modèles antérieurs de la “Fissure Cohésive” [Dugdale 1960, Barenblatt 1962]. L’utilisation d’une densité volumique d’énergie  $g_f$ , liée à l’énergie surfacique de fissuration  $G_f$  par le biais d’une longueur caractéristique de l’élément (ou du maillage), permet de régulariser la solution et de récupérer l’objectivité vis-à-vis de la taille du maillage, en assurant une dissipation d’énergie constante et indépendante de la discrétisation spatiale. Cette méthode a l’avantage d’être plutôt simple à implanter dans une loi constitutive sans nécessiter des calculs numériques lourds. Même dans ce cas une série de problèmes mathématiques, numériques et d’alimentation du modèle se posent. Mathématiquement cette méthode ne permet pas de préserver la nature bien posée des équations d’équilibre. Numériquement la fissuration simulée s’avère être dépendante de la morphologie du maillage, surtout en contexte isotrope (cette dépendance peut être sensiblement réduite en contexte anisotrope [Wallin *et al.* 2003, Ottosen et Ristinmaa 2005, Sellier et Bary 2002, Sellier *et al.* 2013a;b]). Finalement, l’utilisation de l’énergie de fissuration  $G_f$  comme paramètre matériau n’est pas claire car sa détermination expérimentale est très dépendante de la typologie d’essai, de la géométrie de l’éprouvette utilisée et surtout des dimensions de cette dernière (i.e. elle est soumise à des effets d’échelle).

**Fissuration probabiliste** Le modèle que nous présentons ne traite pas de la propagation des fissures, au moins au sens de la mécanique de la rupture (c’est à dire qu’un critère de propagation n’est pas nécessaire), mais il porte sur une création aléatoire de fissures élémentaires. L’apparition d’une macro-fissure est alors la conséquence de la création aléatoire, et plus ou moins graduelle, de plusieurs fissures élémentaires. En d’autres termes, la rupture d’éléments successifs peut être considérée, à un niveau macroscopique, comme représentative de la propagation d’une macrofissure (i.e. localisation des déformations). Le modèle est basé sur les hypothèses fondamentales suivantes [Rossi *et al.* 1994, Tailhan *et al.* 2010] :

1. le modèle est probabiliste dans le sens que, pour décrire l’hétérogénéité du matériau ces propriétés mécaniques doivent être réparties aléatoirement (selon des champs non corrélés) sur le maillage d’éléments finis ;
2. un élément fini  $e$  est considéré comme représentatif d’un volume de matériau hétérogène et le degré d’hétérogénéité élémentaire est défini par le rapport de son volume  $V_e$  au volume  $V_g$  du plus gros granulat :

$$r_e = \frac{V_e}{V_g}; \quad (4.12)$$

3. les mécanismes physiques influençant le processus de fissuration restent les mêmes quelque soit l'échelle d'observation. On suppose qu'il est possible de définir des grandeurs macroscopiques indépendamment de la taille de l'élément fini, que ce soit un VER (Volume Élémentaire Représentative) ou non. On suppose que le comportement mécanique de l'élément fini dépend de sa taille, et que, le comportement de chaque élément fini est soumis à des variations aléatoires. Ses propriétés mécaniques sont alors fonction de son propre volume au travers du degré d'hétérogénéité  $r_e$ .

**Formulation du modèle** A l'échelle de l'élément, le modèle considère que le processus de fissuration peut induire une certaine dissipation d'énergie. Les termes "processus de fissuration" désignent ici la création et la propagation d'une fissure au sein de l'élément lui-même. Lorsque la quantité totale d'énergie disponible pour l'élément est consommée, celui-ci est considéré comme fissuré et sa contribution à la rigidité globale du système est alors annulée (i.e.  $\mathbf{k}_e = \mathbf{0}$ , dans la relation (4.10)).

Le formalisme mathématique lié à un modèle d'endommagement isotrope à un seul paramètre [Lemaitre et Chaboche 1994, Lemaitre et Desmorat 2005] ainsi qu'une régularisation énergétique (probabiliste) sont utilisés. Même si la formulation mathématique proposée présente des analogies avec les méthodes basées sur la théorie de l'endommagement ou sur les approches de fissuration distribuée, ces approches ne doivent pas être confondues. De la mécanique de l'endommagement, seul le formalisme mathématique est retenu, et non pas les hypothèses physiques de base. On ne s'intéresse pas, en fait, à la création et à la propagation des micro-fissures distribuées dans le volume, mais à l'effet énergétique de la propagation d'une seule fissure au sein de l'élément. D'autre part, la méthode proposée ne doit pas être confondue avec les approches de "fissuration repartie", car aucune décomposition additive du champ de déformation n'est introduite au niveau de la loi constitutive. Le comportement adoucissant post-pic est utilisé, afin de modéliser la dissipation d'énergie locale associée à la propagation de la fissure au sein de l'élément lui même.

Du point de vue numérique, lorsque la résistance à la traction  $f_t$  dans un point de gauss de l'élément est atteinte dans la direction de la contrainte principale majeure  $\sigma_1$ , on calcule le tenseur élastique sécant  $\mathbf{C}^s$  endommagé comme un multiple du tenseur élastique initial  $\mathbf{C}^e$  et on écrit la loi constitutive contrainte-déformation comme suit :

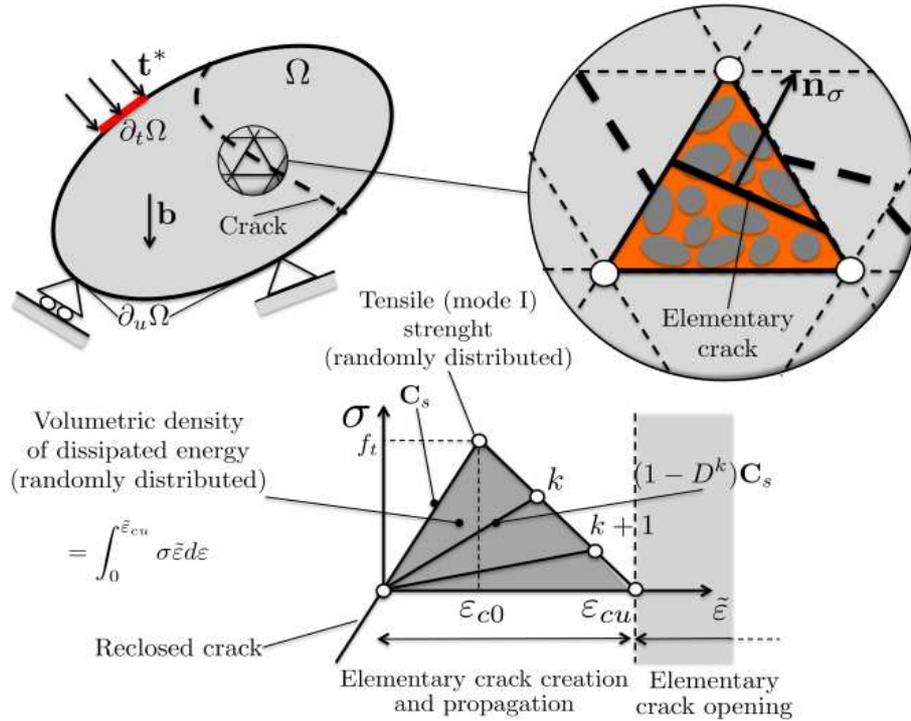
$$\boldsymbol{\sigma} = \underbrace{(1 - D)\mathbf{C}^e}_{:=\mathbf{C}^s} : \boldsymbol{\varepsilon} \quad (4.13)$$

où la variable d'endommagement  $D \in [0, 1]$  évolue ( $D = 0$  pour le milieu sain) en fonction d'une variable interne  $k$  au travers d'une loi de flux

$$D = g(k). \quad (4.14)$$

Le domaine élastique et les conditions pour lesquelles l'endommagement peut augmenter sont définis par l'introduction de la fonction de chargement  $f = f(\tilde{\varepsilon}, k)$ , avec  $\tilde{\varepsilon}$  fonction scalaire du champ de déformation  $\boldsymbol{\varepsilon}$ . La fonction  $f$  et le taux de changement de la variable  $k$  doivent satisfaire les conditions de Kuhn-Tucker :

$$f \leq 0 \quad \dot{k} \geq 0 \quad f\dot{k} = 0. \quad (4.15)$$



**Figure 4.2** – Principe de base du modèle probabiliste de fissuration semi-explicite proposé.

Si on postule la fonction de chargement sous la forme :

$$f(\varepsilon, k) = \tilde{\varepsilon}(\varepsilon) - k, \quad (4.16)$$

la variable  $k$  représente une mesure scalaire de la déformation maximale enregistrée par le matériau pendant son histoire de chargement.

Plusieurs définitions sont possibles pour la fonction  $f(\varepsilon, k)$  [Jirásek 2011] . Dans la formulation utilisée ici une formulation bilinéaire de la relation contrainte-déformation est choisie (figure 4.2). L'endommagement est piloté par la partie positive de la projection du champ de déformations  $\varepsilon$  dans la direction  $\mathbf{n}_\sigma$  de la contrainte principale majeure  $\sigma_1$  :

$$\tilde{\varepsilon}(\varepsilon) = \langle \mathbf{n}_\sigma \cdot \varepsilon \rangle^+ \quad (4.17)$$

où  $\langle \bullet \rangle^+$  dénote l'opérateur partie positive (pour un scalaire  $a$ ,  $\langle a \rangle^+ = a$  si  $a > 0$  et  $\langle a \rangle^+ = 0$  autrement). De manière congruente avec la formulation des modèles de fissuration répartie à fissure tournante [Gupta et Akbar 1984, De Borst et Nauta 1985, De Borst 2002], lorsque le critère de rupture est vérifié pour la première fois, la direction de la normale au plan de fissure  $\mathbf{n}_\sigma$  n'est pas fixée. Par conséquent  $\mathbf{n}_\sigma$  continue à évoluer en fonction de l'évolution de l'état de contrainte dans le matériau pendant le chargement. Ce choix, couplé à la mise à zéro progressive de la matrice de rigidité de l'élément, assure l'absence des phénomènes de blocage des contraintes, typiques des méthodes de fissuration distribuée [Rots *et al.* 1985, Jirásek et Zimmermann 1998].

De manière congruente avec les hypothèses de base du modèle, seulement lorsque cette condition est atteinte, une ouverture de fissure peut être calculée. Ce calcul, n'est donc pas effectué à partir du champ des déformations élémentaires (comme pour les autres méthodes), mais en tant que projection selon la direction de  $\mathbf{n}_\sigma$  des déplacements nodaux (figure 4.3).

En particulier, si on suppose l'élément  $\Omega_e$  séparé par le plan de fissure en deux sous domaines  $\Omega_e^+$  et  $\Omega_e^-$  avec  $\mathbf{n}_\sigma$  sortant de  $\Omega_e^-$ , l'ouverture élémentaire  $a_e$  peut donc être calculée comme suit :

$$a_e = \bar{u}_n^+ - \bar{u}_n^- = \left[ \frac{\sum_{i=1}^{n_{el}^+} \mathbf{u}_e^{(i)}}{n_{el}^+} - \frac{\sum_{j=1}^{n_{el}^-} \mathbf{u}_e^{(j)}}{n_{el}^-} \right] \cdot \mathbf{n}_\sigma \quad (4.18)$$

où  $\mathbf{u}_{e+}^{(i)}$  et  $\mathbf{u}_{e-}^{(j)}$  sont les vecteurs des déplacements des nœuds  $i \in \Omega_e^+$  et  $j \in \Omega_e^-$  respectivement, et  $n_{el}^+$  et  $n_{el}^-$  dénotent le nombre total des nœuds dans  $\Omega_e^+$  et  $\Omega_e^-$ .

Concernant la refermeture de la fissure, elle est gérée de manière très simple en supposant que lorsque  $a_e = 0$  la rigidité de l'élément (en compression) est complètement récupérée (figure 4.2).

#### Alimentation du modèle : choix de l'énergie dissipée dans le processus de fissuration

Dans cette formulation, la dissipation d'énergie jusqu'à rupture est représentée par toute la zone sous la courbe contrainte-déformation (densité volumique d'énergie) multipliée par le volume de l'élément. Le modèle considère que cette énergie est consommée entièrement dans propagation d'une macro-fissure au sein de l'élément lui-même.

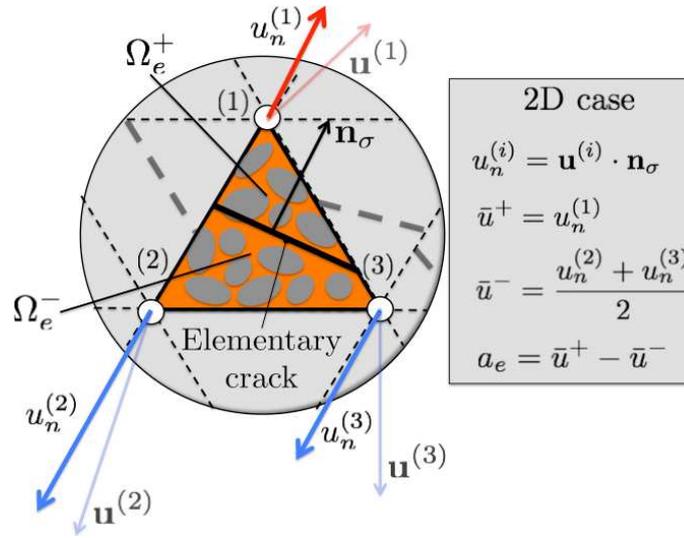
La valeur de cette densité volumique d'énergie peut être estimée à partir de la densité surfacique d'énergie  $G_c$  obtenue expérimentalement par Rossi [1988] :

$$G_c = \frac{K_{Ic}^2}{E} = 1.31410 \times 10^{-4} \frac{\text{MN m}}{\text{m}^2} \quad (\text{en conditions de contraintes planes}) \quad (4.19)$$

où, dans le contexte de la Mécanique Linéaire de la Rupture [Irwin 1968],  $G_c$  est le taux de restitution critique d'énergie et  $K_{Ic}$  est le facteur d'intensité des contraintes en mode I.

L'utilisation de  $G_c$  (ou de  $K_{Ic}$  comme variable d'alimentation repose sur deux hypothèses physiques :

1. l'énergie consommée dans la propagation d'une macro-fissure au sein de l'élément peut être considérée, en valeur moyenne, comme un paramètre intrinsèque du matériau (i.e. du type de béton). Dans le cas où l'énergie cinétique est négligée, la puissance mécanique disponible pour ouvrir une fissure de surface  $A$  est égale à la variation de l'énergie potentielle totale  $V$ , résultat de la variation de l'énergie élastique stockée dans la structure et de la variation d'énergie liée aux forces extérieures. Cette contribution mécanique est appelée taux de restitution d'énergie  $G$ . Cette énergie sert à créer de nouvelles surfaces libres, ce qui implique des apports



**Figure 4.3** – Méthode de calcul de l'ouverture de fissure pour un élément fini déclaré fissuré.

d'énergie. En appelant  $\gamma_s$  l'énergie spécifique de rupture par unité de surface, selon la théorie de Griffith pour la rupture fragile il est nécessaire pour que la fissure se propage que la contribution mécanique équilibre au moins l'énergie dissipée. Ce qui s'écrit, pour un milieu plan d'épaisseur unitaire, comme suit :

$$G - 2\gamma_s \geq 0. \quad (4.20)$$

La valeur critique du taux de restitution d'énergie (i.e. l'énergie critique nécessaire afin d'activer la propagation de la fissure) est donc liée à l'énergie spécifique de rupture  $\gamma_s$  par la relation

$$G_c = 2\gamma_s. \quad (4.21)$$

Si  $\gamma_s$  est donc un paramètre intrinsèque du matériau, alors  $G_c$  peut aussi être considéré comme tel (au moins en valeur moyenne). Cette hypothèse est raisonnable, compte tenu des résultats obtenus par Rossi [1988] et confirmés par Rossi *et al.* [1990] ;

2. en raison de l'hétérogénéité du matériau (dont l'impact est toujours représenté à l'échelle de l'élément fini) l'énergie dissipée peut subir des variations (dispersion en termes statistiques) autour de la valeur moyenne. Cette dispersion peut être considérée comme directement influencée par la taille du volume sollicité. Ainsi, ce volume peut (ou non) être intéressé par la propagation d'une fissure. La dispersion doit augmenter lorsque la taille du volume diminue, en raison de l'hétérogénéité du matériau qui augmente avec la diminution du volume de matériau considérée (figure 4.4).

Quelques commentaires doivent être avancés concernant les différences entre le taux de restitution critique  $G_c$  et l'énergie de fissuration  $G_f$  [Hillerborg *et al.* 1976]. Ces différences

sont strictement liées à leurs significations physiques ainsi qu’aux méthodes utilisées pour leurs détermination expérimentale.

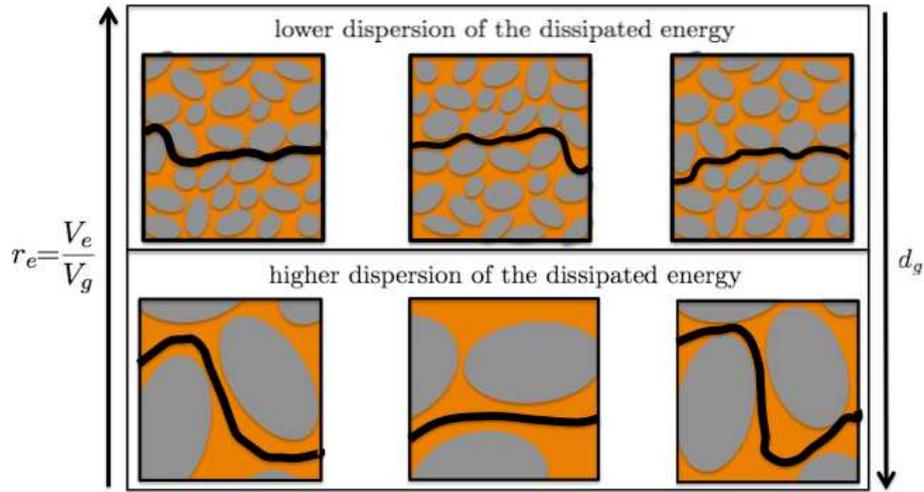
- Du point de vue physique, à la différence de  $G_c$ , l’énergie  $G_f$  traduit en termes de dissipation de surface l’ensemble des dissipations volumiques qui ont lieu en pointe de fissure (dans la FPZ) pendant le processus de propagation de la macrofissure [Hillerborg *et al.* 1976, Hillerborg 1985, Elices *et al.* 2002]. Sa valeur, est strictement dépendante des dimensions de la Fracture Process Zone [Bažant et Kazemi 1991]. Ces dernières, cependant, ne restent pas constantes pendant le processus de propagation, mais elles évoluent en fonction de la géométrie de la structure, de ses dimensions et de l’influence des conditions aux limites. Par conséquent  $G_f$  aussi évolue tandis que, pour les considération auparavant introduites,  $G_c$  reste constant (au moins en termes moyens).
- Du point de vue expérimental, cette influence de la dimension de la FPZ se traduit dans une dépendance de la taille de l’échantillon analysé. La prise en compte de ces “effets d’échelle” dans le cadre d’une approche probabiliste, donc, devrait prévoir l’introduction de lois statistiques adéquates permettant de mettre en relation  $G_f$ , en termes de moyenne et de variance, et le degré d’hétérogénéité du volume de matière sollicité (ou de l’élément fini). D’autre part il est évident qu’une relation entre  $G_c$  et  $G_f$  peut être instituée, si on considère  $G_c$  comme la valeur asymptotique de  $G_f$  pour une taille d’éprouvette  $d$  suffisamment grande (i.e.  $G_c = \lim_{d \rightarrow +\infty} G_f$ ). Lorsque cette condition est vérifiée, en fait, la dimension de la FPZ devient négligeable par rapport à la dimension de la structure, la validité des hypothèses de base de la mécanique linéaire de la rupture [Irwin 1968] est récupérée et la relation (4.19) est valable. Pour les raisons auparavant mentionnées, le taux de restitution critique d’énergie présente l’avantage d’être considéré comme une propriété du matériau et d’être influencé par l’hétérogénéité seulement en termes de dispersion statistique. Les limitations à son utilisation sont, cependant, strictement liées à la complexité de sa détermination expérimentale. Et en particulier, à l’utilisation qui s’avère être nécessaire d’échantillons de très grands dimensions [Rossi 1988, Rossi *et al.* 1990].

Le passage d’une densité surfacique  $G_c$  à une densité volumique d’énergie  $g_c$  impose l’introduction dans le problème d’une longueur caractéristique élémentaire  $l_e$  telle que la dissipation de surface associée à la propagation d’une fissure dans l’élément soit équivalente à la dissipation volumique associée à la dégradation progressive du module de Young :

$$g_c = \frac{G_c}{l_e}. \quad (4.22)$$

La définition de  $l_e$  nécessite l’introduction d’une schématisation géométrique de l’élément, et la prise en compte du niveau d’enrichissement du champ de déplacement élémentaire [Bažant et Oh 1983] (i.e. de l’ordre d’intégration du champs de déplacements). Concernant ce choix, plusieurs définitions sont possibles [Benboudjema 2002]. Dans notre cas, elle à été calculée pour chaque élément comme suit :

$$l_e = \sqrt[3]{V_e}. \quad (4.23)$$



**Figure 4.4** – Représentation schématique de l'influence de la dimension de l'hétérogénéité locale sur la dispersion de l'énergie dissipée pendant le processus de fissuration d'un élément fini/de volume.

Pour les calculs numériques, l'énergie dissipée est alors distribuée de manière aléatoire sur le maillage. La fonction de distribution choisie est une loi *log-normale*. La valeur moyenne de cette distribution est choisie constante (indépendamment de l'échelle) et son écart-type est le seul paramètre à déterminer par analyse inverse. Par analyse inverse doivent être déterminés aussi les paramètres de la *distribution de Weibull* choisie pour la résistance (voir section 4.3).

**Implantation numérique du modèle** La formulation proposée a été implantée dans le code de calcul par éléments finis FIDES (Fissuration DES Structures), développé à l'IFSTTAR. La procédure numérique (complètement implicite) peut être schématisée comme suit (pour l'élément  $e$ -ème) :

1. au début de l'itération  $k + 1$  du pas de temps/chargement  $n + 1$  on calcule l'état de contrainte à l'itération précédente

$$\boldsymbol{\sigma}^k = (1 - D^k)\mathbf{C} : \boldsymbol{\varepsilon}^k, \quad (4.24)$$

ses composantes principales

$$\sigma_1^k \geq \sigma_2^k \geq \sigma_3^k \quad (4.25)$$

et la direction de la contrainte principale majeure  $\mathbf{n}_\sigma$  ;

2. si au pas précédent l'élément était encore élastique (vierge) on vérifie le critère de rupture :
  - (a) Si  $\sigma_1^k \leq f_t$ , alors l'élément reste vierge, son degré d'endommagement est maintenu à zéro ( $D^{k+1} = 0$ ) et on sort de la procédure ;
  - (b) Si  $\sigma_1^k \geq f_t$  pour la première fois, alors on déclare l'élément comme étant en cours d'endommagement et on calcule les grandeurs caractéristiques de la loi

constitutive dans le plan  $(\boldsymbol{\sigma}, \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}})$ . On définit donc la déformation d'initialisation de l'endommagement  $\tilde{\varepsilon}_0 = \langle \mathbf{n}_\sigma \cdot \boldsymbol{\varepsilon}^k \rangle^+$ , la déformation maximale critique  $\tilde{\varepsilon}_c = 2g_c/f_t$  et on pose  $\tilde{\varepsilon}_s^{k+1} = \tilde{\varepsilon}_0$  pour la déformation de seuil courant (la variable  $k$  dans la relation (4.16)) ;

3. si au pas précédent l'élément était déjà en cours d'endommagement, où il vient d'être déclaré comme tel, on vérifie si la déformation équivalente courante  $\tilde{\varepsilon}^k$  est plus élevée que le seuil courant  $\tilde{\varepsilon}_s^k$  :

(a) Si cette condition n'est pas satisfaite ( $\tilde{\varepsilon}^k \leq \tilde{\varepsilon}_s^k$ ), alors on pose  $D^{k+1} = D^k$  et on sort de la procédure ;

(b) Si  $\tilde{\varepsilon}^k > \tilde{\varepsilon}_s^k$ , alors on met à jour le seuil  $\tilde{\varepsilon}_s^{k+1} = \tilde{\varepsilon}^k$ , et on calcule la fonction :

$$g(\tilde{\varepsilon}^k) = \frac{\tilde{\varepsilon}^k - \tilde{\varepsilon}_0}{\tilde{\varepsilon}_c - \tilde{\varepsilon}_0}, \quad (4.26)$$

et finalement la nouvelle valeur de l'endommagement :

$$D^{k+1} = 1 - \frac{\tilde{\varepsilon}_0}{\tilde{\varepsilon}^k} \left( 1 - g(\tilde{\varepsilon}^k) \right). \quad (4.27)$$

On remarque que en raison de la distribution aléatoire des propriétés mécaniques ( $f_t$  et  $g_c$ ) le calcul des déformations caractéristiques  $\tilde{\varepsilon}_0$  et  $\tilde{\varepsilon}_c$  de la loi constitutive doit être effectué pour tous les éléments du maillage. Dans la suite nous utiliserons uniquement des éléments linéaires de type tétraèdre à 4 nœuds (cas 3D) ou de type triangle à 3 nœuds (cas 2D). Pour ces éléments l'intégration du champ des contraintes est effectué sur un seul point de gauss (placé dans la position de leurs barycentre géométrique).

## 4.3 Calibration des paramètres du modèle - analyse inverse

### 4.3.1 Positionnement du problème

Si une méthode de type Monte-Carlo est utilisée pour simuler l'hétérogénéité du béton dans le cadre d'une modélisation probabiliste par éléments finis,  $n$  réalisations de chaque vecteur des variables aléatoires (résistance à la traction, énergie de fissuration, etc.) sont générées à partir d'une fonction de densité de probabilité donnée. Les  $n$  réalisations sont, pour chaque paramètre matériau, fonctions des paramètres de la loi de distribution statistique correspondante. Selon les hypothèses du modèle, ces paramètres varient en fonction de la dimension des éléments finis utilisés dans la discrétisation spatiale du problème traité. Le problème est que ils ne sont pas connus a priori, mais seule une approche par analyses inverses peut permettre d'accéder à ces fonctions. Cette démarche doit bien sûr être basée sur des données expérimentales objectives.

**Paramètres à déterminer** Dans la suite on fait l'hypothèse que les distributions statistiques/spatiales des résistances et des énergies de fissuration dans l'espace soient complètement découplées. La résistance et l'énergie de fissuration sont respectivement distribuées dans les éléments du maillage selon une loi de Weibull [1951] et une loi log-normale. De manière congruente avec les hypothèses du modèle, les paramètres des lois de distribution sont définis en fonction du rapport  $r_e$ . On rappelle brièvement la formulation des deux lois statistiques.

*Loi de Weibull* En théorie des probabilités [Feller 2008], la loi de Weibull [1951] est une loi de probabilité continue. Elle est un cas special des lois de valeurs extrêmes généralisées [Coles 2001]. Dans la version à deux paramètres, utilisée dans la suite, sa densité de probabilité est définie par la fonction  $f : x \in (0, +\infty] \rightarrow \mathbb{R}$  suivante :

$$f(x, b, c) = \frac{b}{c} \left(\frac{x}{c}\right)^{b-1} e^{-\left(\frac{x}{c}\right)^b} \quad (4.28)$$

où  $b > 0$  est le paramètre de forme et  $c > 0$  est le paramètre d'échelle de la distribution. La distribution de Weibull est strictement liée à d'autres distributions de probabilité, en particulier elle approxime la distribution exponentielle (si  $c = 1$ ) et la distribution de Rayleigh ( $c = 2$ ).

L'espérance mathématique  $\mu$  et la variance  $\sigma^2$  (le carré de l'écart-type) de la distribution sont donnés par les relations suivantes :

$$\mu = b\Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right) \quad \sigma^2 = b^2\Gamma\left(1 + \frac{2}{k}\right) - \mu^2 \quad (4.29)$$

où  $\Gamma$  est la fonction "gamma". Si on dénote  $n!$  le factoriel de  $n$  ( $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 2 \times 1$ ),  $\Gamma(n)$  s'écrit comme suit :

$$\Gamma(n+1) = n! \quad (4.30)$$

*Loi log-normale* Selon la théorie des probabilités, une variable aléatoire  $X$  est considérée suivre une loi de distribution log-normale de paramètres  $\mu$  et  $\sigma^2$  si la variable  $Y = \ln(X)$  est distribuée selon une loi normale d'espérance  $\mu$  et de variance  $\sigma^2$ . La densité de probabilité est définie par la fonction  $f : x \in (0, +\infty] \rightarrow \mathbb{R}$  :

$$f(x, \mu, \sigma) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (4.31)$$

où  $\mu$  et  $\sigma$  sont la moyenne et l'écart type du logarithme naturel de la variable. L'espérance  $E(X)$  de la variable aléatoire  $X$  et sa variance  $Var(X)$  sont calculées en fonction des caractéristiques  $\mu$  et  $\sigma^2$  comme suit :

$$E(X) = e^{\mu + \frac{\sigma^2}{2}} \quad Var(X) = (e^{\sigma^2} - 1) e^{2\mu + \sigma^2} \quad (4.32)$$

Inversement, il est possible de calculer  $\mu$  et  $\sigma$  en fonction de  $E(X)$  et de  $Var(X)$  :

$$\mu = \ln[E(X)] - \frac{1}{2} \ln\left\{1 + \frac{Var(X)}{[E(X)]^2}\right\} \quad \sigma^2 = \ln\left\{\frac{Var(X)}{[E(X)]^2} + 1\right\} \quad (4.33)$$

Dans la suite on considère la variance comme mesure de la dispersion de la distribution aléatoire :  $d_g = Var(X)$ .

**Méthode de calibration des paramètres** Selon les hypothèses du modèle trois paramètres sont à déterminer en fonction de la taille de l'élément : les paramètres  $b_f$  et  $c_f$  de la loi de distribution de la résistance et la dispersion  $d_g$  de la loi de distribution de l'énergie de fissuration. L'objectif de la procédure d'analyse inverse est donc de parvenir, pour chaque paramètre générique  $\alpha_i$  des lois statistiques adoptées, à des relations analytiques de la forme

$$\alpha_i = \alpha_i \left( f_c, \frac{V_e}{V_g} \right), \quad (4.34)$$

permettant de les mettre en relation avec la qualité de la pâte de ciment (représentée par sa résistance à la compression) et du degré d'hétérogénéité élémentaire  $r_e$ . En termes généraux, la procédure d'analyse inverse peut être schématisée comme suit, [Tailhan *et al.* 2010] :

1. choix d'un essai expérimental de référence ;
2. choix d'un type de béton (i.e.  $V_g$  est connu en fonction de la granulométrie du matériau) ;
3. choix d'une taille de maille pour la simulation numérique de l'essai (i.e. on fixe le rapport  $V_e/V_g$ ) ;
  - (a) exécution de  $n$  calculs différents selon une approche de type Monte-Carlo : à chaque calcul correspond un tirage aléatoire des propriétés sur tous les éléments selon les mêmes lois de distribution statistique pour la résistance à la traction et pour l'énergie ;
  - (b) identification des comportements pré-pic (matériau) et post-pic (structurel) pour chacun des  $n$  calculs et identification des paramètres représentatifs (moyenne de la résistance structurelle, sa variance, énergie totale dissipée, ...) et comparaison avec les données expérimentales ;
  - (c) répétition des  $n$  calculs en changeant les caractéristiques de la loi de distribution jusqu'au respect d'un critère opportuniste ;
4. modification de la taille du maillage : c'est à dire changement du rapport  $V_e/V_g$  et retour au point 3 ;
5. modification la formulation du béton et retour au point 2.

Il est clair que cette procédure d'analyse inverse, qui est indispensable afin d'affecter à chaque taille d'élément fini les lois de distribution appropriées, est une procédure très coûteuse du point de vue numérique. Toutefois, cette étape doit être exécutée une seule fois pour chaque taille d'élément  $V_e$ . En d'autres termes, une fois les lois de distribution obtenues (et validées) pour une gamme raisonnable de tailles des volumes finis, elles peuvent être utilisées directement sans besoin d'analyse inverse ultérieure.

### 4.3.2 Exécution de l'analyse inverse

Les essais de fendage présentés dans le chapitre 3 sont, par la suite, utilisés comme expérimentation physique de référence. À cette fin, seuls les essais effectués sur des éprouvettes de diamètre 110 mm et épaisseur 50 mm sont considérés. Les résultats obtenus

dans les essais sur des disques de diamètres plus importants (160 mm et 250 mm) sont utilisés dans le paragraphe 4.5.2 pour vérifier la pertinence de la formulation dans la prédiction des effets d'échelle. La formulation du béton ordinaire (BO) utilisé pour l'étude est donnée dans le tableau 4.1. Selon cette formulation le diamètre du plus gros granulat est  $D_g = 2\text{cm}$ , et par conséquent :

$$V_g = \frac{\pi D_g^2}{4} = 3.014 \times 10^{-4} \text{m}^3 \quad (4.35)$$

L'analyse inverse est limitée, dans la suite, aux deux rapports de volume qui caractérisent le maillage pour les calculs du tirant en béton armé utilisé pour valider la procédure de couplage fissuration-transfert (voir chapitre 5). En sortant légèrement des finalités de ce modèle, conçu pour la modélisation des structures à grande échelle, l'analyse a été limitée aux deux rapports de volume

$$r_e = 3 \times 10^{-2} \approx 10^{-2} \quad \text{et} \quad r_e = 6.0 \times 10^{-3} \approx 10^{-3}. \quad (4.36)$$

Ce choix est autorisé compte tenu des résultats précédemment obtenus par Tailhan *et al.* [2010] concernant le modèle de fissuration probabiliste semi-explicite formulé selon une loi constitutive élastique-fragile. Ces résultats ont montré que, en général, une analyse inverse appropriée permet de garder la pertinence des résultats fournis par l'approche probabiliste même pour des rapports de volume très petits ( $r_e \ll 1$ ). On remarque que, afin de permettre l'utilisation du modèle dans une plus large gamme de problèmes (grandes structures du génie civil par exemple), une analyse inverse pour une plus large gamme de rapports de volumes est nécessaire. Même dans ce cas, la connaissance des fonctions de distribution pour des rapports de volume très petits est de première importance, car dans la pratique des raffinements locaux du maillage sont souvent nécessaires. Par exemple à proximité immédiate de barres d'armature, si elles sont maillées avec des éléments massifs.

**Principes de base des essais de référence** On rappelle synthétiquement les aspects de base de l'essai de fendage présenté dans le chapitre 3. Le cylindre de béton (diamètre  $d_s$  et épaisseur  $t_s$ ), placé entre les deux plateaux de la presse, est chargé verticalement. Pour assurer le contrôle après le pic d'effort, l'essai est piloté sur la moyenne ( $\Delta d_s = (\Delta d_f + \Delta d_r)/2$ ) des variations de deux cordes diamétrales de l'éprouvette situées de part et d'autre de la section verticale médiane ( $\pm 15$  mm par rapport à cette section). Chaque variation diamétrale ( $\Delta d_{f(r)}$ ) est obtenue comme la somme des mesures de déplacement de deux LVDTs opposés. Afin d'éviter l'apparition de fissures latérales/secondaires l'essai est arrêté lorsque le déplacement moyen  $\Delta d_s$  atteint une valeur maximale  $\Delta d_{s,\max}$  de 300  $\mu\text{m}$ .

**Maillages utilisés dans les calculs** Les deux maillages d'éléments finis utilisés pour la simulation de l'essai de fendage sont présentés dans la figure 4.5. Une zone prismatique avec un maillage régulier et des éléments de dimension quasi-uniformes est prévue pour chaque maillage. Cette zone est positionnée dans la partie centrale des échantillons (le long du diamètre vertical du cylindre) où, selon les prévisions théoriques [Timoshenko et

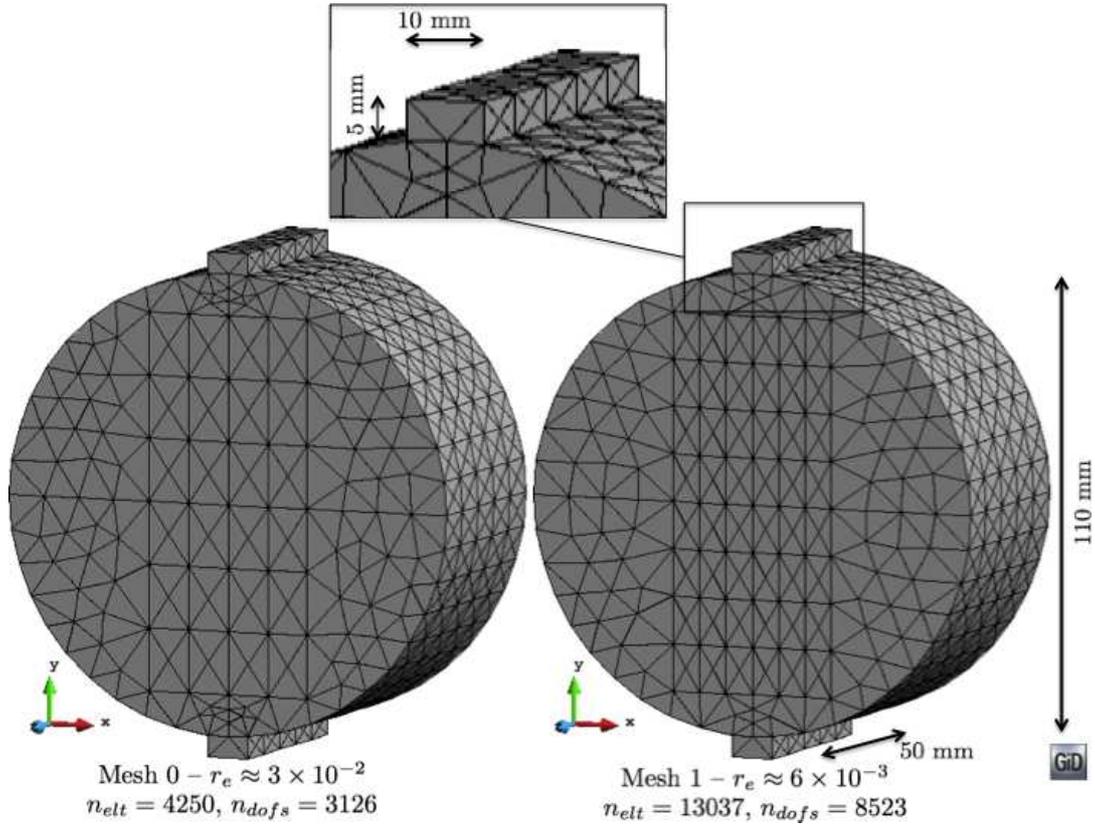
**Tableau 4.1** – Formulation du béton ordinaire (BO) utilisé dans l'étude expérimental et numérique.

Composants	kg/m <sup>3</sup>
Ciment : CEM I 52.5 N PMES CP2	340.00
Eau	184.22
Sable : Bernières 0/4	739.45
Gravier : Bernières 6.3/20	1072.14

Goodier 1951], la fissuration est sensée localiser. Le chargement est effectué au moyen de deux parallélépipèdes en acier (largeur  $b = 1$  cm, hauteur 0.5 cm, et longueur 5 cm) ayant un comportement élastique linéaire. Leurs présence permet de répartir la charge appliquée et d'éviter l'endommagement localisé du béton dans le voisinage de la zone d'application de la charge, due à des contraintes de compression trop élevées. Les paramètres assignés aux lois constitutives sont donnés dans la figure 4.6. Concernant le béton, les mêmes paramètres de la loi probabiliste sont assignés à tous les éléments du maillage. Ce choix n'influence pas la réponse globale de l'échantillon car les éléments périphériques restent élastiques et la fissuration tend à se localiser verticalement dans la direction du diamètre de l'éprouvette.

Quelques commentaires doivent être avancés concernant le choix de la dimension  $b$  de la bande de répartition de la charge. Son influence sur la force maximale supportable par un échantillon sous chargement diamétral (i.e. la résistance de l'échantillon) est bien connu [Rocco *et al.* 1999a;b]. En particulier, la résistance tend à augmenter lorsque le rapport  $b/d_s$  augmente, en raison de l'extension progressive de la zone comprimée dans le voisinage des appuis. L'estimation d'une valeur représentative de  $b$  à partir de la configuration expérimentale est plutôt difficile, principalement en raison de l'utilisation (non conventionnelle) du ruban adhésif afin d'assurer la répartition de la charge. Par conséquent, des analyses supplémentaires sont nécessaires afin de valider l'hypothèse  $b = 1$  cm et son influence sur la réponse globale simulée. Cette vérification, qui est nécessaire pour confirmer l'indépendance des résultats de l'analyse inverse par rapport aux conditions aux limites, sera montrée en conclusion du chapitre.

**Méthode de pilotage du calcul** Pour les systèmes structuraux présentant des comportements fortement non linéaires accompagnés de phénomènes d'instabilités (snap-backs/snap-through), les techniques classiques de contrôle en force ou déplacement ne sont pas satisfaisantes. Plusieurs algorithmes sont disponibles afin de surmonter ce problème [Crisfield 1991, Zienkiewicz et Taylor 2000]. La méthode de la longueur d'arc [Riks 1979, Ramm 1981, Crisfield 1982], entre autres, est souvent utilisée en raison de sa simplicité d'implémentation et d'adaptation [Crisfield 1986, De Borst 1987]. Différemment des méthodes de pilotage en force/déplacement, où l'incrément de force/déplacement est assumé être constant pendant le pas de chargement, dans cette méthode, l'incrément des actions externes appliquées est adapté (selon un facteur de charge variable) afin d'assurer la convergence de l'algorithme de solution. La procédure adoptée repose sur la décomposition suivante du vecteur des



**Figure 4.5** – Maillages utilisés pour la simulation de l’essai de fendage dans le cadre de l’analyse inverse pour la calibration numérique - expérimentale des paramètres des lois de distributions aléatoires.

forces externes :

$$\mathbf{f}_{n+1} = \mathbf{f}_n + \Delta\lambda \hat{\mathbf{f}} \quad (4.37)$$

où  $\mathbf{f}_n$  est le vecteur des forces externes au pas de temps  $n$ ,  $\hat{\mathbf{f}}$  est un vecteur unitaire et  $\Delta\lambda$  est un facteur de charge scalaire (à déterminer). De manière congruente avec la décomposition (4.37), l’incrément de déplacement à l’itération  $k+1$  du pas de temps  $n+1$  peut être décomposé dans ses deux contributions comme suit :

$$d\mathbf{u}_{k+1} = d\mathbf{u}_{k+1}^I + \Delta\lambda_{k+1} d\mathbf{u}_{k+1}^{II} \quad (4.38)$$

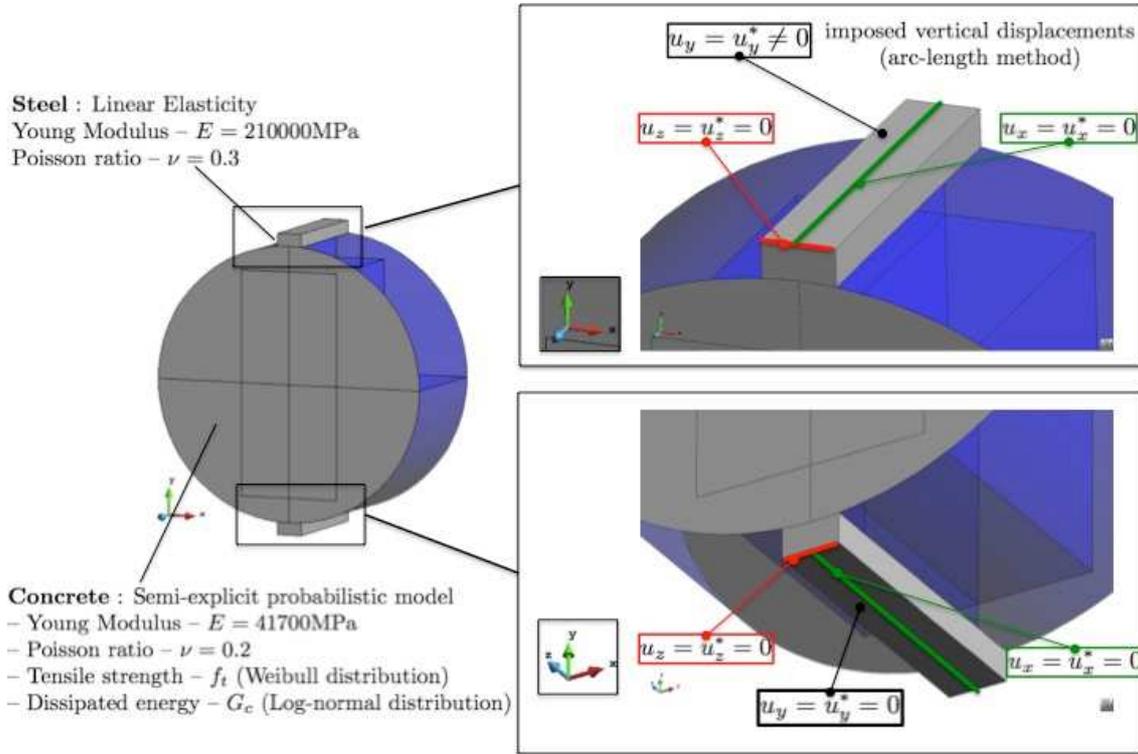
De manière analogue on peut écrire :

$$\Delta\mathbf{u}_{k+1} = \Delta\mathbf{u}_k + d\mathbf{u}_{k+1} \quad (4.39)$$

$$= \Delta\mathbf{u}_k + d\mathbf{u}_{k+1}^I + \Delta\lambda_{k+1} d\mathbf{u}_{k+1}^{II} \quad (4.40)$$

où  $\Delta\mathbf{u}_{k+1}$  et  $\Delta\mathbf{u}_k$  sont les incréments de déplacement aux itérations  $k+1$  par rapport au pas de temps/chargement précédent ( $n$ ).

La détermination de cette nouvelle variable du problème aux limites nécessite l’introduction d’une équation/condition supplémentaire exprimée en termes de déplacements



**Figure 4.6** – Conditions aux limites imposés pour la simulation numérique des essais de fendage et paramètres assignés aux lois constitutives des matériaux.

courants. Dans ce cas particulier, une méthode numérique de pilotage du calcul, analogue à celle expérimentale, est mise en œuvre. Pendant la simulation, l'amplitude de l'incrément des déplacements verticaux  $\Delta\bar{u}_{k+1}^v$  (dans la direction de l'axe  $y$ ) imposé en correspondance de la ligne de charge (figure 4.6), est adaptée en fonction de la variation diamétrale moyenne  $\Delta d_{s,k+1}$  de l'échantillon. Cette dernière est calculée à partir des déplacements horizontaux des 4 nœuds ( $n_1, n_2, n_3, n_4$ ) représentatifs des points de mesure réels (figure 4.8). Si on dénote  $\Delta u_{k+1}^h(\bullet)$  la composante horizontale (axe  $x$ ) de l'incrément de déplacement du nœud  $\bullet$  on peut écrire :

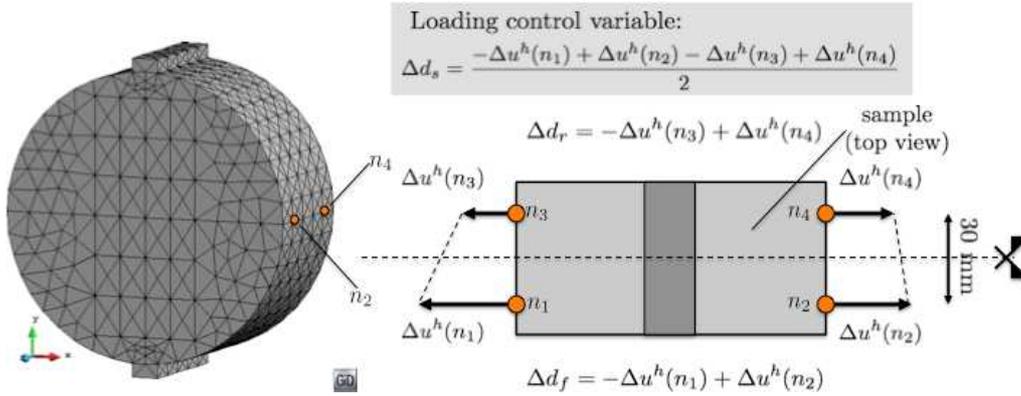
$$\Delta d_{k+1} = \frac{-\Delta u_{k+1}^h(n_1) + \Delta u_{k+1}^h(n_2) - \Delta u_{k+1}^h(n_3) + \Delta u_{k+1}^h(n_4)}{2} \quad (4.41)$$

où chaque incrément  $\Delta u_{k+1}^h(\bullet)$  peut être décomposé selon la relation (4.37). On recherche, donc, la valeur de  $\Delta\lambda_{k+1}$  telle que l'incrément de déplacement imposé  $\Delta\bar{u}_v^{k+1}$  détermine un incrément de variation diamétrale moyenne  $\Delta d_s^{k+1}$  assigné :

$$\Delta d_{k+1} = \Delta_{imp} \quad (4.42)$$

Sous forme matricielle cette condition s'écrit comme suit :

$$\mathbf{a} \cdot \Delta \mathbf{l}_{k+1}^h = 2\Delta_{imp} \quad \text{avec} \quad \mathbf{a} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \Delta \mathbf{l}_{k+1}^h = \begin{bmatrix} \Delta u_{k+1}^h(n_1) \\ \Delta u_{k+1}^h(n_2) \\ \Delta u_{k+1}^h(n_3) \\ \Delta u_{k+1}^h(n_4) \end{bmatrix} \quad (4.43)$$



**Figure 4.7** – Procédure de pilotage indirecte de la simulation numérique de l'essai de compression diamétrale.

La recherche du facteur de chargement  $\Delta\lambda_{k+1}$  repose donc sur la solution de l'équation linéaire :

$$\mathbf{a} \cdot [d\mathbf{l}_{k+1}^I + \Delta\lambda_{k+1}d\mathbf{l}_{k+1}^{II} + \Delta\mathbf{l}_k] = 2\Delta_{imp} \quad (4.44)$$

d'où on obtient :

$$\Delta\lambda_{k+1} = \frac{2\Delta_{imp} - \mathbf{a} \cdot d\mathbf{l}_{k+1}^I - \Delta\mathbf{l}_k}{d\mathbf{l}_{k+1}^{II}} \quad (4.45)$$

Un exemple d'application de la procédure de pilotage est présenté dans la figure 4.8. Les résultats sont reportés en termes de variation diamétrale moyenne  $\Delta d_s$  et des variations diamétrales :

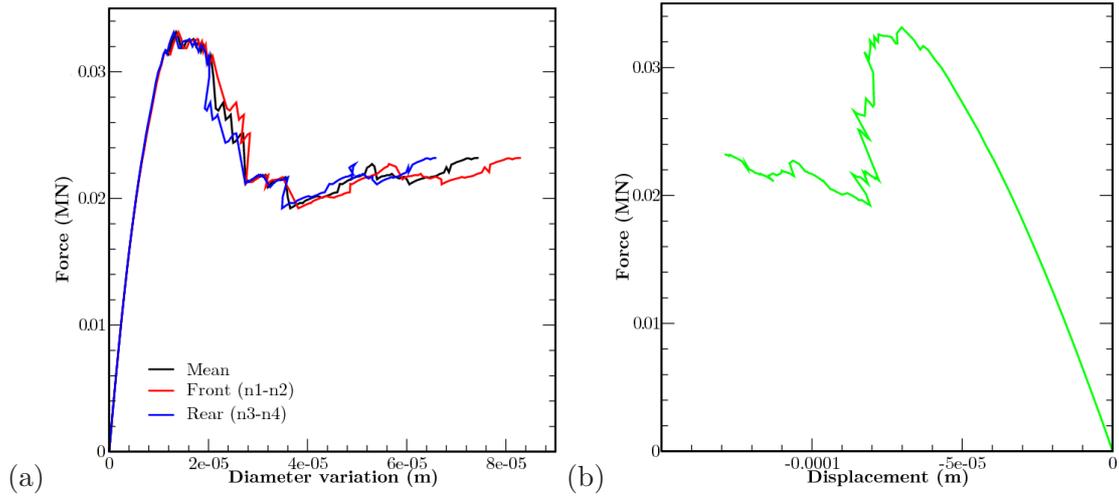
$$\Delta d_f = -\Delta u^h(n_1) + \Delta u^h(n_2) \quad \Delta d_r = -\Delta u^h(n_3) + \Delta u^h(n_4) \quad (4.46)$$

calculées pour les couples de nœuds  $(n_1, n_2)$  et  $(n_3, n_4)$  respectivement. Dans la phase pré-pic d'effort le processus de déformation de l'éprouvette est presque symétrique. Des différences entre les variations diamétrales  $\Delta d_f$  et  $\Delta d_r$  sont présentes dans la phase post-pic. En particulier, on remarque que, les taux de variation de  $\Delta d_f$  et de  $\Delta d_r$  changent alternativement de signe dans plusieurs phases du calcul, tandis que  $\Delta d_s$  augmente de manière monotone. La présence des phénomènes d'instabilité (snap-backs) est encore plus évidente lorsqu'on se réfère à l'évolution de la charge en fonction du déplacement vertical imposée en correspondance de la ligne de chargement supérieure (figure 4.8b).

#### 4.4 Résultats de l'analyse inverse

Une campagne d'essais numériques (4000 calculs approximativement) est effectuée. Dans cette phase  $n = 10$  calculs pour un seul jeu de paramètres sont utilisés, nombre estimé suffisant pour atteindre des estimations "suffisamment précises" des réponses globales moyennes (voir paragraphe 4.4.1).

Les simulations sont arrêtées lorsque la variation diamétrale moyenne atteint la valeur maximale de  $80 \mu\text{m}$  (bien avant les  $300 \mu\text{m}$  des essais réels). Pour des déplacements plus importants, et déjà à partir de  $100 \mu\text{m}$ , l'algorithme itératif de résolution converge avec



**Figure 4.8** – Application de la procédure numérique de pilotage indirecte du calcul mécanique selon un approche de type arc-length à une simulation représentative

difficulté en raison de la présence de nombreux éléments déjà fissurés dans la zone centrale de l'éprouvette. Dans de telles conditions, des phénomènes d'instabilité numérique associés à l'ouverture et à la refermeture répétée de plusieurs éléments finis peuvent conduire à des oscillations sensibles de la solution. Les calculs sont pilotés selon la procédure précédemment présentée, en imposant une variation diamétrale maximale de  $\Delta_{imp} = 1\mu\text{m}$  par pas de chargement.

Une fois les calculs terminés, le choix des paramètres est réalisé selon une procédure semi-automatique. Un programme en langage FORTRAN développé spécialement, permet le traitement statistique des résultats à partir des courbes force déplacement de chaque série de calculs.

Les groupes de paramètres choisis pour les deux maillages sont reportés ci-dessous (pour  $f_t$  en MPa, et énergie en  $\frac{\text{MN}\cdot\text{m}}{\text{m}^2}$ ) :

$$\begin{aligned} b_f = 7.0 \quad c_f = 1.0 \quad d_g = 10 \times G_c \text{ moyenne} \quad \text{pour } r_e \approx 10^{-3} \\ b_f = 6.6 \quad c_f = 1.0 \quad d_g = 7 \times G_c \text{ moyenne} \quad \text{pour } r_e \approx 10^{-2} \end{aligned}$$

Il faut remarquer que la valeur unitaire pour le facteur de forme  $c_f$  de la loi de Weibull (pour les deux dimensions de maillage) correspond à la condition de transition entre une distribution de type log-normale et une distribution exponentielle. Ce résultat est congruent avec les résultats obtenus dans l'analyse inverse effectuée pour le modèle élastique-fragile [Tailhan *et al.* 2010]. Concernant la dispersion de l'énergie, elle augmente lorsque la dimension des éléments diminue (i.e. le degré d'hétérogénéité augmente) de façon congruente avec les hypothèses de base du modèle.

La comparaison entre les réponses globales ( $F, \Delta d_s$ ) simulées (en rouge et bleu) et les résultats expérimentaux (en vert) est donnée dans la figure 4.9. Les jeux de paramètres choisis fournissent des réponses moyennes équivalentes entre elles. La dispersion des ré-

sultats numériques montre une tendance à augmenter lorsque le niveau de raffinement du maillage diminue, cependant elle est comparable à celle expérimentale dans toute la gamme des déplacements simulés.

#### 4.4.1 Influence du nombre de tirages aléatoires sur la réponse globale simulée

Un petit nombre de simulations de Monte-Carlo peut fournir une première estimation des réponses moyennes simulées. En général, dix calculs sont suffisants pour obtenir une estimation suffisamment précise de la réponse moyenne de l'échantillon pour les deux maillages. L'augmentation du nombre de calculs (jusqu'à 400) détermine une légère hausse de force maximale (i.e. de la résistance à la traction de l'échantillon), sans toutefois présenter une influence notable sur la réponse dans la phase post-pic d'effort.

Des considérations différentes peuvent être avancées si on se réfère à l'estimation des moments (moyenne et variance) de la force maximale au pic. On rappelle que, pour des mesures répétées, comme dans ce cas, il est naturel de considérer les  $n$  réalisations comme une séquence  $x_1, x_2, \dots, x_n$  des  $n$  variables aléatoires indépendantes et toutes avec la même distribution. La séquence  $x_1, x_2, \dots, x_n$  est aussi appelée échantillon aléatoire de taille  $n$ . La valeur moyenne  $\bar{x}$  et la variance  $\sigma^2(x)$  de l'échantillon sont définies comme suit :

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad \text{et} \quad \sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (4.47)$$

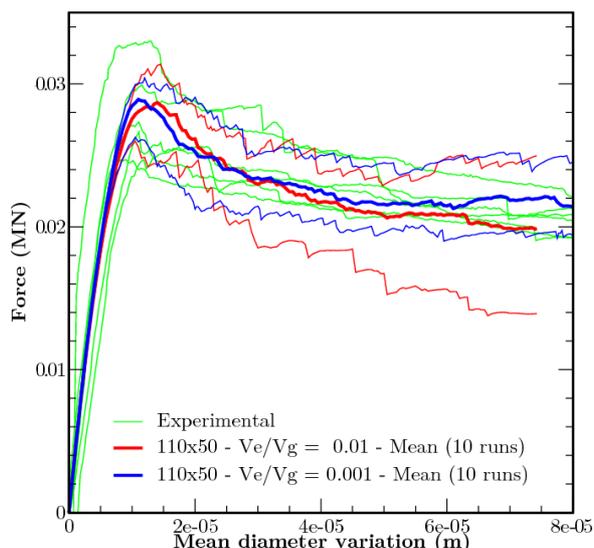
L'évolution des moments (moyenne et écart type) de la force maximale au pic (i.e de la résistance de l'échantillon) en fonction du nombre des calculs est montrée dans la figure 4.10. L'identification de la condition de convergence sur une courbe est plutôt difficile et rend compliquée une sélection "objective" du nombre de tirages aléatoires correspondants. Les résultats montrent que pour atteindre la convergence statistique, au moins 100 calculs sont nécessaires. Cela peut être attribué à la dispersion importante de la résistance à la traction et de l'énergie de fissuration, lorsque le degré d'hétérogénéité  $r_e$  devient très faible. A ce propos, on peut s'attendre à une réduction progressive du nombre de calculs nécessaires, lorsque le niveau de raffinement de maillage diminue (i.e. pour des rapports de volume plus élevés).

#### 4.4.2 Analyse de l'influence des paramètres des lois de distribution

Les résultats de l'analyse inverse permettent de procéder à une étude paramétrique de l'influence des paramètres des lois de distributions de  $f_t$  et  $G_c$  sur la réponse force-déplacement moyenne simulée. À titre d'exemple, les figures 4.12a-b montrent les réponses globales  $(F, \Delta d_s)$  pour six séries de simulations avec les paramètres de la loi de résistance  $(b_f, c_f)$  successivement variables et la dispersion de la loi de distribution  $d_g$  de l'énergie fixée (10 fois la moyenne). L'influence de la dispersion de l'énergie pour les paramètres de la loi de résistance fixés est montré dans la figure 4.12c.

On remarque que :

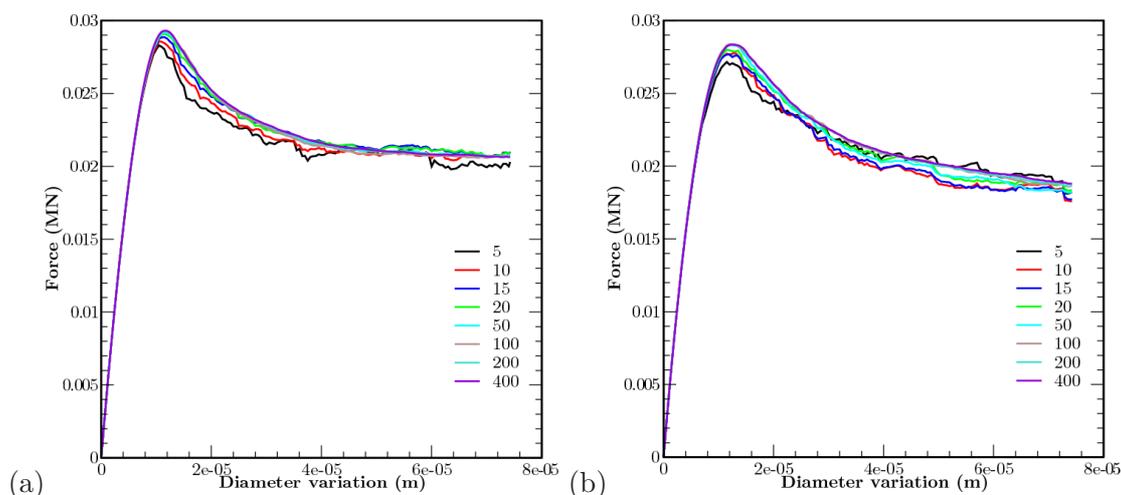
1. Pour  $c_f$  et  $d_g$  constants, des variations du coefficient d'échelle de la loi de Weibull  $b_f$  déterminent principalement une variation de la force de pic. La forme de la courbe dans le post-pic reste presque inchangée. Cela peut être attribué au fait que le



**Figure 4.9** – Résultats de l'analyse inverse : évolutions de la force appliquée en fonction de la variation diamétrale moyenne pour les deux maillages et comparaison avec les résultats expérimentaux.

coefficient d'échelle  $b_f$  influence principalement la valeur moyenne de la distribution de Weibull. A l'échelle des éléments du maillage, une augmentation de  $b_f$  correspond à attribuer à la partie majoritaire des éléments une résistance plus élevée, mais sans variation sensible de la dispersion. Par conséquent, la répartition des contraintes dans le milieu n'est pas modifiée sensiblement (en termes statistiques) et la résistance structurelle du système augmente sans modification sensible du comportement en phase adoucissante.

2. Au contraire, la variation du coefficient de forme  $c_f$  influence principalement le comportement en phase post-pic. Dans cette phase, le comportement peut passer de ductile à fragile lorsque la valeur de  $c_f$  augmente. Cela peut être attribué à l'influence sensible du coefficient de forme sur la dispersion de la distribution des résistances. Du point de vue physique, ça correspond à attribuer aux éléments du maillage des valeurs de résistance de plus en plus dispersées. Un grand nombre d'éléments très peu résistants est présent dans le maillage. Lorsque dans ces éléments la résistance à la traction est atteinte le pic d'effort est établi. Toutefois, en raison de la présence d'un certain nombre d'élément non encore fissurés et avec une résistance très élevée, le système s'avère être encore capable de supporter de nouvelles augmentations de déplacements sans changement évident de la réponse globale.
3. La quantification de l'influence de la dispersion de l'énergie sur la réponse moyenne est plus délicate. Ce paramètre a en effet une influence directe tant sur la force maximale (c'est à dire sur la résistance de la structure de l'échantillon) que sur la forme de la courbe ( $F, \Delta d_s$ ). En général on remarque que à l'augmentation de la dispersion de l'énergie correspond une réduction de la résistance du système et, en même temps, une réponse adoucissante plus fragile. Un tel comportement peut



**Figure 4.10** – Influence du nombre de tirages aléatoires de la procédure Monte-Carlo sur la réponse globale moyenne simulée (force appliquée - variation diamétrale moyenne) pour les deux dimensions de maillages testés.

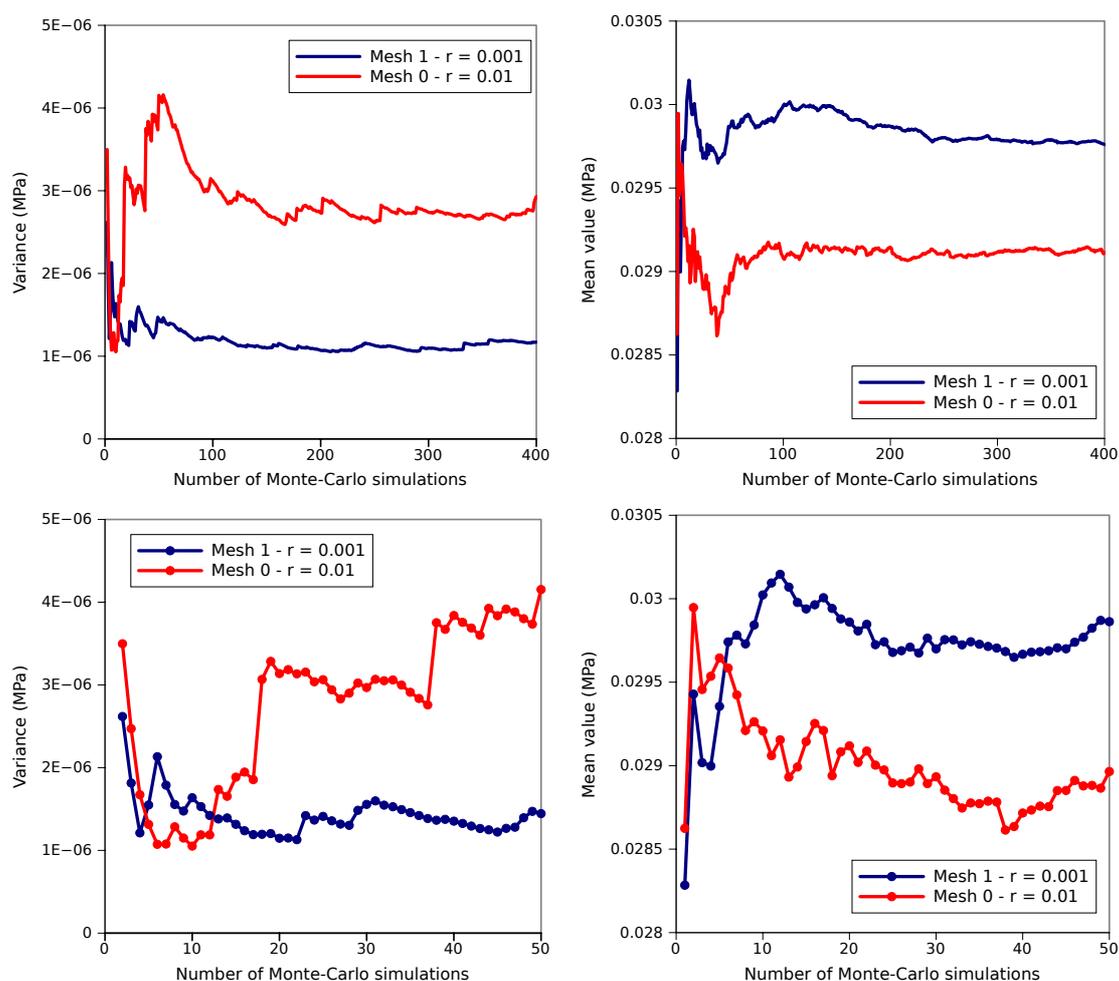
être interprété comme une conséquence du fait que, lorsque la distribution de  $G_c$  est très dispersée, un grand nombre d'éléments peut disposer d'une énergie de fissuration très faible (i.e. leur comportement est presque élastique-fragile). Lorsque la condition de rupture est atteinte dans ces éléments, le système dispose encore d'une réserve d'énergie en raison de la présence d'un certain nombre d'éléments avec une grande énergie de fissuration (i.e. leur comportement est presque élastique-plastique). Par conséquent, le système peut donc continuer à se déformer sans variation importante de la force appliquée.

#### 4.4.3 Analyse de la réponse locale : processus de fissuration et ouvertures de fissure

Après avoir analysé la réponse globale du système et sa dépendance aux paramètres des lois de distribution statistiques permettant la distribution spatiale des paramètres mécaniques, on s'intéresse maintenant aux performances du modèle dans la prédiction de la réponse locale. En particulier, on analyse les performances de la formulation probabiliste proposée : 1) dans la prédiction (qualitative) de la fissuration réelle (morphologie de la macrofissure) et de son évolution pendant le chargement ; 2) dans le calcul d'informations quantitatives pertinentes concernant les ouvertures de fissures locales. La pertinence de ces prédictions s'avère un aspect fondamental, en fait, lorsqu'on s'intéresse à l'influence de la fissuration sur le transfert des fluides.

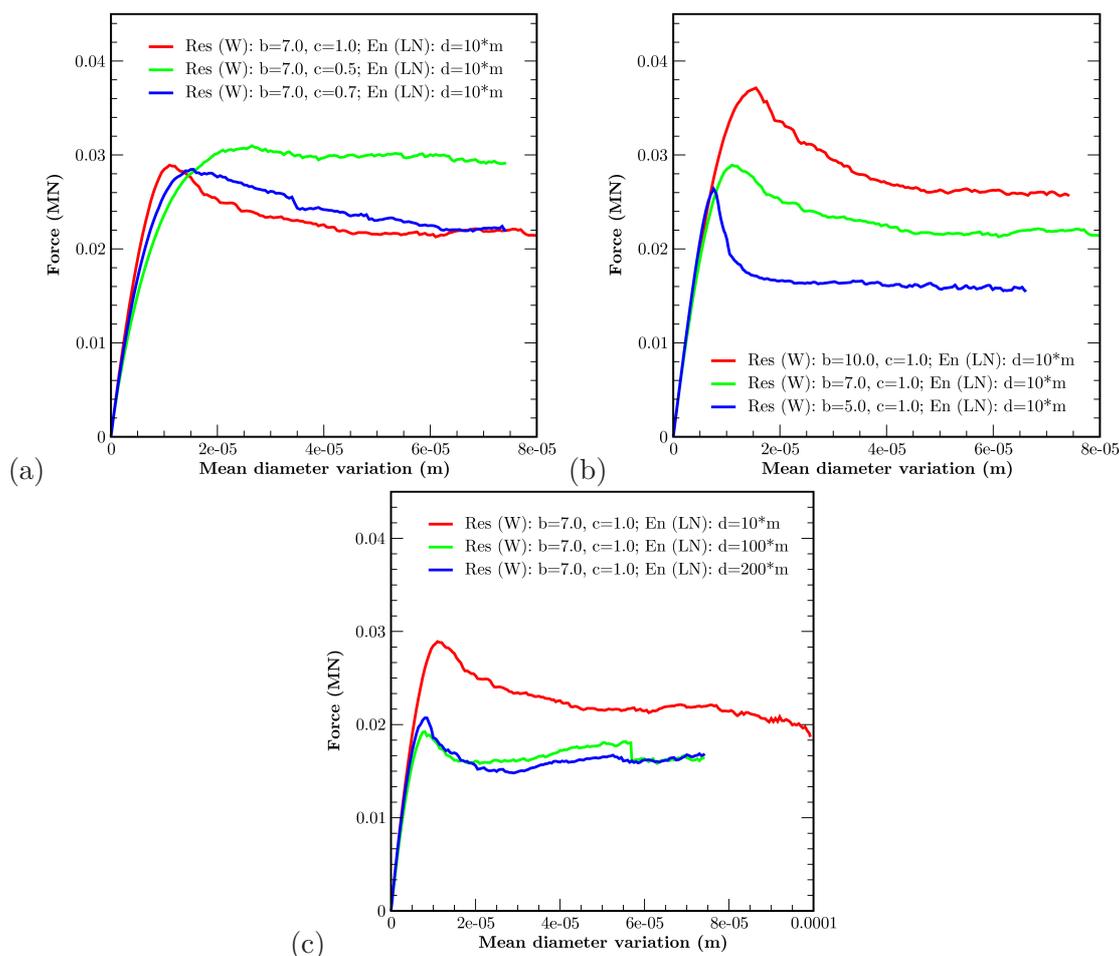
Dans la suite nous utiliserons le terme "expérimental" pour identifier les résultats issus de la campagne expérimentale, même ceux obtenus par Corrélation d'Image Numérique. Le terme "numérique" sera utilisé seulement pour les résultats des calculs aux éléments finis.

**Évolution de la fissuration** Plusieurs solutions analytiques sont disponibles dans la littérature concernant le problème élastique du disque homogène chargé diamétralement (sous



**Figure 4.11** – Influence du nombre de tirages aléatoires utilisés dans la procédure Monte-Carlo sur la convergence de la moyenne de la force au pic et sur sa variance. (a-b) évolution sur 400 calculs ; (c-d) zoom pour les premiers 50 calculs.

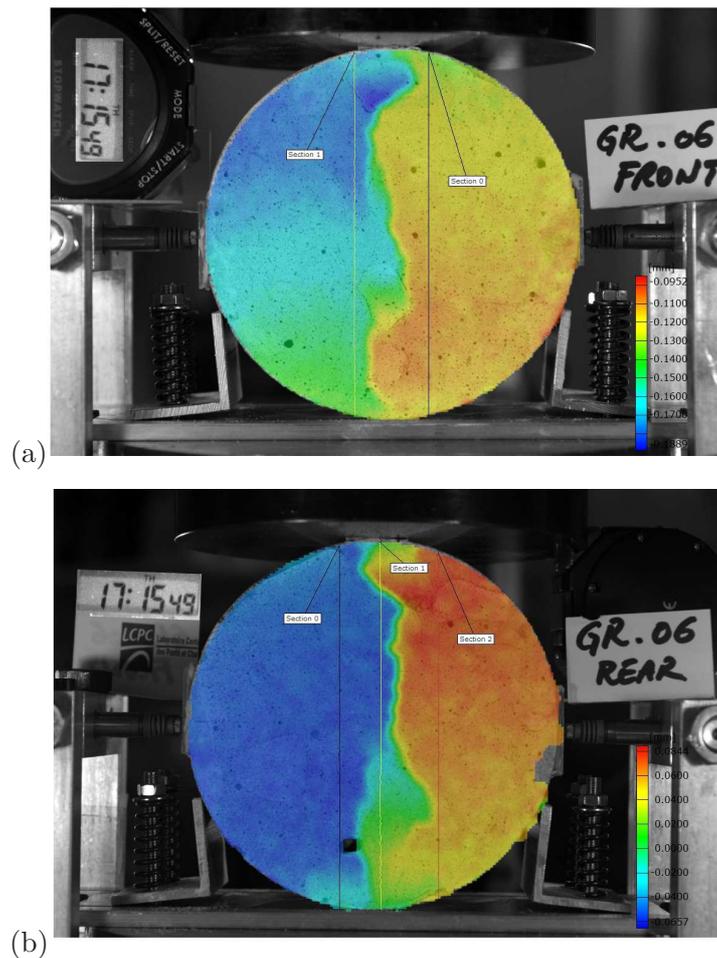
charge ponctuelle/linéaire [Timoshenko et Goodier 1951] ou sous un chargement distribué sur une bande de largeur finie [Van Cauwelaert 1993]). Selon les solutions théoriques, la contrainte maximale de traction est censée intéresser le centre de l'éprouvette, où par conséquent, la fissuration doit s'initialiser. Dans les essais sur le béton (voir chapitre 3), la nature hétérogène du matériau et des conditions de chargement "imparfaites" induisent des processus d'ouvertures de fissure plus ou moins éloignés des prévisions théoriques. L'interaction entre les défauts initiaux et la distribution des contraintes dans le milieu hétérogène (heterorésistante et en présence de défauts initiaux) détermine, en fait, que la fissure ne démarre pas nécessairement du centre/à mi-hauteur de l'éprouvette. En outre, son processus de propagation peut être plus ou moins asymétrique. Cette asymétrie, déjà évidente lorsque on se réfère aux courbes des réponses globales expérimentales (voir chapitre 3), devient encore plus claire si on se réfère aux résultats obtenus par corrélation numérique d'image (figure 4.13).



**Figure 4.12** – Influence des paramètres des lois de distribution de la résistance (loi de Weibull) et de l'énergie (loi log-normale) sur la réponse moyenne simulée (10 calculs par jeu de paramètres).

L'approche de modélisation probabiliste proposée permet de prédire (et reproduire) ces deux aspects du processus de fissuration. Les faciès de fissuration pour quatre phases d'un essai représentatif sont présentés dans la figure 4.14. Les observations expérimentales peuvent être complètement transposées à l'analyse des résultats numériques. Lorsque le pic d'effort est atteint (figure 4.14-a), une macro-fissure quasi-verticale apparaît au centre de la face postérieure de l'éprouvette pour se propager, ensuite, vers la face antérieure (figure 4.14-b). Quelques pas de chargement après le pic d'effort (figure 4.14-c), l'éprouvette est complètement fissurée sur toute sa hauteur. Des incréments ultérieurs de déplacement (figure 4.14-d) déterminent l'ouverture progressive de la fissure et (possiblement) la formation de quelques fissures secondaires (d'ouverture très modeste) dans le voisinage des plaques d'appuis. Dans cette zone, les actions de compression induites par les conditions aux limites tendent à empêcher l'ouverture de la fissure principale et facilitent, par conséquent, la formation des fissures secondaires.

L'analyse de l'évolution des champs de déplacements horizontaux numériques rend



**Figure 4.13** – Relevé par corrélation numérique d'image (CIN) de l'asymétrie de la fissuration entre les deux faces d'une éprouvette représentative (diamètre 110 mm).

encore plus claire ces observations (figure 4.15). Dans la phase élastique le processus de déformation entre les deux faces de l'éprouvette reste essentiellement symétrique et le champ de contraintes/déformations dans l'éprouvette peut être bien approximé par la solution élastique. Au pic d'effort la fissuration commence à se localiser et, quelques pas de chargement après, la localisation des déformations dans une bande de dimension très mince (de la dimension d'un élément approximativement) est complétée. Du point de vue qualitatif, en outre on remarque comment les champs de déplacements simulés sont très similaires au champ de déplacement fourni par la corrélation d'image (figure 4.13). Des résultats très similaires (qualitativement et quantitativement) peuvent être observés aussi pour le maillage le plus grossier (figure 4.16).

**Informations locales : prévision des ouvertures de fissure** Une validation quantitative de la prédiction de la fissuration ne peut que parvenir de la comparaison des ouvertures de fissures numériques et expérimentales. A ce propos, les analyses de corrélation d'image

utilisées pour la caractérisation géométrique de la fissure dans le protocole expérimental hydromécanique ont fourni des relations très précises entre la variation diamétrale moyenne  $\Delta d_s$  et l'ouverture de fissure à mi-hauteur de l'éprouvette. Ces résultats peuvent donc être utilisés pour la comparaison avec les résultats numériques. En particulier, dans ce cas, on considère l'ouverture moyenne à mi-hauteur  $a_m$  obtenue comme moyenne des ouvertures de fissures à mi hauteur des deux faces de l'éprouvette.

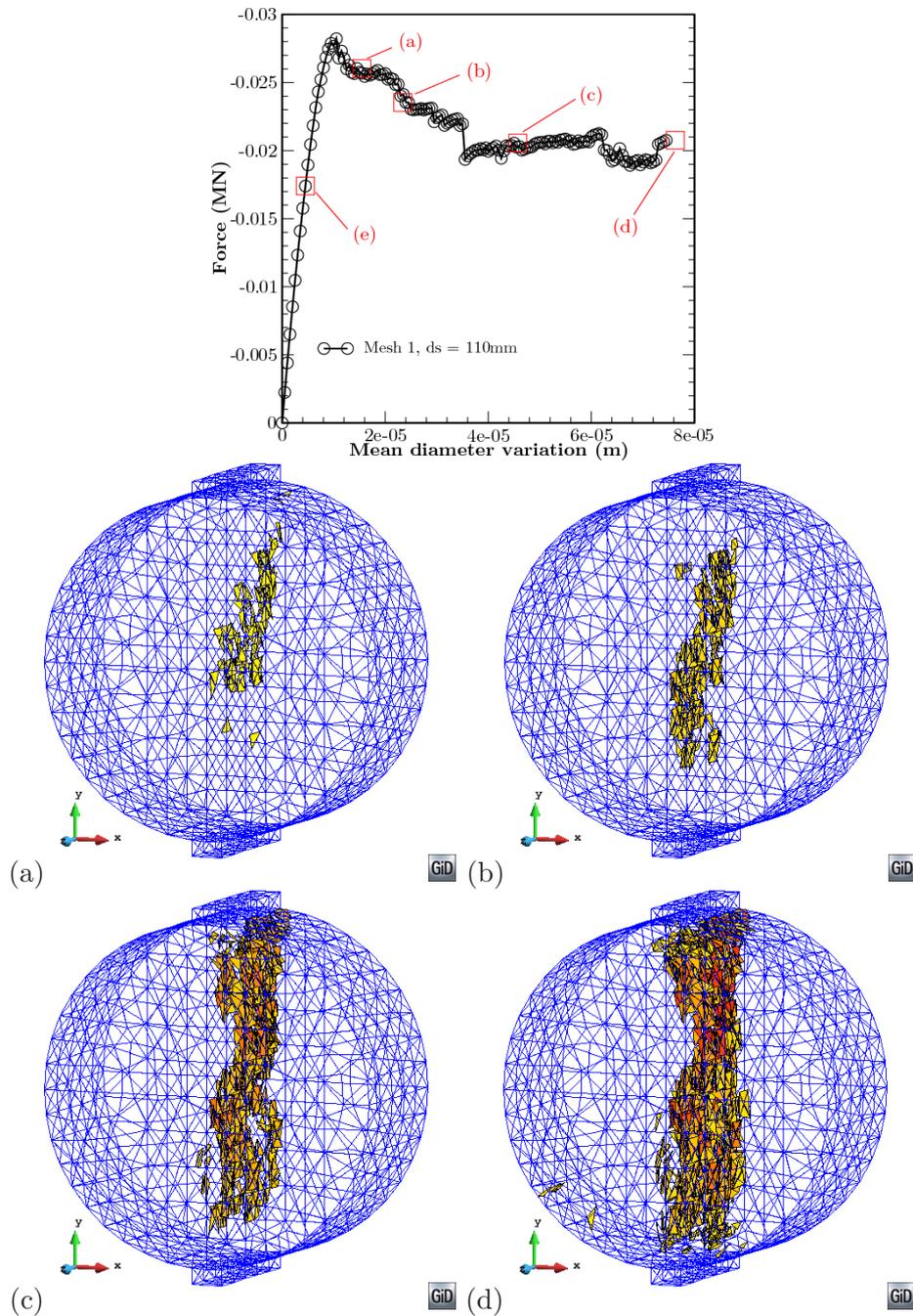
Concernant les analyses de corrélation d'image la procédure de calcul des ouvertures de fissure à partir des champs de déplacements sur les faces des échantillons est expliqué dans le chapitre 3. Concernant les calculs probabilistes, le calcul de l'ouverture de  $a_m$  est effectué selon la procédure suivante (figure 4.17). Pour chaque face de l'éprouvette la position finale de la fissure est détectée à partir du dernier pas de chargement. On suppose que, dans la configuration finale, la fissure sépare l'éprouvette  $\Omega$  en deux sous domaines  $\Omega^+$  et  $\Omega^-$ . Pour la face  $\bullet = f, r$ , on dénote  $n_{\bullet}^+$  et  $n_{\bullet}^-$  les deux nœuds disposés à mi-hauteur de l'éprouvette et tels que  $n_{\bullet}^+ \in \Omega^+$  et  $n_{\bullet}^- \in \Omega^-$ . On dénote ainsi  $e_{f,\bullet}^{sup}$  et  $e_{f,\bullet}^{inf}$  les deux éléments contenant  $n_{\bullet}^+$  et  $n_{\bullet}^-$  et potentiellement fissurés. L'ouverture de fissure est donnée par le déplacement horizontal relatif des deux nœuds  $n_{\bullet}^+$  et  $n_{\bullet}^-$  ( $a_{m,\bullet}^{fem} = u^h(n^+) - u^h(n^-)$ ) si les deux éléments  $e_f^{sup}$  et  $e_f^{inf}$  sont fissurés. Dans le cas contraire l'ouverture est supposée être nulle ( $a_{m,\bullet}^{fem} = 0$ ). Finalement, l'ouverture de fissure moyenne à mi-hauteur de l'échantillon  $a_m$  est calculée comme la moyenne des valeurs relevées sur les deux faces :  $a_m = (a_{m,f} + a_{m,r})/2$

De la comparaison entre les résultats numériques (modèle probabiliste) obtenus pour les deux maillages (10 calculs par maillage) et expérimentaux (corrélation d'image) on remarque une bonne correspondance générale (figure 4.18). On identifie, trois phases :

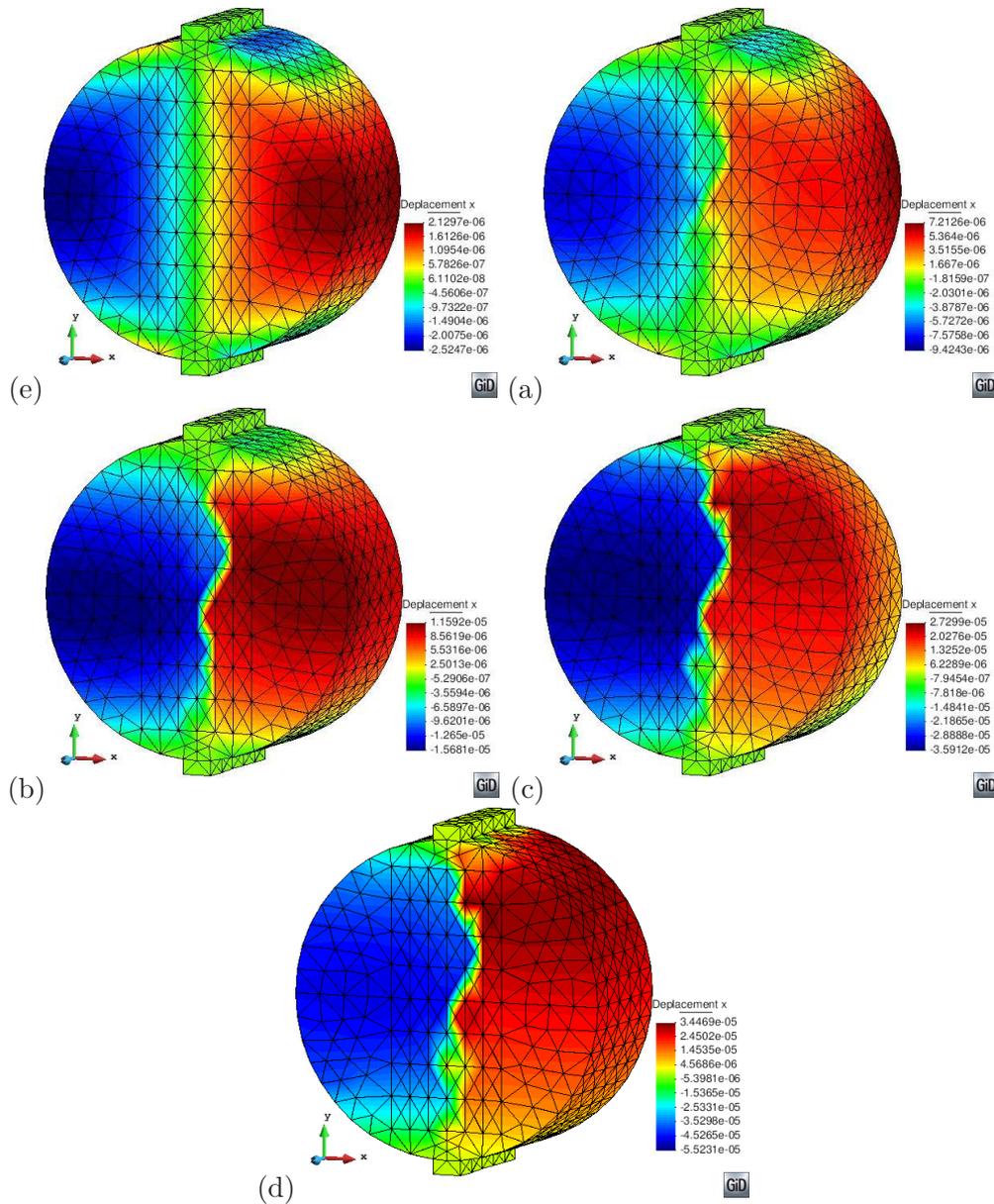
1. dans la première phase de l'essai numérique/expérimental (approximativement jusqu'au pic d'effort) aucun élément fissuré n'est présent sur les faces du disque. Globalement l'éprouvette reste en régime élastique. Par conséquent  $a_m = 0$ .
2. dans une deuxième phase (au pic d'effort et dans les pas de chargement suivants), un certain nombre d'éléments ont atteint la condition de rupture ( $\sigma_1 = f_t$ ) et le processus dissipatif est initialisé. Cependant, si aucun élément n'est encore déclaré fissuré aucune ouverture de fissure peut être calculée. Ceci explique le léger retard (quelques micromètre) observé dans l'apparition des fissures numériques par rapport à la fissuration observée expérimentalement.
3. lorsque dans les éléments finis disposés à mi hauteur de l'éprouvette la totalité de leur énergie de fissuration est dissipée ils sont déclarés fissurés. Une ouverture de fissure peut être donc calculée selon la procédure précédemment illustrée. Dans cette phase, comme nous l'avons vu précédemment, l'éprouvette est fissurée sur toute sa hauteur dans une région très localisée. Le partie majoritaire des autres éléments du maillage reste en régime élastique et la relation  $(a_m, \Delta d_s)$  est linéaire, au moins en termes de tendance. Cette linéarité peut être attribuée au fait que, lorsque la fissure est complètement développée, le disque peut être considéré comme étant rompu en deux blocs élastiques séparés. Il faut remarquer que, si on se réfère aux résultats de chaque calcul séparément, la relation  $(a_x, \Delta d_s)$  garde la même tendance mais elle est rarement parfaitement linéaire. Cela en conséquence du fait que lorsque  $\Delta d_s$  augmente, d'autres éléments du maillage (plus ou moins isolés) peuvent atteindre

les conditions de fissuration. Même si une macro-fissure secondaire n'arrive pas à se localiser, donc, ces fissures élémentaires peuvent interagir avec la fissure principale. Ceci peut expliquer la réduction brusque de  $a_m$  observé dans certaines calculs pour  $\Delta d_s$  très élevé.

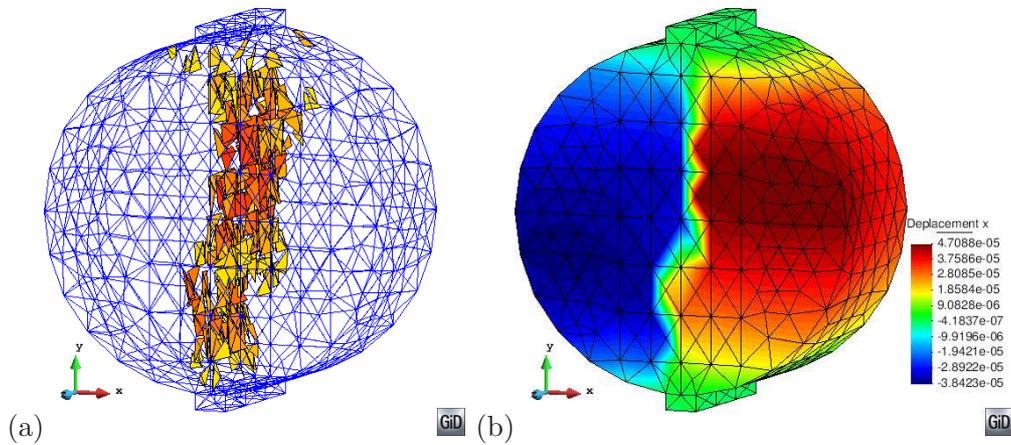
En conclusion, on remarque comment le modèle probabiliste proposé est capable de fournir des informations pertinentes/précises, et avec une dispersion comparable à la dispersion des valeurs expérimentales, sur l'évolution de l'ouverture de fissure. Une approche de type Monte-Carlo et un traitement statistique des résultats numériques restent cependant toujours nécessaires. Comme pour la prévision de la réponse moyenne, même dans ce cas, dix calculs se montrent être un nombre suffisant.



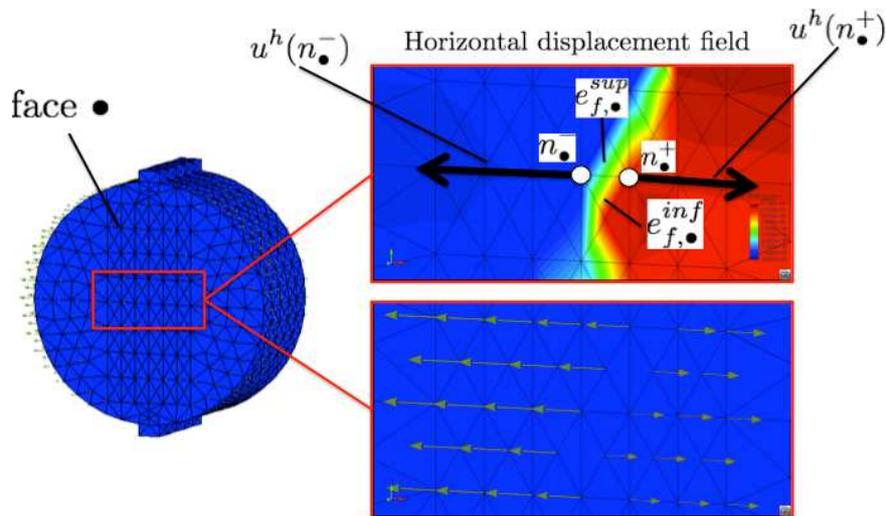
**Figure 4.14** – Réponse globale enregistrée dans une simulation numérique représentative et faciès de fissuration dans l'intérieur de l'éprouvette pour quatre phases de l'essai. a) Initialisation de la fissure sur la face postérieure de l'éprouvette, b) propagation vers la face antérieure, c-d) ouverture progressive de la fissure.



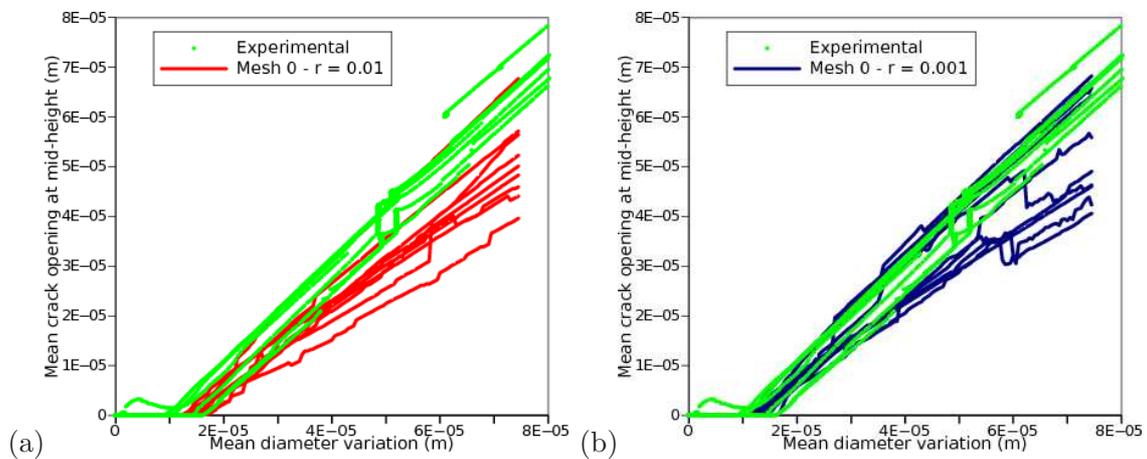
**Figure 4.15** – Champs des déplacements horizontaux (dans la direction de l'axe  $x$ ) pour six phases d'une simulation représentative ; e) phase élastique ; a) comportement en correspondance du pic d'effort ; b) localisation définitive des déformations dans une zone très mince orientée quasi-verticalement ; c-d) ouverture progressive de la fissure.



**Figure 4.16** – Faciès de fissuration et champs des déplacements horizontaux (axe  $x$ ) pour le maillage plus grossier à la fin d'une simulation représentative.



**Figure 4.17** – Procédure de calcul des ouvertures de fissure à mi-hauteur des disques à partir des résultats des simulations numériques probabilistes des essais de compression diamétrale (la procédure est utilisée uniquement pour la comparaison avec les résultats de l'expérience)



**Figure 4.18** – Comparaison entre les ouvertures de fissure moyennes à mi-hauteur des éprouvette calculées numériquement (10 calculs) et dérivées expérimentalement à partir des calculs par corrélation numérique d'image (CIN).

## 4.5 Prédiction des effets d'échelle

### 4.5.1 Effets d'échelle dans l'essai de fendage

L'essai de fendage est souvent utilisé pour la caractérisation de la résistance mécanique du béton. Selon la théorie de l'élasticité [Timoshenko et Goodier 1951] le chargement de compression diamétrale sur une bande de largeur nulle ( $b = 0$ ) induit une contrainte horizontale de traction  $\sigma_t$  presque constante le long du diamètre du disque. En général, cette hypothèse n'est pas complètement satisfaite, car une région comprimée est présente dans le voisinage des points/lignes d'application de la charge externe. Cependant, si on se place à une distance suffisante des zones d'application de la charge  $F$  (hypothèse de St Venant [Capurso 1971])  $\sigma_t$  est donné par la relation

$$\sigma_t = \frac{2F}{\pi t_s d_s} \quad (4.48)$$

où  $d_s$  est encore le diamètre de l'éprouvette et  $t_s$  est son épaisseur. Pour un matériau élastique-fragile la relation (4.48) particularisée pour  $F = F_{max}$  (i.e. la force maximale supportée par l'échantillon) fournit la résistance à la traction  $f_t$  :

$$f_t = \frac{2F_{max}}{\pi t_s d_s} \quad (4.49)$$

L'importance des effets d'échelle dans la réponse mécanique du béton, et des matériaux quasi-fragiles en général, est bien connue [Rossi *et al.* 1992b; 1994]. La diminution de la résistance déterminée par des essais de fendage (traction indirecte) avec la taille de l'échantillon a été vérifiée expérimentalement par plusieurs auteurs [Sabnis et Mirza 1979, Chen et Yuan 1980, Ross 1989]. Cependant, leurs observations expérimentales ne sont pas toujours concordantes, surtout en ce qui concerne l'évolution de la résistance pour des diamètres très élevés. La figure 4.19 présente les résultats des essais brésiliens conduits par divers auteurs sur des échantillons de béton. Dans la plus part des cas, la résistance à la traction  $f_t$  diminue avec taille de l'échantillon [Sabnis et Mirza 1979, Chen et Yuan 1980, Ross 1989, Bažant *et al.* 1991], mais certains essais montrent une tendance différente. Dans les essais effectués par Hasegawa *et al.* [1985] et Marti [1989] sur des échantillons de grand diamètre, la résistance à la traction diminue dans un premier temps, mais quand une certaine taille est dépassée, la tendance semble s'inverser (i.e. la force semble augmenter avec la taille). Une augmentation modeste de la résistance à la traction par fendage avec le diamètre des échantillons a été aussi observée par Bažant *et al.* [1991] et par Lundborg [1967] (pour le granite). En revanche, dans l'essai brésilien présenté par Rocco *et al.* [1999b] pour une large gamme de tailles d'échantillons, les résultats montrent une tendance de  $f_t$  à diminuer progressivement lorsque la taille augmente et à approcher une asymptote horizontale pour des diamètres très élevés (i.e. la résistance devient indépendant de la taille). D'autre part, cette observation semble être confirmée par la remarque de Bažant *et al.* [1991] qui attribue l'augmentation de la résistance à un effet apparent associé à la dispersion des résultats expérimentaux. Bažant [1987] identifie l'asymptote horizontale (i.e. la borne inférieure de résistance) dans la condition pour laquelle la réponse de l'échantillon peut passer de fragile à ductile lorsque les dimensions de l'éprouvette augmentent.

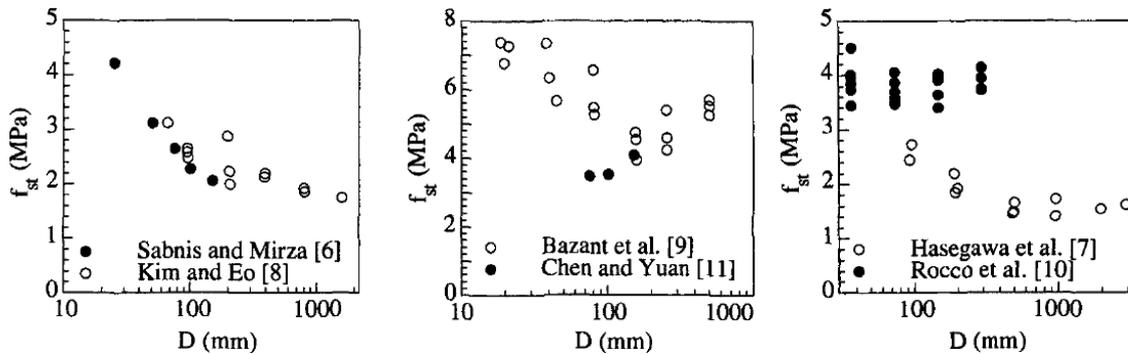
Compte tenu de ces résultats contradictoires, l'effet du diamètre de l'échantillon sur la résistance au fendage n'est pas clair. Comme cela a été démontré par Rocco *et al.* [1999b],

cependant, le diamètre de l'échantillon n'est pas la seule variable à intervenir sur la résistance à la traction estimée par des essais de fendage, mais la forme et la largeur des bandes d'appuis  $b$  peuvent elles aussi influencer sensiblement les résultats des tests. En outre, l'estimation de l'influence de la largeur  $b$  est encore plus compliquée car elle intervient non seulement directement mais aussi sur la dépendance de la taille de l'échantillon. Les études expérimentale et numériques de Rocco *et al.* [1999a] et de Rocco *et al.* [1999b] ont mis en évidence que :

1. pour un diamètre d'éprouvette  $d_s$  fixé,  $f_t$  diminue de manière monotone si  $b/d_s \nearrow$ ;
2. pour un rapport  $b/d_s$  fixée, la  $f_t$  tend à augmenter si  $d_s \searrow$ ;
3. si  $b \rightarrow 0$ , les effets d'échelle disparaissent.

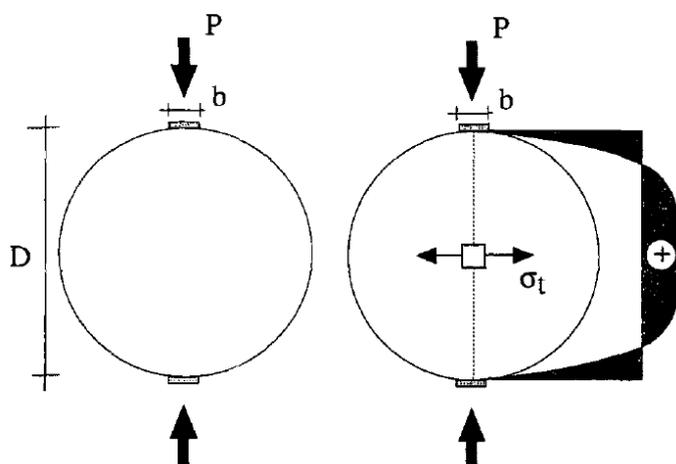
Par conséquent, une loi d'échelle dans le sens des théories classiques des effets d'échelle, devrait avoir la forme  $f_t = f_t(d_s, b/d_s)$  [Rocco *et al.* 1999a;b] et non pas  $f_t = f_t(d_s)$  [Bažant *et al.* 1991]. D'autre part l'influence de ce paramètre  $b$  même si on se réfère aux solutions analytiques obtenues pour  $b \neq 0$  par plusieurs auteurs [Van Cauwelaert 1993, Tang 1994]. Tang [1994], en particulier, a obtenu la relation suivante pour la contrainte de traction maximale (au centre du disque, figure 4.20)

$$\sigma_t = \frac{2F}{\pi t_s d_s} (1 - \beta^2)^{3/2} \quad \text{avec} \quad \beta = \frac{b}{d_s} \quad (4.50)$$



**Figure 4.19** – Influence du diamètre de l'échantillon sur la résistance à la traction estimée par un essai de fendage (d'après Rocco *et al.* [1999a] sur la base des résultats de Sabnis et Mirza [1979], Chen et Yuan [1980], Hasegawa *et al.* [1985], Bažant *et al.* [1991] et de Kim *et al.* [1999]).

Dans la suite, on s'intéresse à la validation de la stratégie de modélisation proposée dans la simulation des effets d'échelle. En raison du petit nombre d'éprouvettes testées et, par conséquent, de l'impossibilité d'extrapoler des informations statistiquement significatives sur la résistance expérimentale les comparaisons avec l'expérience sont effectuées uniquement en termes d'évolution de la réponse globale.



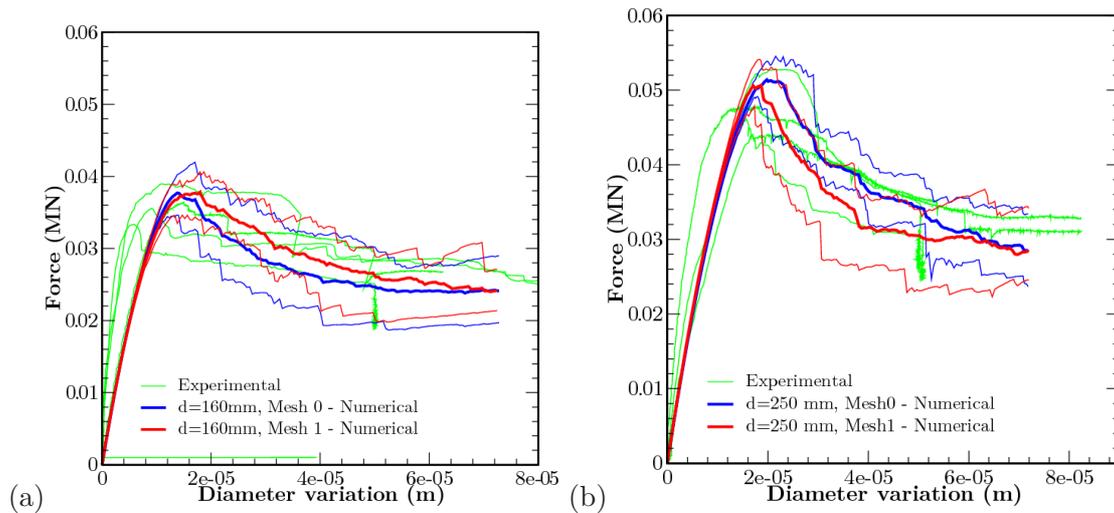
**Figure 4.20** – Distribution des contraintes horizontales le long du diamètre verticale d'une éprouvette cylindrique sous chargement diamétrale.

#### 4.5.2 Validation du modèle proposée dans la modélisation des effets d'échelle

**Influence du diamètre** Les essais de fendage sur des disques avec diamètres  $d_s$  de 160 mm ou 250 mm et épaisseurs  $t_s = 50$  mm ont été simulés pour estimer la pertinence de la stratégie de modélisation proposée dans la prédiction des effets d'échelle. Afin d'obtenir une estimation la plus objective possible de la validité des lois de distribution obtenues par analyse inverse, deux maillages pour chaque diamètre d'éprouvette sont générés avec les mêmes dimensions des éléments (dans la zone centrale) que ceux utilisés pour les disques de 110 mm de diamètre. Les conditions limites et les propriétés des matériaux sont assignées de manière analogue, et les simulations sont effectuées selon la même procédure. On suppose une variation diamétrale maximale de  $80 \mu\text{m}$  et un incrément maximal de variation diamétrale par pas de chargement  $\Delta_{imp} = 1 \mu\text{m}$ . Encore une fois, les plaques d'appuis sont supposées avoir la largeur  $b = 1$  cm. Concernant les paramètres des lois statistiques de la résistance et de l'énergie les paramètres précédemment calibrés par analyse inverse ont été utilisés.

La comparaison entre les courbes globales expérimentales et numériques (10 calculs par maillage) montre une bonne correspondance (figure 4.21). A titre d'exemple dans la figure 4.22 on montre les champs de déplacement horizontaux et la distribution des fissures pour 2 des calculs représentatifs.

La pertinence du modèle proposé dans la modélisation des effets d'échelle fournit une réponse à la question posée dans le paragraphe 4.3.2, concernant l'influence sur les résultats de l'analyse inverse de l'hypothèse d'une largeur unitaire ( $b = 1$  cm) pour la surface d'application de la charge. Les essais expérimentaux, en fait, ont été tous effectués selon la même procédure et en utilisant le même système de répartition de la charge entre les plateaux de la presse et les génératrices de l'échantillon. D'un point de vue physique donc, il est possible d'imaginer que l'influence des zones de contact presse-échantillon soient similaires et que, par conséquent, elles peuvent être modélisées de la même façon. Par conséquent, si les paramètres des lois de distribution statistiques, estimés sur les échantillon

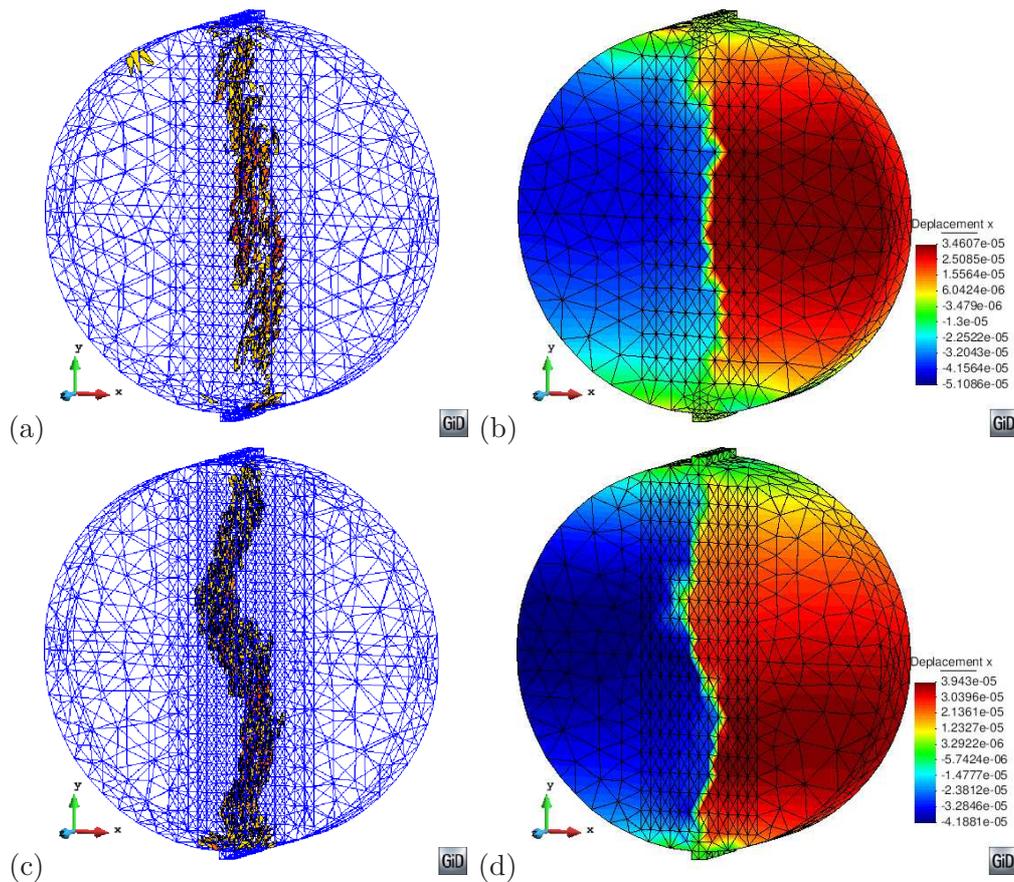


**Figure 4.21** – Comparaison entre les courbes (force-variation diamétrale moyenne) moyennes numériques et résultats expérimentaux (éprouvettes de diamètre 160 mm et 250 mm).

avec  $d_s = 110$  mm et en supposant  $b = 1$  cm permettent d’obtenir une prédiction pertinente de la réponse globale, même pour les les disques de diamètre supérieur, on peut imaginer que l’estimation effectuée par analyse inverse soit indépendante des conditions aux limites. D’autre part cette observation est ultérieurement confirmée par les résultats d’une série de simulations (figure 4.23) sur des disques de diamètre 110 mm et largeur  $b$  variable dans la gamme 5 mm, 10 mm, 20 mm (i.e. des rapports  $b/d_s$  variables entre 0.045, 0.090 et 0.180). Les réponses moyennes des disques avec  $b = 1$  cm et  $b = 0.5$  sont comparables dans toute la gamme des déplacements simulés. La différence modérée qu’on remarque en phase adoucissante (la repose est plus fragile pour  $b = 0.5$  cm) peut être liée à l’endommagement plus important des zones dans le voisinage des appuis lorsque  $b$  diminue. Ce résultats sont congruents, par conséquent, avec la prévision théorique concernant le fait que, lorsque la largeur de la bande de chargement se rapproche de zéro, l’effet de taille disparaît. Selon les prévisions théoriques, ce n’est que dans ce cas que la la résistance au fendage peut être considérée comme une propriété du matériau (i.e. elle ne dépend pas des conditions aux limites).

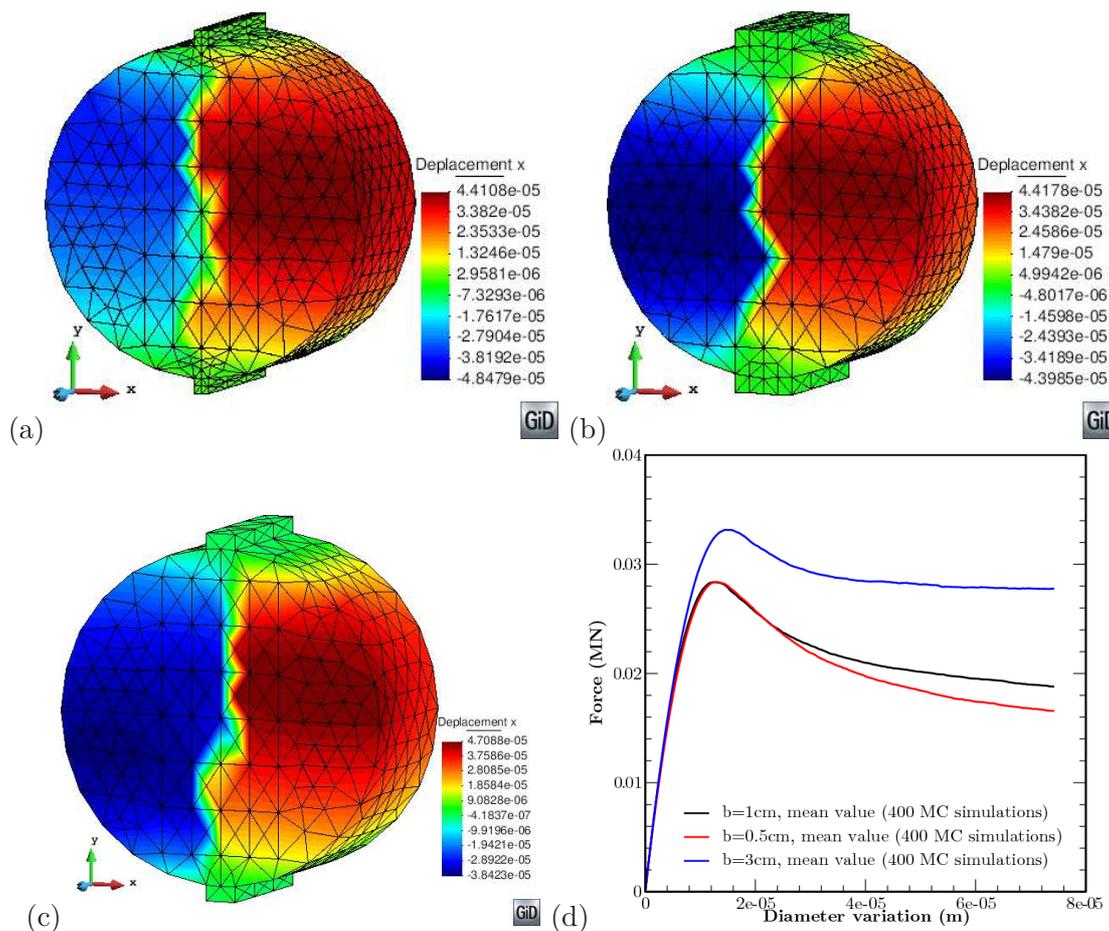
## 4.6 Conclusions

Un modèle macroscopique de fissuration probabiliste semi-explicite (en mode I) a été présenté. L’hypothèse physique de base du modèle de fissuration est que chaque élément fini peut être considéré comme représentatif d’un volume de matière hétérogène dont le comportement est géré par son degré d’hétérogénéité,  $r_e$ , défini comme le rapport entre le volume élémentaire et un volume représentatif de l’hétérogénéité du matériau. Dans la formulation développée, les propriétés mécaniques du matériau sont considérées comme des variables aléatoires (non corrélées) distribuées dans les éléments du maillage selon des distributions statistiques validées expérimentalement. Une approche par analyses inverses



**Figure 4.22** – Champs de déplacements horizontaux à la fin de l’essai et faciès de fissuration pour les deux maillages (disques de 250mm de diamètre).

permet d’accéder aux paramètres de fonctions de distribution qui, selon les hypothèses du modèle, varient en fonction de la dimension des éléments finis. La formulation présentée ne traite pas de la propagation des fissures, au moins dans le sens de la mécanique de la rupture, mais elle ne porte que sur une création aléatoire de fissures élémentaires. À l’échelle de l’élément, le processus de fissuration détermine une dissipation énergétique dont le modèle tient compte. Les termes “Processus de fissuration” désignent dans ce contexte, donc, la création et la propagation d’une fissure au sein de l’élément lui-même. L’énergie consommée dans la création/propagation d’une macro-fissure au sein de l’élément est calculée à partir du taux de restitution critique d’énergie  $G_c$  obtenu expérimentalement par Rossi [1988] dans le contexte de la Mécanique Linéaire de la Rupture. L’utilisation de  $G_c$  comme variable d’alimentation du modèle repose sur deux hypothèses physiques : 1) l’énergie dissipée est considérée, en valeur moyenne, comme un paramètre de matériau ; 2) en raison de l’hétérogénéité du matériau cette énergie peut subir des variations autour de sa valeur moyenne. Cette dispersion statistique est de plus en plus marquée lorsque la taille du volume diminue, en raison de l’augmentation des possibilités de rencontrer des obstacles au processus de propagation. Dans ce contexte, l’analyse inverse a été limitée aux deux rapports de volume ( $r_e \in [10^{-2} \div 10^{-3}]$ ) caractéristiques du maillage adopté pour les



**Figure 4.23** – Influence de la largeur de la bande d’application de la charge.

calculs du tirant en béton armé utilisé pour valider la procédure de couplage fissuration-transfert (chapitre 5). Les capacités du modèle en termes de prédiction de la réponse locale (évolution de la fissuration et prédiction des ouvertures de fissures) ont été explorées. La simulation des essais de fendage sur des disques de diamètre variable entre 160 mm et 250 mm, a permis de mettre en évidence la pertinence de l’approche probabiliste dans la modélisation des effets d’échelle. Ces calculs ont donné, en même temps, une confirmation de l’indépendance des résultats de l’analyse inverse à l’égard des conditions aux limites (i.e. de la largeur des surfaces d’application de la charge). A ce propos, une vérification est donnée par des résultats de trois séries de simulations réalisées sur des disques de diamètre constant (110 mm) et de largeur des zones d’appui  $b$  variables (0.5 cm, 1 cm, 2 cm).

Cette page est intentionnellement laissée en blanc

## Modélisation du couplage fissuration-transfert dans le cadre d'une approche de fissuration probabiliste

---

---

**Résumé** Dans ce chapitre une stratégie de couplage (faible) entre fissuration probabiliste et transfert de fluides dans les bétons est présentée. Le modèle probabiliste de fissuration semi-explicite présenté dans le chapitre 4, permet de modéliser le processus de fissuration et de prendre en compte les effets d'échelle aussi bien que la nature hétérogène du béton au travers de l'utilisation de distributions statistiques des propriétés mécaniques (résistance à la traction et énergie de fissuration). Le couplage fissuration-transfert est traité de manière faible, sous l'hypothèse d'absence d'interaction entre les deux processus (à savoir que la fissuration de l'élément fini, d'origine mécanique, induit une variation locale de sa perméabilité). L'utilisation d'une loi de Poiseuille modifiée et adaptée expérimentalement selon un protocole récemment proposé (voir chapitre 3) permet de mettre en relation une telle variation avec l'ouverture de fissure et de prendre en compte, de manière macroscopique, les principales causes d'écart entre l'écoulement idéalisé, représenté par la loi de Poiseuille, et l'écoulement dans des fissures réelles. Une approche probabiliste de type Monte-Carlo, permet de valider statistiquement les résultats numériques. Les capacités de la stratégie de modélisation proposée en termes de prédiction des débits d'eau en milieu fissuré sont tout d'abord explorées au travers de la simulation d'essais de perméabilité sous charge sur des éprouvettes cylindriques en fendage (voir le chapitre 3). Une première validation à l'échelle d'un élément structural multifissuré est fournie par la simulation d'un essai, récemment proposé dans la littérature, pour l'étude de l'impact de la fissuration sur les propriétés de transfert de tirants en béton armé.

~ o ~

### 5.1 Introduction

Une structure en béton doit assurer des fonctions structurales qui vont au delà de la simple résistance. Dans ce cadre, la fissuration du béton armé joue un rôle primordial sur la durabilité, l'étanchéité et même la sûreté (aptitude au service) des structures. A l'heure actuelle, on constate que les outils de calcul à disposition de l'ingénieur sont limités et ne permettent pas d'élaborer des prédictions quantitatives de ces performances. Un matériau tel que le béton énumère parmi ses caractéristiques une étanchéité qui s'adapte bien aux besoins de durabilité des ouvrages et qui offre une protection optimale aux armatures (à condition, bien entendu, de prévoir un enrobage adéquat). Cependant, deux des princi-

pales causes de dégradation des ouvrages en béton armé sont la corrosion des armatures [Montemor *et al.* 2003, Andrade et Gonzalez 2004, Millard et L’Hostis 2012] et la dégradation des propriétés mécaniques du béton lui-même. En effet, la structure poreuse du béton rend possible, au cours du temps, la pénétration des espèces polluantes (eau/gaz, agents agressifs, . . .), ce qui conduit à une dégradation progressive des caractéristiques du matériau. Une complication ultérieure est ainsi constituée par la nature hétérogène du béton qui rend inévitable la présence des micro/macro-fissures, même en présence d’une sollicitation modeste (et qui généralement respecte les limites de service prévues) ou au jeune âge [de Borst et Van Den Boogaard 1994, Ulm et Coussy 1998, Benboudjema et Torrenti 2008]. Ceci est d’une importance considérable car la présence de fissures au dessus d’une certaine taille semble constituer une voie préférentielle pour la pénétration des espèces polluantes et contribue d’une manière significative à la dégradation des performances structurelles.

Dans la littérature on retrouve un certain nombre d’approches qui se proposent de décrire l’évolution au cours du temps des caractéristiques du béton tout en prenant en compte (de différentes manières) la formation de fissures. En effet, les interactions entre la fissuration et les phénomènes de transport dans le milieu poreux sont encore très peu connues. Cela tient principalement à la complexité des phénomènes en jeu, à la difficulté expérimentale de mettre en évidence les mécanismes, d’envisager et de maîtriser les différents facteurs influents. La modélisation des processus de fissuration, déjà très compliquée, devient encore plus compliquée lorsqu’on s’intéresse à des problèmes multiphysiques (hydromécaniques, thermo-hydromécaniques, chemo-thermo-hydromécaniques, . . .). Les différentes phases (solide, liquide, gazeuse) peuvent mutuellement interagir avec des niveaux de couplage plus ou moins importants selon les phénomènes étudiés : fissuration au jeune-âge [Ulm et Coussy 1998, Buffo-Lacarrière *et al.* 2007, Sellier *et al.* 2010, Briffaut *et al.* 2011], comportement aux hautes températures [Gawin *et al.* 1999, Dal Pont et Ehrlicher 2004, Meftah *et al.* 2012], fracturation hydraulique [Carrier et Granet 2011, Secchi et Schrefler 2012], etc.

D’un point de vue conceptuel, en analogie avec les modèles mécaniques de fissuration, les modélisations mathématiques des processus de transport des fluides en milieu fissuré peuvent être classifiées en relation avec leur façon implicite ou explicite de traiter la discontinuité hydro-mécanique. Dans le cadre des modèles continus, les processus de transport dans le milieu poreux, dans l’espace fissuré et leurs échanges sont traités dans le cadre de la théorie des milieux poreux. Le milieu fissuré est représenté, par conséquent, comme un milieu poreux équivalent avec des propriétés de transfert (perméabilité, coefficients de diffusion, . . .) modifiées pour prendre en compte, de façon macroscopique, l’influence de l’état de fissuration du matériau. Parmi les nombreuses formulations disponibles dans la littérature, les formulations basées sur la mécanique de l’endommagement local [Ožbolt *et al.* 2010, Gawin *et al.* 2002] sont souvent utilisées en raison de leur relative simplicité. Le succès des approches continues dérive directement de la simplicité avec laquelle les différents problèmes (mécanique, hydraulique, thermique, chimique, . . .) peuvent être intégrés dans une formulation macroscopique unitaire. De nombreuses formulations phénoménologiques ont été proposées dans la littérature pour mettre en relation la perméabilité et le degré d’endommagement du matériau [Bary 1996, Gawin *et al.* 1999, Picandet 2001, Gawin *et al.* 2002, Dal Pont *et al.* 2005, Gawin *et al.* 2005]. Leur validité est cependant souvent limitée à des degrés d’endommagement très faibles [Choinska *et al.* 2007, Pijaudier-Cabot *et al.*

2009], ce qui limite leurs applications à des problèmes de micro-fissuration diffuse.

Des approches discrètes peuvent sembler plus intuitives (et logiques) que celle continues parce que les mécanismes de transport dans chaque fissure sont explicitement pris en compte. Une vision plus physique du processus multi-physique et intrinsèquement multi-échelle est donc nécessaire [Bodin *et al.* 2003]. Le transport localisé dans la discontinuité peut être traité explicitement, tandis que le processus hydrique dans le milieu sain continu doit être modélisé dans le cadre d’une approche continue. Plusieurs méthodes sont disponibles dans la littérature basées sur l’utilisation des éléments d’interface hydromécaniques placés entre des éléments massifs [Ng et Small 1999, Simoni et Secchi 2003, Segura et Carol 2004; 2008, Khoei *et al.* 2010, Barani *et al.* 2011, Carrier et Granet 2011]. Ces modèles discrets, pour la plupart basés sur l’utilisation des modèles de fissuration cohésive [Dugdale 1960, Barenblatt 1962], présentent l’inconvénient de demander des ressources de calculs très importantes. Si, en fait, la position des fissures n’est pas connue à priori, l’utilisation de maillages très raffinés et/ou d’algorithmes de remaillage adaptatifs pendant le calcul [Schrefler *et al.* 2006, Secchi *et al.* 2007, Khoei *et al.* 2009, Secchi et Schrefler 2012] s’avèrent nécessaires. Une stratégie alternative menant à la prise en compte explicite de la fissuration est représentée par l’utilisation des modèles développés dans le contexte numérique des discontinuités fortes. Ces méthodes sont principalement basées sur la distinction entre deux problèmes [Armero et Callari 1999] : 1) le problème à “grande échelle”, où les champs des déplacements et des pressions sont supposés être réguliers ; 2) le problème à “petite échelle”, défini dans le voisinage des points où la fissuration localise, où des discontinuités fortes des champs mécaniques et hydriques sont introduites. Dans le contexte des éléments finis cette approche multi-échelle se traduit dans l’utilisation d’éléments finis enrichis selon différentes formulations numériques : Enhanced Finite Elements [Armero et Callari 1999, Larsson et Larsson 2000, Callari et Armero 2002, Callari *et al.* 2010], eXtended Finite Elements [Réthoré *et al.* 2007; 2008, Becker *et al.* 2010], ...

**Objectif de l’étude** Dans le cadre d’une approche, dont l’objectif principal est l’évaluation, par des modèles numériques, de l’étanchéité et du taux de fuite des structures (par exemple, les bâtiments des centrales nucléaires durant les tests périodiques d’intégrité) trois ingrédients doivent être présents : 1) un modèle de fissuration capable de prendre en compte les aspects principaux de la fissuration des bétons (hétérogénéité, effets d’échelle, ...) et de fournir des informations fines (à petite échelle) concernant les fissures (localisation, orientations et ouvertures) ; 2) la prise en compte de la fissuration sur l’évolution des propriétés de transfert du matériau ; 3) un modèle de couplage entre les problèmes mécaniques et hydriques.

Concernant le premier des deux points, des propositions ont été avancées dans les chapitres précédents. L’objectif de ce chapitre est de développer une stratégie de couplage entre fissuration et transfert des fluides dans les bétons fissurés. Dans cette phase, un couplage faible entre les problèmes mécanique et hydrique est considéré. L’hypothèse est donc qu’aucune influence de la phase fluide sur le processus de déformation ne soit présente et que l’écoulement du fluide dans le milieu poreux sain et/ou fissuré se déroule comme s’il était indéformable. La seule forme de couplage qu’on considère est l’influence de la fissuration sur la modification des propriétés de transfert du matériau, et notamment de

sa perméabilité (voir Chapitre 2).

La première partie du chapitre est consacrée à la présentation du formalisme de la procédure de couplage et de son implantation dans le contexte des éléments finis (FEM). Tous les développements sont effectués dans un code aux éléments finis développé dans le cadre de la thèse. À l'échelle de l'élément fini, l'écoulement localisé dans la fissure induit la perte d'isotropie du tenseur de perméabilité élémentaire. La perméabilité apparente anisotrope de l'élément fini fissuré est calculée, en fonction de l'ouverture de fissure et de son orientation obtenues par le biais du modèle mécanique, au travers de la loi cubique adaptée expérimentalement, présentée dans le chapitre 3. Le transfert des informations entre le code de calcul mécanique (FIDES) et le code pour les analyses multiphysiques (FIDES-MP) est assuré par une "passerelle" programmée spécialement.

La deuxième partie du chapitre est consacrée à la validation de la procédure de couplage proposée. Les résultats des calculs fournissent ainsi une validation ultérieure du modèle mécanique de fissuration et des résultats de l'analyse inverse, nécessaires à l'estimation des paramètres des lois statistiques utilisées pour distribuer aléatoirement les valeurs des caractéristiques mécaniques (résistance à la traction et de l'énergie de fissuration) dans le maillage. On rappelle ici, rapidement, que selon les hypothèses du modèle mécanique, ces paramètres varient en fonction de la dimension des éléments finis utilisés dans la discrétisation spatiale du problème traité. Leur détermination a été effectuée par analyses inverses dans une gamme de dimensions d'éléments congruente avec les simulations présentées dans la suite. Cette expérimentation numérique a été "validée" par une expérimentation physique.

## 5.2 Écoulement isotherme d'un fluide monophasique en milieu fissuré

Dans cette section on analyse très synthétiquement les différences principales entre les modèles disponibles dans la littérature pour la modélisation des milieux poreux mono et multiphasiques. Les équations définissant le problème aux limites auquel on s'intéresse, et la procédure d'implantation dans le contexte des éléments finis sont présentés. Finalement, la procédure de calcul de la perméabilité anisotrope équivalente pour le milieu fissuré est illustrée.

### 5.2.1 Théories des milieux poreux

La littérature présente un large éventail de théories et modèles pour la modélisation des milieux poreux. De façon très schématique, on peut classer les modèles en deux catégories [Dal Pont 2011] : ceux qui dérivent des théories issues de travaux de Biot [1941] et les théories dites des mixtures [Truesdell et Toupin 1960] :

- selon la première approche, posée à l'origine par Biot [1941; 1956a;b;c], les milieux poreux peuvent être traités selon les mêmes relations macroscopiques qui décrivent le comportement des milieux continus. Cette approche a été reprise par la suite dans le contexte plus général de la thermodynamique des processus irréversibles [Prigogine 1967] pour les transferts des fluides mono/multi-phases en milieux déformables [Biot 1972, Coussy 1995, Coussy *et al.* 1998, Coussy 2004, Abati 2008]. Dans ces

approches, d'une manière similaire aux théories thermodynamiques en mécanique des milieux continus, un potentiel thermodynamique unique pour le milieu poreux est introduit. Les déplacements du squelette solide et les pressions du fluide sont typiquement considérés comme variables d'état ;

- la deuxième approche s'appuie sur la théorie dite des mixtures [Truesdell et Toupin 1960, Bowen 1967]. Dans ce cadre, le milieu poreux est étudié comme un système composé de  $n$  constituants occupants simultanément un volume élémentaire représentatif (VER). Les bases de cette approche ont été posées par les principes de la thermodynamique rationnelle formulés par Truesdell et Toupin [1960]. Dans la théorie classique des mixtures [Bowen 1967; 1980; 1982] les équations de conservation (quantité de mouvement, masse, énergie, ...) des phases sont écrites explicitement à l'échelle macroscopique (i.e. du VER) et l'interaction entre les phases (les constituants) est représentée au travers de termes d'échange appropriés. Hassanizadeh et Gray [1979a;b] ont montré, qu'une procédure opportune d'homogénéisation ("up-scaling") peut conduire aux équations de conservation à l'échelle du VER à partir des équations de conservation écrites à l'échelle microscopique. La combinaison entre la théorie des mixtures et les procédures d'homogénéisation est connue sous le nom de "Théorie des Mixtures Hybrides" [Achanta *et al.* 1994, Lewis et Schrefler 1987, Bennethum et Cushman 1996].

Même si les approches présentées présentent plusieurs différences, il est possible de démontrer que, sous certaines conditions [Schanz et Diebels 2003] la structures des equations différentielles résolvant le problème reste la même et les différentes théories peuvent être inscrites dans des cadres théoriques très proches. Des différences peuvent être retrouvées au niveau de certaines lois constitutives et dans les hypothèses introduites (à l'échelle microscopique) pour traiter les interfaces entre les phases [Coussy 2004, Gray et Schrefler 2001].

Concernant le problème simple auquel on s'intéresse, la distinction entre les deux approches n'est pas nécessaire. Dans le cas d'un écoulement saturé en eau, le problème est complètement géré par la loi de conservation de la masse du fluide. On remarque cependant, en vue d'une extension ultérieure de l'approche à la modélisation couplée des phénomènes multiphysiques en milieu fissurant, qu'un choix entre les deux approches doit être effectué. A ce propos, on remarque que le cadre théorique basé sur les travaux de Lewis et Schrefler [1987] et Gray et Schrefler [2001] a été largement utilisé et éprouvé en termes de performances numériques [Dal Pont 2011]. Un aspect non secondaire est que plusieurs implantations numériques de ce modèle sont à ce jour disponibles. Par exemple, dans les codes de calculs CESAR-LCPC [Rigobert 2009] développé à l'IFSTTAR et CAST3M [Dal Pont *et al.* 2007] développée au CEA (France).

### 5.2.2 Transport en milieux poreux saturés

On considère un milieu poreux indéformable occupant avec une porosité  $\phi$  le domaine  $\Omega \in \mathbb{R}^{\text{dim}}$ . L'équation de bilan de la masse pour la phase générique  $\beta$  s'écrit en fonction de sa masse apparente dans le système multi-phasique  $m_\beta$  (voir Chapitre 3) comme suit :

$$\dot{m}_\beta + \nabla \cdot \mathbf{q}_\beta = 0 \quad \mathbf{q}_\beta = m_\beta \mathbf{v}_\beta \quad (5.1)$$

où  $\mathbf{q}_\beta$  représente le flux massique du fluide,  $\mathbf{v}_\beta$  est sa vitesse moyenne. La masse apparente est définie en fonction de la densité intrinsèque du fluide  $\rho_\beta$  et du degré de saturation  $S_\beta$  par la relation  $m_\beta = \rho_\beta \phi S_\beta$ . Sous l'hypothèse d'un écoulement en régime laminaire et en absence de forme de masse, une relation linéaire entre le gradient de pression macroscopique  $\nabla p_\beta$  et la vitesse moyenne  $\mathbf{v}_\beta$  du fluide peut être introduite au travers de la loi de Darcy [1856] :

$$\mathbf{v}_\beta = -\mu_\beta^{-1} \mathbf{k}_\beta \nabla p_\beta \quad (5.2)$$

où,  $\nabla$  dénote l'opérateur gradient spatial,  $\mu_\beta$  est la viscosité cinématique du fluide et  $\mathbf{k}_\beta$  est le tenseur de perméabilité à la phase fluide  $\beta$ .

La forme faible de l'équation de bilan de la masse (1.1) s'écrit :

$$\int_\Omega \dot{m}_\beta \beta dV = \int_\Omega \mathbf{q}_\beta \cdot \nabla \beta dV - \int_{\partial_q \Omega} q_\beta^* \beta dA \quad \forall \beta \in \mathcal{V}_\beta \quad (5.3)$$

$\mathcal{V}_\beta$  étant l'espace des variations admissibles :

$$\mathcal{V}_\beta = \{\beta : \Omega \rightarrow \mathbb{R}, \beta = 0 \text{ sur } \partial_\beta \Omega\} \quad (5.4)$$

et  $\partial_\beta \Omega \in \partial \Omega$  dénote la partie du bord de  $\Omega$  sur laquelle une condition de type Dirichlet  $p_\beta = p_\beta^*$  est imposée. Dans la relation (5.5) on dénote  $\partial_{q\beta} \Omega \in \partial \Omega$  la partie du bord de  $\Omega$  sur laquelle on impose des conditions aux limites de type Neumann  $\mathbf{q}_\beta \cdot \mathbf{n} = q_\beta^*$ . Pour le problème hydrique on considère encore une fois  $\partial \Omega = \partial_\beta^- \Omega \cup \partial_{q\beta}^- \Omega$  et  $\partial_\beta \Omega \cap \partial_{q\beta} \Omega = \emptyset$ .

Les équations (5.1) et (5.2) sont complètement génériques et valables pour chaque phase fluide  $\beta$  dans le système multi-phasique. Si maintenant, on introduit les hypothèses d'écoulement saturé d'eau ( $\beta = w$ ,  $S_w = 1$ ), fluide incompressible<sup>1</sup> ( $\dot{\rho}_w = 0$ ) et de phase solide indéformable ( $\dot{\phi} = 0$ ) la relation (5.2) peut être écrite comme suit :

$$\int_\Omega \mathbf{q}_w \cdot \nabla w dV = \int_{\partial_{qw} \Omega} q_w^* w dA \quad \forall w \in \mathcal{V}_w \quad (5.5)$$

et la condition aux limites de type Dirichlet s'écrit comme suit :

$$p_w = p_w^* \quad \text{sur } \partial_w \Omega \quad (5.6)$$

De façon congruente au modèle de fissuration, le cadre numérique général des développements suivants est celui de la méthode des éléments finis. On considère, donc, la même discrétisation spatiale du domaine  $\Omega$  introduite dans le problème mécanique (voir chapitre 4) et on dénote  $n_{mel}$  le nombre total des éléments finis du maillage. Dans ce cas, cependant, le nombre des degrés de liberté du point  $\mathbf{x} \in \Omega$  est  $n_{df,w} = 1$ . Dans  $\Omega_e$  le champ des pressions  $p_w(\mathbf{x})$  et son gradient spatial  $\nabla p_w(\mathbf{x})$  sont approximés par interpolation des pressions nodales  $\mathbf{p}_{we}$  :

$$p_w(\mathbf{x}) = \mathbf{N}_e(\mathbf{x}) \mathbf{p}_{we} \quad \nabla p_w(\mathbf{x}) = \nabla \mathbf{N}_e(\mathbf{x}) \mathbf{p}_{we} \quad (5.7)$$

où  $\mathbf{N}_e = \mathbf{N}_e(\mathbf{x})$  est la matrice des fonctions de forme de l'élément  $e$ , et  $\nabla \mathbf{N}_e(\mathbf{x})$  est la matrice élémentaire de son gradient.

1. L'hypothèse de fluide incompressible est en général valable pour l'eau. Lorsque on se réfère à des écoulements d'air cette hypothèse ne peut pas être introduite.

Si on définit  $\mathbf{p}_w$  le vecteur global (ordre  $n_{nnt} \times 1$ ) des inconnues nodales du système, l'introduction des interpolations (5.7) dans l'équation d'équilibre sous forme faible (5.3) fournit :

$$\underbrace{\mathbf{A} \int_{\Omega_e} \nabla \mathbf{N}_e^T \mathbf{q}_{we} dV}_{:=\mathbf{f}_w(\mathbf{p}_w)^{int}} = \underbrace{\mathbf{A} \int_{\partial\Omega_e} \mathbf{N}_e^T q_{we}^* dA}_{:=\mathbf{f}_w^{ext}} \quad (5.8)$$

où la loi de Darcy élémentaire peut être écrite sous forme discrète comme :

$$\mathbf{q}_{we} = -\rho_w \mu_w^{-1} \mathbf{k}_{we} \nabla \mathbf{N}_e(\mathbf{x}) \mathbf{p}_{we} \quad (5.9)$$

Si, maintenant on introduit la matrice de perméabilité globale du système  $\mathbf{K}_w$ , obtenue par assemblage des perméabilités élémentaires :

$$\mathbf{K}_w = \mathbf{A} \mathbf{k}_{we} = \mathbf{A} \int_{\Omega_e} -\rho_w \mu_w^{-1} \nabla \mathbf{N}_e^T \mathbf{k}_{we} \nabla \mathbf{N}_e dV \quad (5.10)$$

la relation (5.8) peut être réécrite comme suit :

$$\mathbf{K}_w \mathbf{p}_w = \mathbf{f}_w^{ext} \quad (5.11)$$

Ce modèle de transport, extrêmement simple, est implanté dans le code de calculs aux Éléments Finis FIDES-MP (FIssuration DEs Structures - MultiPhysique). Le programme a été développé en langage Fortran dans le cadre de la thèse. Dans sa forme générale, le code de calcul est capable de traiter des problèmes thermo-hydriques pour des milieux poreux multiphasiques (solide, eau liquide, vapeur d'eau, air sec) en présence de changements de phase selon l'approche de Lewis et Schrefler [1987] et Gray et Schrefler [2001]. Les aspects algorithmiques du programme sont principalement basés sur la procédure de solutions complètement couplées de type "staggered" (enchainées) à deux niveaux d'itérations, selon une procédure de type Gauss-Seidel, proposée par Dal Pont *et al.* [2007], Meftah et Dal Pont [2010], Meftah *et al.* [2012]. Pour plus de détails concernant les aspects algorithmiques de l'implémentation et la formulation mathématique du modèle complet le lecteur peut se référer aux travaux cités.

Dans la suite, seul le module pour l'analyse des transferts, de fluides en milieu saturé et en conditions isothermes, correspondant au système d'équations (5.11), sera utilisé.

### 5.3 Influence de la fissuration sur la perméabilité

Lorsqu'une macro-fissure est complètement développée dans un corps  $\Omega$  soumis à un chargement hydrique ( $\nabla p_w \neq 0$  dans la relation 5.2), elle constitue un cheminement préférentiel pour l'écoulement des fluides. Déjà pour des ouvertures de fissure suffisamment modestes, l'écoulement au travers de la porosité devient presque négligeable et le débit traversant le matériau correspond principalement au fluide s'écoulant au travers des fissures. Dans le cadre d'une modélisation continue de la fissuration, il est nécessaire d'introduire une procédure capable de traduire ce comportement en assurant en même temps l'indépendance de la réponse simulée vis-à-vis de la taille du maillage.

À l'échelle de l'élément fini fissuré  $e$ , cette procédure repose sur la définition d'un tenseur de perméabilité apparente  $\tilde{\mathbf{k}}_w$  (fonction de l'ouverture de fissure et de son orientation) capable de prendre en compte le caractère directionnel (anisotrope) de l'écoulement en milieu fissuré. Le terme "apparente" est utilisé afin de remarquer que lorsqu'un élément de volume est fissuré l'hypothèse d'homogénéité statistique [Stroeven *et al.* 2004, Freudenthal 1950, Hashin 1983, Drugan et Willis 1996, Ostoja-Starzewski 2002] qui sous-tend l'existence d'un Volume Élémentaire Représentatif n'est pas vérifiée [Bodin *et al.* 2003]. Dans de telles conditions la définition d'une perméabilité intrinsèque n'est pas, à proprement parler, possible.

**Calcul de la perméabilité apparente de l'élément fissuré** Sous l'hypothèse d'un écoulement laminaire la perméabilité apparente de l'élément fissuré est calculée comme la somme de deux contributions [Dormieux et Kondo 2004, Shao *et al.* 2005, Meschke *et al.* 2011]

$$\tilde{\mathbf{k}}_{we} = \mathbf{k}_{we}^0 + \tilde{\mathbf{k}}_{we}^F \quad (5.12)$$

où  $\mathbf{k}_{we}^0$  est le tenseur de perméabilité du milieu poreux et  $\tilde{\mathbf{k}}_{we}^F$  est la contribution à la perméabilité apparente associée à l'écoulement dans la fissure. Sous l'hypothèse de connexion entre l'espace de la fissure et le réseau poreux dans son voisinage, la recherche du tenseur  $\tilde{\mathbf{k}}_{we}$  repose sur la décomposition suivante du champ des vitesses élémentaires  $\mathbf{v}_{we}$  :

$$\mathbf{v}_{we} = \mathbf{v}_{we}^0 + \tilde{\mathbf{v}}_{we}^F \quad (5.13)$$

étant  $\tilde{\mathbf{v}}_{we}^F$  la moyenne, sur le volume de l'élément  $V_e$ , de la vitesse moyenne  $\mathbf{v}_e^F$  du fluide dans la fissure élémentaire  $\Omega_e^F$  :

$$\tilde{\mathbf{v}}_{we}^F = \frac{1}{V_e} \int_{\Omega_e^F} \mathbf{v}_e^F dV_F = \mathbf{v}_e^F \frac{V_e^F}{V_e} \quad (5.14)$$

Si on introduit la schématisation de l'élément fissuré comme un cube équivalent de même volume  $V_e$  (i.e.  $l_e = \sqrt[3]{V_e}$ ) et tel que le plan moyen de la fissure (d'ouverture  $a_e$ ) soit parallèle à une des surfaces latérales (i.e.  $V_e^F = a_e l_e^2$ ) on obtient

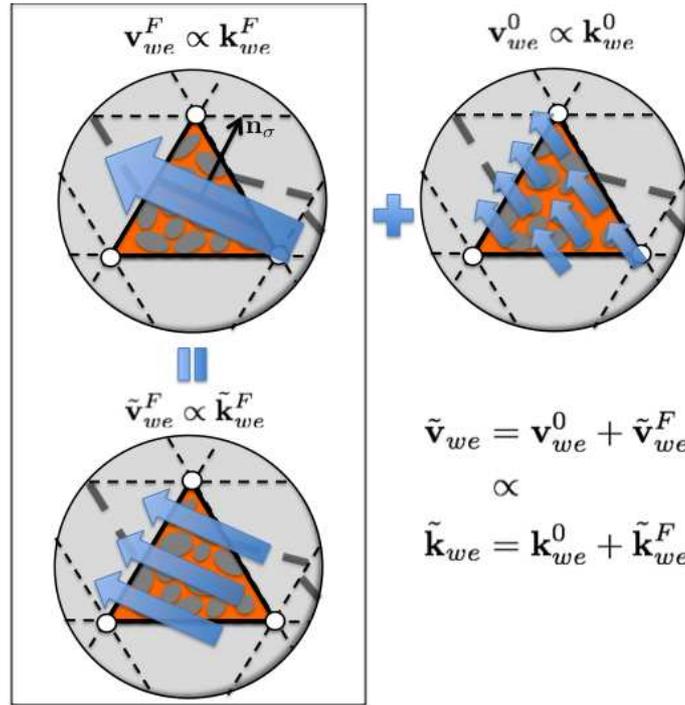
$$\tilde{\mathbf{v}}_{we}^F = \mathbf{v}_e^F \frac{a_e}{l_e}. \quad (5.15)$$

La substitution de la relation (5.15) dans la décomposition additive (5.13), avec l'introduction de la loi de Darcy [1856] pour les vitesses  $\mathbf{v}_e^0$  et  $\mathbf{v}_e^F$  fournit :

$$\mathbf{v}_w = -\mu_w^{-1} \mathbf{k}_{we}^0 \nabla p_w - \mu_w^{-1} \mathbf{k}_{we}^F \frac{a_e}{l_e} \nabla p_w \quad (5.16)$$

$$= -\mu_w^{-1} \underbrace{\left( \mathbf{k}_{we}^0 + \mathbf{k}_{we}^F \frac{a_e}{l_e} \right)}_{:=\tilde{\mathbf{k}}_{we}} \nabla p_w \quad (5.17)$$

Si on suppose négligeable l'influence de la présence de la fissure sur l'écoulement dans la direction de la normale  $\mathbf{n}$  à son plan moyen [Dormieux et Kondo 2004, Pouya et Ghabezloo



**Figure 5.1** – Schématisation géométrique de l'élément pour le calcul de la perméabilité équivalente.

2010], et si on suppose isotrope la transmissivité hydraulique dans le plan de fissure, le tenseur  $\mathbf{k}_{we}^F$  s'écrit comme suit :

$$\mathbf{k}_{we}^F = k_e^F (\mathbf{I} - \mathbf{n} \otimes \mathbf{n}) \quad (5.18)$$

où  $\mathbf{I}$  est le tenseur identité du deuxième ordre. Le tenseur de perméabilité apparente peut finalement être écrit comme suit :

$$\tilde{\mathbf{k}}_{we} = \mathbf{k}_{we}^0 + \frac{k_e^F a_e}{l_e} (\mathbf{I} - \mathbf{n} \otimes \mathbf{n}) \quad (5.19)$$

La perméabilité  $k_e^F$  est conventionnellement estimée en fonction du carré de l'ouverture de fissure selon le modèle des plaques parallèles [Snow 1969] :  $k_e^F = a_e^2/12$ . Comme nous l'avons vu dans le chapitre 2, ce modèle donne une surestimation de l'écoulement dans une fissure réelle [Zimmerman et Bodvarsson 1996], car il ne prend pas en compte la rugosité de la fissure, la variabilité spatiale des ouvertures, ainsi que l'influence de la tortuosité. Comme expliqué dans le chapitre 3, plusieurs modifications du modèle sont possibles. Dans le cadre d'un contexte d'analyse numérique aux éléments finis, la procédure la plus souvent utilisée prévoit l'introduction dans la relation conventionnelle d'un facteur réductif  $\alpha > 1$  ( $k_e^F = a_e^2/12\alpha$ ) permettant de prendre en compte de manière macroscopique tous ces phénomènes. Pour  $\alpha$ , les résultats du protocole expérimental ont conduit à l'estimation statistique d'une relation non linéaire en fonction de l'ouverture de fissure ( $\alpha = \beta a^\gamma$ ).

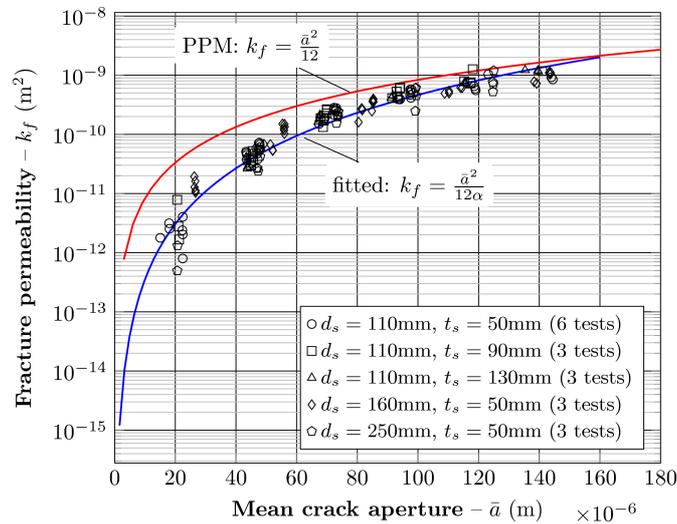
La loi constitutive est utilisée, en vue d'effectuer des calculs numériques, sur la base de ce résultat :

$$k_e^f = \begin{cases} \frac{a_e^{2-\gamma}}{12\beta} & a_e < a_{e,t} \\ \frac{a_e^2}{12} & a_e \geq a_{e,t} \end{cases} \quad (5.20)$$

$a_{e,t}$  étant l'ouverture de la fissure pour laquelle la loi cubique modifiée fournit la même perméabilité que le modèle des plaques parallèles ( $\alpha = 1$ ) :

$$a_{e,t} = \beta^{-\frac{1}{\gamma}} \quad (5.21)$$

Pour le béton ordinaire les paramètres de la loi ont été estimés comme suit :  $\beta = 5.625 \cdot 10^{-5}$  et  $\gamma = -1.19$ . L'introduction de ces paramètres dans la relation (5.21) fournit pour  $\bar{a}_{e,t}$  une valeur approximative de  $160\mu\text{m}$ .



**Figure 5.2** – Évolution de la perméabilité définie comme dans l'équation (5.20) en fonction de l'ouverture de fissure.

#### 5.4 Simulation de l'essai de fissuration-transfert de Rastiello *et al.* [2013]

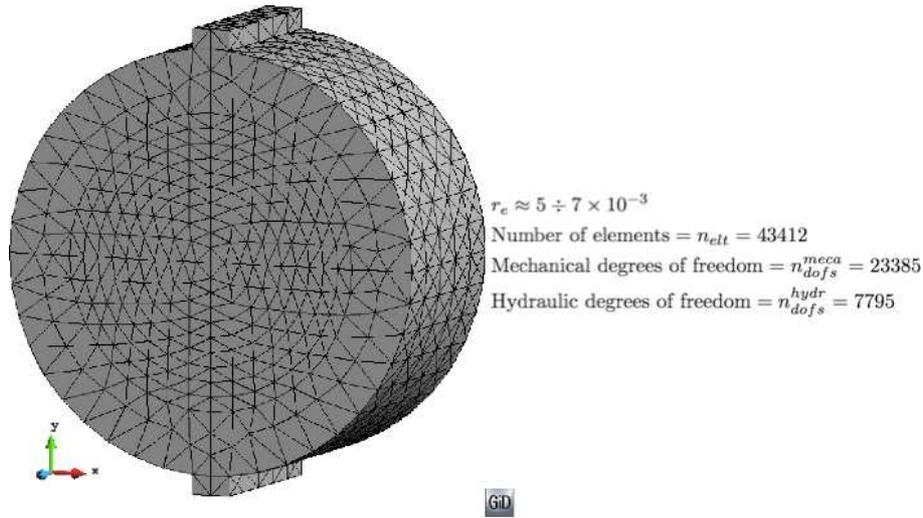
Une première validation de la procédure de couplage proposée est obtenue par la simulation des essais de fendage sous chargement hydro-mécanique présentés dans le chapitre 3. Seuls les essais sur des échantillons de diamètre  $d_s = 110$  mm sont modélisés. Ils peuvent fournir deux typologies d'informations. La première concerne une vérification ultérieure de l'indépendance du maillage de la stratégie de modélisation de la fissuration ; la deuxième concerne la pertinence de l'approche de couplage dans la prédiction des débits de fuites à l'échelle d'une éprouvette de laboratoire. Indirectement, ce dernier point représente lui-même une vérification de la pertinence du modèle mécanique dans une description "fine" de la fissuration. Selon les prévisions théoriques et comme confirmé par les évidences expérimentales, en fait, le débit traversant une fissure de géométrie donnée (en régime laminaire) est univoquement déterminé par la géométrie de la fissure elle-même. Par conséquent, une

prédiction précise du débit traversant l’échantillon pour un niveau de chargement donné peut être vue comme un indicateur du niveau de précision (aux moins en termes “statistiques”) du modèle de fissuration dans la prédiction des faciès de fissuration (i.e. ouvertures locales, distribution spatiale des ouvertures, présence de ponts de matière, ...).

**Principes des essais de fendage hydro-mécaniques** Sans rentrer dans les détails du protocole (voir chapitre 3) on rappelle ici simplement les aspects de base de la procédure expérimentale. Concernant le contrôle mécanique de l’essai la technique de pilotage expérimentale présentée dans les chapitres précédents est toujours utilisée (i.e. la variable de pilotage de l’essai est la variation diamétrale moyenne  $\Delta d_s$  calculée en temps réel à partir des mesures de quatre capteurs LVDTs). En vue des essais de perméabilité sous chargement, deux cuves en acier sont placées sur les faces de l’échantillon (préalablement saturé d’eau). Schématiquement, la procédure d’essai prévoit le chargement du disque avec un taux de variation de  $\Delta d_s$  constant. La variation diamétrale moyenne est donc bloquée à intervalles réguliers de  $50 \mu\text{m}$ . Pour chaque palier de déplacement  $\Delta d_s$ , plusieurs niveaux de pression différentielle  $\Delta p_w$  (entre les deux faces de l’éprouvette) sont imposés jusqu’à atteindre un écoulement en régime permanent. Le débit massique  $Q_w$  traversant l’échantillon est donc estimé en fonction de l’évolution de la masse d’eau  $M_w$  contenue dans un réservoir placé en amont de l’éprouvette. Comme dans les essais purement mécaniques, le déplacement moyen est limité à la valeur maximale  $\Delta d_{s,\text{max}}$  de  $300 \mu\text{m}$ . Ça permet d’éviter l’apparition de fissures latérales et d’éventuelles fuites aux contacts rotule-éprouvette et éprouvette-piston.

**Modélisation numérique de l’essai** La simulation numérique des essais de fendage est réalisée selon la stratégie de couplage faible illustrée dans la section 5.3. Le maillage utilisé est montré dans la figure 5.3. Il est composé de 43752 éléments de type tétraèdre avec interpolation linéaire des champs des déplacements et de pressions. Dans la figure 5.3 sont donnés aussi les paramètres attribués aux lois constitutives utilisées pour la représentation de la réponse mécanique des matériaux et les paramètres physiques du fluide en écoulement. Les aspects de base des simulations numériques effectuées dans le cadre de l’analyse inverse sont conservés : conditions aux limites mécaniques, méthode de répartition de la charge en correspondance des appuis, méthode de pilotage de l’essai, ...

Les conditions aux limites hydriques de type Dirichlet (figure 5.4) sont appliquées sur deux régions circulaires de diamètre  $d_s^{\text{eff}} = 7.7 \text{ cm}$  et surface  $\Omega_s^{\text{eff}}$ . Cette dimension est égale au diamètre interne des joints toriques en silicone utilisés dans l’expérience pour assurer l’étanchéité au contact entre les cuves en acier et les faces de l’échantillon. Comme l’objectif des calculs est d’estimer le débit traversant l’échantillon fissuré en conditions saturées, mais pour en déduire ensuite des propriétés de transfert (perméabilité apparente, transmissivité, ...), les valeurs numériques attribuées aux pressions imposées n’influencent pas le résultat final. Par conséquent, pour des raisons de simplicité, des pressions  $p_w^{\text{in}} = 11 \text{ Pa}$  et  $p_w^{\text{out}} = 1 \text{ Pa}$  ont été imposées respectivement sur les surfaces d’entrée  $S_w^{\text{in}}$  et de sortie  $S_w^{\text{out}}$  du fluide.



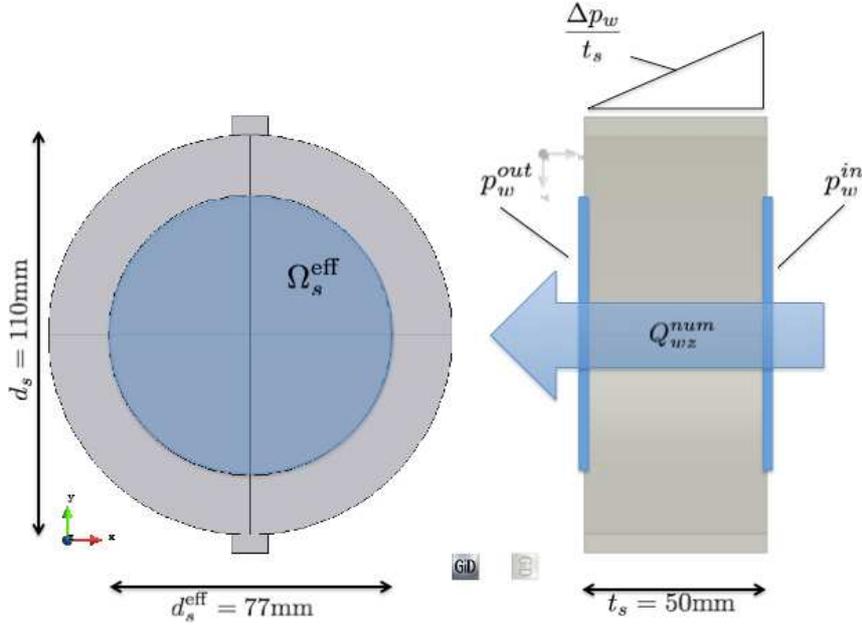
**Figure 5.3** – Maillage aux éléments finis pour la modélisation de l'essai de fissuration-transfert utilisée dans le cadre du protocole hydromécanique pour l'étude de l'évolution de la perméabilité à l'eau d'une éprouvette de béton sous chargement (fendage).

#### 5.4.1 Résultats des calculs

**Calculs mécaniques** Une série de dix calculs purement mécaniques sont effectués selon l'approche de fissuration semi-explicite présentée dans le chapitre 4. L'alimentation du modèle (i.e. la définition des lois de distributions statistiques de la résistance  $f_t$  et de l'énergie de fissuration  $G_c$ ) est assurée par les lois d'évolution des paramètres statistiques  $b_f$ ,  $c_f$  et  $d_g$  obtenues par analyse inverse (chapitre 4). L'évolution de la réponse moyenne ( $F$ ,  $\Delta d_s$ ) de l'échantillon fournit une confirmation ultérieure de l'indépendance de la réponse globale simulée par rapport à la taille du maillage utilisé pour la discrétisation spatiale du problème (figure 5.5). Si elle est comparée aux réponses moyennes des disques testés dans le cadre de la procédure inverse, la réponse obtenue est complètement comparable dans toute la gamme des variations diamétrales  $\Delta d_s$  simulées.

**Calculs hydriques** Les résultats issus des calculs mécaniques (état des éléments, ouvertures des fissures élémentaires, orientations des fissures) sont utilisés comme données d'entrée pour le calcul hydraulique de transfert en milieu fissuré. Dans la figure 5.6 sont reportés les résultats pour un calcul hydro-mécanique représentatif. La réponse mécanique globale est donnée dans la figure 5.6a, tandis que dans la figure 5.6b on reporte l'évolution de la transmissivité hydraulique de l'échantillon  $T_w$  obtenue numériquement ( $T_w^{num}$ ) en comparaison avec celle déduite des résultats expérimentaux ( $T_w^{exp}$ ). Sous l'hypothèse d'écoulement unidirectionnel, la transmissivité numérique  $T_w^{num}$  à chaque pas de calcul est obtenue en fonction de la composante du débit massique  $Q_{wz}^{num}$  normale aux faces de l'échantillon (dans la direction de l'axe z) :

$$T_w^{num} = \tilde{k}_w \Omega_s^{eff} = \mu_w \rho_w^{-1} Q_{wz}^{num} \left[ \frac{\Delta p_w}{t_s} \right]^{-1} \quad (5.22)$$



**Figure 5.4** – Conditions aux limites pour les calculs de transfert en milieu fissuré.

$\tilde{k}_w$  étant la perméabilité apparente de l'échantillon et  $\Delta p_w = p_w^{\text{out}} - p_w^{\text{in}}$  étant la différence de pression imposée entre les surfaces  $S_w^{\text{out}}$  et  $S_w^{\text{in}}$ . Le débit  $Q_{wz}^{\text{num}}$  est calculé numériquement par intégration des flux nodaux sur la surface de sortie  $S_w^{\text{in}}$  ou sur  $S_w^{\text{out}}$  (pour un écoulement incompressible en régime permanent les deux calculs sont censés donner exactement le même résultat). Il peut être vu comme la somme de deux contributions :

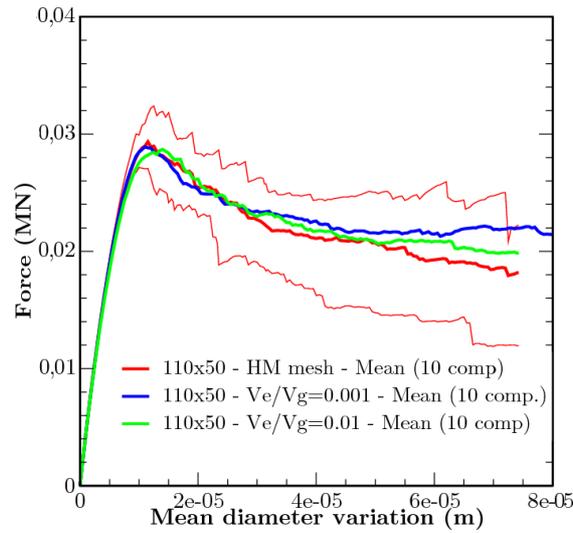
$$Q_{wz}^{\text{num}} = Q_{wz}^{0,\text{num}} + Q_{wz}^{F,\text{num}} \quad (5.23)$$

l'une,  $Q_{wz}^{0,\text{num}}$ , associée à l'écoulement dans le milieu poreux sain et l'autre,  $Q_{wz}^{F,\text{num}}$ , correspondant à l'incrément du débit qui traverse l'échantillon en raison de la présence de la fissure. En raison de la relation (5.23), la transmissivité peut être décomposée elle aussi dans ses deux contributions :

$$T_w^{\text{num}} = T_w^{0,\text{num}} + T_w^{F,\text{num}} \quad (5.24)$$

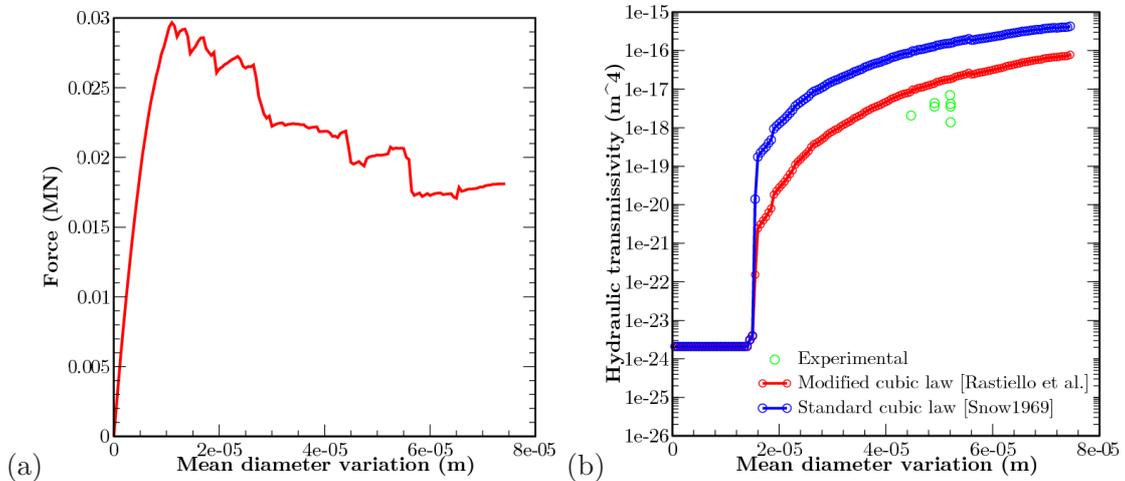
fonctions de  $Q_{wz}^{0,\text{num}}$  et de  $Q_{wz}^{F,\text{num}}$  respectivement. Selon toute rigueur, la valeur numérique de  $T_w^{\text{num}}$  n'est pas directement comparable aux résultats de l'expérience. Dans ce deuxième cas, en fait, si on se réfère à une décomposition du même genre que la précédente (5.24), seule la contribution  $T_w^{F,\text{exp}}$  est connue. En raison de la durée modeste du test et de la saturation préalable des éprouvettes, en fait, le drainage vers la matrice poreuse a été supposé négligeable. Par conséquent, le débit mesuré a été relié uniquement à l'eau s'écoulant au travers de la fissure ( $Q_{wz}^{\text{exp}} = Q_{wz}^{\text{exp},F}$ ) sans aucune contribution de la percolation au travers de la porosité (i.e.  $Q_{wz}^{\text{exp},0} = 0$ ). La comparaison est cependant autorisée si on observe que, en raison de la perméabilité très faible du matériau ( $k_0 = 10^{-21}\text{m}^2$  [Baroghel-Bouny *et al.* 2011]),  $Q_{wz}^{F,\text{exp}}$  est plusieurs ordres de grandeur supérieur à  $Q_{wz}^{0,\text{exp}}$ , déjà pour des ouvertures de fissure très faibles :

$$Q_{wz}^{F,\text{exp}} \gg Q_{wz}^{0,\text{exp}} \quad \rightarrow \quad T_{wz}^{\text{exp}} \approx T_{wz}^{F,\text{exp}} \quad (5.25)$$



**Figure 5.5** – Réponse globale force  $F$  - variation diamétrale moyenne  $\Delta d_s$  pour la série de 10 calculs pour la simulation de l'essai de fendage selon l'approche probabiliste.

Concernant la perméabilité du matériau sain la valeur de  $k_0 = 10^{-21} \text{m}^2$ , estimée Baroghel-Bouny *et al.* [2011] pour une formulation de béton très similaire, a été retenue. La transmissivité théorique du milieu sain  $T^{0,the} = k_0 \Omega_s^{eff} \approx 10^{-24} \text{m}^4$ , est donc congruente avec les résultats numériques.



**Figure 5.6** – a) Réponse mécanique ( $F, \Delta d_s$ ) pour un calcul représentatif, b) évolution en fonction de la variation diamétrale moyenne de la transmissivité de l'échantillon  $T_w^{num}$  calculée en supposant valables alternativement (à l'échelle de l'élément) la loi de Poiseuille classique [Snow 1969] ou la formulation adaptée expérimentalement.

Dans la figure 5.6b, sont comparées les valeurs de  $T_{wx}^{num}$  calculées en supposant valables alternativement (à l'échelle de l'élément fini) la loi de Poiseuille classique ( $k_F = a^2/12$ ) ou la loi adaptée expérimentalement selon la relation (5.20). Comme on pouvait s'y attendre, la loi cubique standard fournit des perméabilités plus élevées par rapport aux prévisions

obtenues par le biais de la loi modifiée. Ces différences sont très élevées pour des faibles ouvertures et tendent progressivement à se réduire lorsque la fissure s’ouvre. Au niveau de la loi constitutive élémentaire, ça correspond à une réduction progressive du facteur correctif  $\alpha(a)$ . Concernant la comparaison avec les mesures expérimentales, on remarque comme pour  $\Delta d_s \approx 50\mu\text{m}$ , la loi conventionnelle fournit une sous-estimation de 1-2 ordres de grandeurs approximativement de la transmissivité réelle, tandis que l’introduction du facteur  $\alpha(a)$  permet de parvenir à une meilleure prédiction (au moins en termes d’ordres de grandeurs). Même dans ce cas, cependant, on remarque que  $T_{wx}^{num} > T_{wx}^{exp}$ . Ceci peut être attribué à plusieurs facteurs :

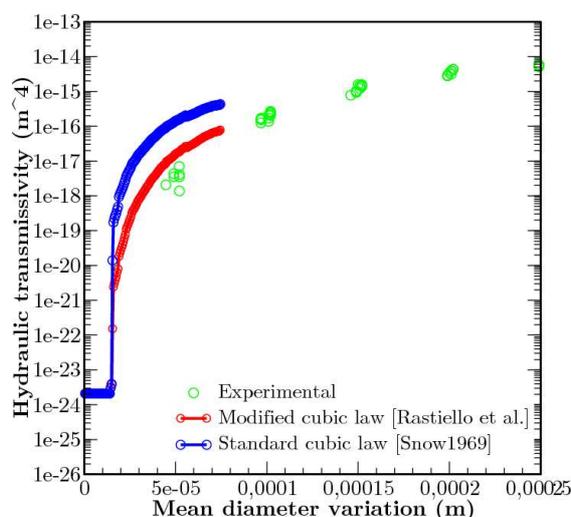
1. la validité de la loi constitutive expérimentale  $k_F = k_F(a)$  (5.20) est à la rigueur limitée aux ouvertures de fissures  $a \in [20\mu\text{m} \div 160\mu\text{m}]$  explorées dans le cadre du protocole expérimental. L’extrapolation de ces prévisions à la représentation de  $k_F$  pour des ouvertures plus faibles ( $a < 20\mu\text{m}$ ) constitue une hypothèse qui nécessiterait une confirmation numérique et/ou expérimentale ultérieure ;
2. concernant encore la loi constitutive expérimentale  $k_F = k_F(a)$ , la forte dispersion des mesures expérimentales pour les ouvertures de fissures les plus petites  $a \approx 30\mu\text{m}$  (chapitre 3) détermine un certain degré d’incertitude dans l’estimation de la loi de régression utilisée pour représenter l’ensemble des données. On peut remarquer aussi, que la fonction d’interpolation choisie pour  $k_F$  conduit à une sur-estimation des perméabilités mesurées sur des échantillons de diamètre  $d_s = 110\text{ mm}$  et d’épaisseur  $t_s = 50\text{ mm}$ . Cet écart pourrait être ultérieurement amplifié (pour des très petites ouvertures élémentaires) lorsque l’extrapolation auparavant mentionnée est introduite.
3. finalement, du point de vue numérique, une cause ultérieure de sur-estimation peut être associée à la présence de plusieurs éléments fissurés très proches (avec des fissures quasi-parallèles et des ouvertures élémentaires comparables). Dans ce cas, chaque élément fini contribue à la transmissivité en proportion de sa propre ouverture. Dans la réalité, dans des telles conditions, le fluide s’écoule préférentiellement par la fissure la plus ouverte (i.e. le parcours de moindre résistance) et la contribution de la deuxième fissure devient presque négligeable.

Concernant l’évolution de la transmissivité calculée numériquement pendant le calcul on peut distinguer deux phases :

1. dans les premiers pas de calcul, approximativement jusqu’au déplacement  $\Delta d_s$  correspondant au pic-d’effort, la transmissivité reste presque constante  $T_{wx}^{num} = T_{wx}^{num,0}$ . On remarque que cette condition ne correspond pas nécessairement à l’absence de fissures dans l’échantillon, car des fissures de petites dimensions (micro-fissures) et isolées peuvent être présentes déjà pour des niveaux de chargement modérés. Cependant, leur contribution à la transmissivité totale  $T_{wx}^{num}$  reste négligeable ( $T_{wx}^{num,F} < T_{wx}^{num,0}$ );
2. lorsque le pic d’effort est atteint, une macro-fissure se propage plus ou moins symétriquement rapidement dans le disque. En conséquence de la création de ce nouveau parcours d’écoulement,  $T_{wx}^{num}$  augmente rapidement de plusieurs ordres de grandeurs.

Même numériquement, donc, aucun effet de seuil n'est relevé. D'autre part il ne faut pas interpréter le plateau initial à  $T_{wx}^{num} = T_{wx}^{num,0}$  comme symptomatique d'un seuil sur l'ouverture de fissure (voir chapitre 3), car dans cette phase aucune macro-fissure n'est encore présente dans l'échantillon.

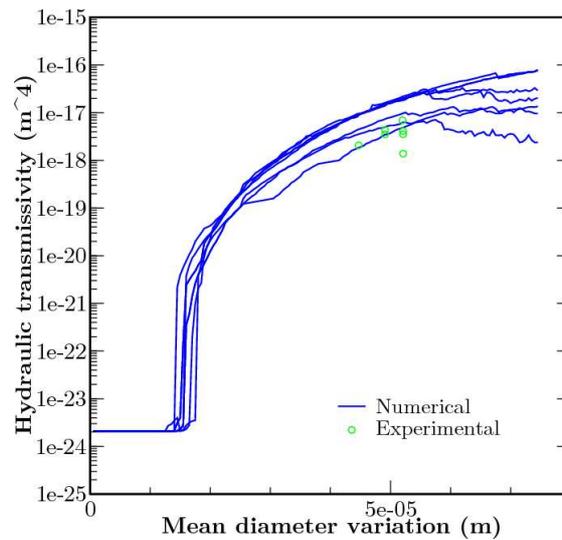
Malheureusement, on peut pas comparer les valeurs numériques et expérimentales dans toute la gamme des variations diamétrales explorées dans le cadre de la campagne expérimentale. Même si le calcul n'arrive pas jusqu'à 300  $\mu\text{m}$ , on peut cependant montrer que la tendance de la transmissivité numérique  $T_w^{num}$  est cohérente avec celle donnée par les résultats expérimentaux (figure 5.7).



**Figure 5.7** – Comparaison entre les évolutions des transmissivités numériques  $T_w^{num}$  en fonction de la variation diamétrale moyenne, et les données expérimentales pour  $\Delta d_s$  jusqu'à 300  $\mu\text{m}$ .

Pour les trois phases de l'essai indiquées dans les graphiques de la figure 5.6, dans les figures 5.9 sont représentées la distribution des fissures (à l'intérieur de l'échantillon) et le champ de débit massique. Il faut remarquer que la tendance du champ de débit à être distribué sur plusieurs éléments est un effet "parasite" de la méthode choisie pour représenter graphiquement les résultats. Elle découle directement de la procédure de projection nodale des flux élémentaires. Cette procédure est nécessaire pour affecter à chaque nœud les contributions des flux calculés aux barycentres (ou dans les points de gauss, en général) des éléments connectés au nœud considéré.

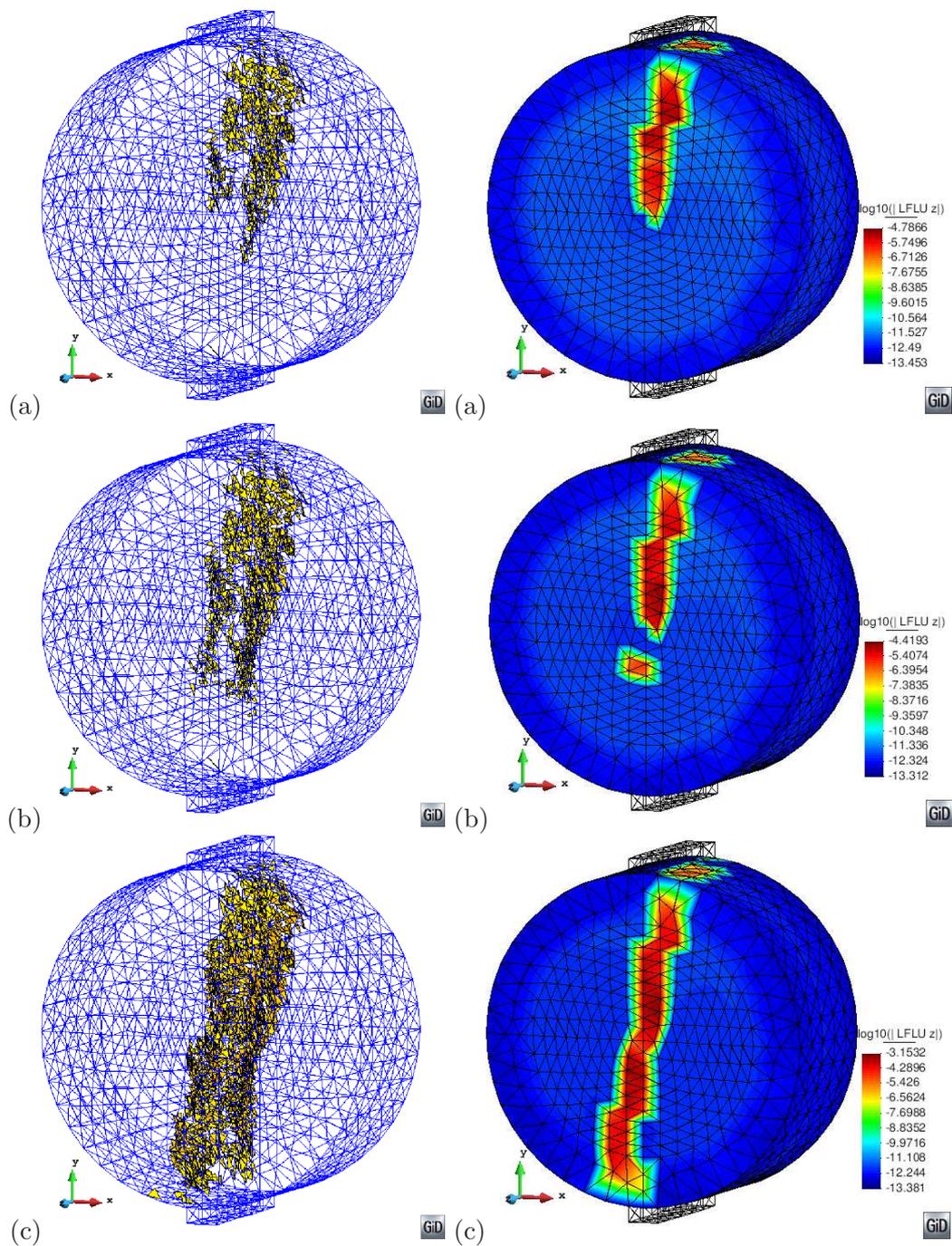
Dans la figure 5.8 sont reportés les évolutions des transmissivités  $T_{wx}^{num}$  pour les dix calculs hydriques correspondants aux calculs mécaniques (figure 5.5). Une représentation en échelle logarithmique met en évidence que les résultats sont comparables pour tous les calculs, au moins en termes d'ordres de grandeur. Les calculs, en outre, permettent de parvenir à une prédiction satisfaisante de la transmissivité (ou de manière équivalente du débit), en fournissant par conséquent une première validation de la procédure de couplage proposée.



**Figure 5.8** – Comparaison entre les débits de fluide calculés numériquement (10 calculs) en supposant valable, à l’échelle de l’élément, la loi cubique adaptée expérimentalement

On remarque, en outre, que ce résultat est strictement lié à la pertinence du modèle probabiliste dans la prédiction de la fissuration. La transmissivité  $T_{wx}^{num}$  de l’éprouvette est en fait directement liée aux perméabilités locales des fissures élémentaires, lesquelles sont directement dépendantes (au moins en termes d’ordre de grandeur) de la puissance au cube des ouvertures des fissures élémentaires. Par conséquent, la pertinence de l’estimation de  $T_{wx}^{num}$  dépend directement (et strictement) des capacités du modèle mécanique dans la prédiction des propriétés locales de la fissuration (i.e. distribution spatiale des éléments fissurés, ouvertures élémentaires et orientations des fissures). Ceci donne une confirmation supplémentaire de la pertinence de la formulation probabiliste du modèle de fissuration mécanique.

D’autre part, des confirmations ultérieures pourront venir de la simulation d’autres typologies d’essais, pour lesquelles la position de la macro-fissure et l’orientation des fissures élémentaires ne sont pas “imposées” par les conditions de simulations elles-mêmes. Dans le cas de l’essai de fendage, en fait, la fissure est censée localiser “quasi-verticalement” dans la direction du diamètre de l’éprouvette, et lorsque elle est complètement développée son processus d’ouverture peut être vu (de façon très schématique) comme l’ouverture d’une fissure entre deux blocs presque-élastiques.



**Figure 5.9** – Représentation du faciès de fissuration et du champ de débit calculé numériquement pour trois phases d'un calcul représentatif.

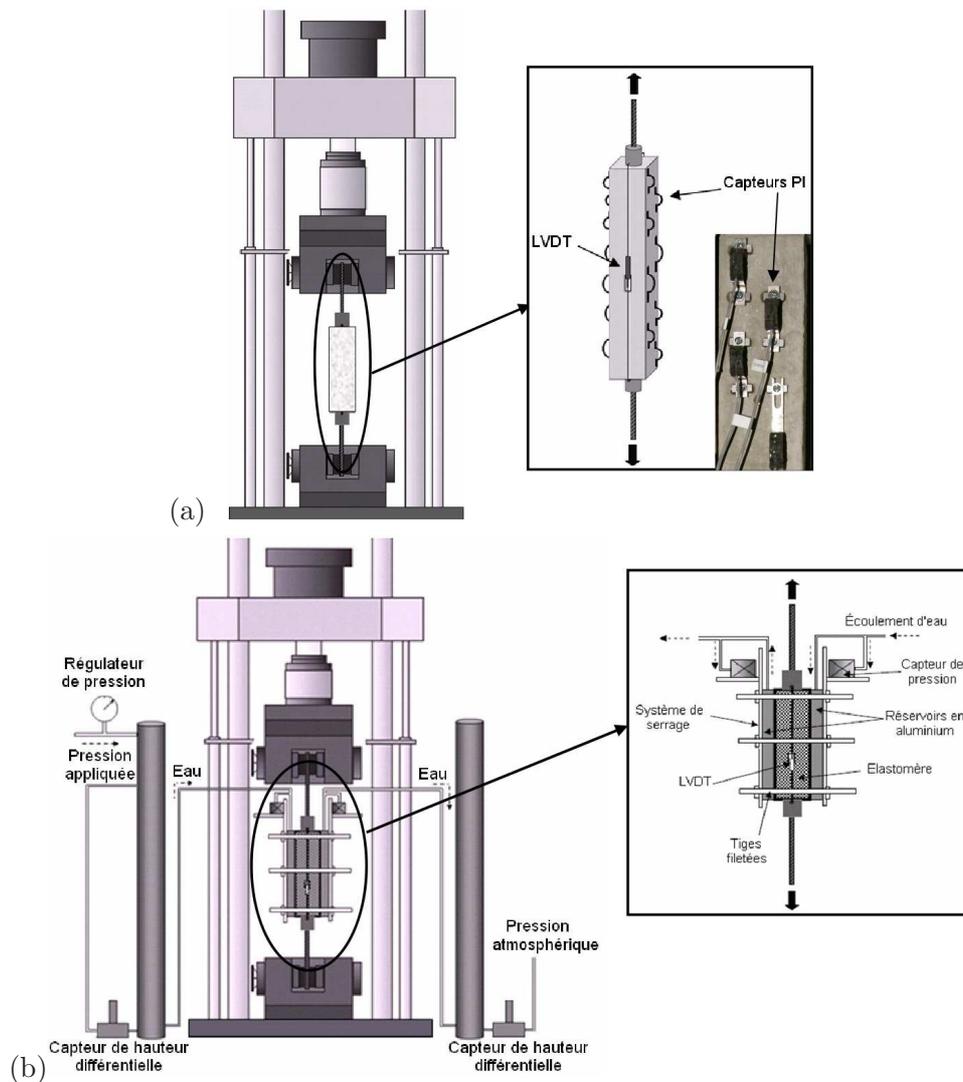
## 5.5 Simulation de l'essai de perméabilité sur un tirant en béton armé de Desmettre et Charron [2012]

La validation de la procédure de couplage proposée à l'échelle des éléments de structures est recherchée par la simulation d'une série d'essais réalisés selon le protocole expérimental récemment proposé par Desmettre et Charron [2011; 2012]. Ce protocole permet le suivi en temps réel de l'évolution de la perméabilité de tirants en béton armé en cours de fissuration, sous un chargement de traction directe. Les essais ont été effectués dans le cadre d'une collaboration entre l'IFSTTAR et l'École Polytechnique (ÉPM) de Montréal. Au total 4 tirants en béton armé ont été fabriqués à l'IFSTTAR et expédiés à l'ÉPM. Deux tirants ont été soumis à des essais de traction permettant la caractérisation du développement de la fissuration. La seconde moitié des tirants a été soumise à un essai de perméabilité effectué simultanément à un essai de traction.

Pour la fabrication des tirants, la formulation du béton ordinaire (BO) utilisée est la même que celle des phases précédentes de la recherche (protocole expérimental hydromécanique et développement du modèle de fissuration probabiliste). Ceci assure de pouvoir réaliser les calculs de validation sans besoin d'introduire des hypothèses supplémentaires ou des ajustements au niveau des paramètres des lois constitutives mécanique (i.e. sur la distribution statistiques de la résistance et de l'énergie de fissuration) et hydrique (i.e. sur le facteur  $\alpha$  réductif de la loi cubique).

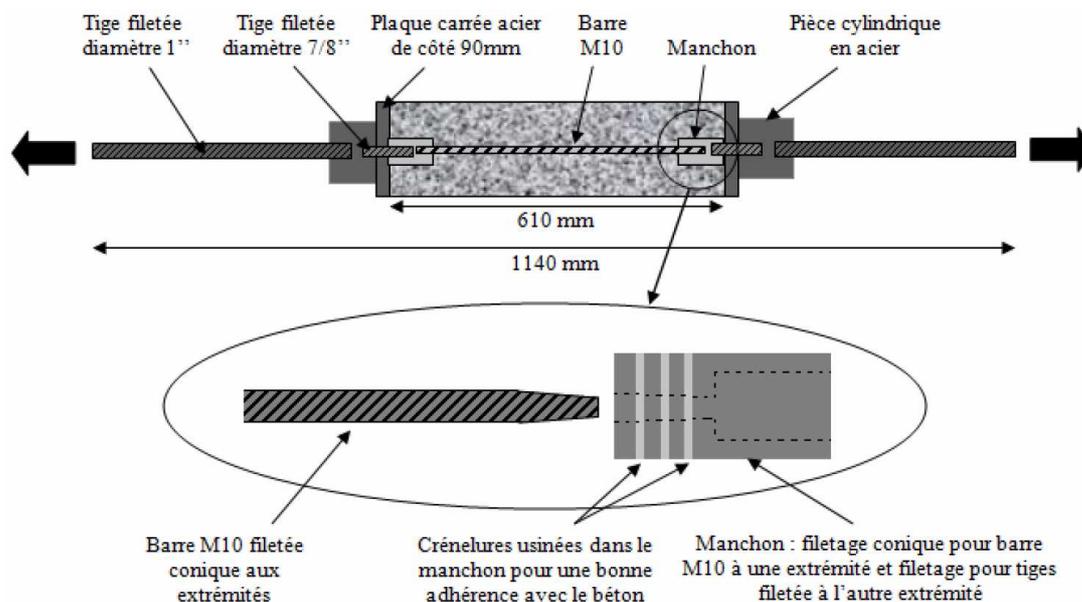
**Principes de l'essai de tirant en béton** On rappelle ici les principes de base du protocole expérimental de référence. Pour des informations additionnelles le lecteur peut se référer aux travaux de Desmettre et Charron [2011; 2012]. Des tirants en béton armé (figure 5.11) de longueur  $l_t = 610$  mm et de section transversale prismatique de  $\Omega_t = 90 \times 90\text{mm}^2$ , armés avec une barre d'armature de diamètre  $\phi = 11\text{mm}$  (HA10, selon la classification Canadienne) sont soumis à des essais pour l'évaluation en temps réel de l'évolution de la perméabilité au cours d'un chargement par traction (figure 5.10b). Le contrôle mécanique de l'essai est assuré par la présence de deux capteurs de déplacement (LVDTs) positionnés sur les deux cotés opposés de l'échantillon. La variable de pilotage de l'essai est la variation de longueur du tirant obtenue par combinaison linéaire des déplacements mesurés par les LVDTs. Pour la mesure de la perméabilité en temps réel avec le chargement mécanique, une différence de pression hydraulique  $\Delta p_w$  est imposée entre deux faces parallèles de l'échantillon. Une gaine en élastomère est disposée sur les six autres faces pour éviter toutes fuites et assurer, en même temps, un écoulement quasi-unidirectionnel dans la direction du gradient de pression. Le débit massique  $Q_w$  traversant le corps d'épreuve est donc estimé en temps réel, en fonction des mesures des variations du niveau de l'eau contenue dans deux réservoirs placés en amont et en aval de l'échantillon. Le coefficient de perméabilité de l'échantillon  $K_w$ , estimé à partir des mesures de débit  $Q_w$ , est finalement mis en relation avec la force de traction  $F$  appliquée et à la contrainte dans la barre d'armature. Pendant l'essai de perméabilité, la présence de l'équipement pour la mesure de la perméabilité rend impossible la caractérisation de la fissuration (nombre de fissures, espacements et ouvertures). Ces informations complémentaires, sont obtenues au travers d'une série préliminaire d'essais de traction (purements mécaniques). L'utilisation

de capteurs Pi disposés (figure 5.10a) sur deux faces de l'échantillon (10 pour chaque face), couplée à l'utilisation d'une technique de corrélation numérique d'image pour la caractérisation du champ de déplacement des deux autres faces, permet d'accéder à l'évolution des ouvertures de fissure pendant le chargement.



**Figure 5.10** – Montage expérimental du protocole proposé par Desmettre et Charron [2011; 2012]. a) système de mesure des ouvertures de fissure pendant un essai de traction ; b) système pour la mesure de la perméabilité du tirant sous chargement.

**Modélisation numérique de l'essai** Le maillage utilisé dans les calculs est montré dans la figure 5.12. La barre d'armature et le système pour le transfert de la charge de la presse au béton sont modélisés au moyen de 5935 éléments finis de type tétraèdres à 4 nœuds. La discrétisation spatiale du volume occupé par le béton est obtenue en utilisant 10857 éléments finis.



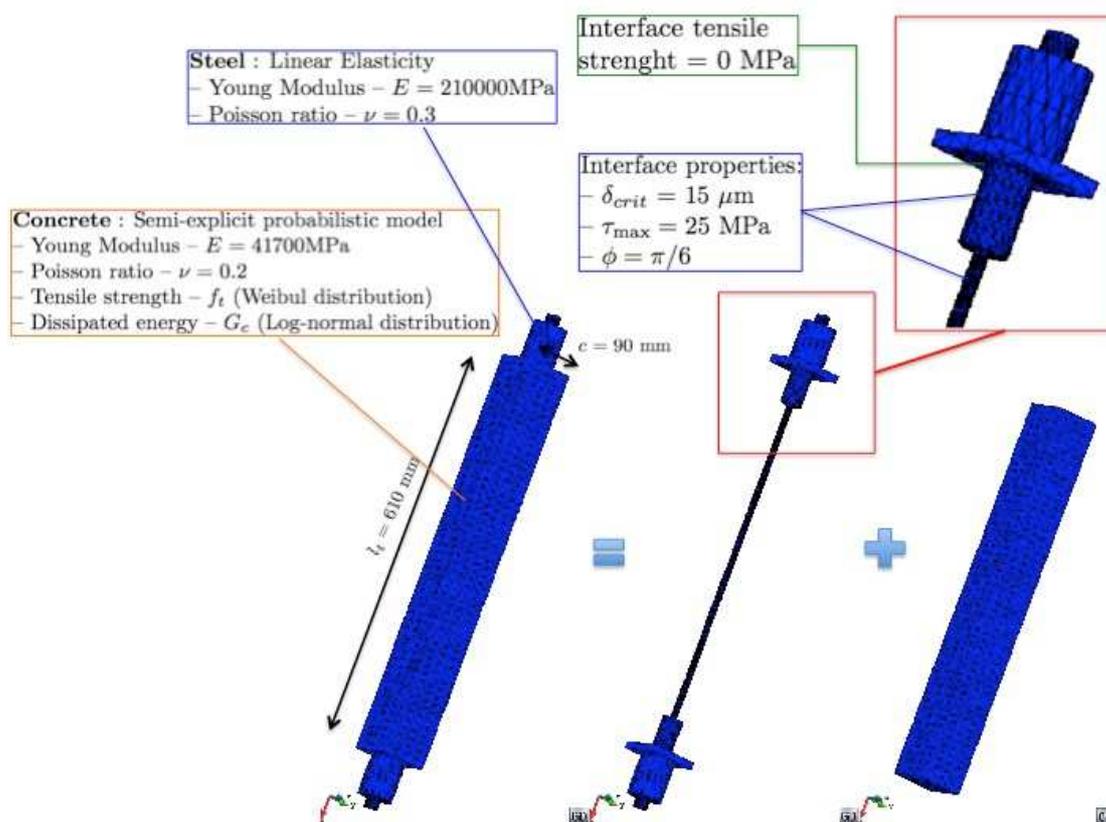
**Figure 5.11** – Vue d'ensemble du spécimen et coupe longitudinale centrée [Desmettre et Charron 2011].

La simulation numérique de l'essai en question s'avère être compliquée en raison surtout de la nécessité de modéliser proprement le comportement de l'interface acier-béton. Des analyses préliminaires ont montré qu'en fait, la fissuration tend à s'initialiser près de l'armature pour se propager, ensuite, très rapidement vers la peau du tirant. Par conséquent, l'initialisation de la fissuration est fortement dépendante du comportement mécanique de cette interface. Une interface très peu résistante tend à se dégrader rapidement et à ne pas transférer la charge au béton dans son voisinage, qui par conséquent tend à ne pas se fissurer. Au contraire, une interface avec une résistance très élevée tend à induire une fissuration très diffuse sans macro-fissure localisée.

Sa représentation est obtenue au travers de 2792 éléments d'interface linéaires à 6 nœuds. Concernant la loi d'interface, le modèle développé par Phan [2012] dans le contexte de la mécanique l'endommagement est retenu en raison de : 1) sa simplicité et sa robustesse numérique ; 2) l'intégration parfaite avec les modèles de fissuration probabilistes semi-explicites. On suppose que la dégradation de la liaison acier-béton est associée uniquement au cisaillement (l'influence d'actions éventuelles de traction est négligée) et on exprime la loi en termes de contraintes tangentielles  $\tau$  et de déplacement relatif tangentiel  $\delta$ . Lorsque la résistance au cisaillement  $\tau_{max}$  est atteinte, un niveau constant de contraintes tangentielles  $\tau = \tau_{max}$  (critère de Tresca) est maintenu jusqu'à une certaine valeur du déplacement relatif tangentiel critique  $\delta = \delta_{crit}$ . Cette limite dépassée ( $\delta > \delta_{crit}$ ), le comportement de l'interface est géré par une loi de Mohr-Coulomb avec loi d'écoulement associée. La définition du comportement mécanique de l'interface nécessite, par conséquent, la définition de trois paramètres :  $\tau_{max}$ ,  $\delta_{crit}$  et l'angle de friction  $\varphi$ . Concernant la barre d'armature, les valeurs des paramètres estimés au travers d'une procédure d'analyse inverse par Phan [2012] sur des barres de diamètre  $\phi = 12\text{mm}$  sont retenues, tandis que pour

l'angle de frottement la valeur  $\varphi = \pi/6$  est considérée valable [Rossi 1993]. Les mêmes valeurs sont assignées aux interfaces entre les deux gros cylindres (“manchons” dans la figure 5.11) utilisés pour redistribuer la charge dans le tirant. Concernant les interfaces horizontales (i.e. orthogonales à la direction d'application de la charge externe) des éléments de contact avec résistance à la traction nulle sont utilisés. Les paramètres attribués aux matériaux et aux interfaces sont donnés dans la figure 5.12. Dans la même figure sont indiquées aussi les conditions aux limites utilisées dans les calculs mécaniques.

L'essai mécanique est piloté en déplacement imposé sur le déplacement dans la direction  $x$  des nœuds pour lesquels on impose la condition de Dirichlet  $\mathbf{u} = \mathbf{u}^*$  (i.e. la variation de longueur du système). Cette méthode n'est pas complètement représentative de la technique de pilotage expérimentale. Dans ce cas, en fait, le test est contrôlé directement sur la variation de longueur de l'échantillon mesurée par le couple de capteurs LVDT montrés dans la figure 5.10a. Des analyses numériques préliminaires ont montré, cependant, que les deux variations de longueur sont complètement comparables. Par conséquent, le contrôle en déplacement direct a été choisi pour des raisons de simplicité. Il faut remarquer, toutefois, que la méthode de contrôle indirect présentée dans le chapitre 4, pour le contrôle de l'essai de fendage, pourrait facilement être adaptée à ce type de problème.



**Figure 5.12** – Maillage aux éléments finis pour la modélisation de l'essai de fissuration-transfert et indications sur les paramètres des lois constitutives attribuées aux matériaux et aux interfaces acier-béton.

Concernant les conditions limites hydriques, par analogie avec les simulations précédentes sur le disque soumis à un chargement de fendage, des pressions arbitraires ont été appliquées sur deux groupes de nœuds représentatifs des surfaces (effectives) réellement exposées aux pressions de l'eau. Pour les mêmes raisons, illustrées précédemment, leurs valeurs ne jouent pas sur la détermination des grandeurs utilisées pour la comparaison.

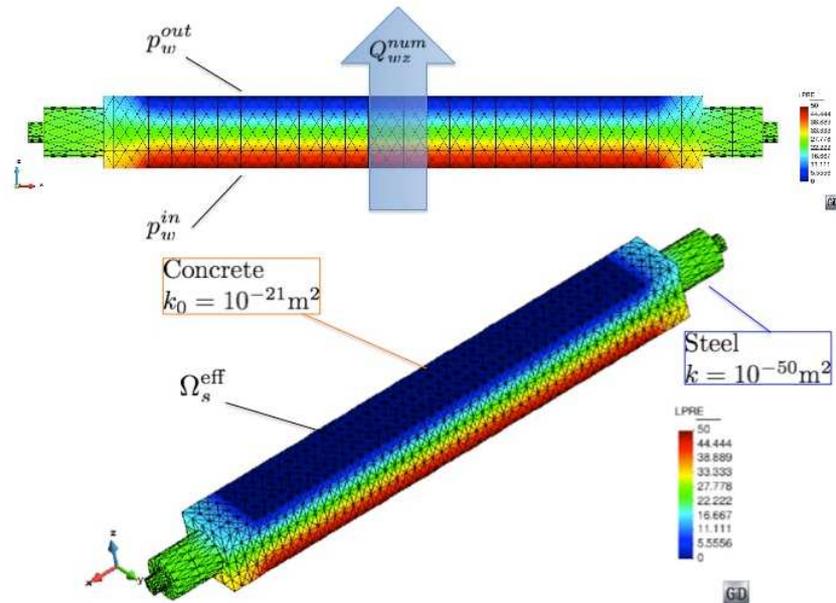
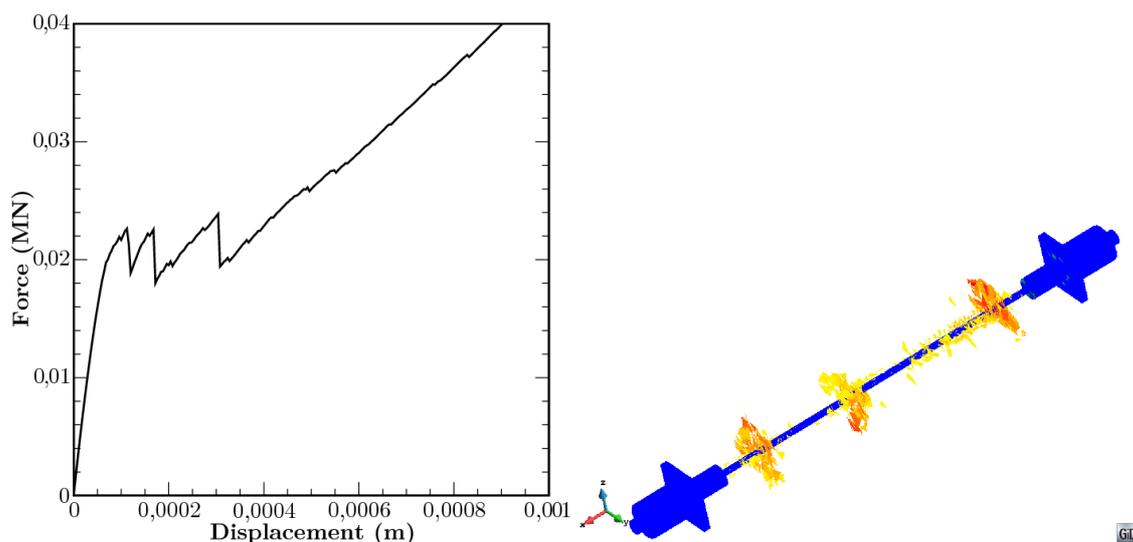


Figure 5.13 – Conditions aux limites utilisées dans les simulations hydriques.

### 5.5.1 Résultats des calculs mécaniques

Dix calculs mécaniques ont été réalisés dans le cadre de la procédure de Monte-Carlo. De manière congruente avec l'expérience, l'essai est arrêté lorsque la charge appliquée est égale à 50 kN. Cette charge correspond approximativement, pour le diamètre d'acier considéré, à la limite d'élasticité. L'évolution de la réponse globale (force - variation de longueur) pour un essai représentatif est montrée dans la figure 5.14. Sur la courbe de la figure 5.14 une variation brusque de la force appliquée correspond à la formation d'une macro-fissure localisée. Pour le calcul considéré, trois macro-fissures peuvent être observées. Le même nombre de fissures a été observé expérimentalement sur les deux tirants testés dans le cadre des essais purement mécaniques de caractérisation de la fissuration. La partie quasi-linéaire finale de la courbe correspond (pour des niveaux de force élevés) à la phase d'ouverture progressive des fissures déjà formées. Globalement dans cette phase, le béton est progressivement moins chargé et presque toute la charge est supportée par la barre d'armature. Des comportements similaires ont été observés pour six des dix tirants testés. Pour les quatre autres tirants, deux macrofissures ont été observées.

La comparaison entre les résultats numériques et l'expérience s'avère être plutôt compliquée, pour plusieurs raisons. Lors de la fabrication de deux tirants utilisés pour la caractérisation de la fissuration, les pièces d'acier servant au transfert des efforts vers la



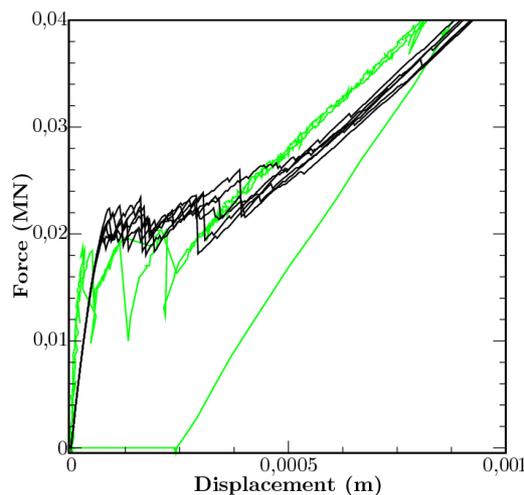
**Figure 5.14** – Réponse globale dans un essai représentatif et faciès de fissuration à la fin du calcul.

barre d'armature des tirants n'ont pas été correctement vissées. Ainsi, pendant l'essai, un problème d'alignement du tirant a conduit à un état de sollicitation de flexion. Au niveau des LVDTs, cela s'est traduit par du frottement interne avec, comme conséquence, des mesures de déplacement inférieures aux déplacements réels. En conséquence de ce problème, il est impossible de se servir des mesures de déplacement pour la comparaison. D'autre part il ne faut pas oublier que ces informations (déplacements, ouvertures de fissures, ...) représentent, dans le cadre du protocole expérimental proposé par Desmettre et Charron [2011; 2012], des informations complémentaires. L'objectif du travail expérimental est, en fait, de parvenir à une relation entre la force transmise au tirant (ou la contrainte de traction dans la barre d'armature) et la variation de sa perméabilité.

Des comparaisons quantitatives entre les résultats numériques et expérimentaux sont toujours possibles en termes d'évolution de la force pendant l'essai. Dans ce cas, une bonne correspondance entre les résultats numériques et expérimentaux peut être observée pour tous les calculs : la localisation des macrofissures correspond approximativement à une force appliquée de 20 kN. La différence en termes de nombre de fissures, 2 ou 3 selon les calculs, pourrait être partiellement attribuée soit à l'hétérogénéité même du matériau, soit à la procédure d'extrapolation des valeurs des paramètres des lois de distribution. Pour des degrés d'hétérogénéités élémentaires légèrement en dehors de la plage de validité de l'analyse inverse effectuée ces lois de distribution peuvent être mal calibrées. Des distributions éventuellement très dispersées peuvent induire, en fait, dans certains cas la tendance à la formation d'un réseau de micro-fissures qui empêche la localisation de la troisième macro-fissure.

Aucune information peut être obtenue, pour le moment, concernant la prévision des ouvertures de fissures et des déplacements. On remarque maintenant, cependant, qu'une confirmation a posteriori de la pertinence de la procédure de modélisation numérique de

la fissuration pourra venir de la comparaison expérimentale-numérique en termes d'évolution de la perméabilité en fonction de la force appliquée. Comme déjà remarqué dans l'analyse des résultats des essais hydromécaniques de fendage, en fait, le problème de la prédiction de la perméabilité apparente du système revient à la prédiction correcte de la fissuration : ouvertures locales, orientations de fissures et, dans ce cas, nombre de fissures. Les essais peuvent donc apporter des informations significatives à ce propos, cependant des validations ultérieures restent nécessaires.



**Figure 5.15** – Comparaison entre les réponses globales ( $F, \Delta l$ ) observés expérimentalement et calculés numériquement.

### 5.5.2 Résultats des calculs hydriques

Les calculs hydriques de transfert en milieu fissuré n'ont été réalisés que sur les six tirants pour lesquels trois fissures ont été relevées. Ce choix est justifié principalement par le besoin de réduire le niveau d'incertitude intrinsèquement lié à la simulation d'un problème complexe. Sa complexité est directement associée à l'impossibilité de maîtriser complètement tous les phénomènes qui influencent l'évolution du processus de fissuration au cours de l'essai. Et surtout, les problèmes associés à l'interaction entre le béton et le système de transfert de la charge. Plusieurs paramètres, en fait, ne sont pas directement maîtrisables (les paramètres de la loi d'interface acier-béton, la morphologie réelle des pièces mécaniques en contact avec le béton, ...) mais sont estimés sur la base des résultats de la littérature ou sur la base de considérations physiques. Ces aspects peuvent, cependant, influencer [Phan 2012] le développement du processus de fissuration sensiblement, de manières différentes et non nécessairement simultanées. Compte tenu de toutes ces incertitudes, il est possible de considérer satisfaisants les résultats fournis par le modèle probabiliste en termes de réponse moyenne. Les faciès de fissuration simulés sont, en outre, complètement cohérents avec les observations expérimentales.

**Définition des grandeurs d'intérêt** Sous l'hypothèse d'écoulement unidirectionnel dans la direction du gradient de pression, encore une fois, la loi de Darcy [1856] est considérée

valable. La perméabilité apparente du tirant  $\tilde{k}_w$ , est donc calculée à partir des mesures expérimentales/numériques de débit massique  $Q_w$  comme suit :

$$\tilde{k}_w = -\frac{\mu_w Q_w c}{\rho_w \Delta p_w \Omega_s^{\text{eff}}} \quad (5.26)$$

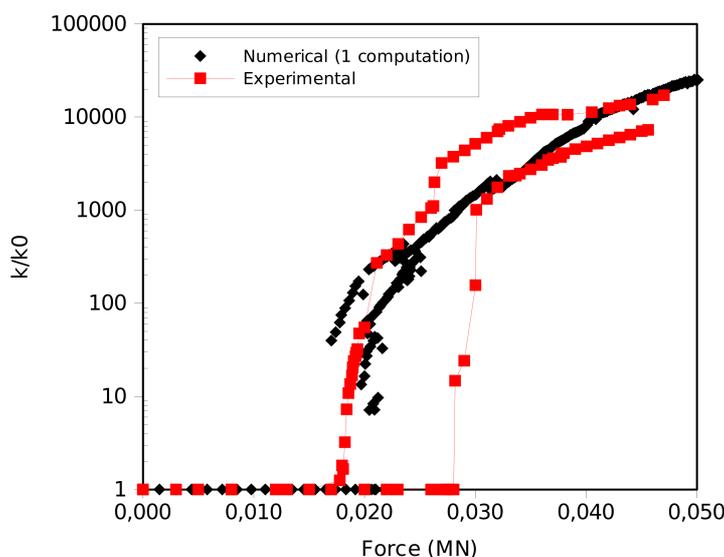
$\Delta p_w = p_w^{\text{out}} - p_w^{\text{in}}$  étant la différence de pression imposée entre les deux faces  $S^{\text{in}}$  et  $S^{\text{out}}$ ,  $c = 90$  mm la largeur de la section transversale du tirant et  $\Omega_s^{\text{eff}}$  la surface effective qui est soumise à la pression du fluide. Concernant la dimension de cette surface effective quelques différences existent entre l'expérience et les calculs numériques. Dans le premier cas, en fait, elle a les dimensions  $\Omega_s^{\text{eff}} = b \times w = 595 \times 75$  mm<sup>2</sup>. Dans les calculs, pour des limitations strictement liées à la génération du maillage d'éléments finis, cette zone a été étendue jusqu'au bord du tirant ( $w = 900$ mm). On considère, cependant, que cette simplification n'a pas une influence sensible sur le résultat final, principalement en raison du choix de  $\tilde{k}_w$  comme variable de comparaison des résultats. Concernant le transfert dans le milieu poreux, sous les hypothèses d'homogénéité, cette remarque est triviale. Concernant la contribution des fissures, le débit associé à une fissure d'ouverture  $a$  et largeur  $w$  (la dimension de sa trace sur la face de l'échantillon) dépend linéairement de  $w$  :  $Q_i^F \propto k^F w a$ . D'autre part, la surface  $\Omega_s^{\text{eff}}$  est elle aussi proportionnelle à  $w$ . Par conséquent, en raison de la relation (5.26), l'estimation de  $\tilde{k}_w$  est complètement indépendante de la largeur  $w$ . Cette remarque n'est strictement valable, bien évidemment, que dans le cas d'une ouverture de fissure  $a$  constante. Elle semble plutôt réaliste, cependant, même si on se réfère aux résultats des calculs numériques.

**Évolution de la perméabilité en fonction de la force externe appliquée** La comparaison entre résultats expérimentaux et calculs numériques est effectuée, dans la suite, en considérant le coefficient adimensionnel

$$m = \frac{\tilde{k}_w}{k_0}. \quad (5.27)$$

Il est obtenu comme rapport de la perméabilité apparente  $\tilde{k}_w$  de l'échantillon en cours de fissuration au coefficient de perméabilité initial du matériau sain  $k_0$ . La figure 5.16 montre l'évolution du rapport  $m$  en fonction de la force externe appliquée pour un calcul représentatif. On remarque que la perméabilité ne change pas sensiblement pendant la phase linéaire élastique, jusqu'à un effort de 20 kN approximativement. Pendant cette phase, des microfissures peuvent bien évidemment se former. Cependant, leur contribution au débit traversant l'échantillon reste négligeable par rapport au transfert hydrique dans la porosité. Lorsque la première macro-fissure se localise, la perméabilité augmente sensiblement en raison de la création brusque d'un parcours d'écoulement préférentiel. Ensuite, elle continue à augmenter de façon monotone jusqu'à la conclusion de la simulation. Pour trois phases du calcul, on montre dans la figure 5.17 les champs de débit. Pour des raisons de visualisation le champ de débit est représenté en échelle logarithmique. Les petites variations de couleurs qu'on constate dans les zones non macro-fissurées peuvent être, principalement, liées à l'échelle de visualisation.

Finalement, dans la figure 5.18 on compare les résultats numériques avec les mesures expérimentales. Compte tenu des incertitudes auparavant mentionnées, la comparaison



**Figure 5.16** – Évolution de la perméabilité estimée numériquement en fonction de la force externe appliquée pour un calcul représentatif (la réponse mécanique correspondante est donnée dans la figure 5.14).

s'avère être plutôt satisfaisante. Le modèle de fissuration transfert permet de prédire pertinemment les variations de perméabilité associées à la fissuration dans la plage d'effort entre 0 kN et 35-40 kN approximativement. Pour des efforts plus élevés les perméabilités numériques tendent à sur-estimer d'un ordre de grandeur approximativement les perméabilités expérimentales. Ça peut être plausiblement attribué à l'influence exercée par le comportement mécanique de l'interface sur la réponse globale du système et sur l'évolution des ouvertures de fissure. En particulier, une mauvaise estimation de la dégradation de l'interface et de son effet sur le béton environnant lors des calculs mécaniques peut induire des ouvertures de fissures plus importantes. Par conséquent, même le débit peut augmenter sensiblement. Ceci pourrait expliquer aussi la tendance de la courbe numérique à une croissance plus marquée, même dans les phases finales de l'essai. Dans cette phase, en fait, les résultats expérimentaux tendent à converger vers un palier presque horizontal, tandis que les perméabilités numériques continuent à augmenter. Ce comportement peut être interprété comme une conséquence de la stabilisation de l'ouverture de fissure (i.e. les ouvertures de fissure restent presque constantes tandis que l'effort augmente) lorsque l'interface est complètement dégradée.

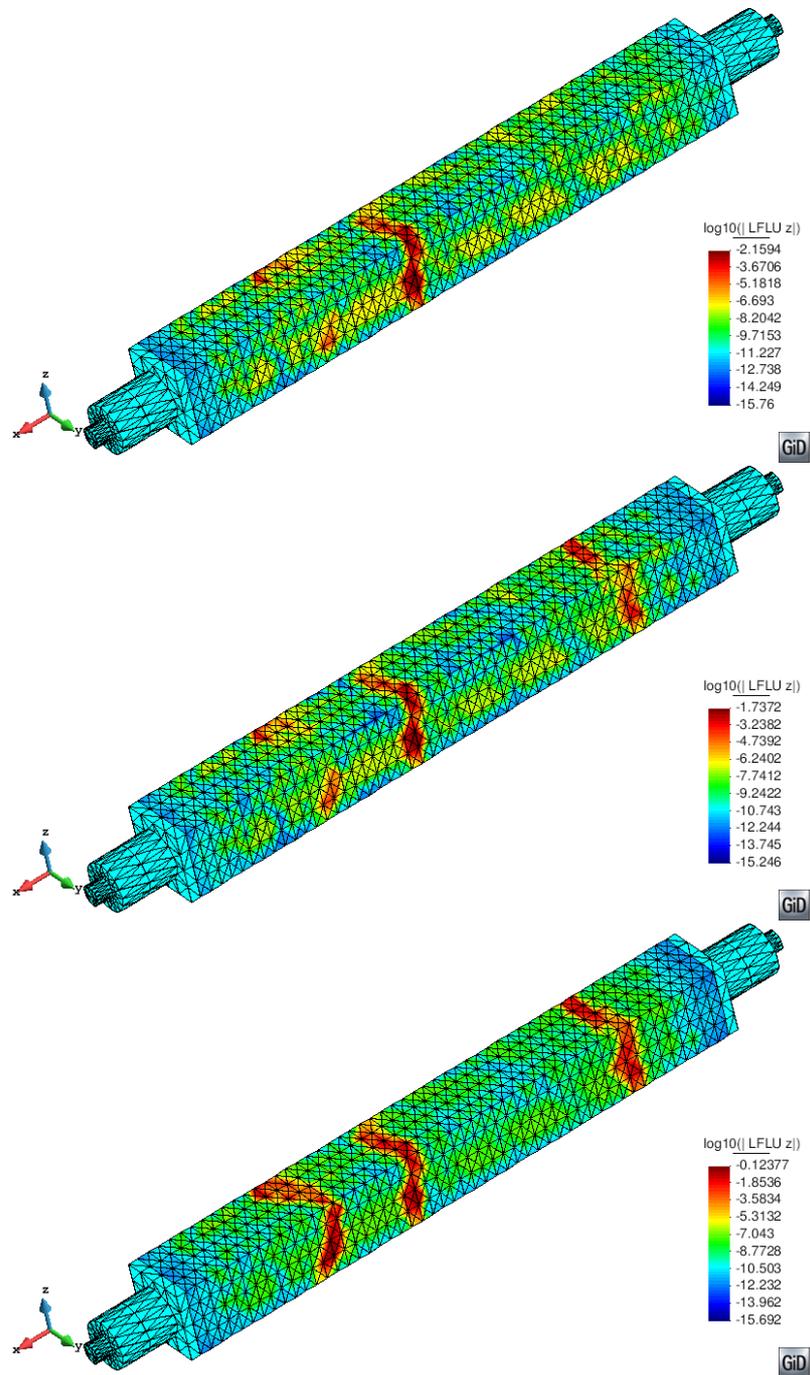
## 5.6 Conclusions

Dans ce chapitre une stratégie de couplage (faible) entre fissuration probabiliste et transfert de fluides dans les bétons a été présentée. Le couplage fissuration-transfert a été traité de manière faible, sous l'hypothèse d'absence d'interaction entre les deux processus (à savoir que la fissuration de l'élément fini, d'origine mécanique, induit une variation locale de sa perméabilité). L'utilisation d'une loi de Poiseuille modifiée et adaptée expérimentalement selon un protocole récemment proposé (voir chapitre 3) a permis de mettre

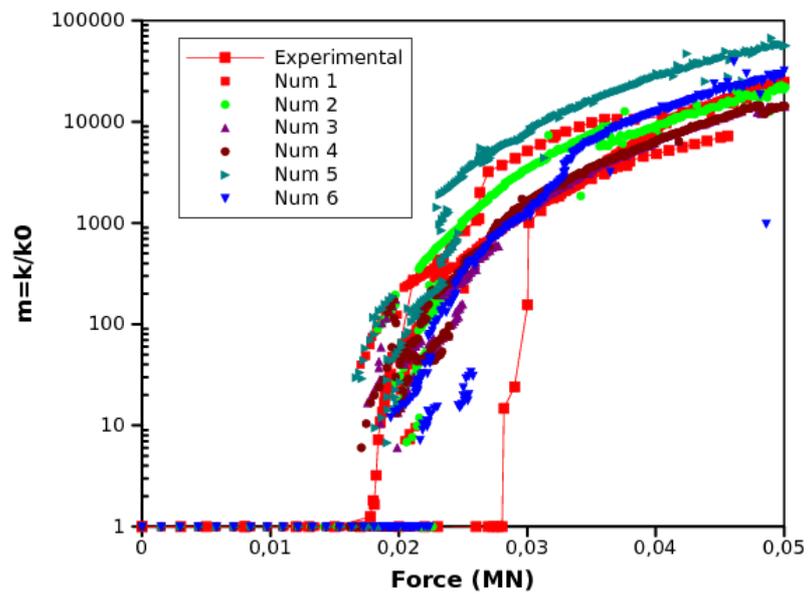
en relation une telle variation avec l'ouverture de fissure et de prendre en compte, de manière macroscopique, les principales causes d'écart entre l'écoulement idéalisé, représenté par la loi de Poiseuille, et l'écoulement dans des fissures réelles.

Une première validation de la procédure de couplage proposée a été obtenue par la simulation d'un essai de fendage sous chargement hydro-mécanique (voir le chapitre 3). Les résultats des calculs mécaniques ont permis d'obtenir une vérification de la non dépendance au maillage de la réponse du modèle mécanique de fissuration probabiliste. La pertinence de l'approche et de la loi constitutive expérimentale dans la prédiction des débits de fuites à l'échelle d'une éprouvette de laboratoire a été montrée. Malheureusement, l'impossibilité d'avancer dans la simulation pour des variations diamétrales moyennes  $\Delta d_s > 80\mu\text{m}$  ne permet pas de valider l'approche dans toute la gamme des ouvertures de fissures explorées expérimentalement. Toutefois, la possible extrapolation des résultats numériques semble être complètement congruente avec la tendance indiquée par les résultats expérimentaux. On remarque que, indirectement, cette validation représente elle même une vérification a posteriori de la pertinence du modèle mécanique dans une description de la fissuration. Une prédiction précise du débit traversant l'échantillon pour un niveau de variation diamétrale  $\Delta d_s$  donnée peut être interprétée comme un indicateur du niveau de précision (aux moins en termes "statistiques") du modèle de fissuration dans la prédiction des fissures élémentaires, de leurs ouvertures locales, et de leur distribution spatiale.

La simulation de l'essai de tirant permet de valider partiellement la procédure de modélisation. Concernant le comportement purement mécanique, la réponse globale est bien simulée au moins en termes de forces. L'absence d'information sur le champ de déplacements réel, cependant, rend incomplète la validation, surtout en ce qui concerne les ouvertures de fissures obtenues numériquement. En particulier, il ne permet pas de valider les hypothèses introduites concernant le comportement de l'interface acier-béton. Cependant, une forme de validation des ouvertures de fissures simulées est obtenue au travers de la simulation des essais de perméabilité en milieu fissuré. Des évolutions qualitativement similaires peuvent être observées dans une large gamme des forces simulées. L'importance de l'interface, et surtout de son interaction avec le béton, est évidente même dans ce cas. En particulier, une pauvre estimation des propriétés de l'interface et de son action sur le béton environnant peut induire des ouvertures de fissure plus élevées.



**Figure 5.17** – Représentation du champ de débit calculé numériquement pour trois phase d'un calcul représentatif.



**Figure 5.18** – Évolution de la perméabilité estimée numériquement en fonction de la force dans la barre d'armature et comparaison avec les mesures expérimentales pour l'ensemble des dix calculs hydro-mécaniques.

---

## Conclusions et perspectives

---

### 6.1 Conclusions

Une approche concernant la modélisation du couplage fissuration-transfert des fluides dans les structures en béton a été présentée. Cet approche se base sur deux ingrédients principaux :

1. Un modèle de fissuration capable de prendre en compte les aspects principaux de la fissuration des bétons (hétérogénéité, effets d'échelle, ...) et de fournir des informations locales concernant cette fissuration (localisation, orientations et ouvertures) ;
2. Une expérience de référence permettant de développer des lois constitutives expérimentales pour décrire l'influence de la fissuration sur l'évolution des propriétés de transfert du matériau.

**Le modèle de fissuration** Concernant le premier aspect, un modèle probabiliste “semi-explicite” 3D de fissuration des bétons, adapté à l'analyse de la fissuration des structures à grande échelle, a été proposé (chapitre 4). Dans ce modèle, appartenant à la famille des modèles probabilistes développés à l'IFSTTAR, l'hétérogénéité du matériau et les effets d'échelle ont été prise en compte au travers de l'introduction de distributions aléatoires des propriétés mécaniques. Les idées de base de cette famille de modèles [Rossi et Wu 1992, Rossi *et al.* 1996, Tailhan *et al.* 2012; 2013], développés dans le cadre de la méthode des éléments finis, est de supposer une équivalence entre les éléments finis du maillage et des volumes de matériau hétérogène. Sous cette condition, Rossi *et al.* [1992b; 1994] ont montré que l'utilisation des champs aléatoires non corrélés permet une modélisation pertinente des effets d'échelle . L'approche proposée est “semi-explicite” dans le sens où une vision discrète de la fissuration est préservée (i.e. les propriétés matériaux sont distribuées de façon discrète dans le maillage, la fissuration est traitée élément par élément), mais la fissuration élémentaire est prise en compte au travers de son effet énergétique. Les motivations du choix en faveur d'une telle typologie d'approche (continue selon la classification classique) reposent sur plusieurs raisons (disponibilité d'un cadre théorique bien établi, disponibilité de plusieurs codes de calcul, algorithmes très efficaces). En outre, un aspect important, dans ce contexte, est que son extension à la modélisation des phénomènes multiphysiques au sens large du terme, est relativement simple. Les échanges de fluides entre le milieu sain et la fissure peuvent être traités, en fait, dans le cadre de la théorie des milieux poreux [Lewis et Schrefler 1987, Coussy 1995, Gray et Schrefler 2001],

en introduisant directement des relations entre la variation des propriétés de transport du milieu (perméabilité, diffusivité, ...) et l'état de fissuration du matériau (sous certaines hypothèses).

Le modèle présenté ne traite pas de la propagation des fissures, du moins au sens de la mécanique de la rupture (i.e. un critère de propagation n'est pas nécessaire), mais il porte sur une création aléatoire de fissures élémentaires. L'apparition d'une macro-fissure est alors la conséquence de la coalescence de plusieurs fissures élémentaires créées aléatoirement. En d'autres termes, la rupture d'éléments successifs peut être considérée, à un niveau macroscopique, comme représentative de la propagation d'une macrofissure (i.e. localisation des déformations). A l'échelle de l'élément, le modèle considère donc que le processus de fissuration peut induire une certaine dissipation d'énergie. Les termes "processus de fissuration" désignent ici la création et la propagation d'une fissure au sein de l'élément lui-même. Une formulation simple et robuste, basée sur un formalisme mathématique liée à un modèle d'endommagement isotrope à un seul paramètre [Lemaitre et Chaboche 1994] aussi qu'une régularisation énergétique (probabiliste) a été développé. Dans la formulation proposée, le comportement adoucissant post-pic a été utilisé, afin de modéliser la dissipation d'énergie locale associée à la propagation de la fissure au sein de l'élément lui-même. Cette dissipation énergétique (probabiliste) a été caractérisée au travers du taux de restitution d'énergie  $G_c$  (ou de  $K_{Ic}$ ) [Rossi 1988]. On a fait l'hypothèse que l'énergie consommée dans la propagation d'une macro-fissure au sein de l'élément est, en valeur moyenne, un paramètre intrinsèque du matériau (i.e. du type de béton). On a considéré en outre que, en raison de l'hétérogénéité du matériau (dont l'impact est toujours représenté à l'échelle de l'élément fini), l'énergie dissipée peut subir des variations (dispersion en termes statistiques) autour de la valeur moyenne. Cette dispersion a été considérée comme directement influencée par la taille du volume sollicité. Pour les calculs numériques, l'énergie dissipée a été alors distribuée de manière aléatoire sur le maillage selon une loi *log-normale*. La valeur moyenne de cette distribution a été choisie constante et son écart-type a été déterminé par analyse inverse. Par analyse inverse ont été déterminés aussi les paramètres de la *distribution de Weibull* utilisée pour la résistance à la traction.

Les capacités du modèle en termes de prédiction de la réponse locale (évolution de la fissuration et prédiction des ouvertures de fissures) ont été explorées. La simulation des essais de fendage sur des disques de diamètre variable entre 160 mm et 250 mm, a permis de mettre en évidence la pertinence de l'approche probabiliste dans la modélisation des effets d'échelle. Ces calculs ont donné, en même temps, une confirmation de l'indépendance des résultats de l'analyse inverse à l'égard des conditions aux limites (i.e. de la largeur des surfaces d'application de la charge). A ce propos, une vérification a été donnée par des résultats de trois séries de simulations réalisées sur des disques de diamètre constant (110 mm) et de largeur des zones d'appui variables.

**Étude expérimentale du transfert en milieu fissuré** Une étude expérimentale mettant en relation le transfert d'eau et l'ouverture d'une fissure dans un échantillon saturé de béton a été développée. Le test brésilien standard a été amélioré de façon à ce qu'une fissure discrète à ouverture contrôlée (jusqu'à environ 300  $\mu\text{m}$ ) soit générée sur les faces de l'échantillon. La procédure expérimentale a été ensuite adaptée pour permettre le suivi

en temps réel de l'évolution de l'écoulement d'eau dans la fissure durant son évolution. Plusieurs échantillons cylindriques de différents diamètres (110 mm, 160 mm, 250 mm) et épaisseurs (50 mm, 90 mm, 130 mm) ont été testés afin d'analyser une dépendance éventuelle de la perméabilité en fonction des dimensions du corps d'épreuve. Les résultats expérimentaux ne permettent pas de mettre en évidence la présence d'un effet d'échelle. L'existence d'une valeur de seuil pour l'ouverture, au-delà de laquelle la présence de la fissure conduit à une augmentation sensible de la perméabilité du matériau, a été analysée. Même si l'existence d'un tel seuil, généralement située entre 50  $\mu\text{m}$  et 100  $\mu\text{m}$ , est acceptée dans la littérature [Wang *et al.* 1997, Aldea *et al.* 1999b], les résultats expérimentaux ont montré qu'un tel effet n'est pas clair, du moins dans la gamme d'ouvertures de fissure ( $> 30\mu\text{m}$ ) explorée dans l'étude.

Finalement, le modèle des plaques parallèles (également appelée loi cubique)  $k_F = \frac{a^2}{12}$ , qui est couramment utilisé dans les analyses numériques pour décrire la percolation d'un fluide en régime laminaire au travers d'une fissure d'ouverture  $a$ , a été corrigé sur la base des observations expérimentales en introduisant un coefficient de pondération  $\alpha$  :

$$k_F = \frac{a^2}{12\alpha} \quad \text{avec} \quad \alpha(a) = \beta a^\gamma \quad (6.1)$$

Ce facteur  $\alpha = \alpha(a)$ , donné en fonction de l'ouverture de fissure, permet de prendre en compte l'influence sur la perméabilité de la morphologie réelle de la fissure ainsi que les causes principales d'écart entre un écoulement idéalisé et un écoulement réel (ouvertures variables, présence de ponts de matière, rugosité des faces de la fissure, tortuosité, éventuelles turbulences localisées). Les résultats expérimentaux montrent que le processus d'écoulement est de moins en moins influencé par la morphologie de la fissure lorsque son ouverture augmente. Pour des ouvertures suffisamment importantes ( $a > 160\mu\text{m}$ , pour le béton ordinaire étudié), le modèle des plaques parallèles permet d'estimer de manière pertinente l'écoulement ( $\alpha \rightarrow 1$ ), tandis que pour des ouvertures plus faibles ( $30\mu\text{m} < a < 160\mu\text{m}$ ), les débits mesurés peuvent être de quelques ordres de grandeur inférieurs par rapport à la prédiction théorique ( $\alpha \gg 1$ ). La solution théorique corrigée selon les résultats expérimentaux a été ensuite utilisée comme loi constitutive dans la procédure de couplage de fissuration transfert proposée. On remarque, cependant, que la relation proposée est générique. Par conséquent, elle peut être utilisée dans les procédures de modélisation numérique visant à décrire explicitement l'influence de la présence de micro/macro fissures localisées sur les variations locales des propriétés de transport/diffusion dans le béton.

**La stratégie de couplage** Une stratégie de couplage entre fissuration probabiliste et transfert de fluides dans les bétons a été finalement présentée. Le couplage fissuration-transfert a été traité de manière faible, sous l'hypothèse d'absence d'interaction entre les deux processus (i.e. la fissuration de l'élément fini, d'origine mécanique, induit une variation locale de sa perméabilité). Cette variation de perméabilité a été prise en compte, au niveau de l'élément fini, par l'introduction d'un tenseur de perméabilité apparente  $\tilde{\mathbf{k}}_w$  (fonction de l'ouverture de fissure et de son orientation) capable de prendre en compte le caractère anisotrope de l'écoulement en milieu fissuré [Dormieux et Kondo 2004, Shao *et al.* 2005, Meschke *et al.* 2011]. Une première validation de la procédure de couplage

proposée a été obtenue par la simulation des essais de fendage sous chargement hydro-mécanique développés dans le cadre de la recherche. Une deuxième validation à l'échelle des éléments de structures a été recherchée par la simulation d'une série d'essai réalisés selon un protocole expérimental récemment proposé par Desmettre et Charron [2011; 2012]. Ce protocole permet le suivi en temps réel de l'évolution de la perméabilité de tirants en béton armé en cours de fissuration, sous un chargement de traction directe. Les essais ont été effectués dans le cadre d'une collaboration entre l'IFSTTAR et l'École Polytechnique de Montréal (EPM).

Les analyses numériques, et leur comparaison avec l'expérience, ont fourni deux typologies d'informations. La première concerne une vérification ultérieure de la pertinence de la stratégie de modélisation de la fissuration; la deuxième concerne la pertinence de l'approche de couplage dans la prédiction des débits de fuites à l'échelle d'une éprouvette de laboratoire. Comme déjà signalé, ce dernier point représente lui-même une vérification de la pertinence du modèle mécanique dans une description à l'échelle "fine" de la fissuration. Selon les prévisions théoriques et comme confirmé par les évidences expérimentales le débit traversant une fissure de géométrie donnée (en régime laminaire) est univoquement déterminé par la géométrie de la fissure elle-même. Par conséquent, une prédiction précise du débit traversant l'échantillon pour un niveau de chargement donné fournit un indicateur du niveau de précision du modèle mécanique dans la prédiction de la fissuration (i.e. faciès de fissuration, ouvertures locales, distribution spatiale des ouvertures, présence de ponts de matière, ...).

## 6.2 Perspectives

A partir du travail réalisé plusieurs orientations peuvent être évoquées.

- Concernant le modèle mécanique, l'analyse inverse pour la calibration numérique-expérimentale des paramètres des lois de distribution statistique a été limitée à une seule formulation de béton (béton ordinaire BO,  $f_c = 50$  MPa) et à deux rapports de volumes. Pour permettre l'utilisation plus générale du modèle dans une plus large gamme de problèmes (grandes structures du génie civil par exemple), une analyse inverse pour une plus large gamme de rapports de volumes est nécessaire. Elle doit aussi être réalisée pour d'autres types de bétons (au sens de la qualité de la pâte, c'est à dire pour des valeurs de  $f_c$  différentes).
- Concernant le protocole expérimental pour le suivi en temps réel de l'évolution des propriétés de transfert en cours de chargement, des extensions sont possibles à l'étude des transferts gazeux. A ce propos, le dispositif expérimental a été conçu pour minimiser les adaptations nécessaires au cas du transfert, d'air dans la gamme de pressions typiques des essais d'étanchéité de centrales nucléaires. De façon plus anecdotique, une extension ultérieure pourrait aussi être envisagée pour l'étude de l'impact de la cicatrisation sur l'évolution au cours du temps des débits de fluides.
- finalement, concernant la procédure de couplage fissuration-transfert des extensions du modèle à des problèmes plus fortement couplés et plus finement décrits (notamment vis-à-vis des phénomènes de transferts), dans lesquels la description de la fissuration localisée est primordiale : fissuration au jeune-age [Ulm et Coussy 1998, Buffo-Lacarrière *et al.* 2007, Sellier *et al.* 2010, Briffaut *et al.* 2011], comportement

aux hautes températures [Gawin *et al.* 1999, Dal Pont et Ehlacher 2004, Meftah *et al.* 2012], fracturation hydraulique [Carrier et Granet 2011, Secchi et Schrefler 2012].

Cette page est intentionnellement laissée en blanc

---

---

## Bibliographie

---

- ABATI, A. (2008). *Models and finite element methods for porous media subjected to localized strains*. Thèse de doctorat, University of Rome Tor Vergata.
- ACHANTA, S., CUSHMAN, J. et OKOS, M. (1994). On multicomponent, multiphase thermo-mechanics with interfaces. *International Journal of Engineering Science*, 32(11):1717–1738.
- AKHAVAN, A., SHAFATIAN, S. et RAJABIPOUR, F. (2012). Quantifying the effects of crack width, tortuosity, and roughness on water permeability of cracked mortars. *Cement and Concrete Research*, 42(2):313–320.
- ALARCON-RUIZ, L., BROCATO, M., DAL PONT, S. et FERAILLE, A. (2010). Size effect in concrete intrinsic permeability measurements. *Transport in Porous Media*, 85:541–564. 10.1007/s11242-010-9577-9.
- ALDEA, C., GHANDEHARI, M., SHAH, S. et KARR, A. (2000). Estimation of water flow through cracked concrete under load. *ACI Materials Journal*, 97(5).
- ALDEA, C., SHAH, S. et KARR, A. (1999a). Effect of cracking on water and chloride permeability of concrete. *Journal of materials in civil engineering*, 11(3):181–187.
- ALDEA, C., SHAH, S. et KARR, A. (1999b). Permeability of cracked concrete. *Materials and Structures*, 32:370–376.
- ANDRADE, C. et GONZALEZ, J. (2004). Quantitative measurements of corrosion rate of reinforcing steels embedded in concrete using polarization resistance measurements. *Materials and Corrosion*, 29(8):515–519.
- ARGOUGES, M. et GAGNÉ, R. (2009). Etude des mécanismes et de la cinétique de l'autocicatrisation dans des mortiers cimentaires fissurés,. *In Dixième édition des Journées scientifiques du Regroupement francophone pour la recherche et la formation sur le béton (RF)2B, Cachan, France*.
- ARMERO, F. et CALLARI, C. (1999). An analysis of strong discontinuities in a saturated poro-plastic solid. *International journal for numerical methods in engineering*, 46(10): 1673–1698.

- ARMERO, F. et GARIKIPATI, K. (1996). An analysis of strong discontinuities in multiplicative finite strain plasticity and their relation with the numerical simulation of strain localization in solids. *International journal of solids and structures*, 33(20):2863–2885.
- AURIAULT, J. (2002). Upscaling heterogeneous media by asymptotic expansions. *Journal of engineering mechanics*, 128(8):817–822.
- BABUŠKA, I. et MELENK, J. (1997). The partition of unity method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 40(4):727–758.
- BANDIS, S., LUMSDEN, A. et BARTON, N. (1981). Experimental studies of scale effects on the shear behaviour of rock joints. 18(1):1–21.
- BANTHIA, N., BIPARVA, A. et MINDESS, S. (2005). Permeability of concrete under stress. *Cement and concrete research*, 35(9):1651–1655.
- BARANI, O., KHOEI, A. et MOFID, M. (2011). Modeling of cohesive crack growth in partially saturated porous media ; a study on the permeability of cohesive fracture. *International Journal of Fracture*, 167(1):15–31.
- BARENBLATT, G. (1962). The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture. *Advances in applied mechanics*, 7(55-129):104.
- BAROGHEL-BOUNY, V. (1994). *Caractérisation microstructurale et hydrique des pâtes de ciment et des bétons ordinaires et a très hautes performances*. Thèse de doctorat, ENPC, Paris.
- BAROGHEL-BOUNY, V., KINOMURA, K., THIERY, M. et MOSCARDELLI, S. (2011). Easy assessment of durability indicators for service life prediction or quality control of concretes with high volumes of supplementary cementitious materials. *Cement and Concrete Composites*, 33:832–847.
- BARY, B. (1996). *Etude du couplage hydraulique-mécanique dans le béton endommagé*. Thèse de doctorat, CNRS, Université Paris 6.
- BAŽANT, Z. et KAZEMI, M. (1991). Size dependence of concrete fracture energy determined by rilem work-of-fracture method. *International Journal of Fracture*, 51(2):121–138.
- BAŽANT, Z. et OH, B. (1983). Crack band theory for fracture of concrete. *Materials and structures*, 16(3):155–177.
- BAŽANT, Z. et YAVARI, A. (2005). Is the cause of size effect on structural strength fractal or energetic-statistical ? *Engineering Fracture Mechanics*, 72(1):1–31.
- BAŽANT, Z. (1987). Fracture energy of heterogeneous material and similitude. In *SEM-RILEM International Conference on Fracture of Concrete and Rock*, pages 390–402.
- BAŽANT, Z. et CEDOLIN, L. (1979). Blunt crack band propagation in finite element analysis. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 105(2):297–315.

- BAŽANT, Z., HASEGAWA, H. et MAZARS, J. (1991). Size effect in brazilian split-cylinder tests : measurements and fracture analysis. *ACI Materials Journal*, 88(3).
- BAŽANT, Z. et JIRÁSEK, M. (2002). Nonlocal integral formulations of plasticity and damage : survey of progress. *Journal of Engineering Mechanics*, 128(11):1119–1149.
- BAŽANT, Z. et PLANAS, J. (1998). *Fracture and size effect in concrete and other quasi-brittle materials*. Boca Raton, CRC press.
- BAŽANT, Z. et RAFTSHOL, W. (1982). Effect of cracking in drying and shrinkage specimens. *Cement and Concrete Research*, 12(2):209–226.
- BEAR, J. (1972). *Dynamics of fluids in porous media*. Dover publications.
- BECKER, C., JOX, S. et MESCHKE, G. (2010). 3d higher-order x-fem model for the simulation of cohesive cracks in cementitious materials considering hygro-mechanical couplings. *Computer Modeling in Engineering and Sciences (CMES)*, 57(3):245.
- BENBOUDJEMA, F. (2002). *Modélisation des déformations différées du béton sous sollicitations biaxiales. Application aux enceintes de confinement de bâtiments réacteurs des centrales nucléaires*. Thèse de doctorat, Université de Marne la Vallée.
- BENBOUDJEMA, F. et TORRENTI, J.-M. (2008). Early-age behaviour of concrete nuclear containments. *Nuclear engineering and design*, 238(10):2495–2506.
- BENNETHUM, L. S. et CUSHMAN, J. H. (1996). Multiscale, hybrid mixture theory for swelling systems—i : balance laws. *International Journal of Engineering Science*, 34(2): 125–145.
- BERAN, M. (1968). *Statistical Continuum Theories*. Interscience.
- BIOT, M. (1941). General theory of three-dimensional consolidation. *Journal of applied physics*, 12(2):155–164.
- BIOT, M. (1955). Theory of elasticity and consolidation for a porous anisotropic solid. *Journal of Applied Physics*, 26(2):182–185.
- BIOT, M. (1956a). General solutions of the equations of elasticity and consolidation for a porous material. *J. appl. Mech*, 23(1):91–96.
- BIOT, M. (1956b). Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. i. low-frequency range. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 28:168.
- BIOT, M. (1956c). Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. ii. higher frequency range. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 28(2):179–191.
- BIOT, M. (1962). Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media. *Journal of applied physics*, 33(4):1482–1498.
- BIOT, M. (1972). Theory of finite deformations of porous solids. *Indiana University Mathematics Journal*, 21(7):597–620.

- BODIN, J., DELAY, F. et DE MARSILY, G. (2003). Solute transport in a single fracture with negligible matrix permeability : 1. fundamental mechanisms. *Hydrogeology journal*, 11(4):418–433.
- BOULAY, C., DAL PONT, S. et BELIN, P. (2009). Real-time evolution of electrical resistance in cracking concrete. *Cement and Concrete Research*, 39:825–831.
- BOWEN, R. (1967). Toward a thermodynamics and mechanics of mixtures. *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, 24(5):370–403.
- BOWEN, R. (1982). Compressible porous media models by use of the theory of mixtures. *International Journal of Engineering Science*, 20(6):697–735.
- BOWEN, R. M. (1980). Incompressible porous media models by use of the theory of mixtures. *International Journal of Engineering Science*, 18(9):1129–1148.
- BRIFFAUT, M., BENBOUDJEMA, F., TORRENTI, J. et NAHAS, G. (2011). Numerical analysis of the thermal active restrained shrinkage ring test to study the early age behavior of massive concrete structures. *Engineering structures*, 33(4):1390–1401.
- BROWN, S. (1987). Fluid flow through rock joints : The effect of surface roughness. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth (1978–2012)*, 92(B2):1337–1347.
- BRUGGI, M., CASCIATI, S. et FARAVELLI, L. (2008). Cohesive crack propagation in a random elastic medium. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 23(1):23–35.
- BRUSH, D. et THOMSON, N. (2003). Fluid flow in synthetic rough-walled fractures : Navier-stokes, stokes, and local cubic law simulations. *Water Resour. Res*, 39(4):1085.
- BUFFO-LACARRIÈRE, L., SELLIER, A., ESCADEILLAS, G. et TURATSINZE, A. (2007). Multiphase finite element modeling of concrete hydration. *Cement and concrete research*, 37(2):131–138.
- CALLARI, C. et ARMERO, F. (2002). Finite element methods for the analysis of strong discontinuities in coupled poro-plastic media. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 191(39):4371–4400.
- CALLARI, C., ARMERO, F. et ABATI, A. (2010). Strong discontinuities in partially saturated poroplastic solids. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 199(23–24):1513 – 1535.
- CAPURSO, M. (1971). Lezioni di scienza delle costruzioni. *Pitagora. Bologna*.
- CARPINTERI, A. (1994). Fractal nature of material microstructure and size effects on apparent mechanical properties. *Mechanics of Materials*, 18(2):89–101.
- CARPINTERI, A., CHIAIA, B. et CORNETTI, P. (2003). On the mechanics of quasi-brittle materials with a fractal microstructure. *Engineering Fracture Mechanics*, 70(16):2321–2349.

- CARPINTERI, A., CHIAIA, B., CORNETTI, P. et PUZZI, S. (2007). Comments on “is the cause of size effect on structural strength fractal or energetic-statistical?” by bažant & yavari [engng fract mech 2005 ;72 :1–31]. *Engineering Fracture Mechanics*, 74(17):2892 – 2896.
- CARPINTERI, A., CHIAIA, B. et FERRO, G. (1995). Size effects on nominal tensile strength of concrete structures : multifractality of material ligaments and dimensional transition from order to disorder. *Materials and Structures*, 28(6):311–317.
- CARPINTERI, A. et PUZZI, S. (2009). The fractal-statistical approach to the size-scale effects on material strength and toughness. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 24(1): 75 – 83.
- CARRIER, B. et GRANET, S. (2011). Numerical modeling of hydraulic fracture problem in permeable medium using cohesive zone model. *Engineering Fracture Mechanics*.
- CHARRON, J., DENARIÉ, E. et BRAUHWILER, E. (2008). Transport properties of water and glycol in an ultra high performance fiber reinforced concrete (uhpfc) under high tensile deformation. *Cement and Concrete Research*, 38(5):689 – 698.
- CHEN, W. et YUAN, R. (1980). Tensile strength of concrete : Double-punch test. *Journal of the Structural Division*, 106(8):1673–1693.
- CHOINSKA, M., KHELIDJ, A., CHATZIGEORGIOU, G. et PIJAUDIER-CABOT, G. (2007). Effects and interactions of temperature and stress-level related damage on permeability of concrete. *Cement and Concrete Research*, 37(1):79–88.
- CLEAR, C. (1985). The effects of autogenous healing upon the leakage of water through cracks in concrete. Rapport technique, Cement and Concrete Association - Technical report 559.
- COLES, S. (2001). *An introduction to statistical modeling of extreme values*. Springer Verlag.
- COLLIAT, J.-B., HAUTEFEUILLE, M., IBRAHIMBEGOVIC, A. et MATTHIES, H. (2007). Stochastic approach to size effect in quasi-brittle materials. *Comptes Rendus Mécanique*, 335(8):430–435.
- COPE, R., RAO, P., CLARK, L. et NORRIS, P. (1980). Modelling of reinforced concrete behaviour for finite element analysis of bridge slabs. *Numerical methods for non-linear problems*, 1:457–470.
- COSSERAT, E. et COSSERAT, F. (1909). Théorie des corps déformables.
- COUSSY, O. (1995). *Mechanics of porous continua*. John Wiley & Sons.
- COUSSY, O. (2004). Poromechanics.
- COUSSY, O., DORMIEUX, L. et DETOURNAY, E. (1998). From mixture theory to biot’s approach for porous media. *International Journal of Solids and Structures*, 35(34):4619–4635.

- CRANDALL, D., BROMHAL, G. et KARPYN, Z. (2010). Numerical simulations examining the relationship between wall-roughness and fluid flow in rock fractures. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 47(5):784–796.
- CRISFIELD, M. (1982). Accelerated solution techniques and concrete cracking. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 33(1):585–607.
- CRISFIELD, M. (1986). Snap-through and snap-back response in concrete structures and the dangers of under-integration. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 22(3):751–767.
- CRISFIELD, M. (1991). Nonlinear finite element analysis of solids and structures. volume 1 : Essentials.
- DAL PONT, S. (2011). *Outils expérimentaux et de modélisation numérique pour l'étude des transferts : du comportement des milieux poreux à celui des foules*. Habilitation à diriger des recherches, Université de Cergy-Pontoise, France.
- DAL PONT, S., DURAND, S. et SCHREFLER, B. (2007). A multiphase thermo-hydro-mechanical model for concrete at high temperatures—finite element implementation and validation under loca load. *Nuclear Engineering and Design*, 237(22):2137–2150.
- DAL PONT, S. et EHRLACHER, A. (2004). Numerical and experimental analysis of chemical dehydration, heat and mass transfers in a concrete hollow cylinder submitted to high temperatures. *International journal of heat and mass transfer*, 47(1):135–147.
- DAL PONT, S., SCHREFLER, B. et EHRLACHER, A. (2005). Experimental and finite element analysis of a hollow cylinder submitted to high temperatures. *Materials and Structures*, 38(7):681–690.
- DARCY, H. (1856). *Les Fontaines Publiques de la Ville de Dijon*. Dalmont, Paris.
- DE BORST, R. (1987). Computation of post-bifurcation and post-failure behavior of strain-softening solids. *Computers & structures*, 25(2):211–224.
- DE BORST, R. (2002). Fracture in quasi-brittle materials : a review of continuum damage-based approaches. *Engineering Fracture Mechanics*, 69(2):95–112.
- DE BORST, R. et NAUTA, P. (1985). Non-orthogonal cracks in a smeared finite element model. *Engineering Computations*, 2(1):35–46.
- DE BORST, R., RÉTHORÉ, J. et ABELLAN, M. (2006). A numerical approach for arbitrary cracks in a fluid-saturated medium. *Archive of Applied Mechanics*, 75(10):595–606.
- de BORST, R. et VAN DEN BOOGAARD, A. (1994). Finite-element modeling of deformation and cracking in early-age concrete. *Journal of Engineering mechanics*, 120(12):2519–2534.
- DE MARSILY, G. (1986). *Quantitative Hydrogeology : Groundwater Hydrology for Engineers*. Academic Press.

- DESMETTRE, C. et CHARRON, J.-P. (2011). Novel water permeability device for reinforced concrete under load. *Materials and structures*, 44(9):1713–1723.
- DESMETTRE, C. et CHARRON, J.-P. (2012). Water permeability of reinforced concrete with and without fiber subjected to static and constant tensile loading. *Cement and Concrete Research*.
- DIETRICH, P., HELMIG, R., SAUTER, M., HÖTZL, H., KÖNGETER, J. et TEUTSCH, G. (2005). *Flow and transport in fractured porous media*. Springer.
- DJERBI, A. (2007). *Influence de l' endommagement mécanique sur la perméabilité au gaz et sur la diffusion des ions chlorure des bétons*. Thèse de doctorat, IUT St Nazaire.
- DORMIEUX, L. et KONDO, D. (2004). Approche micromécanique du couplage perméabilité–endommagement. *Comptes Rendus Mecanique*, 332(2):135–140.
- DRUGAN, W. et WILLIS, J. (1996). A micromechanics-based nonlocal constitutive equation and estimates of representative volume element size for elastic composites. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 44(4):497–524.
- DUGDALE, D. (1960). Yielding of steel sheets containing slits. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 8(2):100–104.
- EDVARDBSEN, C. (1999). Water permeability and autogenous healing of cracks in concrete. *ACI Materials Journal-American Concrete Institute*, 96(4):448–454.
- ELICES, M., GUINEA, G., GOMEZ, J. et PLANAS, J. (2002). The cohesive zone model : advantages, limitations and challenges. *Engineering fracture mechanics*, 69(2):137–163.
- FEENSTRA, P. et DE BORST, R. (1995). A plasticity model and algorithm for mode-i cracking in concrete. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 38(15):2509–2529.
- FELLER, W. (2008). *An introduction to probability theory and its applications*, volume 2. John Wiley & Sons.
- FORCHHEIMER, P. (1901). Wasserbewegung durch boden. *Z. Ver. Deutsch. Ing*, 45(1782): 1788.
- FOURAR, M. et BORIES, S. (1995). Experimental study of air-water two-phase flow through a fracture (narrow channel). *International journal of multiphase flow*, 21(4):621–637.
- FOURAR, M., BORIES, S., LENORMAND, R. et PERSOFF, P. (1993). Two-phase flow in smooth and rough fractures : Measurement and correlation by porous-medium and pipe flow models. *Water Resources Research*, 29(11):3699–3708.
- FRÉMOND, M. et NEDJAR, B. (1995). Damage in concrete : the unilateral phenomenon. *Nuclear engineering and design*, 156(1):323–335.
- FREUDENTHAL, A. (1950). *The inelastic behavior of engineering materials and structures*. Wiley.

- GALILEI, G. (1632). *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo*.
- GAWIN, D., ALONSO, C., ANDRADE, C., MAJORANA, C. et PESAVENTO, F. (2005). Effect of damage on permeability and hygro-thermal behaviour of hpcs at elevated temperatures : Part 1 experimental results. *Computers and Concrete*, 2(3):189–202.
- GAWIN, D., MAJORANA, C. et SCHREFLER, B. (1999). Numerical analysis of hygro-thermal behaviour and damage of concrete at high temperature. *Mechanics of Cohesive-frictional Materials*, 4(1):37–74.
- GAWIN, D., PESAVENTO, F. et SCHREFLER, B. (2002). Simulation of damage–permeability coupling in hygro-thermo-mechanical analysis of concrete at high temperature. *Communications in numerical methods in engineering*, 18(2):113–119.
- GE, S. (1997). A governing equation for fluid flow in rough fractures. *Water Resources Research*, 33(1):53–61.
- GIRY, C., DUFOUR, F. et MAZARS, J. (2011). Stress-based nonlocal damage model. *International Journal of Solids and Structures*, 48(25):3431–3443.
- GOM-MBH (2010). *ARAMIS, Theory Manual*. GOM mbH, Braunschweig, Germany.
- GRAY, W. et HASSANIZADEH, S. (1993). Thermodynamic basis of capillary pressure in porous media. *Water Resources Research*, 29(10):3389–3405.
- GRAY, W. et SCHREFLER, B. (2001). Thermodynamic approach to effective stress in partially saturated porous media. *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 20(4):521–538.
- GUPTA, A. et AKBAR, H. (1984). Cracking in reinforced concrete analysis. *Journal of Structural Engineering*, 110(8):1735–1746.
- GÉRARD, B., BREYSSE, D., AMMOUCHE, A., HOUDUSSE, O. et DIDRY, O. (1996). Cracking and permeability of concrete under tension. *Materials and Structures*, 29(3):141–151.
- HAGEN, G. (1839). Über die bewegung des wassers in engen cylindrischen rohren. *Poggendorff's Annalen der Physik und Chemie*, 46:423–42.
- HASEGAWA, T., SHIOYA, T. et OKADA, T. (1985). Size effect on splitting tensile strength of concrete. *In Proceedings*, pages 309–312.
- HASHIN, Z. (1983). Analysis of composite materials. *J. appl. Mech*, 50(2):481–505.
- HASSANIZADEH, M. et GRAY, W. (1979a). General conservation equations for multi-phase systems : 1. averaging procedure. *Advances in Water Resources*, 2:131–144.
- HASSANIZADEH, M. et GRAY, W. G. (1979b). General conservation equations for multi-phase systems : 2. mass, momenta, energy, and entropy equations. *Advances in Water Resources*, 2:191–203.
- HE, Y. (2011). *Comportement hydromécanique des béton sous pressions de confinement faible et élevé*. Thèse de doctorat, Université de Lille.

- HEARN, N. (1999). Effect of shrinkage and load-induced cracking on water permeability of concrete. *ACI Materials Journal*, 96(2).
- HEARN, N. et LOK, G. (1998). Measurement of permeability under uniaxial compression : a test method. *ACI Materials Journal*, 95(6).
- HELMIG, R. (1997). *Multiphase flow and transport processes in the subsurface*, volume 6. Springer Berlin.
- HILD, F. et ROUX, S. (2006). Digital image correlation : from displacement measurement to identification of elastic properties—a review. *Strain*, 42(2):69–80.
- HILLERBORG, A. (1985). The theoretical basis of a method to determine the fracture energy  $f$  of concrete. *Materials and Structures*, 18(4):291–296.
- HILLERBORG, A., MODEER, M. et PETERSSON, P.-E. (1976). Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. *Cement and concrete research*, 6(6):773–781.
- HOSEINI, M., BINDIGANAVILE, V. et BANTHIA, N. (2009). The effect of mechanical stress on permeability of concrete : A review. *Cement and Concrete Composites*, 31(4):213 – 220.
- HUESPE, A. et OLIVER, J. (2011). Crack models with embedded discontinuities. *Numerical Modeling of Concrete Cracking*, pages 99–159.
- HUGHES, T. (2000). *The finite element method : linear static and dynamic finite element analysis*. Dover Publications.
- IBRAHIMBEGOVIC, A., COLLIAT, J.-B., HAUTEFEUILLE, M., BRANCHERIE, D. et MELNYK, S. (2011). Probability based size effect representation for failure in civil engineering structures built of heterogeneous materials. *Computational Methods in Stochastic Dynamics*, pages 291–313.
- IRWIN, G. (1968). *Linear fracture mechanics, fracture transition, and fracture control*, volume 1. Elsevier.
- ISMAIL, M., TOUMI, A., FRANÇOIS, R. et GAGNÉ, R. (2008). Effect of crack opening on the local diffusion of chloride in cracked mortar samples. *Cement and Concrete Research*, 38:1106–1111.
- JANG, S., KIM, B. et OH, B. (2011). Effect of crack width on chloride diffusion coefficients of concrete by steady-state migration tests. *Cement and Concrete Research*, 41(1):9–19.
- JIRÁSEK, M. (2011). Damage and smeared crack models. *Numerical Modeling of Concrete Cracking*, pages 1–49.
- JIRÁSEK, M. et ZIMMERMANN, T. (1998). Rotating crack model with transition to scalar damage. *Journal of engineering mechanics*, 124(3):277–284.

- KERMANI, A. (1991). Permeability of stressed concrete. *Building research and information*, 19(6):360–366.
- KHOEI, A., BARANI, O. et MOFID, M. (2010). Modeling of dynamic cohesive fracture propagation in porous saturated media. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 35(10):1160–1184.
- KHOEI, A., MOSLEMI, H., MAJD ARDAKANY, K., BARANI, O. et AZADI, H. (2009). Modeling of cohesive crack growth using an adaptive mesh refinement via the modified-spr technique. *International journal of fracture*, 159(1):21–41.
- KIM, J., YI, S., PARK, C. et EO, S. (1999). Size effect on compressive strength of plain and spirally reinforced concrete cylinders. *ACI Structural Journal-American Concrete Institute*, 96(1):88–94.
- KIRKPATRICK, S. (1973). Percolation and conduction. *Reviews of Modern Physics*, 45(4):574.
- KOHL, T., EVANS, K., HOPKIRK, J., JUNG, R. et RYBACH, L. (1997). Observation and simulation of non-darcian flow transients in fractured rock. *Water resources research*, 33(3):407–418.
- KOLLEK, J. (1989). The determination of the permeability of concrete to oxygen by the cembureau method—a recommendation. *Materials and Structures*, 22(3):225–230.
- KOSAKOWSKI, G. et BERKOWITZ, B. (1999). Flow pattern variability in natural fracture intersections. *Geophysical research letters*, 26(12):1765–1768.
- LARSSON, J. et LARSSON, R. (2000). Finite-element analysis of localization of deformation and fluid pressure in an elastoplastic porous medium. *International journal of solids and structures*, 37(48):7231–7257.
- LEMAITRE, J. et CHABOCHE, J.-L. (1978). Aspect phénoménologique de la rupture par endommagement. *J Méc Appl*, 2(3).
- LEMAITRE, J. et CHABOCHE, J.-L. (1994). *Mechanics of solid materials*. Cambridge university press.
- LEMAITRE, J. et DESMORAT, R. (2005). *Engineering damage mechanics : ductile, creep, fatigue and brittle failures*. Springer.
- LEWIS, R. et SCHREFLER, B. (1987). The finite element method in the deformation and consolidation of porous media.
- LOMIZE, G. (1951). Flow in fractured rocks. *Gosenergoizdat, Moscow*, 127.
- LOUIS, C. (1974). Introduction a l’hydraulique des roches. *BULL BRGM, III, Série 2 Section III(4):283–356*.
- LUNDBORG, N. (1967). The strength-size relation of granite. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 4(3):269–272.

- MARTI, P. (1989). Size effect in double-punch tests on concrete cylinders. *ACI Materials Journal*, 86(6):597–601.
- MAZARS, J. (1984). *Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non linéaire et à la rupture du béton de structure*. Thèse de doctorat.
- MEFTAH, F. et DAL PONT, S. (2010). Staggered finite volume modeling of transport phenomena in porous materials with convective boundary conditions. *Transport in porous media*, 82(2):275–298.
- MEFTAH, F., DAL PONT, S. et SCHREFLER, B. (2012). A three-dimensional staggered finite element approach for random parametric modeling of thermo-hygral coupled phenomena in porous media. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*.
- MELLENK, J. M. et BABUŠKA, I. (1996). The partition of unity finite element method : basic theory and applications. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 139(1):289–314.
- MESCHKE, G., GRASBERGER, S., BECKER, C. et JOX, S. (2011). *Numerical Modeling of Concrete Cracking*, chapitre Smeared Crack and X-FEM Models in the Context of Poromechanics, pages 265–327. Springer.
- MEZIANI, H. et SKOCZYLAŚ, F. (1999). An experimental study of the mechanical behaviour of a mortar and of its permeability under deviatoric loading. *Materials and structures*, 32(6):403–409.
- MILLARD, A. et L'HOSTIS, V. (2012). Modelling the effects of steel corrosion in concrete, induced by carbon dioxide penetration. *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, 16(3-4):375–391.
- MOËS, N. et BELYTSCHKO, T. (2002). Extended finite element method for cohesive crack growth. *Engineering fracture mechanics*, 69(7):813–833.
- MONTEMOR, M., SIMOES, A. et FERREIRA, M. (2003). Chloride-induced corrosion on reinforcing steel : from the fundamentals to the monitoring techniques. *Cement and Concrete Composites*, 25(4):491–502.
- MOURZENKO, V., THOVERT, J. et ADLER, P. (1995). Permeability of a single fracture ; validity of the reynolds equation. *Journal de Physique II*, 5(3):465–482.
- MOURZENKO, V., THOVERT, J. et ADLER, P. (2001). Permeability of self-affine fractures. *Transport in porous media*, 45(1):89–103.
- MOËS, N., DOLBOW, J. et BELYTSCHKO, T. (1999). A finite element method for crack growth without remeshing. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 46(1):131–150.
- MUALEM, Y. (1976). Hysteretical models for prediction of the hydraulic conductivity of unsaturated porous media. *Water resources research*, 12(6):1248–1254.

- MUSKAT, M. et MERES, M. (1936). The flow of heterogeneous fluids through porous media. *Physics*, 7(9):346–363.
- NEITHALATH, N., WEISS, J. et OLEK, J. (2006). Characterizing enhanced porosity concrete using electrical impedance to predict acoustic and hydraulic performance. *Cement and Concrete Research*, 36(11):2074–2085.
- NG, A. et SMALL, J. (1999). A case study of hydraulic fracturing using finite element methods. *Canadian geotechnical journal*, 36(5):861–875.
- OLIVER, J. (1996). Modelling strong discontinuities in solid mechanics via strain softening constitutive equations. part 2 : Numerical simulation. *International journal for numerical methods in engineering*, 39(21):3601–3623.
- OLLIVIER, J., MASO, J. et BOURDETTE, B. (1995). Interfacial transition zone in concrete. *Advanced Cement Based Materials*, 2(1):30–38.
- OR, D. et TULLER, M. (2000). Flow in unsaturated fractured porous media : Hydraulic conductivity of rough surfaces. *Water Resources Research*, 36(5):1165–1177.
- ORON, A. et BERKOWITZ, B. (1998). Flow in rock fractures : The local cubic law assumption reexamined. *Water Resources Research*, 34(11):2811–2825.
- OSTOJA-STARZEWSKI, M. (2002). Microstructural randomness versus representative volume element in thermomechanics. *TRANSACTIONS-AMERICAN SOCIETY OF MECHANICAL ENGINEERS JOURNAL OF APPLIED MECHANICS*, 69(1):25–35.
- OTTOSEN, N. et RISTINMAA, M. (2005). Mechanics of constitutive modeling.
- OŽBOLT, J., BALABANIĆ, G., PERIŠKIĆ, G. et KUŠTER, M. (2010). Modelling the effect of damage on transport processes in concrete. *Construction and Building Materials*, 24(9):1638–1648.
- PEERLINGS, R., DE BORST, R., BREKELMANS, W. et GEERS, M. (1998). Gradient-enhanced damage modelling of concrete fracture. *Mechanics of Cohesive-frictional Materials*, 3(4):323–342.
- PEERLINGS, R. et DE VREE, J. (1996). Gradient enhanced damage for quasi-brittle materials. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 39:3391–3403.
- PERRATON, D., AITCIN, P. et CARLES GIBERGUES, A. (1999). Mesure de la perméabilité au gaz des bétons : Partie 2. étude de l'influence de la taille des éprouvettes et de la variabilité des résultats dans le cas d'un bhp. *BLPC*, 221:69–87.
- PERSOFF, P. et PRUESS, K. (1995). Two-phase flow visualization and relative permeability measurement in natural rough-walled rock fractures. *Water Resources Research*, 31(5): 1175–1186.
- PFITZNER, J. (1976). Poiseuille and his law. *Anaesthesia*, 31(2):273–275.

- PHAN, T. (2012). *Modélisation numérique de l'interface acier-béton : application au comportement des structures en béton renforcées par des aciers plats crantés*. Thèse de doctorat, Université Paris-Est.
- PICANDET, V. (2001). *Influence d'un endommagement mécanique sur la perméabilité et la diffusivité hydrique des bétons*. Thèse de doctorat, LGC, Nantes.
- PICANDET, V., KHELIDJ, A. et BELLEGOU, H. (2009). Crack effects on gas and water permeability of concretes. *Cement and Concrete Research*, 39(6):537 – 547.
- PIETRUSZCZAK, S. et MROZ, Z. (1981). Finite element analysis of deformation of strain-softening materials. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 17(3): 327–334.
- PIJAUDIER-CABOT, G. et BAŽANT, Z. (1987). Nonlocal damage theory. *Journal of Engineering Mechanics*, 113(10):1512–1533.
- PIJAUDIER-CABOT, G., DUFOUR, F. et CHOINSKA, M. (2009). Permeability due to the increase of damage in concrete : From diffuse to localized damage distributions. *Journal of engineering mechanics*, 135(9):1022–1028.
- POISEUILLE, J. (1840a). Recherches expérimentales sur le mouvement des liquides dans les tubes de très petit diamètres ; i : Influence de la pression sur la quantité de liquide qui traverse les tubes de très petits diamètres. *C.R. Acad. Scie.*, 11:961–967.
- POISEUILLE, J. (1840b). Recherches expérimentales sur le mouvement des liquides dans les tubes de très petit diamètres ; ii : Influence de la longueur sur la quantité de fluide qui traverse les tubes de très petit diamètres ; iii : Influence du diamètre sur la quantité de liquide qui traverse les tubes de très petit diamètres. *C.R. Acad. Scie.*, 11:1041–1048.
- POISEUILLE, J. (1841). Recherches expérimentales sur le mouvement des liquides dans les tubes de très petit diamètres ; iv : Influence de la température sur la quantité de liquide qui traverse les tubes de très petits diamètres. *C.R. Acad. Scie.*, 12:112–115.
- POUYA, A. et GHABEZLOO, S. (2010). Flow around a crack in a porous matrix and related problems. *Transport in porous media*, 84(2):511–532.
- PRIGOGINE, I. (1967). Introduction to thermodynamics of irreversible processes. *New York : Interscience, 1967, 3rd ed.*, 1.
- RAMM, E. (1981). *Strategies for tracing the nonlinear response near limit points*. Springer.
- RANAIVOMANANA, H., VERDIER, J., SELLIER, A. et BOURBON, X. (2013). Prediction of relative permeabilities and water vapor diffusion reduction factor for cement-based materials. *Cement and Concrete Research*, 48(0):53 – 63.
- RAPOPORT, J., ALDEA, C., SHAH, S., ANKENMAN, B. et KARR, A. (2002). Permeability of cracked steel fiber-reinforced concrete. *Journal of materials in civil engineering*, 14(4):355–358.

- RASHID, Y. (1968). Ultimate strength analysis of prestressed concrete pressure vessels. *Nuclear Engineering and Design*, 7(4):334–344.
- RASTIELLO, G., BOULAY, C., DAL PONT, S., TAILHAN, J.-L. et ROSSI, P. (2013). Real time evolution the water permeability of localised cracks in concrete under loading. *Soumis pour possible publication à Cement and Concrete Research*, xx(xx):xxx – xxx.
- REINHARDT, H. et JOOSS, M. (2003). Permeability and self-healing of cracked concrete as a function of temperature and crack width. *Cement and Concrete Research*, 33(7):981 – 985.
- RÉTHORÉ, J., DE BORST, R. et ABELLAN, M.-A. (2007). A two-scale approach for fluid flow in fractured porous media. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 71(7):780–800.
- RÉTHORÉ, J., DE BORST, R. et ABELLAN, M.-A. (2008). A two-scale model for fluid flow in an unsaturated porous medium with cohesive cracks. *Computational Mechanics*, 42(2):227–238.
- RIGOBERT, S. (2009). Modélisation du comportement du béton au feu dans cesar-lcpc.
- RIKS, E. (1979). An incremental approach to the solution of snapping and buckling problems. *International Journal of Solids and Structures*, 15(7):529–551.
- ROCCO, C., GUINEA, G., PLANAS, J. et ELICES, M. (1999a). Size effect and boundary conditions in the brazilian test : Experimental verification. *Materials and Structures*, 32(3):210–217.
- ROCCO, C., GUINEA, G., PLANAS, J. et ELICES, M. (1999b). Size effect and boundary conditions in the brazilian test : theoretical analysis. *Materials and Structures*, 32(6): 437–444.
- ROMM, E. (1966). *Flow characteristics of fractured rocks*. Nedra.
- ROSS, C. (1989). Split-hopkinson pressure-bar tests on concrete and mortar in tension and compression. *ACI Materials Journal*, 86(5).
- ROSSI, P. (1988). *Fissuration du béton : du matériau à la structure à l'application de la mécanique linéaire de la rupture*. Thèse de doctorat.
- ROSSI, P. (1993). Comportement dynamique des bétons : du matériau à la structure. (511):25–39.
- ROSSI, P. (1998). Réflexions sur l'utilisation des modèles continus non linéaires pour la prise en compte de la fissuration des structures en béton. *BULLETIN-LABORATOIRES DES PONTS ET CHAUSSEES*, pages 85–89.
- ROSSI, P. et BOULAY, C. (1990). Influence of free water in concrete on the cracking process. *Magazine of Concrete Research*, 42(152).

- ROSSI, P., BRUHWILER, E., CHHUY, S., JENQ, Y. et SHAH, S. (1990). Fracture properties of concrete as determined by means of wedge splitting tests and tapered double cantilever beam tests. *Fracture mechanics test methods for concrete*, page 87.
- ROSSI, P., ULM, F. et HACHI, F. (1996). Compressive behavior of concrete : physical mechanisms and modeling. *Journal of Engineering Mechanics*, 122(11):1038–1043.
- ROSSI, P., van MIER, J., BOULAY, C. et LE MAOU, F. (1992a). The dynamic behaviour of concrete : influence of free water. *Materials and Structures*, 25(9):509–514.
- ROSSI, P. et WU, X. (1992). Probabilistic model for material behavior analysis and appraisalment of concrete structures. *Magazine of Concrete Research*, 44:271–280.
- ROSSI, P., WU, X., LE MAOU, F. et BELLOC, A. (1992b). Effet d'échelle sur le comportement du béton en traction. *Bulletin de liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées*, (182).
- ROSSI, P., WU, X., LE MAOU, F. et BELLOC, A. (1994). Scale effect on concrete in tension. *Materials and Structures*, 27(8):437–444.
- ROTS, J., NAUTA, P., KUSTER, G. et BLAAUWENDRAAD, J. (1985). Smearred crack approach and fracture localization in concrete.
- SABNIS, G. et MIRZA, S. (1979). Size effect in model concretes. *Journal of the Structural Division*, 105(6):1007–1020.
- SAITO, M. et ISHIMORI, H. (1995). Chloride permeability of concrete under static and repeated compressive loading. *Cement and Concrete Research*, 25(4):803–808.
- SAOUMA, V. et FAVA, G. (2006). On fractals and size effects. *International Journal of Fracture*, 137:231–249.
- SCHANZ, M. et DIEBELS, S. (2003). A comparative study of biot's theory and the linear theory of porous media for wave propagation problems. *Acta Mechanica*, 161(3-4):213–235.
- SCHREFLER, B., SECCHI, S. et SIMONI, L. (2006). On adaptive refinement techniques in multi-field problems including cohesive fracture. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 195(4-6):444–461.
- SECCHI, S. et SCHREFLER, B. (2012). A method for 3-d hydraulic fracturing simulation. *International Journal of Fracture*, pages 1–14.
- SECCHI, S., SIMONI, L. et SCHREFLER, B. (2007). Mesh adaptation and transfer schemes for discrete fracture propagation in porous materials. *International journal for numerical and analytical methods in geomechanics*, 31(2):331–345.
- SEGURA, J. et CAROL, I. (2004). On zero-thickness interface elements for diffusion problems. *International journal for numerical and analytical methods in geomechanics*, 28(9):947–962.

- SEGURA, J. et CAROL, I. (2008). Coupled hm analysis using zero-thickness interface elements with double nodes. part i : Theoretical model. *International journal for numerical and analytical methods in geomechanics*, 32(18):2083–2101.
- SELLIER, A. et BARY, B. (2002). Coupled damage tensors and weakest link theory for the description of crack induced anisotropy in concrete. *Engineering Fracture Mechanics*, 69(17):1925–1939.
- SELLIER, A., CASAUX-GINESTET, G., BUFFO-LACARRIÈRE, L. et BOURBON, X. (2013a). Orthotropic damage coupled with localized crack reclosure processing. part i : Constitutive laws. *Engineering Fracture Mechanics*, 97(0):148 – 167.
- SELLIER, A., CASAUX-GINESTET, G., BUFFO-LACARRIÈRE, L. et BOURBON, X. (2013b). Orthotropic damage coupled with localized crack reclosure processing : Part ii : Applications. *Engineering Fracture Mechanics*, 97(0):168 – 185.
- SELLIER, A., LA BORDERIE, C., TORRENTI, J. et MAZARS, J. (2010). The french national project ceos. fr : Assessment of cracking risks for special concrete structures under tchm stresses. In *Sixth International Conference on Concrete under Severe Conditions : Environment and Loading*.
- SETZER, M. (1975). Zum mikrogefüge des zementsteins und dessen einfluss auf das mechanische verhalten des betons. *ZEMENT U BETON*, (85/86).
- SHAO, J., ZHOU, H. et CHAU, K. (2005). Coupling between anisotropic damage and permeability variation in brittle rocks. *International journal for numerical and analytical methods in geomechanics*, 29(12):1231–1247.
- SIMO, J. et OLIVER, J. (2004). A new approach to the analysis and simulation of strain softening in solids. *Fracture and damage in quasibrittle structures*, pages 25–39.
- SIMONI, L. et SECCHI, S. (2003). Cohesive fracture mechanics for a multi-phase porous medium. *Engineering Computations : Int J for Computer-Aided Engineering*, 20(5-6):5–6.
- SLATTERY, J. (1967). Flow of viscoelastic fluids through porous media. *AIChE Journal*, 13(6):1066–1071.
- SNOW, D. (1969). *A Parallel Plate Model of Permeable Fractured Media*. Thèse de doctorat, University of California at Berkley.
- SOBIESKI, W. et TRYKOZKO, A. (2012). Darcy and forchheimer laws in experimental and simulation studies of flow through porous media. *Transport in Porous Media (submitted)*.
- STROEVEN, M., ASKES, H. et SLUYS, L. (2004). Numerical determination of representative volumes for granular materials. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 193(30–32):3221 – 3238. <ce :title>Computational Failure Mechanics</ce :title>.
- SU, G. W., NIMMO, J. R. et DRAGILA, M. I. (2003). Effect of isolated fractures on accelerated flow in unsaturated porous rock. *Water Resources Research*, 39(12):1326.

- SU, X., YANG, Z. et LIU, G. (2010). Monte carlo simulation of complex cohesive fracture in random heterogeneous quasi-brittle materials : A 3d study. *International Journal of Solids and Structures*, 47(17):2336–2345.
- SUGIYAMA, T., BREMNER, T. et HOLM, T. (1996). Effect of stress on gas permeability in concrete. *ACI Materials Journal*, 93(5).
- SUTERA, S. et SKALAK, R. (1993). The history of poiseuille’s law. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 25(1):1–20.
- SUTTON, M., ORTEU, J.-J. et SCHREIER, H. (2009). *Image Correlation for Shape, Motion and Deformation Measurements – Basic Concepts, Theory and Applications*. Springer.
- SYROKA-KOROL, E., TEJCHMAN, J. et MRÓZ, Z. (2013). Fe calculations of a deterministic and statistical size effect in concrete under bending within stochastic elasto-plasticity and non-local softening. *Engineering Structures*, 48(0):205 – 219.
- TAILHAN, J.-L., DAL PONT, S. et ROSSI, P. (2010). From local to global probabilistic modeling of concrete cracking. *Annals of Solid and Structural Mechanics*, 1(2):103–115.
- TAILHAN, J.-L., ROSSI, P., PHAN, T. et FOULLIARON, J. (2012). Probabilistic modelling of crack creation and propagation in concrete structures : some numerical and mechanical considerations. *In SSCS-2012*.
- TAILHAN, J.-L., ROSSI, P., PHAN, T., RASTIELLO, G. et FOULLIARON, J. (2013). Multiscale probabilistic approaches and strategies for the modelling of concrete. *In FRAMCOS-8*.
- TANG, T. (1994). Effects of load-distributed width on split tension on unnotched and notched cylindrical specimens. *Journal of testing and evaluation*, 22(5):401–409.
- TEMAM, R. (2001). *Navier-Stokes equations : theory and numerical analysis*, volume 343. American Mathematical Society.
- TIMOSHENKO, S. et GOODIER, J. (1951). *Theory of elasticity*. New York : McGraw-Hill.
- TRUESDELL, C. et TOUPIN, R. (1960). *The classical field theories*. Springer.
- ULM, F. et COUSSY, O. (1998). Couplings in early-age concrete : from material modeling to structural design. *International Journal of Solids and Structures*, 35(31):4295–4311.
- VAN CAUWELAERT, F. (1993). Le disque soumis à des charges diamétrales uniformes radiales. *Materials and Structures*, 26(10):594–599.
- VAN GENUCHTEN, M. (1980). A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. *Soil Science Society of America Journal*, 44(5):892–898.
- VERDIER, J., CARCASSES, M. et OLLIVIER, J. (2002). Modelling of a gas flow measurement. application to nuclear containment vessels. *Cement and Concrete Research*, 32:1331–1340.

- VOŘECHOVSKÝ, M. (2007). Interplay of size effects in concrete specimens under tension studied via computational stochastic fracture mechanics. *International journal of solids and structures*, 44(9):2715–2731.
- WALLIN, M., RISTINMAA, M. et OTTOSEN, N. S. (2003). Kinematic hardening in large strain plasticity. *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 22(3):341–356.
- WALSH, J. (1981). Effect of pore pressure and confining pressure on fracture permeability. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 18(5):429–435.
- WANG, K., JANSEN, D., SHAH, S. et KARR, A. (1997). Permeability study of cracked concrete. *Cement and Concrete Research*, 27(3):381–393.
- WEIBULL, W. (1939). The phenomenon of rupture in solids.
- WEIBULL, W. (1951). A statistical distribution function of wide applicability. *Journal of applied mechanics*, 18(3):293–297.
- WHITAKER, S. (1986a). Flow in porous media i : A theoretical derivation of darcy’s law. *Transport in porous media*, 1(1):3–25.
- WHITAKER, S. (1986b). Flow in porous media ii : The governing equations for immiscible, two-phase flow. *Transport in Porous Media*, 1(2):105–125.
- WHITAKER, S. (1996). The forchheimer equation : a theoretical development. *Transport in Porous media*, 25(1):27–61.
- WITHERSPOON, P., WANG, Y.S.Y, I. K. et J.E., G. (1980). Validity of cubic law for fluid flow in a deformable rock fracture. *Water Research Resources*, 16(6):1016–1024.
- WOOD, T. R., NICHOLL, M. J. et GLASS, R. J. (2005). Influence of fracture intersections under unsaturated, low-flow conditions. *Water resources research*, 41(4).
- YANG, Z. et FRANK XU, X. (2008). A heterogeneous cohesive model for quasi-brittle materials considering spatially varying random fracture properties. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 197(45):4027–4039.
- YI, S., HYUN, T. et KIM, J. (2011). The effects of hydraulic pressure and crack width on water permeability of penetration crack-induced concrete. *Construction and Building Materials*, 25(5):2576–2583.
- ZDENĚK, Z. et YAVARI, A. (2007). Response to a. carpinteri, b. chiaia, p. cornetti and s. puzzi’s comments on “is the cause of size effect on structural strength fractal or energetic-statistical?”. *Engineering Fracture Mechanics*, 74(17):2897 – 2910.
- ZIENKIEWICZ, O. et TAYLOR, R. (2000). *The Finite Element Method : Solid Mechanics*, volume 2. Butterworth-heinemann.
- ZIMMERMAN, R. et BODVARSSON, G. (1996). Hydraulic conductivity of rock fractures. *Transport in Porous Media*, 23:1–30.

---

ZOBACK, M. et BYERLEE, J. (1975). The effect of microcrack dilatancy on the permeability of westerly granite.