

Thèse de doctorat

**Pour obtenir le grade de Docteur de l'Université de
VALENCIENNES ET DU HAINAUT-CAMBRESIS**

Discipline, spécialité selon la liste des spécialités pour lesquelles l'Ecole Doctorale est accréditée :
Automatique et Mécanique

Présentée et soutenue par Van Nhu TRAN.

Le 07/06/2013, à Valenciennes

Ecole doctorale :

Sciences Pour l'Ingénieur (SPI)

Equipe de recherche, Laboratoire :

Laboratoire d'Automatique, de Mécanique et d'Informatique Industrielles et Humaines (LAMIH)

**Amélioration de l'agrément de conduite via le
pilotage du groupe motopulseur**

JURY

Président du jury

- MARKIEWICZ, Eric. Professeur. Université de Valenciennes.

Rapporteurs

- CHAMAILLARD, Yann. Professeur. Université d'Orléans.
- MANAMANNI, Nouredine. Professeur. Université de Reims.

Examineurs

- DEQUIDT, Antoine. Maître de conférences. Université de Valenciennes.

Directeur de thèse

- DAMBRINE, Michel. Professeur. Université de Valenciennes.

Remerciements

Tout d'abord, je tiens à exprimer ma très profonde gratitude à mes directeurs de thèse, Michel Dambrine et Jimmy Lauber, pour leur excellente orientation et le soutien dans les trois années de ma thèse de doctorat. En tant que conseiller, ils m'ont initié au domaine de recherche vaste et passionnant de la commande non linéaire et m'ont motivé à travailler sur la commande basée sur le modèle de type Takagi-Sugeno. Ils m'ont encouragé à explorer mes propres idées et m'ont aidé à grandir en tant que chercheur indépendant.

Je tiens mes sincères remerciements aux membres du jury, Éric Markiewicz, Noureddine Manamanni, Yann Chamaillard, Antoine Dequidt pour les commentaires perspicaces et les nombreuses suggestions utiles pour améliorer la présentation et le contenu de cette thèse.

Je remercie Thierry-Marie Guerra, le directeur du LAMIH (Laboratoire d'Automatique, de Mécanique et d'Informatique Industrielle et Humaine) pour m'avoir accueilli au sein de son laboratoire. Je remercie également les membres de l'équipe ASHM, Laurent, Sébastien, Mohamed, Michael, ...

Je remercie mes collègues d'École supérieure de Commutation et de Transport, Van-Bang Nguyen, Manh-Hung Dao, Trong-Hien Cao, ... pour leurs soutiens tout au long de cette thèse.

Cette thèse est financée par le gouvernement du Vietnam (VIED), avec le soutien du Campus International sur la Sécurité et l'Intermodalité dans les Transports (CISIT), la région Nord-Pas-de-Calais, la Communauté européenne, la Délégation Régionale pour Recherche et de la Technologie, le ministère de l'Enseignement supérieur et de la Recherche et le Centre National de la Recherche Scientifique. Je tiens à remercier le soutien de ces institutions.

Finalement, je tiens à remercier ma femme pour son soutien, sa patience et son amour indéfectible. Je tiens à remercier et excuser mon fils, qui a été privé de son papa pour le début de sa vie. Je remercie mes parents, et ma belle-mère qui m'encouragent, me soutiennent et m'aident.

Table des matières

Remerciements	iii
Table des matières	v
Résumé	ix
Abstract	x
Glossaire	xi
Table des figures	xiii
Liste des tableaux	xix
Introduction générale	1
1 État de l’art sur le groupe moto-propulseur	5
1.1 Introduction	5
1.2 Moteur thermique et volant du moteur	6
1.2.1 Moteur thermique	6
1.2.2 Volant du moteur	8
1.3 Embrayage	9
1.4 Boîte de vitesses	11
1.4.1 Boîte de vitesses manuelle	12
1.4.2 Boîte de vitesses automatique à convertisseur	13
1.4.3 Transmission à variation continue	16
1.4.4 Boîte de vitesses robotisée	17
1.4.5 Boîte de vitesses à double embrayage	19
1.5 Arbre de transmission, transmission finale, différentiel et roue motrice	23
1.6 Stratégie de changement de vitesses	24
1.7 Critère d’agrément de conduite	25
1.8 État de l’art sur la modélisation de groupe motopropulseur	26
1.8.1 Modélisation du moteur	29
1.8.2 Modélisation de l’embrayage	30
1.8.3 Modélisation du synchroniseur	32
1.9 État de l’art sur la commande du groupe motopropulseur	33
1.10 Conclusion et motivation de la thèse	37
2 Modélisation et simulation du groupe motopropulseur à double em- brayage	41
2.1 Introduction	41
2.2 Rappel sur les raideurs et moment d’inertie équivalents	41
2.2.1 Principe de la modélisation	41
2.2.2 Moment d’inertie équivalent et raideur équivalente des rotors ayant la même vitesse	44

2.2.3	Moment d'inertie équivalent et raideur équivalente de rotors ayant des vitesses différentes	46
2.3	Modèle dynamique du groupe motopropulseur à double embrayage . .	48
2.3.1	Description d'un groupe motopropulseur à double embrayage .	48
2.3.2	Modèle dynamique	50
2.4	Modèle du moteur	54
2.5	Modèle du double embrayage	55
2.5.1	Modèle statique hybride	55
2.5.2	Modèle de l'embrayage <i>LuGre</i>	60
2.5.3	Modèle de l'embrayage basé sur la <i>magic formula</i>	62
2.6	Modèle du synchroniseur	68
2.7	Modèle dynamique d'interaction entre les pneumatiques et le sol . . .	69
2.8	Modélisation du véhicule	72
2.8.1	Force de résistance aérodynamique	73
2.8.2	Forces de résistance au roulement	73
2.9	Simulation en boucle ouverte d'un groupe motopropulseur à double embrayage	75
2.10	Conclusions	78
3	Commande par mode glissant d'un double embrayage	81
3.1	Introduction	81
3.2	Rappels sur la commande par mode glissant	81
3.2.1	Formulation du problème	81
3.2.2	Surface de glissement	82
3.2.3	Conditions de glissement	83
3.2.4	Synthèse de lois de commande par mode glissant	83
3.2.5	Phénomène du broutement et lissage de la commande	84
3.3	Synchronisation de l'embrayage	84
3.3.1	Trajectoire de référence de la vitesse glissement	85
3.3.2	Lois de commande	87
3.3.3	Résultats de simulations	88
3.4	Commande du groupe motopropulseur	92
3.4.1	Trajectoire de référence de la vitesse du moteur	93
3.4.2	Commande robuste par mode glissant des systèmes multivari- riables	97
3.4.3	Synthèse de lois de commande en cas de décollage	100
3.4.4	Synthèse de lois de commande en cas de changement de vitesses	105
3.5	Conclusions	116
4	Approche par stabilisation robuste à base de modèles de type Takagi-Sugeno	119
4.1	Introduction	119
4.2	Modèle quasi-LPV de type Takagi-Sugeno	119
4.2.1	Description des modèles de type Takagi-Sugeno	119
4.2.2	Obtention d'un modèle flou Takagi-Sugeno à partir du modèle non linéaire	121
4.3	Préliminaires sur les inégalités matricielles linéaires pour la stabi- lité/stabilisation des modèles TS	122

4.3.1	Propriétés matricielles	122
4.3.2	Relaxations	123
4.4	Stabilisation des modèles flous Takagi-Sugeno	124
4.5	Commande du groupe motopropulseur sur la base de modèle flou TS avec atténuation des perturbations	126
4.5.1	Atténuation H_∞	126
4.5.2	Application à la commande du décollage	128
4.5.3	Application de la méthodologie lors de changements de vitesses	133
4.6	Commande robuste du groupe motopropulseur : incertitudes paramé- triques et perturbations	137
4.6.1	Approche de stabilisation robuste des modèles flous de Takagi- Sugeno incertains	137
4.6.2	Application à la commande du double embrayage en phase de décollage	140
4.6.3	Application à la commande d'un double embrayage dans le cas de changement de vitesses	145
4.7	Commande d'un double embrayage pour le changement de vitesses de transmissions basée sur un modèle TS incertain à commutations .	151
4.7.1	Stabilisation robuste des modèles Takagi-Sugeno flous incer- tains à commutations	151
4.7.2	Application à la commande du double embrayage en phase de changement de vitesses	154
4.8	Tests des lois de commande sur le modèle complet du groupe moto- propulseur	165
4.9	Conclusions	169
Conclusion et perspectives		171
Bibliographie		173
A Modèle dynamique du système de pilotage du double embrayage		183
A.1	Servo-valve hydraulique à trois voies	184
A.2	Dynamique de la pression à l'intérieur de la chambre du récepteur d'embrayage	184
A.3	Dynamique de la position du piston du récepteur de l'embrayage . . .	185
B Commande par mode glissant du double embrayage prenant en compte l'actionneur		187
B.1	Commande de la vitesse du moteur	187
B.2	Commande de la vitesse glissement de l'embrayage	188
B.3	Résultats de simulation	191
C Paramètres numériques		195

Résumé

La transmission à double embrayage a été introduite dans les véhicules afin d'améliorer le confort de conduite, l'économie de conduite et de diminuer le temps de changement de vitesses. La gestion du double embrayage joue un rôle important sur le confort de conduite. L'objectif principal de ce travail concerne alors la synthèse des lois de commande du double embrayage en phase de décollage et lors du changement de vitesses. Le mémoire est structuré de la façon suivante : le premier chapitre propose un état de l'art sur le groupe motopropulseur, la modélisation et la commande du groupe motopropulseur. Le second chapitre s'intéresse à la modélisation du groupe motopropulseur à double embrayage : dans une première partie, un modèle complet à simuler est développé, puis la deuxième partie propose une simplification de modèle en vue de la commande. Le troisième chapitre aborde les lois de commande du double embrayage en utilisant la technique de commande par mode glissant pour les systèmes multivariables. Le quatrième chapitre propose l'utilisation des modèles flous du type Takagi-Sugeno pour la synthèse des lois de commande. Dans une première partie, des lois de commande basées sur un modèle Takagi-Sugeno prenant en compte des incertitudes et des perturbations sont établies. Afin d'améliorer la performance de la loi de commande lors du changement de vitesses supérieures, la deuxième partie présente une loi de commande basée sur un modèle de Takagi-Sugeno incertain et perturbé à commutations. Enfin, des résultats de simulation obtenus en considérant le modèle complet développé dans le chapitre 2 sont donnés.

Abstract

Dual clutch transmission systems were introduced in vehicles to upgrade the driving comfort, the energy economy, and to minimize the shift time. Dual clutch management is a key point when considering driving comfort, particularly during the gearshift. Thus, the main objective of this work is the synthesis of control laws for dual clutch transmission during launch and gearshift. The first chapter presents an overview about vehicle powertrain, modeling and control. The second chapter focuses on modeling the dual clutch transmission. In a first part a complete model for simulation is developed, and in a second part, the model is simplified for the laws control design. The third chapter proposes control laws of the dual clutch using sliding mode control approach for a MIMO system. The fourth chapter deals with the application of state feedback control based on Takagi-Sugeno model. The first part proposes control laws taking into account uncertainties and disturbances. In order to improve the performance of the control law during upshifting, the second part proposes a control law based on a switched Takagi-Sugeno fuzzy model in the presence of parametric uncertainties and disturbances. Finally, control laws are tested in simulation on the complete model developed in Chapter 2.

Glossaire

BVA	: Boîte de vitesses automatique
BVM	: Boîte de vitesses manuelle
BVR	: Boîte de vitesses robotisée
CVT	: Transmission à variation continue
DCT	: Transmission à double embrayage
DDCT	: Transmission à double embrayage à sec
WDCT	: Transmission à double embrayage à humide
GMP	: Groupe motopropulseur
LMI	: Inégalité linéaire matricielle
LQ	: Linéaire quadratique
MPC	: Commande prédictive
PDC	: Compensation parallèle distribuée
TS	: Takagi-Sugeno

Table des figures

1.1	Schéma de disposition du moteur et des roues motrices	5
1.2	Architecture du GMP d'un véhicule à quatre roues motrices	6
1.3	Moteur thermique 4 temps	7
1.4	Représentation de la variation de couple générée d'un moteur quatre cylindres ayant un ordre d'allumage 1 – 3 – 4 – 2	8
1.5	Disque d'embrayage avec un amortisseur de torsion	9
1.6	Volant du moteur à double masse	9
1.7	Schéma dynamique de l'embrayage avec le volant du moteur	10
1.8	Architecture d'un embrayage mono-disque à diaphragme	10
1.9	Fonctionnement d'un embrayage mono-disque à diaphragme	11
1.10	Architecture d'une boîte de vitesses manuelle	13
1.11	Boîte de vitesses automatique <i>GM Hydramatic 6L80/90</i>	14
1.12	Convertisseur de couple hydraulique	14
1.13	Rapport de couple et rendement d'un convertisseur de couple mono-phasé/biphasé	15
1.14	Facteur de capacité d'un convertisseur de couple	16
1.15	Architecture d'une transmission à variation continue appliquée dans les <i>Audi A4, A6 et VW Passat</i>	17
1.16	Boîte de vitesses robotisée <i>AMT³</i> de Freightliner	18
1.17	Schéma d'une AMT avec un volant d'inertie assisté	18
1.18	Transmission à double embrayage pour un véhicule à moteur avant et les roues motrices avant	19
1.19	Transmission à double embrayage pour les véhicules à 4 roues motrices	20
1.20	Système hydraulique de commande de double embrayage sec	20
1.21	Double embrayage multi-disques à humide	21
1.22	Double embrayage à sec	21
1.23	Fonctionnement d'une DCT lors du changement de vitesses	23
1.24	Cartographie d'un moteur thermique avec iso-paramétrique de consommation	24
1.25	Exemple d'une stratégie de passage de vitesse d'une boîte de vitesses à 6 rapport	25
1.26	Modèle dynamique d'un GMP équipé d'un embrayage mono-disque	26
1.27	Modèle dynamique d'un GMP à double embrayage	27
1.28	Modèle dynamique d'un GMP à double embrayage avec synchroniseur	27
1.29	Modèle dynamique d'un GMP à double embrayage avec synchroniseur	28
1.30	Modèle de commande simplifié d'un GMP équipé d'un embrayage à mono-disque	29

1.31	Modèle de jeu d'entre-dents des engrenages	29
1.32	Représentation fonctionnelle du moteur	30
1.33	Cartographie d'un moteur thermique	30
1.34	Schéma de principe d'une boîte de vitesses automobile	32
1.35	Architecture d'un synchroniseur	33
1.36	Modèle d'un GMP équipé d'un embrayage mono-disque	34
1.37	Structure du régulateur de vitesse-torsion avec observateur de couple de l'arbre de sortie	35
1.38	Algorithme de commande pour les changements de vitesses supérieures	36
1.39	Comparaison des types de transmission : la consommation et le temps d'accélération 0 – 100 km/h	38
1.40	Comparaison des types de transmission : la consommation et la dis- tance parcourue 4 secondes après le décollage	38
1.41	Comparaison des types de transmission système	39
2.1	Liaison entre deux arbres ayant la même vitesse	42
2.2	Liaison entre un pignon et un arbre	42
2.3	Liaisons entre les rotors ayant des vitesses différentes	43
2.4	Principe du modèle d'un réducteur	44
2.5	Équivalent des rotors ayant la même vitesse	45
2.6	Réducteur à un niveau de réduction	46
2.7	Système de transmission parallèle	47
2.8	Modèle équivalent de la transmission parallèle	48
2.9	Schéma cinématique d'une boîte de vitesses à double embrayage	49
2.10	Schéma dynamique du GMP à double embrayage	50
2.11	Schéma dynamique du GMP à double embrayage équivalent : deux demi-arbres à un seul arbre	52
2.12	Modèle dynamique du GMP à double embrayage	52
2.13	Modèle dynamique simplifié du GMP à double embrayage	54
2.14	Cartographie d'un moteur thermique	55
2.15	Présentation des modèles de friction statiques	56
2.16	Variables d'entrée et de sortie du modèle du double embrayage	56
2.17	Représentation schématique de l'effet <i>Stribeck</i>	57
2.18	Disque de friction	58
2.19	Conditions de commutation de l'embrayage	60
2.20	Interface de friction entre deux surfaces	61
2.21	Modèle à soie de la friction	62
2.22	Représentation de la formule magique	65
2.23	Représentation de fonction $f(\lambda)$	66
2.24	Modèle dynamique d'un simple embrayage	66
2.25	Comportement de l'embrayage - 1er test	67
2.26	Comportement de l'embrayage - 2e test	68
2.27	Modèle du pneumatique de type poils de brosse	71
2.28	Forces longitudinales agissant sur un véhicule se déplaçant sur une pente : les roues motrices avant	72
2.29	Distribution de la charge pneumatique normale sur la surface de contact	74
2.30	Schéma générique d'un groupe motopropulseur à double embrayage .	75
2.31	Variables d'entrée pour la simulation en boucle ouverte	76

2.32	Vitesses angulaires du double embrayage	76
2.33	Dynamique du véhicule	77
2.34	Phase de décollage du véhicule	78
2.35	Phase de changement de vitesse de 2 ^{ème} à 3 ^{ème} rapport	79
3.1	Trajectoire désirée de la vitesse de glissement de l'embrayage	86
3.2	Ouverture du papillon en pourcentage	89
3.3	Vitesses angulaires des éléments du GMP lors du décollage	89
3.4	Erreur de suivi de la vitesse de glissement	89
3.5	Force normale calculée	90
3.6	Oscillations dans la chaîne cinématique du GMP	91
3.7	Jerk du véhicule lors du décollage	91
3.8	Décollage avec un couple demandé faible	91
3.9	Changement de vitesse supérieure : 1 ^{er} – 2 ^{ème}	92
3.10	Un exemple de choix de point de synchronisation	94
3.11	Exemple d'une trajectoire désirée pour la vitesse du moteur lors du décollage	95
3.12	Exemple de trajectoire désirée pour la vitesse du moteur lors du changement de vitesses	97
3.13	Vitesses des différents éléments au décollage	104
3.14	Comportements du moteur lors du décollage avec le couple du moteur demandé faible	105
3.15	Jerk du véhicule lors du décollage	105
3.16	Force normale lors du décollage	106
3.17	Couple du moteur lors du décollage	106
3.18	Erreurs de suivi	106
3.19	Position du papillon pour le scénario de changement de vitesses	109
3.20	Vitesses des éléments du GMP lors du changement de vitesses supérieure 1 ^{ère} – 2 ^{ème} rapport	110
3.21	Vitesses des éléments du GMP lors du changement de vitesses inférieure 2 ^{ème} – 1 ^{ère}	110
3.22	Erreurs de suivi de trajectoire désirée	111
3.23	Jerks du véhicule lors du changement de vitesse	111
3.24	Accélération du véhicule lors du changement de vitesse supérieure 1 ^{ère} – 2 ^{ème} rapport	112
3.25	Couple du double embrayage lors du changement de vitesse supérieure 1 ^{ère} – 2 ^{ème}	112
3.26	Force normale de calcul lors du changement de vitesse supérieure 1 ^{ère} – 2 ^{ème}	113
3.27	Couple du moteur lors du changement de vitesse supérieure 1 ^{ère} – 2 ^{ème}	113
3.28	Comportement du moteur lors du changement de vitesses	113
3.29	Vitesses angulaires du moteur, du plateau et du disque d'embrayage en phase de décollage	114
3.30	Jerk du véhicule en phase de décollage	115
3.31	Jerk du véhicule en phase de changement de vitesse supérieure	115
3.32	Vitesses angulaires du moteur, des plateaux et des disques d'embrayage en phase de changement de vitesse supérieure	116

4.1	Couple du moteur demandé et contrôlé en phase de décollage	131
4.2	Vitesses angulaires des éléments du GMP en phase de décollage	132
4.3	Force normale appliquée sur l’embrayage en phase de décollage	132
4.4	Jerk du véhicule en phase de décollage	133
4.5	Vitesses angulaires des éléments du GMP en phase de passage de rapport supérieur	137
4.6	Vitesses angulaires des éléments du GMP en phase de passage de rapport inférieur	137
4.7	Couple du double embrayage lors du changement de vitesses	138
4.8	Force normale lors du changement de vitesses	138
4.9	Couple du moteur lors du changement de vitesses	138
4.10	Jerk du véhicule lors du passage de rapport supérieur	139
4.11	Vitesses angulaires des éléments du GMP en phase de décollage avec des paramètres incertains	142
4.12	Erreurs suivis de trajectoire désirée	143
4.13	Couple du moteur demandé et le couple du moteur de commande en phase de décollage	143
4.14	Force normale en phase de décollage	144
4.15	Jerk du véhicule en phase de décollage	144
4.16	Vitesses angulaires des éléments du GMP en phase de passage de rapport supérieur	148
4.17	Vitesses angulaires des éléments du GMP en phase de passage de rapport inférieur	148
4.18	Erreur de poursuite des états désirés	149
4.19	Couple du double embrayage lors du changement de vitesses	149
4.20	Force normale lors du changement de vitesses	149
4.21	Couple du moteur lors du changement de vitesses	150
4.22	Jerk du véhicule lors du changement de vitesses	150
4.23	Accélération du véhicule lors du changement de vitesses	150
4.24	Vitesses angulaires des éléments du GMP en phase de passage de rapport supérieur 1 ^{er} – 2 ^{ème}	160
4.25	Erreur de poursuite de trajectoire	160
4.26	Jerk du véhicule lors du changement de vitesses	161
4.27	Couple du double embrayage lors du changement de vitesses	161
4.28	Force normale appliquée sur le double embrayage lors du changement de vitesses	162
4.29	Couple du moteur lors du changement de vitesses	162
4.30	Comportement du moteur en phase de changement de vitesses	163
4.31	Accélération du véhicule lors du changement de vitesses	163
4.32	Changement de vitesse supérieure avec le temps de réponse du moteur	164
4.33	Vitesses angulaires des éléments du GMP	165
4.34	Erreur de poursuite des trajectoires de référence	165
4.35	Forces normales appliquées sur le double embrayage	166
4.36	Couple du double embrayage lors du changement de vitesses	166
4.37	Couple du moteur	167
4.38	Jerk du véhicule	167
4.39	Décollage sur une pente de 10 %	167

4.40	Vitesses angulaires du moteur, des plateaux et des disques d'em- brayage : constante de temps du moteur de 0,3 seconde	168
4.41	Jerk du véhicule	168
A.1	Système de pilotage d'un double embrayage	183
A.2	Architecture du ressort à diaphragme	186
B.1	Vitesses angulaires des éléments du GMP	191
B.2	Erreurs de poursuite	191
B.3	Position du tambour de la valve à trois voies lors du décollage	192
B.4	Position du tambour de la valve à trois voies lors du changement de vitesse 1 ^{er} – 2 ^{ème}	192
B.5	Couple du moteur	192
B.6	Force normale appliquée sur le double embrayage	193
B.7	Jerk du véhicule	193

Liste des tableaux

1.1	Comparaison des boîtes de vitesses	37
2.1	Paramètres équivalents du modèle d'un réducteur	44
2.2	Paramètres du modèle dynamique d'un simple embrayage	67
2.3	Paramètres du modèle LuGre et du modèle Pacejka	67
3.1	Paramètres du GMP simplifié	103
C.1	Paramètres du modèle du groupe motopropulseur	195
C.2	Paramètres du modèle de véhicule	196
C.3	Paramètres du modèle de l'embrayage	196
C.4	Paramètres du modèle du système de commande du double embrayage	196

Introduction générale

Le groupe motopropulseur (GMP) d'un véhicule automobile est l'ensemble des éléments participant à sa motricité, qui permet de transmettre et distribuer la puissance du moteur aux roues motrices afin de s'adapter aux conditions de roulage (vitesse du véhicule, résistance à l'avancement). Le GMP est composé des éléments principaux suivants : le moteur, l'embrayage, la boîte de vitesses, l'arbre de transmission, le pont et le différentiel, les demi-arbres, et enfin les roues motrices. Les types d'embrayage et de boîte de vitesses sont très diversifiés.

Dans la littérature, il existe deux familles principales de transmission pour les véhicules automobiles : manuelle (boîte de vitesses manuelle, BVM) ou automatique (boîte de vitesses automatique à convertisseur, BVA). Les avantages de la BVM sont une bonne dynamique de conduite, une transmission de puissance efficace et la possibilité d'avoir une faible consommation d'essence suivant le type de conducteur. Toutefois, son utilisation nécessite un apprentissage parfois délicat. Un autre inconvénient est la maîtrise difficile de l'agrément de conduite. Dans la BVM, la gestion de l'embrayage est un élément clé qui détermine l'agrément de conduite. Pour améliorer ce confort et la facilité d'utilisation, la BVA est introduite en remplaçant l'embrayage par un convertisseur de couple et les engrenages dans la boîte de vitesses par des différentiels. L'effet direct est une augmentation de la consommation d'essence et un temps de réponse à l'accélération plus lent qu'une BVM.

Ces dernières années, les industriels de l'automobile se sont intéressés à cette problématique et ont proposé des solutions alternatives entre BVM et BVA pour atteindre de meilleures performances des véhicules tout en améliorant l'agrément de conduite. Parmi ces solutions, différentes architectures ont été retenues comme : la transmission à variation continue (CVT), la boîte de vitesses robotisée (BVR) et la transmission à double embrayage (DCT). La CVT qui permet un changement de rapport de transmission continu donc sans aucune rupture de régime, cependant la puissance de transmission maximale est limitée et le prix revient est assez élevé. Par conséquent, la CVT est utilisée dans les véhicules de petite puissance. La BVR est une amélioration de la BVM en automatisant la gestion de l'embrayage et de la boîte de vitesses. La BVR possède les mêmes inconvénients que la BVM dont la rupture de la traction lors du changement de vitesses. De plus, le confort de conduite n'est pas amélioré. La DCT est proposée afin de pallier à cet inconvénient de la BVR et de diminuer le temps de changement de vitesses.

Le double embrayage est introduit dans les véhicules afin d'améliorer l'agrément de conduite et la consommation. La DCT combine les avantages d'une BVA (changement de vitesses confortable et rapide) avec les performances et la consommation d'une BVM. En effet, la DCT est une BVR améliorée qui supprime l'interruption de traction lors du changement de vitesses, la majeure partie des jerks importants ainsi

que les trous d'accélération lors des changements de vitesses. La DCT se compose de deux sous-boîtes de vitesses indépendantes ; deux arbres d'entrée de boîte de vitesses sont disposés coaxialement l'un par rapport à l'autre. Chaque arbre d'entrée est activé par un embrayage distinct : l'un des embrayages pour les rapports impairs et l'autre pour les rapports pairs. Lors des changements de vitesses, la gestion électronique ouvre l'embrayage pour le rapport en cours et ferme celui du rapport suivant. Les deux embrayages sont simultanément ouvert et fermé, ce qui assure un changement de vitesse sans interruption de traction. Les DCTs sont généralement utilisés soit dans un mode entièrement automatique, soit dans mode semi-automatique qui permet au conducteur de sélectionner le rapport et décider le moment de changement de rapport à l'aide de commandes au volant. La DCT procure la facilité d'utilisation d'une boîte automatique, mais son architecture innovatrice offre une accélération plus dynamique qui permet d'éliminer les sauts produits lors des changements de vitesse. Contrairement à une BVA, son rendement n'est pas pénalisé par un convertisseur de couple énergivore. Dans la DCT, la gestion du double embrayage est l'élément qui détermine l'agrément de conduite. La gestion de la DCT est l'objectif principal de cette thèse. En particulier, le développement des lois de commande du double embrayage en phase de décollage et en phase de changement de vitesses est proposé. L'objectif est d'assurer ce pilotage dans un temps très court en garantissant un bon agrément de conduite.

Le premier chapitre de ce mémoire propose alors un état de l'art sur le GMP, la modélisation du GMP, la commande de la BVR et de la DCT, et la quantification de l'agrément de conduite. Les fonctions des éléments composants le GMP, ainsi que les avantages et les inconvénients des types de transmission sont illustrés afin de justifier la solution choisie dans la thèse. Enfin, divers modèles et commandes existant dans la littérature sont discutés.

Le deuxième chapitre concerne le modèle choisi pour le GMP. La modélisation du GMP est basée sur le découpage fonctionnel suivant : le moteur, l'embrayage, la transmission, la liaison pneumatique/sol et la dynamique du véhicule. Afin de valider les lois de commande qui seront synthétisées par la suite, un modèle dynamique complet global basé sur l'architecture d'un GMP à double embrayage est développé. Un modèle simplifié du GMP est aussi introduit sur la base d'hypothèses physiques en vue de la synthèse de lois de commande permettant de minimiser le jerk et le temps de changement de vitesses. Enfin, des simulations en boucle ouverte lors du décollage et du changement de vitesses sont effectuées pour valider le comportement des modèles du GMP développés.

La plupart des lois de commande développées dans la littérature sont basées sur des modèles linéaires obtenus en négligeant des éléments non linéaires comme : le régime de *Stribeck* dans le modèle l'embrayage, les forces de résistance à l'avancement du véhicule, *etc.* Les modèles développés dans le second chapitre sont non linéaires et incluent les principales incertitudes de modélisation et perturbations rencontrées en pratique. La synthèse des lois de commande nécessite de pouvoir prendre en compte tous ces différents éléments. Le troisième chapitre propose une première synthèse des lois de commande non linéaire de la DCT en utilisant la théorie de la commande par mode glissant. Les lois développées sont ensuite validées sur les modèles simplifié et complet du GMP du chapitre 2.

Le quatrième chapitre s'oriente vers une autre famille d'outils non linéaires ba-

sée sur l'utilisation de modèles de type Takagi-Sugeno (TS) pour la synthèse de lois de commande de type PDC (Parallel Distributed Compensation). L'intérêt de cette approche est l'aspect systématique du traitement de modèles non linéaires affines en la commande. Après un rapide rappel sur ce type de modèles, les lois de commande sont synthétisées et appliquées à la commande du double embrayage en phase de décollage et de changement de vitesse. En premier lieu, les régulations comportant des perturbations et des incertitudes sont traitées en se basant sur le modèle TS. En second lieu, des lois de commande robustes sont développées en utilisant un modèle TS à commutations. Les deux approches sont comparées en simulation comme dans le chapitre précédent. Enfin, comme dans le chapitre précédent, les différents développements sont validés sur les différents modèles du GMP.

Les annexes proposées dans cette thèse concernent : le modèle de l'actionneur du double embrayage dans l'annexe A, les lois de commande du double embrayage prenant en compte l'actionneur sont présentées dans l'annexe B, et enfin les paramètres numériques des modèles utilisés en simulation sont donnés dans l'annexe C.

Chapitre 1

État de l'art sur le groupe moto-propulseur

1.1 Introduction

Le groupe moto-propulseur (GMP) d'un véhicule automobile est l'ensemble des éléments participant à sa motricité. Il permet de transférer et distribuer la puissance du moteur aux roues motrices. Dans le cadre de cette thèse, nous considérons le GMP d'un véhicule équipé d'un moteur thermique conventionnel. Plusieurs architectures du GMP sont possibles, elles dépendent de la disposition du moteur et des roues motrices dans le véhicule : moteur à l'avant et les roues motrices avant, moteur à l'avant et les roues motrices arrière, moteur à l'arrière et les roues motrices arrière, quatre roues motrices, et enfin toutes les roues motrices (voir la figure 1.1).

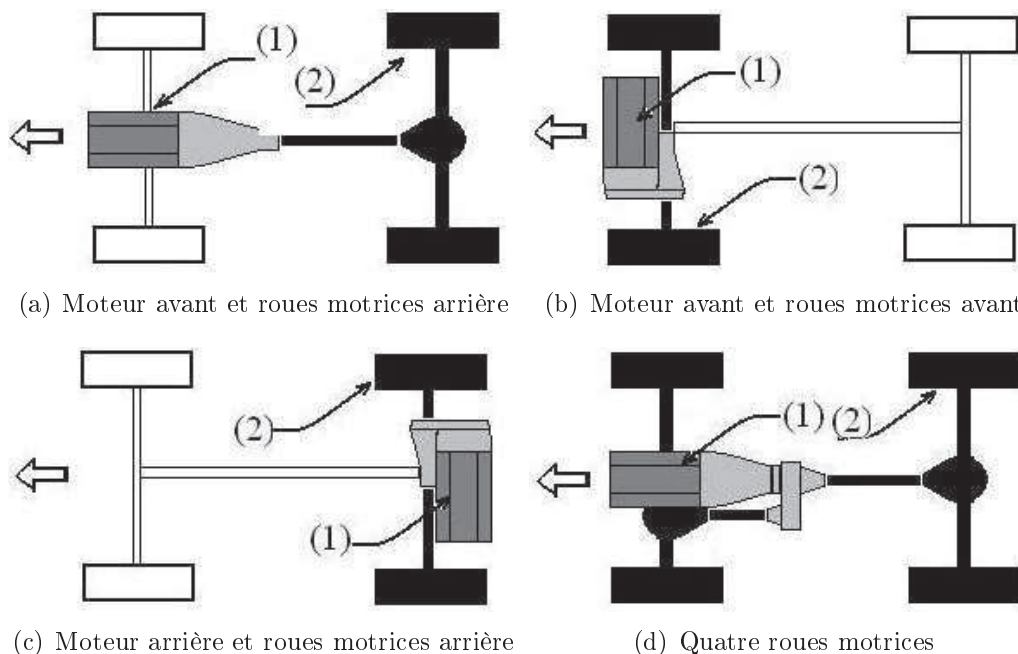


FIGURE 1.1 – Schéma de disposition du moteur et des roues motrices : (1) moteur, (2) roue motrice

De façon générale, le GMP est composé des éléments principaux suivants : le moteur

thermique, l'embrayage, la boîte de vitesses, les cardans, la réduction finale et le différentiel, les demi-arbres de roue, et les roues motrices (voir la figure 1.2).

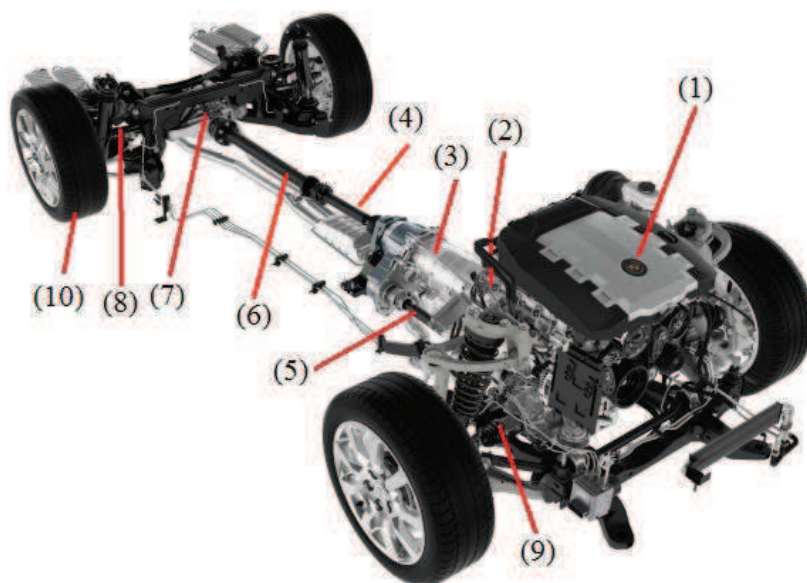


FIGURE 1.2 – Architecture du GMP d'un véhicule à quatre roues motrices (2008 Cadillac CTS) : (1) moteur, (2) embrayage, (3) boîte de vitesses, (4) arbre de transmission arrière, (5) arbre de transmission avant, (6) cardan, (7) réduction finale et différentiel, (8) demi-arbre de roue arrière, (9) demi-arbre de roue arrière avant, (10) roue motrice

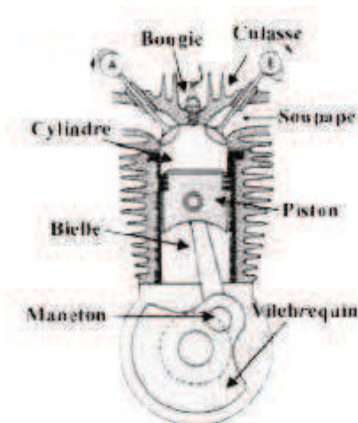
En fonction de la méthode de changement de vitesses et du ratio du couple transféré, les transmissions peuvent être classifiées suivant différents types : la transmission manuelle (Boîte de Vitesses Manuelle, BVM), la transmission automatique (Boîte de Vitesses Automatique, BVA), la transmission à variation continue (CVT), la transmission manuelle robotisée (Boîte de Vitesses Robotisée, BVR), et la transmission à double embrayage (DCT). Dans ce chapitre, l'architecture et le fonctionnement des différents éléments du GMP sont illustrés, plus particulièrement les avantages et les inconvénients des types de transmission sont discutés afin de mieux cerner la problématique de la modélisation d'un GMP et par la suite de la commande de l'embrayage.

1.2 Moteur thermique et volant du moteur

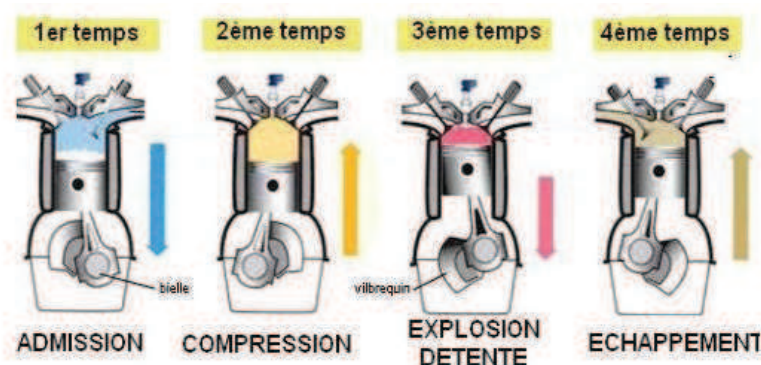
1.2.1 Moteur thermique

Le moteur à combustion interne est une machine thermique où l'énergie thermique dégagée par la combustion est transformée en énergie mécanique directement à l'intérieur d'un cylindre dans lequel se déplace un piston en mouvement alternatif entre le point mort bas et le point mort haut. L'ensemble piston-bielle-manivelle permet d'obtenir la rotation et le moment du vilebrequin à partir du mouvement alternatif du piston dans le cylindre.

Les variantes essentielles dans les moteurs thermiques concernent le cycle de fonctionnement (deux temps ou quatre temps), les modes d'alimentation (carburateur, injection directe/indirecte dans le cylindre), et le type d'alimentation (diesel, essence, gaz, ...). Le moteur principalement utilisé dans les véhicules terrestres est le moteur thermique à quatre temps qui effectue quatre temps (quatre cycles de mouvement de piston ou deux tours du vilebrequin) pour générer le travail. La figure 1.3 montre les quatre temps d'un cycle de fonctionnement de ce type de moteur.



(a) Éléments du moteur thermique 4 temps



(b) Fonctionnement d'un moteur thermique à quatre temps

FIGURE 1.3 – Moteur thermique 4 temps

Par ordre, ces quatre temps sont : l'admission, la compression, l'explosion-détente, et l'échappement.

- *Admission* : elle correspond au remplissage du cylindre. Il y a ouverture de la soupape d'admission et la rotation du volant du moteur entraîne avec la bielle l'abaissement du piston. La dépression produite aspire dans le cylindre le mélange air-carburant (dosé par le carburateur ou l'injecteur) jusqu'à ce que le piston atteigne le point mort bas. La soupape d'admission est alors fermée. L'étanchéité piston-cylindre est assurée par des segments.
- *Compression* : pendant cette phase, la rotation du volant du moteur fait remonter le piston dans le cylindre jusqu'au point mort haut. Cette compression chauffe le mélange air-carburant.
- *Explosion-détente* : la bougie d'allumage crée alors une étincelle. Comme la pression dans la chambre de combustion est élevée. Après l'explosion, le gaz se

détend, le piston est repoussé vers le point mort bas. C'est le seul temps qui génère le travail.

- *Échappement* : la soupape d'échappement est ouverte. La rotation du volant du moteur entraîne la remontée du piston, ce qui chasse les gaz brûlés vers l'extérieur.

Pour améliorer le fonctionnement du moteur, l'allumage, l'ouverture et la fermeture des soupapes sont en réalité décalés par rapport à cette description de principe.

Des quatre temps du cycle du moteur, le temps *explosion-détente* est le seul qui génère le travail, donc le couple au vilebrequin est variable. La figure 1.4 représente le couple généré pendant les quatre temps par les pistons d'un moteur quatre cylindres ayant un ordre d'allumage 1 – 3 – 4 – 2. La dernière courbe représente le couple total instantané T_e .

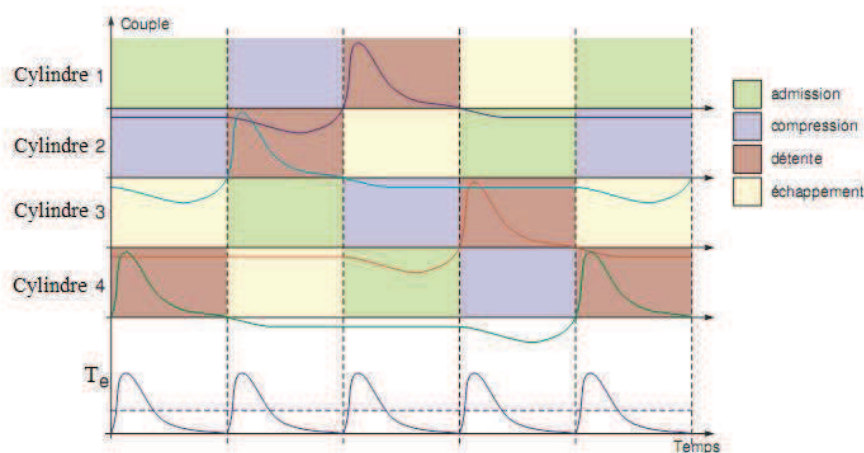


FIGURE 1.4 – Représentation de la variation de couple générée d'un moteur quatre cylindres ayant un ordre d'allumage 1 – 3 – 4 – 2 [Dolcini, 2006]

Comme on peut le voir sur la figure précédente, le couple résultant de l'action des quatre pistons présente des pics importants qui induisent des oscillations sur le régime moteur dites acyclismes moteur. Afin de limiter les oscillations de régime du vilebrequin, un volant d'inertie (volant moteur) est relié au vilebrequin. Le volant moteur accumule l'énergie du temps explosion-détente et la délivre aux autres temps. Le principe de fonctionnement du volant du moteur est détaillé dans la section suivante.

1.2.2 Volant du moteur

Il existe deux types de volant d'inertie accouplé aux moteurs thermiques en fonction de la disposition de l'amortisseur de torsion, soit dans le disque d'embrayage (voir la figure 1.5), soit dans le volant du moteur (appelé le volant du moteur double masse, voir la figure 1.6). Le volant du moteur double masse est un volant moteur composé de deux volants d'inerties connectés par un élément de type ressort-amortisseur de torsion. L'amortisseur de torsion est nécessaire dans la chaîne de transmission afin de filtrer les acyclismes du moteur avant la chaîne cinématique. La

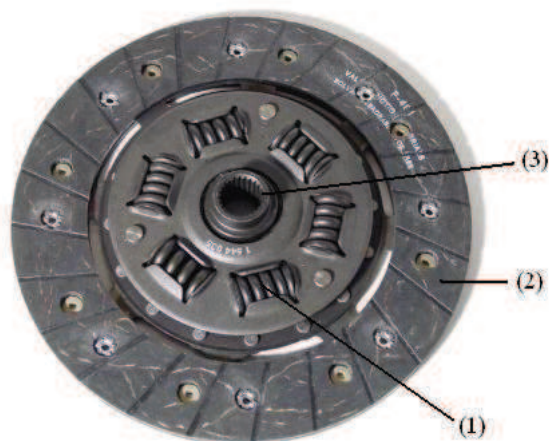


FIGURE 1.5 – Disque d’embrayage avec un amortisseur de torsion : (1) amortisseur à torsion, (2) surface de friction, (3) moyeu du disque d’embrayage

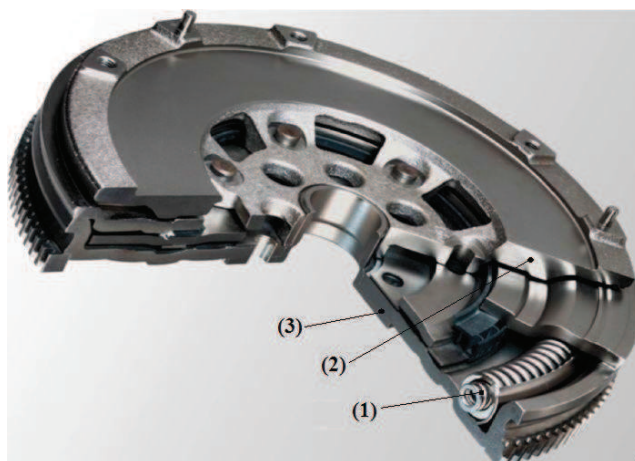


FIGURE 1.6 – Volant du moteur à double masse : (1) amortisseur à torsion, (2) demi-masse à côté de l’embrayage, (3) demi-masse à côté du moteur

figure 1.7 montre les schémas dynamiques de l’embrayage avec des volants à une ou deux masses.

1.3 Embrayage

L’embrayage est un dispositif d’accouplement temporaire entre un arbre dit moteur et un arbre d’entrée de boîte de vitesses. Du fait de sa transmission par un couple de friction, il permet une mise en charge progressive de l’accouplement, ce qui évite les à-coups qui pourraient provoquer la rupture de certains éléments de transmission ou l’arrêt du moteur. Donc, l’embrayage trouve sa place sur la chaîne de transmission entre le moteur et la boîte de vitesses. En phase de décollage, de passage de rapport et de roulement à faible vitesse, l’embrayage est actionné pour réguler le transfert de couple du moteur thermique à la boîte de vitesses. La figure 1.8 montre

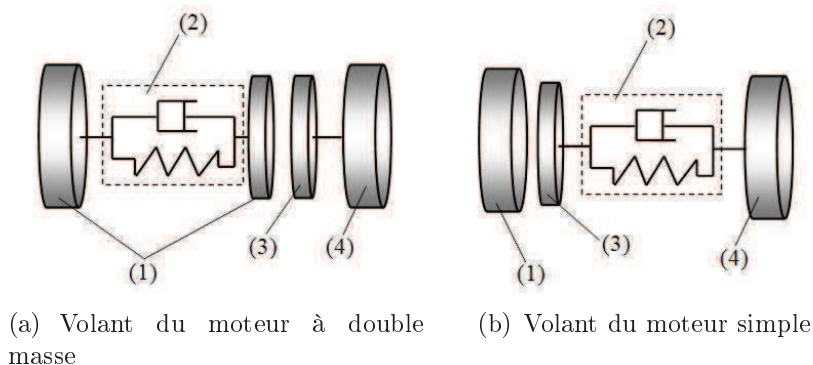


FIGURE 1.7 – Schéma dynamique de l'embrayage avec le volant du moteur : (1) volant du moteur, (2) amortisseur à torsion, (3) disque d'embrayage (disque de friction), (4) boîte de vitesses

l'architecture d'un embrayage mono-disque à diaphragme. Son fonctionnement est schématisé à la figure 1.9.

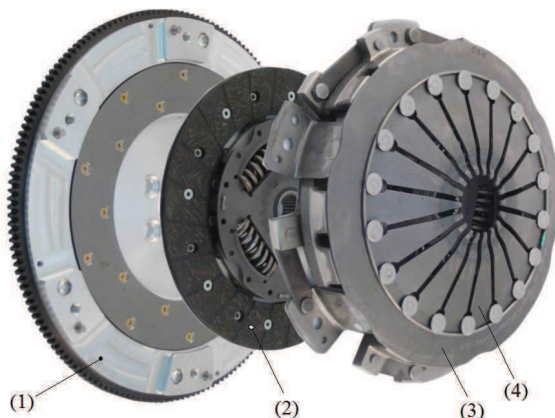


FIGURE 1.8 – Architecture d'un embrayage mono-disque à diaphragme : (1) volant du moteur, (2) disque d'embrayage, (3) plateau d'embrayage, (4) ressort à diaphragme

L'embrayage a deux fonctions principales :

- le *désaccouplement temporaire entre le moteur et la transmission* : le moteur thermique ne peut pas fonctionner au-dessous d'un régime minimum, dit de ralenti, pour lequel le couple généré par le moteur est égal aux pertes par frottements. Donc, l'embrayage est nécessaire pour désaccoupler temporairement le moteur et la transmission en phase de démarrage du moteur, en phase de décollage et en phase de changement de vitesses. Le glissement de l'embrayage est aussi nécessaire pour assurer un roulement à basse vitesse ;
- la *facilitation des changements de vitesses* : dans cette phase, le conducteur doit effectuer des actions comme désengrener le rapport actuel et engrener le rapport suivant. L'embrayage doit alors être ouvert pour éviter des ruptures de dents de pignon, faciliter l'engrenage et synchroniser les régimes moteur et boîte de vitesses.

On classe l'embrayage selon la lubrification des surfaces de contact : embrayage

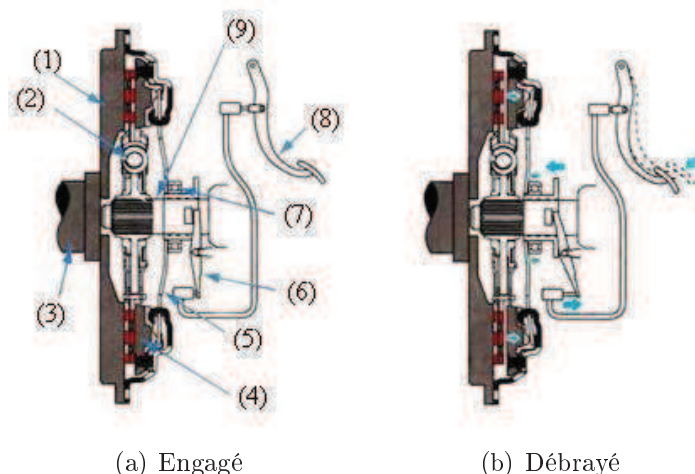


FIGURE 1.9 – Fonctionnement d'un embrayage mono-disque à diaphragme : (1) volant du moteur, (2) disque d'embrayage, (3) vilebrequin, (4) plaque de pression, (5) ressort à diaphragme, (6) fourchette de débrayage, (7) butée, (8) pédale d'embrayage, (9) arbre d'entrée

à sec ou embrayage à huile ; selon le nombre de disques : simple embrayage, double embrayage à sec à commande unique ou à commandes séparées, embrayage à multi-disque humide ou à sec, *etc.* L'embrayage a un rôle capital dans la transmission, particulièrement en phase de décollage et de passage de rapport. La gestion de l'engagement de l'embrayage impacte en particulier sur le confort de conduite. Dans ce mémoire, nous nous intéressons à la commande du double embrayage à sec à commandes séparées dans le but d'améliorer le confort de conduite - particulièrement en phase de décollage et de passage de rapport - et de diminuer le temps de changement de vitesses.

1.4 Boîte de vitesses

La boîte de vitesses est un dispositif mécanique permettant de transmettre un mouvement de l'embrayage à l'arbre d'entraînement. Les moteurs thermiques doivent fonctionner à une vitesse de rotation relativement élevée et dans un intervalle limité (le rapport entre le régime maximal et le régime minimal d'un moteur essence est limité à une valeur d'environ 10 et celui d'un moteur diesel est limité à 6) alors que la vitesse des roues est beaucoup moins rapide et beaucoup plus variable (le rapport entre la vitesse maximale à la vitesse minimale d'un véhicule a une valeur d'environ 30). La boîte de vitesses réduit la vitesse supérieure du moteur à une vitesse plus lente à la roue en augmentant le couple fourni à la roue. La boîte de vitesses est nécessaire pour adapter la puissance au besoin et au régime du moteur. De plus, la boîte de vitesses permet d'assurer la marche arrière.

La plupart des boîtes de vitesses sont à rapports discrets multiplicatifs pour bien adapter la puissance au besoin. Néanmoins, le nombre de rapports est limité pour pouvoir atteindre la vitesse maximale du véhicule sans perdre trop de temps lors de chaque changement de vitesse. Selon la méthode de passage de rapport, la boîte de vitesses peut être classée selon deux grandes familles : les boîtes de vitesses manuelles

(un passage de rapport est effectué manuellement par des synchronisations), ou les boîtes de vitesses dites automatiques, qui permettent de passer automatiquement les rapports lorsque le véhicule se déplace. Dans la famille des boîtes de vitesses automatiques, on peut classer quatre types :

- *La boîte automatique à convertisseur* (appelé la boîte de vitesses automatique) : repose sur des couples d'engrenages classiques ou épicycloïdaux. La sélection des rapports s'opère par un ensemble d'embrayages multi-disques et de freins hydrauliques actionnés. La transmission est accouplée au moteur par un convertisseur de couple hydraulique dont le glissement fait fonction d'embrayage ;
- *La boîte robotisée* : est une transmission manuelle classique sur laquelle est greffé un « robot » qui actionne l'embrayage et le sélecteur de rapport au moyen de vérin hydraulique ou de moteur électrique. L'ensemble est piloté par un calculateur électronique ;
- *La boîte à double embrayage* : est une boîte robotisée composée de deux demi-boîtes, l'une pour les rapports pairs, l'autre pour les rapports impairs. Chacune d'elles possède son propre embrayage. Lors des changements de rapports, un embrayage se ferme pendant que l'autre s'ouvre, ce qui supprime toute rupture de couple ;
- *La transmission à variation continue* : utilise deux poulies coniques reliées par une courroie ou par une chaîne pour faire varier la démultiplication en continu. La fonction de l'embrayage peut être remplie par un convertisseur de couple ou par un embrayage mécanique piloté.

Avec une boîte de vitesses automatique, le conducteur s'occupe seulement de deux pédales : l'accélérateur et le frein, alors qu'avec une boîte de vitesses manuelle, le conducteur gère en plus la pédale d'embrayage et le sélecteur de rapport.

Dans les sections suivantes, les avantages et les inconvénients des transmissions sont montrés afin de mieux cerner la motivation de la thèse.

1.4.1 Boîte de vitesses manuelle

La boîte de vitesses manuelle (également appelée transmission manuelle) est un type de transmission utilisé dans des véhicules automobiles. Les boîtes de vitesses manuelles sont des boîtes de vitesses à rapports discrets multiplicatifs. Les boîtes de vitesses manuelles comportent souvent un simple embrayage et un levier de vitesse pour sélectionner le rapport. Un changement de vitesses est effectué par le synchroniseur. La figure 1.10 montre l'architecture d'une boîte de vitesses manuelle pour une transmission à moteur avant et roue motrice avant.

A chaque passage de rapport, le conducteur doit réaliser les actions suivantes : débrayage, actionnement du levier et embrayage. Donc, avec une boîte de vitesses manuelle, les rapports se passent moins rapidement et moins confortablement qu'avec une boîte de vitesses automatique. Dans ce cas, l'agrément de conduite dépend exclusivement de la gestion de l'embrayage par le conducteur, et donc de son expérience de conduite. Un conducteur inexpérimenté fera souvent caler le moteur en phase de décollage et passera les rapports sans confort. Le temps de passage de rapport peut varier de 1.5 secondes à 2 secondes selon l'expérience du conducteur.

Le couple du moteur est transmis à la boîte de vitesses par un embrayage rigide,

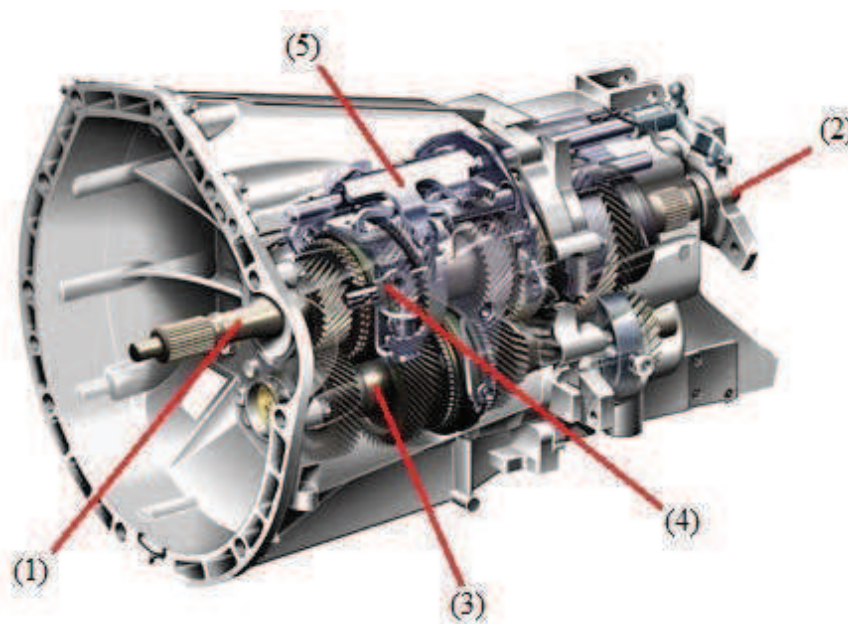


FIGURE 1.10 – Architecture d'une boîte de vitesses manuelle [Mercedes] : (1) arbre entrée, (2) arbre sortie, (3) arbre intermédiaire, (4) synchroniseur, (5) commande de vitesse

alors qu'avec une boîte de vitesses automatique on dispose d'un convertisseur de couple qui glisse naturellement. En plus, les boîtes de vitesses manuelles n'ont pas la consommation de puissance parasite de la pompe hydraulique comme dans une boîte de vitesses automatique. La boîte de vitesses manuelle permet au conducteur de sélectionner un rapport de marche avant à tout moment. Pour ces raisons, les transmissions manuelles offrent généralement une meilleure économie de carburant que les transmissions automatiques sauf évidemment si le conducteur adopte une conduite inadaptée. La consommation de carburant d'un véhicule à transmission manuelle peut être réduite de 5 % à 15 % par rapport à celle d'un véhicule à transmission automatique équivalent selon le style de conduite [Kluger et Long, 1999].

1.4.2 Boîte de vitesses automatique à convertisseur

Une boîte de vitesses automatique à convertisseur associe un convertisseur de couple hydraulique et une boîte mécanique à engrenages épicycloïdaux qui procure plusieurs rapports distincts engageables sous charge. La sélection des rapports s'opère par un ensemble d'embrayages à disques multiples et de freins, le plus souvent via un bloc hydraulique commandé. La figure 1.11 montre l'architecture d'une boîte de vitesses automatique.

Le convertisseur de couple est une variante de l'accouplement hydraulique employée pour transmettre une puissance à partir de l'arbre du moteur à l'arbre d'entrée de la boîte de vitesses. Tout comme un accouplement hydraulique, le convertisseur de couple remplace généralement un embrayage mécanique en permettant à la charge d'être isolée de la source de puissance. Mais, à la différence d'un accouplement hydraulique, le convertisseur de couple peut aussi réaliser une démultiplication, c'est-à-dire augmenter le couple quand les vitesses de rotation d'entrée et de sortie du

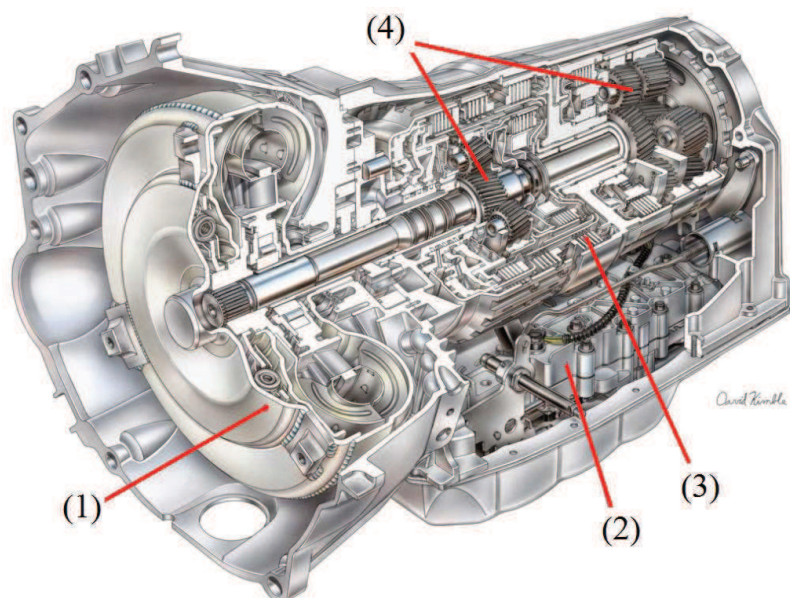


FIGURE 1.11 – Boîte de vitesses automatique *GM Hydramatic 6L80/90* : (1) convertisseur de couple, (2) unité de contrôle, (3) embrayage multi-disque, (4) différentiel

convertisseur sont différentes, en devenant alors l'équivalent d'un réducteur mécanique. Le convertisseur de couple peut généralement être verrouillé à partir d'une vitesse donnée pour éviter de pénaliser le rendement. Il n'est donc ouvert qu'à basse vitesse et lors des changements de rapports. La figure 1.12 montre le schéma d'un convertisseur de couple utilisé dans des véhicules automobiles.

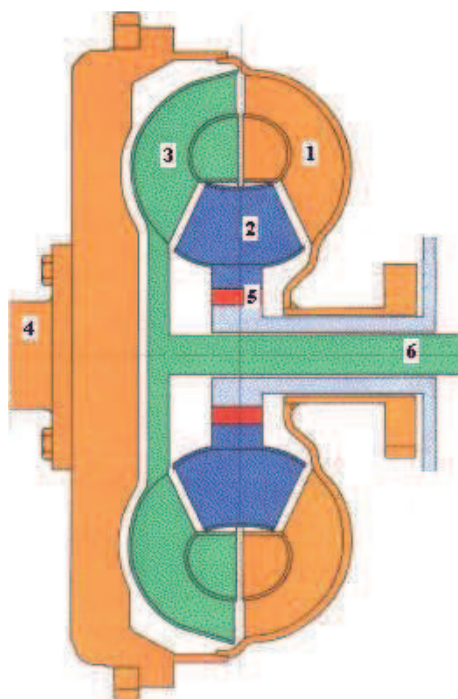


FIGURE 1.12 – Convertisseur de couple hydraulique : (1) pompe, (2) stator, (3) turbine, (4) vilebrequin, (5) roue libre, (6) arbre d'entrée de boîte

Le couple à l'entrée du convertisseur peut être modélisé comme suit [Guzzella et Sciarretta, 2005] :

$$T_{in}(t) = \xi(\phi)\rho_h d_p^5 \omega_e^2(t) \quad (1.1)$$

où les paramètres ρ_p et d_p sont respectivement la masse volumique du fluide de convertisseur et le diamètre de la pompe, $\omega_e(t)$ est le régime du moteur et également le régime de la pompe, $\xi(\phi)$ est le facteur de capacité, la fonction $\xi(\phi)$ doit être déterminée expérimentalement, ϕ est le rapport de vitesses

$$\phi(t) = \frac{\omega_e(t)}{\omega_T(t)} \quad (1.2)$$

ω_T étant le régime de la turbine. Le couple de sortie du convertisseur T_{out} , qui dans ce cas peut être plus grand que le couple d'entrée, est déterminé par la turbine [Guzzella et Sciarretta, 2005] :

$$T_{out} = \kappa(\phi)T_{in} \quad (1.3)$$

où κ est le rapport de couple. La fonction $\kappa(\phi)$ doit également être déterminée expérimentalement. Des relevés expérimentaux des graphes de $\kappa(\phi)$ et $\xi(\phi)$ sont représentés sur les figures 1.13 et 1.14.

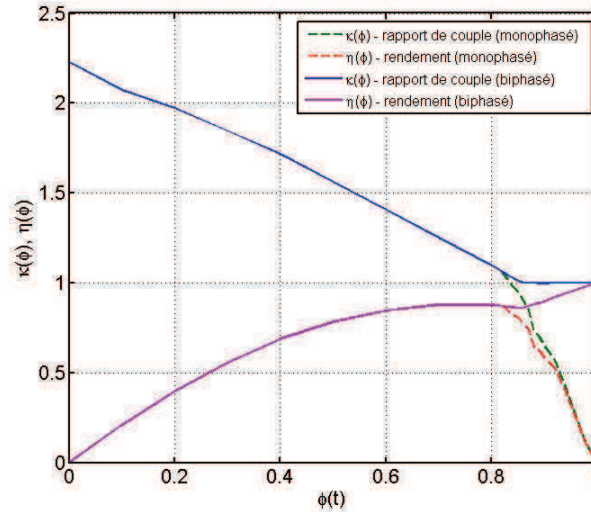


FIGURE 1.13 – Rapport de couple et rendement d'un convertisseur de couple monophasé/biphasé [MathWorks, 1998]

Le rendement du convertisseur de couple en mode de traction est facilement exprimé par :

$$\eta(t) = \frac{\omega_T T_{out}}{\omega_e T_{in}} = \phi(t)\kappa(\phi) \quad (1.4)$$

La courbe de rendement théorique a la forme d'une demi-circonférence, cf. figure 1.13. Théoriquement, le rendement maximal est obtenu lorsque le rapport de vitesse est approximativement égal à 0,5. Dans le cas où le glissement est trop important, la pompe (et également le moteur) tourne à un régime élevé correspondant à la région la moins économique en terme de consommation d'un moteur. Si le rapport de glissement est approximativement égal 1, le rendement est nul. Donc, il faut

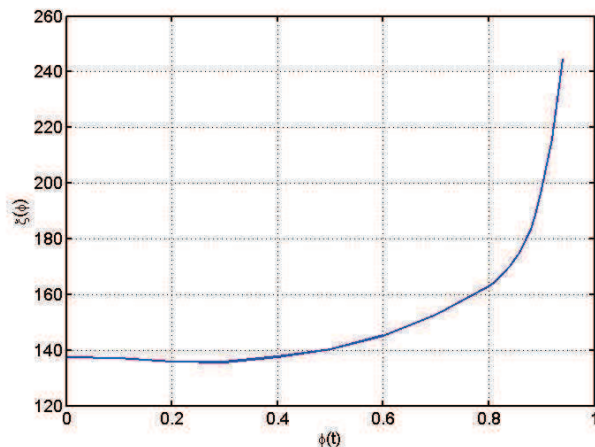


FIGURE 1.14 – Facteur de capacité d'un convertisseur de couple [MathWorks, 1998]

intégrer dans le convertisseur de couple une fonction d'accouplement (convertisseur de couple biphasé). Le convertisseur de couple peut généralement être verrouillé à partir d'une vitesse de glissement donnée (approximativement 0,85, cf. figure 1.13).

Les transmissions automatiques à convertisseur sont presque toujours moins efficaces énergiquement que les transmissions manuelles en raison de glissements, de pertes visqueuses et de pompage, à la fois dans le convertisseur de couple et dans les vérins hydrauliques. Néanmoins, les boîtes de vitesses automatiques ont beaucoup d'avantages (au niveau du confort de conduite) par rapport à des boîtes de vitesses manuelles comme : le changement de vitesses plus rapide, plus confortable, sans interruption de couple, en s'adaptant au régime du moteur.

1.4.3 Transmission à variation continue

La transmission à variation continue (en anglais Continuously Variable Transmission - CVT) présente généralement un fonctionnement similaire à la transmission des scooters. Elle est capable de faire varier sa démultiplication en continu, comme si elle disposait d'une infinité de rapports. Cette technologie favorise généralement une conduite sans secousse.

La transmission à variation continue utilise le plus souvent un élément nommé variateur. Celui-ci se compose de deux poulies à flasques coniques reliées par une courroie trapézoïdale (CVT chez Honda, Fiat, Nissan...) ou par une chaîne (Audi Multitronic). Chacune des poulies est constituée de deux flasques, l'une fixe, l'autre mobile axialement. Les variations d'écartement entre ces deux flasques permettent de modifier le diamètre sur lequel la courroie prend appui pour faire varier la démultiplication en continu. La connection avec le moteur peut être réalisée par un convertisseur de couple ou par un embrayage mécanique piloté. La figure 1.15 montre l'architecture d'une CVT.

La quantité de couple qui peut être transmise entre deux poulies dépend de la surface de contact des deux pièces : la surface de poulie et de courroie ou de chaîne. Étant donné que les zones de contact entre les broches et les rainures de la chaîne (ou entre la poulie et la courroie) sont très petites, la quantité de couple qui peut être transmise entre eux - et donc la capacité de couple d'une CVT - est limitée. Un

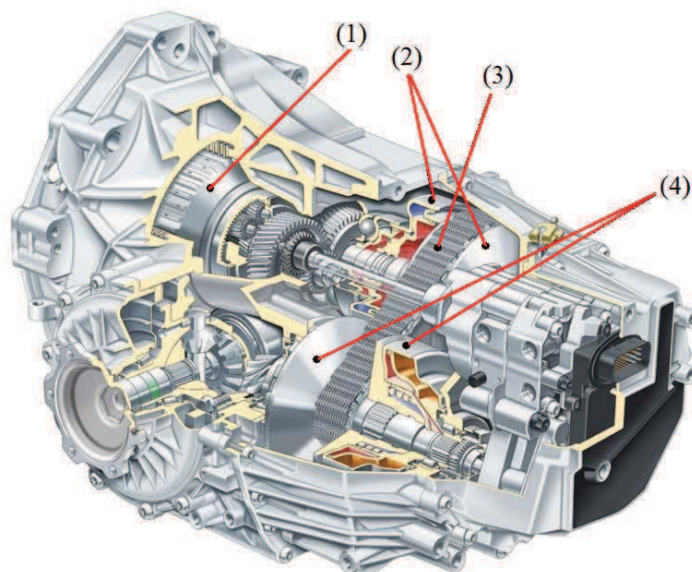


FIGURE 1.15 – Architecture d’une transmission à variation continue appliquée dans les *Audi A4*, *A6* et *VW Passat* : (1) embrayage multi-disque à humide, (2) poulie motrice, (3) chaîne, (4) poulie réceptrice

autre problème possible avec une CVT est que les broches de la poulie de variateur peuvent tomber quand elles ne sont pas en prise avec la chaîne. De même, l’usure des broches et des poulies peut causer un affaiblissement des performances ainsi que des problèmes de fiabilité. Le rendement mécanique est légèrement inférieur à celui d’une boîte de vitesses manuelle.

1.4.4 Boîte de vitesses robotisée

La Boîte de Vitesses Robotisée (BVR) est une boîte de vitesses mécanique classique à engrenages parallèles sur laquelle est greffé un système électrotechnique automatisé qui pilote les sélecteurs et l’embrayage souvent associé à un système hydraulique. La figure 1.16 montre l’architecture d’une boîte de vitesses robotisée.

Les BVRs sont généralement utilisées en mode automatique, mais elles offrent au conducteur la possibilité de changer de vitesses en mode manuel assisté. Dans tous les cas, chaque passage de rapport doit passer par les trois phases : débrayage, sélection d’un rapport et embrayage.

Les BVRs peuvent changer de rapport plus rapidement et confortablement que les boîtes de vitesses manuelles. Par rapport aux BVAs, les BVRs améliorent la consommation d’essence en maintenant des performances de conduite similaires aux boîtes de vitesses manuelles. Avec une BVR, le conducteur a le même ressenti (montées en régime, ...) qu’avec une boîte manuelle, ce qui n’est pas le cas avec une boîte automatique à convertisseur ou une boîte de vitesses à variation continue. Comme la boîte de vitesses manuelle, la boîte de vitesses robotisée ne permet pas d’améliorer l’interruption de couple de traction lors des changements de vitesses et qui provoque une légère secousse. Pour améliorer cet inconvénient, une architecture avec un volant d’inertie assisté est proposée comme sur la figure 1.17 [Galvagno *et al.*, 2009]. Cette architecture modifiée est basée sur une BVR classique avec un train épicycloïdal

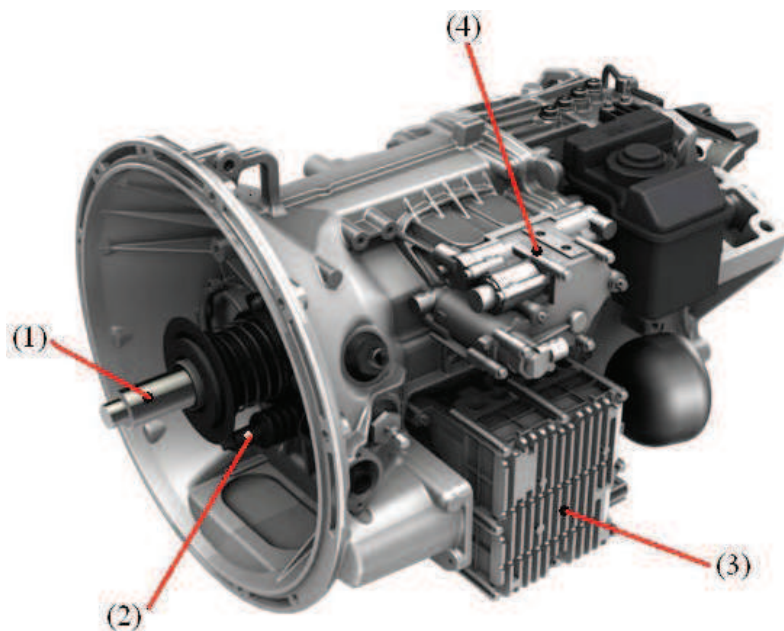


FIGURE 1.16 – Boîte de vitesses robotisée AMT^3 de Freightliner : (1) arbre d'embrayage, (2) actionneur robotisé d'embrayage, (3) unité de commande de boîte de vitesses, (4) actionneur de changement de rapport

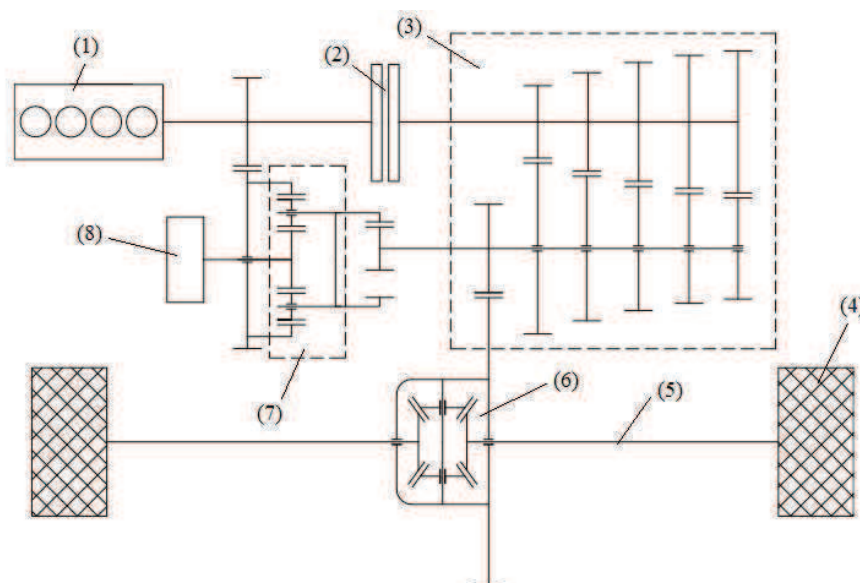


FIGURE 1.17 – Schéma d'une AMT avec un volant d'inertie assisté [Galvagno *et al.*, 2009] : (1) moteur, (2) embrayage robotisé, (3) boîte de vitesses robotisée, (4) roue motrice, (5) demi-arbre, (6) pont et différentiel, (7) différentiel, (8) volant d'inertie

d'engrenages supplémentaire monté entre l'arbre du moteur et l'arbre de sortie de la boîte de vitesses, relié également à un volant d'inertie. Le but de cet équipement supplémentaire est d'assurer la traction continue pendant les changements de vitesse au moyen d'un couple d'inertie. Une autre solution pour résoudre ce problème est d'utiliser un dispositif actif tel qu'un double embrayage qui est décrit dans la section suivante.

1.4.5 Boîte de vitesses à double embrayage

La boîte de vitesses à double embrayage (en anglais : Dual Clutch Transmission - DCT) est une boîte de vitesses robotisée améliorée qui supprime l'interruption de distribution du couple aux roues motrices, la majeure partie des secousses et les trous d'accélération lors des changements de vitesses. La DCT se compose de deux sous-boîtes de vitesses indépendantes, deux arbres d'entrée de boîte de vitesses sont disposés coaxialement l'un par rapport à l'autre, un des arbres d'entrée de boîte est un arbre creux dans lequel l'autre arbre d'entrée est monté comme un arbre interne plein. Chaque arbre d'entrée est activé par un embrayage distinct : l'un des embrayages pour les rapports impairs et l'autre pour les rapports pairs. Plusieurs architectures de DCT sont possibles en fonction de la disposition du moteur et des roues motrices. La figure 1.18 montre l'architecture d'une DCT pour un véhicule à moteur et roues motrices à l'avant et la figure 1.19 celle pour un véhicule à quatre roues motrices. Les deux embrayages sont contenus dans un carter d'embrayage

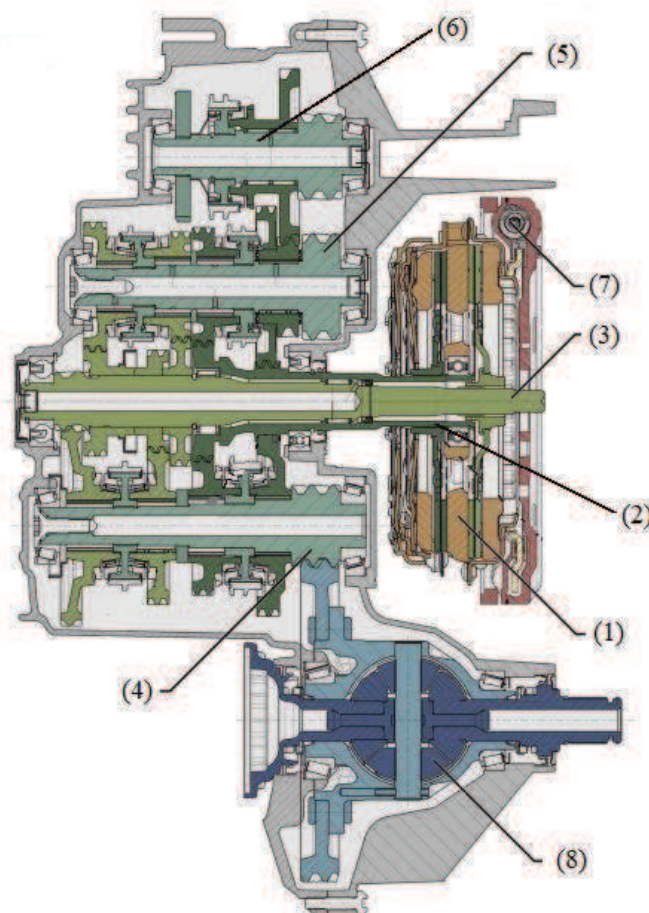


FIGURE 1.18 – Transmission à double embrayage pour un véhicule à moteur avant et les roues motrices avant [Volkswagen] : (1) double embrayage à sec, (2) arbre d'entrée pour les rapports pairs (arbre creux), (3) arbre d'entrée pour les rapports impairs et rapport de marche arrière (arbre plein), (4) premier arbre de sortie, (5) deuxième arbre de sortie, (6) arbre de sortie pour rapport de marche arrière, (7) l'amortisseur, (8) pont et différentielle

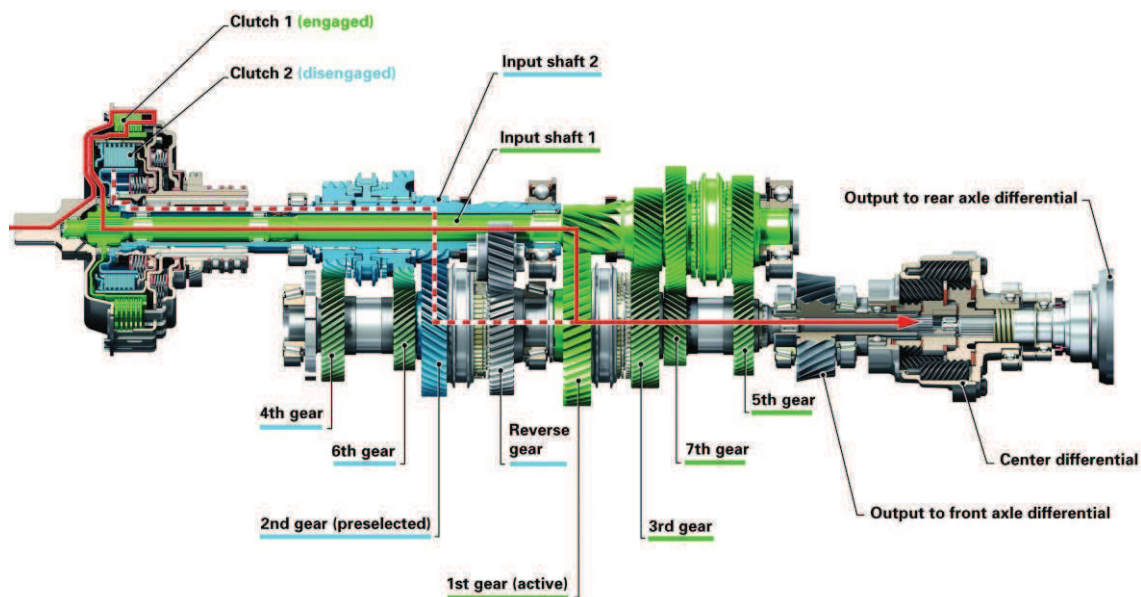


FIGURE 1.19 – Transmission à double embrayage pour les véhicules à 4 roues motrices [Audi S tronic] : le premier rapport est activé

et travaillent comme une seule unité. Les deux arbres sont sur le même axe, l'arbre plein est interne à l'arbre creux. Chaque sous-boîte de vitesses est conçue comme une boîte de vitesses robotisée conventionnelle ; l'embrayage et les sélecteurs de rapport sont commandés par un « robot » au moyen de vérins hydrauliques ou de moteurs électriques. La figure 1.20 montre un actionneur de double embrayage à sec.

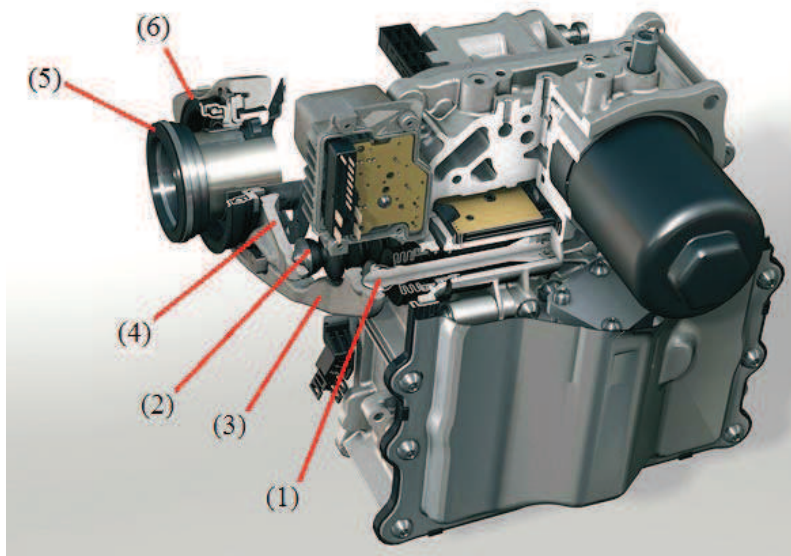


FIGURE 1.20 – Système hydraulique de commande de double embrayage sec [Volkswagen] : (1) - (2) pistons récepteurs, (3)- (4) fourchettes de commande, (5)-(6) butées d'embrayage

Il existe deux types fondamentaux d'embrayage utilisés dans les DCTs : soit deux embrayages multi-disques humides qui sont baignés dans de l'huile pour le

refroidissement (twin-clutch transmission, voir la figure 1.21), soit deux embrayages à disques secs (Dry Dual Clutch Transmission - DDCt, voir la figure 1.22). Le double

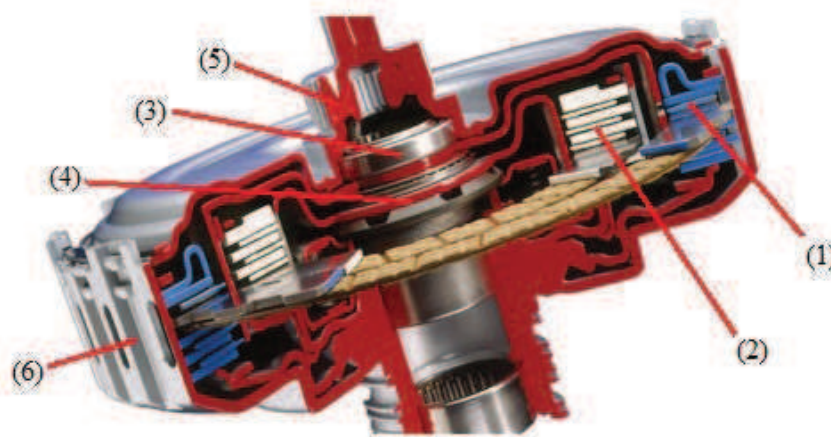


FIGURE 1.21 – Double embrayage multi-disques à humide [DualTronic™] : (1) embrayage extérieur, (2) embrayage intérieur, (3) moyeu d'arbre plein, (4) moyeu d'arbre creux, (5) arbre d'entrée, (6) carter de double embrayage

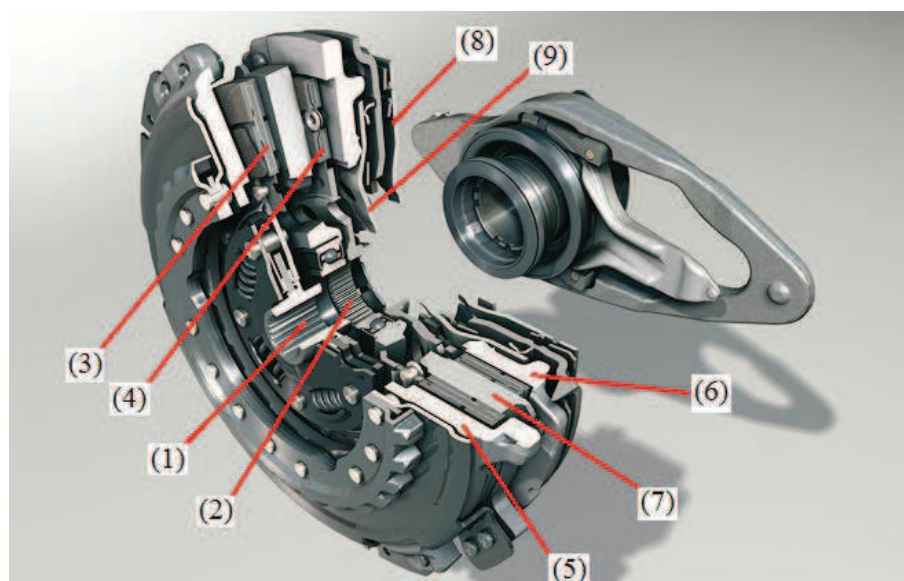


FIGURE 1.22 – Double embrayage à sec [Volkswagen] : (1) moyeu d'arbre plein, (2) moyeu d'arbre creux, (3)-(4) disques d'embrayage, (5)-(6) plateaux de pression, (7) volant du moteur, (8)-(9) ressorts à diaphragme

embrayage humide permet de prolonger le temps de glissement de l'embrayage grâce au bain d'huile refroidissant. Toutefois, l'efficacité du double embrayage humide est plus faible que celui d'un double embrayage à sec en raison de l'énergie dissipée par friction et de l'absence de pertes par pompage dues à l'huile de transmission dans le carter d'embrayage. Le système à double embrayage à sec est donc d'un grand intérêt pour les constructeurs automobiles en raison de son rendement très élevé et d'excellentes caractéristiques de conduite. De plus, un système de double

embrayage à sec avec commande électromécanique est sans entretien et très robuste à la contamination et aux influences environnementales.

La DCT peut ainsi présélectionner la vitesse supérieure ou inférieure pour accélérer et adoucir le changement de rapport. Lors des changements de vitesses, la gestion électronique ouvre l'embrayage de la première sous-boîte (pour le rapport en cours) et ferme simultanément celui de la seconde (pour le rapport pré-sélectionné). Si, par exemple, le véhicule est en train de rouler en 2^{ème} rapport, l'embrayage pour les rapports pairs est embrayé, le couple du moteur est transféré à la roue motrice par l'embrayage pour les rapports pairs (voir la figure 1.23(a)). Pendant que la vitesse du véhicule augmente, l'ordinateur détecte le point de changement de vitesses suivant et le 3^{ème} rapport est pré-sélectionné (voir la figure 1.23(b)), le véhicule roule toujours en 2^{ème} rapport, l'embrayage pour le 3^{ème} rapport (pour les rapports impairs) est encore ouvert. Au moment de décider d'un changement de vitesses, l'embrayage pour le 2^{ème} rapport (pour les rapports pairs) s'ouvre et simultanément celui pour le 3^{ème} rapport (pour les rapports impairs) se ferme. Le couple du moteur envoyé à la roue motrice est le couple total des deux embrayages, les deux embrayages sont en glissement (voir la figure 1.23(c)). Puis, l'embrayage pour le 2^{ème} est complètement ouvert, le couple du moteur est transféré à la roue motrice par l'embrayage pour les rapports impairs (voir la figure 1.23(d)). Le temps de changement de vitesses est d'environ 0,8 secondes [www.volkswagen.com].

Les DCTs sont généralement utilisés soit dans un mode entièrement automatique, soit dans un mode semi-automatique qui permet au conducteur de sélectionner le rapport et décider le moment de changement de rapport par l'aide de boutons. Lorsque ce mode est sélectionné, la boîte de vitesses peut être commandée comme une boîte de vitesses manuelle en ce qui concerne la stratégie de passage de rapport, avec l'embrayage d'engagement qui est commandé par un « robot ».

Les deux embrayages sont simultanément ouvert et fermé, ce qui assure un changement de vitesses sans interruption de traction. Contrairement aux véhicules à boîte de vitesses manuelle ou à boîte de vitesses robotisée où une interruption de traction de 0,5 à 2,0 secondes se produit. Les DCTs permettent aussi de diminuer le temps de changement de vitesses, car les pignons liés au rapport suivant sont déjà engagés en cours de roulement du rapport actuel. Une caractéristique particulière de la DCT est qu'elle ne peut fonctionner que seulement de façon séquentielle. En d'autres termes, elle ne peut qu'enclencher le rapport suivant de la séquence. Par exemple, elle ne peut passer directement du 3^{ème} au 5^{ème} rapport, mais doit respecter la séquence, c'est-à-dire, enclencher le 4^{ème} rapport, puis le 5^{ème}.

DCT combine les avantages d'une boîte automatique à convertisseur (changement de vitesses confortable et rapide) avec l'efficacité et l'économie d'une boîte de vitesses manuelle. La DCT procure la facilité d'utilisation d'une boîte automatique, mais son architecture innovatrice offre une accélération plus dynamique et plus douce qui élimine les jerks produits lors des changements de vitesse. Contrairement à une boîte automatique à convertisseur, son rendement n'est pas pénalisé par un convertisseur de couple énergivore.

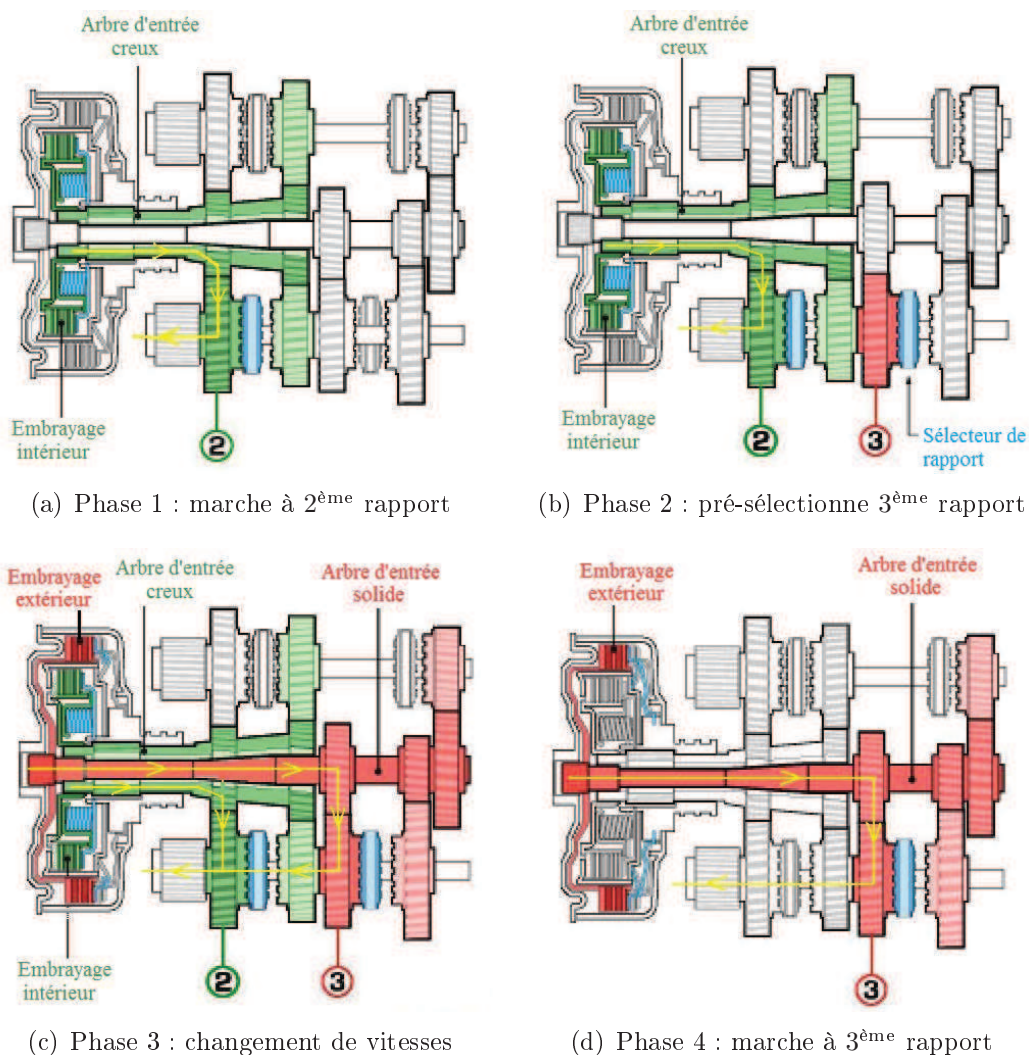


FIGURE 1.23 – Fonctionnement d'une DCT lors du changement de vitesses

1.5 Arbre de transmission, transmission finale, différentiel et roue motrice

La fonction principale d'un arbre de transmission est de transmettre la puissance entre la boîte de vitesses et le pont. Cette solution assure une transmission de puissance entre l'émetteur (l'arbre de sortie de la boîte de vitesses) et le récepteur (le pont) qui sont mobiles l'un par rapport à l'autre et non concentrique.

La transmission finale en incorporant le différentiel est la dernière dans la chaîne de transmission qui multiplie, distribue le couple aux roues motrices et change le sens de transmission de couple (si nécessaire).

Le différentiel est un système mécanique qui a pour fonction de distribuer une vitesse de rotation par répartition de l'effort cinématique, de façon adaptative, immédiate et automatique. Le différentiel permet aux roues motrices de tourner à des vitesses différentes lors du passage d'une courbe (les roues situées à l'extérieur du virage tournent plus vite que celles situées à l'intérieur). Donc le différentiel trouve sa place entre deux roues sur le pont ou entre deux ponts sur les véhicules à 4 roues motrices. Un désavantage du différentiel est d'appliquer la partie du couple la

plus faible sur l'arbre opposant la plus grande résistance et l'autre partie sur l'arbre opposant le moins de résistance (par exemple, roue sur la neige, dans la boue...). Pour résoudre ce problème, certains différentiels sont conçus pour limiter le couple à partir d'un certain seuil de glissement.

La roue motrice reçoit le couple de la chaîne de traction et fournit la force d'entraînement final pour un véhicule par le frottement entre le pneu et la route. La force contact pneu-sol peut être modélisée de différentes façons, les principales sont le modèle de Pacejka [Pacejka et Bakker, 1992] ou le modèle LuGre [Canudas de Wit *et al.*, 1995].

1.6 Stratégie de changement de vitesses

Dans le cas des boîtes de vitesses automatiques, la stratégie de changement de vitesses est optimisée selon des objectifs tels que la dynamique du véhicule ou la minimisation de la consommation d'essence. Dans le cas des boîtes de vitesses manuelles, le conducteur choisit la stratégie de passage de vitesse, et par conséquent, la consommation d'essence dépend du comportement du conducteur. En effet, la consommation d'essence dépend principalement de la zone de fonctionnement du moteur. Par exemple, la figure 1.24 représente une cartographie de consommation d'un moteur à essence. La cartographie du moteur a été complétée par des iso-

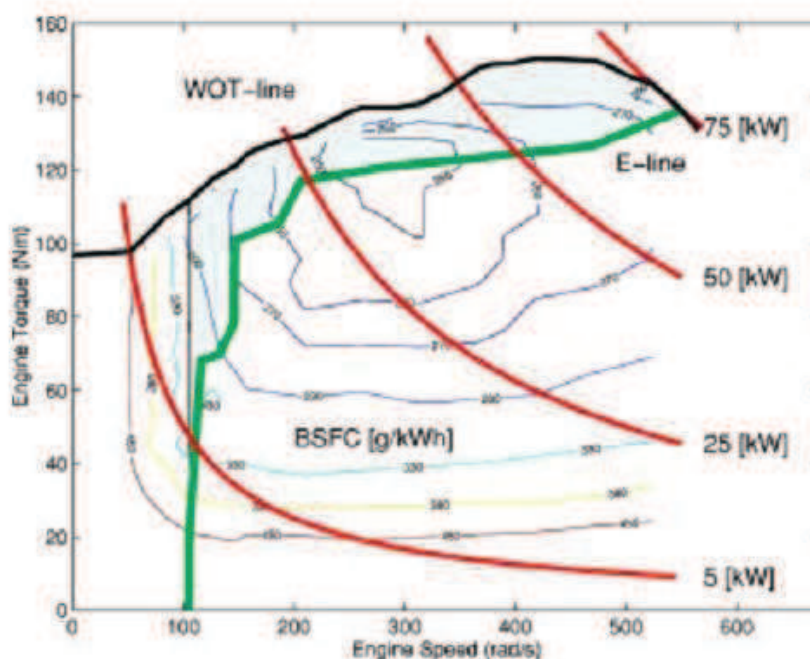


FIGURE 1.24 – Cartographie d'un moteur thermique avec iso-paramétrique de consommation (g/kWh) [Hiereth et Prenninger, 2003]

paramétriques de consommation de carburant spécifique constante. Pour déterminer la zone de conduite économique, des hyperboles de puissance constante ont été ajusté à la cartographie. À partir de l'intersection des hyperboles de puissance et

des iso-paramétriques, la ligne de consommation la plus basse (E-ligne) a été déterminée (courbe la plus économique). L'E-ligne est l'ensemble des points tangents à l'hyperbole de puissance constante avec l'iso-paramétrique de la consommation. Toutefois, une stratégie de changement de vitesses "économique" est moins dynamique car les changements de vitesses s'effectuent dans la région où la puissance du moteur est la plus basse. Un compromis est à trouver pour assurer de bonnes performances dynamiques en économisant du carburant. Dans les véhicules équipés d'une boîte de vitesses à double embrayage, il est possible de choisir le mode de conduite : économique ou dynamique.

Deux paramètres fixent la loi de changement de rapport : la vitesse du véhicule et la position de la pédale d'accélération. La figure 1.25 donne un exemple de stratégie de passage de rapport pour une boîte de vitesses à 6 rapports.

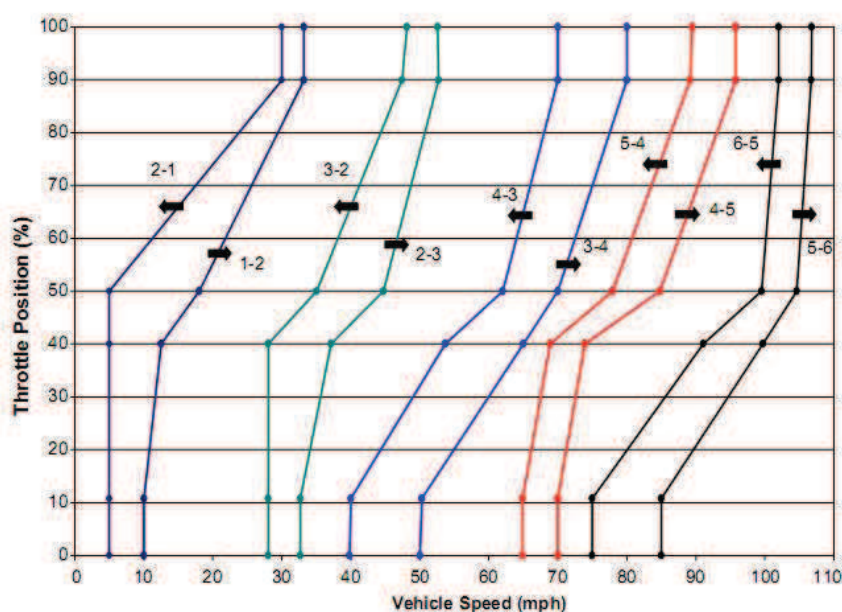


FIGURE 1.25 – Exemple d'une stratégie de passage de vitesse d'une boîte de vitesses à 6 rapport [Kulkarni *et al.*, 2007]

1.7 Critère d'agrément de conduite

Il existe de nombreux critères caractérisant l'agrément de conduite d'un véhicule. Par exemple, la délivrance en douceur de la puissance et la réponse à l'accélérateur, le confort, les contraintes acoustiques d'envolée de régime, de réserve de d'accélération, *etc.* Au point de vue de la traction, la délivrance de la puissance et la réponse à l'accélérateur sont principalement les critères influençant l'agrément de conduite. Dans le pilotage du GMP, nous nous intéressons à la délivrance de la puissance. Les deux grandeurs physiques sont le couple de sortie à la roue et le jerk du véhicule mesuré au châssis, le jerk étant défini comme la dérivée de l'accélération du véhicule.

Il y a beaucoup de mesures du jerk dans la littérature, comme la valeur de pic du jerk [Ni *et al.*, 2009], l'intégration du jerk au carré [Platz *et al.*, 1994], [Smith *et al.*, 2000], la moyenne du jerk au carré [Wininger *et al.*, 2009], la racine carrée

de la moyenne du jerk au carré [Young et Marteniuk, 1997], la moyenne du jerk au carré normalisée par pic de vitesse [Hester *et al.*, 2006], l'intégration de la valeur absolue du jerk [Goldvasser *et al.*, 2001], ou la moyenne de la valeur absolue du jerk normalisée par pic de vitesse [Rohrer et Hogan, 2006]. Dans notre étude, afin de faciliter la comparaison avec les résultats obtenus dans la littérature, nous utilisons la valeur de pic du jerk.

1.8 État de l'art sur la modélisation de groupe motopropulseur

Le GMP est composé des éléments principaux suivants : le moteur thermique, l'embrayage, la boîte de vitesses, les cardans, le pont et le différentiel, les demi-arbres de roue et les roues motrices. Le modèle du GMP dépend de son architecture et de sa disposition. Les problèmes rencontrés dans la modélisation du GMP peuvent être très variés de même que les mécanismes mis en jeu dans les interactions de contact. Il est assez naturel de distinguer les contacts lubrifiés des contacts secs et de séparer également les problèmes avec des contacts permanents (frottement), des contacts intermittents avec ou sans glissement (alternance de phases sans et avec contact). La modélisation du GMP dans les véhicules est obtenue en considérant le découpage fonctionnel suivant : le moteur, l'embrayage, la transmission, le pneu (en contact avec la route) et le véhicule. Le GMP est modélisé comme un système intégré à plusieurs degrés de liberté dans lequel chaque élément est un modèle de type masse ponctuelle.

Dans [Dolcini, 2006], les auteurs ont représenté un modèle dynamique complet basé sur l'architecture d'un GMP à simple embrayage (voir la figure 1.26). Le modèle

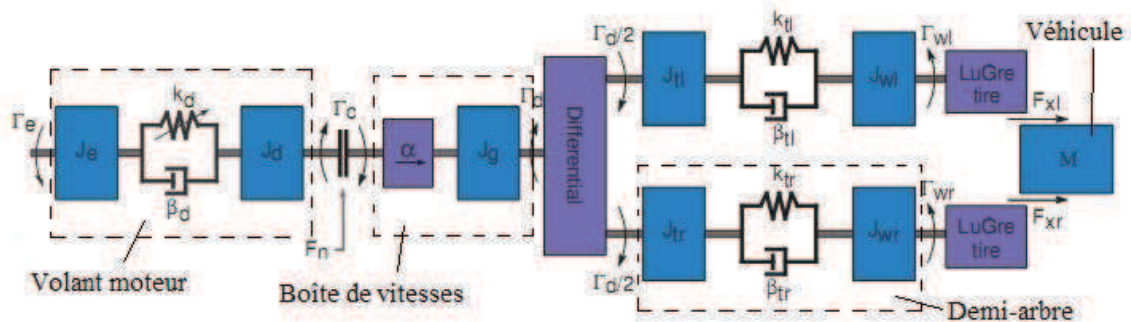


FIGURE 1.26 – Modèle dynamique d'un GMP équipé d'un embrayage mono-disque [Dolcini, 2006]

développé est basé sur les hypothèses suivantes : (1) les mouvements du moteur sur ses suspensions sont négligés et (2) les arbres de la boîte de vitesses sont de raideur infinie. Donc, la boîte de vitesses est modélisée comme un rapport de transmission et un volant d'inertie.

Concernant le GMP à double embrayage, dans [Kulkarni *et al.*, 2007], les auteurs ont proposé un modèle dynamique du GMP à double embrayage prenant en compte le mouvement du moteur sur ses suspensions (voir la figure 1.27). Le système de suspension du moteur est modélisé par un élément ressort-amortisseur K_m, C_m . Les

auteurs ont considéré que les arbres d'entrées et de sorties de la boîte de vitesses ont une raideur infinie, que les roues motrices ont une adhérence parfaite et qu'aucun effet transitoire n'est présent sur la zone de contact pneu-sol.

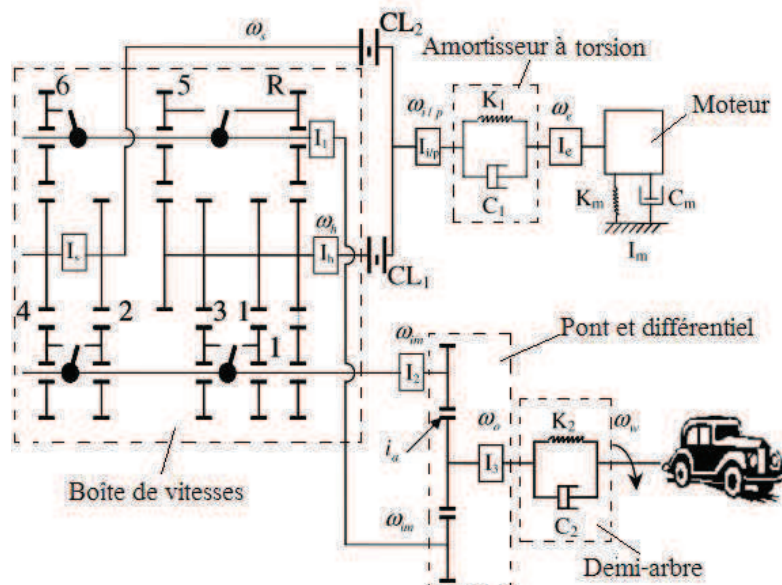


FIGURE 1.27 – Modèle dynamique d'un GMP à double embrayage [Kulkarni *et al.*, 2007]

Dans les travaux [Walker et Zhang, 2012b], [Walker et Zhang, 2012a], [Goetz *et al.*, 2005] et [Walker *et al.*, 2012], le modèle de la boîte de vitesses est détaillé en considérant la raideur des arbres d'entrée, des arbres de sortie, le modèle du synchroniseur et la résistance visqueuse dans la boîte de vitesses et le pont-différentiel (voir la figures 1.28 et 1.29). Les résistances visqueuses sont modélisées par des éléments d'amortisseur à torsion $C_3, C_4, C_5, C_6,$ et C_8 .

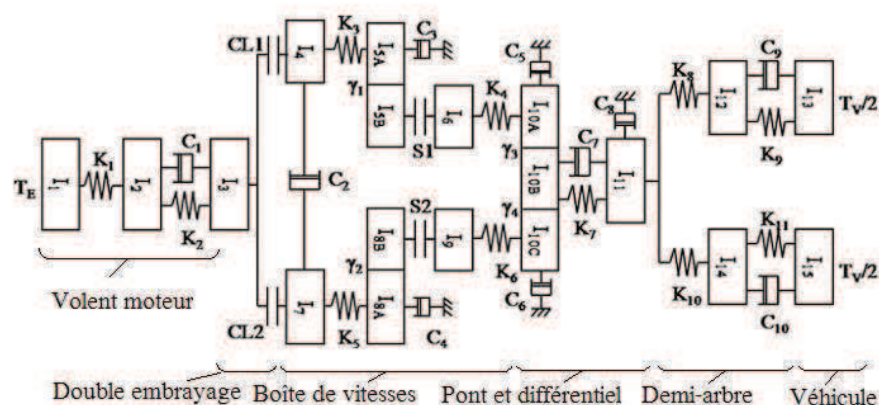


FIGURE 1.28 – Modèle dynamique d'un GMP à double embrayage avec synchroniseur [Walker et Zhang, 2012b] : T_E est le couple du moteur, K_i, C_i sont les raideurs et les amortisseurs des arbres, respectivement, I_i sont les inerties, CL_1, CL_2 sont les embrayages, γ_1, γ_2 sont les rapports de la boîte de vitesses, γ_3, γ_4 sont les rapports du pont, S_1, S_2 sont les synchronisations, T_v est le couple résistant

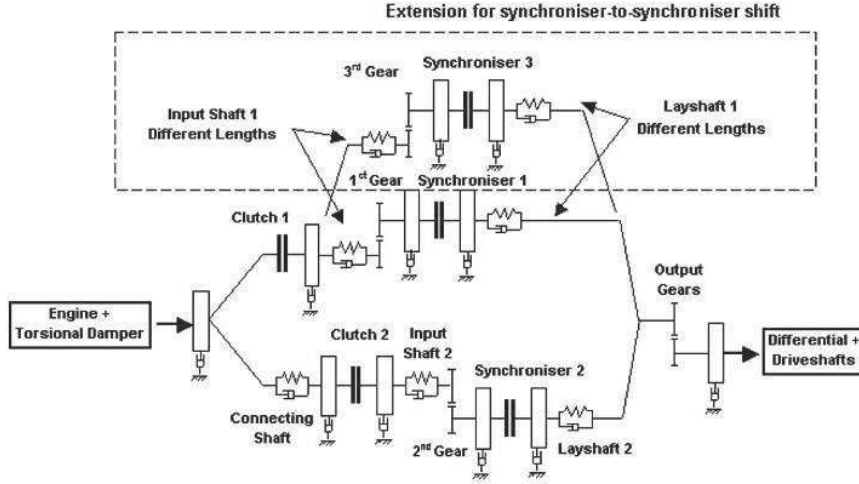


FIGURE 1.29 – Modèle dynamique d'un GMP à double embrayage avec synchroniseur [Goetz *et al.*, 2005]

Un modèle non-linéaire de l'amortisseur à torsion est pris en compte dans le modèle du GMP développé dans [Kim et Choi, 2010] et [Gaillard et Singh, 2000]. Il présente une caractéristique non linéaire du couple de raideur qui varie en fonction de l'intervalle de l'angle de torsion x . Il peut être modélisé comme une fonction linéaire par morceaux comme suit :

$$T_d(x) = k_c(x)x + b_c\dot{x} \quad (1.5)$$

où b_c est le coefficient d'amortisseur et la raideur est définie par

$$k_c(x) = \begin{cases} k_{c1}, & \text{si } \theta_{c1} \leq x \leq \theta_{c2}; \\ k_{c2}, & \text{autrement.} \end{cases} \quad (1.6)$$

Dans [Couderc *et al.*, 1999], un modèle de l'engrenage est pris en compte (voir la figure 1.30). L'engrenage est modélisé par un élément ressort-amortisseur pour intégrer les jeux d'entre-dents des engrenages (voir la figure 1.31). La force de contact F_g entre dents est calculée à l'aide de la formule :

$$F_g = -k_g y(\delta, b_g) - c_g \dot{y}(\delta, b_g) \quad (1.7)$$

où

$$y(\delta, b_g) = \begin{cases} \delta - b_g/2, & \delta \geq b_g/2; \\ 0, & b_g/2 > \delta > -b_g/2; \\ \delta - b_g/2, & \delta \leq -b_g/2. \end{cases} \quad (1.8)$$

et

$$\dot{y}(\delta, b_g) = \begin{cases} \dot{\delta}, & \delta \geq b_g/2; \\ 0, & b_g/2 > \delta > -b_g/2; \\ \dot{\delta}, & \delta \leq -b_g/2. \end{cases} \quad (1.9)$$

Les principales difficultés rencontrées dans la modélisation du GMP sont les contacts permanents (ex. liaison pneu-sols, contact de fortement, ...), les contacts intermittents (ex. embrayage, synchroniseur, ...), le modèle du moteur et les forces de résistance.

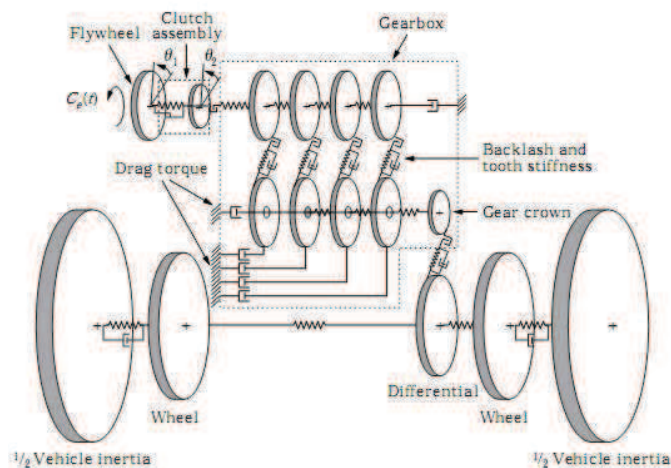


FIGURE 1.30 – Modèle de commande simplifié d'un GMP équipé d'un embrayage mono-disque [Couderc *et al.*, 1999]

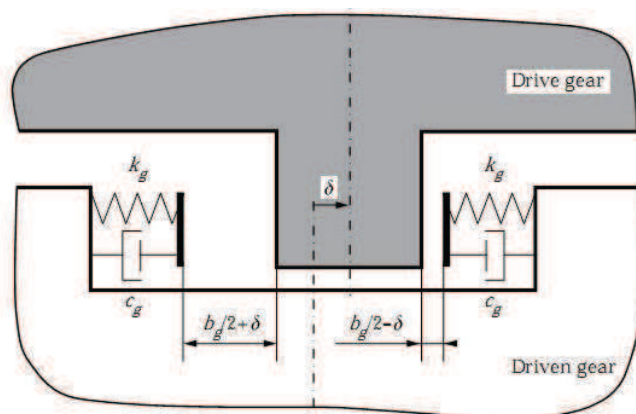


FIGURE 1.31 – Modèle de jeu d'entre-dents des engrenages [Couderc *et al.*, 1999]

1.8.1 Modélisation du moteur

La motorisation la plus utilisée dans les véhicules automobiles est le moteur thermique qui produit de l'énergie mécanique à partir de l'énergie chimique contenue dans un carburant : l'essence ou le gazole. Le niveau de modélisation du moteur varie en fonction du besoin associé. Dans des applications orientées contrôle du moteur, la modélisation est en général découpée par fonctionnalité (voir la figure 1.32) : admission d'air, injection d'essence, combustion et dynamique du vilebrequin, *etc.*

Dans la littérature sur le pilotage du GMP afin d'améliorer le confort de conduite, la modélisation du moteur est simplifiée. La plupart des auteurs modélise le moteur comme un couple moyen qui ne comprend pas les transitoires du moteur. Le couple moyen du moteur est alors considéré comme une fonction du régime du moteur et de la position de la pédale d'accélération en pourcentage d'ouverture. Le moteur est modélisé par une cartographie (voir la figure 2.14).

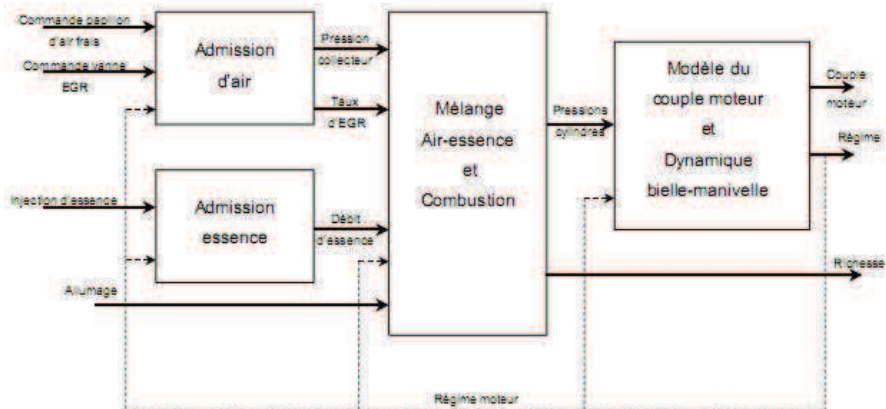


FIGURE 1.32 – Représentation fonctionnelle du moteur [Lauber, 2003]

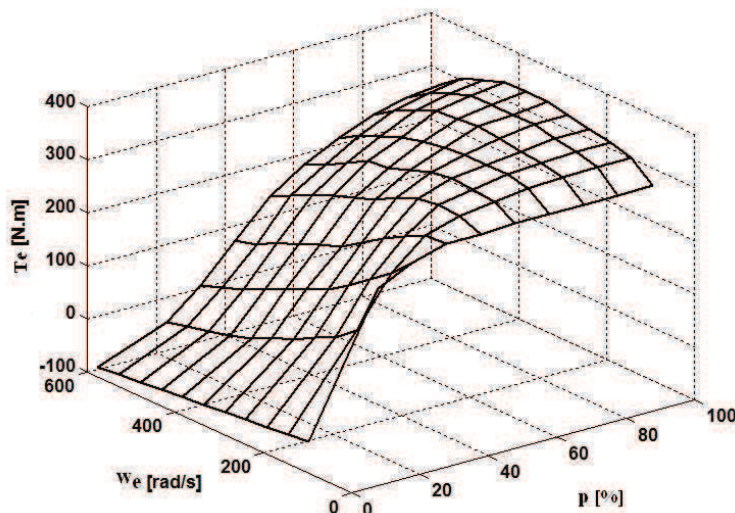


FIGURE 1.33 – Cartographie d'un moteur thermique

1.8.2 Modélisation de l'embrayage

L'embrayage est un dispositif d'accouplement temporaire entre un arbre dit moteur et un arbre d'entrée de boîte de vitesses. Du fait de la transmission du couple par friction, le modèle d'embrayage en phase de glissement est un modèle de friction. L'embrayage a un rôle capital dans la chaîne de transmission, il conditionne le confort de conduite en phase de décollage et de changement de vitesses. Dans la littérature, de nombreux modèles d'embrayage sont utilisés pour la simulation et/ou pour la commande.

En général, pour développer des lois de commande d'embrayage, la plupart des auteurs dans la littérature utilise le modèle de *Coulomb* pour le phénomène de

friction. Le couple de l'embrayage en phase de glissement est formulé comme :

$$T_c = 2n_c\mu_c r_c F_n \text{sign}(\omega_r) \quad (1.10)$$

où n_c est le nombre de disques de friction, μ_c est le coefficient de frottement cinématique, r_c est le rayon moyen de friction, F_n est la force normale appliquée sur la plaque de pression, ω_r est le régime de glissement de l'embrayage.

Pour la simulation, dans [Kulkarni *et al.*, 2007], les embrayages sont modélisés par une fonction linéaire par morceaux.

$$T_c = \begin{cases} 2n_c\mu_c r_c F_n \text{sign}(\omega_r), & \text{en phase de glissement;} \\ T_{ext}, & \text{en phase de fermeture;} \\ 0, & \text{en phase d'ouverture.} \end{cases} \quad (1.11)$$

où T_{ext} est le couple appliqué sur l'embrayage lorsque le véhicule est en marche avec l'embrayage complètement fermée. T_{ext} est déterminé à partir des équations dynamiques du GMP avec les conditions de fermeture.

Dans le travail de Walker *et al.* [Walker *et al.*, 2010], le couple de friction statique T_{cs} et le jeu dans le système de commande de l'embrayage sont pris en compte dans le modèle de l'embrayage, les conditions de commutation sont détaillées :

$$T_c = \begin{cases} 0, & \text{si } x < x_0; \\ 2n_c\mu_c r_c F_n \text{sign}(\omega_r), & \text{si } x \geq x_0, \quad |\omega_r| \geq \varepsilon; \\ T_{ext}, & \text{si } x \geq x_0, \quad |\omega_r| < \varepsilon, \quad T_{ext} < T_{cs}; \\ T_{cs}, & \text{si } x \geq x_0, \quad |\omega_r| < \varepsilon, \quad T_{ext} > T_{cs}. \end{cases} \quad (1.12)$$

où x est le déplacement du piston d'embrayage, x_0 est le déplacement minimal requis pour le contact entre le disque de friction et la plaque de pression d'embrayage (le jeu dans le système de commande de l'embrayage), ε est une petite constante positive, T_{cs} est le couple en phase collé-glissé,

$$T_{cs} = 2n_c\mu_s r_c F_n, \quad (1.13)$$

μ_s étant le coefficient de friction statique.

Contrairement aux modèles linéaires hybrides présentés ci-dessus, un modèle continu de l'embrayage basé sur le modèle *LuGre* de friction [Canudas de Wit *et al.*, 1995] est développé dans les travaux [Dolcini, 2006], [Aberger *et al.*, 2002] pour la simulation :

$$T_c = (\delta_0 z + \delta_1 \frac{dz}{dt} + \delta_2 \omega_r) \gamma_c F_n \quad (1.14)$$

avec

$$\frac{dz}{dt} = \omega_r - \frac{|\omega_r|}{g(\omega_r)} z \quad (1.15)$$

$$g(\omega_r) = \frac{1}{\delta_0} \left(\mu_c + (\mu_s - \mu_c) e^{-\left(\frac{\omega_r}{\omega_s}\right)^2} \right) \quad (1.16)$$

où γ_c est une constante dépendant de la géométrie de l'embrayage, ω_s est le régime de *Stribeck*, z est la déformation interne d'embrayage. Ce modèle d'embrayage est caractérisé par la fonction $g(\omega_r)$ et les paramètres δ_0 , δ_1 , δ_2 . Les paramètres μ_c , μ_s , ω_s de la fonction $g(\omega_r)$ ont été proposés pour décrire l'effet de *Stribeck*. Un des inconvénients majeurs du modèle de friction *LuGre* est qu'il ne possède pas la propriété de non dérive (cf. [Nouailletas, 2009]).

1.8.3 Modélisation du synchroniseur

Les boîtes manuelles à engrenages parallèles sont de nos jours les plus utilisées. Elles sont généralement constituées de deux arbres parallèles dénommés arbre primaire (arbre d'entrée lié au vilebrequin via l'embrayage) et arbre secondaire (arbre de sortie de boîte) portant respectivement les pignons de vitesses et les pignons fous (voir la figure 1.34). Certaines boîtes de vitesses, notamment les boîtes longitudinales, disposent par ailleurs d'un troisième arbre, dit "train fixe" ou "arbre intermédiaire", qui permet de partager le rapport de la boîte de vitesses en deux trains d'engrenages, l'un étant fixe. Cette dernière solution permet de diminuer la dimension de la boîte de vitesses.

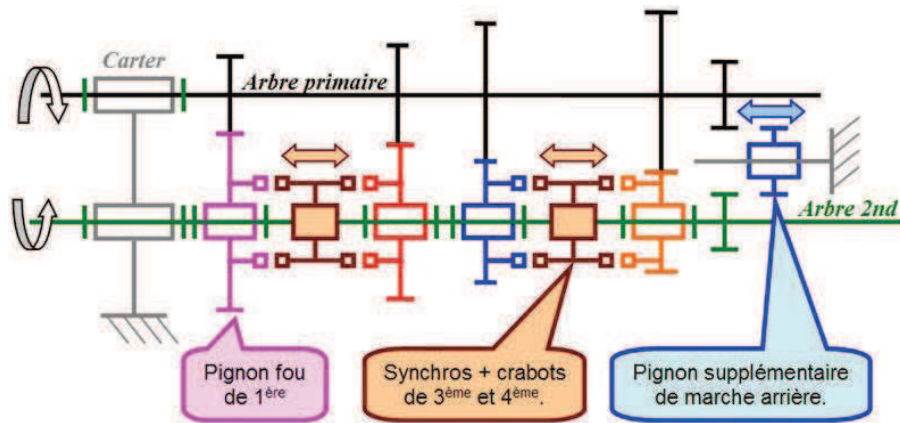


FIGURE 1.34 – Schéma de principe d'une boîte de vitesses automobile [fr.wikipedia.org/wiki/Boîte_de_vitesses]

L'arbre secondaire porte également les synchroniseurs, dispositifs placés sur des badeurs actionnés par les fourchettes de commandes liées au levier de vitesses (boîte manuelle) ou à un "robot" (boîte robotisée) pouvant coulisser sur les cannelures de l'arbre. Le synchroniseur (voir la figure 1.35) permet de ramener l'arbre secondaire et le pignon fou sélectionné à la même vitesse angulaire pour éviter les craquements et donc faciliter le passage des rapports.

En effet, au changement de vitesses, la vitesse relative entre l'arbre secondaire et le pignon fou sélectionné n'est pas nulle, ce qui provoque des craquements. En mettant en contact des surfaces de frottements liées d'une part au synchroniseur et d'autre part au pignon fou, le synchroniseur annule cette vitesse relative et assure un passage du rapport sans effort ni bruit.

Dans [Kulkarni *et al.*, 2007], le synchroniseur est modélisé comme un élément de friction simple. Le couple de synchronisation est proportionnel à la force de frottement comme suit :

$$T_{sync} = f(F, \mu, \omega_{sync}) \quad (1.17)$$

où T_{sync} est le couple de synchronisation, F est la force normale appliquée sur la surface de friction, μ est le coefficient de friction entre la synchronisation et le pignon fou. ω_{sync} est la différence de vitesses entre les deux surfaces de frottements liées d'une part au synchroniseur et d'autre part au pignon fou. Ce modèle ne concerne que la phase de synchronisation.

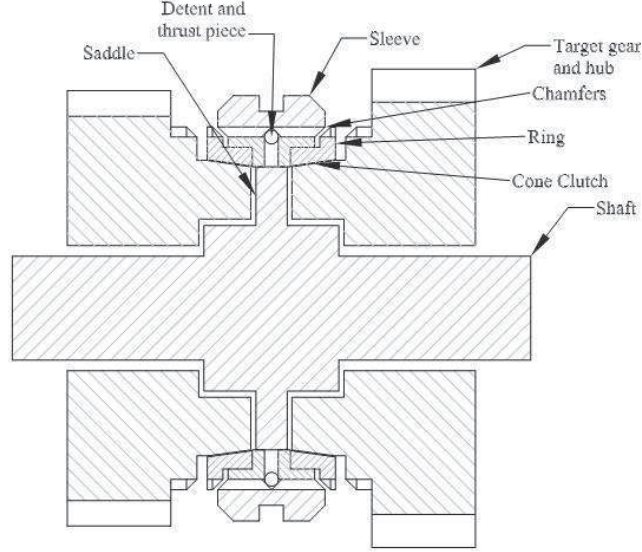


FIGURE 1.35 – Architecture d'un synchroniseur [Walker et Zhang, 2012b]

Dans les travaux [Walker et Zhang, 2012b], [Walker *et al.*, 2012], [Walker et Zhang, 2012a], les auteurs ont proposé un modèle dynamique de synchroniseur prenant en compte le jeu axial et la friction statique.

$$T_{sync} = \begin{cases} \gamma \omega_{sync}, & x_s < x_{s0}, \quad \omega_{sync} \neq 0; \\ \frac{\mu_c FR}{\sin \alpha}, & x_s \geq x_{s0}, \quad \omega_{sync} \neq 0; \\ T_{ext}, & x_s \geq x_{s0}, \quad \omega_{sync} = 0, \quad T_{ext} \leq T_{cs}; \\ \frac{\mu_s FR}{\sin \alpha}, & x_s \geq x_{s0}, \quad \omega_{sync} = 0, \quad T_{ext} > T_{cs}. \end{cases} \quad (1.18)$$

où γ est une constante liée à l'architecture du synchroniseur, x_s est le déplacement axial du synchroniseur, x_{s0} est le jeu axial, R est le rayon moyen de friction du synchroniseur, F est la force axiale, α est l'angle du cône formé par la surface de frottement, T_{ext} est le couple extérieur, et T_{cs} est le couple de friction statique.

1.9 État de l'art sur la commande du groupe moto-propulseur

Les problèmes liés à la BVR et la DCT discutés dans la littérature sont la gestion de l'embrayage (simple ou double) en phase de décollage, de changement de vitesses ou de conduite à basse vitesse, ainsi que la stratégie de changement de vitesses. Les buts sont d'assurer le confort de conduite – comme la diminution des jerks du véhicule lors du changement de vitesses et du décollage –, de diminuer la consommation de carburant et l'émission de CO_2 et de diminuer le temps de changement de vitesses. Il est à noter que certains de ces objectifs sont contradictoires comme minimiser l'énergie de glissement de l'embrayage tout en préservant le confort de conduite.

Pour répondre à ces buts, de nombreuses approches différentes ont été proposées dans la littérature sur la gestion d'embrayage pour les BVRs telles que la commande optimale [Dolcini, 2006], [Dolcini *et al.*, 2008], [Wu *et al.*, 2010], [Garofalo *et al.*,

2002], [Lucente *et al.*, 2007b], [Van Der Heijden *et al.*, 2007], la commande basée sur la platitude [Horna *et al.*, 2003], la commande prédictive (MPC - Mode Predictive Control) [Dolcini, 2006], [Van Der Heijden *et al.*, 2007], [Amari *et al.*, 2008], la commande par modes glissants [Kim et Choi, 2010] et, pour les DCTs, la commande par PID [Ni *et al.*, 2009], la logique des changements de vitesses [Kulkarni *et al.*, 2007], [Goetz *et al.*, 2005]. Dans la plupart des travaux, les lois de commande sont développées sur la base d'un modèle linéaire du GMP, l'embrayage est modélisé par un simple modèle de friction de *Coulomb*, voire négligé : le couple de l'embrayage étant alors considéré comme variable de commande.

Dans [Dolcini, 2006], en se basant sur un modèle linéaire simplifié à trois degrés de liberté d'une BVR (cf. figure 1.36), l'auteur a commencé par utiliser un régulateur PI afin d'aider à la synchronisation de l'embrayage en phase de décollage. La force normale est considérée comme variable de commande. Cette commande réduit l'ampleur des jerks générés par le salut. Mais, elle ne parvient pas à les éliminer complètement laissant des oscillations résiduelles sur la chaîne cinématique de GMP, particulièrement au début de la décollage et à la synchronisation, et ce, même dans les conditions nominales où la condition de *no-lurch* [Glielmo et Vasca, 2000] est satisfaite. Ensuite, des lois de commande basées sur la commande optimale linéaire quadratique (LQ) et la commande MPC sont développées. La dérivée de la force normale est considérée comme l'entrée du système, le couple moteur est alors considéré comme un état supplémentaire non contrôlable sur l'intervalle d'optimisation. Le temps de décollage est encore long, approximativement 3 secondes. Aucun critère de confort de conduite n'est considéré explicitement dans le calcul des lois de commande.

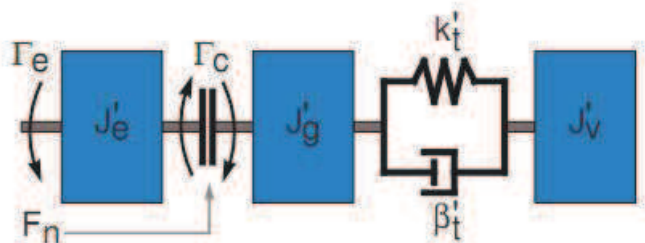


FIGURE 1.36 – Modèle d'un GMP équipé d'un embrayage mono-disque [Dolcini, 2006]

Afin d'améliorer le temps de décollage, dans [Dolcini *et al.*, 2008], une commande en boucle ouverte basée sur des tables de valeur de force normale est appliquée jusqu'à ce que la vitesse de glissement de l'embrayage soit réduite à une valeur de déclenchement. Ensuite, une commande basée sur la théorie de la commande optimale est activée afin d'améliorer le confort lors du décollage et assurer une synchronisation sans secousse. La condition de *no-lurch* est prise en compte. Comme dans les travaux précédents, les auteurs ont utilisé le modèle de friction de *Coulomb* pour décrire l'embrayage et négligé les forces résistantes du véhicule. Le couple du moteur est considéré comme un état constant supplémentaire sur l'intervalle d'activation de commande optimale. La variable de commande choisie est la force normale.

Dans [Kim et Choi, 2010], les auteurs utilisent la même stratégie que celle déployée dans [Dolcini *et al.*, 2008] et présentent une architecture de commande qui se compose de la commande de la vitesse de glissement de l'embrayage pour la synchronisation et de la commande des torsions de demi-arbre pour réduire les jerks en introduisant un observateur de couple de sortie (cf. figure 1.37). Les lois de commande développées sont basées sur la théorie de la commande à modes glissants. L'engagement de l'embrayage démarre avec la commande de la vitesse de glissement de l'embrayage, puis la commande de torsion d'arbre de transmission est activée si la vitesse de glissement est inférieure à une valeur de déclenchement. Les lois de commande sont développées sur la base d'un modèle non linéaire de l'amortisseur de torsion d'embrayage. Les auteurs n'utilisent que l'actionneur d'embrayage pour contrôler l'engagement, il y a alors un risque de faire caler le moteur lors du décollage.

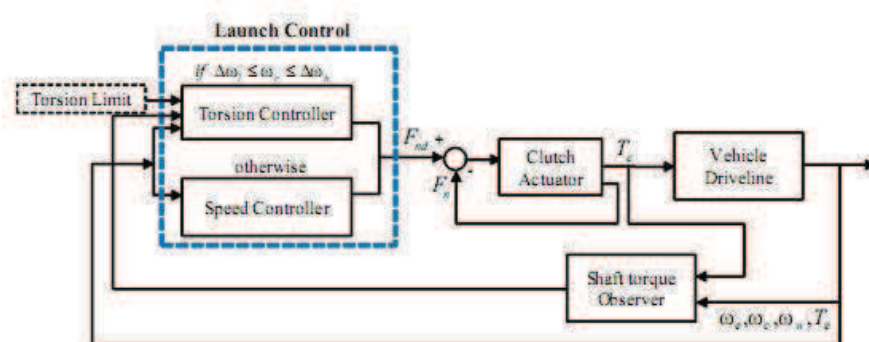


FIGURE 1.37 – Structure du régulateur de vitesse-torsion avec observateur de couple de l'arbre de sortie [Kim et Choi, 2010]

Dans [Garofalo *et al.*, 2002], une loi de commande LQ pour le suivi de la trajectoire de référence de la vitesse du moteur et de la vitesse de glissement de l'embrayage lors du décollage d'une BVR est proposée. Les trajectoires sont définies de façon à ne pas caler le moteur ou d'avoir des à-coups (no-lurch condition). La loi de commande est développée sur la base d'un modèle linéaire simplifié à deux états : le régime du moteur et celui de la roue. Le couple de résistance du véhicule est considéré comme une perturbation à rejeter. Le couple du moteur et la dérivée du couple de l'embrayage sont considérées comme les variables de commande. Le comportement en friction n'est donc pas pris en compte ce qui rend le modèle linéaire mais beaucoup moins réaliste.

De manière similaire à [Garofalo *et al.*, 2002], dans [Van Der Heijden *et al.*, 2007] et [Amari *et al.*, 2008], le couple du moteur et le couple de l'embrayage sont considérés comme les variables de commande. La méthode utilisée est la commande MPC. Dans [Van Der Heijden *et al.*, 2007], les lois de commande sont développées sur la base d'un modèle hybride linéaire pour l'engagement de l'embrayage d'une BVR lors du décollage. Le modèle hybride linéaire est introduit en considérant deux états d'embrayage – collé ou glissé – et en négligeant les forces de résistance. Dans [Amari *et al.*, 2008], les auteurs ont proposé une loi de commande de l'embrayage d'une BVR en phase de décollage, de changement de vitesses et en mode de ralenti. La fonction de coût prend en compte l'erreur de suivi de trajectoire de la vitesse du moteur et de trajectoire de la vitesse de glissement de l'embrayage. Le couple moteur désiré par

le conducteur et le couple de résistance du véhicule nécessaires au calcul de la loi de commande sont estimés à l'aide d'un observateur. Les lois de commande prennent en compte la condition de non calage du moteur et la condition de *no-lurch*. Le temps de glissement de l'embrayage dans ses simulations est trop long : environ 5 secondes pour un décollage et 2.5 secondes pour un passage de rapport.

Concernant la gestion du double embrayage, dans [Ni *et al.*, 2009], les auteurs ont développé une loi de commande de double embrayage en phase de changement de vitesses basée sur la commande PID afin de suivre les trajectoires de référence pour la vitesse du moteur et la vitesse de glissement de l'embrayage *on-coming*¹. Le couple de l'embrayage *off-going*² estimé est un signal d'entrée pour le contrôleur. Les variables de commande sont le couple du moteur et le couple de l'embrayage *on-coming*. La force normale est estimée à l'aide d'une cartographie.

Des algorithmes de commande pour les changements de vitesses sont présentés dans [Goetz *et al.*, 2005]. On ne présente ici que le cas d'un passage d'un rapport supérieur. Dans une première étape, la pression hydraulique de l'embrayage *off-going* est réduite tandis que celle de l'embrayage *on-coming* est pré-remplie (voir la figure 1.38). Lorsque l'embrayage *off-going* commence à glisser, un régulateur maintient une petite valeur de glissement de l'embrayage *off-going*. La pression hydraulique d'embrayage *on-coming* augmente rapidement, celle de l'autre embrayage diminue. Au moment où la pression de l'embrayage *off-going* est devenue nulle, le régulateur d'embrayage *off-going* est désactivé et le régulateur d'embrayage *on-coming* est activé. Cet algorithme assure que le couple de l'embrayage *off-going* n'est pas négatif (comme l'embrayage unidirectionnel dans la boîte automatique).

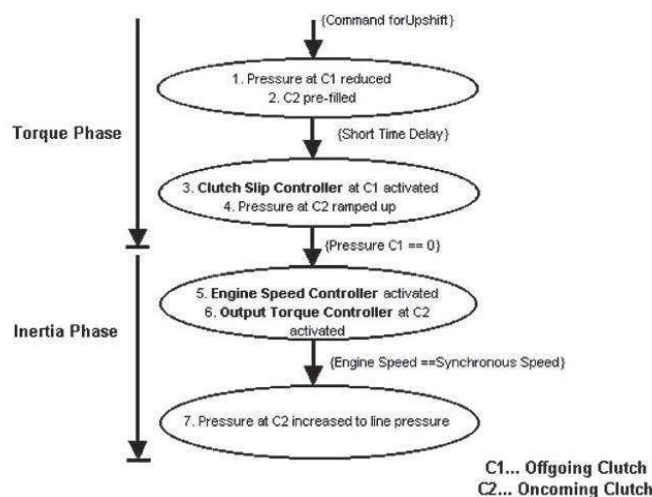


FIGURE 1.38 – Algorithme de commande pour les changements de vitesses supérieures [Goetz *et al.*, 2005]

Les auteurs présentent dans le même article des algorithmes pour le cas d'un passage d'un rapport inférieur ou pour les sauts de rapport.

1. L'embrayage *on-coming* est celui lié au rapport pré-sélectionné.
2. L'embrayage *off-going* est celui lié au rapport actuel.

1.10 Conclusion et motivation de la thèse

Dans ce chapitre, les avantages et les inconvénients des types de transmission sont discutés. Afin d'améliorer les performances et l'agrément de conduite, différents types de transmissions sont proposés comme la BVA, la BVR, la DCT ou la CVT. Dans le GMP, la gestion de l'embrayage et celle de la boîte de vitesses sont les éléments importants qui influent sur l'agrément de conduite et la consommation d'essence. Dans la BVA, la fonction de l'embrayage est remplacée par un convertisseur de couple afin d'améliorer le confort de conduite, toutefois la consommation et la réponse à l'accélération sont les points faibles de cette boîte de vitesses. De même, la CVT améliore le confort de conduite en permettant de changer progressivement le ratio de transmission, toutefois son usage est limité par la puissance de transmission qu'elle permet ainsi que par son prix de revient. Elle n'est donc applicable à l'heure actuelle qu'aux véhicules de petite puissance. La BVR est une amélioration de la BVM par la robotisation de la gestion de l'embrayage et de la boîte de vitesses. Toutefois, un inconvénient reste : celui de l'interruption de traction lors du changement de vitesses. Le confort de conduite n'est donc pas beaucoup amélioré. La DCT est proposée afin d'améliorer cet inconvénient et de diminuer le temps de changement de vitesses. Les avantages et les inconvénients des types de transmission sont résumés dans la table 1.1.

TABLE 1.1 – Comparaison des boîtes de vitesses

Critère	BVM	BVA	CVT	BVR	DCT
Maniabilité	-	+	+	+	+
Fiabilité	+	+	-	+	+
Efficacité	+	-	+	+	+
Consommation d'essence	+	-	+	+	+
Confort de conduite	-	++	++	+	++
Structure mécanique	++	-	-	++	+
Système de commande	+	-	-	-	-

La figure 1.39 montre la comparaison des temps d'accélération de 0 à 100 km/h et de consommation MEVG³ avec la BVM. La DCT peut réduire la consommation d'environ 2 % par rapport à la BVM, d'environ 4 % par rapport à la BVA, et d'environ 3,5 % par rapport à la CVT. Au niveau des temps d'accélération de 0 à 100 km/h, les trois types de boîtes de vitesses automatiques DCT, BVA et CVT ont à peu près le même score et celui-ci est diminué d'environ 5 % par rapport à la BVM. Au niveau d'économie de conduite et d'accélération, la BVR n'a pas beaucoup d'avantage par rapport à la BVM, mais elle améliore le confort de conduite et la facilité de conduite.

La figure 1.40 montre la comparaison des différentes transmissions aux niveaux consommation et dynamique de décollage en indiquant la distance parcourue 4 secondes après le décollage. Ici aussi, les avantages de la DCT sont bien mis en évidence : la DCT est dans la région la plus économique et la plus dynamique.

La comparaison entre les types de transmission présentée dans [Lewin, 2010](cf. figure 1.41) montre clairement les avantages de la DCT : économie de consommation,

3. Cycle officiel européen des émissions des véhicules motorisés.

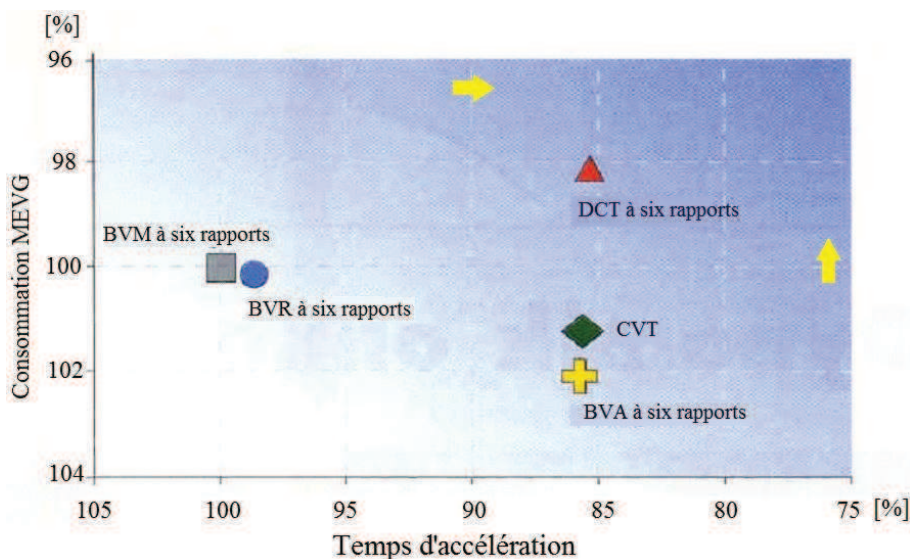


FIGURE 1.39 – Comparaison des types de transmission : la consommation et le temps d'accélération 0 – 100 km/h [www.dctfacts.com]

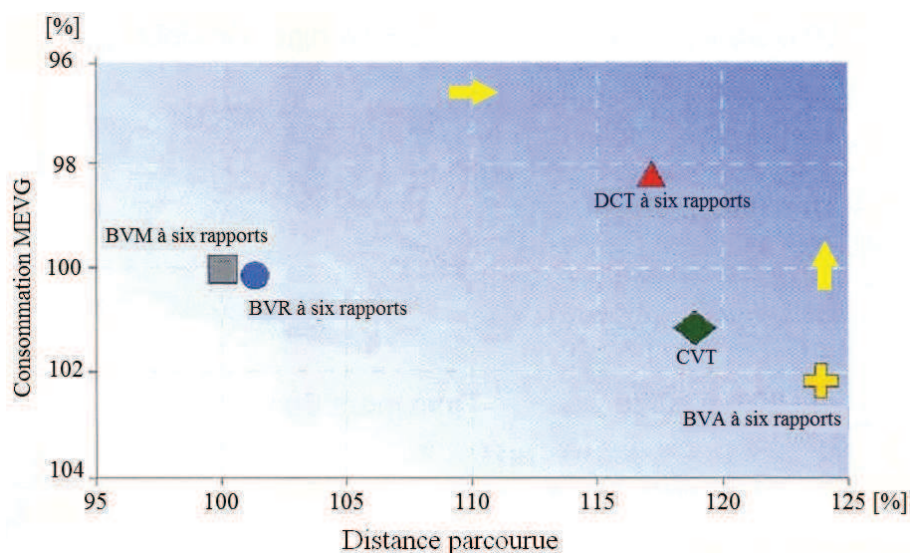


FIGURE 1.40 – Comparaison des types de transmission : la consommation et la distance parcourue 4 secondes après le décollage [www.dctfacts.com]

réduction d'émissions CO_2 , diminution du temps de passage de rapport, et coût plus faible par rapport à la CVT ou la BVA.

Il y a donc de nombreux avantages à la DCT. Cependant, la gestion du double embrayage en phases de décollage et de changement de vitesses est un point clé pour le confort de conduite et la rapidité des changements de vitesses. Il apparaît en synthèse de ce chapitre que les lois de commande développées sont le plus souvent basées sur des modèles linéaires obtenus en simplifiant le modèle d'embrayage (en utilisant le modèle de friction de *Coulomb*) et en négligeant les forces résistantes du véhicule, *etc.* Cependant, certains paramètres du modèle dynamique du GMP varient de façon importante ou sont difficiles à identifier comme la masse du véhicule, les forces résistantes du véhicule, le coefficient de friction de l'embrayage. Il est donc

Transmission Technology Characteristics Comparison [based on European market]					
Characteristics	Stepped Manual [MT]	Automated Manual [AMT]	Stepped Automatic [AT]	Dual Clutch [DCT]	Continuously Variable [CVT]
Shift time [ms]	500 - 1000	300 - 500	400 - 800	150 - 300	Not applicable
Fuel Consumption Savings	Baseline	+ 2-4%	- 5-10%	+ 3-5%	+ 3-5%
Weight	Baseline	+ 5-6%	Upto + 50%	+ 15-30%	+ 10-15%
Cost [€]	350 - 600	500 - 700	1,100 - 1,400	900 - 1,600	1,300 - 1,500
CO2 Reduction	Baseline	3-5%	- 10%	4-8%	Upto 10%
Key Suppliers	ZF, Getrag	ZF, Getrag, BorgWarner, in-house mfg.	ZF	BorgWarner, Getrag	JATCO, Getrag
Key OEMs	GM Group, PSA Group, Fiat Group, Renault-Nissan Group	Fiat Group, PSA Group, GM Group	BMW Group, Daimler Group, Volkswagen Group	Volkswagen Group, Ford Group, Fiat Group, PSA Group	Volkswagen Group [Audi], Daimler Group [Mercedes]
Market Potential 2015	70-71%	6-7%	11-12%	10-11%	1-2%
End Consumer Feedback / acceptance	1. Low Cost 2. High fuel efficiency 3. Ease of maintenance	1. Poor shift quality 2. Good fuel efficiency	1. Expensive 2. High comfort levels and shift quality 3. Not sporty enough	1. Best shift quality 2. Expensive 3. Excellent fuel efficiency	1. Expensive 2. Limited potential 3. Complicated maintenance
Hybridisation Potential	Very Low	Good	Good	High	Very High

FIGURE 1.41 – Comparaison des types de transmissions système [Lewin, 2010]

important de se poser la question de la robustesse de ces lois de commande.

Pour améliorer les performances des lois de commande, il semble naturel d'utiliser des modèles permettant de caractériser au mieux le comportement dynamique du GMP et particulièrement celui de l'embrayage qui décide du confort de conduite. Au vu des avancées récentes des synthèses de lois de commande non linéaires, il semble prometteur de tenter leurs applications sur ce type de modèles. La suite de ce mémoire est consacrée à des mises en oeuvre allant dans ce sens. Des modèles non linéaires du groupe motopropulseur sont développés. A partir de ces derniers, des lois de commande de décollage et de changement de vitesses sont déterminées, prenant en compte des incertitudes du modèle et des perturbations. Ces lois de commande sont ensuite testées en simulation sur le modèle complet développé.

Chapitre 2

Modélisation et simulation du groupe motopropulseur à double embrayage

2.1 Introduction

Le groupe motopropulseur d'un véhicule se compose d'éléments qui permettent de transmettre et distribuer la puissance provenant du moteur aux roues motrices. La modélisation du GMP est basée sur le découpage fonctionnel suivant : le moteur, l'embrayage, la transmission, la liaison pneumatique-sols et le véhicule. Chaque élément a un rôle distinct. La puissance est transmise de différentes façons : par friction intermittente avec (ou sans) glissement dans l'embrayage, par friction permanente dans la liaison pneumatique-sol, par des pignons d'engrenage dans la boîte de vitesses et le pont. Dans ce chapitre, un modèle dynamique d'un GMP à double embrayage est développé. Des résultats de simulations sont donnés en fin de chapitre.

2.2 Rappel sur les raideurs et moment d'inertie équivalents

Le groupe motopropulseur est constitué d'un ensemble de pièces en liaison entre les pignons, entre les surfaces de friction, ou encore entre le rotor et le bâti. Deux types de liaisons sont utilisés couramment dans le GMP : la liaison parallèle et la liaison série.

Dans cette section, nous rappelons le principe de la modélisation et, en particulier, les calculs d'inertie et de raideur équivalentes pour chaque type de liaisons.

2.2.1 Principe de la modélisation

Liaison entre les rotors ayant la même vitesse

Ce type de liaisons (voir les figures 2.1 et 2.2) est souvent utilisé dans le GMP, en particulier dans le cas où un accouplement entre deux éléments doit être facilement démontable. Des exemples de liaisons de ce type sont : la liaison entre le disque d'embrayage et l'arbre d'entrée de la boîte de vitesses ; la liaison entre le synchroniseur et son arbre ; la liaison entre le pignon planétaire de différentiel et le demi-arbre

de sortie à la roue motrice ; la liaison entre deux arbres de transmission, *etc.* Ce type de liaisons est souvent réalisé au moyen de cannelures axiales.

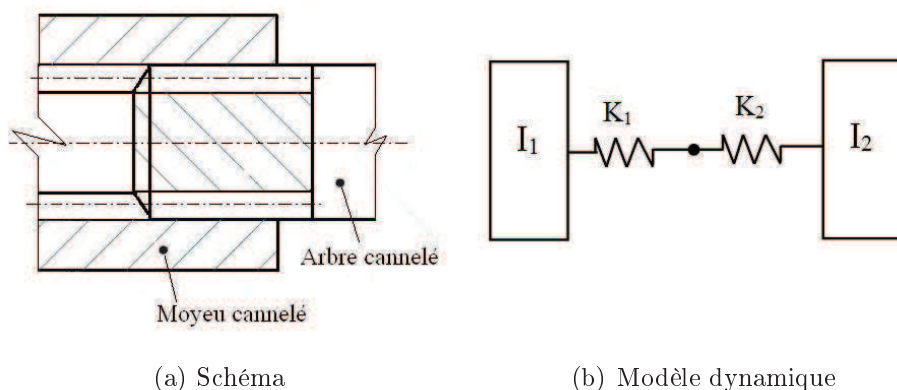


FIGURE 2.1 – Liaison entre deux arbres ayant la même vitesse : K_1 , K_2 sont , respectivement, les raideurs de l'arbre cannelé et du moyeu ; I_1 , I_2 sont les inerties de l'arbre cannelé et du moyeu

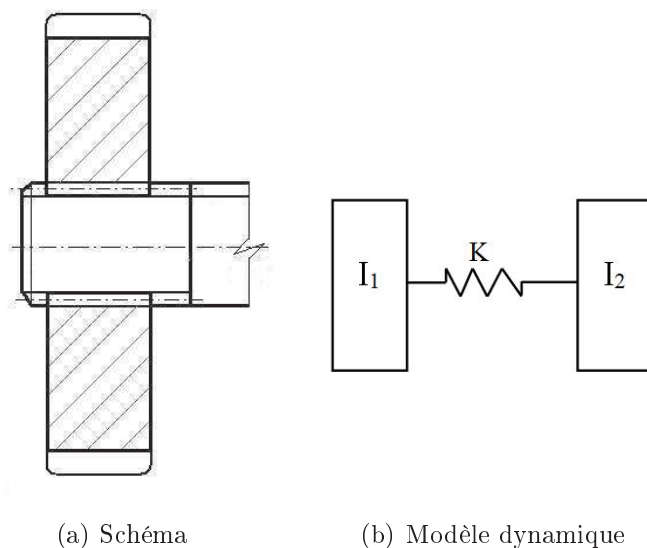


FIGURE 2.2 – Liaison entre un pignon et un arbre : K est la raideur de l'arbre ; I_1 , I_2 sont, respectivement, les inerties du pignon et de l'arbre

Liaison entre les rotors ayant des vitesses différentes

Ce type de liaisons se rencontrent aussi dans les GMPs, principalement dans la boîte de vitesses et le pont. La figure 2.3 montre une liaison par engrenages entre deux arbres . Les pignons sont remplacés par un disque d'inertie, sa rigidité en torsion étant très grande par rapport à celle des arbres. En supposant que les dents des pignons ont une raideur infinie, nous obtenons un modèle dynamique de la liaison sans torsion représenté figure 2.3(b). À l'inverse, si l'on considère que les dents sont souples (avec des raideurs de torsion des dents par rapport l'arbre notées K_1 et K_2), nous obtenons un modèle dynamique représenté figure 2.3(c).

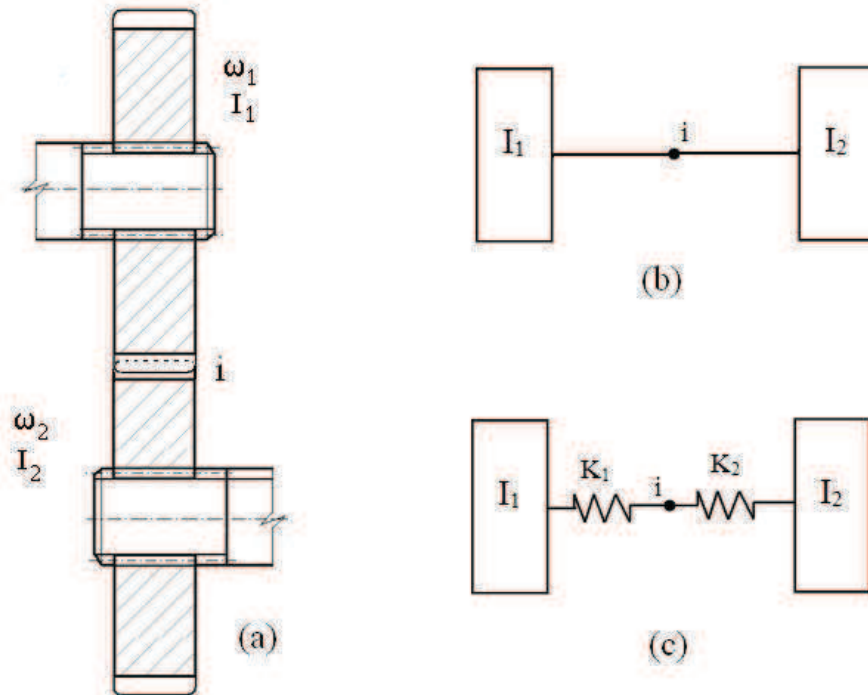
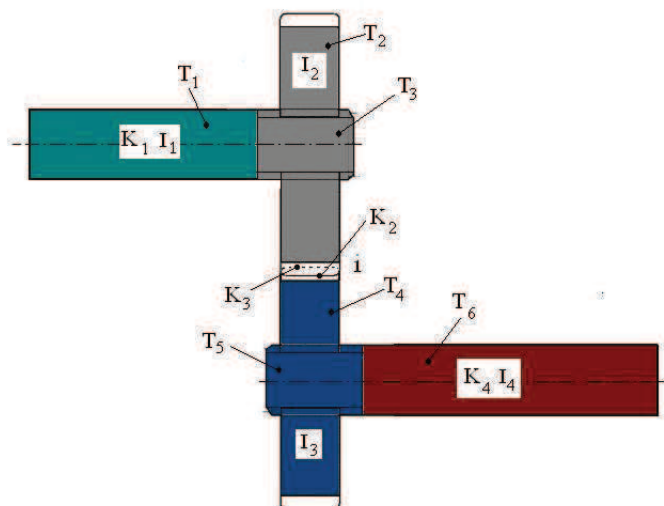


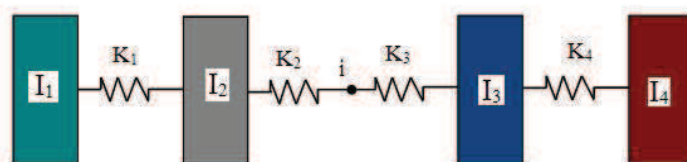
FIGURE 2.3 – Liaisons entre les rotors ayant des vitesses différentes : (a) schéma, (b) cas des dents avec raideur infinie, (c) ces des dents souples, I_1 , I_2 sont, respectivement, les inerties du pignon entraîné et du pignon poussé, K_1 et K_2 sont les raideur des dents, i est le rapport de réduction.

Exemple

La figure 2.4(a) représente un exemple de schéma d'un réducteur, dispositif commun dans les systèmes de transmission. On représente de manière discrète la répartition réelle de la raideur en torsion et de l'inertie par rapport à l'axe de rotation. La ligne d'arbre est découpée suivant un ensemble de tronçons en nombre et taille adaptée en fonction de ce que l'on cherche, et de la complexité de la géométrie des rotors. Pour chaque tronçon, on identifie sa rigidité torsionnelle équivalente K_i et son moment d'inertie équivalent I_i par rapport à son axe de rotation. Le modèle est constitué d'une succession de disques d'inertie indéformables placés aux extrémités de ressorts de torsion sans masse. Le modèle de chaque arbre déformé est obtenu par assemblage de rigidité équivalente et d'inertie équivalente. La partie de l'arbre non déformée n'est représentée que par un disque d'inertie. La liaison entre deux roues dentées élastiques n'est représentée que par un ressort de torsion, son moment d'inertie étant nul. Les roues dentées sont remplacées par un disque d'inertie, sa rigidité en torsion étant très grande par rapport à celle des arbres. La figure 2.4(b) représente un modèle dynamique d'un réducteur en supposant que les dentures des roues dentées sont souples. Les paramètres du modèle sont donnés dans la table 2.1



(a) Schéma d'un réducteur



(b) Modèle dynamique équivalent

FIGURE 2.4 – Principe du modèle d'un réducteur

TABLE 2.1 – Paramètres équivalents du modèle d'un réducteur

Tronçons réels	Moment d'inertie	Raideur en torsion
T_1	I_1	K_1
T_2 et T_3	I_2	infinie
Liaison entre dents	-	K_2, K_3
T_4 et T_5	I_3	infinie
T_6	I_4	K_4

2.2.2 Moment d'inertie équivalent et raideur équivalente des rotors ayant la même vitesse

Nous considérons un système à trois disques d'inertie tournants à la même vitesse ω . Ils sont reliés par deux éléments de raideur (voir la figure 2.5(a)). Un modèle réduit à deux disques d'inertie cf. figure 2.5(b). Le modèle réduit faut garder des propriétés importants du modèle complet, par exemple : les fréquences naturelles intéressantes, l'énergie cinétique et l'énergie potentielle. Les paramètres du modèle réduit I'_1 , I'_2 et K sont déterminés à partir l'équation de l'énergie cinétique, de l'énergie potentielle et la vérification de fréquent naturel intéressant. L'expression du coefficient d'amortissement équivalent a la même forme que celle de la raideur équivalente. Donc, dans cette section, nous ne nous focalisons que sur l'expression de l'inertie équivalente et de la raideur équivalente.

En considérant que les éléments liés ont une raideur infinie, nous avons : $\omega \triangleq$

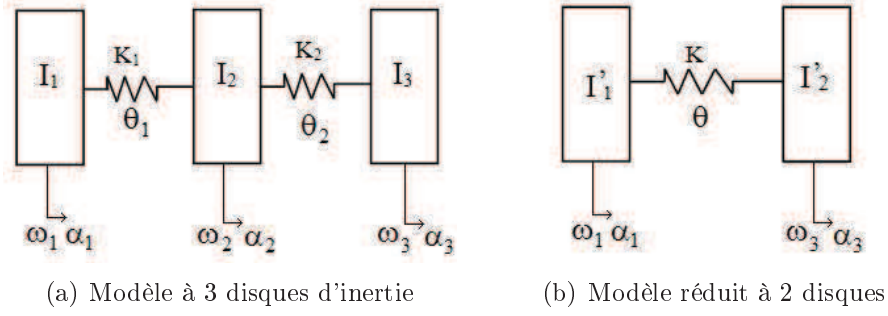


FIGURE 2.5 – Équivalent des rotors ayant la même vitesse : K_i sont les coefficients de raideur, I_i sont les inerties de disque

$\omega_1 = \omega_2 = \omega_3$, où $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ sont les vitesses angulaires des disques d'inertie du modèle. L'énergie cinétique de la structure considérée s'écrit :

$$\begin{aligned} E_c &= \frac{1}{2}I_1\omega_1^2 + \frac{1}{2}I_2\omega_2^2 + \frac{1}{2}I_3\omega_3^2 \\ &= \frac{1}{2}(I_1 + I_2 + I_3)\omega^2 \end{aligned}$$

L'énergie cinétique du modèle réduit :

$$\begin{aligned} E'_c &= \frac{1}{2}I'_1\omega_1^2 + \frac{1}{2}I'_2\omega_3^2 \\ &= \frac{1}{2}(I'_1 + I'_2)\omega^2 \end{aligned}$$

La condition de réduit est $E'_c = E_c$, nous avons :

$$I'_1 + I'_2 = I_1 + I_2 + I_3 \quad (2.1)$$

L'énergie potentielle de la structure considérée s'écrit :

$$E_p = \frac{1}{2}K_1\theta_1^2 + \frac{1}{2}K_2\theta_2^2 \quad (2.2)$$

$$= \frac{1}{2} \frac{K_1\theta_1^2(K_1 + K_2)}{K_1 + K_2} + \frac{1}{2} \frac{K_2\theta_2^2(K_1 + K_2)}{K_1 + K_2} \quad (2.3)$$

$$= \frac{1}{2} \frac{K_1K_2\theta_1^2 + K_1^2\theta_1^2 + K_2^2\theta_2^2 + K_1K_2\theta_2^2}{K_1 + K_2} \quad (2.4)$$

où θ_1, θ_2 sont les angles de torsion des éléments de raideur. D'autre part, les inerties du système sont négligées, nous avons l'équation d'équilibre des couples sur le disque d'inertie I_2 :

$$K_1\theta_1 = K_2\theta_2 \quad (2.5)$$

En introduisant l'équation (2.5) dans l'équation (2.2), nous obtenons :

$$\begin{aligned} E_p &= \frac{1}{2} \frac{K_1K_2\theta_1^2 + 2K_1K_2\theta_1\theta_2 + K_1K_2\theta_2^2}{K_1 + K_2} \\ &= \frac{1}{2} \frac{K_1K_2(\theta_1 + \theta_2)^2}{K_1 + K_2} \\ &= \frac{1}{2} \frac{K_1K_2}{K_1 + K_2} (\theta_1 + \theta_2)^2 \end{aligned}$$

L'énergie potentielle du modèle :

$$E_p' = \frac{1}{2} K \theta^2$$

où $\theta = \alpha_1 - \alpha_3 = (\alpha_1 - \alpha_2) + (\alpha_2 - \alpha_3) = \theta_1 + \theta_2$ La condition de réduct est $E_p' = E_p$, nous avons :

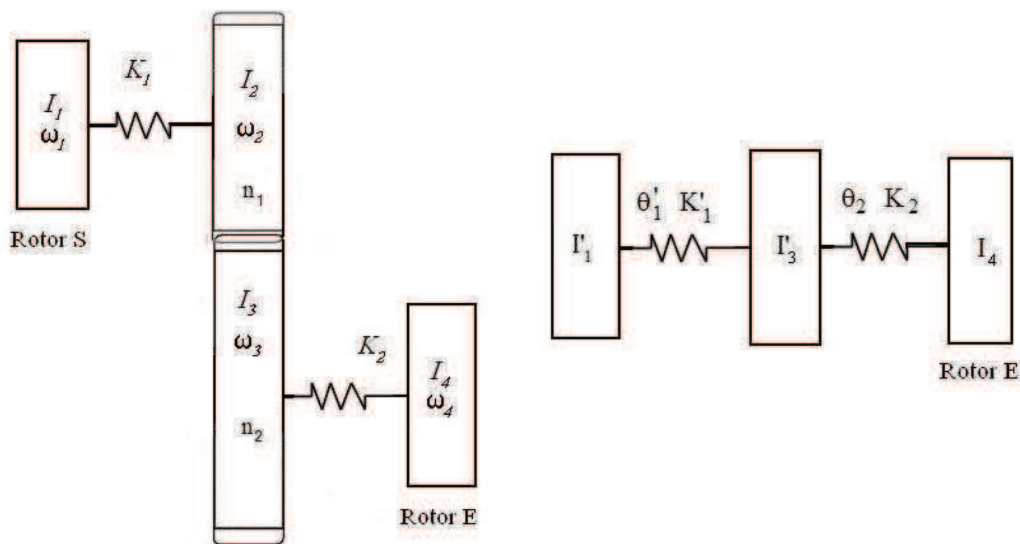
$$K = \frac{K_1 K_2}{K_1 + K_2} \quad (2.6)$$

2.2.3 Moment d'inertie équivalent et raideur équivalente de rotors ayant des vitesses différentes

La liaison entre des arbres ayant des vitesses différentes se trouve souvent dans les systèmes de transmission. Pour illustrer cette situation, nous montrons deux exemples. Le premier est un réducteur à engrenage à un seul niveau de réduction. Le deuxième exemple est un système de transmission parallèle.

Exemple 1

La figure 2.6(a) montre un réducteur à un niveau de réduction. Le rotor S est représenté par un disque d'inertie I_1 relié à la roue dentée d'inertie I_2 par un ressort de torsion ayant la raideur K_1 . Le rotor E est représenté par un disque d'inertie I_4 relié à la roue dentée d'inertie I_3 par un ressort de torsion ayant la raideur K_2 . Les deux roues dentées I_2, I_3 ont n_1, n_2 dents, respectivement. Le modèle équivalent amenant le disque d'inertie I_1 à la vitesse ω_4 est montré sur la figure 2.6(b).



(a) Modèle dynamique à deux vitesses

(b) Modèle dynamique équivalent ramené à la vitesse du rotor E

FIGURE 2.6 – Réducteur à un niveau de réduction

On fait les mêmes hypothèses que précédemment, alors $\omega_1 = \omega_2$ et $\omega_3 = \omega_4$. L'énergie cinétique de la structure considérée devient :

$$E_c = \frac{1}{2} I_1 \omega_1^2 + \frac{1}{2} I_2 \omega_2^2 + \frac{1}{2} I_3 \omega_3^2 + \frac{1}{2} I_4 \omega_4^2 \quad (2.7)$$

Afin d'amener le modèle à la vitesse du rotor E , l'équation (2.7) est réécrite en remplaçant $\omega_1 = i\omega_4$, $\omega_2 = i\omega_4$, $\omega_3 = \omega_4$, où $i = \frac{n_2}{n_1}$ est le rapport de réducteur :

$$E_c = \frac{1}{2}I_1 i^2 \omega_4^2 + \frac{1}{2}(I_3 + I_2 i^2) \omega_4^2 + \frac{1}{2}I_4 \omega_4^2 \quad (2.8)$$

$$= \frac{1}{2}I'_1 \omega_4^2 + \frac{1}{2}I'_3 \omega_4^2 + \frac{1}{2}I_4 \omega_4^2 \quad (2.9)$$

L'expression $I'_3 = I_3 + I_2 i^2$ représente l'inertie équivalente des deux roues dentées ramenées à la vitesse du rotor E . L'expression $I'_1 = I_1 i^2$ représente l'inertie équivalente du rotor S ramené à la vitesse du rotor E .

L'énergie potentielle de la structure considérée s'écrit :

$$E_p = \frac{1}{2}K_1 \theta_1^2 + \frac{1}{2}K_2 \theta_2^2 \quad (2.10)$$

$$= \frac{1}{2}K_1 i^2 \theta_1'^2 + \frac{1}{2}K_2 \theta_2^2 \quad (2.11)$$

$$= \frac{1}{2}K'_1 \theta_1'^2 + \frac{1}{2}K_2 \theta_2^2 \quad (2.12)$$

où, θ_1 , θ_2 sont les angles de torsion des éléments de raideur K_1 , K_2 , respectivement, et θ_1' est l'angle de torsion équivalent. L'expression $K'_1 = K_1 i^2$ représente la raideur équivalente des deux raideurs K_1 ramené à la vitesse du rotor E .

Exemple 2

La figure 2.7 représente un système de transmission parallèle. Les rotors S_1 , S_2

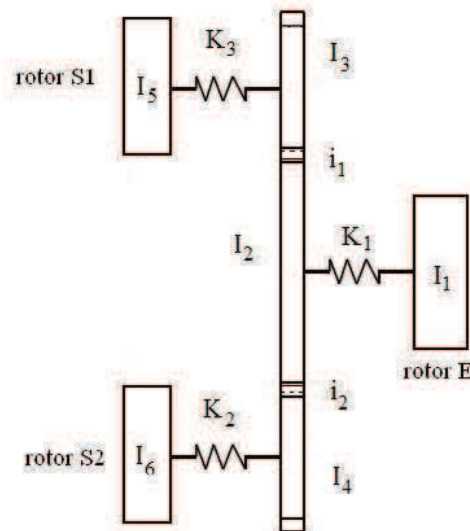


FIGURE 2.7 – Système de transmission parallèle

sont représentés par deux disques d'inertie I_5 , I_6 reliés aux roues dentées d'inertie I_3 , I_4 par deux ressorts de torsion K_2 , K_3 , respectivement. Les vitesses angulaires

associés sont ω_5, ω_6 . Le rotor E est représenté par un disque d'inertie I_1 relié à la roue dentée de moment d'inertie I_2 par un ressort de torsion K_1 . Sa vitesse angulaire est ω_1 . Deux roues dentées I_3, I_4 sont liées parallèlement à la roue dentée I_2 . Le modèle équivalent amenant les deux rotors S_1, S_2 à la vitesse du rotor E est représenté sur la figure 2.8(a). Le système étant dans les mêmes conditions que précédemment, le résultat suivant est obtenu :

$$I_2' = I_2 + I_3 i_1^2 + I_4 i_2^2 \quad (2.13)$$

$$I_5' = I_5 i_1^2 \quad (2.14)$$

$$I_6' = I_6 i_2^2 \quad (2.15)$$

$$K_2' = K_2 i_2^2 \quad (2.16)$$

$$K_3' = K_3 i_1^2 \quad (2.17)$$

où, $i_1 = \frac{\omega_2}{\omega_3}$, $i_2 = \frac{\omega_2}{\omega_4}$

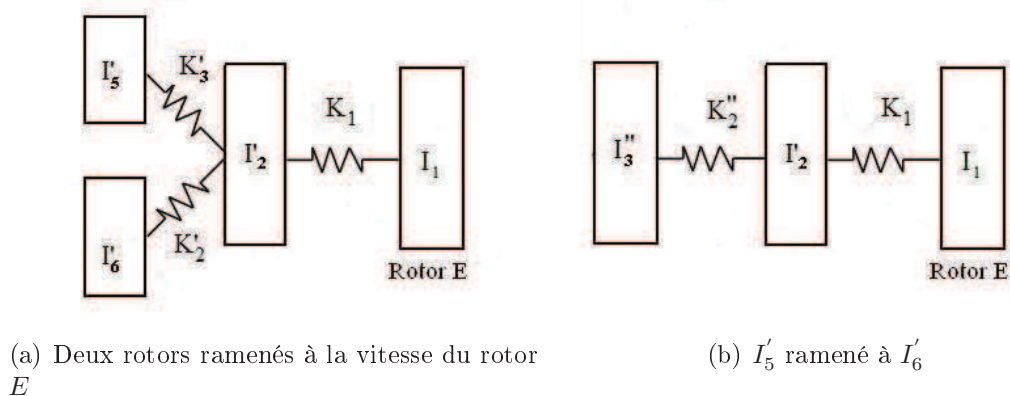


FIGURE 2.8 – Modèle équivalent de la transmission parallèle

Lorsque les éléments de raideur K_2, K_3 ont le même niveau de torsion, *c.-à.-d*

$$\theta_2 i_2 = \theta_3 i_1 \quad (2.18)$$

où, θ_2, θ_3 sont la torsion de K_2 et de K_3 , respectivement. Le modèle équivalent simplifié est obtenu est donné sur la figure 2.8(b), avec les paramètres équivalents :

$$I_3'' = I_5' + I_6' = I_5 i_1^2 + I_6 i_2^2 \quad (2.19)$$

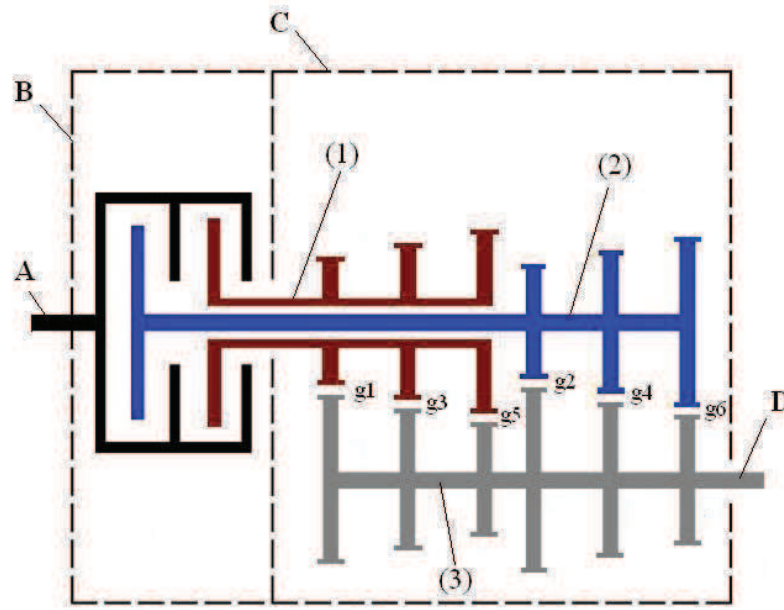
$$K_2'' = K_2' + K_3' = K_2 i_2^2 + K_3 i_1^2 \quad (2.20)$$

2.3 Modèle dynamique du groupe motopropulseur à double embrayage

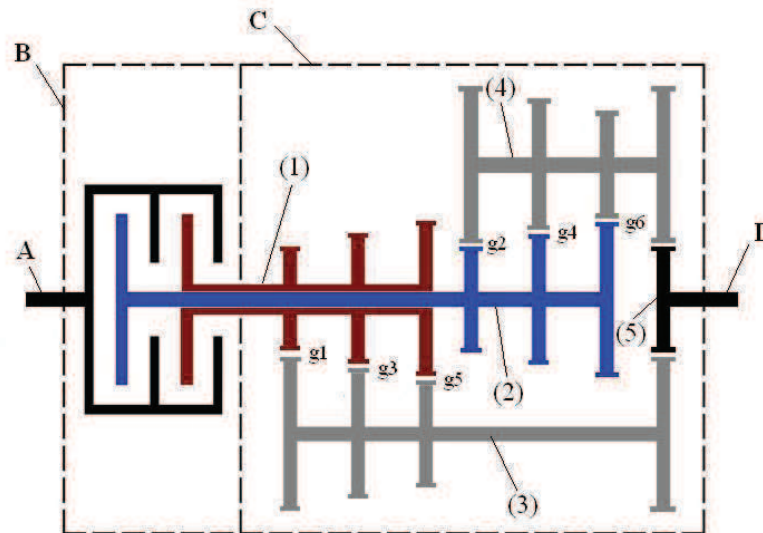
2.3.1 Description d'un groupe motopropulseur à double embrayage

L'architecture du groupe motopropulseur utilisant un double embrayage permet de passer des rapports sans interruption de traction. Plusieurs architectures GMP

sont possibles selon la disposition du moteur et des roues motrices. L'architecture de la boîte de vitesses à double embrayage est aussi variée : deux arbres d'entrée, un arbre de sortie (architecture longitudinale, voir la figure 2.9(a)), ou deux arbres d'entrée, deux arbres de sortie parallèles (architecture parallèle, voir la figure 2.9(b)). L'architecture longitudinale n'est utilisée que dans les véhicules avec un moteur à



(a) Architecture longitudinale



(b) Architecture parallèle

FIGURE 2.9 – Schéma cinématique d'une boîte de vitesses à double embrayage : (A) vilebrequin, (B) double embrayage, (C) boîte de vitesses, (D) sortie de la boîte de vitesses, (1)-(2) arbres d'entrée, (3)-(4) arbres de sortie, (5) pont et différentiel, g_i ($i = 1, \dots, 6$) engrenages de rapport i

combustion interne monté longitudinalement¹. L'architecture parallèle est utilisée dans les véhicules à moteur et les roues motrices à l'avant. Afin de minimiser la taille de la boîte de vitesses, les deux groupes d'engrenages sont réalisés sous la forme de sous-boîte de vitesses. Les deux sous-boîtes de vitesses sont montées latéralement par rapport au double embrayage. Cette structure a une longueur légèrement plus courte comparativement à celle d'une architecture longitudinale. Dans cette étude, nous nous focalisons sur l'architecture parallèle.

Dans l'architecture parallèle (voir la figure 2.9(b)), les deux arbres d'entrée (1) et (2) de la boîte de vitesses sont disposés coaxialement l'un par rapport à l'autre. Le premier arbre est creux, l'autre arbre est placé à l'intérieur et tourne librement par rapport à lui. Chaque arbre d'entrée porte des pignons fixes pour chaque groupe de rapports (par exemple, un groupe pour les rapports pairs et un autre pour les rapports impairs). Les pignons fous sont montés dans les deux arbres de sortie (3) et (4). Les arbres de sortie portent également les synchroniseurs afin de synchroniser et solidariser les pignons fous sur son arbre.

La différence principale entre les deux architectures longitudinale et parallèle est que, dans le cas longitudinal, les pignons fous ne sont portés que par un seul arbre de sortie.

2.3.2 Modèle dynamique

Nous considérons un groupe motopropulseur à double embrayage pour un véhicule à moteur et roues motrices avant. La boîte de vitesses à double embrayage considérée ici est du type parallèle (revoir la figure 2.9(b)). L'amortisseur d'embrayage est introduit dans le volant du moteur (volant à double masse). En négligeant les jeux entre dents des engrenages, la dynamique du synchroniseur et les mouvements du moteur sur ses suspensions, nous avons un schéma dynamique du GMP représenté sur la figure 2.10. Ce schéma montre le cas d'un changement de vitesses, le rapport en cours i_a et le rapport sélectionné i_s .

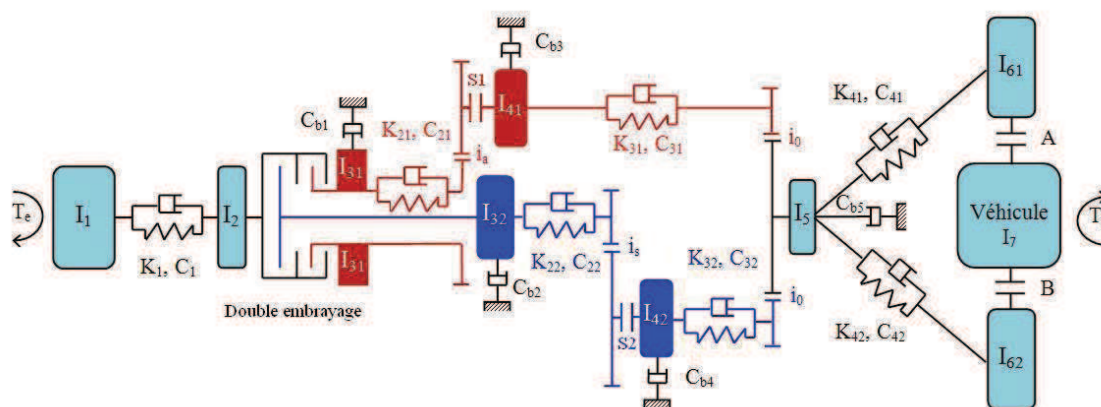


FIGURE 2.10 – Schéma dynamique du GMP à double embrayage

Dans la figure 2.10, T_e est le couple de sortie du moteur. Dans cette étude, les transitoires du moteur sont négligés et seul un modèle statique du moteur est consi-

1. Le moteur à combustion interne monté longitudinalement est celui dans lequel le vilebrequin est orienté le long de l'axe longitudinal du véhicule, le moteur avant et les roues motrices arrières.

déré. Une cartographie représentant le modèle statique du moteur est proposé dans la section suivante. I_1 est le moment d'inertie équivalent du moteur et d'une partie du volant du moteur (volant à double masse) ramenés au vilebrequin. Les coefficients de raideur et d'amortissement définis ci-dessous comprennent les raideurs et amortissements de torsion. K_1, C_1 sont les coefficients de raideur et d'amortissement de l'amortisseur, respectivement. I_2 est le moment d'inertie équivalent de l'autre partie du volant du moteur et des plateaux de double embrayage. I_{31} est le moment d'inertie équivalent de l'arbre creux, des pignons portés et du disque d'embrayage correspondant. K_{21}, C_{21} sont les coefficients de raideur et d'amortissement de l'arbre creux, respectivement. I_{32} est le moment d'inertie équivalent de l'arbre solide (l'arbre centrale), des pignons portés et du disque d'embrayage correspondant. K_{22}, C_{22} sont les coefficients de raideur et d'amortissement de l'arbre solide, respectivement. I_{41} est le moment d'inertie équivalent de l'arbre de sortie pour les rapports impairs, les synchroniseurs, le pignon fou correspondant et le pignon fixé de pont. K_{31}, C_{31} sont le coefficient de raideur et d'amortissement de l'arbre de sortie pour les rapports impairs, respectivement. I_{42} est le moment d'inertie équivalent de l'arbre de sortie pour les rapports pairs, les synchroniseurs, le pignon fou correspondant, et le pignon fixé de pont. K_{32}, C_{32} sont les coefficients de raideur et d'amortissement de l'arbre de sortie pour les rapports pairs, respectivement. i_0 est le rapport de pont, nous considérons le même rapport de pont pour les deux arbres de sortie de la boîte de vitesses. I_5 est le moment d'inertie équivalent du différentiel, du pignon couronné et d'une partie du demi-arbre à gauche et du demi-arbre à droite. K_{41}, C_{41} sont les coefficients de raideur et d'amortissement du demi-arbre à gauche, respectivement, K_{42}, C_{42} sont les coefficients de raideur et d'amortissement du demi-arbre à droite, respectivement. I_{61}, I_{62} sont les moments d'inertie équivalents de la roue motrice et de l'autre partie de demi-arbre à gauche, et à droite, respectivement. I_7 est le moment d'inertie équivalent de la masse totale du véhicule ramené à la roue motrice. A (B) est la liaison pneumatique-sol à gauche (à droite). S_1, S_2 sont les synchroniseurs correspondants au rapport actuel et au rapport suivant. T_r est le couple résistant d'avancement ramené à la roue. Les frottements visqueux sont modélisés par des amortisseurs $C_{bi}, i = 1, \dots, 5$ liés au bâti. Le moment d'inertie I_7 est calculé comme suit :

$$I_7 = m_v r_w^2 \quad (2.21)$$

où, m_v est la masse totale du véhicule, r_w est le rayon moyen de la roue motrice.

Le véhicule est supposé roulant en ligne droite, donc il n'y a pas de différence de vitesse entre les roues gauche et droite. Le modèle du GMP peut être simplifié en ramenant les deux demi-arbres à un seul arbre. Le schéma dynamique simplifié du GMP est donné sur la figure 2.11, avec les grandeurs équivalentes :

$$K_4 = K_{41} + K_{42} \quad (2.22)$$

$$C_4 = C_{41} + C_{42} \quad (2.23)$$

et

$$I_6 = I_{61} + I_{62} \quad (2.24)$$

La modélisation du GMP à double embrayage est présentée en considérant le découpage fonctionnel suivant : le moteur et volant du moteur, le double embrayage, la boîte de vitesses, l'arbre de transmission, la force de traction et le véhicule. Dans

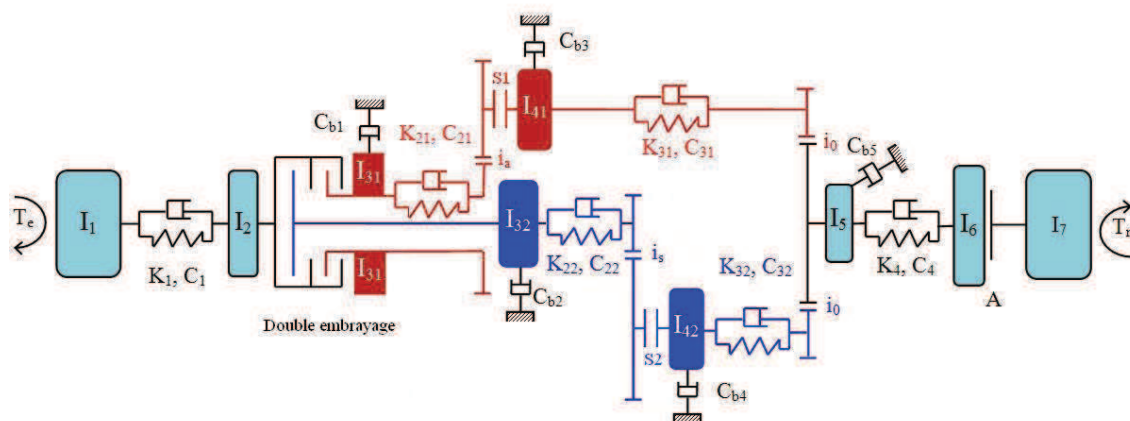


FIGURE 2.11 – Schéma dynamique du GMP à double embrayage équivalent : deux demi-arbres à un seul arbre

les sections suivantes, les modèles dynamiques des différents éléments sont détaillés (figure 2.12).

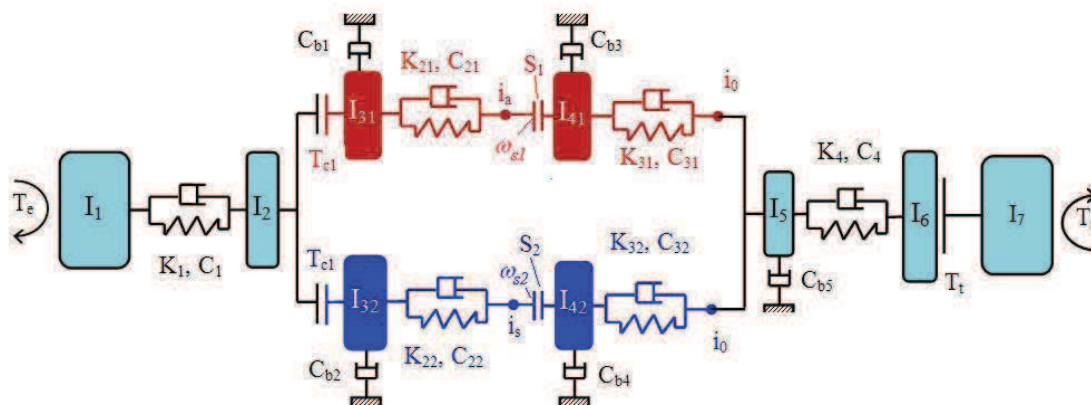


FIGURE 2.12 – Modèle dynamique du GMP à double embrayage

Le système mécanique de GMP est composé de plusieurs pièces mécaniques reliées entre elles par des liaisons cinématiques. Chaque maillon est considéré comme une pièce mobile et possède une inertie I_i ainsi qu'un vecteur de vitesse angulaire ω_i . La dynamique de chaque maillon suit la seconde loi de *Newton* :

$$I_i \frac{d\omega_i}{dt} = \sum_{j=1}^n T_{ij} \quad (2.25)$$

où T_{ij} , $j = 1, \dots, n$ sont les couples extérieurs exercés sur le maillon étudié i .

En appliquant la seconde loi de *Newton* au modèle du GMP, les équations dynamiques suivantes sont obtenues :

$$\dot{\omega}_1 = \frac{1}{I_1} (T_e - K_1(\theta_1 - \theta_2) - C_1(\omega_1 - \omega_2)) \quad (2.26a)$$

$$\dot{\omega}_2 = \frac{1}{I_2} (K_1(\theta_1 - \theta_2) + C_1(\omega_1 - \omega_2) - T_{c1} - T_{c2}) \quad (2.26b)$$

$$\dot{\omega}_{31} = \frac{1}{I_{31}} (T_{c1} - K_{21}(\theta_{31} - i_a \theta_{s1}) - C_{21}(\omega_{31} - i_a \omega_{s1}) - C_{b1} \omega_{31}) \quad (2.26c)$$

$$\dot{\omega}_{32} = \frac{1}{I_{32}} (T_{c2} - K_{22}(\theta_{32} - i_s \theta_{s2}) - C_{22}(\omega_{32} - i_s \omega_{s2}) - C_{b2} \omega_{32}) \quad (2.26d)$$

$$\dot{\omega}_{41} = \frac{1}{I_{41}} ((K_{21}(\theta_{31} - i_a \theta_{s1}) + C_{21}(\omega_{31} - i_a \omega_{s1})) i_a - K_{31}(\theta_{41} - i_0 \theta_5) - C_{31}(\omega_{41} - i_0 \omega_5) - C_{b3} \omega_{41}) \quad (2.26e)$$

$$\dot{\omega}_{42} = \frac{1}{I_{42}} ((K_{22}(\theta_{32} - i_s \theta_{s2}) + C_{22}(\omega_{32} - i_s \omega_{s2})) i_s - K_{32}(\theta_{42} - i_0 \theta_5) - C_{32}(\omega_{42} - i_0 \omega_5) - C_{b4} \omega_{42}) \quad (2.26f)$$

$$\dot{\omega}_5 = \frac{1}{I_5} ((K_{31}(\theta_{41} - i_0 \theta_5) + C_{31}(\omega_{41} - i_0 \omega_5)) i_0 + (K_{32}(\theta_{42} - i_0 \theta_5) + C_{32}(\omega_{42} - i_0 \omega_5)) i_0 - K_4(\theta_5 - \theta_6) - C_4(\omega_5 - \omega_6) - C_{b5} \omega_5) \quad (2.26g)$$

$$\dot{\omega}_6 = \frac{1}{I_6} (K_4(\theta_5 - \theta_6) + C_4(\omega_5 - \omega_6) - T_t) \quad (2.26h)$$

$$\dot{\omega}_7 = \frac{1}{I_7} (T_t - T_r) \quad (2.26i)$$

$$\dot{\theta}_{(-)} = \omega_{(-)} \quad (2.26j)$$

où T_e est le couple du moteur, T_{c1} , T_{c2} sont les couples du double embrayage, T_t est le couple d'interaction entre la roue motrice et le sol (le couple de traction), T_r est le couple de résistance à l'avancement, ω_{s1} et ω_{s2} sont les vitesses angulaires des pignons fous, ω_i et θ_i sont respectivement la vitesse angulaire et l'angle de torsion des maillons.

$$T_t = F_x r_w \quad (2.27)$$

$$T_r = F_r r_w \quad (2.28)$$

où F_x est la force de traction, F_r est la force de résistance à avancement, r_w est le rayon moyen de la roue. Dans les sections suivantes, les modèles du moteur, du double embrayage, de l'interaction pneumatique-sol, et du véhicule sont présentés.

Pour développer des lois de commande, le modèle du GMP est simplifié sur la base des hypothèses mécaniques suivantes :

- l'arbre creux, l'arbre solide, l'arbre de sortie pour les rapports impairs et l'arbre de sortie pour les rapports pairs sont de raideur infinie,
- les frottements visqueux dans la boîte de vitesses et dans le pont sont négligés,
- les transitions des synchroniseurs en phase de sélection de rapport sont négligées,
- le contact pneumatique-sol est en parfaite adhérence et on suppose l'absence d'effets transitoires dus à l'interface pneumatique-sol.

En ramenant les moments d'inertie des arbres, des pignons et des synchronisations correspondants, et deux disques d'embrayage au pont-différentiel I_5 , nous avons un modèle dynamique simplifié du GMP comme proposé sur la figure 2.13.

Les rapports de transmission i_i , i_j correspondent respectivement au rapport en cours et au rapport sélectionné et sont donnés par :

$$i_i = i_a i_0 \quad (2.29)$$

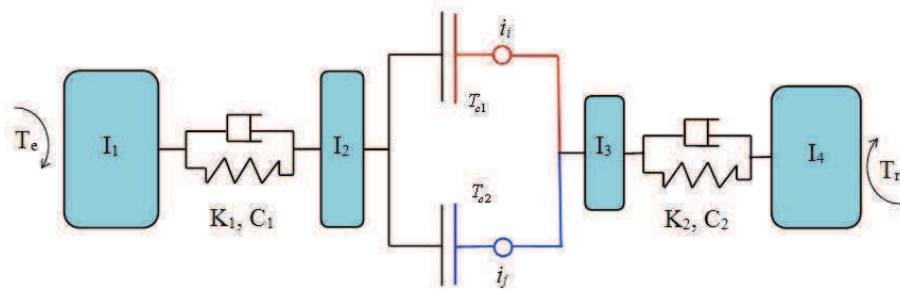


FIGURE 2.13 – Modèle dynamique simplifié du GMP à double embrayage

$$i_j = i_s i_0 \quad (2.30)$$

Les paramètres équivalents du modèle simplifié sont :

$$I_3 = I_5 + I_{31} i_a^2 i_0^2 + I_{32} i_s^2 i_0^2 + (I_{41} + I_{42}) i_0^2 \quad (2.31)$$

$$K_2 = K_5 \quad (2.32)$$

$$C_2 = C_5 \quad (2.33)$$

$$I_4 = I_6 + I_7 \quad (2.34)$$

Les équations différentielles du modèle simplifié deviennent :

$$\dot{\omega}_1 = \frac{T_e(\cdot)}{I_1} - \frac{1}{I_1} (K_1(\theta_1 - \theta_2) + C_1(\omega_1 - \omega_2)) \quad (2.35a)$$

$$\dot{\omega}_2 = \frac{1}{I_2} (K_1(\theta_1 - \theta_2) + C_1(\omega_1 - \omega_2)) - \frac{1}{I_2} T_{c1}(\cdot) - \frac{1}{I_2} T_{c2}(\cdot) \quad (2.35b)$$

$$\dot{\omega}_3 = \frac{i_i}{I_3} T_{c1}(\cdot) + \frac{i_j}{I_3} T_{c2}(\cdot) - \frac{1}{I_3} (K_2(\theta_3 - \theta_4) + C_2(\omega_3 - \omega_4)) \quad (2.35c)$$

$$\dot{\omega}_4 = \frac{1}{I_4} (K_2(\theta_3 - \theta_4) + C_2(\omega_3 - \omega_4)) - \frac{T_r(\cdot)}{I_4} \quad (2.35d)$$

$$\dot{\theta}_i = \omega_i, \quad i = 1, \dots, 4 \quad (2.35e)$$

où les ω_i sont respectivement les vitesses angulaires du moteur (la partie du volant moteur à côté du moteur comprise), de l'autre partie du volant moteur (également les plateaux du double embrayage), du pont et de la roue motrice, les θ_i sont les angles de torsion correspondants.

2.4 Modèle du moteur

Dans le cadre de cette thèse, une modélisation statique du moteur est considérée qui permet d'avoir une représentation au macroscopique de son fonctionnement. Le moteur est alors modélisé par une cartographie du couple moyen qui est fonction de la vitesse du moteur et de l'ouverture du papillon.

$$T_e = f(\omega_1, p) \quad (2.36)$$

où T_e est le couple de sortie du moteur, ω_1 est le régime du moteur, p est la position du papillon.

La figure 2.14 montre un exemple de cartographie de couple d'un moteur thermique.

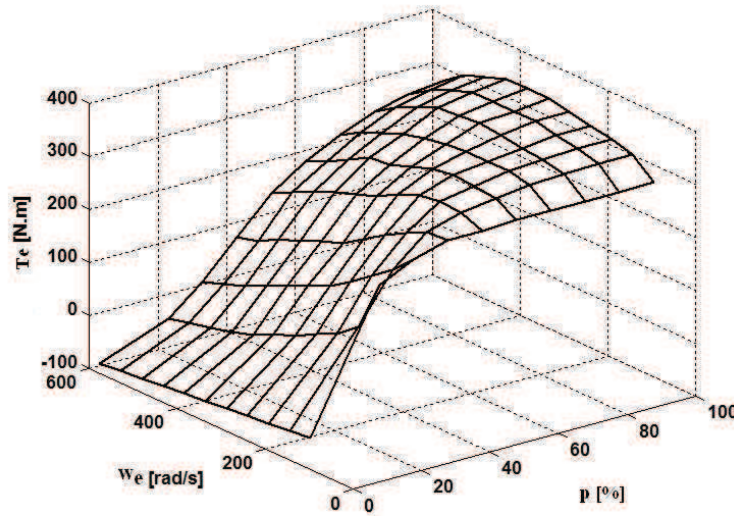


FIGURE 2.14 – Cartographie d'un moteur thermique

2.5 Modèle du double embrayage

Dans les phases de décollage et de changement de vitesses, l'embrayage est utilisé afin de synchroniser la vitesse du véhicule à la vitesse du moteur. Le couple transféré par l'embrayage dans ces phases est alors le couple de friction. Dans la littérature, la plupart des auteurs utilisent des modèles de friction "classiques" tels que : la friction de *Coulomb* (la figure 2.15(a)), la friction de *Coulomb* + visqueuse (la figure 2.15(b)), la friction statique + de *Coulomb* + visqueuse (la figure 2.15(c)), et la friction statique + de *Coulomb* + visqueuse + l'effet *Stribeck* (la figure 2.15(d)).

Le modèle de l'embrayage est souvent considéré dans la littérature comme un modèle hybride. Dans les sous-sections suivantes, nous présentons d'abord un modèle du double embrayage statique hybride sur la base du modèle de friction *Stribeck*, et puis un modèle dynamique continu appelé *LuGre* [Canudas de Wit *et al.*, 1995]. Le modèle dynamique est développé indépendamment pour chaque embrayage. Le modèle dynamique du double embrayage correspond à la combinaison des modèles dynamiques de chaque embrayage. Les variables d'entrée et de sortie du double embrayage correspondant sont représentées sur la figure 2.16.

2.5.1 Modèle statique hybride

Un modèle statique de chaque embrayage composant le double embrayage peut être obtenu sur les phases de glissement et de fermeture. Pendant la phase de fermeture, le couple transféré par l'embrayage est plus faible que le couple de friction statique, et est calculé à partir des données de la dynamique du modèle. Pendant la phase de glissement, le couple transféré par l'embrayage est le couple de friction. À basse vitesse de glissement, le couple de friction augmente de façon non linéaire. Ce phénomène s'appelle l'effet de *Stribeck* [Stribeck, 1902]. Il est représenté en détail

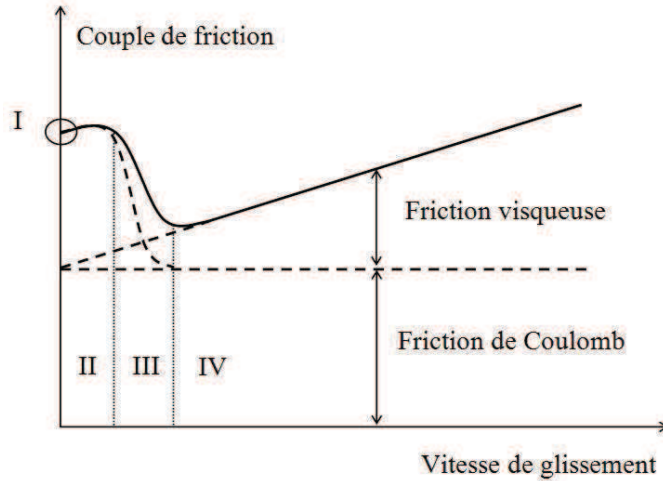


FIGURE 2.17 – Représentation schématique de l'effet *Stribeck* : *I* - friction statique, *II* - lubrification limite, *III* - lubrification partielle, *IV* - lubrification totale

où $\Delta\omega$ est la vitesse de glissement, μ_c est le coefficient de friction *Coulomb*, μ_s est le coefficient de friction statique, ω_s est la vitesse de *Stribeck*, δ_s est l'exposant de *Stribeck*, qui permet de modifier la courbure de *Stribeck*.

Le couple transféré par chaque embrayage T_{ci} ($i = 1, 2$) pendant la phase de glissement est fonction de son amplitude, des paramètres caractéristiques de la friction, et de la force normale appliquée :

$$T_{ci} = \gamma_c \mu(\Delta\omega_i) \text{sign}(\Delta\omega_i) F_{ni} \quad (2.38)$$

où les F_{ni} sont les forces normales appliquées sur la surface de friction de chaque embrayage, $\mu(\cdot)$ est le coefficient de friction qui est une fonction non-linéaire définie par l'équation (2.37), les $\Delta\omega_i$ sont les vitesses de glissement de chaque embrayage. γ_c est une constante qui dépend de la géométrie de l'embrayage :

$$\gamma_c = 2n_d r_c \quad (2.39)$$

avec n_d est le nombre de disques de friction (disque d'embrayage) et r_c est le rayon moyen de friction du disque d'expression

$$r_c = \frac{2(r_1^3 - r_2^3)}{3(r_1^2 - r_2^2)} \quad (2.40)$$

où r_1 est le rayon extérieur du disque de friction, et r_2 est le rayon intérieur du disque de friction (voir la figure 2.18).

Pendant un changement de vitesses, 4 phases sont considérées :

- la phase de *pré-installation* : pendant cette phase, le pignon concernant le rapport sélectionné est engrené par un synchroniseur. L'embrayage lié à ce rapport (embrayage *on-coming*) est encore ouvert. L'embrayage lié au rapport en cours (embrayage *off-going*) est encore complètement fermé, le véhicule fonctionne sur ce rapport,
- la phase de *couplage* : c'est la phase où les deux embrayages fonctionnent, dans un premier temps, la force normale est appliquée sur l'embrayage *on-coming*, l'embrayage *off-going* est encore complètement fermé, puis, les deux embrayages sont en phase de glissement,

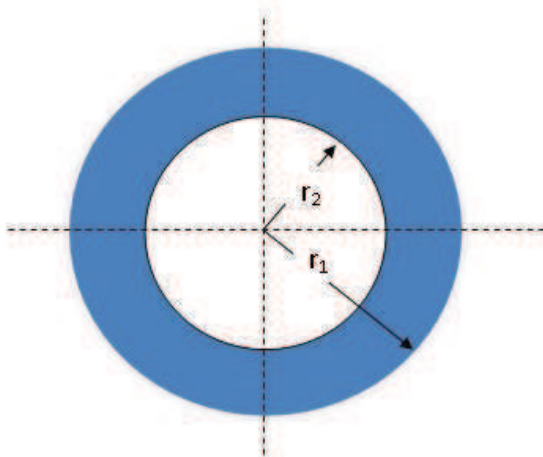


FIGURE 2.18 – Disque de friction

- la *phase d'inertie* : pendant cette phase, l'embrayage *off-going* est complètement ouvert, l'embrayage *on-coming* est encore en train de glisser. Le couple du moteur est transféré par l'embrayage *on-coming*,
- le *changement de vitesses accompli* : dans cette phase, l'embrayage *on-coming* est complètement fermé, le véhicule fonctionne sur le rapport sélectionné.

Dans ce qui suit les modèles correspondants à chaque phase sont fournis.

Pré-installation

Dans cette phase, l'embrayage *on-coming* est encore ouvert, nous supposons que c'est l'embrayage 2, donc

$$T_{c2} = 0. \quad (2.41)$$

L'embrayage *off-going* est complètement fermé. Le couple transféré par cet embrayage s'obtient en combinant les équations (2.26b) et (2.26c) avec les états de fermeture

$$\omega_2 = \omega_{31} \quad (2.42)$$

et

$$\dot{\omega}_2 = \dot{\omega}_{31} \quad (2.43)$$

D'où

$$T_{c1} = \frac{T_{in}I_{31} + T_{out1}I_2}{I_2 + I_{31}} \quad (2.44)$$

avec T_{in} le couple sur l'arbre d'entrée du double embrayage et T_{out1} le couple sur l'arbre de sortie d'embrayage *off-going* :

$$T_{in} = K_1(\theta_1 - \theta_2) + C_1(\omega_1 - \omega_2) \quad (2.45)$$

$$T_{out1} = K_{21}(\theta_{31} - i_a\theta_{s1}) + C_{21}(\omega_{31} - i_a\omega_{s1}) + C_{b1}\omega_{31} \quad (2.46)$$

Phase de couplage

L'embrayage *on-coming* commence à s'engager. 2 sous-phases sont considérées. Dans la première, la force normale commence être appliquée sur l'embrayage *on-coming*, l'embrayage *off-going* est encore complètement fermé. De façon similaire à

ce qui précède, il vient

$$T_{c1} = \frac{(T_{in} - T_{c2})I_{31} + T_{out1}I_2}{I_2 + I_{31}} \quad (2.47)$$

et

$$T_{c2} = \gamma_c \mu (\Delta\omega_2) F_{n2} \text{sign}(\Delta\omega_2) \quad (2.48)$$

où $\Delta\omega_2$ est la vitesse de glissement d'embrayage *on-coming* :

$$\Delta\omega_2 = \omega_2 - \omega_{32}. \quad (2.49)$$

Dans la deuxième sous-phase, les deux embrayages glissent ensemble et, par conséquent

$$T_{c1} = \gamma_c \mu (\Delta\omega_1) F_{n1} \text{sign}(\Delta\omega_1) \quad (2.50)$$

$$T_{c2} = \gamma_c \mu (\Delta\omega_2) F_{n2} \text{sign}(\Delta\omega_2) \quad (2.51)$$

où $\Delta\omega_1$ est la vitesse de glissement d'embrayage *off-going*

$$\Delta\omega_1 = \omega_2 - \omega_{31}. \quad (2.52)$$

Phase d'inertie

L'embrayage *off-going* est complètement ouvert

$$T_{c1} = 0 \quad (2.53)$$

L'embrayage *on-coming* est encore dans la phase de glissement

$$T_{c2} = \gamma_c \mu (\Delta\omega_2) F_{n2} \text{sign}(\Delta\omega_2) \quad (2.54)$$

Changement de vitesses accompli

Dans cette phase, l'embrayage *on-coming* est complètement fermé. Le couple moteur est transféré par l'embrayage *on-coming*. Ce couple est calculé en combinant les équations (2.26b) et (2.26d) avec les états de fermeture

$$\omega_2 = \omega_{32} \quad (2.55)$$

et

$$\dot{\omega}_2 = \dot{\omega}_{32} \quad (2.56)$$

Soit

$$T_{c2} = \frac{T_{in}I_{32} + T_{out2}I_2}{I_2 + I_{32}} \quad (2.57)$$

où T_{in} est le couple sur l'arbre d'entrée du double embrayage, T_{out2} est le couple sur l'arbre de sortie de l'embrayage *on-coming* :

$$T_{out2} = K_{22}(\theta_{32} - i_s \theta_{s2}) + C_{22}(\omega_{32} - i_s \omega_{s2}) + C_{b2} \omega_{32} \quad (2.58)$$

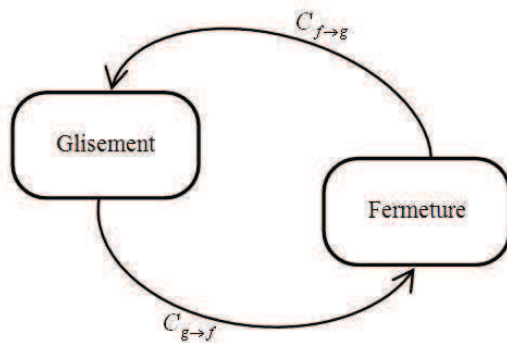


FIGURE 2.19 – Conditions de commutation de l’embrayage

Conditions de commutation

Deux états différents doivent être pris en compte pour chaque embrayage, le premier est lorsque l’embrayage est fermé et le second étant lorsque l’embrayage glisse. Les commutations d’un état à l’autre dépendent de grandeurs exogènes ou des variables de sous-modèles. La commutation des états de chaque embrayage est représentée dans la figure 2.19.

Pour un passage du mode de glissement au mode de fermeture, la vitesse de glissement doit être nulle et le couple transmis par l’embrayage (le couple extérieur) inférieur à la capacité de couple de l’embrayage (également nommé couple statique de l’embrayage). En pratique, la vitesse de glissement est obtenue via un capteur, et suivant sa précision, la condition de vitesse nulle est difficile à détecter. Ainsi cette condition d’annulation peut être approchée par une vitesse de glissement suffisamment petite. Les conditions pour commuter du mode de glissement au mode de fermeture sont données par :

$$C_{g \rightarrow f} \triangleq (|\Delta\omega| < \varepsilon) \text{ et } (|T_c^f| < T_c^s) \quad (2.59)$$

où T_c^f est le couple transmis par l’embrayage en phase de fermeture calculé par la formule (2.47) ou (2.58), ε est une constante positive assez petite, $\Delta\omega$ est la vitesse de glissement et T_c^s est le couple transmissible par l’embrayage (la capacité de friction statique d’embrayage, $T_c^s > 0$) donné par :

$$T_c^s = \gamma_c \mu_s F_n \quad (2.60)$$

où F_n est la force normale appliquée sur l’embrayage correspondant.

Pour un passage du mode de fermeture au mode de glissement, le couple à transmettre par l’embrayage est plus grand que la capacité de couple de l’embrayage :

$$C_{f \rightarrow g} \triangleq |T_c^f| \geq T_c^s \quad (2.61)$$

2.5.2 Modèle de l’embrayage *LuGre*

Le modèle de friction *LuGre* est un modèle dynamique continu. Ce modèle de *LuGre* développé dans [Canudas de Wit *et al.*, 1995] se base sur le comportement des soies des surfaces de friction. En effet, les surfaces sont très irrégulières au niveau

microscopique et donc deux surfaces en contact ont un certain nombre d'aspérités. Il faut imaginer deux corps rigides qui entrent en contact par le biais de soies élastiques. Pour plus de simplicité et sans perdre de généralité, on peut supposer que les soies sont rigides sur l'un des corps et élastiques sur l'autre (figure 2.20). Dans cette

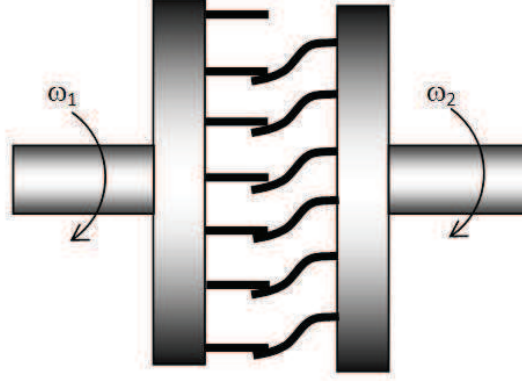


FIGURE 2.20 – Interface de friction entre deux surfaces

section, un modèle dynamique de l'embrayage est représenté sur la base d'un modèle de friction *LuGre*.

La déformation moyenne des soies z est représentée comme une variable interne. La dynamique de la déformation moyenne est donnée comme suit :

$$\dot{z} = \Delta\omega - \frac{|\Delta\omega|}{g(\Delta\omega)} \delta_0 z \quad (2.62)$$

où $\Delta\omega$ est la vitesse de glissement de l'embrayage, δ_0 est le coefficient de raideur des soies, $g(\Delta\omega)$ est une fonction qui est définie afin de décrire au mieux l'effet *Stribeck*. Comme dans le cas précédent, une fonction de type exponentiel est utilisée pour définir la fonction $g(\Delta\omega)$:

$$g(\Delta\omega) = \left(\mu_c + (\mu_s - \mu_c) e^{-\left| \frac{\Delta\omega}{\omega_s} \right|^{\delta_s}} \right) \gamma_c F_n \quad (2.63)$$

où μ_c est le coefficient de friction de *Coulomb*, μ_s est le coefficient de friction statique, ω_s est la vitesse de *Stribeck*, δ_s est l'exposant de *Stribeck*, γ_c est une constante positive dépendant la géométrie d'embrayage, et F_n est la force normale appliquée sur l'embrayage.

Le couple d'embrayage généré à partir de cette déformation des soies est décrit comme :

$$T_c = \delta_0 z + \delta_1 \dot{z} \quad (2.64)$$

où δ_1 est le coefficient d'amortissement.

Un terme proportionnel à la vitesse relative peut être ajouté au couple d'embrayage pour prendre en compte de la friction visqueuse, de sorte que :

$$T_c = \delta_0 z + \delta_1 \dot{z} + \delta_2 \Delta\omega \quad (2.65)$$

où δ_2 est le coefficient visqueux de friction.

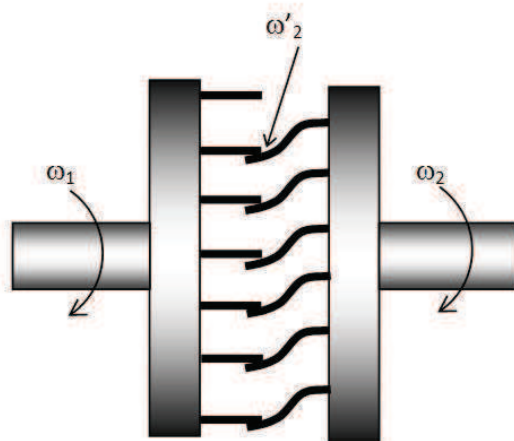


FIGURE 2.21 – Modèle à soie de la friction

Un des inconvénients majeurs du modèle de friction *LuGre* est qu'ils ne possèdent pas la propriété de non-dérive [Nouailletas, 2009]. Pendant la phase de fermeture, si on décroît la force normale jusqu'à une valeur faible, l'embrayage reste toujours fermé. En effet, dans la région de basse vitesse de glissement, le comportement des soies dépend moins de la force normale. Tandis que, en phase de fermeture, la vitesse de glissement est presque nulle, la dépendance de la force normale sur la dynamique de déformation est alors faible. Donc, il est difficile de commuter de la phase de fermeture à la phase de glissement en décroissant la force normale. Pour surmonter ce problème, nous proposons un modèle dynamique de l'embrayage basé sur la *magic formula* [Pacejka *et al.*, 1987] et sur la dynamique interne des soies.

2.5.3 Modèle de l'embrayage basé sur la *magic formula*

En phase de fermeture, le couple d'embrayage ne dépend plus de la force normale. Le couple transmis par l'embrayage est estimé par la dynamique du modèle et limité par le couple statique. Pendant cette phase, nous introduisons une variable interne — le coefficient de glissement interne — afin d'adapter les changements du couple transmis par l'embrayage.

Dynamique interne des soies

Le même modèle de soies que dans le cas précédent est utilisé : entre deux surfaces de friction, l'interface est pensée comme un contact entre des soies. Cependant, la vitesse des soies est introduite (figure 2.21). Le coefficient de glissement interne d'embrayage est défini comme suit :

$$\lambda' = \frac{\omega_1 - \omega'_2}{\omega_1} = \frac{\Delta\omega'}{\omega_1} \quad (2.66)$$

où $\Delta\omega'$ est la vitesse de glissement interne d'embrayage, ω_1 est la vitesse de l'arbre d'entrée, ω'_2 est la vitesse des soies. L'embrayage est considéré comme fermé si le coefficient de glissement interne reste dans une borne assez petite $|\lambda'| \leq \varepsilon$.

En phase de glissement, le coefficient de glissement d'embrayage est introduit :

$$\lambda = \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_1} = \frac{\Delta\omega}{\omega_1} \quad (2.67)$$

où ω_2 est la vitesse de l'arbre de sortie. En phase de glissement nous pouvons approcher : $\omega'_2 \approx \omega_2$. Donc, en phase cette phase nous avons :

$$\lambda' \approx \lambda \quad (2.68)$$

L'équation de la dynamique des soies est :

$$\begin{aligned} \frac{dz}{dt} &= \omega'_2 - \omega_2 = (\omega_1 - \omega_2) - (\omega_1 - \omega'_2) = \Delta\omega - \Delta\omega' \\ &= -\lambda'\omega_1 + \Delta\omega \end{aligned} \quad (2.69)$$

Le couple d'embrayage est fonction de la déformation z . La déformation z étant suffisamment petite, il est possible de représenter le modèle par une fonction linéaire

$$T_c = zC_z \quad (2.70)$$

où C_z est la rigidité de la surface de friction

$$C_z = \left. \frac{dT_c}{dz} \right|_{z=0} \quad (2.71)$$

Donc

$$\frac{dT_c}{dt} = C_z \frac{dz}{dt} \quad (2.72)$$

$$\Rightarrow \frac{dz}{dt} = \frac{1}{C_z} \frac{dT_c}{dt} \quad (2.73)$$

En combinant les équations (2.69) et (2.73), nous avons

$$\frac{1}{C_z} \frac{dT_c}{dt} = -\lambda'\omega_1 + \Delta\omega \quad (2.74)$$

D'autre part, le couple de l'embrayage peut être estimé par une fonction du coefficient de glissement et de la force normale sous la forme :

$$T_c = f(\lambda', F_n) \quad (2.75)$$

$$\Rightarrow \frac{dT_c}{dt} = \frac{\partial T_c}{\partial \lambda'} \frac{d\lambda'}{dt} + \frac{\partial T_c}{\partial F_n} \frac{dF_n}{dt} \quad (2.76)$$

En combinant les équations (2.74) et (2.76) nous avons

$$\frac{1}{C_z} \left(\frac{\partial T_c}{\partial \lambda'} \frac{d\lambda'}{dt} + \frac{\partial T_c}{\partial F_n} \frac{dF_n}{dt} \right) = -\lambda'\omega_1 + \Delta\omega \quad (2.77)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{C_z} \frac{\partial T_c}{\partial \lambda'} \frac{d\lambda'}{dt} = -\lambda'\omega_1 + \Delta\omega - \frac{1}{C_z} \frac{\partial T_c}{\partial F_n} \frac{dF_n}{dt} \quad (2.78)$$

L'équation (2.78) représente la dynamique du coefficient de vitesse de glissement d'embrayage.

Finalement, nous utilisons la formule suivante pour calculer le couple d'embrayage :

$$T_c = f(\lambda', F_n) = \gamma_c F_n f(\lambda') \quad (2.79)$$

où γ_c est une constante qui dépend la géométrie de l'embrayage. Le paramètre $\Delta\omega'$ est difficile à mesurer ou à identifier. D'autre part, la raideur des surfaces de friction d'embrayage est assez grande. Donc, l'approximation du coefficient de la vitesse de glissement interne λ' par le coefficient de la vitesse de glissement λ peut être faite.

$$T_c = \gamma_c F_n f(\lambda) \quad (2.80)$$

La dynamique du coefficient de vitesse de glissement d'embrayage devient :

$$\frac{1}{C_z} \gamma_c F_n \frac{df(\lambda)}{d\lambda} \frac{d\lambda}{dt} = -\lambda\omega_1 + \Delta\omega - \frac{1}{C_z} \gamma_c \lambda f(\lambda) \frac{dF_n}{dt} \quad (2.81)$$

La fonction $f(\lambda)$ est définie pour décrire au mieux le comportement de l'embrayage en phase de fermeture en prenant en compte l'effet *Stribeck*. Dans notre étude, nous utilisons la *magic formula* [Pacejka *et al.*, 1987] pour modéliser le glissement d'embrayage.

Magic formula

La *magic formula* est une formule mathématique qui permet de décrire les forces de friction en prenant en compte l'effet de *Stribeck*. La *magic formula* se présente sous la forme :

$$f(x) = D \sin(C \arctan(Bx - E(Bx - \arctan(Bx)))) \quad (2.82)$$

Le graphe de cette fonction est représentée sur la figure 2.22. Cette formule est utilisée pour définir la fonction $f(\lambda)$, avec $\lambda \triangleq x$ le coefficient de glissement de l'embrayage. La courbe $f(\lambda)$ est définie par les paramètres B, C, D, E , qui peuvent être exprimés en fonction du coefficient de friction statique μ_s , du coefficient de friction de *Coulomb* μ_c et du coefficient de glissement statique λ_s . Le signe de la fonction $f(\lambda)$ est le même que celui du coefficient λ . Le paramètre D représente la valeur maximale de la courbe et correspond au coefficient de friction statique :

$$D = \mu_s. \quad (2.83)$$

La valeur $C\frac{\pi}{2}$ représente la région utilisée de la fonction sinus pour assurer un effet *Stribeck*, dans l'intervalle $[\pi/2, 3\pi/2]$. La valeur asymptotique $D \sin(C\frac{\pi}{2})$ correspond au coefficient de friction de *Coulomb* donné par :

$$D \sin\left(C\frac{\pi}{2}\right) = D \sin\left(\pi - C\frac{\pi}{2}\right) = \mu_c \quad (2.84)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow C &= 2 - \frac{2}{\pi} \arcsin\left(\frac{\mu_c}{D}\right) \\ &= 2 - \frac{2}{\pi} \arcsin\left(\frac{\mu_c}{\mu_s}\right) \end{aligned} \quad (2.85)$$

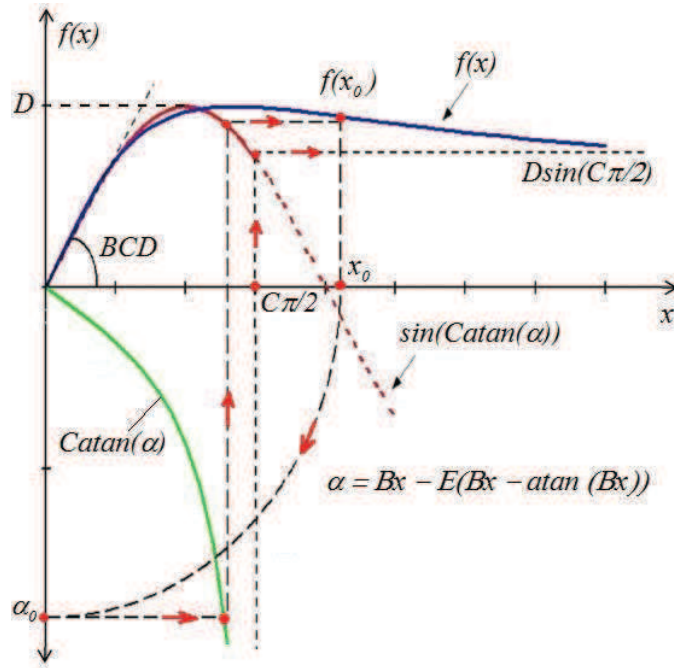


FIGURE 2.22 – Représentation de la formule magique

Le produit BCD correspond à la pente de la courbe à l'origine, ce qui permet de déterminer B . Le paramètre E permet de modifier la courbe de l'effet *Stribeck*, le coefficient de glissement statique λ_s auquel le pic de la courbe se produit. Mais il ne modifie ni la valeur maximale ni la pente de la courbe à l'origine.

$$C \arctan(B\lambda_s - E(B\lambda_s - \arctan(B\lambda_s))) = \frac{\pi}{2} \quad (2.86)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow B\lambda_s - E(B\lambda_s - \arctan(B\lambda_s)) &= \tan \frac{\pi}{2C} \\ \Rightarrow E &= \frac{B\lambda_s - \tan \frac{\pi}{2C}}{B\lambda_s - \arctan(B\lambda_s)} \end{aligned} \quad (2.87)$$

La figure 2.23 représente une fonction $f(\lambda)$ avec les paramètres suivants : $\mu_s = 0,8$, $\mu_c = 0,6$, et $\lambda_s = 10^{-3}$

Pour conclure cette partie, afin de montrer l'efficacité du modèle proposé, deux tests sont proposés sur la base d'un simple embrayage. Dans le premier test, la force normale varie et le couple d'entrée de l'embrayage est fixé. Dans le second test, l'inverse est réalisé. En particulier, les comportements lors des transitions glissement/fermeture sont montrés. Le schéma dynamique de l'embrayage considéré est celui de la figure 2.24.

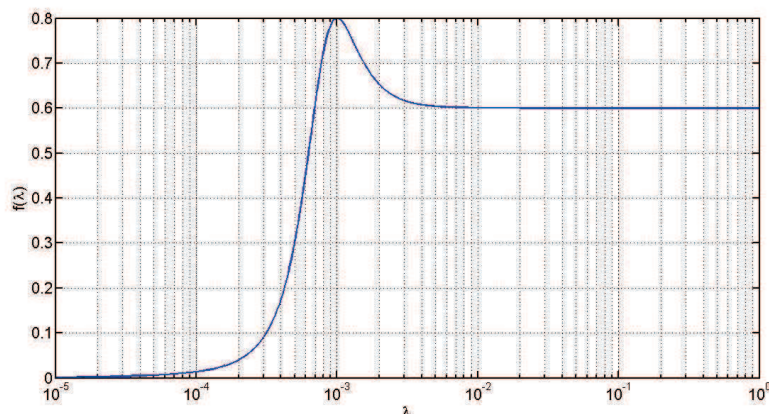


FIGURE 2.23 – Représentation de fonction $f(\lambda)$

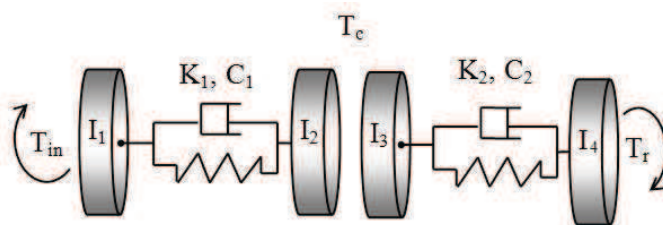


FIGURE 2.24 – Modèle dynamique d'un simple embrayage

Les équations dynamiques du modèle sont données par :

$$\dot{\omega}_1 = \frac{1}{I_1} \left(T_{in} - K_1 \int (\omega_1 - \omega_2) dt - C_1 (\omega_1 - \omega_2) \right) \quad (2.88)$$

$$\dot{\omega}_2 = \frac{1}{I_2} \left(K_1 \int (\omega_1 - \omega_2) dt + C_1 (\omega_1 - \omega_2) - T_c \right) \quad (2.89)$$

$$\dot{\omega}_3 = \frac{1}{I_3} \left(T_c - K_2 \int (\omega_3 - \omega_4) dt - C_2 (\omega_3 - \omega_4) \right) \quad (2.90)$$

$$\dot{\omega}_4 = \frac{1}{I_4} \left(K_2 \int (\omega_3 - \omega_4) dt + C_2 (\omega_3 - \omega_4) - T_r \right) \quad (2.91)$$

où T_{in} est le couple d'entrée, I_i ($i = 1, \dots, 4$) sont, respectivement, les inerties du moteur + un demi-volant moteur + l'autre demi-volant moteur + l'embrayage, du disque d'embrayage, de l'arbre de sortie, et du véhicule équivalent, C_1 , K_1 sont, respectivement, le coefficient d'amortissement et la raideur de l'amortisseur d'embrayage, C_2 , K_2 sont, respectivement, le coefficient d'amortissement et la raideur de l'arbre de sortie, et T_r est le couple de résistance. Les paramètres du modèle sont donnés dans la table 2.2. Les paramètres des modèles de l'embrayage : le modèle statique hybride, le modèle de l'embrayage *LuGre*, et le modèle basé sur la formule magique sont donnés dans la table 2.3.

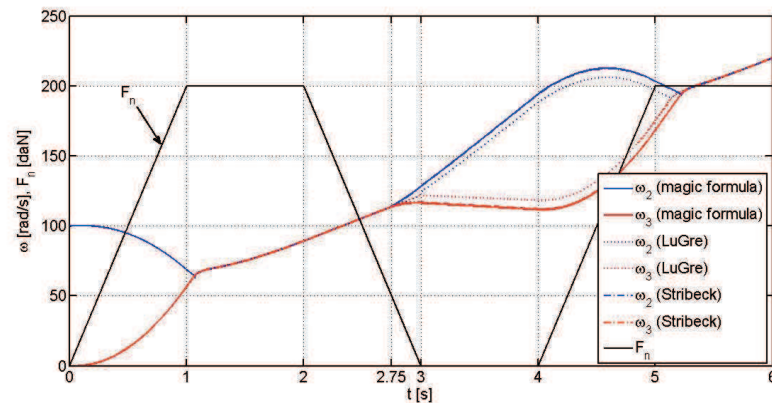
Les résultats du premier test (où la force normale varie) sont représentés sur la figure 2.25. Sur les figures, dans un premier temps, l'embrayage est synchronisé à partir d'une vitesse de glissement initiale d'environ 100 rad/s. Dans ce cas,

TABLE 2.2 – Paramètres du modèle dynamique d'un simple embrayage

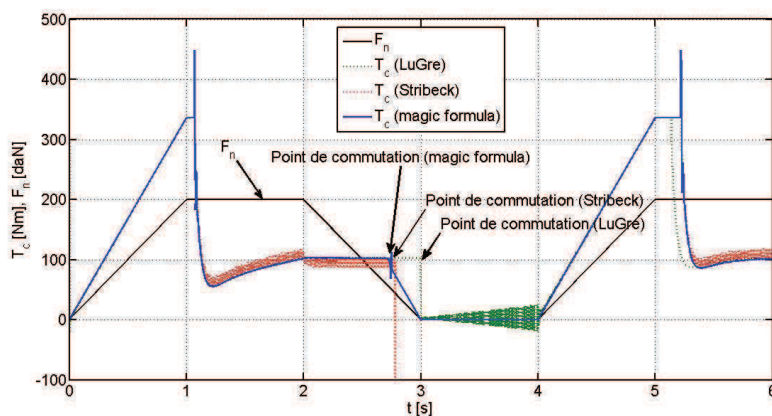
Symbole	Valeur	Unité	Symbole	Valeur	Unité
J_1	2,70	kg.m ²	J_2	2,70	kg.m ²
J_3	0,10	kg.m ²	J_4	2,65	kg.m ²
C_1	40	N.m.s/rad	C_2	60	N.m.s/rad
K_1	160	N.m/rad	K_2	16300	N.m/rad

TABLE 2.3 – Paramètres du modèle LuGre et du modèle Pacejka

Symbole	Valeur	Unité	Symbole	Valeur	Unité
μ_s	0,8	-	μ_c	0,6	-
δ_s	2	-	ω_s	10	rad/s
γ_c	0,28	-	δ_0, C_z	$5,0e + 4$	-
δ_1	3	-	δ_2	0	-
B	100	-	λ_s	$1,0e - 3$	-



(a)



(b)

FIGURE 2.25 – Comportement de l'embrayage pour le 1er test : (a) régimes de l'embrayage, (b) couples de l'embrayage

les comportements de l'embrayage modélisé par les trois méthodes sont similaires.

Puis, dans un second temps, la force normale décroît. Naturellement, l’embrayage commute de l’état fermé à l’état ouvert. Les commutations d’état des embrayages modélisés par le modèle de friction avec l’effet de *Stribeck* et par le modèle basé sur la *magic formula* se produisent presque au même moment lorsque la force normale décroît à une valeur d’environ 50 daN. Tandis que, celle de l’embrayage modélisé par le modèle *LuGre* se produit lorsque la force normale est presque zéro, ce qui ne correspond pas à la réalité.

Dans le second test, la force normale est fixée à une valeur de 80 daN et le couple d’entrée varie. Les comportements de l’embrayage basé sur les trois méthodes sont similaires (la figure 2.26). Entre les trois modèles d’embrayage, les modèles

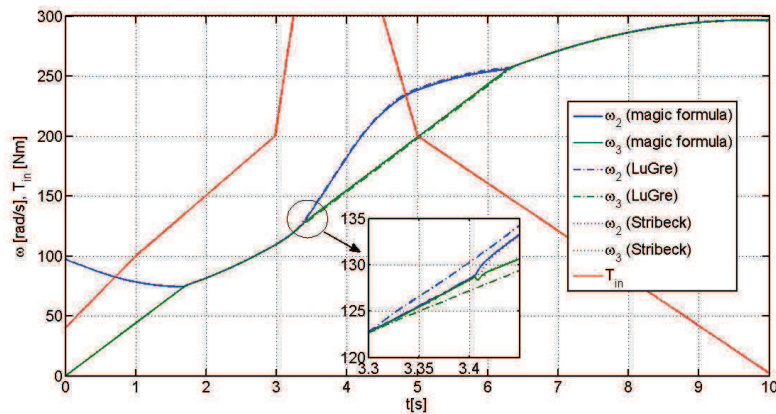


FIGURE 2.26 – Comportement de l’embrayage - 2e test

développés sur la base de la formule magique et sur la base de la friction *Stribeck* donnent des résultats similaires.

Dans un embrayage réel, la force normale varie beaucoup plus souvent puisque sa fonction est d’accoupler et de désaccoupler l’arbre moteur. Dans ce contexte, les modèles d’embrayage utilisant la *magic formula* ou la friction *Stribeck* permettent de simuler au mieux le comportement dynamique de l’embrayage. Cependant, les modèles d’embrayage basés sur la *magic formula* conduisent à des modèles non affines en la commande. Donc, dans nos travaux, le modèle à base de *magic formula* est utilisé pour réaliser les simulations et le modèle de *Stribeck* pour développer des lois de commande.

2.6 Modèle du synchroniseur

Dans la littérature, le synchroniseur est représenté comme un modèle de friction. Lors du fonctionnement d’un double embrayage, les pignons liés au rapport sélectionné sont pré-engagés pendant que le véhicule roule à un rapport en cours. Le changement de vitesses et la pré-sélection de rapport ne se produisent pas en même temps que le processus de changement de rapport. Donc, dans cette étude nous négligeons les transitoires de la synchronisation. Le modèle dynamique d’un synchroniseur est simplifié en un modèle purement cinématique.

En phase de synchronisation, la vitesse angulaire du pignon flou est calculée à

l'aide de l'équation :

$$\omega_{s1} = \begin{cases} \frac{\omega_{31}(t)}{i_i}, & \text{si } t < t_0; \\ \frac{\omega_{31}(t_0)}{i_i} + \left(\omega_{41}(t) - \frac{\omega_{31}(t_0)}{i_i} \right) \tanh \left(\frac{(t - t_0)}{t_{sync}} \alpha \right), & \text{si } t \geq t_0. \end{cases} \quad (2.92)$$

$$\omega_{s2} = \begin{cases} \frac{\omega_{32}(t)}{i_j}, & \text{si } t < t_0; \\ \frac{\omega_{32}(t_0)}{i_j} + \left(\omega_{42}(t) - \frac{\omega_{32}(t_0)}{i_j} \right) \tanh \left(\frac{(t - t_0)}{t_{sync}} \alpha \right), & \text{si } t \geq t_0. \end{cases} \quad (2.93)$$

où ω_{si} , $i = 1, 2$ sont les vitesses des pignons fous liées à leur synchronisation correspondante, t_0 est le temps de début de synchronisation, t_{sync} est le temps de synchronisation, α est une constante.

En phase de désynchronisation, la vitesse angulaire du pignon flu est donnée par :

$$\omega_{s1} = \begin{cases} \omega_{41}(t), & \text{si } t < t_0; \\ \omega_{41}(t_0) + \left(\frac{\omega_{31}(t)}{i_i} - \omega_{41}(t_0) \right) \tanh \left(\frac{(t - t_0)}{t_{desync}} \alpha \right), & \text{si } t \geq t_0. \end{cases} \quad (2.94)$$

$$\omega_{s2} = \begin{cases} \omega_{42}(t), & \text{si } t < t_0; \\ \omega_{42}(t_0) + \left(\frac{\omega_{32}(t)}{i_j} - \omega_{42}(t_0) \right) \tanh \left(\frac{(t - t_0)}{t_{desync}} \alpha \right), & \text{si } t \geq t_0. \end{cases} \quad (2.95)$$

où t_{desync} est le temps de désynchronisation.

2.7 Modèle dynamique d'interaction entre les pneumatiques et le sol

L'interaction pneumatique-sol influence fortement la dynamique du véhicule. Cette section se concentre sur le modèle mathématique décrivant les forces et moments exercés sur le pneumatique en contact avec la route. Dans la littérature sur la modélisation du contact pneu/sol, plusieurs modèles sont utilisés tels que : le modèle de *Coulomb*, le modèle de *Dugoff* [Dugoff *et al.*, 1969], le modèle *LuGre* [Canudas de Wit *et al.*, 2003] et le modèle basé sur la *magic formula* [Pacejka *et al.*, 1987], [Pacejka et Bakker, 1992]. Dans cette section, seul le modèle de pneumatique utilisant la formule magique est présenté dans le cas simple où la force longitudinale (la force de traction ou la force de freinage) est générée. La force longitudinale peut être exprimée comme une fonction du ratio de glissement σ_x comme suit [Pacejka *et al.*, 1987] :

$$F_x(\sigma_x) = D \sin \left(C \arctan \left(B\sigma_x - E \left(B\sigma_x - \arctan \left(B\sigma_x \right) \right) \right) \right) \quad (2.96)$$

Le ratio de glissement est défini par :

$$\sigma_x = \begin{cases} \frac{\omega_w r_w - V_x}{\omega_w r_w}, & \text{lors de l'accélération} \\ \frac{\omega_w r_w - V_x}{V_x}, & \text{lors du freinage} \end{cases} \quad (2.97)$$

où ω_w est la vitesse angulaire de la roue, r_w est le rayon moyen du pneumatique, V_x est la vitesse du véhicule. La force longitudinale a le même signe que le ratio de glissement σ_x .

Les paramètres du modèle B , C , D et E ont la nomenclature suivante : B est le facteur de rigidité longitudinale du pneumatique, C est le facteur de forme de la courbe, D est la valeur maximale, E est le facteur de courbure. La formule magique $F_x(\sigma_x)$ produit une courbe qui passe par l'origine, atteint un maximum, et tend ensuite vers une asymptote horizontale.

Le coefficient D représente la valeur maximale de la force longitudinale. Le produit BCD correspond à la pente de la courbe à l'origine. Le facteur de forme C contrôle la limite de la plage de la fonction sinus figurant dans la formule (2.96) et détermine ainsi la forme de la courbe résultante. Le facteur B est déterminé par la pente à l'origine et est appelé facteur de rigidité longitudinale du pneumatique. Le facteur de courbure E ne modifie ni la valeur de la raideur ni la valeur maximale, mais il peut être utilisé pour modifier la forme de la courbure à proximité du pic de la courbe et contrôler également le coefficient de glissement σ_x auquel le pic de la courbe se produit. La valeur asymptotique $D \sin(C\frac{\pi}{2})$ approche F_x pour de grandes valeurs de glissement.

Les paramètres B , C , D et E peuvent être exprimés en fonction de la force normale F_z [Pacejka *et al.*, 1987]

$$C = b_0 \quad (2.98)$$

$$D = (b_1 F_z + b_2) F_z \quad (2.99)$$

$$B = \frac{(b_3 F_z^2 + b_4 F_z) e^{-b_5 F_z}}{CD} \quad (2.100)$$

$$E = b_6 F_z^2 + b_7 F_z + b_8 \quad (2.101)$$

où les paramètres b_i ($i = 0, \dots, 8$) sont constants et doivent être déterminés pour chaque pneumatique.

Pour permettre à la courbe d'avoir un décalage par rapport à l'origine, deux termes S_h , S_v sont introduits dans [Pacejka et Bakker, 1992]. La nouvelle formule obtenue est alors :

$$F_x(x) = D \sin(C \arctan(Bx - E(Bx - \arctan(Bx)))) + S_v \quad (2.102)$$

avec

$$x = \sigma_x - S_h \quad (2.103)$$

où S_h est le décalage horizontal du ratio de glissement et S_v est le décalage vertical de la force de traction. Les décalages S_v et S_h sont introduits afin de tenir compte de la résistance au roulement qui peut modifier la courbe de force F_x pour qu'elle ne passe pas par l'origine.

$$S_h = b_9 F_z + b_{10} \quad (2.104)$$

$$S_v = b_{11} F_z + b_{12} \quad (2.105)$$

où les paramètres b_i ($i = 9, \dots, 12$) sont constants.

Le ratio de glissement calculé par la formule (2.97) n'est pas approprié en début de décollage ou à l'arrêt, car la vitesse du véhicule V_x et la vitesse angulaire de la roue ω_w sont nulles, le ratio de glissement est alors non-déterminé. Donc, le modèle

de pneumatique doit intégrer le régime transitoire ainsi que l'état d'équilibre. Une solution possible est de considérer un modèle du pneumatique plus complexe dans cette zone, par exemple de type "poils de brosse" [Canudas de Wit *et al.*, 2003] (cf. figure 2.27).

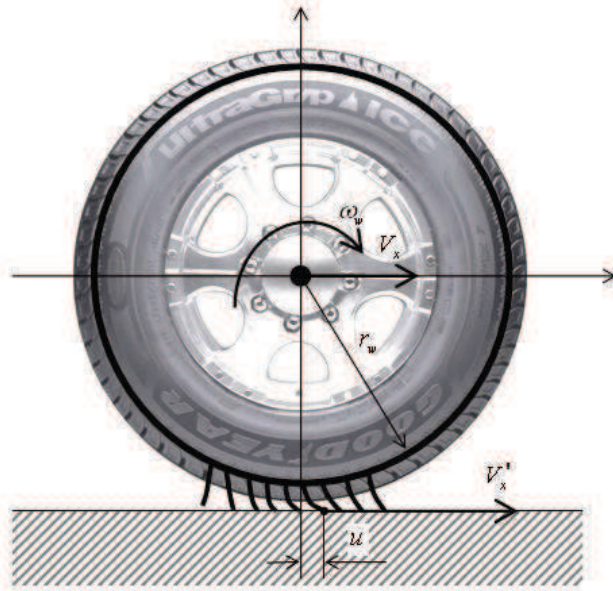


FIGURE 2.27 – Modèle du pneumatique de type poils de brosse

Si le pneumatique est rigide et roule sans glissement, la vitesse du véhicule peut être exprimée par rapport au régime de la roue

$$V_x = \omega_w r_w \quad (2.106)$$

où V_x est la vitesse du véhicule, ω_w est le régime de la roue, r_w est le rayon moyen du pneumatique. Si le glissement est pris en compte, la vitesse de glissement se produit quand :

$$V_s = \omega_w r_w - V_x \neq 0 \quad (2.107)$$

Lors de l'accélération, la vitesse de glissement est positive et elle est négative lors du freinage.

En réalité, les pneumatiques sont souples et roulent avec des glissements à cause de la force longitudinale. La vitesse de glissement au point de contact comprend la vitesse de glissement et la vitesse de déformation.

$$V'_s = V_s - V_x \quad (2.108)$$

Le coefficient de glissement au point de contact est calculé comme suit :

$$\sigma'_s = \frac{V'_s}{V_x} \quad (2.109)$$

La dynamique de la déformation de pneumatique u au point de contact peut être calculée directement à partir de la différence entre les vitesses de glissement sans et avec déformation de pneumatique :

$$\frac{du}{dt} = V_s - V'_s. \quad (2.110)$$

À basse vitesse, la relation de la force longitudinale F_x à la déformation u est approximativement linéaire, donc :

$$F_x = uC_x \quad (2.111)$$

où C_x est la rigidité longitudinale du pneumatique.

$$C_x = \left. \frac{dF_x}{du} \right|_{u=0} \quad (2.112)$$

L'équation dynamique du coefficient de glissement d'un pneumatique est alors obtenue par :

$$\frac{1}{C_x} \frac{\partial F_x}{\partial \sigma'_x} \frac{d\sigma'_x}{dt} = -\sigma'_x V_x + V_s - \frac{1}{C_x} \frac{\partial F_x}{\partial F_z} \frac{dF_z}{dt} \quad (2.113)$$

En négligeant la variation de la force normale ($F_z = \text{constant}$), la dynamique de σ'_x est simplifiée :

$$\frac{1}{C_x} \frac{\partial F_x}{\partial \sigma'_x} \frac{d\sigma'_x}{dt} = -\sigma'_x V_x + V_s \quad (2.114)$$

2.8 Modélisation du véhicule

En général, le véhicule roule sur une route qui peut présenter une pente (voir la figure 2.28). Les forces longitudinales extérieures agissant sur le véhicule comprennent la force de résistance aérodynamique, les forces de résistance au roulement, la force gravitationnelle et la force de traction. L'équation dynamique longitudinale

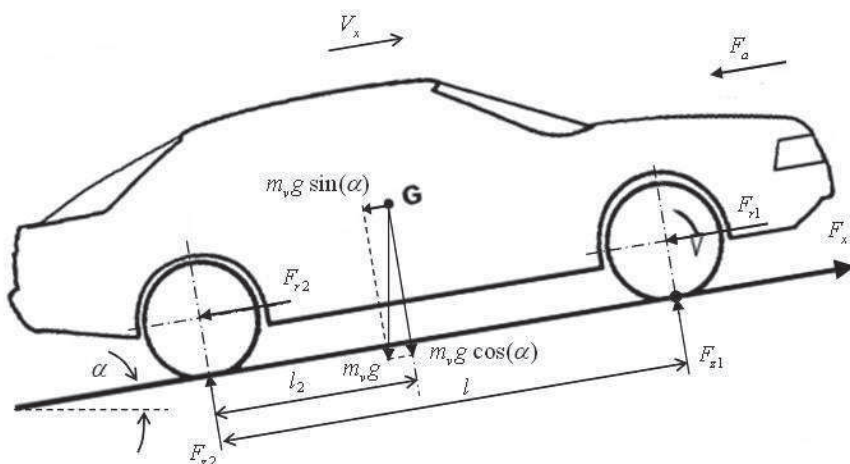


FIGURE 2.28 – Forces longitudinales agissant sur un véhicule se déplaçant sur une pente : les roues motrices avant

du véhicule est :

$$m_v \ddot{x}_v = F_x - F_a - F_{r1} - F_{r2} - m_v g \sin(\alpha) \quad (2.115)$$

où m_v est la masse du véhicule, x_v est la distance de déplacement du véhicule, F_x est la force de contact longitudinale pneumatique/sol, F_a est la force de résistance aérodynamique, F_{r1} et F_{r2} sont les forces de résistance au roulement, le terme $m_v g \sin \alpha$

représente la force de résistance due à la pente, g est l'accélération gravitationnelle, α est l'angle d'inclinaison de la route sur laquelle le véhicule est en déplacement.

La force de contact longitudinale pneumatique-sol est développée dans la section précédente. Les forces restantes : la force de résistance aérodynamique, les forces de résistance au roulement sont présentées dans les sections suivantes.

2.8.1 Force de résistance aérodynamique

La force de résistance aérodynamique s'oppose à l'avancement du véhicule dans l'air. La force de résistance aérodynamique équivalente peut être représentée approximativement par la formule suivante :

$$F_a = 0.5\rho A_f C_d V^2 \quad (2.116)$$

où ρ est la masse volumique de l'air [kg/m^3], A_f est le maître-couple² [m^2], C_d est le coefficient de traînée aérodynamique et V est la vitesse du véhicule par rapport à l'air [m/s].

$$V = \begin{cases} V_x + V_w, & \text{vent de face;} \\ V_x - V_w, & \text{vent arrière.} \end{cases} \quad (2.117)$$

où V_x est la vitesse du véhicule et V_w est la vitesse du vent.

Le maître-couple peut être obtenu en calculant approximativement les dimensions du véhicule

$$A_f = \xi HL \quad (2.118)$$

où H est la hauteur maximale du véhicule, L est la largeur maximale du véhicule, et ξ est un coefficient de remplissage égal à environ 0,853.

2.8.2 Forces de résistance au roulement

En se déplaçant, à la fois le pneumatique et la route sont soumis à une déformation de la zone de contact. Toute l'énergie de propulsion n'est pas transférée en passant par la zone de contact. Cette perte d'énergie peut être représentée par une force sur les pneumatiques appelée la résistance au roulement qui agit en s'opposant au mouvement du véhicule. Lorsque les pneumatiques sont statiques, alors la distribution de la charge pneumatique normale dans la zone de contact est symétrique par rapport au centre de l'aire du contact. Cependant, lorsque les pneumatiques sont en rotation, la distribution de la charge normale sur la surface de contact est non symétrique comme le montre la figure 2.29.

La force normale F_z est la force totale dans la zone de contact, en avance d'une distance Δ_x . Le moment $F_z \Delta_x$ en raison de la force normale de décalage est équilibré par le moment dû à la force de résistance au roulement

$$F_z \Delta_x = F_r r_s \quad (2.119)$$

où r_s est le rayon de charge statique du pneumatique, et F_r est la force de résistance au roulement du pneumatique considéré.

$$\Rightarrow F_r = F_z \frac{\Delta_x}{r_s} \quad (2.120)$$

2. le maître-couple est la section transversale frontale maximale du véhicule

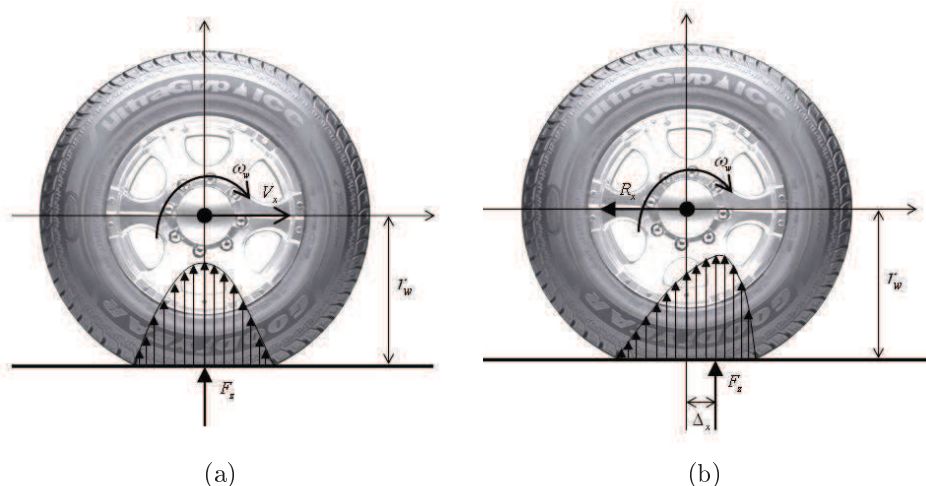


FIGURE 2.29 – Distribution de la charge pneumatique normale sur la surface de contact : (a) symétrique, (b) non symétrique

La variable Δ_x n'est pas facilement mesurable et donc la force de résistance au roulement est simplement modélisée comme étant proportionnelle à la force normale avec une constante f appelée le coefficient de résistance au roulement :

$$f = \frac{\Delta_x}{r_s} \quad (2.121)$$

La force de résistance au roulement totale agit sur le véhicule :

$$F_r = \sum_1^{n_w} f_i F_{zi} \quad (2.122)$$

où n_w est le nombre de pneumatiques, f_i sont les coefficients de résistance au roulement de chaque pneumatique, F_{zi} est la force normale sur chaque pneumatique.

Pour simplifier, nous supposons que les pneumatiques ont le même coefficient de résistance au roulement, $f_i = f$; la force de résistance au roulement est calculée simplement comme suit :

$$F_r = f \sum_1^{n_w} F_{zi} = f m_v g \cos(\alpha) \quad (2.123)$$

À basse vitesse, le coefficient de résistance au roulement varie en fonction de l'état de la route, de la structure des pneumatiques et de la pression de gonflage :

$$f = f_0 \quad (2.124)$$

où f_0 est le coefficient de résistance au roulement qui varie généralement dans la plage de 0,01 à 0,04 [Rajamani, 2006] dépendant de la route et de la structure des pneumatiques. À grande vitesse, le coefficient de résistance au roulement dépend aussi de la vitesse du véhicule. En général, le coefficient de résistance au roulement peut être calculé comme suit :

$$f = f_0 + k_f V_x^2 \quad (2.125)$$

où V_x est la vitesse du véhicule, k_f est le coefficient dépendant de vitesse, $k_f \approx 1,2e - 6$.

2.9 Simulation en boucle ouverte d'un groupe motopropulseur à double embrayage

Cette section permet de récapituler le comportement d'un GMP à double embrayage en présentant des résultats de simulation en boucle ouverte en phase de décollage et pendant les changements de vitesses. Les paramètres du modèle sont récapitulés dans l'annexe C. Le schéma du modèle de GMP reprend le découpage fonctionnel considéré tout au long de ce chapitre : le moteur, le double embrayage, la transmission (comprenant la boîte de vitesses à six rapports, le pont, et les demi-arbres), le pneumatique et la dynamique longitudinale du véhicule (voir la figure 2.30).

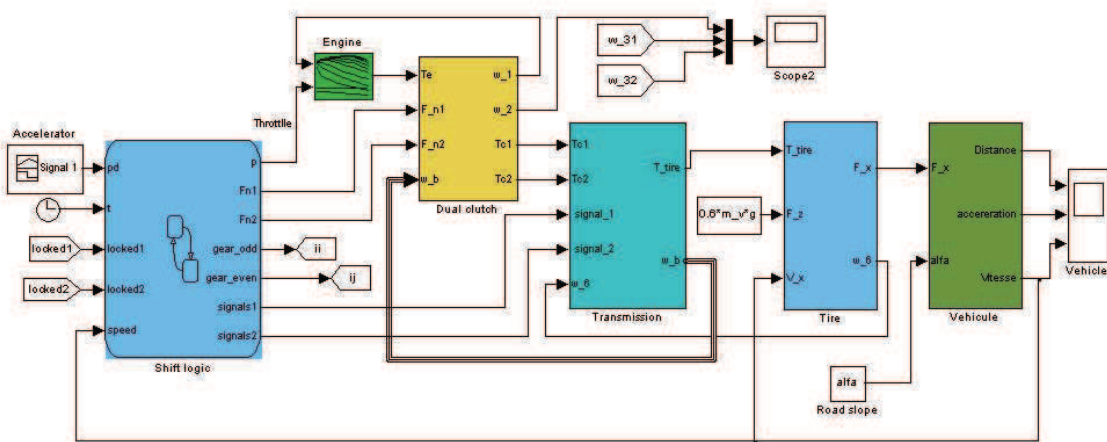


FIGURE 2.30 – Schéma générique d'un groupe motopropulseur à double embrayage

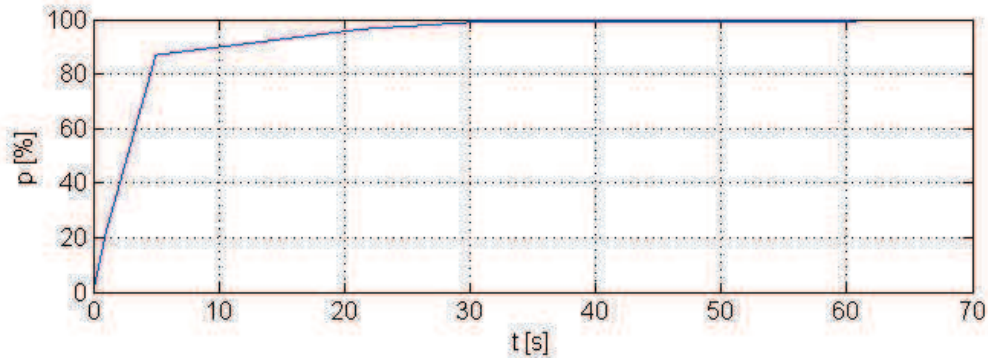
Les équations différentielles non linéaires des modèles discutées précédemment sont mises en œuvre directement dans les blocs et modélisées comme des sous-systèmes de *Simulink*[®]. La logique et les décisions de changement de rapports sont formulés sous une représentation de *Stateflow*[®].

La position du papillon et les forces normales appliquées sur le double embrayage sont montrées dans la figure 2.31. La figure 2.32 représente les vitesses angulaires du plateau de pression de l'embrayage ω_2 , du disque de l'embrayage pour les rapports impairs ω_{31} , et pairs ω_{32} .

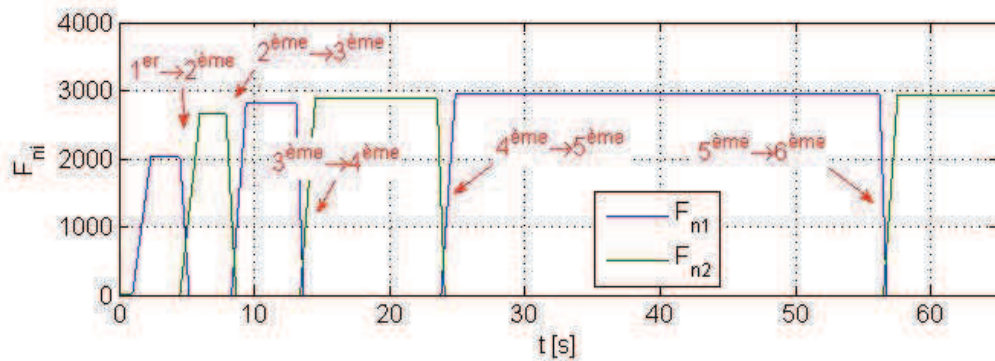
La dynamique du véhicule est donnée sur la figure 2.33. Le véhicule décolle à 1 seconde et effectue les changements de vitesses au deuxième rapport à 4,3 secondes, au troisième rapport à 7,8 secondes, au quatrième rapport à 12,9 secondes, au cinquième rapport à 23,6 secondes, et au sixième rapport à 56,1 secondes. Le rapport suivant est engagé par une synchronisation avant chaque passage de rapport et le rapport actuel est désynchronisé après la synchronisation. Le temps d'accélération à vitesse maximale est d'environ de 65 secondes.

La figure 2.34 représente en détail la phase de décollage. En phase de décollage, la force normale augmente linéairement 1500 N/s et reste à une valeur constante après la synchronisation. Au moment de la synchronisation, le jerk du véhicule est le plus grand (d'environ 30 m/s³, voir la figure 2.35(b)).

Pour les changements de vitesses d'une boîte de vitesses à double embrayage,



(a) Position du papillon



(b) Forces normales appliquées sur le double embrayage

FIGURE 2.31 – Variables d'entrée pour la simulation en boucle ouverte

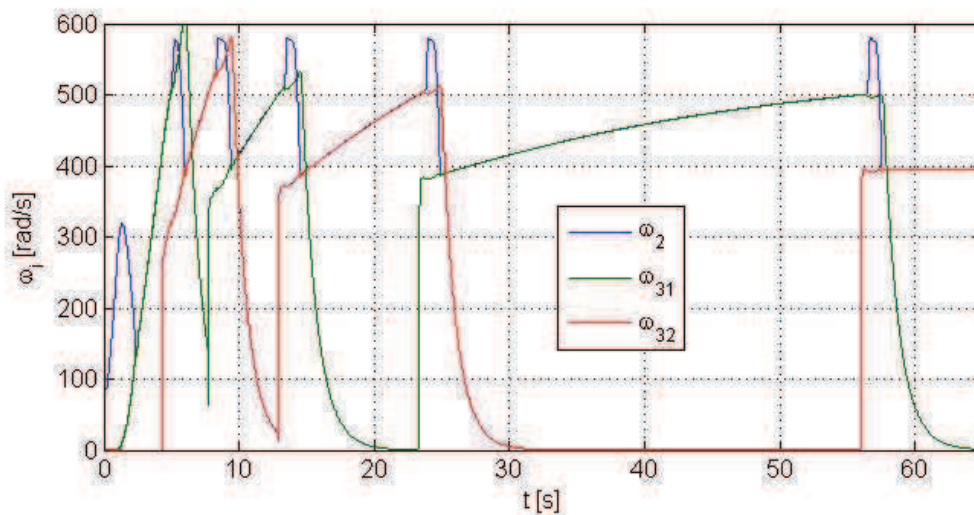
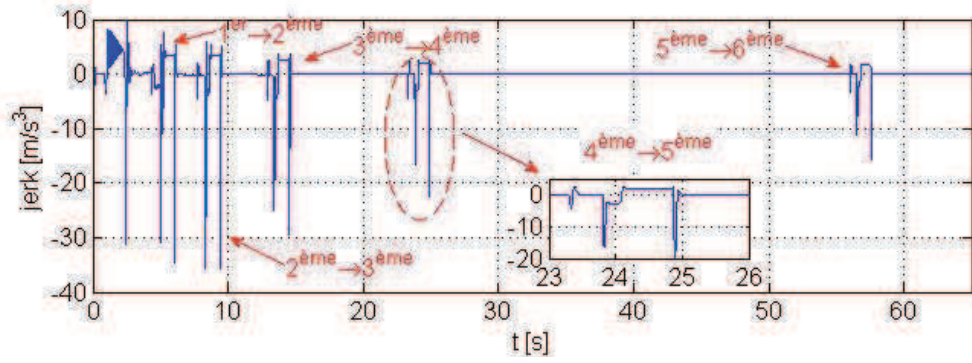
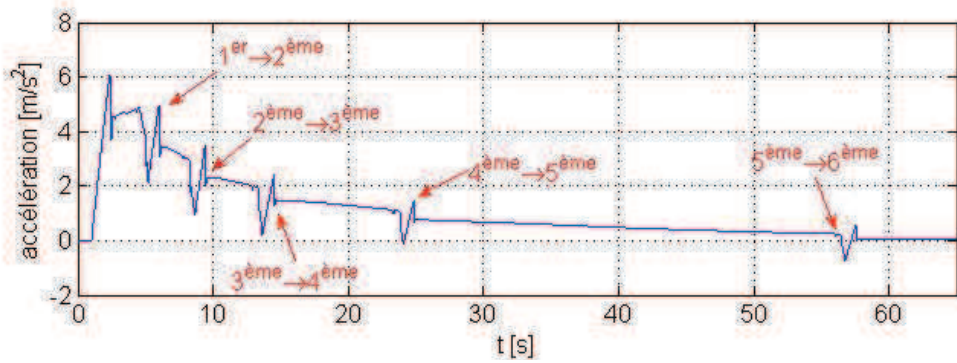


FIGURE 2.32 – Vitesses angulaires du double embrayage : ω_2 - vitesse angulaire du plateau de pression de l'embrayage, ω_{31} , ω_{32} - vitesse angulaire du disque d'embrayage pour les rapports impairs, et pairs

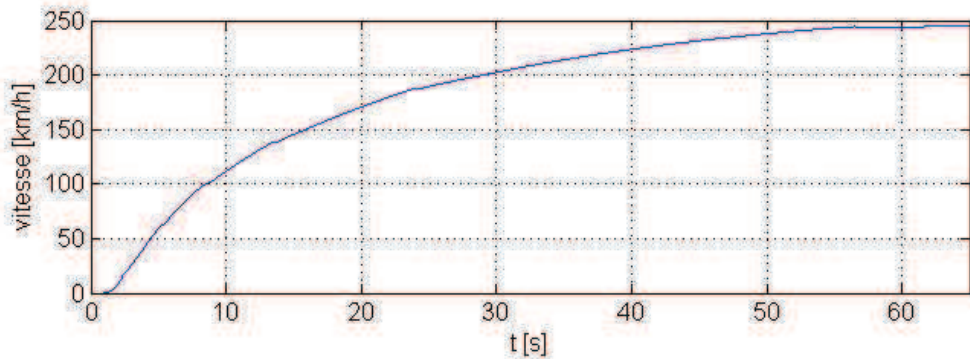
trois étapes doivent être prises en compte : (1) détecter le moment de commencement du changement de vitesses, (2) décroître la force normale appliquée sur l'embrayage pour le rapport actuel (l'embrayage *off-going*), (3) au moment du glissement d'embrayage *off-going*, la force normale appliquée sur l'embrayage pour le



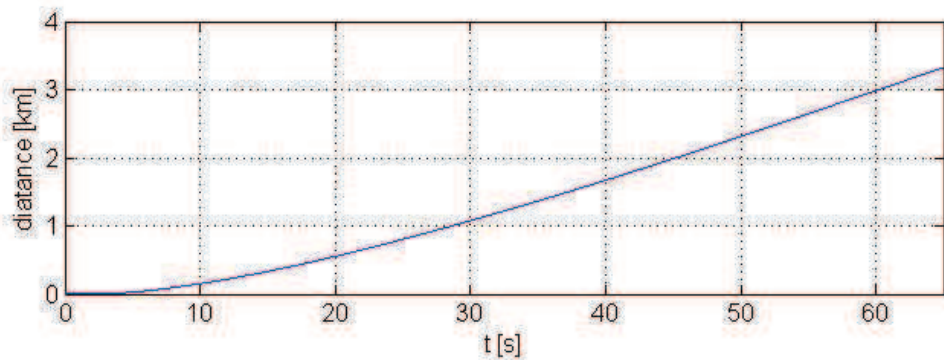
(a) Jerk



(b) Accélération

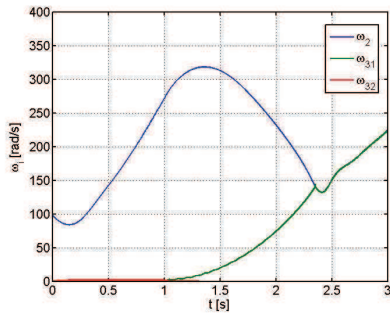


(c) Vitesse

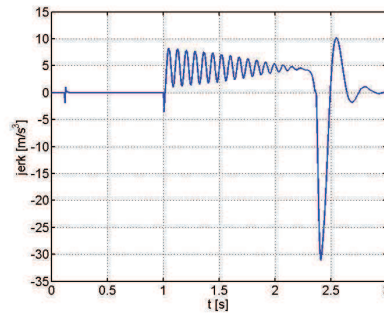


(d) Distance

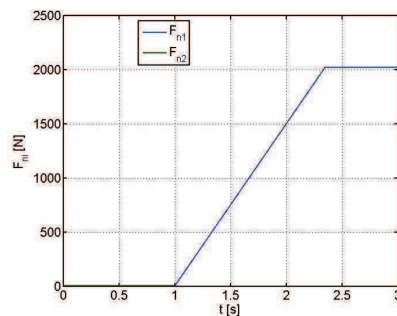
FIGURE 2.33 – Dynamique du véhicule



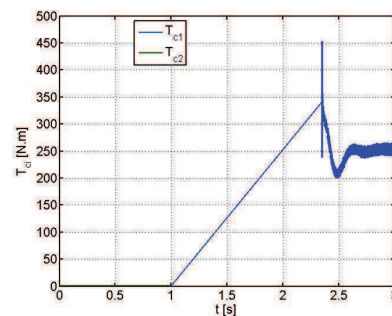
(a) Vitesses angulaires du double embrayage



(b) Jerk du véhicule



(c) Force normale



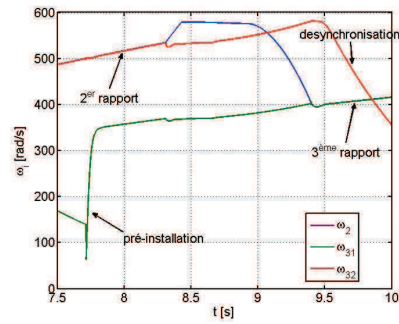
(d) Couple du double embrayage

FIGURE 2.34 – Phase de décollage du véhicule

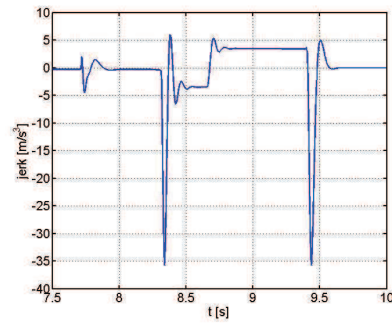
rapport suivant (l’embrayage *on-coming*) augmente pour synchroniser l’embrayage *on-coming*. La figure 2.35 représente en détail la phase de changement de vitesse supérieure 2^{me} – 3^{eme} rapport. Lorsque le calculateur détecte le point de changement de vitesse, la force normale appliquée sur l’embrayage pour le 2^{eme} rapport (l’embrayage *off-going*) décroît linéairement 3600 N/s. Au moment où l’embrayage *off-going* commence à glisser, la force normale appliquée sur l’embrayage pour le 3^{eme} rapport (l’embrayage *on-coming*) augmente linéairement 2200 N/s. Après la synchronisation, la force normale appliquée sur l’embrayage *on-coming* reste à une valeur constante.

2.10 Conclusions

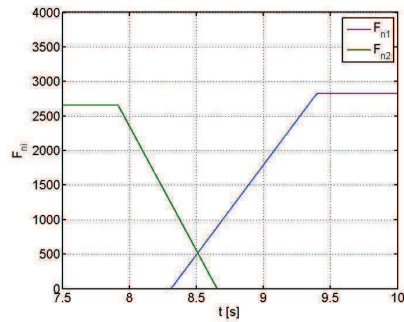
Ce chapitre a présenté le modèle dynamique complet du groupe motopropulseur qui sera utilisé dans les chapitres suivants pour développer les lois de commande. La modélisation a été axée sur une approche par sous-modèles fonctionnels : le moteur, le double embrayage, la transmission, le pneumatique et le véhicule. Les modèles du double embrayage développés sont basés sur trois modèles de friction : *Stribeck*, *LuGre* et sur la formule magique de Pacejka. Le modèle de l’embrayage développé a été testé dans deux cas : la force normale varie ou le couple d’entrée varie. Les résultats des tests montrent l’efficacité du modèle développé par la formule magique et la conformité du modèle de *Stribeck* par rapport au modèle de Pacejka. Dans la dernière partie de ce chapitre, des résultats de simulations montrent le comportement du double embrayage, du groupe motopropulseur et du véhicule et permettent



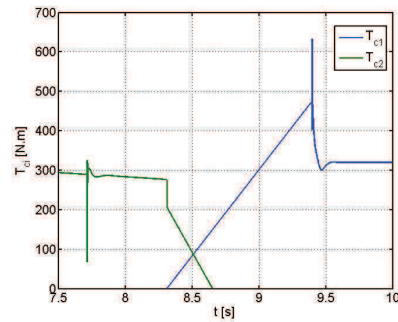
(a) Vitesses angulaires du double embrayage



(b) Jerk du véhicule



(c) Force normale



(d) Couple du double embrayage

FIGURE 2.35 – Phase de changement de vitesse de 2^{ème} à 3^{ème} rapport

de mieux comprendre le système du double embrayage intégré au groupe motopropulseur. Les profils de la force normale et du facteur de force sont difficiles à définir afin de limiter le jerk et de minimiser le temps de chaque processus : décollage et changement de vitesses. Dans les chapitres suivants, les lois de commande permettant de répondre à ces problématiques lors du passage des rapports et du décollage sont présentées. Elles seront développées en se basant sur le modèle simplifié du groupe motopropulseur.

Chapitre 3

Commande par mode glissant d'un double embrayage

3.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, un modèle du groupe motopropulseur à double embrayage a été développé. Ce modèle présente des non-linéarités qu'il faut pouvoir prendre en compte pour développer des lois de commande performantes. Dans la littérature, les lois de commande développées sont le plus souvent basées sur une linéarisation du modèle en négligeant certains éléments non linéaires comme : le régime *Stribeck* dans le modèle de l'embrayage, les forces de résistance à l'avancement du véhicule, ... De plus, les paramètres du modèle de l'embrayage sont mal connus, en particulier le coefficient de friction est difficile à identifier et variant dans le temps. De façon à simplifier ce problème, dans la littérature le modèle de l'embrayage est généralement remplacé par une cartographie du couple de l'embrayage en fonction de la force normale. Pour améliorer les performances des lois de commande, il semble naturel d'utiliser des modèles permettant de représenter au mieux le comportement dynamique de l'embrayage et du groupe motopropulseur. Dans ce chapitre, des lois de commande non linéaires basées sur la théorie de la commande par mode glissant d'ordre 1 sont développées pour répondre à cette problématique. Les principaux avantages de ce type de commandes sont la relative simplicité de mise en œuvre pour certaines formes de systèmes non linéaires et la robustesse par rapport à une classe particulière d'incertitudes paramétriques et de perturbations. L'intérêt dans le cas considéré est de pouvoir prendre en compte les variations paramétriques du modèle et les perturbations telles que le couple résistant du véhicule.

3.2 Rappels sur la commande par mode glissant

3.2.1 Formulation du problème

Considérons un système dynamique à une seule entrée comme suit :

$$\overset{(n)}{x} = f(\mathbf{x}) + g(\mathbf{x})u \tag{3.1}$$

où x est la sortie scalaire à contrôler, u est l'entrée de commande scalaire, $f(\mathbf{x})$ et $g(\mathbf{x})$ sont des fonctions non linéaires, $g(\mathbf{x}) \neq 0$, \mathbf{x} est le vecteur d'état :

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x & \dot{x} & \ddot{x} & \dots & x^{(n-1)} \end{pmatrix}^T \quad (3.2)$$

Le problème de commande est d'obtenir que l'état \mathbf{x} suive une trajectoire de référence variant dans le temps $\mathbf{x}_r(t)$

$$\mathbf{x}_r(t) = \begin{pmatrix} x_r & \dot{x}_r & \ddot{x}_r & \dots & x_r^{(n-1)} \end{pmatrix}^T \quad (3.3)$$

Pour que la tâche de suivi de trajectoire soit réalisable en utilisant une commande bornée u , l'état de référence initial $\mathbf{x}_r(0)$ doit être tel que

$$\mathbf{x}_r(0) = \mathbf{x}(0) \quad (3.4)$$

Cette condition permet d'assurer que les états transitent doucement sans sauts à l'instant initial, sinon, le suivi exact ne peut être atteint qu'après un transitoire.

3.2.2 Surface de glissement

Définissons l'erreur de suivi en sortie

$$e \triangleq x - x_r \quad (3.5)$$

et le vecteur d'erreur de suivi

$$\mathbf{e} \triangleq \begin{pmatrix} e & \dot{e} & \ddot{e} & \dots & e^{(n-1)} \end{pmatrix}^T \quad (3.6)$$

Considérons alors la surface S définie dans l'espace d'état \mathbb{R}^n par $s = 0$ avec [Slotine et Li, 1991]

$$s = e^{(n-1)} + C_{n-1}^1 \lambda e^{(n-2)} + \dots + C_{n-1}^{n-2} \lambda^{n-2} \dot{e} + \lambda^{n-1} e \quad (3.7)$$

où λ est une constante réelle positive. Notons qu'alors

$$s(t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda \right)^{n-1} e(t). \quad (3.8)$$

Si la condition initiale (3.4) est satisfaite, le suivi de trajectoire est idéal si et seulement si l'état de suivi reste sur la surface de glissement S ($s(t) \equiv 0$). Dans le cas où $\mathbf{x}_r(0) \neq \mathbf{x}(0)$, alors le suivi n'est obtenu qu'asymptotiquement. Le problème du suivi de \mathbf{x}_r peut donc être réduit à celui du maintien de la fonction $s(t)$ à zéro, c'est-à-dire à un problème de stabilisation d'ordre 1 sur $s(t)$. En effet, l'expression (3.7) de s contenant la dérivée d'ordre $n - 1$ de e , il suffit de dériver une seule fois $s(t)$ pour faire apparaître l'entrée u . Si la fonction $s(t)$ n'est pas identiquement nulle mais reste bornée, alors il est possible d'obtenir des bornes sur les composantes du vecteur d'erreur de suivi $\mathbf{e}(t)$.

Théorème 3.1 [Slotine et Li, 1991] *Supposons que $\mathbf{e}(0) = 0$ et que la fonction $s(t)$ est bornée par une constante $\Phi > 0$ pour tous $t > 0$:*

$$|s(t)| \leq \Phi, \quad \forall t \geq 0, \quad (3.9)$$

alors

$$\left| e^{(i)}(t) \right| \leq (2\lambda)^i \frac{\Phi}{\lambda^{n-1}}, \quad (i = 1, \dots, n-1) \quad (3.10)$$

3.2.3 Conditions de glissement

Pour rendre attractive la surface S et maintenir l'état sur la surface, il faut imposer des conditions supplémentaires appelées conditions de glissement. Ces dernières sont obtenues en utilisant la méthode directe de Lyapunov qui permet d'étudier la stabilité d'une solution sans avoir recours à la résolution de l'équation d'état du système. Une classe de fonctions de Lyapunov classiques pour la détermination de la condition d'attractivité est celle des fonctions quadratiques du type :

$$V(s) = \frac{1}{2}s^2(t) \quad (3.11)$$

Une condition suffisante pour que la fonction $s(t)$ tende vers zéro est que la dérivée de $V(s)$ le long des trajectoire du système soit définie négative

$$\dot{V} = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} s^2 = \dot{s}s < 0, \quad s \neq 0 \quad (3.12)$$

Cependant, cette condition n'est pas suffisante pour assurer une convergence en temps fini vers la surface S . Il faut imposer une condition plus forte comme celle introduite dans [Slotine et Li, 1991] :

$$\dot{s}s \leq -\eta |s| \quad (3.13)$$

où η est une constante positive. Cette condition rend la surface S invariante. Par ailleurs, la condition (3.13) indique également que certaines perturbations ou des incertitudes dynamiques peuvent être tolérées, tout en maintenant l'invariance de S .

Si la condition (3.4) n'est pas vérifiée, l'état initial n'est pas sur la surface S ($s(0) \neq 0$). La surface S sera néanmoins atteinte en un temps fini inférieur à $\frac{|s(0)|}{\eta}$ [Slotine et Li, 1991].

Une fois atteinte la surface, les trajectoires du système y restent. Le comportement du système est alors appelé régime glissant. Les trajectoires du système vérifient alors l'équation différentielle :

$$s(t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda \right)^{n-1} e(t) = 0 \quad (3.14)$$

L'erreur de suivi tend exponentiellement vers zéro avec une constante de temps équivalente égale à $\frac{n-1}{\lambda}$.

3.2.4 Synthèse de lois de commande par mode glissant

Pour déterminer une loi de commande assurant l'existence d'un régime de glissement, on choisit une loi de commande de la forme :

$$u(t) = \hat{u}(t) - g(\mathbf{x})^{-1} k \text{sign}(s) \quad (3.15)$$

où k est une constante positive et $\hat{u}(t)$ est la commande équivalente qui est le signal d'entrée continu permettant de maintenir la trajectoire du système nominal sur la surface de glissement. Elle se calcule en remarquant que si

$$s(t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda \right)^{n-1} e(t) = 0, \quad (3.16)$$

alors

$$\dot{s}(t) = 0 \quad (3.17)$$

Il vient alors facilement en utilisant (3.1) l'expression de $\hat{u}(t)$:

$$\hat{u}(t) = g(\mathbf{x})^{-1} \left(-f(\mathbf{x}) + \overset{(n)}{x}_r(t) - C_{n-1}^1 \lambda \overset{(n-1)}{e}(t) - \dots - C_{n-1}^{n-2} \lambda^{n-2} \ddot{e}(t) - \lambda^{n-1} \dot{e}(t) \right) \quad (3.18)$$

La commande équivalente dépend de la trajectoire de référence, de la surface de glissement choisie et de l'état du système.

La condition de glissement (3.13) est alors remplie, en effet, on déduit facilement de ce qui précède que la dérivée de $s(t)$ a pour expression $\dot{s} = -k \text{sign}(s)$ et, donc

$$\dot{s}s = -k |s| \quad (3.19)$$

En pratique, le coefficient k devra être choisi suffisamment grand pour garantir l'existence du régime de glissement malgré des incertitudes sur les fonctions f et g .

3.2.5 Phénomène du broutement et lissage de la commande

En présence d'incertitudes ou de perturbations, le régime de glissement idéal n'est maintenue qu'au prix d'une commutation de la commande à une fréquence infiniment grande. En pratique, les limitations de l'organe de commande (fréquence de commutation limitée, retard, ...) entraînent des oscillations de l'état du système autour de la surface de glissement, phénomène appelé broutement. D'un autre côté, une commande ayant une fréquence de commutation trop importante peut être aussi pénalisante puisqu'il peut y avoir une excitation des dynamiques négligées lors de la modélisation, une usure rapide des actionneurs mécaniques, ... Par conséquent, la loi de commande discontinue est généralement lissée de façon à atteindre un compromis entre la bande passante du contrôle et la précision de suivi. Ainsi, la fonction $\text{sign}()$ peut être remplacée par la fonction saturation :

$$\text{sat}(s) = \begin{cases} \frac{s}{\Phi}, & \text{si } |s| \leq \Phi; \\ \text{sign}(s), & \text{autrement.} \end{cases} \quad (3.20)$$

où Φ est l'épaisseur de la couche limite. D'autres fonctions peuvent également être utilisées telles que des sigmoïdes : $\tanh \frac{s}{\Phi}$, $\frac{2}{\pi} \arctan \frac{s}{\Phi}$, *etc.*

Une autre technique consiste à limiter l'amplitude des commutations de la commande en utilisant un gain k non plus constant mais variable en fonction de $s(t)$ [Lauer, 2003]

$$k(s) = k |s|^\alpha + k_0. \quad (3.21)$$

3.3 Synchronisation de l'embrayage

Dans les architectures de boîte de vitesse manuelle, l'embrayage est introduit comme une solution mécanique passive pour accoupler et désaccoupler le couple de transmission. Dans ce système, la synchronisation de l'embrayage est effectuée par le conducteur. Pour améliorer l'agrément de conduite, un embrayage robotisé

introduit dans les BVRs remplace l'embrayage passif. La gestion de l'embrayage est un élément déterminant pour le confort de conduite. Dans cette section, une loi de commande d'engagement de l'embrayage est proposée.

Deux aspects antagonistes sont liés à l'embrayage : le confort de conduite et l'énergie dissipée. Un engagement court implique une force normale plus importante, et donc des oscillations dans la chaîne cinématique à la fin de la synchronisation. Cependant, le temps d'engagement court permet de diminuer l'énergie dissipée. A contrario, un engagement long assure des oscillations moins marquées mais l'énergie dissipée est plus importante. Pour réduire les oscillations de la chaîne cinématique, deux solutions sont envisageables : soit en contrôlant les couples (le couple du moteur, le couple d'embrayage ou les deux) afin de diminuer l'écart entre les couples appliqués des deux côtés de l'embrayage, soit en contrôlant les vitesses des deux côtés de l'embrayage (la vitesse de glissement de l'embrayage). Le couple n'étant pas mesuré, la stratégie choisie est basée sur le contrôle de la vitesse de glissement de l'embrayage.

3.3.1 Trajectoire de référence de la vitesse glissement

En général, si la durée de glissement de l'embrayage est limitée dans un temps suffisamment court t_f , l'énergie dissipée pendant la phase de glissement est relativement faible. En ce qui concerne le confort de conduite, le brusque changement de couple d'embrayage dû à la fermeture de ce dernier tend à provoquer du jerk — phénomène indésirable pour le conducteur — et des oscillations dans les transmissions en particulier juste après la synchronisation de l'embrayage. Dans la littérature, certains auteurs définissent une trajectoire de référence de la vitesse de glissement [Glielmo et Vasca, 2000], [Dassen, 2003], [Gao *et al.*, 2009]. Le critère introduit dans [Glielmo et Vasca, 2000], appelée la condition *no-lurch*, permet de diminuer les oscillations dans la chaîne cinématique après la synchronisation. Cette condition vise à minimiser l'accélération de glissement de l'embrayage à l'instant de synchronisation. La trajectoire développée doit assurer aussi une fermeture de l'embrayage en un temps fini donné. Cependant, les deux critères contradictoires sont le temps d'engagement et le jerk provoqué en phase de fermeture. Si on diminue la durée de fermeture, alors le jerk augmente. Donc, le temps d'engagement est choisi de façon à satisfaire un niveau de jerk acceptable en favorisant le confort ou la dynamique. Dans [Dassen, 2003], les auteurs ont utilisé une fonction exponentielle pour définir la trajectoire désirée de la vitesse de glissement comme suit :

$$\Delta\omega_r(t) = \Delta\omega(t_0)e^{-\tau t^2} \quad (3.22)$$

où τ est une constante déterminant la durée de glissement, $\Delta\omega(t)$ est la vitesse de glissement de l'embrayage, t_0 est le temps de commencement d'engagement. Cette définition assure la condition *no-lurch* à la synchronisation. Cependant, un saut au niveau de l'accélération de glissement est généré au début de l'engagement.

Afin d'assurer que les états transitent doucement sans sauts au début de l'engagement de sorte que toute trajectoire désirée réalisable à partir de l'instant t_0 commence forcément avec les mêmes vitesse et accélération de glissement que celles du système. Nous avons donc les conditions initiales suivantes :

$$\Delta\omega_r(t_0) = \Delta\omega(t_0) \quad (3.23)$$

$$\Delta\dot{\omega}_r(t_0) = \Delta\dot{\omega}(t_0) \quad (3.24)$$

où, $\Delta\omega(t)$ est la vitesse de glissement de l'embrayage.

En plus, l'engagement doit être fini après le temps choisi $\Delta t = t_s - t_0$. La trajectoire désirée pour la vitesse de glissement doit donc satisfaire aux exigences suivantes :

$$\Delta\omega_r(t_s) = 0 \quad (3.25)$$

et la condition *no-lurch* : à l'instant de synchronisation t_s , la dérivée de la vitesse de glissement doit être égale à zéro,

$$\Delta\dot{\omega}_r(t_s) = 0 \quad (3.26)$$

Différents choix sont possibles pour définir une trajectoire vérifiant ces contraintes. Dans cette étude, nous utilisons un polynôme de degré 3 pour définir la trajectoire de référence de la vitesse de glissement :

$$\Delta\omega_r(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 \quad (3.27)$$

où les paramètres a_i , $i = 0, \dots, 3$ peuvent être déterminés à partir des conditions initiales et des conditions à la synchronisation. La figure 3.1 représente une trajectoire désirée pour un engagement commençant à une seconde et finissant après 2,5 secondes.

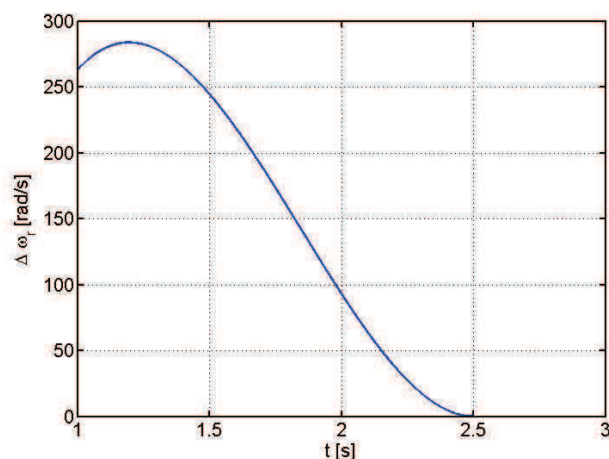


FIGURE 3.1 – Trajectoire désirée de la vitesse de glissement de l'embrayage : polynôme de degré 3 : $t_0 = 1$ seconde, $t_s = 2,5$ secondes

3.3.2 Lois de commande

Dans le chapitre précédent, un modèle dynamique simplifié du groupe motopropulseur a été présenté et est rappelé ci-dessous :

$$\dot{\omega}_1 = \frac{T_e(\cdot)}{I_1} - \frac{1}{I_1} (K_1(\theta_1 - \theta_2) + C_1(\omega_1 - \omega_2)) \quad (3.28)$$

$$\dot{\omega}_2 = \frac{1}{I_2} (K_1(\theta_1 - \theta_2) + C_1(\omega_1 - \omega_2)) - \frac{1}{I_2} T_{c1}(\cdot) - \frac{1}{I_2} T_{c2}(\cdot) \quad (3.29)$$

$$\dot{\omega}_3 = \frac{i_i}{I_3} T_{c1}(\cdot) + \frac{i_j}{I_3} T_{c2}(\cdot) - \frac{1}{I_3} (K_2(\theta_3 - \theta_4) + C_2(\omega_3 - \omega_4)) \quad (3.30)$$

$$\dot{\omega}_4 = \frac{1}{I_4} (K_2(\theta_3 - \theta_4) + C_2(\omega_3 - \omega_4)) - \frac{T_r(\cdot)}{I_4} \quad (3.31)$$

$$\dot{\theta}_i = \omega_i, (i = 1, \dots, 4) \quad (3.32)$$

où les ω_i ($i = 1, \dots, 4$) sont, respectivement, les vitesses angulaires du moteur (la partie du volant moteur à côté du moteur comprise) ; de l'autre partie de l'ensemble volant moteur et plateaux du double embrayage) ; du pont et de la roue motrice.

Si nous considérons l'engagement de l'embrayage 1, le couple de l'embrayage 2 est donc considéré comme une perturbation. En particulier, en phase de décollage, un seul embrayage est utilisé avec le premier rapport ; le couple d'embrayage 2 est alors nul. La vitesse de glissement de l'embrayage 1 ($\Delta\omega_1 = \omega_2 - i_i\omega_3$) est la variable à commander. En combinant les équations (3.29) et (3.30), l'équation dynamique de la vitesse de glissement est donnée par :

$$\begin{aligned} \Delta\dot{\omega}_1 &= \frac{1}{I_2} (K_1(\theta_1 - \theta_2) + C_1(\omega_1 - \omega_2)) + \frac{i_i}{I_3} (K_2(\theta_3 - \theta_4) + C_2(\omega_3 - \omega_4)) \\ &\quad - \left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_i^2}{I_3} \right) T_{c1}(\cdot) - \left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_i i_j}{I_3} \right) T_{c2}(\cdot) \end{aligned} \quad (3.33)$$

Le modèle de l'embrayage 1 est :

$$T_{c1} = \gamma_c \mu(\Delta\omega_1) \text{sign}(\Delta\omega_1) u \quad (3.34)$$

où la variable d'entrée de commande est la force normale $u = F_{n1}$.

L'équation dynamique de la vitesse de glissement d'embrayage est réécrite sous la forme :

$$\dot{x} = f(\cdot) + g(\cdot)u + d \quad (3.35)$$

où x est la variable à commander et d est la perturbation :

$$x = \Delta\omega_1 \quad (3.36)$$

$$f(\cdot) = \frac{1}{I_2} (K_1(\theta_1 - \theta_2) + C_1(\omega_1 - \omega_2)) + \frac{i_i}{I_3} (K_2(\theta_3 - \theta_4) + C_2(\omega_3 - \omega_4)) \quad (3.37)$$

$$g(\cdot) = -\gamma_c \left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_i^2}{I_3} \right) \mu(x) \text{sign}(x) \quad (3.38)$$

$$d(t) = - \left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_i i_j}{I_3} \right) T_{c2}(\cdot) \quad (3.39)$$

La perturbation est supposée bornée $|d(t)| \leq \bar{d}$. La valeur de cette borne étant supposée connue.

Pour assurer que le système suive une trajectoire de référence $x_r(t)$, une surface de glissement de type intégral $s(t)$ est choisie sous la forme :

$$s(t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda \right) \int_0^t e(\tau) d\tau = e(t) + \lambda \int_0^t e(\tau) d\tau \quad (3.40)$$

où $e(t)$ est l'erreur de suivi :

$$e(t) = x(t) - x_r(t), \quad (3.41)$$

$x_r(t)$ étant la trajectoire de référence de la vitesse de glissement définie en (3.27).

En utilisant la démarche présentée en section 3.2, on obtient la loi de commande par mode glissant

$$u(t) = \hat{u}(t) - g(\cdot)^{-1} k \text{sign}(s) \quad (3.42)$$

où la loi de commande équivalente $\hat{u}(t)$ a pour expression

$$\hat{u}(t) = g(\cdot)^{-1} (-f(\cdot) + \dot{x}_r(t) - \lambda e(t)) \quad (3.43)$$

et le gain k doit être choisi tel que

$$k \geq \eta + |d(t)|, \quad \forall t \quad (3.44)$$

En effet, à partir de (3.40) et (3.42) nous avons

$$\dot{s}(t) = -k \text{sign}(s(t)) + d(t) \quad (3.45)$$

et donc

$$\Leftrightarrow \dot{s}(t)s(t) = -k |s(t)| + d(t)s(t) \leq -\eta |s(t)| \quad (3.46)$$

La condition de glissement (3.13) est alors vérifiée. Un choix possible de gain k est :

$$k = \bar{d} + \eta \quad (3.47)$$

où η est une constante positive. Nous avons

$$\begin{aligned} \dot{s}(t)s(t) &= -\bar{d}|s(t)| + d(t)s(t) - \eta |s(t)| \\ &\leq -\eta |s(t)| \end{aligned} \quad (3.48)$$

3.3.3 Résultats de simulations

Afin de montrer l'efficacité de la loi de commande proposée, le modèle dynamique du GMP est implémenté sous Matlab/Simulink et simulé avec les paramètres du modèle qui sont donnés dans l'annexe C. La pédale d'accélération est contrôlée par le conducteur. Deux essais ont été réalisés lors du décollage, le premier essai est à forte charge et le deuxième essai à faible charge. Le couple moteur demandé est lié à la position du papillon, la figure 3.2 montre les positions du papillon dans nos essais.

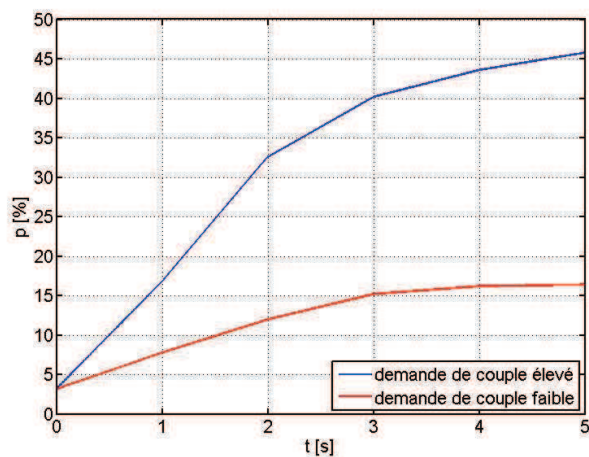


FIGURE 3.2 – Ouverture du papillon en pourcentage

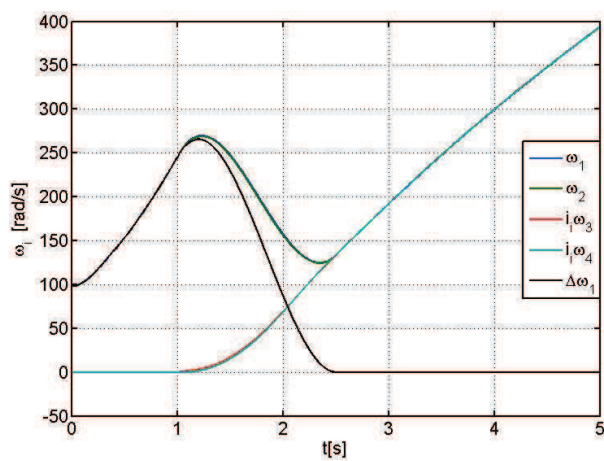


FIGURE 3.3 – Vitesses angulaires des éléments du GMP lors du décollage

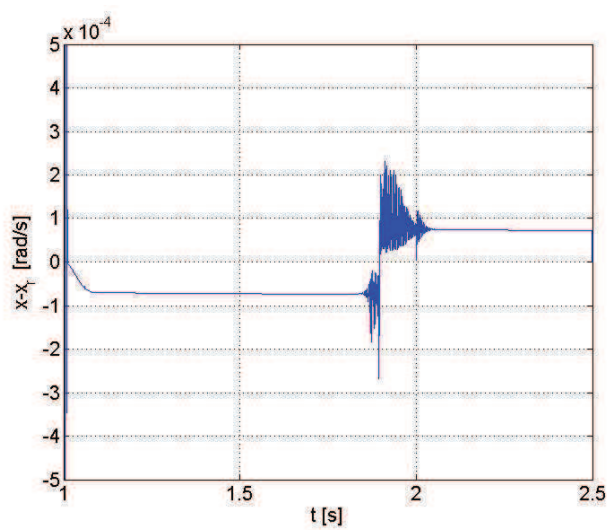


FIGURE 3.4 – Erreur de suivi de la vitesse de glissement

Dans le premier essai, les vitesses angulaires des éléments suivants : le moteur ω_1 , le plateau d'embrayage ω_2 , le pont ω_3 , la roue motrice ω_4 , et la vitesse de glissement de l'embrayage 1 ($\Delta\omega_1$) sont montrées sur la figure 3.3.

L'engagement commence à partir de 1 seconde et dure 1,5 secondes. La synchronisation se déroule juste après 1,5 secondes jusqu'à 2,5 secondes. L'erreur de suivi est représentée sur la figure 3.4.

La commande appliquée est représentée sur la figure 3.5. Après la synchronisation, la force normale est fixée à une valeur de 1500 N afin d'assurer une fermeture complète. Lors de l'engagement, trois régions peuvent être distinguées dans le profil de la force normale. Dans la première région — $t \in (1, 2)$ secondes — la force normale croît rapidement, la vitesse du moteur décroît rapidement et l'embrayage est fermé rapidement. Dans la deuxième région — $t \in (2, 2.3)$ secondes — la force normale croît moins et a tendance à décroître. Dans la troisième région — $t \in (2.3, 2.5)$ secondes — la force normale décroît pour permettre d'atteindre le même niveau d'accélération des deux côtés de l'embrayage.

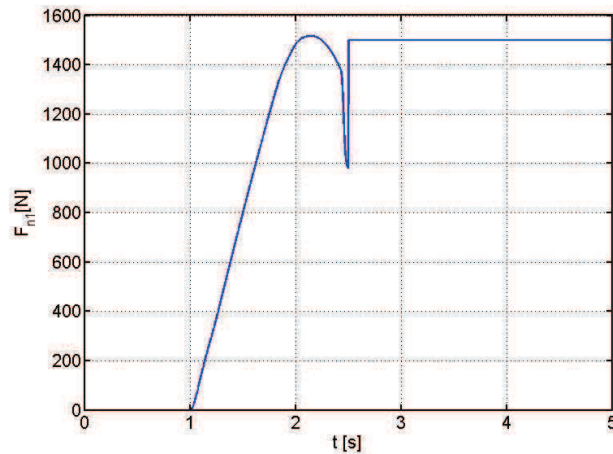


FIGURE 3.5 – Force normale calculée

La figure 3.6 représente les oscillations dans la chaîne cinématique à l'amortisseur d'embrayage (figure 3.6(a)) et au demi-arbre (figure 3.6(b)). Les amplitudes des oscillations au demi-arbre et à l'amortisseur d'embrayage restent très limitées.

Le jerk du véhicule mesuré à la roue est montré sur la figure 3.7, il dépend du comportement du conducteur et de la durée d'engagement. Si on diminue le temps d'engagement, le jerk du véhicule augmente.

Dans le deuxième essai, le couple demandé est faible, la vitesse angulaire du moteur décroît rapidement lorsque la force normale augmente (voir la figure 3.8(a)). Si le couple demandé est faible et le temps d'engagement est court, alors la vitesse du moteur passe sous la vitesse de ralenti du moteur (96 rad/s) et tombe dans la région de calage (voir la figure 3.8(b)). Le moteur a donc un risque de caler lors de l'engagement de l'embrayage. Un engagement avec un bon agrément en employant seulement la commande de l'embrayage n'est pas suffisant. Pour résoudre ce problème, il est possible de prolonger le temps d'engagement de l'embrayage, ou de contrôler la vitesse du moteur. Cependant, le lien entre la vitesse du moteur et le temps d'engagement est difficile à formuler. De plus, la vitesse du moteur lors de l'engagement dépend encore du comportement du conducteur et de la résistance à

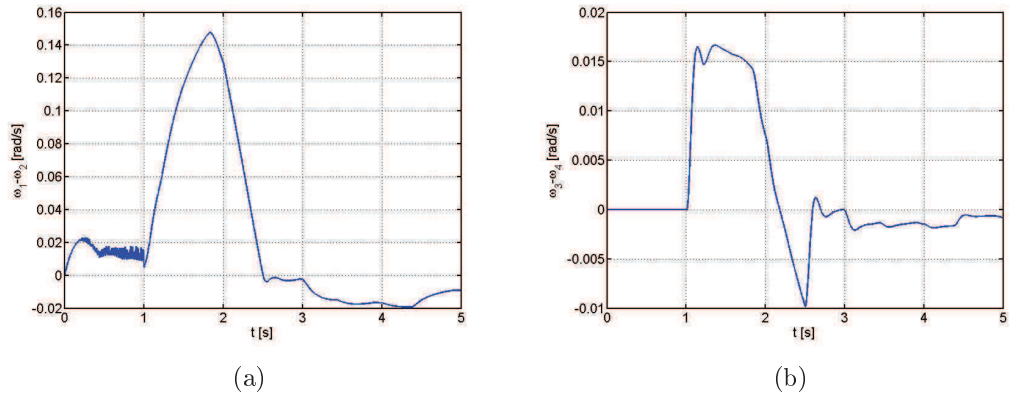


FIGURE 3.6 – Oscillations dans la chaîne cinématique du GMP : (a) - à l'amortisseur d'embrayage, (b) - au demi-arbre

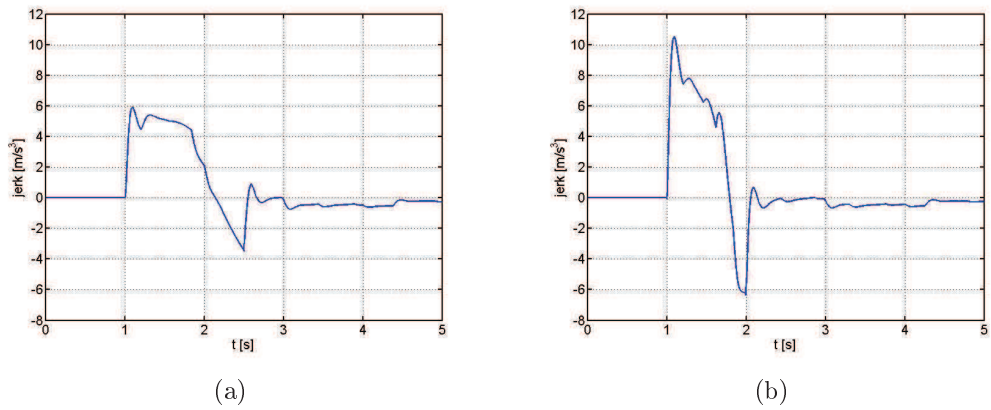


FIGURE 3.7 – Jerk du véhicule lors du décollage : (a) - le temps d'engagement est de 1,5 secondes, (b) - le temps d'engagement est de 1,0 seconde

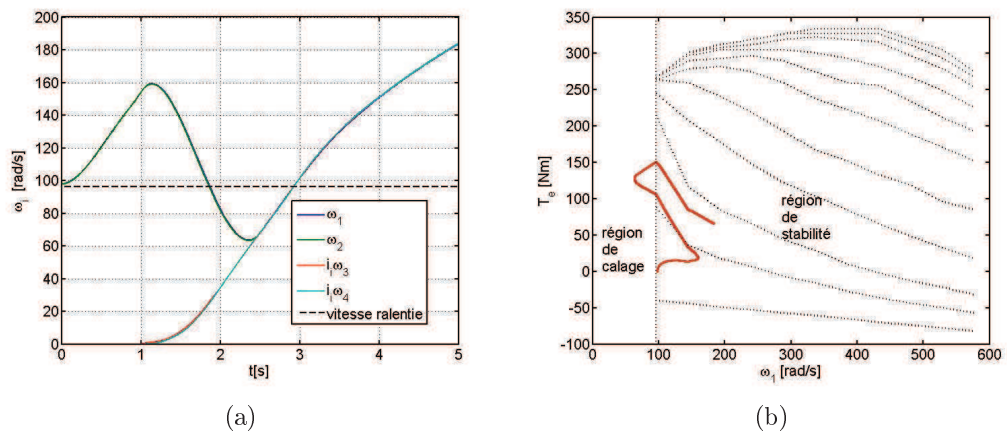
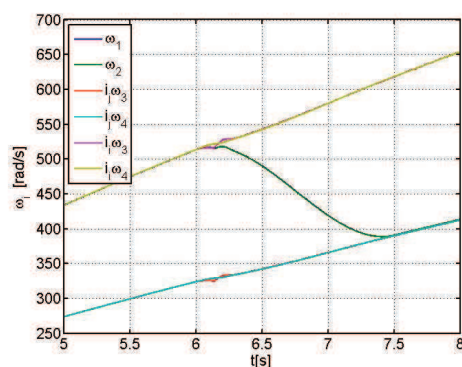


FIGURE 3.8 – Décollage avec un couple demandé faible : (a) - vitesses angulaires des éléments, (b) - comportement du moteur et la région de stabilité du moteur

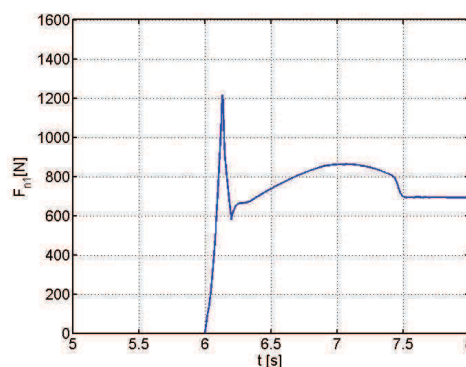
l'avancement. Pour assurer un engagement sans calage du moteur, la stratégie choisie est donc de contrôler la vitesse du moteur lors de l'engagement de l'embrayage.

Dans le cas d'un changement de vitesses, le couple de l'autre embrayage 2 repré-

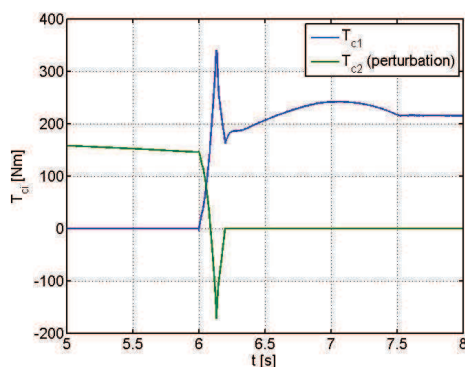
sente une perturbation. La figure 3.9 montre les résultats de simulation en cas de changement de vitesses du 1^{er} au 2^{ème} rapport. Le temps de changement de rapport



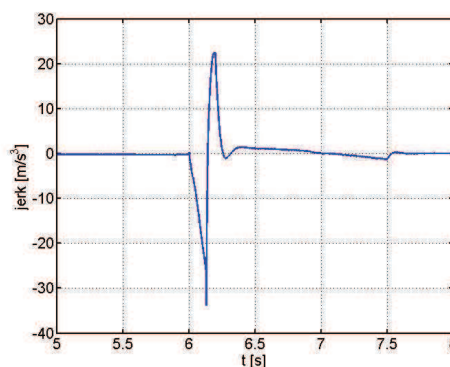
(a) Vitesses angulaires des éléments du GMP



(b) Force normale calculée



(c) Couple du double embrayage



(d) Jerk du véhicule

FIGURE 3.9 – Changement de vitesse supérieure : 1^{er} – 2^{ème}

est égal à 1,5 secondes. Le jerk du véhicule prend des valeurs importantes. En réalité, le temps de changement de vitesses d'une boîte de vitesses à double embrayage est d'environ 0,8 seconde et les fabricants d'automobiles veulent le diminuer encore. Pour atteindre ces objectifs et assurer un changement de vitesses rapide et confortable, le moteur doit être contrôlé.

Dans la section suivante, des lois de commande du GMP lors du décollage et lors du changement de vitesses sont développées permettant de résoudre les deux problèmes discutés précédemment : un décollage confortable sans calage du moteur et un changement de vitesses rapide et confortable.

3.4 Commande du groupe motopropulseur

Pour remédier au risque de calage de la commande de l'embrayage précédente, nous présentons dans cette section une stratégie de commande de la vitesse du moteur et de la vitesse de glissement d'embrayage à l'aide des deux variables de commande définies comme le couple du moteur et la force normale.

3.4.1 Trajectoire de référence de la vitesse du moteur

De la même manière que pour la vitesse de glissement d'embrayage, une trajectoire de référence de la vitesse du moteur lors de l'engagement de l'embrayage est définie (cf. [Amari *et al.*, 2008], [Dassen, 2003]). Dans le travail de Dassen [Dassen, 2003], l'auteur utilise comme trajectoire de référence pour la vitesse du moteur lors de l'engagement de l'embrayage une fonction décroissante linéaire satisfaisant à la condition de non-calage :

$$\omega_{1r}(t) > \omega_1^{idle}, \quad \forall t > t_0 \quad (3.49)$$

où ω_1^{idle} est la vitesse de ralenti du moteur, t_0 est le temps de début d'engagement de l'embrayage. Avec cette définition, la condition *no-lurch* est difficile à satisfaire puisque, à la synchronisation, l'accélération angulaire du moteur vaut presque l'accélération angulaire du plateau d'embrayage qui est donc négative, tandis que l'accélération angulaire du disque d'embrayage est toujours positive lors de l'engagement. L'écart d'accélération entre les deux côtés de l'embrayage est donc généré à l'instant de synchronisation, celui-ci introduit des oscillations dans la chaîne cinématique du GMP après la synchronisation.

Dans le travail de Amari et al [Amari *et al.*, 2008], une trajectoire de référence pour la vitesse du moteur lors du décollage et du changement de vitesses est définie afin d'assurer un engagement sans calage du moteur. La formule de trajectoire de référence est la suivante :

$$\omega_{1r}(t) = \max \left\{ \omega_1^{idle}, T_{max}^{-1} \left(T_e^d(\omega_1, p(t)) \right) \right\} \quad (3.50)$$

où $T_{max}(\omega_1)$ est le couple maximal défini en fonction de la vitesse du moteur ω_1 , T_e^d est le couple moteur demandé, donné via le conducteur, $p(t)$ est la position du papillon. Cette définition assure une transition sans calage lors du décollage et du changement de rapports. Cependant, le point initial de l'engagement n'étant pas sur la courbe $T_{max}(\omega_1)$, il génère donc des sauts au début de l'engagement.

Pour assurer un engagement rapide et confortable, la force normale augmente rapidement, puis diminue à la fin de processus (revoir la figure 3.5). Donc, la charge exercée sur le moteur augmente au début et puis diminue à la synchronisation. La courbe de la vitesse du moteur lors de l'engagement de l'embrayage a l'allure d'un polynôme de degré 3. La courbe de référence pour la vitesse du moteur est donc souvent choisie dans la littérature sous la forme d'un polynôme de degré 3. Dans cette étude, nous utiliserons aussi un polynôme de degré 3 pour définir la trajectoire désirée de la vitesse du moteur en phase de décollage et lors de changement de vitesses.

$$\omega_{1r} = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 \quad (3.51)$$

où a_i ($i = 0, \dots, 3$) sont les paramètres de la trajectoire désirée, déterminés de façon à satisfaire aux conditions définies dans les sections suivantes.

Cas du décollage

Au décollage, les étapes pour un véhicule avec une boîte de vitesses manuelle sont [Dolcini *et al.*, 2008] : (1) le conducteur appuie sur la pédale d'accélérateur, la vitesse du moteur ainsi que la vitesse angulaire du plateau d'embrayage augmentent ; (2) le conducteur relâche la pédale d'embrayage, la force normale appliquée sur le

plateau d'embrayage et donc le couple d'embrayage augmentent. Lorsque le couple d'embrayage devient plus élevé que le couple du moteur, la vitesse du moteur commence à baisser. (3) le conducteur maintient la pédale d'embrayage et appuie sur la pédale d'accélérateur, la vitesse du moteur augmente pour chercher le même niveau d'accélération que le disque d'embrayage à la synchronisation. Dans l'architecture du double embrayage, le moteur est relié au double embrayage par le double volant d'inertie. Il en résulte un faible écart entre la vitesse du moteur et celle du plateau d'embrayage. Nous pouvons approcher la trajectoire désirée de la vitesse du moteur par un polynôme de degré 3.

Afin d'éviter des sauts au début de l'engagement de l'embrayage, la vitesse désirée du moteur et sa dérivée sont choisies identiques à celles du système. Les conditions initiales sont alors :

$$\omega_{1r}(t_0) = \omega_1(t_0) \quad (3.52)$$

$$\dot{\omega}_{1r}(t_0) = \dot{\omega}_1(t_0) \quad (3.53)$$

où t_0 est le temps de début d'engagement de l'embrayage.

Pour satisfaire la condition de non-calage du moteur ($\omega_1(t) > \omega_1^{idle}, \forall t > t_0$), un point dans la cartographie de couple du moteur est déterminé à partir de la position du papillon ($p(t_s)$) et de la vitesse du moteur à l'instant de synchronisation ($\omega_1(t_s)$). La figure 3.10 montre un exemple de choix du point de synchronisation.

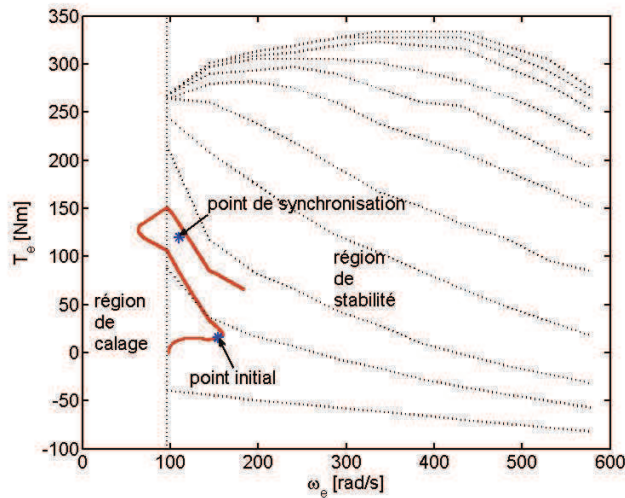


FIGURE 3.10 – Un exemple de choix de point de synchronisation

Le temps d'engagement de l'embrayage doit être très court, l'évolution de la position du papillon donnée par le conducteur lors de l'engagement de l'embrayage est supposée linéaire à partir de l'instant de synchronisation $p(t_s)$:

$$p(t_s) = p(t_0) + \dot{p}(t_0)(t_s - t_0) \quad (3.54)$$

Pour un régime $\omega_{1r}(t_s)$, le couple du moteur à l'instant de synchronisation donné par le conducteur $T_e^d(t_s)$ est alors déterminé par :

$$T_e^d(t_s) = T_e(\omega_{1r}(t_s), p(t_s)) \quad (3.55)$$

Idéalement, à l'instant de synchronisation, il n'y a pas de différence d'accélération et de vitesse entre les deux parties du volant moteur, ou entre le pont et la roue motrice. D'autre part, à l'instant de synchronisation, tout élément d'inertie a le même niveau d'accélération et de vitesse équivalentes.

$$\omega_1(t_s) = \omega_2(t_s) = i_i \omega_3(t_s) = i_i \omega_4(t_s) \quad (3.56)$$

$$\dot{\omega}_1(t_s) = \dot{\omega}_2(t_s) = i_i \dot{\omega}_3(t_s) = i_i \dot{\omega}_4(t_s) \quad (3.57)$$

L'accélération du moteur désirée à l'instant de synchronisation $\dot{\omega}_{1r}(t_s)$ peut être calculée en combinant les équations du système : (3.28), (3.29), (3.30), (3.88), et (3.32), de façon à obtenir :

$$\dot{\omega}_{1r}(t_s) = \frac{T_e^d(t_s) - T_r(t_s)}{I_1 + I_2 + (I_3 + I_4)/i_i^2} \quad (3.58)$$

où T_r est le couple de résistance à l'avancement du véhicule.

À partir des conditions (3.52), (3.53), (3.58) et du choix $\omega_{1r}(t_s)$, nous avons une trajectoire désirée $\omega_{1r}(t)$ qui doit permettre de satisfaire à la condition de non-calage du moteur :

$$\omega_{1r}(t) > \omega_1^{idle}, \quad \forall t > t_0 \quad (3.59)$$

Plusieurs choix sont possibles pour $\omega_{1r}(t_s)$, nous choisissons alors cette vitesse de sorte que le couple du moteur à l'instant de synchronisation soit le plus grand possible en satisfaisant la condition de non-calage du moteur :

$$\omega_{1r}(t_s) = (T_e^{-1}(\max \{T_e(\omega_1, p(t_s))\}, p(t_s)) | \min(\omega_{1r}(t)) > \omega_1^{idle}, t \in [t_0, t_s]) \quad (3.60)$$

La figure 3.11 représente une trajectoire désirée de la vitesse du moteur lors du décollage.

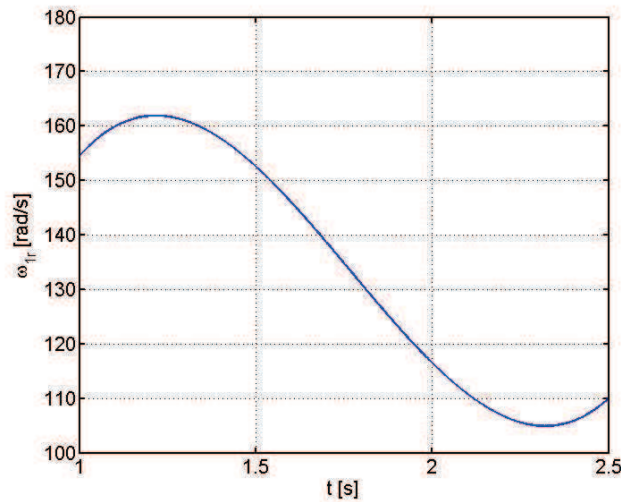


FIGURE 3.11 – Exemple d'une trajectoire désirée pour la vitesse du moteur lors du décollage : $t_0 = 1$ seconde, $t_s = 2,5$ secondes

Cas d'un changement de vitesses

Lors du passage à un rapport supérieur, la vitesse du moteur décroît afin d'assurer un changement rapide et confortable. Au contraire, pour une descente de rapports, la vitesse du moteur croît. Dans ce contexte, un polynôme de degré 3 de la forme (3.51) est utilisé pour définir la trajectoire désirée de la vitesse du moteur lors du changement de vitesses. Les conditions initiales sont les suivantes :

$$\omega_{1r}(t_0) = \omega_1(t_0) \quad (3.61)$$

$$\dot{\omega}_{1r}(t_0) = \dot{\omega}_1(t_0) \quad (3.62)$$

Pour définir la trajectoire, l'hypothèse que l'accélération du véhicule est constante pendant le changement de vitesses est faite. Donc, à l'instant de synchronisation :

$$\omega_4(t_s) = \omega_4(t_0) + \dot{\omega}_4(t_0)(t_s - t_0) \quad (3.63)$$

$$\dot{\omega}_4(t_s) = \dot{\omega}_4(t_0) \quad (3.64)$$

En négligeant la vitesse de torsion et l'accélération de torsion sur l'amortisseur d'embrayage et sur le demi-arbre aux instants de commencement et de synchronisation, il est possible d'écrire que :

$$\omega_1(t_0) = \omega_2(t_0), \quad \omega_3(t_0) = \omega_4(t_0) \quad (3.65)$$

$$\dot{\omega}_1(t_0) = \dot{\omega}_2(t_0), \quad \dot{\omega}_3(t_0) = \dot{\omega}_4(t_0) \quad (3.66)$$

et

$$\omega_1(t_s) = \omega_2(t_s), \quad \dot{\omega}_3(t_s) = \dot{\omega}_4(t_s) \quad (3.67)$$

$$\dot{\omega}_1(t_s) = \dot{\omega}_2(t_s), \quad \dot{\omega}_3(t_s) = \dot{\omega}_4(t_s) \quad (3.68)$$

En combinant les équations précédentes, nous obtenons

$$\omega_{1r}(t_s) = (\omega_1(t_0) + \dot{\omega}_1(t_0)(t_s - t_0)) \frac{i_j}{i_i} \quad (3.69)$$

et

$$\dot{\omega}_{1r}(t_s) = \frac{i_j}{i_i} \dot{\omega}_1(t_0) \quad (3.70)$$

où i_i est le rapport en cours, i_j est le rapport sélectionné.

À partir des conditions (3.61), (3.62), (3.69) et (3.70), les paramètres du polynôme de degré 3 sont déterminés. La figure 3.12 illustre un exemple de trajectoire désirée pour la vitesse du moteur dans le cas d'un changement de rapports.

La problématique qui se pose alors est de piloter deux actionneurs (la force normale et le couple du moteur thermique) pour assurer le suivi des deux trajectoires (vitesse de glissement et vitesse du moteur). Le couplage entre les deux suivis oblige à considérer une approche multi-entrée, multi-sortie (MIMO) qui est l'objet de la section suivante.

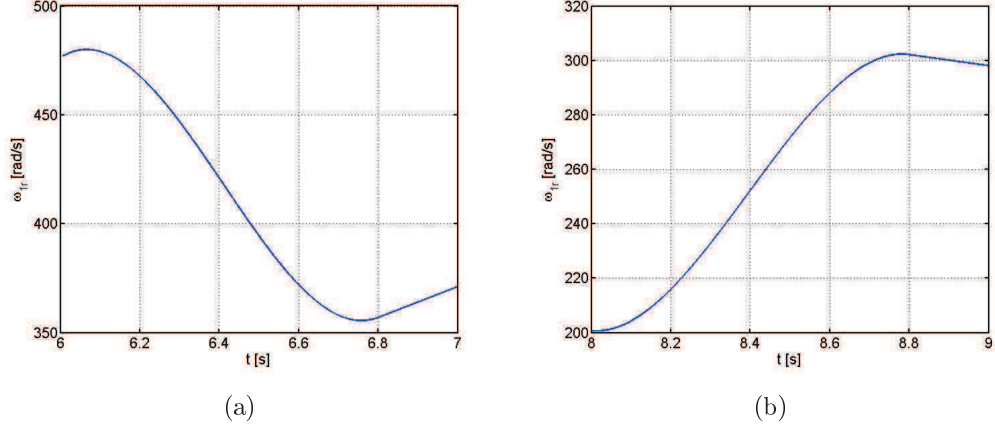


FIGURE 3.12 – Exemple de trajectoire désirée pour la vitesse du moteur lors du changement de vitesses : (a) - changement de vitesses supérieure, $t_0 = 6$ secondes, $t_s = 6,8$ secondes, (b) - changement de vitesses inférieure, $t_0 = 8$ secondes, $t_s = 8,8$ secondes

3.4.2 Commande robuste par mode glissant des systèmes multivariables

Considérons un système incertain avec autant d'entrées que de sorties défini comme suit [Elmali et Olgac, 1992] :

$$\dot{x}_i^{(n_i)} = f_i(\mathbf{x}) + \Delta f_i(\mathbf{x}) + \sum_{j=1}^m (g_{ij}(\mathbf{x}) + \Delta g_{ij}(\mathbf{x})) u_j, \quad i, j = 1, \dots, m \quad (3.71)$$

où le vecteur \mathbf{u} composé des u_j est le vecteur de commande, le vecteur d'état \mathbf{x} est composé des états x_i et de leurs $n_i - 1$ premières dérivées, $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ est le vecteur des éléments $f_i(\mathbf{x})$, et la matrice $G(\mathbf{x})$ se compose des éléments $g_{ij}(\mathbf{x})$. On suppose que la matrice $G(\mathbf{x})$ est inversible sur l'ensemble de l'espace d'état.

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{x}) \quad f_2(\mathbf{x}) \quad \dots \quad f_m(\mathbf{x}))^T$$

$$G(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} g_{11}(\mathbf{x}) & g_{12}(\mathbf{x}) & \dots & g_{1m}(\mathbf{x}) \\ g_{21}(\mathbf{x}) & g_{22}(\mathbf{x}) & \dots & g_{2m}(\mathbf{x}) \\ \dots & \dots & \ddots & \dots \\ g_{m1}(\mathbf{x}) & g_{m2}(\mathbf{x}) & \dots & g_{mm}(\mathbf{x}) \end{pmatrix}$$

$\Delta f_i(\mathbf{x})$, $\Delta g_{ij}(\mathbf{x})$ contiennent les incertitudes de modélisation et des perturbations, qui sont supposées bornées :

$$|\Delta f_i(\mathbf{x})| \leq \alpha_i(\mathbf{x}) \quad (3.72)$$

$$|\Delta g_{ij}(\mathbf{x})| \leq \beta_{ij}(\mathbf{x}) \quad (3.73)$$

avec $i = 1, \dots, m$

Le but du problème de commande est alors de faire suivre à l'état \mathbf{x} un état de référence variant dans le temps $\mathbf{x}_r(t)$. La loi de commande doit être suffisamment

robuste pour compenser les incertitudes de modélisation et des perturbations inconnues $\Delta \mathbf{f}(\mathbf{x})$, $\Delta G(\mathbf{x})$. Une surface de glissement $\mathbf{s}(t)$ est considérée, elle est composée des $s_i(t)$ définies par :

$$\begin{aligned} s_i(t) &= \left(\frac{d}{dt} + \lambda_i \right)^{n_i-1} e_i(t) \\ &= {}^{(n_i-1)}e_i(t) + C_{n_i-1}^1 \lambda_i {}^{(n_i-2)}e_i(t) + \dots + C_{n_i-1}^{n_i-2} \lambda_i^{n_i-2} \dot{e}_i(t) + \lambda_i^{n_i-1} e_i(t) \quad (3.74) \\ &= {}^{(n_i-1)}e_i(t) + \sum_{j=1}^{n_i-1} C_{n_i-1}^j \lambda_i^j {}^{(n_i-1-j)}e_i(t) \end{aligned}$$

où λ_i est une constante positive, $e_i(t)$ est l'erreur de suivi. Comme dans le cas mono-entrée, une fonction de Lyapunov candidate est choisie sous la forme :

$$V(t) = \frac{1}{2} \mathbf{s}(t)^T \mathbf{s}(t) \quad (3.75)$$

La condition de la stabilité du critère de Lyapunov est obtenue par dérivation :

$$\dot{V}(t) = \mathbf{s}(t)^T \dot{\mathbf{s}}(t) \leq 0 \quad (3.76)$$

De façon similaire au cas mono-entrée, pour prendre en compte les variations des paramètres, les perturbations, *etc.*, la condition suivante est introduite :

$$\dot{V}(t) = \mathbf{s}(t)^T \dot{\mathbf{s}}(t) \leq -\eta \|\mathbf{s}(t)\| \quad (3.77)$$

où η est une constante positive.

Une loi de commande est alors choisie de la forme :

$$\mathbf{u} = G(\mathbf{x})^{-1} (\hat{\mathbf{u}} - k \text{sign}(\mathbf{s})) \quad (3.78)$$

où k est un scalaire positif, $\text{sign}(\mathbf{s})$ est le vecteur de $i^{\text{ème}}$ élément $\text{sign}(s_i)$ et le vecteur $\hat{\mathbf{u}}$ correspond à la commande équivalente définie par l'expression :

$$\hat{\mathbf{u}} = -\mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{x}_r^{(n)}(t) - \mathbf{h}_e(t) \quad (3.79)$$

où $\mathbf{x}_r^{(n)}(t)$ est un vecteur composé des éléments $x_{ri}^{(n)}(t)$

$$\mathbf{x}_r^{(n)}(t) = \left(x_{r1}^{(n)}(t) \quad x_{r2}^{(n)}(t) \quad \dots \quad x_{rm}^{(n)}(t) \right)^T \quad (3.80)$$

et $\mathbf{h}_e(t)$ est le vecteur

$$\mathbf{h}_e(t) = \begin{pmatrix} \sum_{j=1}^{n_1-1} C_{n_1-1}^j \lambda_i^j {}^{(n_1-2-j)}e_1(t) \\ \sum_{j=1}^{n_2-1} C_{n_2-1}^j \lambda_i^j {}^{(n_2-2-j)}e_2(t) \\ \dots \\ \sum_{j=1}^{n_m-1} C_{n_m-1}^j \lambda_i^j {}^{(n_m-2-j)}e_m(t) \end{pmatrix} \quad (3.81)$$

La grandeur k est choisie de sorte que la condition de glissement (3.77) soit vérifiée malgré les perturbations et les incertitudes de modélisation. Par conséquent, nous avons

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{s}}(t) &= \mathbf{f}(\mathbf{x}) + G(\mathbf{x})\mathbf{u} - \overset{(n)}{\mathbf{x}}_r(t) + \mathbf{h}_e(t) + \Delta\mathbf{f}(\mathbf{x}) + \Delta G(\mathbf{x})\mathbf{u} \\ &= -\left(I + \Delta G(\mathbf{x})G(\mathbf{x})^{-1}\right)k\text{sign}(\mathbf{s}(t)) + \Delta\mathbf{f}(\mathbf{x}) + \Delta G(\mathbf{x})G(\mathbf{x})^{-1}\hat{\mathbf{u}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \dot{V}(t) &= \mathbf{s}(t)^T \dot{\mathbf{s}}(t) \\ &= \mathbf{s}(t)^T \left(-\left(I + \Delta G(\mathbf{x})G(\mathbf{x})^{-1}\right)k\text{sign}(\mathbf{s}(t)) + \Delta\mathbf{f}(\mathbf{x}) + \Delta G(\mathbf{x})G(\mathbf{x})^{-1}\hat{\mathbf{u}}\right) \\ &\leq \|\mathbf{s}(t)\| \left(-k + k\|\Delta G(\mathbf{x})G(\mathbf{x})^{-1}\text{sign}(\mathbf{s}(t))\| + \|\Delta\mathbf{f}(\mathbf{x})\| + \|\Delta G(\mathbf{x})G(\mathbf{x})^{-1}\hat{\mathbf{u}}\|\right)\end{aligned}$$

La condition de glissement (3.77) est alors vérifiée si la condition suivante est satisfaite :

$$\begin{aligned}\|\mathbf{s}(t)\| \left(-k + k\|\Delta G(\mathbf{x})G(\mathbf{x})^{-1}\text{sign}(\mathbf{s}(t))\| + \|\Delta\mathbf{f}(\mathbf{x})\| + \|\Delta G(\mathbf{x})G(\mathbf{x})^{-1}\hat{\mathbf{u}}\|\right) \\ \leq -\eta\|\mathbf{s}(t)\|\end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow -k\left(1 - \|\Delta G(\mathbf{x})G(\mathbf{x})^{-1}\text{sign}(\mathbf{s}(t))\|\right) + \|\Delta\mathbf{f}(\mathbf{x})\| + \|\Delta G(\mathbf{x})G(\mathbf{x})^{-1}\hat{\mathbf{u}}\| \leq -\eta$$

En supposant $\|\Delta G(\mathbf{x})G(\mathbf{x})^{-1}\text{sign}(\mathbf{s}(t))\| < 1$, il vient :

$$\Leftrightarrow k \geq \frac{\|\Delta\mathbf{f}(\mathbf{x})\| + \|\Delta G(\mathbf{x})G(\mathbf{x})^{-1}\hat{\mathbf{u}}\| + \eta}{1 - \|\Delta G(\mathbf{x})G(\mathbf{x})^{-1}\text{sign}(\mathbf{s}(t))\|}$$

Notons que

$$\|\Delta\mathbf{f}(\mathbf{x})\| \leq \|\boldsymbol{\alpha}(\mathbf{x})\| \quad (3.82)$$

$$\|\Delta G(\mathbf{x})\| \leq \|B(\mathbf{x})\| \quad (3.83)$$

où $\boldsymbol{\alpha}(\mathbf{x})$ est un vecteur composé d' m éléments $\alpha_i(\mathbf{x})$, $B(\mathbf{x})$ est une matrice formée des $\beta_{ij}(\mathbf{x})$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\alpha}(\mathbf{x}) &= \left(\alpha_1(\mathbf{x}) \quad \alpha_2(\mathbf{x}) \quad \dots \quad \alpha_m(\mathbf{x})\right)^T \\ B(\mathbf{x}) &= \begin{pmatrix} \beta_{11}(\mathbf{x}) & \beta_{12}(\mathbf{x}) & \dots & \beta_{1m}(\mathbf{x}) \\ \beta_{21}(\mathbf{x}) & \beta_{22}(\mathbf{x}) & \dots & \beta_{2m}(\mathbf{x}) \\ \dots & \dots & \ddots & \dots \\ \beta_{m1}(\mathbf{x}) & \beta_{m2}(\mathbf{x}) & \dots & \beta_{mm}(\mathbf{x}) \end{pmatrix}\end{aligned}$$

Un choix possible pour k est :

$$k = \frac{\|\boldsymbol{\alpha}(\mathbf{x})\| + \|B(\mathbf{x})G(\mathbf{x})^{-1}\hat{\mathbf{u}}\| + \eta}{1 - \|B(\mathbf{x})G(\mathbf{x})^{-1}\text{sign}(\mathbf{s}(t))\|} \quad (3.84)$$

la condition de glissement (3.77) est donc vérifiée. Un résultat similaire est obtenu avec une surface de glissement intégrale.

3.4.3 Synthèse de lois de commande en cas de décollage

Le but de la commande est de minimiser le jerk ainsi que les oscillations dans la chaîne cinématique tout en limitant le temps de glissement de l'embrayage. De plus, la commande doit assurer le non-calage du moteur lors du décollage. Pour atteindre ces objectifs, les trajectoires désirées pour la vitesse de glissement de l'embrayage et la vitesse du moteur sont définies comme présentées précédemment. Les variations paramétriques du modèle doivent être considérées.

Lors du décollage, un seul embrayage pour le 1^{er} rapport est utilisé (nous supposons que c'est le premier embrayage), donc le couple du deuxième embrayage est nul $T_{c2} = 0$. Après la synchronisation, la force normale appliquée sur l'embrayage pour le 1^{er} rapport est forcée à une valeur sélectionnée afin d'assurer la fermeture complète et d'éviter une surcharge de la chaîne cinématique. Le couple du moteur est défini comme la somme de deux couples : la première partie est donnée par la demande du conducteur T_e^d et la deuxième partie est la variable de commande T_e^c . Lors du décollage, la vitesse de glissement de l'embrayage est toujours positive. En prenant en compte le modèle de l'embrayage, le modèle dynamique du groupe motopropulseur est donc réécrit sous la forme :

$$\dot{\omega}_1 = -\frac{1}{I_1}(K_1(\theta_1 - \theta_2) + C_1(\omega_1 - \omega_2)) + \frac{1}{I_1}T_e^c + \frac{1}{I_1}T_e^d \quad (3.85)$$

$$\dot{\omega}_2 = \frac{1}{I_2}(K_1(\theta_1 - \theta_2) + C_1(\omega_1 - \omega_2)) - \frac{1}{I_2}\gamma_c\mu(\Delta\omega_1)F_{n1} \quad (3.86)$$

$$\dot{\omega}_3 = -\frac{1}{I_3}(K_2(\theta_3 - \theta_4) + C_2(\omega_3 - \omega_4)) + \frac{i_i}{I_3}\gamma_c\mu(\Delta\omega_1)F_{n1} \quad (3.87)$$

$$\dot{\omega}_4 = \frac{1}{I_4}(K_2(\theta_3 - \theta_4) + C_2(\omega_3 - \omega_4)) - \frac{1}{I_4}T_r \quad (3.88)$$

$$\dot{\theta}_i = \omega_i, \quad i = 1, \dots, 4 \quad (3.89)$$

où $\mu(\Delta\omega_1)$ est le coefficient de friction du premier embrayage, défini comme une fonction non linéaire de la vitesse de glissement de l'embrayage $\Delta\omega_1$, F_{n1} est la force normale appliquée sur le premier embrayage et γ_c est une constante positive dépendant de la géométrie de l'embrayage.

Les deux variables considérées sont alors la vitesse du moteur ω_1 et la vitesse de glissement de l'embrayage pour le premier rapport $\Delta\omega_1 = \omega_2 - i_i\omega_3$. L'équation différentielle représentant leur dynamique peut être mise sous la forme :

$$\dot{x} = f(x) + G(x)u \quad (3.90)$$

où x est le vecteur des variables considérées, x est la variable d'état du système, u est le vecteur de commande :

$$x \triangleq (\omega_1 \quad \Delta\omega_1)^T \quad (3.91)$$

$$\mathbf{x} \triangleq (\omega_1 \quad \omega_2 \quad \omega_3 \quad \omega_4 \quad \theta_1 \quad \theta_2 \quad \theta_3 \quad \theta_4)^T \quad (3.92)$$

$$u \triangleq (T_e^c \quad F_{n1})^T \quad (3.93)$$

Le vecteur $f(x)$ et la matrice $G(x)$ se trouvent en combinant les équations (3.85), (3.86), et (3.87). Nous avons

$$f(x) = (f_1(x) \quad f_2(x))^T \quad (3.94)$$

$$G(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} g_{11}(\mathbf{x}) & 0 \\ 0 & g_{22}(\mathbf{x}) \end{pmatrix} \quad (3.95)$$

avec :

$$f_1(\mathbf{x}) = \frac{1}{I_1} (-K_1(\theta_1 - \theta_2) - C_1(\omega_1 - \omega_2) + T_e^d)$$

$$f_2(\mathbf{x}) = \frac{1}{I_2} (K_1(\theta_1 - \theta_2) + C_1(\omega_1 - \omega_2)) + \frac{i_i}{I_3} (K_2(\theta_3 - \theta_4) + C_2(\omega_3 - \omega_4))$$

$$g_{11}(\mathbf{x}) = \frac{1}{I_1}$$

$$g_{22}(\mathbf{x}) = -\gamma_c \left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_i^2}{I_3} \right) \mu(\Delta\omega_1)$$

Les paramètres mécaniques $I_1, I_2, I_3, K_1, C_1, C_2, K_2$ ne sont pas connus de façon exacte. Le couple du moteur donné par le conducteur T_e^d est calculé à partir d'une cartographie. Les coefficients de friction de *Stribeck* μ_s , et de friction de *Coulomb* μ_c sont difficiles à identifier et variables dans le temps. Ces remarques montrent qu'un certain nombre d'incertitudes vont apparaître par rapport au modèle nominal. Les paramètres incertains sont écrits sous la forme :

$$I_i = (1 + \xi_1(t)) \hat{I}_i, \quad i = 1, 2, 3 \quad (3.96)$$

$$K_i = (1 + \xi_1(t)) \hat{K}_i, \quad i = 1, 2 \quad (3.97)$$

$$C_i = (1 + \xi_1(t)) \hat{C}_i, \quad i = 1, 2 \quad (3.98)$$

$$T_e^d = (1 + \xi_2(t)) \hat{T}_e^d \quad (3.99)$$

$$\mu_s = (1 + \xi_3(t)) \hat{\mu}_s \quad (3.100)$$

$$\mu_c = (1 + \xi_3(t)) \hat{\mu}_c \quad (3.101)$$

où, $\hat{I}_i, \hat{K}_i, \hat{C}_i, \hat{T}_e^d, \hat{\mu}_s$ et $\hat{\mu}_c$ sont les paramètres nominaux. Les fonctions $\xi_i(t)$, $i = 1, 2, 3$ sont supposées bornées,

$$|\xi_i(t)| \leq \tau_i \in [0, 1) \quad (3.102)$$

L'équation (3.90) est réécrite sous la forme

$$\dot{\mathbf{x}} = \hat{f}(\mathbf{x}) + \Delta f(\mathbf{x}) + \left(\hat{G}(\mathbf{x}) + \Delta G(\mathbf{x}) \right) u \quad (3.103)$$

où $\hat{f}(\mathbf{x})$ est le vecteur dynamique nominal, $\hat{G}(\mathbf{x})$ est la matrice de gain de commande nominale, qui sont estimés à partir des paramètres nominaux. Nous supposons que lors du décollage : $\theta_1 - \theta_2 \geq 0$, $\theta_3 - \theta_4 \geq 0$ et $T_e^d \geq 0$, nous avons :

$$\begin{aligned} \hat{f}_1(\mathbf{x}) &= -0.5 \left(\frac{K_{1max}}{I_{1min}} + \frac{K_{1min}}{I_{1max}} \right) (\theta_1 - \theta_2) \\ &\quad - 0.5 \left(\frac{C_{1max}}{I_{1min}} + \frac{C_{1min}}{I_{1max}} \right) (\omega_1 - \omega_2) + 0.5 \left(\frac{T_{emax}^d}{I_{1min}} + \frac{T_{emin}^d}{I_{1max}} \right) \\ &= -\frac{(1 + \tau_1^2)}{(1 - \tau_1^2)} \left(\frac{\hat{K}_1}{\hat{I}_1} (\theta_1 - \theta_2) - \frac{\hat{C}_1}{\hat{I}_1} (\omega_1 - \omega_2) \right) + \frac{(1 + \tau_1 \tau_2) \hat{T}_e^d}{(1 - \tau_1^2) \hat{I}_1} \end{aligned} \quad (3.104)$$

De façon similaire, nous avons

$$\hat{f}_2(\mathbf{x}) = \frac{(1 + \tau_1^2)}{(1 - \tau_1^2)} \left(\frac{\hat{K}_1}{\hat{I}_2} (\theta_1 - \theta_2) + \frac{\hat{C}_1}{\hat{I}_2} (\omega_1 - \omega_2) + \frac{i_i \hat{K}_2}{\hat{I}_3} (\theta_3 - \theta_4) + \frac{i_i \hat{C}_2}{\hat{I}_3} (\omega_3 - \omega_4) \right) \quad (3.105)$$

$$\hat{g}_{11}(\mathbf{x}) = \frac{1}{1 - \tau_1^2} \frac{1}{\hat{I}_1} \quad (3.106)$$

$$\hat{g}_{22}(\mathbf{x}) = -\gamma_c \left(\frac{1}{\hat{I}_2} + \frac{i_i^2}{\hat{I}_3} \right) \frac{(1 + \tau_1 \tau_3)(\hat{\mu}_s + \hat{\mu}_c) + (\tau_1 + \tau_3)(\hat{\mu}_s - \hat{\mu}_c)}{2(1 - \tau_1^2)} \quad (3.107)$$

$\Delta f(\mathbf{x})$ et $\Delta G(\mathbf{x})$ représentent les incertitudes sur le vecteur d'état et la matrice de commande.

$$|\Delta f_i(\mathbf{x})| = \left| \hat{f}_i(\mathbf{x}) - f_i(\mathbf{x}) \right| \leq \alpha_i(\mathbf{x}), \quad i = 1, 2 \quad (3.108)$$

$$|\Delta g_{ij}(\mathbf{x})| = \left| \hat{g}_{ij}(\mathbf{x}) - g_{ij}(\mathbf{x}) \right| \leq \beta_{ij}(\mathbf{x}), \quad i, j = 1, 2 \quad (3.109)$$

Les fonctions $\alpha_i(\mathbf{x})$, $\beta_{ij}(\mathbf{x})$ sont calculées de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \alpha_1(\mathbf{x}) &= 0.5(f_{1max}(\mathbf{x}) - f_{1min}(\mathbf{x})) \\ &= \frac{2\tau_1 \hat{K}_1}{(1 - \tau_1^2) \hat{I}_1} (\theta_1 - \theta_2) + \frac{(1 + \tau_1) \hat{C}_1}{(1 - \tau_1) \hat{I}_1} |\omega_1 - \omega_2| + \frac{(\tau_1 + \tau_2) \hat{I}_e^d}{(1 - \tau_1^2) \hat{I}_1} \end{aligned} \quad (3.110)$$

De façon similaire,

$$\begin{aligned} \alpha_2(\mathbf{x}) &= \frac{2\tau_1 \hat{K}_1}{(1 - \tau_1^2) \hat{I}_2} (\theta_1 - \theta_2) + \frac{(1 + \tau_1) \hat{C}_1}{(1 - \tau_1) \hat{I}_2} |\omega_1 - \omega_2| \\ &\quad + \frac{2\tau_1 i_i \hat{K}_2}{(1 - \tau_1^2) \hat{I}_3} (\theta_3 - \theta_4) + \frac{(1 + \tau_1) i_i \hat{C}_2}{(1 - \tau_1) \hat{I}_3} |\omega_3 - \omega_4| \end{aligned} \quad (3.111)$$

$$\beta_{11}(\mathbf{x}) = \frac{\tau_1}{(1 - \tau_1^2) \hat{I}_1} \quad (3.112)$$

$$\beta_{22}(\mathbf{x}) = \gamma_c \left(\frac{1}{\hat{I}_2} + \frac{i_i^2}{\hat{I}_3} \right) \frac{(1 + \tau_1 \tau_3)(\mu_s - \mu_c) + (\tau_1 + \tau_3)(\mu_s + \mu_c)}{2(1 - \tau_1^2)} \quad (3.113)$$

$$\beta_{12}(\mathbf{x}) = \beta_{21}(\mathbf{x}) = 0 \quad (3.114)$$

Afin de suivre l'état de référence $x_r(t)$, un vecteur de surface de glissement intégrale $s(t)$ composé des éléments $s_i(t)$ ($i = 1, 2$) est défini par :

$$s_i(t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda_i \right) \int_0^t e_i(\tau) d\tau = e_i(t) + \lambda_i \int_0^t e_i(\tau) d\tau \quad (3.115)$$

où les λ_i sont des constantes positives et les e_i sont les erreurs de suivi de trajectoire,

$$e_i(t) = x_i(t) - x_{ri}(t) \quad (3.116)$$

où $x_{ri}(t)$ sont les trajectoires désirées pour chaque état.

$$x_r(t) = (\omega_{1r} \quad \Delta\omega_{1r})^T \quad (3.117)$$

La loi de commande robuste est donnée comme suit :

$$u(t) = \hat{G}(\mathbf{x})^{-1} (\hat{u} - k \text{sign}(\mathbf{s})) \quad (3.118)$$

où \hat{u} correspond à la loi de commande équivalente :

$$\hat{u} = \begin{pmatrix} -\hat{f}_1(\mathbf{x}) + \dot{x}_{r1}(t) - \lambda_1 e_1(t) \\ -\hat{f}_2(\mathbf{x}) + \dot{x}_{r2}(t) - \lambda_2 e_2(t) \end{pmatrix} \quad (3.119)$$

k est une constante positive qui est choisie pour assurer la stabilisation de la boucle fermée :

$$k = \frac{\|\boldsymbol{\alpha}(\mathbf{x})\| + \|B(\mathbf{x})\hat{G}(\mathbf{x})^{-1}\hat{u}\| + \eta}{1 - \|B(\mathbf{x})\hat{G}(\mathbf{x})^{-1}\text{sign}(\mathbf{s}(t))\|} \quad (3.120)$$

où η est une constante positive.

$$\boldsymbol{\alpha}(\mathbf{x}) = (\alpha_1(\mathbf{x}) \quad \alpha_2(\mathbf{x}))^T \quad (3.121)$$

$$B(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} \beta_{11}(\mathbf{x}) & 0 \\ 0 & \beta_{11}(\mathbf{x}) \end{pmatrix} \quad (3.122)$$

Dans le cas particulier où les matrices $B(\mathbf{x})$, $G(\mathbf{x})$ sont diagonales, le gain k peut être choisi individuellement pour chaque commande :

$$k_1 = \frac{\alpha_1(\mathbf{x}) + \beta_{11}(\mathbf{x}) |\hat{g}_{11}(\mathbf{x})^{-1}\hat{u}_1| + \eta_1}{1 + \beta_{11}(\mathbf{x})\hat{g}_{11}(\mathbf{x})^{-1}} \quad (3.123)$$

$$k_2 = \frac{\alpha_2(\mathbf{x}) + \beta_{22}(\mathbf{x}) |\hat{g}_{22}(\mathbf{x})^{-1}\hat{u}_2| + \eta_2}{1 + \beta_{22}(\mathbf{x})\hat{g}_{22}(\mathbf{x})^{-1}} \quad (3.124)$$

Résultats de simulation

Pour montrer l'efficacité de la loi de commande proposée, différents essais de simulation ont été réalisés en utilisant pour les modèles les paramètres nominaux donnés dans l'annexe C. Les paramètres réels du GMP sont donnés dans la table 3.1.

TABLE 3.1: Paramètres du GMP simplifié

Paramètre	Valeur nominale	Valeur réelle	Unité	Incertitude
I_1	0,1106	0,1043	kg.m ²	5,7 %
I_2	0,1080	0,1129	kg.m ²	4,5 %
I_3	6,0	6,3720	kg.m ²	6,2 %
I_4	162,6	186,34	kg.m ²	14,6 %
K_1	160	168,6	N.m/rad	5,3 %
C_1	40	43,0929	N.m.s/rad	7,7 %
K_2	16300	17489	N.m/rad	7,3 %
C_2	600	580,6	N.m.s/rad	3,2 %
μ_s	0,8	0,8845	-	10,6 %
μ_c	0,6	0,6238	-	4,0 %

Les bornes d'incertitude des paramètres sont données par $\tau_i = 0,15$, $i = 1, 2, 3$. Les gains de commande sont : $\eta_1 = \eta_2 = 800$, $\lambda_1 = 1000$, $\lambda_2 = 6800$. On pourra également trouver dans la table les valeurs des incertitudes sur différents paramètres comme par exemple la masse du véhicule (14,6%), le coefficient de friction *Coulomb* (10,6%), *etc.*

Les résultats de simulation sont montrés dans les figures de 3.13 à 3.18. Dans les essais réalisés, la position du papillon donnée par le conducteur est représentée dans la figure 3.2 pour deux situations de décollage : couple du moteur demandé faible ou élevé. Le véhicule commence à décoller à 1 seconde et le temps d'engagement est fixé à 1,5 secondes. La figure 3.13 montre les vitesses des différents éléments du modèle simplifié : la vitesse du moteur, du plateau de double embrayage, du disque d'embrayage, du pont, de la roue motrice, ainsi que la vitesse de glissement de l'embrayage. L'engagement de l'embrayage est terminé au bout d'environ 1,5 secondes et ne dépend pas du comportement du conducteur même si les paramètres du modèle sont variables.

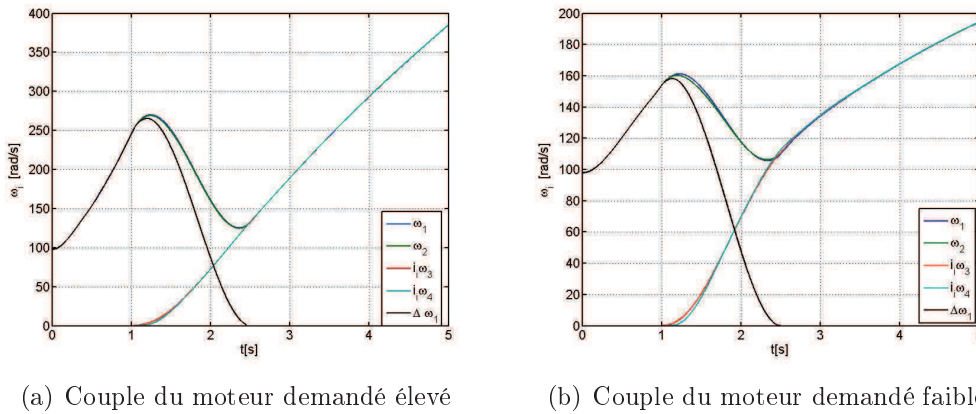


FIGURE 3.13 – Vitesses des différents éléments au décollage

Dans le cas d'une faible demande de couple, la vitesse du moteur à l'instant de synchronisation choisie est de 110 rad/s, sachant que la vitesse de ralenti du moteur est de 98 rad/s. La vitesse du moteur est contrôlée pour maintenir le moteur dans sa région de stabilité, la figure 3.14 illustre le comportement du moteur dans le cas du décollage avec et sans le contrôle de vitesse du moteur.

Le jerk du véhicule qui caractérise l'agrément de conduite est représenté sur la figure 3.15. Dans les deux cas, la valeur de pic est acceptable. La valeur de pic est inversement proportionnelle au temps d'engagement. À la fin de l'engagement, le jerk est négatif, c'est-à-dire, que l'accélération du véhicule diminue pour chercher à atteindre le même niveau d'accélération de chaque côté de l'embrayage, ce qui correspond à la diminution de la force normale (cf. figure 3.16).

L'évolution de la force normale peut être décomposée en trois phases : la force normale augmente rapidement, puis se maintient à un niveau important et enfin diminue. Après la synchronisation, la force normale est forcée à une valeur de 1500 N afin d'assurer une fermeture complète de l'embrayage.

Le couple du moteur est représenté sur la figure 3.17. Dans le cas où le couple demandé est faible, la loi de commande permet d'ajuster le couple moteur grâce à la

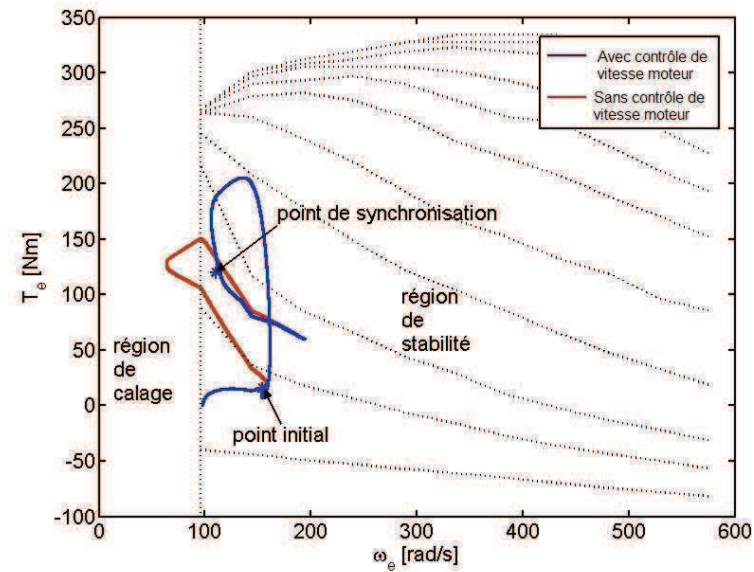


FIGURE 3.14 – Comportements du moteur lors du décollage avec le couple du moteur demandé faible

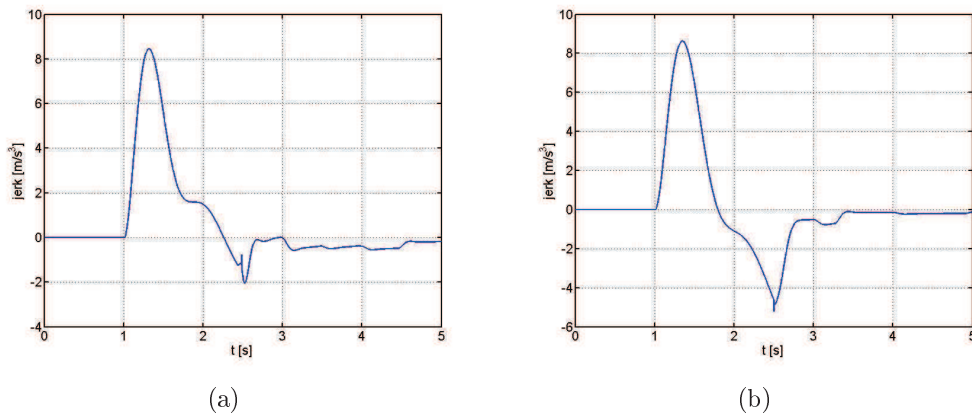


FIGURE 3.15 – Jerk du véhicule lors du décollage : (a) - couple du moteur demandé élevé, (b) - couple du moteur demandé faible

correction de position du papillon. La figure 3.18 montre que les suivis de trajectoire obtenus sont très proches.

3.4.4 Synthèse de lois de commande en cas de changement de vitesses

Dans le cas de changement de vitesses, l’embrayage *off-going* est ouvert en suivant la stratégie suivante : lorsque l’embrayage *off-going* commence à glisser, l’embrayage *on-coming* est à synchroniser. Comme précédemment, pour assurer un changement de vitesses rapide et un bon agrément de conduite, la vitesse du moteur est contrôlée. L’objectif de la commande est d’assurer que la vitesse de glissement de l’embrayage *on-coming* et la vitesse du moteur suivent les trajectoires de référence qui permettent de diminuer le jerk lors du changement de vitesses et de diminuer le temps de passage

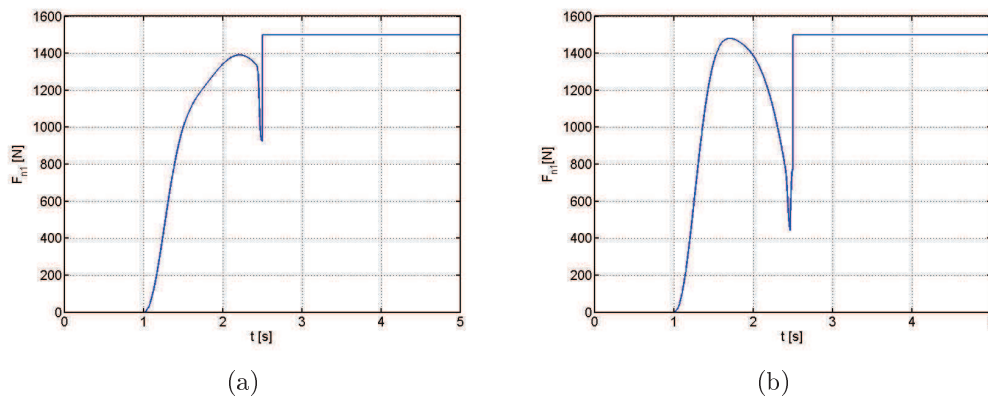


FIGURE 3.16 – Force normale lors du décollage : (a) - couple du moteur demandé élevé, (b) - couple du moteur demandé faible

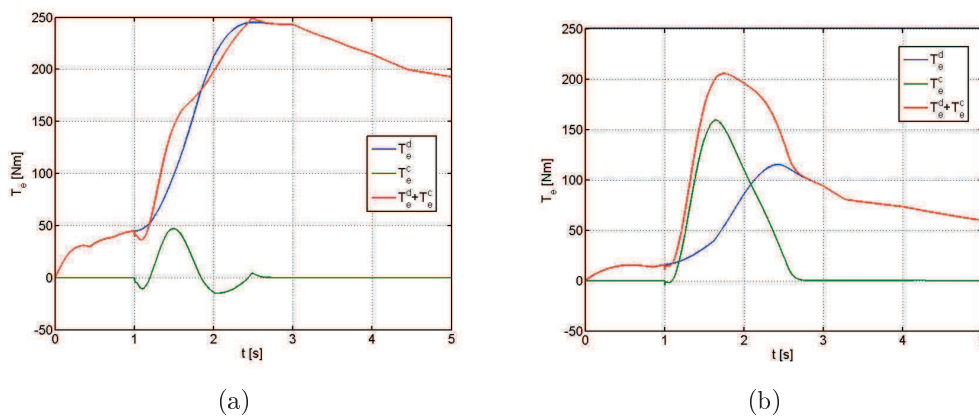


FIGURE 3.17 – Couple du moteur lors du décollage : (a) - couple du moteur demandé élevé, (b) - couple du moteur demandé faible

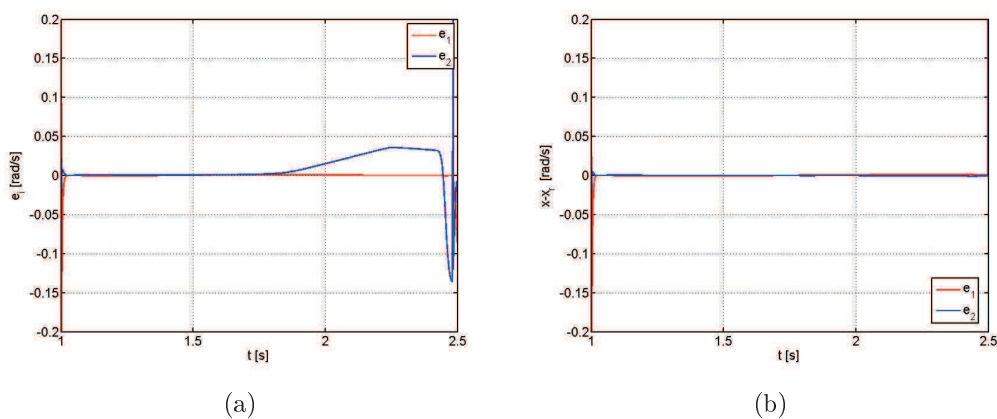


FIGURE 3.18 – Erreurs de suivi : (a) - couple du moteur demandé élevé, (b) - couple du moteur demandé faible

de rapport. Le modèle dynamique du GMP lors du changement de vitesses est réécrit
106

en prenant en compte le modèle de *Stribeck* de l'embrayage *on-coming* comme suit :

$$\dot{\omega}_1 = -\frac{1}{I_1} (K_1(\theta_1 - \theta_2) + C_1(\omega_1 - \omega_2)) + \frac{1}{I_1} T_e^d(\cdot) + \frac{1}{I_1} T_e^c \quad (3.125)$$

$$\dot{\omega}_2 = \frac{1}{I_2} (K_1(\theta_1 - \theta_2) + C_1(\omega_1 - \omega_2)) - \frac{1}{I_2} T_{c1}(\cdot) - \frac{1}{I_2} \gamma_c \mu(\Delta\omega_2) \text{sign}(\Delta\omega_2) F_{n2} \quad (3.126)$$

$$\dot{\omega}_3 = -\frac{1}{I_3} (K_2(\theta_3 - \theta_4) + C_2(\omega_3 - \omega_4)) + \frac{i_j}{I_3} T_{c1}(\cdot) + \frac{i_j}{I_3} \gamma_c \mu(\Delta\omega_2) \text{sign}(\Delta\omega_2) F_{n2} \quad (3.127)$$

$$\dot{\omega}_4 = \frac{1}{I_4} (K_2(\theta_3 - \theta_4) + C_2(\omega_3 - \omega_4)) - \frac{1}{I_4} T_r(\cdot) \quad (3.128)$$

$$\dot{\theta}_i = \omega_i, \quad i = 1, \dots, 4 \quad (3.129)$$

Les deux variables considérées sont la vitesse du moteur (ω_1) et la vitesse de glissement de l'embrayage *on-coming* ($\Delta\omega_2 = \omega_2 - i_j\omega_3$). En utilisant la même démarche que précédemment, la variation de $x \triangleq (\omega_1 \quad \Delta\omega_2)^T$ s'écrit sous la forme :

$$\dot{x} = f(x) + G(x)u \quad (3.130)$$

où x est la variable d'état du système, u est le vecteur de commande

$$x \triangleq (\omega_1 \quad \omega_2 \quad \omega_3 \quad \omega_4 \quad \theta_1 \quad \theta_2 \quad \theta_3 \quad \theta_4)^T \quad (3.131)$$

$$u \triangleq (T_e^c \quad F_{n2} \text{sign}(\Delta\omega_2))^T \quad (3.132)$$

Le vecteur $f(x)$ et la matrice $G(x)$ sont obtenus en combinant les équations (3.125), (3.126) et (3.127).

$$\begin{aligned} f(x) &= \begin{pmatrix} -\frac{K_1}{I_1}(\theta_1 - \theta_2) - \frac{C_1}{I_1}(\omega_1 - \omega_2) + \frac{T_e^d}{I_1} \\ \frac{K_1}{I_2}(\theta_1 - \theta_2) + \frac{C_1}{I_2}(\omega_1 - \omega_2) + \frac{i_j K_2}{I_3}(\theta_3 - \theta_4) + \frac{i_j C_2}{I_3}(\omega_3 - \omega_4) - \left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_j i_j}{I_3}\right) T_{c1} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.133)$$

$$G(x) = \begin{pmatrix} \frac{1}{I_1} & 0 \\ 0 & -\gamma_c \left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_j^2}{I_3}\right) \mu(\Delta\omega_2) \end{pmatrix} \quad (3.134)$$

Les bornes des paramètres mécaniques incertains : le couple T_e^d et les coefficients de friction sont respectivement τ_1 , τ_2 , et τ_3 . Le couple d'embrayage *off-going* T_{c1} est calculé à l'aide d'une cartographie, dont la borne de l'erreur par rapport la valeur réelle est supposée égale à τ_2 . L'équation (3.130) est réécrite sous la forme :

$$\dot{x} = \hat{f}(x) + \Delta f(x) + \left(\hat{G}(x) + \Delta G(x)\right) u \quad (3.135)$$

où $\hat{f}(x)$ est le vecteur dynamique nominal, $\hat{G}(x)$ est la matrice de gain de commande nominale, $\Delta f(x)$ est le vecteur d'incertitude sur la fonction dynamique et $\Delta G(x)$ est la matrice d'incertitude sur le gain de commande. D'où,

$$\hat{f}_1(x) = -\frac{(1 + \tau_1^2)}{(1 - \tau_1^2)} \left(\frac{\hat{K}_1}{\hat{I}_1}(\theta_1 - \theta_2) - \frac{\hat{C}_1}{\hat{I}_1}(\omega_1 - \omega_2) \right) + \frac{(1 + \tau_1 \tau_2)}{(1 - \tau_1^2)} \frac{\hat{T}_e^d}{\hat{I}_1} \quad (3.136)$$

$$\hat{f}_2(\mathbf{x}) = \frac{(1 + \tau_1^2)}{(1 - \tau_1^2)} \left(\frac{\hat{K}_1}{\hat{I}_2} (\theta_1 - \theta_2) + \frac{\hat{C}_1}{\hat{I}_2} (\omega_1 - \omega_2) + \frac{i_j \hat{K}_2}{\hat{I}_3} (\theta_3 - \theta_4) + \frac{i_j \hat{C}_2}{\hat{I}_3} (\omega_3 - \omega_4) \right) - \frac{(1 + \tau_1 \tau_2)}{(1 - \tau_1^2)} \left(\frac{1}{\hat{I}_2} + \frac{i_i i_j}{\hat{I}_3} \right) \hat{T}_{c1} \quad (3.137)$$

$$\hat{G}(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} \frac{1}{1 - \tau_1^2} \frac{1}{\hat{I}_1} & 0 \\ 0 & -\gamma_c \left(\frac{1}{\hat{I}_2} + \frac{i_j^2}{\hat{I}_3} \right) \frac{(1 + \tau_1 \tau_3)(\hat{\mu}_s + \hat{\mu}_c) + (\tau_1 + \tau_3)(\hat{\mu}_s - \hat{\mu}_c)}{2(1 - \tau_1^2)} \end{pmatrix} \quad (3.138)$$

Enfin, les bornes $\alpha_i(\mathbf{x})$ et $\beta_{ij}(\mathbf{x})$ sont définies par :

$$\alpha_1(\mathbf{x}) = \frac{2\tau_1 \hat{K}_1}{(1 - \tau_1^2) \hat{I}_1} (\theta_1 - \theta_2) + \frac{(1 + \tau_1) \hat{C}_1}{(1 - \tau_1) \hat{I}_1} |\omega_1 - \omega_2| + \frac{1 + \tau_2}{(1 - \tau_1) \hat{I}_1} \left| \hat{T}_e^d \right| \quad (3.139)$$

$$\alpha_2(\mathbf{x}) = \frac{2\tau_1 \hat{K}_1}{(1 - \tau_1^2) \hat{I}_2} (\theta_1 - \theta_2) + \frac{(1 + \tau_1) \hat{C}_1}{(1 - \tau_1) \hat{I}_2} |\omega_1 - \omega_2| + \frac{2\tau_1 i_i \hat{K}_2}{(1 - \tau_1^2) \hat{I}_3} (\theta_3 - \theta_4) + \frac{(1 + \tau_1) i_i \hat{C}_2}{(1 - \tau_1) \hat{I}_3} |\omega_3 - \omega_4| + \frac{1 + \tau_2}{(1 - \tau_1) \hat{I}_2} \left| \hat{T}_{c1} \right| + \frac{(1 + \tau_2) i_i i_j}{(1 - \tau_1) \hat{I}_3} \left| \hat{T}_{c1} \right| \quad (3.140)$$

$$\beta_{11}(\mathbf{x}) = \frac{\tau_1}{(1 - \tau_1^2) \hat{I}_1} \quad (3.141)$$

$$\beta_{22}(\mathbf{x}) = \gamma_c \left(\frac{1}{\hat{I}_2} + \frac{i_j^2}{\hat{I}_3} \right) \frac{(1 + \tau_1 \tau_3)(\mu_s - \mu_c) + (\tau_1 + \tau_3)(\mu_s + \mu_c)}{2(1 - \tau_1^2)} \quad (3.142)$$

Comme précédemment, pour que les variables d'intérêt suivent les trajectoires de référence, un vecteur de surface de glissement intégrale $s(t)$ est défini :

$$s(t) = \begin{pmatrix} e_1(t) + \lambda_1 \int_0^t e_1(\tau) d\tau \\ e_2(t) + \lambda_2 \int_0^t e_2(\tau) d\tau \end{pmatrix} \quad (3.143)$$

où les λ_i sont des constantes positives, $e(t) = (e_1(t) \ e_2(t))^T$ est le vecteur d'erreur de suivi,

$$e(t) = x(t) - x_r(t) \quad (3.144)$$

$x_r(t)$ étant la trajectoire de référence

$$x_r(t) = (\omega_{1r} \ \Delta\omega_{2r})^T \quad (3.145)$$

La loi de commande robuste est alors donnée par :

$$u(t) = \hat{G}(\mathbf{x})^{-1} (\hat{u} - k \text{sign}(\mathbf{s})) \quad (3.146)$$

où \hat{u} correspond à la loi de commande équivalente :

$$\hat{u} = \begin{pmatrix} -\hat{f}_1(\mathbf{x}) + \dot{x}_{r1}(t) - \lambda_1 e_1(t) \\ -\hat{f}_2(\mathbf{x}) + \dot{x}_{r2}(t) - \lambda_2 e_2(t) \end{pmatrix} \quad (3.147)$$

k est une constante positive choisie pour assurer la stabilité de la boucle fermée :

$$k = \frac{\|\boldsymbol{\alpha}(\mathbf{x})\| + \left\| B(\mathbf{x})\hat{G}(\mathbf{x})^{-1}\hat{u} \right\| + \eta}{1 - \left\| B(\mathbf{x})\hat{G}(\mathbf{x})^{-1}\text{sign}(\mathbf{s}(t)) \right\|} \quad (3.148)$$

où η est une constante positive.

$$\boldsymbol{\alpha}(\mathbf{x}) = (\alpha_1(\mathbf{x}) \quad \alpha_2(\mathbf{x}))^T \quad (3.149)$$

$$B(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} \beta_{11}(\mathbf{x}) & 0 \\ 0 & \beta_{11}(\mathbf{x}) \end{pmatrix} \quad (3.150)$$

Les matrices $B(\mathbf{x})$, $G(\mathbf{x})$ étant diagonales, le gain k peut être choisi individuellement pour chaque commande comme suit

$$k_1 = \frac{\alpha_1(\mathbf{x}) + \beta_{11}(\mathbf{x}) |\hat{g}_{11}(\mathbf{x})^{-1}\hat{u}_1| + \eta_1}{1 + \beta_{11}(\mathbf{x})\hat{g}_{11}(\mathbf{x})^{-1}} \quad (3.151)$$

$$k_2 = \frac{\alpha_2(\mathbf{x}) + \beta_{22}(\mathbf{x}) |\hat{g}_{22}(\mathbf{x})^{-1}\hat{u}_2| + \eta_2}{1 + \beta_{22}(\mathbf{x})\hat{g}_{22}(\mathbf{x})^{-1}} \quad (3.152)$$

Résultats de simulation

Différents essais de simulation ont été réalisés en utilisant les mêmes paramètres que précédemment (cf. table 3.1). Les gains de commande retenus sont : $\eta_1 = 4$, $\eta_2 = 250$, $\lambda_1 = 1000$, $\lambda_2 = 7000$.

La vitesse initiale pour le passage du 1^{er} au 2^{ème} rapport est d'environ 56 km/h, la vitesse du moteur correspondante est de 472 rad/s. Celle pour le passage du 2^{ème} au 1^{er} rapport est d'environ 47 km/h, la vitesse du moteur correspondante est de 251 rad/s. Le temps de passage de rapport est fixé à 0,8 seconde. La position du papillon du moteur est donnée dans la figure 3.19 pour les deux scénarios de changement de rapport supérieur et inférieur. La figure 3.20 représente les vitesses an-

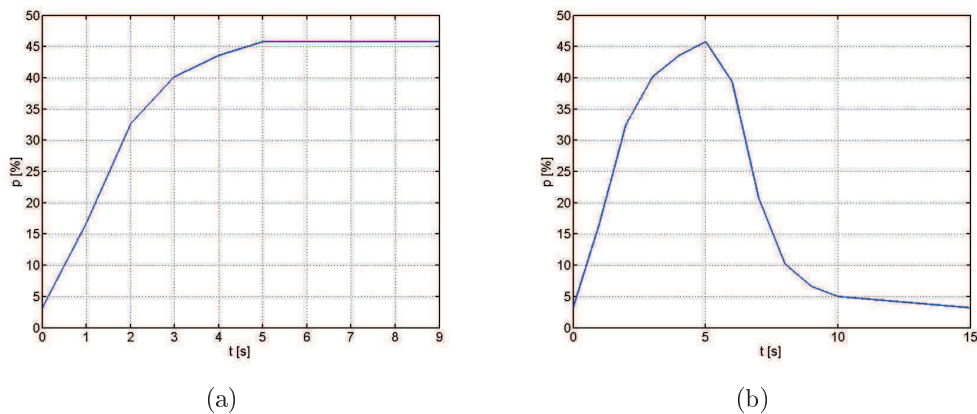


FIGURE 3.19 – Position du papillon pour le scénario de changement de rapport supérieur (a) et inférieur (b)

gulaires des éléments du GMP lors du passage du 1^{er} au 2^{ème} rapport, et celles pour

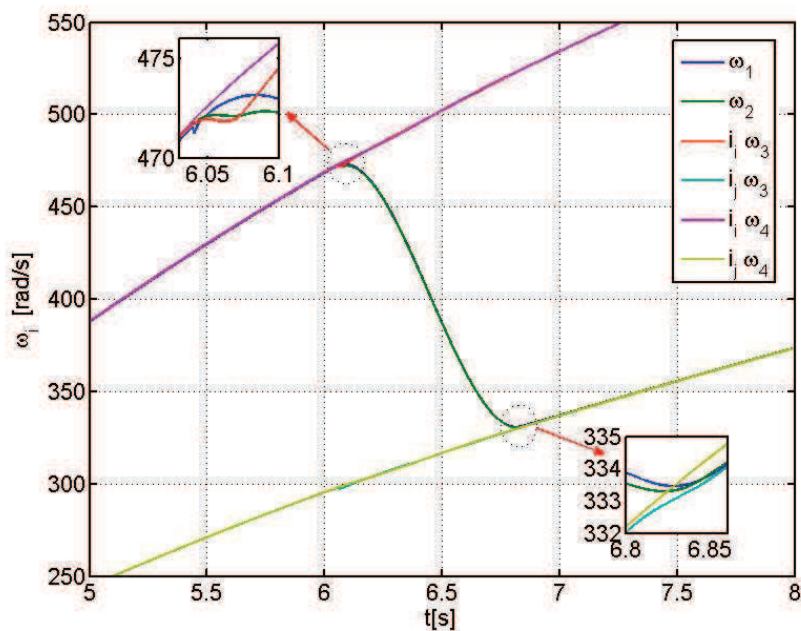


FIGURE 3.20 – Vitesses des éléments du GMP lors du changement de vitesses supérieure 1^{ère} – 2^{ème} rapport

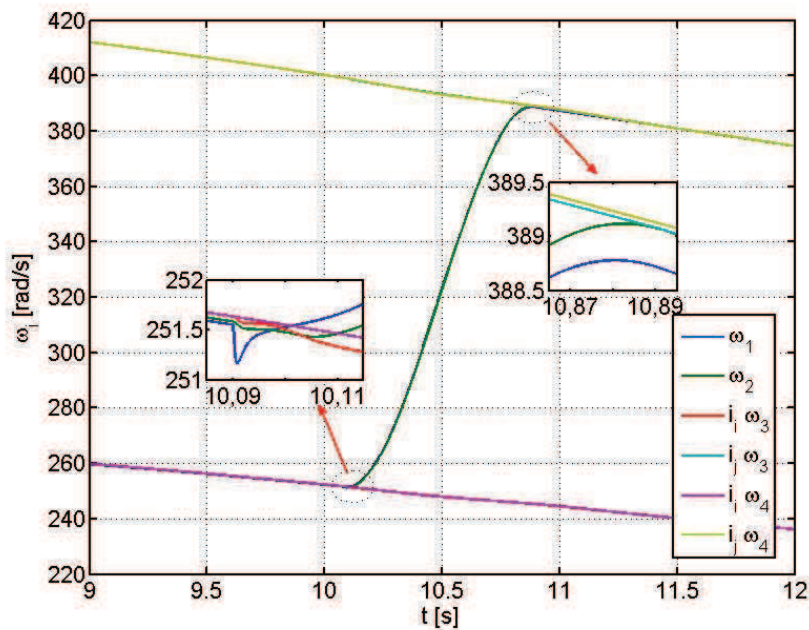


FIGURE 3.21 – Vitesses des éléments du GMP lors du changement de vitesses inférieure 2^{ème} – 1^{ère}

le passage du 2^{ème} au 1^{er} rapport sont sur la figure 3.22. Les passages de rapport sont environ réalisés dans le temps fixé de 0,8 seconde. Les erreurs de suivi données dans la figure 3.22 sont très faibles.

Le jerk du véhicule est représenté sur la figure 3.23. Au début des passages de

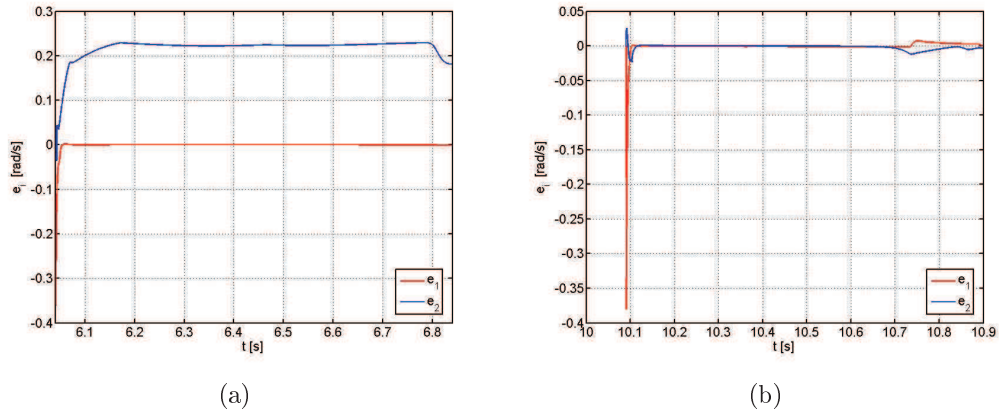


FIGURE 3.22 – Erreurs de suivi de trajectoire désirée : (a) changement de vitesses supérieure 1^{ère} – 2^{ème} rapport, (b) - changement de vitesses inférieure 2^{ème} – 1^{ère} rapport

rapport, l’embrayage *off-going* débraye, tandis que la force normale appliquée sur l’embrayage *on-coming* est encore modérée, ce qui conduit à la chute du jerk. Le jerk est très faible lorsqu’on rétrograde, mais en cas de passage à un rapport supérieur, il est encore élevé au début. 3.24. L’accélération du véhicule lors du changement de

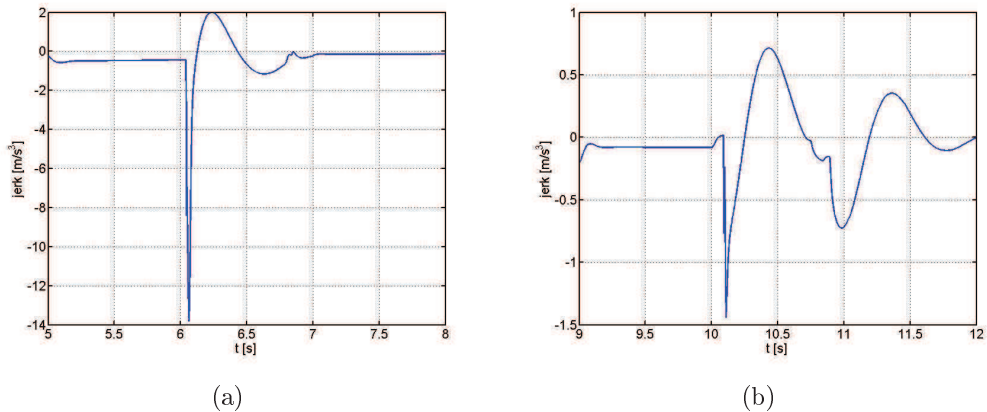


FIGURE 3.23 – Jerks du véhicule lors du changement de vitesse : (a) de 1^{ère} à 2^{ème} rapport, (b) - de 2^{ème} à 1^{ère} rapport

vitesse supérieure 1^{ère} – 2^{ème} est illustré sur la figure Le couple transféré au travers du double embrayage lors du changement de vitesse supérieure est représenté sur la figure 3.25. Au début du changement de rapport de vitesse, la force normale appliquée sur l’embrayage *off-going* est diminuée par la stratégie appliquée. Lorsque l’embrayage *off-going* commence à glisser, la force normale appliquée sur l’embrayage *on-coming* est contrôlée pour le synchroniser. La force normale est donnée sur la figure (3.69). Le couple du moteur lors du changement de rapport est représenté dans la figure 3.27. La figure 3.28 représente le comportement du moteur lors du changement de vitesses.

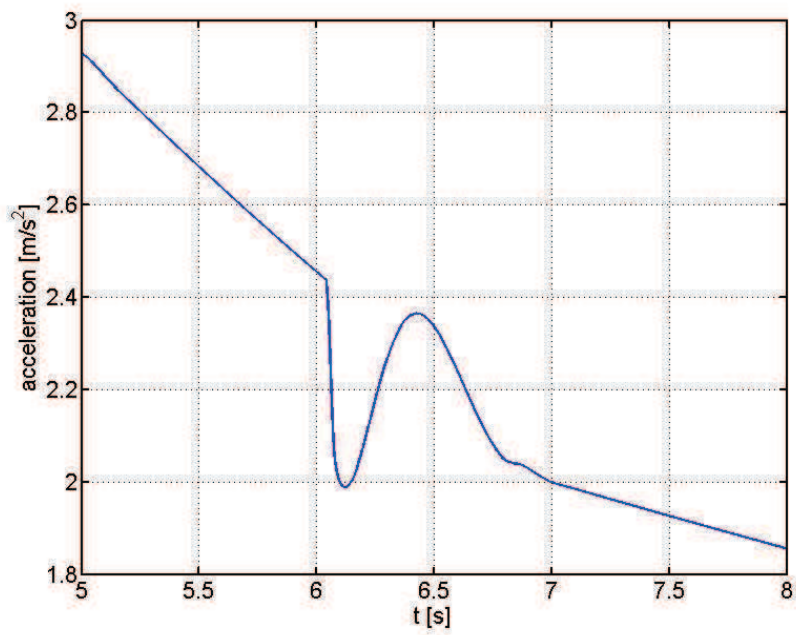


FIGURE 3.24 – Accélération du véhicule lors du changement de vitesse supérieure 1^{ère} – 2^{ème} rapport

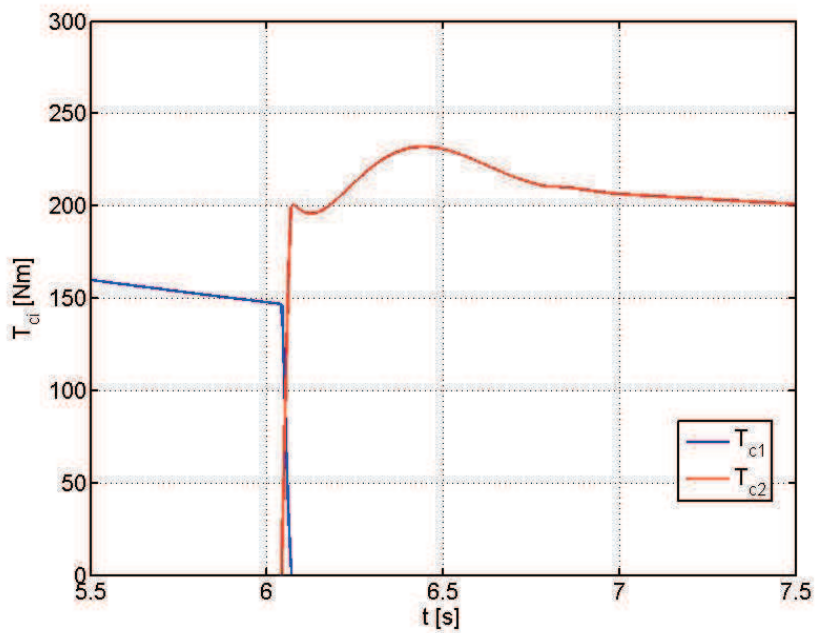


FIGURE 3.25 – Couple du double embrayage lors du changement de vitesse supérieure 1^{ère} – 2^{ème}

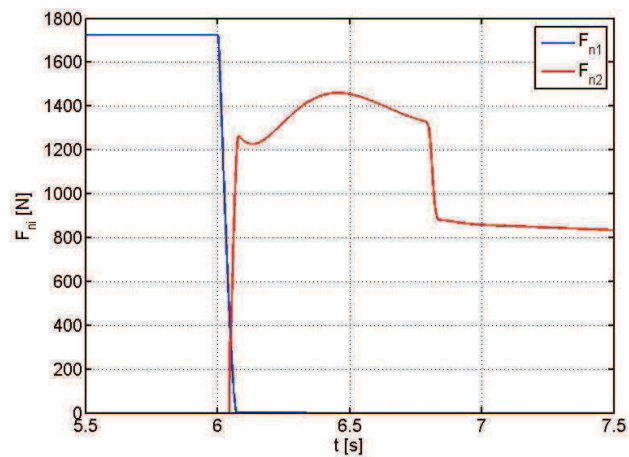


FIGURE 3.26 – Force normale de calcul lors du changement de vitesse supérieure 1^{ère} – 2^{ème}

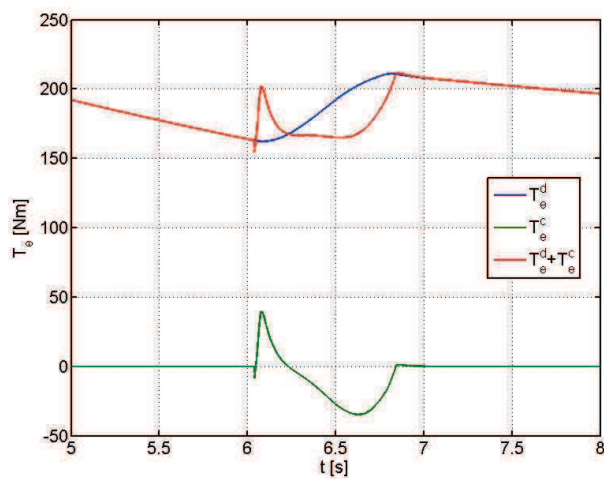


FIGURE 3.27 – Couple du moteur lors du changement de vitesse supérieure 1^{ère} – 2^{ème}

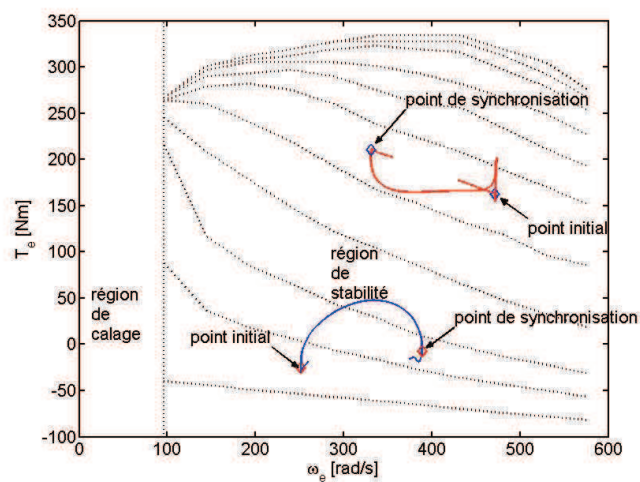
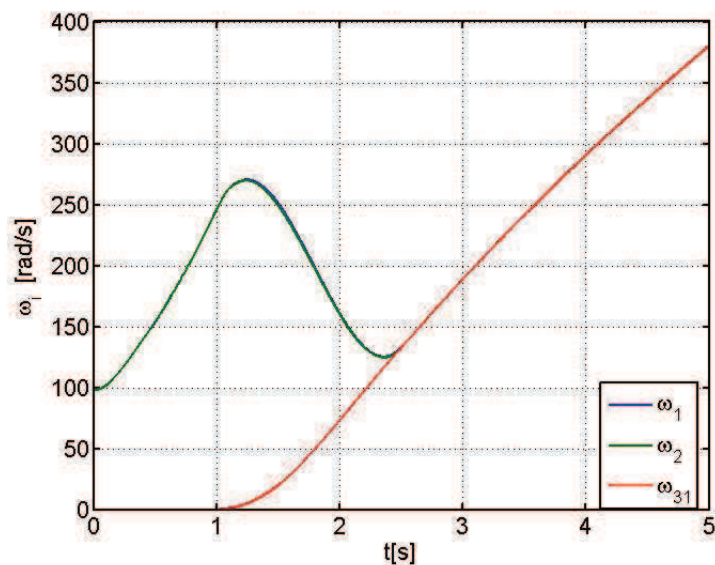
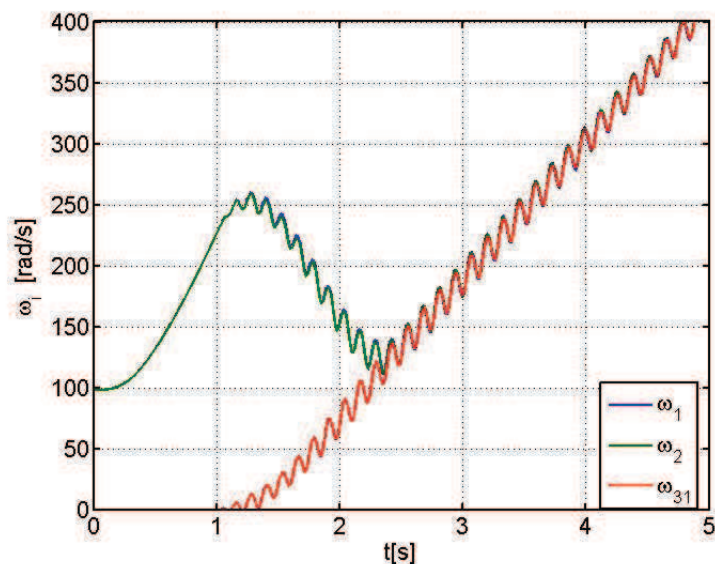


FIGURE 3.28 – Comportement du moteur lors du changement de vitesses

Dans les simulations précédentes, la dynamique du couple du moteur n'est pas prise en compte. Dans la réalité, une constante de temps du moteur thermique est variable dans l'intervalle de 0,1 à 0,5 seconde. Donc, afin de montrer la performance des lois développées, des simulations sur le modèle complet sont réalisées. La figure 3.29 montre les vitesses du moteur, du plateau et du disque d'embrayage en phase de décollage. Les résultats de simulation sur le modèle complet en négligeant la dynamique du moteur sont encore satisfaisants. Cependant, les résultats de simulation sur le modèle complet intégrant la dynamique du moteur sont dégradés, nous constatons en effet l'existence d'oscillations produites dans le GMP.



(a) Modèle complet avec dynamique du moteur négligée



(b) Modèle complet avec une constante de temps du moteur de 0.3 seconde

FIGURE 3.29 – Vitesses angulaires du moteur, plateau et disque d'embrayage en phase de décollage

La figure 3.30 permet la comparaison des jerks du véhicule obtenus en simulation pour le modèle simplifié, le modèle complet et le modèle complet avec le temps réponse du moteur.

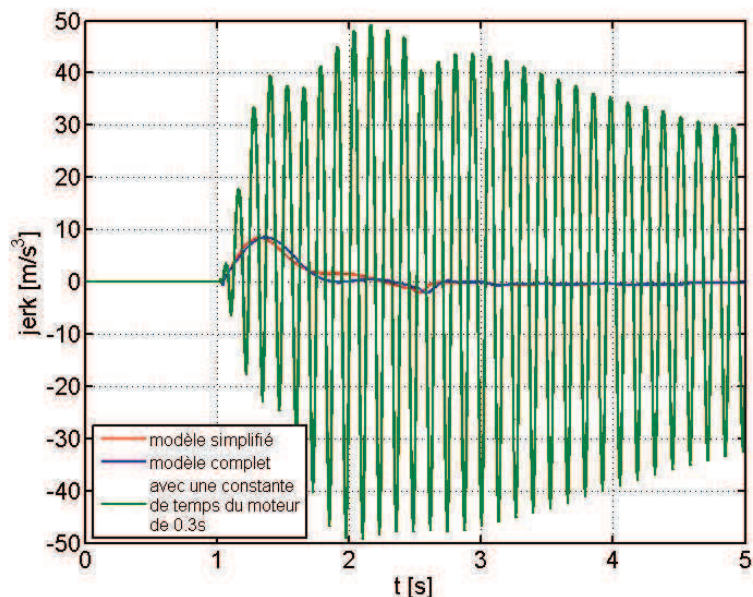


FIGURE 3.30 – Jerk du véhicule en phase de décollage

Les figures 3.31 et 3.32 montrent les résultats de simulation en cas de passage à un rapport supérieur $1^{\text{er}} - 2^{\text{ème}}$. Les oscillations dans le demi-arbre lors du changement de vitesses sont importantes. Le jerk du véhicule augmente alors beaucoup.

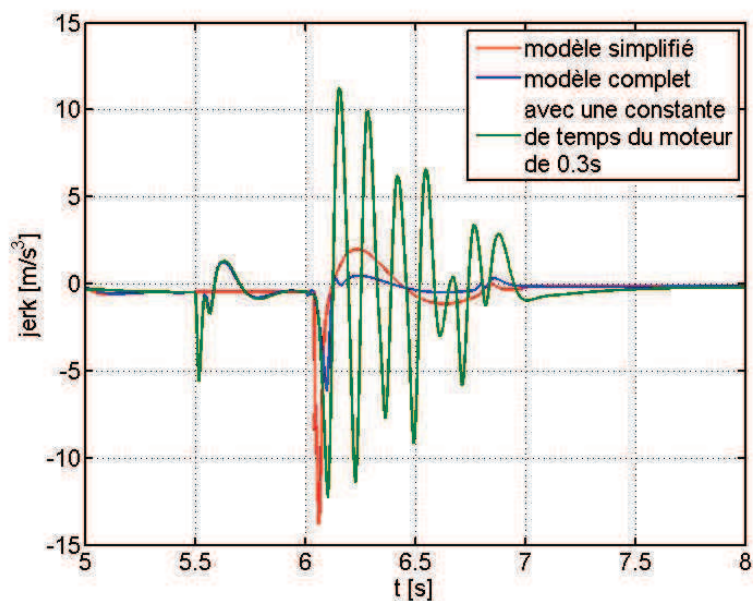
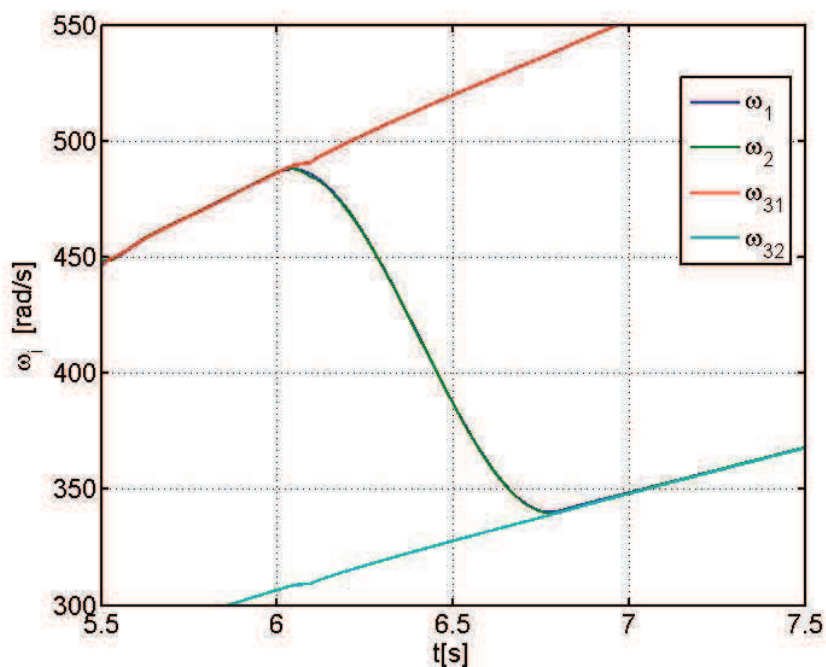
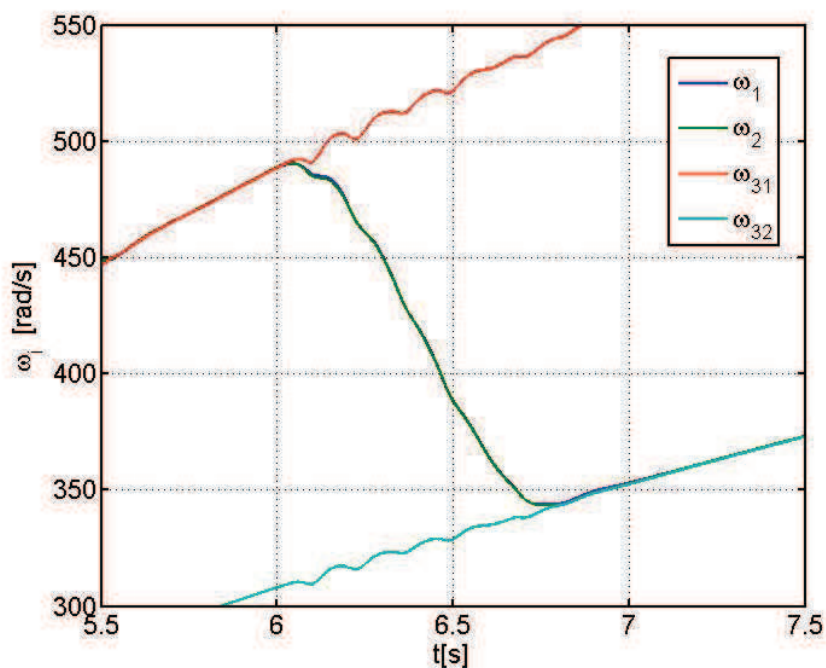


FIGURE 3.31 – Jerk du véhicule en phase de changement de vitesse supérieure $1^{\text{ère}} - 2^{\text{ème}}$



(a) Modèle complet avec dynamique du moteur négligée



(b) Modèle complet avec une constante de temps du moteur de 0,3 seconde

FIGURE 3.32 – Vitesses angulaires du moteur, des plateaux et des disques d’embrayage en phase de changement de vitesse supérieure 1^{ère} – 2^{ème}

3.5 Conclusions

Dans ce chapitre, les lois de commande du groupe motopropulseur lors du décollage et lors du changement de vitesses sont développées en se basant sur la théorie

de la commande par mode glissant. Les différentes contraintes imposées lors de l'engagement de l'embrayage en phase de décollage et de changement de vitesses comme la synchronisation de l'embrayage, la minimisation du temps d'engagement, le non-calage du moteur, la diminution de jerk et du temps de passage de vitesse sont abordées. La robustesse de la commande vis-à-vis de variations paramétriques est aussi prise en compte dans les différents développements. Les lois de commande développées ont été tout d'abord testées en simulation sur le modèle complet sans prise en compte de la dynamique du moteur. Les résultats de simulation sur le modèle complet montrent la robustesse des lois de commande vis-à-vis de la dynamique du modèle. Cependant, lorsque le temps de réponse du moteur est introduit, les résultats obtenus montrent les limites de l'approche utilisée. En particulier, des oscillations trop importantes apparaissent dans la chaîne de transmission du GMP lors des phases de changement de vitesses et de décollage. Il en résulte un jerk du véhicule trop grand. Dans le chapitre suivant, une autre approche de commande robuste pour les systèmes non linéaires basée sur l'emploi de modèles flous de type Takagi-Sugeno est appliquée pour développer les lois de commande du GMP à double embrayage.

Chapitre 4

Approche par stabilisation robuste à base de modèles de type Takagi-Sugeno

4.1 Introduction

Ce chapitre présente l'utilisation d'un autre outil de commande non linéaire et son application à la problématique de la commande du groupe motopropulseur en phase de décollage et en phase de changement de vitesse. Cet outil concerne une approche quasi-LPV basée sur l'utilisation de modèles flous de type Takagi-Sugeno (TS) [Takagi et Sugeno, 1985] et de lois de commande de type PDC (Parallel Distributed Compensation) [Wang *et al.*, 1996]. L'intérêt de cette famille d'outils est de pouvoir obtenir une représentation équivalente d'un système à non-linéarités bornées et de disposer ainsi d'une méthodologie systématique de stabilisation.

La première partie s'intéresse à la stabilisation des modèles flous TS avec atténuation des perturbations via une synthèse H_∞ . Tout d'abord, un bref état de l'art sur les modèles TS et leur stabilisation est présenté. Ensuite, cette méthodologie est appliquée à la commande du GMP en phase de décollage et de changement de rapport en considérant des perturbations au niveau de la roue, du comportement du conducteur, *etc.* Dans la deuxième partie, une extension des travaux est le développement de lois de commande robustes prenant en compte des incertitudes paramétriques bornées. Pour améliorer les performances et prendre en compte le comportement discontinu de l'embrayage, la troisième partie s'intéresse à une approche basée sur l'utilisation de modèles TS incertains à commutations en présence de perturbations. Enfin, la quatrième partie est dédiée à la mise en œuvre en simulation des lois de commande développées dans ce chapitre sur le modèle du GMP complet développé dans le deuxième chapitre.

4.2 Modèle quasi-LPV de type Takagi-Sugeno

4.2.1 Description des modèles de type Takagi-Sugeno

Ce modèle quasi-LPV est apparu sous le nom de modèle flou de type Takagi-Sugeno (TS) dans [Takagi et Sugeno, 1985]. Il est alors décrit par des règles floues de

type “Si ... alors” qui représentent les relations entre les modèles locaux linéaires d’un système non linéaire. Chaque conclusion représente une relation d’entrées-sorties linéaire. La $i^{\text{ème}}$ règle du modèle flou TS est représentée sous la forme :

Règle i du modèle :

Si $z_1(t)$ est M_{i1} et $z_2(t)$ est M_{i2} et ... et $z_p(t)$ est M_{ip} alors

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= A_i \mathbf{x}(t) + B_i \mathbf{u}(t), \\ \mathbf{y}(t) &= C_i \mathbf{x}(t), \quad i = 1, 2, \dots, r.\end{aligned}\tag{4.1}$$

où r est le nombre de règles “ $Si \dots alors$ ”, $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d’état, $\mathbf{u}(t) \in \mathbb{R}^m$ est le vecteur d’entrée, $\mathbf{y}(t) \in \mathbb{R}^q$ est le vecteur de sortie, $z_j(t)$, $j = 1, 2, \dots, p$ sont les variables de prémisse qui sont en général des fonctions linéaires ou non des variables d’état. $A_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B_i \in \mathbb{R}^{n \times m}$ et $C_i \in \mathbb{R}^{q \times n}$ sont des matrices constantes. Les M_{ij} , $j = 1, 2, \dots, p$ sont des ensembles flous dont les degrés d’appartenance seront notés également M_{ij} , avec $M_{ij}(z_j) \in [0, 1]$. Le modèle flou TS global du système est obtenu en combinant les modèles linéaires avec les degrés d’appartenance qui leurs correspondent. $\mathbf{z}(t)$ est le vecteur contenant les éléments individuels $z_j(t)$, $j = 1, 2, \dots, p$.

À chaque règle i est attribué un poids $w_i(\mathbf{z}(t))$ qui dépend de la valeur d’appartenance des $z_j(t)$ aux sous-ensembles flous M_{ij} . Le connecteur “et” dans les règles est choisi comme étant le produit,

$$w_i(\mathbf{z}(t)) = \prod_{j=1}^p M_{ij}(z_j(t)), \quad i = 1, 2, \dots, r\tag{4.2}$$

Les poids $w_i(\mathbf{z}(t))$ prennent évidemment leurs valeurs dans l’intervalle $[0, 1]$.

À partir des poids attribués à chaque règle, les sorties finales des modèles flous TS sont inférées comme suit :

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \frac{\sum_{i=1}^r w_i(\mathbf{z}(t)) (A_i \mathbf{x}(t) + B_i \mathbf{u}(t))}{\sum_{i=1}^r w_i(\mathbf{z}(t))} \\ &= \sum_{i=1}^r h_i(\mathbf{z}(t)) (A_i \mathbf{x}(t) + B_i \mathbf{u}(t))\end{aligned}\tag{4.3}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{y}(t) &= \frac{\sum_{i=1}^r w_i(\mathbf{z}(t)) C_i \mathbf{x}(t)}{\sum_{i=1}^r w_i(\mathbf{z}(t))} \\ &= \sum_{i=1}^r h_i(\mathbf{z}(t)) C_i \mathbf{x}(t)\end{aligned}\tag{4.4}$$

où les fonctions h_i sont définies par

$$h_i(\mathbf{z}(t)) = \frac{w_i(\mathbf{z}(t))}{\sum_{i=1}^r w_i(\mathbf{z}(t))}\tag{4.5}$$

et vérifient la condition de somme convexe :

$$\sum_{i=1}^r h_i(\mathbf{z}(t)) = 1, \quad \forall t\tag{4.6}$$

$$h_i(\mathbf{z}(t)) \geq 0, \quad \forall t, \quad i = 1, 2, \dots, r\tag{4.7}$$

4.2.2 Obtention d'un modèle flou Takagi-Sugeno à partir du modèle non linéaire

Il est possible d'obtenir de différentes façons un modèle flou TS à partir d'un modèle non linéaire donné. Généralement, deux approches principales sont considérées. La première approche consiste à considérer des linéarisations locales et à les interpoler via des fonctions d'appartenance pour approcher le comportement du modèle non linéaire de départ. La deuxième approche se base sur l'obtention d'une représentation exacte d'un modèle flou TS à partir d'un modèle dynamique non linéaire [Tanaka et Wang, 2001] [Morère, 2001]. Ce dernier est obtenu en utilisant un découpage par secteur non linéaire des non-linéarités contenues dans le modèle initial. Dans notre étude, nous ne nous intéressons qu'à cette dernière approche dont le principe est décrit dans cette section.

Considérons un système non linéaire écrit sous la forme suivante :

$$\dot{x}(t) = f(x(t))x(t) \quad (4.8)$$

avec $f(x(t))$ une fonction non linéaire $f(x(t)) \in \mathbb{R}$, $x(t) \in \mathbb{R}$. Si la fonction $f(x(t))$ est bornée, il existe un secteur non linéaire qui la contient, sinon il est possible d'utiliser la démarche décrite ci-dessous en se limitant à un domaine éventuellement compact sur lequel cette fonction est bornée. Le modèle flou TS est obtenu en utilisant le lemme suivant

Lemme 4.1 [Morère, 2001] *Si $f(x(t))$ est une fonction quelconque bornée sur un intervalle $x(t) \in [a, b]$, alors il existe deux fonctions $h_1(x)$ et $h_2(x)$, $h_1(x) \geq 0$, $h_2(x) \geq 0$, et $h_1(x) + h_2(x) = 1$ telles que*

$$f(x) = a_1 h_1(x) + a_2 h_2(x)$$

avec $a_1 = \sup_{x \in [a, b]} f(x)$, $a_2 = \inf_{x \in [a, b]} f(x)$, et

$$h_1(x) = \frac{f(x) - a_2}{a_1 - a_2}$$

$$h_2(x) = \frac{a_1 - f(x)}{a_1 - a_2}$$

Le modèle flou TS peut alors s'écrire sous la forme :

règle 1 : si $z(t) = f(x(t))$ est "grand" alors

$$\dot{x}(t) = a_1 x(t) \quad (4.9)$$

règle 2 : si $z(t) = f(x(t))$ est "petit" alors

$$\dot{x}(t) = a_2 x(t) \quad (4.10)$$

ou encore :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^2 h_i(x(t)) a_i x(t) \quad (4.11)$$

Remarque. Le nombre de sous-modèles contenus dans le modèle TS est de 2^N où N est le nombre de fonctions non linéaires considérées lors du découpage du modèle non linéaire.

4.3 Préliminaires sur les inégalités matricielles linéaires pour la stabilité/stabilisation des modèles TS

Les conditions de stabilité et stabilisation des modèles flous TS conduisent à résoudre des problèmes d'optimisation dont les contraintes sont formulées à l'aide d'inégalités matricielles linéaires (LMI - Linear Matrix Inequality) [Boyd *et al.*, 1994]. Les propriétés suivantes sont utilisées pour se ramener à des conditions LMI.

4.3.1 Propriétés matricielles

Lemme 4.2 (Complétion du carré) *Soient les matrices X, Y ayant des tailles appropriées, un scalaire $\tau > 0$ et une matrice symétrique définie positive $S = S^T > 0$ alors les deux propriétés suivantes sont vérifiées :*

$$X^T Y + Y^T X \leq \tau X^T X + \tau^{-1} Y^T Y \quad (4.12)$$

$$X^T Y + Y^T X \leq X^T S X + Y^T S^{-1} Y \quad (4.13)$$

Lemme 4.3 (Congruence) *Étant donnée une matrice symétrique $P = P^T$ et une matrice Q de rang plein en colonne, alors la propriété suivante est vérifiée :*

$$P > 0 \Rightarrow Q P Q^T > 0 \quad (4.14)$$

Les deux matrices $P, Q P Q^T$ sont dites congruentes.

Lemme 4.4 (Complément de Schur) *Soit une matrice symétrique sous la forme*

$$M = M^T = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{12}^T & M_{22} \end{pmatrix} \quad (4.15)$$

où M_{11}, M_{22} sont des matrices carrées, alors la propriété suivante est vérifiée

$$M < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} M_{11} < 0 \\ M_{22} - M_{12}^T M_{11}^{-1} M_{12} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} M_{22} < 0 \\ M_{11} - M_{12} M_{22}^{-1} M_{12}^T < 0 \end{cases} \quad (4.16)$$

Lemme 4.5 (S-procedure) *Considérons les matrices symétriques $F_i = F_i^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ telles que $\mathbf{x}^T F_i \mathbf{x} > 0$, $i = 1, \dots, p$, et la condition d'inégalité quadratique*

$$\mathbf{x}^T F_0 \mathbf{x} > 0, \quad \mathbf{x} \neq 0 \quad (4.17)$$

alors une condition suffisante pour que (4.17) soit vérifiée est qu'il existe des nombres $\tau_i > 0$, $i = 1, \dots, p$ tels que

$$F_0 - \sum_{i=1}^p \tau_i F_i > 0 \quad (4.18)$$

4.3.2 Relaxations

Les conditions de stabilité/stabilisation obtenues dans le contexte des modèles TS sont écrites sous la forme de combinaison convexe de matrices devant être définie négative. L'objectif est alors d'obtenir des conditions LMI indépendantes des fonctions de pondération. Dans le cas d'une simple somme négative exprimée par :

$$\sum_{i=1}^r h_i(\mathbf{z})\Gamma_i(\mathbf{x}) < 0 \quad (4.19)$$

où les $\Gamma_i(\mathbf{x})$, $i = 1, 2, \dots, r$ sont des matrices symétriques affines dépendant de variables inconnues $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ et les $h_i(\mathbf{z})$ sont des fonctions non linéaires qui respectent la propriété de somme convexe : $\sum_{i=1}^r h_i(\mathbf{z}) = 1$, $h_i(\mathbf{z}) \geq 0$, $i = 1, \dots, r$. Alors des conditions suffisantes impliquant la condition (4.19) sont définies dans le lemme suivant.

Lemme 4.6 *Soient $\Gamma_i(\mathbf{x})$, $i = 1, \dots, r$, des matrices de taille appropriée, la condition (4.19) est vérifiée si les conditions suivantes sont vérifiées :*

$$\Gamma_i(\mathbf{x}) < 0, \quad i = 1, \dots, r \quad (4.20)$$

Remarque. La condition précédente devient nécessaire si la condition (4.19) est vérifiée pour toute famille de fonctions h_i respectant la propriété de somme convexe.

La majorité des problèmes de commande et d'observation de ce type de modèle se soldent par l'obtention de conditions faisant intervenir une double somme de matrices devant être définie négative :

$$\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(\mathbf{z})h_j(\mathbf{z})\Gamma_{ij}(\mathbf{x}) < 0 \quad (4.21)$$

où les $\Gamma_{ij}(\mathbf{x})$ sont des matrices symétriques affines dépendant des variables inconnues $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$, les $h_i(\mathbf{z})$ sont des fonctions non linéaires qui respectent la propriété somme convexe.

Le but est alors de trouver des conditions les moins conservatives sur les $\Gamma_{ij}(\mathbf{x})$ telles que la condition (4.21) est vérifiée. Une solution triviale à ce problème est de considérer tous les termes Γ_{ij} définis négatifs. Cette condition est cependant très conservatrice même en supposant inconnues les valeurs des h_i . Différentes relaxations peuvent être utilisées. Les meilleures nécessitant l'introduction de variables supplémentaires.

Lemme 4.7 *[Tanaka et al., 1998] Soient Γ_{ij} ($i, j = 1, \dots, r$) des matrices de taille appropriée, la condition (4.21) est obtenue si*

$$\begin{aligned} \Gamma_{ii} &< 0 \\ \Gamma_{ij} + \Gamma_{ji} &< 0 \end{aligned} \quad (4.22)$$

pour tous $i = 1, \dots, r$, $j = i + 1, i + 2, \dots, r$

Lemme 4.8 [Tuan et al., 2001] Soient Γ_{ij} ($i, j = 1, \dots, r$) des matrices de taille appropriée, la condition (4.21) est obtenue si

$$\begin{aligned} \Gamma_{ii} &< 0 \\ \frac{2}{r-1}\Gamma_{ii} + \Gamma_{ij} + \Gamma_{ji} &< 0 \end{aligned} \quad (4.23)$$

pour tous $i, j = 1, \dots, r$, $i \neq j$

Lemme 4.9 [Liu et Zhang, 2003] Soient Γ_{ij} ($i, j = 1, \dots, r$) des matrices de taille appropriée, la condition (4.21) est obtenue s'il existe des matrices $Q_{ii} > 0$ ($i = 1, \dots, r$) et $Q_{ij} = Q_{ji}^T$, ($i = 1, \dots, r$, $j = i + 1, i + 2, \dots, r$) telles que

$$\begin{aligned} \Gamma_{ii} + Q_{ii} &< 0 \\ \Gamma_{ij} + \Gamma_{ji} + Q_{ij} + Q_{ji} &< 0 \\ \begin{pmatrix} Q_{11} & Q_{12} & \dots & Q_{1r} \\ Q_{21} & Q_{22} & \dots & Q_{2r} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Q_{r1} & Q_{r2} & \dots & Q_{rr} \end{pmatrix} &> 0 \end{aligned} \quad (4.24)$$

pour tous $i = 1, \dots, r$, $j = i + 1, i + 2, \dots, r$

Remarque.

- Les conditions du lemme 4.7 sont incluses dans celles du lemme 4.8, ainsi que dans celles du lemme 4.9.
- La condition du lemme 4.9 introduit un grand nombre de variables supplémentaires et est donc plus coûteux en termes de complexité et de temps de calcul pour les solveurs LMI existants.

Dans cette thèse, les conditions proposées dans le lemme 4.8 sont utilisées dans les différents développements réalisés.

4.4 Stabilisation des modèles flous Takagi-Sugeno

La stabilité et la stabilisation des modèles TS s'étudient à l'aide de la méthode directe de Lyapunov. Généralement, des fonctions de Lyapunov de type quadratique sont utilisées et la preuve de la stabilité conduit à l'obtention de conditions LMI. Pour stabiliser les modèles TS en utilisant une approche par retour d'état, la loi de commande majoritairement utilisée est de type PDC (Parallel Distributed Compensation) [Wang et al., 1996] qui s'écrit sous la forme :

$$\mathbf{u}(t) = - \sum_{i=1}^r h_i(\mathbf{z}(t)) F_i \mathbf{x}(t) \quad (4.25)$$

La loi de commande PDC est composée d'une collection de retours d'état linéaires utilisant les mêmes fonctions $h_i(\mathbf{z}(t))$ que celles du modèle.

Considérons un modèle TS sous la forme classique :

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \sum_{i=1}^r h_i(\mathbf{z}) (A_i \mathbf{x} + B_i \mathbf{u}) \\ \mathbf{y} &= \sum_{i=1}^r h_i(\mathbf{z}) C_i \mathbf{x}\end{aligned}\tag{4.26}$$

En utilisant la loi de commande PDC (4.25), le modèle en boucle fermée devient :

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \sum_{i=1}^r h_i(\mathbf{z}) \left(A_i - B_i \sum_{j=1}^r h_j(\mathbf{z}) F_j \right) \mathbf{x} \\ &= \sum_{i=1}^r h_i(\mathbf{z}) \left(\sum_{j=1}^r h_j(\mathbf{z}) A_i - B_i \sum_{j=1}^r h_j(\mathbf{z}) F_j \right) \mathbf{x} \\ &= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(\mathbf{z}) h_j(\mathbf{z}) (A_i - B_i F_j) \mathbf{x}\end{aligned}\tag{4.27}$$

Pour étudier la stabilité, les fonctions de Lyapunov les plus couramment utilisées sont de type quadratique :

$$V(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T P \mathbf{x}\tag{4.28}$$

où P est une matrice symétrique définie positive : $P = P^T > 0$. Le modèle flou TS est quadratiquement stable si, le long des trajectoires du système, la fonction Lyapunov décroît et tend asymptotiquement vers zéro. Une condition suffisante pour cela est que la dérivée de $V(\mathbf{x})$ le long des trajectoires du système soit définie négative. On a

$$\begin{aligned}\dot{V}(\mathbf{x}) &= \dot{\mathbf{x}}^T P \mathbf{x} + \mathbf{x}^T P \dot{\mathbf{x}} \\ &= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(\mathbf{z}) h_j(\mathbf{z}) \mathbf{x}^T (A_i^T P + P A_i - F_j^T B_i^T P - P B_i F_j) \mathbf{x}\end{aligned}\tag{4.29}$$

Donc, la condition $\dot{V}(\mathbf{x}) < 0$ est assurée si le problème de double somme négative suivant est satisfait :

$$\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(\mathbf{z}) h_j(\mathbf{z}) (A_i^T P + P A_i - F_j^T B_i^T P - P B_i F_j) < 0\tag{4.30}$$

La condition (4.30) n'est pas affine en P et F_j , $j = 1, \dots, r$. En utilisant une transformation de congruence (lemme 4.3) avec la matrice inverse de P et un changement de variables bijectif, la condition (4.30) est transformée de manière équivalente en la nouvelle condition :

$$\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(\mathbf{z}) h_j(\mathbf{z}) (X A_i^T + A_i X - M_j^T B_i^T - B_i M_j) < 0\tag{4.31}$$

où

$$\begin{aligned}X &= P^{-1} \\ M_j &= F_j X, \quad j = 1, 2, \dots, r\end{aligned}$$

Théorème 4.1 *S'il existe des matrices $X = X^T > 0$ et $M_j, j = 1, \dots, r$ telles que, pour*

$$\Gamma_{ij} \triangleq X A_i^T + A_i X - M_j^T B_i^T - B_i M_j,$$

les conditions (4.23) sont vérifiées, alors le modèle TS continu (4.26) avec la loi de commande PDC (4.25) est globalement asymptotiquement stable (GAS) pour des gains de commande PDC donnés par

$$F_j = M_j X^{-1}, \quad j = 1, \dots, r$$

Pour assurer une convergence suffisamment rapide, un taux de décroissance exponentiel ε peut être imposé en remplaçant la condition de stabilité de Lyapunov par :

$$\dot{V}(\mathbf{x}) < -\varepsilon V(\mathbf{x}) \quad (4.32)$$

où ε est une constante positive. Le problème de stabilisation devient alors :

$$\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(\mathbf{z}) h_j(\mathbf{z}) (X A_i^T + A_i X - M_j^T B_i^T - B_i M_j + \varepsilon X) < 0 \quad (4.33)$$

Théorème 4.2 *S'il existe des matrices $X = X^T > 0$ et $M_j, j = 1, \dots, r$ telles que, pour*

$$\Gamma_{ij} \triangleq X A_i^T + A_i X - M_j^T B_i^T - B_i M_j + \varepsilon X,$$

les conditions (4.23) sont vérifiées, alors le modèle TS continu (4.26) avec la loi de commande PDC (4.25) est GAS avec un taux de convergence exponentiel ε pour les gains de commande PDC donnés par :

$$F_j = M_j X^{-1}, \quad j = 1, \dots, r.$$

4.5 Commande du groupe motopropulseur sur la base de modèle flou TS avec atténuation des perturbations

4.5.1 Atténuation H_∞

Considérons un modèle flou TS avec des perturbations externes décrit par :

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \sum_{i=1}^r h_i(\mathbf{z}) (A_i \mathbf{x} + B_i \mathbf{u} + B_{w_i} \mathbf{w}) \\ \mathbf{y} &= \sum_{i=1}^r h_i(\mathbf{z}) C_i \mathbf{x} \end{aligned} \quad (4.34)$$

où $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^{n_w}$ est le vecteur des perturbations. L'atténuation de l'effet de la perturbation sur les sorties $\mathbf{y}(t)$ peut être réalisé en minimisant γ tel que :

$$\sup_{\mathbf{w}(t) \neq 0} \frac{\|\mathbf{y}(t)\|_2}{\|\mathbf{w}(t)\|_2} < \gamma \quad (4.35)$$

Soit une fonction Lyapunov quadratique $V = \mathbf{x}^T P \mathbf{x}$ avec $P = P^T > 0$ et soit $\gamma > 0$ un nombre réel tels que

$$\dot{V} + \mathbf{y}^T \mathbf{y} - \gamma^2 \mathbf{w}^T \mathbf{w} < 0, \quad \forall t \quad (4.36)$$

En intégrant l'expression (4.36) dans un intervalle $[0, T]$, il vient

$$\int_0^T \dot{V} dt + \int_0^T (\mathbf{y}^T \mathbf{y} - \gamma^2 \mathbf{w}^T \mathbf{w}) dt < 0 \quad (4.37)$$

En supposant que la condition initiale est nulle $\mathbf{x}(0) = 0$, alors :

$$V(\mathbf{x}(T)) + \int_0^T (\mathbf{y}^T \mathbf{y} - \gamma^2 \mathbf{w}^T \mathbf{w}) dt < 0 \quad (4.38)$$

Puisque $V(\mathbf{x}(T)) \geq 0$, il vient :

$$\int_0^T (\mathbf{y}^T \mathbf{y} - \gamma^2 \mathbf{w}^T \mathbf{w}) dt < 0 \Leftrightarrow \|\mathbf{y}\|_2 < \gamma \|\mathbf{w}\|_2 \quad (4.39)$$

Donc, la condition (4.35) est satisfaite. La condition de stabilisation est obtenue comme expliquée ci-dessous. La loi de commande utilisée pour la stabilisation de ces modèles est toujours de type PDC. À partir de (4.36), nous obtenons

$$\begin{aligned} \dot{V} + \mathbf{y}^T \mathbf{y} - \gamma^2 \mathbf{w}^T \mathbf{w} &= \mathbf{x}^T \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(\mathbf{z}) h_j(\mathbf{z}) \mathcal{H}(P(A_i - B_i F_j)) \mathbf{x} \\ &\quad + \mathbf{x}^T \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(\mathbf{z}) h_j(\mathbf{z}) P B_{wi} \mathbf{w} \\ &\quad + \mathbf{w}^T \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(\mathbf{z}) h_j(\mathbf{z}) B_{wi}^T P \mathbf{x} \\ &\quad + \mathbf{x}^T \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(\mathbf{z}) h_j(\mathbf{z}) C_i^T C_j \mathbf{x} - \gamma^2 \mathbf{w}^T \mathbf{w} \\ &= \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{w} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(\mathbf{z}) h_j(\mathbf{z}) (Y_{ij} + C_i^T C_j) & (*) \\ \sum_{i=1}^r B_{wi}^T P & -\gamma^2 I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{w} \end{pmatrix} \\ &< 0 \end{aligned} \quad (4.40)$$

avec la notation $\mathcal{H}(X) = X + X^T$, $Y_{ij} \triangleq \mathcal{H}(P(A_i - B_i F_j))$, une étoile (*) dans une matrice symétrique indique la quantité transposée, $(*) = \sum_{i=1}^r P B_{wi}$, et I est la matrice identité de taille appropriée. L'inégalité (4.40) est équivalente à la condition

$$\begin{pmatrix} \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(\mathbf{z}) h_j(\mathbf{z}) (Y_{ij} + C_i^T C_j) & (*) \\ \sum_{i=1}^r B_{wi}^T P & -\gamma^2 I \end{pmatrix} < 0 \quad (4.41)$$

qui peut être réécrite sous la forme

$$\begin{pmatrix} \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(\mathbf{z}) h_j(\mathbf{z}) Y_{ij} & (*) \\ \sum_{i=1}^r B_{wi}^T P & -\gamma^2 I \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^r h_i(\mathbf{z}) C_i \\ 0 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^r h_i(\mathbf{z}) C_i \\ 0 \end{pmatrix} < 0 \quad (4.42)$$

En utilisant le complément de Schur (lemme 4.4), nous obtenons la condition équivalente suivante :

$$\begin{pmatrix} \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(\mathbf{z})h_j(\mathbf{z})\mathcal{H}(P(A_i - B_iF_j)) & (*) & (*) \\ \sum_{i=1}^r h_i(\mathbf{z})B_{wi}^T P & -\gamma^2 I & (*) \\ \sum_{i=1}^r h_i(\mathbf{z})C_i & 0 & -I \end{pmatrix} < 0 \quad (4.43)$$

Enfin par congruence avec la matrice de rang plein

$$\begin{pmatrix} P^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \end{pmatrix}$$

et par le changement de variables $X = P^{-1}$ et $M_j = F_j X$, nous obtenons :

$$\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(\mathbf{z})h_j(\mathbf{z}) \begin{pmatrix} XA_i^T + A_iX - M_j^T B_i^T - B_iM_j & (*) & (*) \\ B_{wi}^T & -\gamma^2 I & (*) \\ C_i X & 0 & -I \end{pmatrix} < 0 \quad (4.44)$$

Théorème 4.3 *S'il existe un nombre réel $\gamma > 0$, des matrices $X = X^T > 0$ et M_i , $i = 1, \dots, r$ telles que, pour*

$$\Gamma_{ij} \triangleq \begin{pmatrix} XA_i^T + A_iX - M_j^T B_i^T - B_iM_j & (*) & (*) \\ B_{wi}^T & -\gamma^2 I & (*) \\ C_i X & 0 & -I \end{pmatrix}$$

les conditions (4.23) sont vérifiées, alors pour les gains de commande PDC donnés par :

$$F_j = M_j X^{-1}, \quad j = 1, \dots, r,$$

le modèle TS continu (4.34)-(4.25) est GAS et le gain L_2 du système bouclé entre \mathbf{w} et \mathbf{y} est majoré par γ .

Remarque. Il est aussi possible d'introduire un taux de convergence ε en remplaçant la condition précédente par :

$$\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(\mathbf{z})h_j(\mathbf{z}) \begin{pmatrix} XA_i^T + A_iX - M_j^T B_i^T - B_iM_j + \varepsilon X & (*) & (*) \\ B_{wi}^T & -\gamma^2 I & (*) \\ C_i X & 0 & -I \end{pmatrix} < 0 \quad (4.45)$$

4.5.2 Application à la commande du décollage

Le modèle du groupe motopropulseur lors du décollage est celui donné à la section 3.4.3 du chapitre 3. Un seul embrayage est utilisé pour décoller le véhicule. On supposera ici que c'est le premier embrayage, le couple du deuxième embrayage est donc nul $T_{c2} = 0$. La stratégie de décollage est similaire à celle du chapitre précédent : lors du décollage, la vitesse de glissement de l'embrayage est toujours

positive. Le modèle dynamique du groupe motopropulseur, prenant en compte le modèle de l'embrayage de *Stricbeck*, est donné par :

$$\begin{aligned}
 \dot{\omega}_1 &= -\frac{1}{I_1} (K_1(\theta_1 - \theta_2) + C_1(\omega_1 - \omega_2)) + \frac{1}{I_1} T_e^c + \frac{1}{I_1} T_e^d(\omega_1, p) \\
 \dot{\omega}_2 &= \frac{1}{I_2} (K_1(\theta_1 - \theta_2) + C_1(\omega_1 - \omega_2)) - \frac{1}{I_2} \gamma_c \mu(\Delta\omega_1) F_{n1} \\
 \dot{\omega}_3 &= -\frac{1}{I_3} (K_2(\theta_3 - \theta_4) + C_2(\omega_3 - \omega_4)) + \frac{i_i}{I_3} \gamma_c \mu(\Delta\omega_1) F_{n1} \\
 \dot{\omega}_4 &= \frac{1}{I_4} (K_2(\theta_3 - \theta_4) + C_2(\omega_3 - \omega_4)) - \frac{1}{I_4} T_r(\cdot) \\
 \dot{\theta}_i &= \omega_i, \quad i = 1, \dots, 4
 \end{aligned} \tag{4.46}$$

où $\mu(\Delta\omega_1)$ est le coefficient de friction du premier embrayage — celui-ci est une fonction non linéaire de la vitesse de glissement de l'embrayage $\Delta\omega_1$ —, F_{n1} est la force normale appliquée sur le premier embrayage, γ_c est une constante positive dépendant de la géométrie de l'embrayage.

Les variables d'état sont $x_1 = \omega_1$, $x_2 = \omega_1 - \omega_2$, $x_3 = \Delta\omega_1 = \omega_2 - i_i \omega_3$, $x_4 = \omega_3 - \omega_4$; les variables de commande sont $u_1 = T_e^c$ et $u_2 = F_{n1}$. Le modèle (4.46) est réécrit en fonction de ces variables :

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= -\frac{C_1}{I_1} x_2 + \frac{1}{I_1} u_1 + \frac{1}{I_1} T_e^d(\cdot) - \frac{K_1}{I_1} (\theta_1 - \theta_2) \\
 \dot{x}_2 &= -\left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2}\right) C_1 x_2 + \frac{1}{I_1} u_1 + \frac{1}{I_2} \gamma_c \mu(x_3) u_2 + \frac{1}{I_1} T_e^d(\cdot) - \left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2}\right) K_1 (\theta_1 - \theta_2) \\
 \dot{x}_3 &= \frac{C_1}{I_2} x_2 + \frac{i_i C_2}{I_3} x_4 - \left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_i^2}{I_3}\right) \gamma_c \mu(x_3) u_2 + \frac{K_1}{I_2} (\theta_1 - \theta_2) + \frac{i_i K_2}{I_3} (\theta_3 - \theta_4) \\
 \dot{x}_4 &= -\left(\frac{1}{I_3} + \frac{1}{I_4}\right) C_2 x_4 + \frac{i_i}{I_3} \gamma_c \mu(x_3) u_2 - \left(\frac{1}{I_3} + \frac{1}{I_4}\right) K_2 (\theta_3 - \theta_4) + \frac{1}{I_4} T_r(\cdot)
 \end{aligned} \tag{4.47}$$

Le modèle dynamique de l'erreur de poursuite de trajectoire est alors :

$$\begin{aligned}
 \dot{e}_1 &= -\frac{C_1}{I_1} e_2 + \frac{1}{I_1} u_1 + \frac{1}{I_1} T_e^d(\cdot) - \frac{K_1}{I_1} (\theta_1 - \theta_2) - \dot{x}_{1r} \\
 \dot{e}_2 &= -\left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2}\right) C_1 e_2 + \frac{1}{I_1} u_1 + \frac{1}{I_2} \gamma_c \mu(x_3) u_2 + \frac{1}{I_1} T_e^d(\cdot) - \left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2}\right) K_1 (\theta_1 - \theta_2) \\
 \dot{e}_3 &= \frac{C_1}{I_2} x_2 + \frac{i_i C_2}{I_3} x_4 - \left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_i^2}{I_3}\right) \gamma_c \mu(x_3) u_2 + \frac{K_1}{I_2} (\theta_1 - \theta_2) + \frac{i_i K_2}{I_3} (\theta_3 - \theta_4) - \dot{x}_{3r} \\
 \dot{e}_4 &= -\left(\frac{1}{I_3} + \frac{1}{I_4}\right) C_2 e_4 + \frac{i_i}{I_3} \gamma_c \mu(x_3) u_2 - \left(\frac{1}{I_3} + \frac{1}{I_4}\right) K_2 (\theta_3 - \theta_4) + \frac{1}{I_4} T_r(\cdot)
 \end{aligned} \tag{4.48}$$

où, pour $i = 1, 2, \dots, 4$, les x_{ir} sont les trajectoires désirées, les e_i sont les erreurs de poursuite de trajectoire : $e_i = x_i - x_{ir}$. Le vecteur de trajectoire de référence est défini comme :

$$\mathbf{x}_r = (x_{1r} \quad 0 \quad x_{3r} \quad 0)^T \tag{4.49}$$

où x_{1r} est la trajectoire désirée pour la vitesse du moteur, x_{3r} est celle désirée pour la vitesse de glissement du premier embrayage, celles-ci sont définies dans les sections 3.4.1 et 3.3.1 du chapitre 3.

Obtention d'un modèle Takagi-Sugeno de l'erreur de poursuite

Dans le modèle (4.48), le coefficient de friction $\mu(\cdot)$ est une fonction non linéaire bornée

$$\mu(\cdot) = \mu_c + (\mu_s - \mu_c)e^{-\left|\frac{x_3}{\omega_s}\right|^{\delta_s}} \in [\mu_c, \mu_s] \quad (4.50)$$

En appliquant le lemme 4.1, nous obtenons un modèle TS à deux règles de la dynamique de l'erreur de poursuite sous la forme :

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}} &= \sum_{i=1}^2 h_i(\mathbf{z}) (A_i \mathbf{e} + B_i \mathbf{u} + B_{wi} \mathbf{w}) \\ \mathbf{y} &= \sum_{i=1}^2 h_i(\mathbf{z}) C_i \mathbf{e} \end{aligned} \quad (4.51)$$

où $\mathbf{e} = (e_1 \ e_2 \ e_3 \ e_4)^T$ est le vecteur d'erreurs de poursuite, $\mathbf{u} = (u_1 \ u_2)^T$ est le vecteur de variables de commande, $\mathbf{w} = (T_e^d(\cdot) \ \theta_1 - \theta_2 \ \theta_3 - \theta_4 \ \dot{x}_{1r} \ \dot{x}_{3r} \ T_r(\cdot))^T$ est le vecteur de perturbation. Les matrices des sous-modèles linéaires sont :

$$A_1 = A_2 = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{C_1}{I_1} & 0 & 0 \\ 0 & -\left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2}\right) C_1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{C_1}{I_2} & 0 & \frac{i_i C_2}{I_3} \\ 0 & 0 & 0 & -\left(\frac{1}{I_3} + \frac{1}{I_4}\right) C_2 \end{pmatrix} \quad (4.52)$$

$$B_1 = \begin{pmatrix} \frac{1}{I_1} & 0 \\ \frac{1}{I_1} & \frac{1}{I_2} \gamma_c \mu_s \\ \frac{1}{I_1} & -\left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_i^2}{I_3}\right) \gamma_c \mu_s \\ 0 & \frac{i_i}{I_3} \gamma_c \mu_s \end{pmatrix}, \quad B_2 = \begin{pmatrix} \frac{1}{I_1} & 0 \\ \frac{1}{I_1} & \frac{1}{I_2} \gamma_c \mu_c \\ \frac{1}{I_1} & -\left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_i^2}{I_3}\right) \gamma_c \mu_c \\ 0 & \frac{i_i}{I_3} \gamma_c \mu_c \end{pmatrix} \quad (4.53)$$

$$C_1 = C_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.54)$$

$$B_{w1} = B_{w2} = \begin{pmatrix} \frac{1}{I_1} & -\frac{K_1}{I_1} & 0 & -1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{I_1} & -\left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2}\right) K_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{I_1} & \frac{K_1}{I_2} & \frac{i_i K_2}{I_3} & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -\left(\frac{1}{I_3} + \frac{1}{I_4}\right) K_2 & 0 & 0 & \frac{1}{I_4} \end{pmatrix} \quad (4.55)$$

Les fonctions d'appartenance $h_i(\mathbf{z})$ du modèle TS (4.51) sont alors :

$$h_1(\mathbf{z}) = \frac{\mu(\cdot) - \mu_c}{\mu_s - \mu_c} = e^{-\left|\frac{x_3}{\omega_s}\right|^{\delta_s}} \quad (4.56)$$

$$h_2(\mathbf{z}) = \frac{\mu_s - \mu(\cdot)}{\mu_s - \mu_c} = 1 - e^{-|\frac{x_3}{\omega_s}|^{\delta_s}} \quad (4.57)$$

Synthèse de la loi de commande

En appliquant le lemme (4.3) avec un taux de convergence ε , nous avons une solution avec $\gamma = 3,1$ et $\varepsilon = 2,8$

$$X = P^{-1} = 10^6 \begin{pmatrix} 0,0191 & -0,0019 & 0,0005 & 0,0023 \\ -0,0019 & 4,8206 & -0,0005 & 1,1321 \\ 0,0005 & -0,0005 & 0,0194 & -0,0017 \\ 0,0023 & 1,1321 & -0,0017 & 0,9690 \end{pmatrix} \quad (4.58)$$

Les gains de commande PDC sont :

$$F_1 = 10^4 \begin{pmatrix} 0,2196 & -0,0066 & 0,7263 & 0,0038 \\ 1,1219 & 0,0006 & -0,4764 & -0,0281 \end{pmatrix} \quad (4.59a)$$

$$F_2 = 10^4 \begin{pmatrix} 0,2242 & -0,0065 & 0,6674 & 0,0037 \\ 1,3498 & 0,0001 & -0,5751 & -0,0364 \end{pmatrix} \quad (4.59b)$$

Pour valider la loi de commande développée, différents essais de simulations en phase de décollage ont été réalisés. Le décollage commence à une seconde et la durée d'engagement de l'embrayage est fixé à 1,5 secondes. La position du papillon donnée par le conducteur est montrée sur la figure 3.2, et dans ce cas le couple du moteur demandé T_e^d est élevé, cf. figure 4.1. Les vitesses angulaires des éléments du GMP

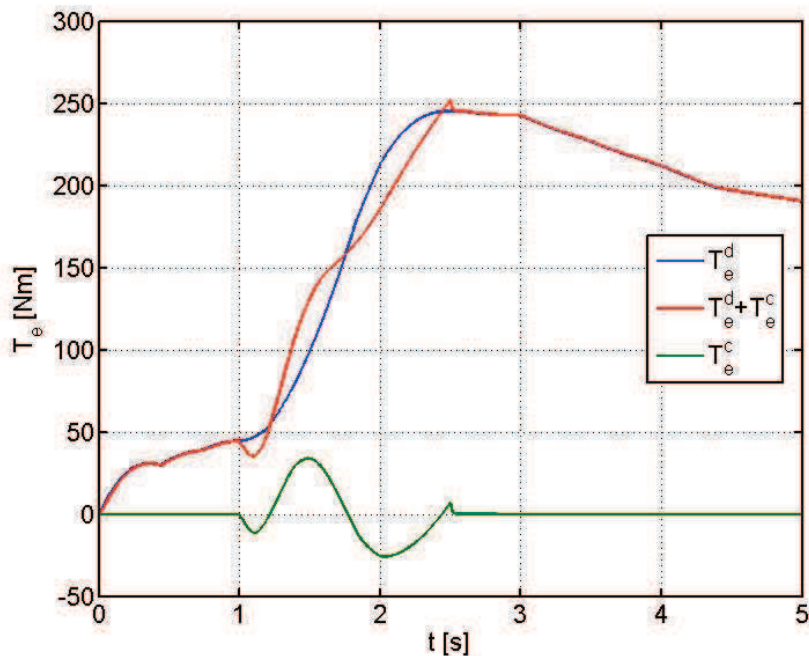


FIGURE 4.1 – Couple du moteur demandé et contrôlé en phase de décollage

en phase de décollage sont illustrées sur la figure 4.2, le temps de glissement est d'environ 1,5 secondes. La force normale appliquée sur l'embrayage du 1^{er} rapport

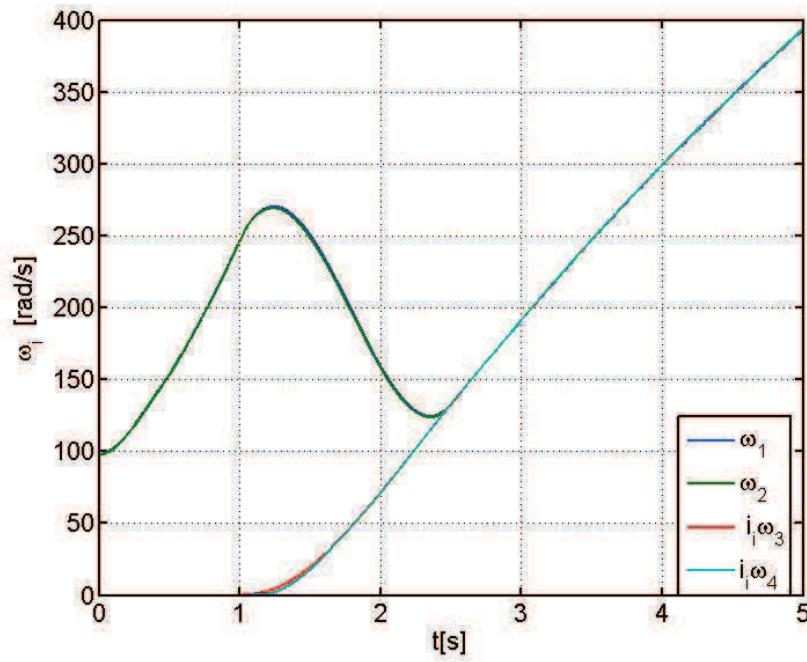


FIGURE 4.2 – Vitesses angulaires des éléments du GMP en phase de décollage

est montrée sur la figure 4.3. Le jerk du véhicule est représenté sur la figure 4.4, le comportement est acceptable selon le critère fixé dans [Ni *et al.*, 2009] car la borne maximale est inférieure à 10 m/s^3 .

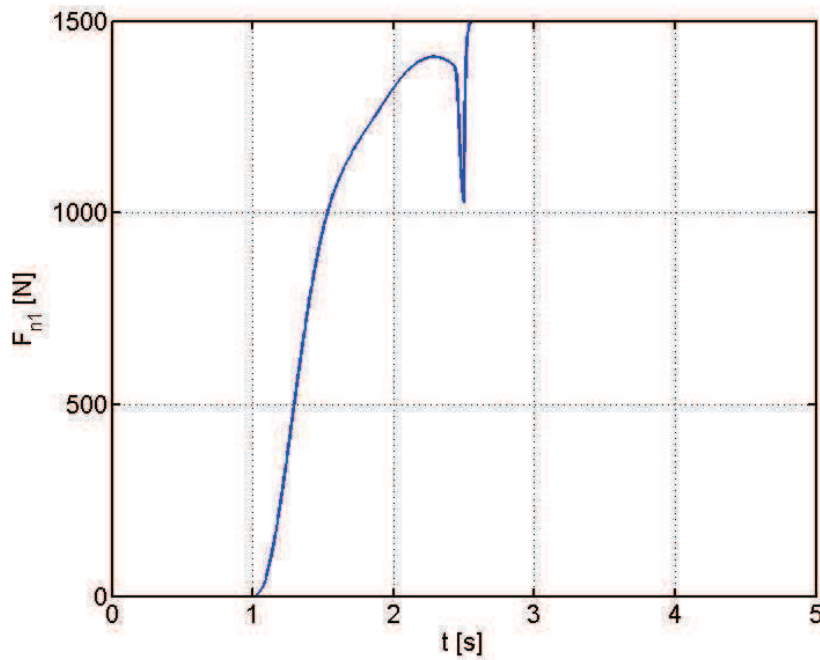


FIGURE 4.3 – Force normale appliquée sur l’embrayage en phase de décollage

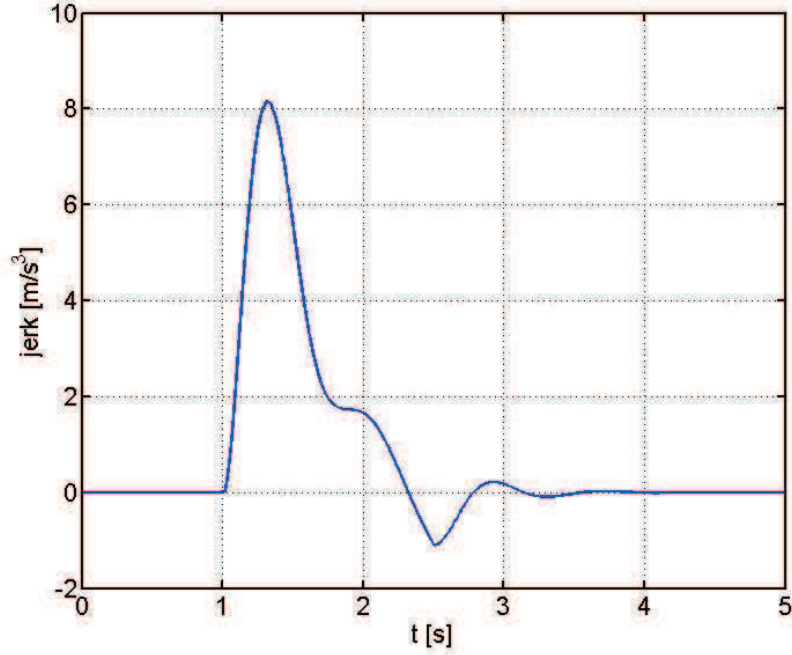


FIGURE 4.4 – Jerk du véhicule en phase de décollage

4.5.3 Application de la méthodologie lors de changements de vitesses

Comme au chapitre 3, les trajectoires désirées sont définies pour la vitesse de glissement de l'embrayage *on-coming* et la vitesse du moteur afin de minimiser le jerk et le temps de passage des rapports. Le modèle dynamique du GMP en cas de changement de vitesses, en prenant en compte le modèle *Stribeck* de l'embrayage *on-coming*, se met sous la forme :

$$\begin{aligned}
 \dot{\omega}_1 &= -\frac{1}{I_1} (K_1(\theta_1 - \theta_2) + C_1(\omega_1 - \omega_2)) + \frac{1}{I_1} T_e^d(\omega_1, p) + \frac{1}{I_1} T_e^c \\
 \dot{\omega}_2 &= \frac{1}{I_2} (K_1(\theta_1 - \theta_2) + C_1(\omega_1 - \omega_2)) - \frac{1}{I_2} T_{c1}(\cdot) - \frac{1}{I_2} \gamma_c \mu(\Delta\omega_2) \text{sign}(\Delta\omega_2) F_{n2} \\
 \dot{\omega}_3 &= -\frac{1}{I_3} (K_2(\theta_3 - \theta_4) + C_2(\omega_3 - \omega_4)) + \frac{i_i}{I_3} T_{c1}(\cdot) + \frac{i_j}{I_3} \gamma_c \mu(\Delta\omega_2) \text{sign}(\Delta\omega_2) F_{n2} \\
 \dot{\omega}_4 &= \frac{1}{I_4} (K_2(\theta_3 - \theta_4) + C_2(\omega_3 - \omega_4)) - \frac{1}{I_4} T_r(\cdot) \\
 \dot{\theta}_i &= \omega_i, \quad i = 1, 2, \dots, 4
 \end{aligned} \tag{4.60}$$

Les variables d'états sont $x_1 = \omega_1$, $x_2 = \omega_1 - \omega_2$, $x_3 = \Delta\omega_2 = \omega_2 - i_j \omega_3$, et $x_4 = \omega_3 - \omega_4$. Les variables de commande sont $u_1 = T_e^c$, $u_2 = F_{n2}$. Le modèle (4.60) est réécrit :

$$\dot{x}_1 = -\frac{C_1}{I_1} x_2 + \frac{1}{I_1} u_1 - \frac{K_1}{I_1} (\theta_1 - \theta_2) + \frac{1}{I_1} T_e^d(\cdot) \tag{4.61a}$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 = & - \left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} \right) C_1 x_2 + \frac{1}{I_1} u_1 + \frac{1}{I_2} \gamma_c \mu(x_3) \text{sign}(x_3) u_2 \\ & - \left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} \right) K_1 (\theta_1 - \theta_2) + \frac{1}{I_2} T_{c1}(\cdot) + \frac{1}{I_1} T_e^d(\cdot) \end{aligned} \quad (4.61b)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_3 = & \frac{C_1}{I_2} x_2 + \frac{i_j C_2}{I_3} x_4 - \left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_j^2}{I_3} \right) \gamma_c \mu(x_3) \text{sign}(x_3) u_2 \\ & + \frac{K_1}{I_2} (\theta_1 - \theta_2) + \frac{i_j K_2}{I_3} (\theta_3 - \theta_4) - \left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_j i_j}{I_3} \right) T_{c1}(\cdot) \end{aligned} \quad (4.61c)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_4 = & - \left(\frac{1}{I_3} + \frac{1}{I_4} \right) C_2 x_4 + \frac{i_j}{I_3} \gamma_c \mu(x_3) \text{sign}(x_3) u_2 \\ & - \left(\frac{1}{I_3} + \frac{1}{I_4} \right) K_2 (\theta_3 - \theta_4) + \frac{i_i}{I_3} T_{c1}(\cdot) + \frac{1}{I_4} T_r(\cdot) \end{aligned} \quad (4.61d)$$

Le modèle dynamique de l'erreur de poursuite de trajectoire désirée est alors :

$$\dot{e}_1 = -\frac{C_1}{I_1} e_2 + \frac{1}{I_1} u_1 - \frac{K_1}{I_1} (\theta_1 - \theta_2) + \frac{1}{I_1} T_e^d(\cdot) - \dot{x}_{1r} \quad (4.62a)$$

$$\begin{aligned} \dot{e}_2 = & - \left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} \right) C_1 e_2 + \frac{1}{I_1} u_1 + \frac{1}{I_2} \gamma_c \mu(x_3) \text{sign}(x_3) u_2 \\ & - \left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} \right) K_1 (\theta_1 - \theta_2) + \frac{1}{I_2} T_{c1}(\cdot) + \frac{1}{I_1} T_e^d(\cdot) \end{aligned} \quad (4.62b)$$

$$\begin{aligned} \dot{e}_3 = & \frac{C_1}{I_2} e_2 + \frac{i_j C_2}{I_3} e_4 - \left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_j^2}{I_3} \right) \gamma_c \mu(x_3) \text{sign}(x_3) u_2 \\ & + \frac{K_1}{I_2} (\theta_1 - \theta_2) + \frac{i_j K_2}{I_3} (\theta_3 - \theta_4) - \left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_i i_j}{I_3} \right) T_{c1}(\cdot) \end{aligned} \quad (4.62c)$$

$$\begin{aligned} \dot{e}_4 = & - \left(\frac{1}{I_3} + \frac{1}{I_4} \right) C_2 e_4 + \frac{i_j}{I_3} \gamma_c \mu(x_3) \text{sign}(x_3) u_2 \\ & - \left(\frac{1}{I_3} + \frac{1}{I_4} \right) K_2 (\theta_3 - \theta_4) + \frac{i_i}{I_3} T_{c1}(\cdot) + \frac{1}{I_4} T_r(\cdot) \end{aligned} \quad (4.62d)$$

où

$$\mathbf{x}_r = (\omega_{1r} \quad 0 \quad \Delta\omega_{2r} \quad 0)^T$$

Nous supposons que la vitesse de glissement de l'embrayage *on-coming* est toujours positive lors du passage de rapport supérieur et négative lors du passage de rapport inférieur. A partir de ces considérations, et en prenant la même non-linéarité que dans le cas du décollage, un modèle TS à deux règles peut être obtenu :

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}} &= \sum_{i=1}^2 h_i(\mathbf{z}) (A_i \mathbf{e} + B_i \mathbf{u} + B_{wi} \mathbf{w}) \\ \mathbf{y} &= \sum_{i=1}^2 h_i(\mathbf{z}) C_i \mathbf{e} \end{aligned} \quad (4.63)$$

où :

$$\begin{aligned} \mathbf{e} &= (e_1 \ e_2 \ e_3 \ e_4)^T \\ \mathbf{u} &= (u_1 \ u_2)^T \\ \mathbf{w} &= (T_e^d(\cdot) \ \theta_1 - \theta_2 \ \theta_3 - \theta_4 \ \dot{x}_{1r} \ \dot{x}_{3r} \ T_r(\cdot) \ T_{c1}(\cdot))^T \end{aligned}$$

Les matrices des sous-modèles linéaires sont alors :

$$A_1 = A_2 = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{C_1}{I_1} & 0 & 0 \\ 0 & -\left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2}\right) C_1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{C_1}{I_2} & 0 & \frac{i_j C_2}{I_3} \\ 0 & 0 & 0 & -\left(\frac{1}{I_3} + \frac{1}{I_4}\right) C_2 \end{pmatrix} \quad (4.64)$$

Dans le cas d'un passage de rapport supérieur, les matrices B_i sont

$$B_1 = \begin{pmatrix} \frac{1}{I_1} & 0 \\ \frac{1}{I_1} & \frac{1}{I_2} \gamma_c \mu_s \\ 0 & -\left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_j^2}{I_3}\right) \gamma_c \mu_s \\ 0 & \frac{i_j}{I_3} \gamma_c \mu_s \end{pmatrix}, \quad B_2 = \begin{pmatrix} \frac{1}{I_1} & 0 \\ \frac{1}{I_1} & \frac{1}{I_2} \gamma_c \mu_c \\ 0 & -\left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_j^2}{I_3}\right) \gamma_c \mu_c \\ 0 & \frac{i_j}{I_3} \gamma_c \mu_c \end{pmatrix} \quad (4.65)$$

Et dans le cas d'un passage de rapport inférieur, les matrices B_i sont

$$B_1 = \begin{pmatrix} \frac{1}{I_1} & 0 \\ \frac{1}{I_1} & -\frac{1}{I_2} \gamma_c \mu_s \\ 0 & \left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_j^2}{I_3}\right) \gamma_c \mu_s \\ 0 & -\frac{i_j}{I_3} \gamma_c \mu_s \end{pmatrix}, \quad B_2 = \begin{pmatrix} \frac{1}{I_1} & 0 \\ \frac{1}{I_1} & -\frac{1}{I_2} \gamma_c \mu_c \\ 0 & \left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_j^2}{I_3}\right) \gamma_c \mu_c \\ 0 & -\frac{i_j}{I_3} \gamma_c \mu_c \end{pmatrix} \quad (4.66)$$

$$C_1 = C_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.67)$$

$$\begin{aligned} B_{w1} &= B_{w2} \\ &= \begin{pmatrix} \frac{1}{I_1} & -\frac{K_1}{I_1} & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{I_1} & -\left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2}\right) K_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{I_2} \\ 0 & \frac{K_1}{I_2} & \frac{i_j K_2}{I_3} & 0 & -1 & 0 & -\left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_j i_j}{I_3}\right) \\ 0 & 0 & -\left(\frac{1}{I_3} + \frac{1}{I_4}\right) K_2 & 0 & 0 & \frac{1}{I_4} & \frac{i_i}{I_3} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.68)$$

En appliquant le lemme (4.3) en cas de passage de rapport supérieur, de 1^{er} à 2^{ème} rapport, nous avons une solution avec $\varepsilon = 5,0$ et $\gamma = 3,0$

$$X = P^{-1} = 10^6 \begin{pmatrix} 0,0071 & 0,0004 & 0,0003 & 0,0011 \\ 0,0004 & 4,2349 & -0,0010 & 0,7798 \\ 0,0003 & -0,0010 & 0,0071 & -0,0010 \\ 0,0011 & 0,7798 & -0,0010 & 0,4817 \end{pmatrix} \quad (4.69)$$

Les gains de commande PDC associés sont :

$$F_1 = 10^4 \begin{pmatrix} 0,2017 & -0,0072 & 1,7085 & 0,0078 \\ 4,2976 & 0,0005 & -0,9803 & -0,0448 \end{pmatrix} \quad (4.70a)$$

$$F_2 = 10^4 \begin{pmatrix} 0,2181 & -0,0066 & 1,3124 & 0,0064 \\ 4,3819 & -0,0030 & -1,1685 & -0,0505 \end{pmatrix} \quad (4.70b)$$

Dans le cas de passage de rapport inférieur, de 2^{ème} à 1^{er} rapport nous avons une solution avec $\varepsilon = 0,1$ et $\gamma = 5,3$

$$X = P^{-1} = 10^6 \begin{pmatrix} 0,0053 & -0,0003 & -0,0001 & 0,0006 \\ -0,0003 & 3,4645 & 0,0003 & 1,4833 \\ -0,0001 & 0,0003 & 0,0051 & -0,0005 \\ 0,0006 & 1,4833 & -0,0005 & 1,0500 \end{pmatrix} \quad (4.71)$$

Les gains de commande PDC F_i sont :

$$F_1 = 10^4 \begin{pmatrix} 0,3099 & -0,0104 & 2,8272 & 0,0096 \\ -4,4108 & -0,0134 & 0,4861 & 0,0480 \end{pmatrix} \quad (4.72a)$$

$$F_2 = 10^4 \begin{pmatrix} 0,2999 & -0,0091 & 2,0954 & 0,0076 \\ -4,3512 & -0,0107 & 0,6242 & 0,0529 \end{pmatrix} \quad (4.72b)$$

Les résultats en simulation sont proposés dans les figures 4.5 à 4.10. Le temps de changement de vitesses est fixé à 0,8 seconde. La position du papillon donnée par le conducteur est montrée dans la figure 3.19. Le passage à un rapport supérieur commence à 6,22 secondes et celui à un rapport inférieur est à 8 secondes. Les figures 4.5 et 4.6 donnent respectivement l'évolution des vitesses angulaires des éléments du GMP en phase de passage de rapport supérieur, et en phase de passage de rapport inférieur. Le couple du double embrayage lors du changement de vitesses est représenté sur la figure 4.7. La figure 4.8 montre la force normale appliquée sur l'embrayage *on-coming* en phase de changement de vitesses. La figure 4.9 montre les couples du moteur demandé et commandé. Et enfin, le jerk du véhicule est donné dans la figure 4.10.

Dans cette section, des lois de commande basées sur des modèles TS prenant en compte des perturbations ont été développées. Les résultats de simulation montrent l'efficacité des lois de commande développées. Cependant, les incertitudes de modélisation ont été négligées dans cette première approche. Afin d'améliorer les performances des lois de commande proposées, des incertitudes paramétriques sont introduites dans la suite.

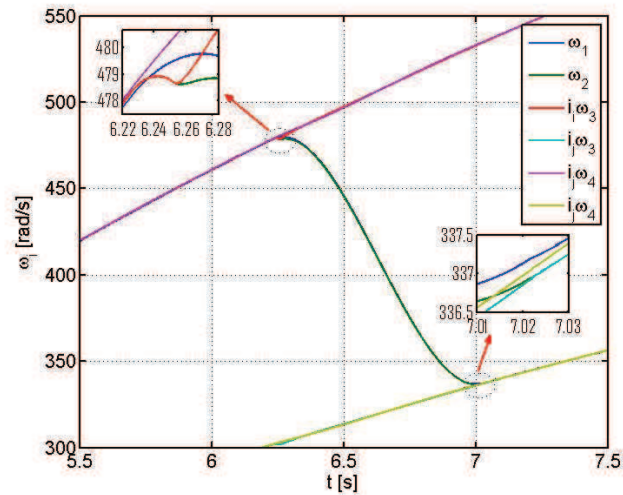


FIGURE 4.5 – Vitesses angulaires des éléments du GMP en phase de passage de rapport supérieur

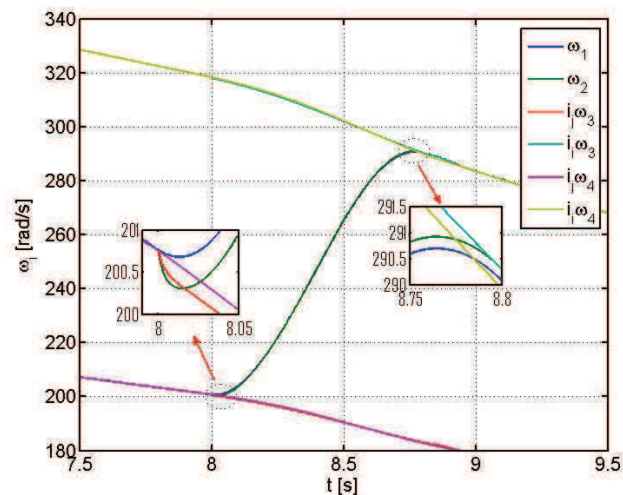


FIGURE 4.6 – Vitesses angulaires des éléments du GMP en phase de passage de rapport inférieur

4.6 Commande robuste du groupe motopropulseur : incertitudes paramétriques et perturbations

4.6.1 Approche de stabilisation robuste des modèles flous de Takagi-Sugeno incertains

Considérons un modèle TS incertain avec des perturbations externes sous la forme :

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \sum_{i=1}^r h_i(\mathbf{z}) ((A_i + \Delta A_i)\mathbf{x} + (B_i + \Delta B_i)\mathbf{u} + B_{wi}\mathbf{w}) \\ \mathbf{y} &= \sum_{i=1}^r h_i(\mathbf{z}) C_i \mathbf{x} \end{aligned} \quad (4.73)$$

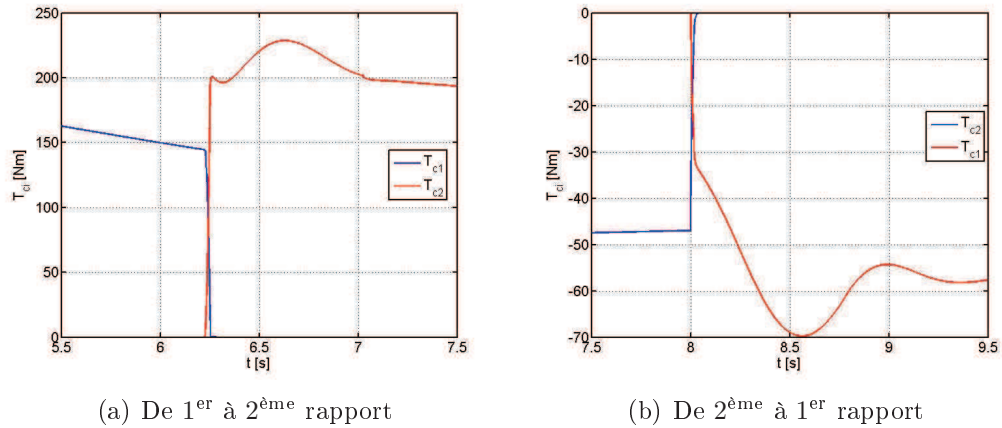


FIGURE 4.7 – Couple du double embrayage lors du changement de vitesses

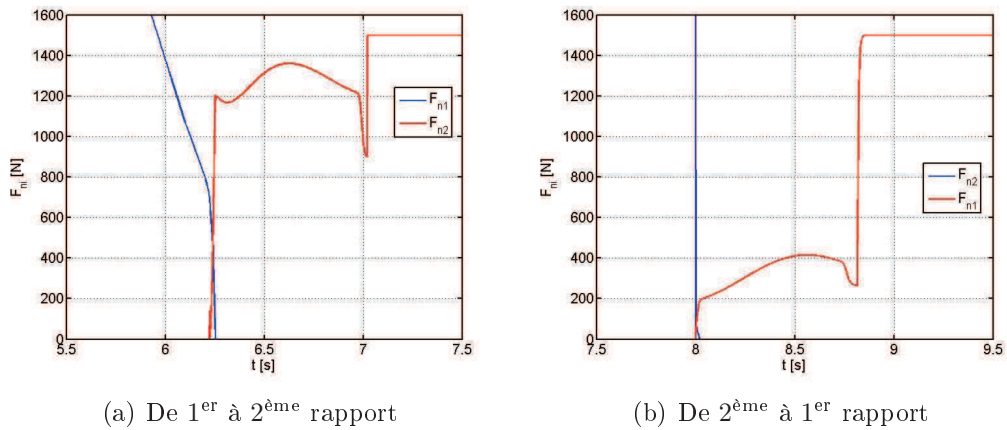


FIGURE 4.8 – Force normale lors du changement de vitesses

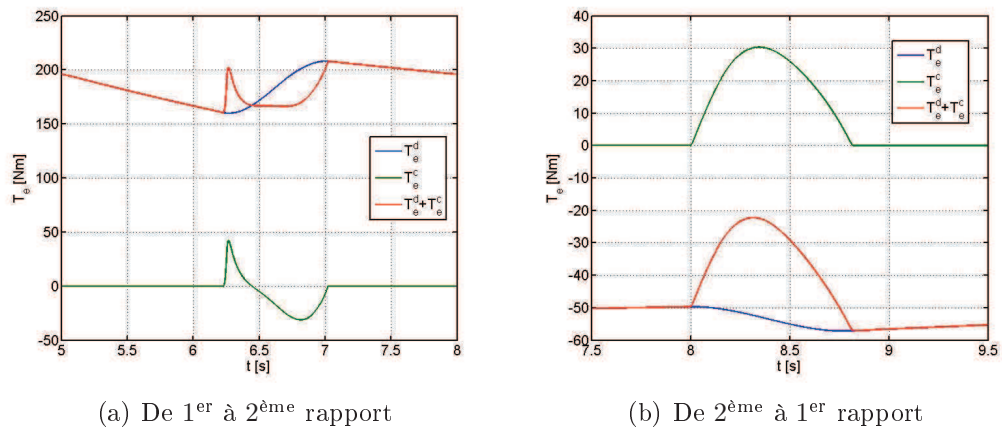


FIGURE 4.9 – Couple du moteur lors du changement de vitesses

Les paramètres incertains sont supposés bornés en norme et peuvent s'écrire comme [Tanaka et Wang, 2001] :

$$\Delta A_i = H_a \Delta_a(t) E_{ai} \quad (4.74)$$

$$\Delta B_i = H_b \Delta_b(t) E_{bi} \quad (4.75)$$

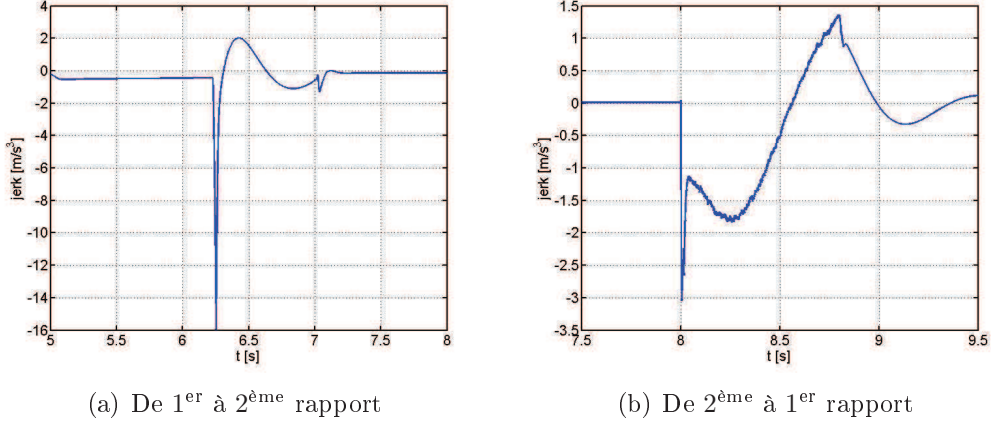


FIGURE 4.10 – Jerk du véhicule lors du passage de rapport supérieur

où les matrices H_a , H_b , E_{ai} et E_{bi} sont constantes et les matrices $\Delta_a(t)$ et $\Delta_b(t)$ satisfont les conditions :

$$\Delta_a(t)^T \Delta_a(t) \leq I \quad (4.76)$$

$$\Delta_b(t)^T \Delta_b(t) \leq I \quad (4.77)$$

L'atténuation de la perturbation peut être réalisée en minimisant γ sujet à

$$\sup_{\mathbf{w}(t) \neq 0} \frac{\|\mathbf{y}(t)\|_2}{\|\mathbf{w}(t)\|_2} < \gamma \quad (4.78)$$

Théorème 4.4 *S'il existe des matrices $X = X^T > 0$ et M_j (pour $j = 1, 2, \dots, r$), ainsi que des scalaires $\gamma > 0$, $\tau_a > 0$ et $\tau_b > 0$ tels que les conditions (4.23) soient vérifiées avec*

$$\Gamma_{ij} \triangleq \begin{pmatrix} \mathcal{H}(A_i X - B_i M_j) & (*) & (*) & (*) & (*) \\ +\tau_a H_a H_a^T + \tau_b H_b H_b^T & -\gamma^2 I & (*) & (*) & (*) \\ B_{wi}^T & 0 & -I & (*) & (*) \\ C_i X & 0 & 0 & -\tau_a I & (*) \\ E_{ai} X & 0 & 0 & 0 & -\tau_b I \\ E_{bi} M_j & 0 & 0 & 0 & -\tau_b I \end{pmatrix}$$

alors, pour les gains de commande PDC donnés par

$$F_j = M_j X^{-1}, \quad j = 1, \dots, r,$$

le modèle TS continu incertain (4.73)-(4.25) est GAS et le gain L_2 du système bouclé entre \mathbf{w} et \mathbf{y} est inférieur ou égal à γ .

Remarque. Une version prenant en compte un taux de convergence ε peut être mise en oeuvre sous la forme :

$$\Gamma_{ij} \triangleq \begin{pmatrix} \mathcal{H}(A_i X - B_i M_j) & (*) & (*) & (*) & (*) \\ +\tau_a H_a H_a^T + \tau_b H_b H_b^T + \varepsilon X & -\gamma^2 I & (*) & (*) & (*) \\ B_{wi}^T & 0 & -I & (*) & (*) \\ C_i X & 0 & 0 & -\tau_a I & (*) \\ E_{ai} X & 0 & 0 & 0 & -\tau_b I \\ E_{bi} M_j & 0 & 0 & 0 & -\tau_b I \end{pmatrix} \quad (4.79)$$

Preuve: La démonstration est similaire à celle de la section précédente. Pour plus de détail, le lecteur peut se référer à [Lendek *et al.*, 2010, section 3.4].

4.6.2 Application à la commande du double embrayage en phase de décollage

Le modèle dynamique de l'erreur de poursuite de trajectoire en phase de décollage est écrit comme suit :

$$\begin{aligned}
 \dot{e}_1 &= -\frac{C_1}{I_1}e_2 + \frac{1}{I_1}u_1 + \frac{1}{I_1}T_e^d(\cdot) - \frac{K_1}{I_1}(\theta_1 - \theta_2) - \dot{x}_{1r} \\
 \dot{e}_2 &= -\left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2}\right)C_1e_2 + \frac{1}{I_1}u_1 + \frac{1}{I_2}\gamma_c\mu(x_3)u_2 + \frac{1}{I_1}T_e^d(\cdot) - \left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2}\right)K_1(\theta_1 - \theta_2) \\
 \dot{e}_3 &= \frac{C_1}{I_2}x_2 + \frac{i_i C_2}{I_3}x_4 - \left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_i^2}{I_3}\right)\gamma_c\mu(x_3)u_2 + \frac{K_1}{I_2}(\theta_1 - \theta_2) + \frac{i_i K_2}{I_3}(\theta_3 - \theta_4) - \dot{x}_{3r} \\
 \dot{e}_4 &= -\left(\frac{1}{I_3} + \frac{1}{I_4}\right)C_2e_4 + \frac{i_i}{I_3}\gamma_c\mu(x_3)u_2 - \left(\frac{1}{I_3} + \frac{1}{I_4}\right)K_2(\theta_3 - \theta_4) + \frac{1}{I_4}T_r(\cdot)
 \end{aligned} \tag{4.80}$$

où les paramètres I_4 , μ_s , μ_c sont incertains.

$$I_4 \in [I_4^{min}, I_4^{max}], \quad \mu_s \in [\mu_s^{min}, \mu_s^{max}], \quad \mu_c \in [\mu_c^{min}, \mu_c^{max}] \tag{4.81}$$

Les paramètres incertains sont alors réécrits :

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{I_4} &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{I_4^{min}} + \frac{1}{I_4^{max}} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{I_4^{min}} - \frac{1}{I_4^{max}} \right) \xi_1(t) \\
 &= \frac{1}{\hat{I}_4} + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{I_4^{min}} - \frac{1}{I_4^{max}} \right) \xi_1(t)
 \end{aligned} \tag{4.82}$$

$$\begin{aligned}
 \mu_s &= \frac{1}{2} (\mu_s^{max} + \mu_s^{min}) + \frac{1}{2} (\mu_s^{max} - \mu_s^{min}) \xi_2(t) \\
 &= \hat{\mu}_s + \frac{1}{2} (\mu_s^{max} - \mu_s^{min}) \xi_2(t)
 \end{aligned} \tag{4.83}$$

$$\begin{aligned}
 \mu_c &= \frac{1}{2} (\mu_c^{max} + \mu_c^{min}) + \frac{1}{2} (\mu_c^{max} - \mu_c^{min}) \xi_3(t) \\
 &= \hat{\mu}_c + \frac{1}{2} (\mu_c^{max} - \mu_c^{min}) \xi_3(t)
 \end{aligned} \tag{4.84}$$

avec $|\xi_i(t)| \leq 1$, $i = 1, 2, 3$.

Un modèle TS incertain avec perturbation de la dynamique de l'erreur de poursuite peut être obtenu :

$$\begin{aligned}
 \dot{\mathbf{e}} &= \sum_{i=1}^2 h_i(\mathbf{z}) ((A_i + \Delta A_i)\mathbf{e} + (B_i + \Delta B_i)\mathbf{u} + B_{wi}\mathbf{w}) \\
 \mathbf{y} &= \sum_{i=1}^2 h_i(\mathbf{z}) C_i \mathbf{e}
 \end{aligned} \tag{4.85}$$

où $A_i, B_i, C_i, B_{wi}, i = 1, 2$, sont les matrices des sous-modèles linéaires :

$$A_1 = A_2 = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{C_1}{I_1} & 0 & 0 \\ 0 & -\left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2}\right) C_1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{C_1}{I_2} & 0 & \frac{i_i C_2}{I_3} \\ 0 & 0 & 0 & -\left(\frac{1}{I_3} + \frac{1}{\hat{I}_4}\right) C_2 \end{pmatrix}$$

$$B_1 = \begin{pmatrix} \frac{1}{I_1} & 0 \\ \frac{1}{I_1} & \frac{1}{I_2} \gamma_c \hat{\mu}_s \\ 0 & -\left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_i^2}{I_3}\right) \gamma_c \hat{\mu}_s \\ 0 & \frac{i_i}{I_3} \gamma_c \hat{\mu}_s \end{pmatrix}, \quad B_2 = \begin{pmatrix} \frac{1}{I_1} & 0 \\ \frac{1}{I_1} & \frac{1}{I_2} \gamma_c \hat{\mu}_c \\ 0 & -\left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_i^2}{I_3}\right) \gamma_c \hat{\mu}_c \\ 0 & \frac{i_i}{I_3} \gamma_c \hat{\mu}_c \end{pmatrix}$$

$$C_1 = C_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B_{w1} = B_{w2} = I$$

$$\mathbf{w} = \begin{pmatrix} \frac{1}{I_1} T_e^d(\cdot) - \frac{K_1}{I_1} (\theta_1 - \theta_2) - \dot{x}_{1r} \\ \frac{1}{I_1} T_e^d(\cdot) - \left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2}\right) K_1 (\theta_1 - \theta_2) \\ \frac{K_1}{I_2} (\theta_1 - \theta_2) + \frac{i_i K_2}{I_3} (\theta_3 - \theta_4) - \dot{x}_{3r} \\ -\left(\frac{1}{I_3} + \frac{1}{\hat{I}_4}\right) K_2 (\theta_3 - \theta_4) + \frac{1}{\hat{I}_4} T_r(\cdot) \end{pmatrix}$$

Les matrices d'incertitude sont données par :

$$H_a = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad H_b = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$E_{a1} = E_{a2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \left(\frac{1}{I_4^{\min}} - \frac{1}{I_4^{\max}} \right) C_2 \end{pmatrix}$$

$$E_{b1} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{I_2} \gamma_c \frac{\mu_s^{\max} - \mu_s^{\min}}{2} \\ 0 & \left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_i^2}{I_3}\right) \gamma_c \frac{\mu_s^{\max} - \mu_s^{\min}}{2} \\ 0 & \frac{i_i}{I_3} \gamma_c \frac{\mu_s^{\max} - \mu_s^{\min}}{2} \end{pmatrix}, \quad E_{b2} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{I_2} \gamma_c \frac{\mu_c^{\max} - \mu_c^{\min}}{2} \\ 0 & \left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_i^2}{I_3}\right) \gamma_c \frac{\mu_c^{\max} - \mu_c^{\min}}{2} \\ 0 & \frac{i_i}{I_3} \gamma_c \frac{\mu_c^{\max} - \mu_c^{\min}}{2} \end{pmatrix} \quad (4.86)$$

En appliquant le théorème 4.4, une solution avec un taux de convergence $\varepsilon = 0,2$, et l'atténuation $\gamma = 0,1$ est obtenu avec les matrices recherchées :

$$X = P^{-1} = 10^6 \begin{pmatrix} 0,0137 & 0,0047 & 0,0025 & 0,0007 \\ 0,0047 & 2,2801 & -0,0068 & -0,2409 \\ 0,0025 & -0,0068 & 0,0108 & -0,0002 \\ 0,0007 & -0,2409 & -0,0002 & 0,0270 \end{pmatrix} \quad (4.87)$$

Les gains de commande associées sont alors :

$$F_1 = 10^3 \begin{pmatrix} 4,1391 & -0,0511 & 3,3268 & 0,0164 \\ 3,0185 & -0,0572 & -8,0896 & -0,1846 \end{pmatrix} \quad (4.88)$$

$$F_2 = 10^3 \begin{pmatrix} 4,1266 & -0,0508 & 3,1430 & 0,0160 \\ 3,8575 & -0,0777 & -9,9037 & -0,2437 \end{pmatrix} \quad (4.89)$$

Afin de valider la loi de commande proposée, différents essais en simulations ont été réalisés. Les incertitudes introduites sur les paramètres ont été choisies de manière aléatoire : $I_4 = 178,3 \text{ kg.m}^2$ (à 9,7% près), $\mu_s = 0,8974$ (à 12,2% près) et $\mu_c = 0,5329$ (à 11,2% près). Le décollage commence à une seconde et la durée d'engagement de l'embrayage est fixée à 1,5 secondes. La position du papillon donnée par le conducteur est montrée sur la figure 3.2. Les vitesses angulaires des éléments du GMP en phase de décollage sont représentées sur la figure 4.11, le temps de glissement est d'environ 1,5 secondes. La figure 4.12 donne le suivi de trajectoire désirée. Les figures 4.13 et 4.14 montrent les deux commandes : le couple du moteur commandé et la force normale. Le jerk du véhicule est représenté sur la figure 4.15.

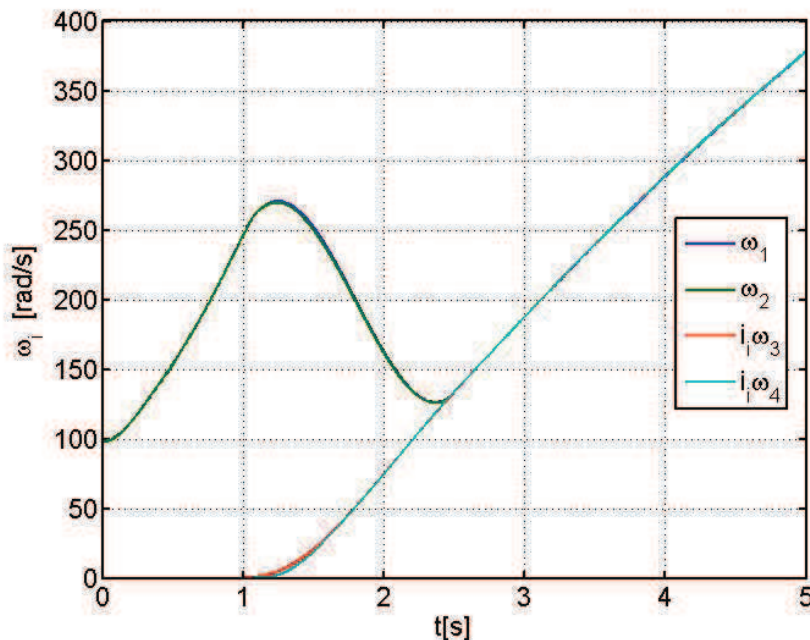


FIGURE 4.11 – Vitesses angulaires des éléments du GMP en phase de décollage avec des paramètres incertains

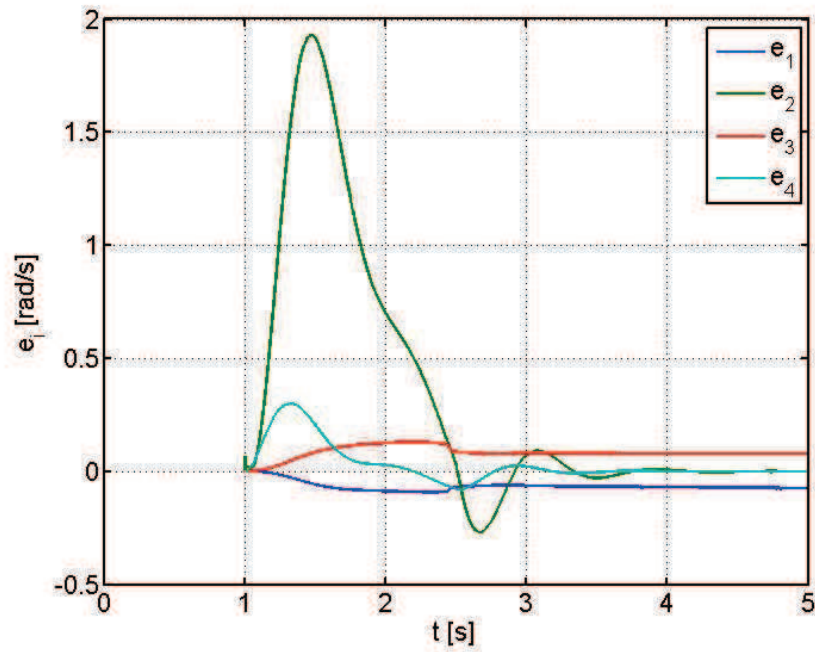


FIGURE 4.12 – Erreurs suivis de trajectoire désirée

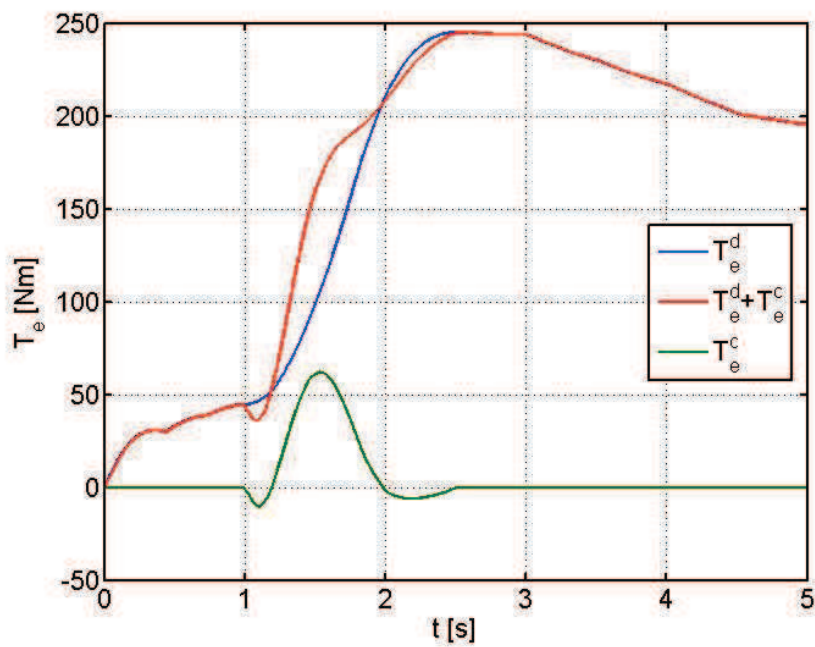


FIGURE 4.13 – Couple du moteur demandé et le couple du moteur de commande en phase de décollage

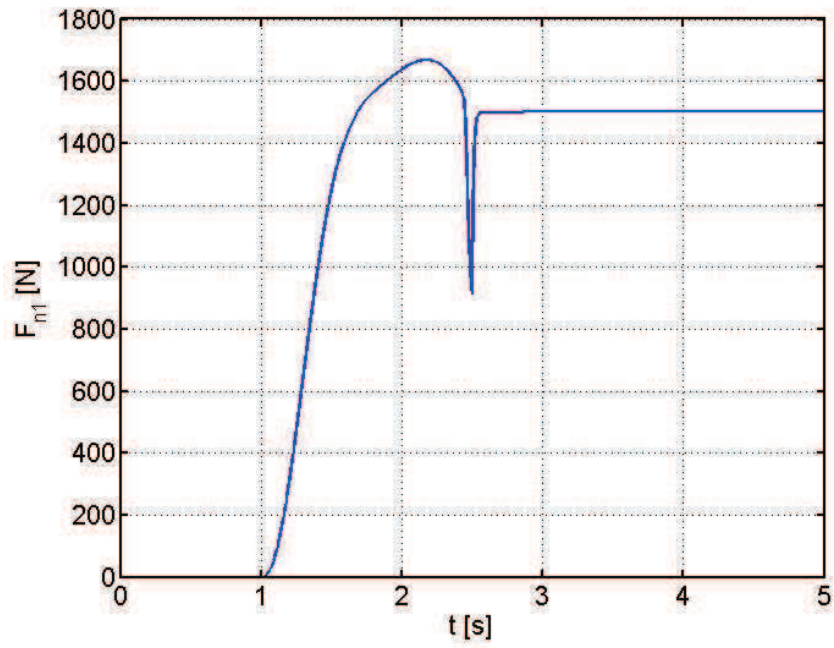


FIGURE 4.14 – Force normale en phase de décollage

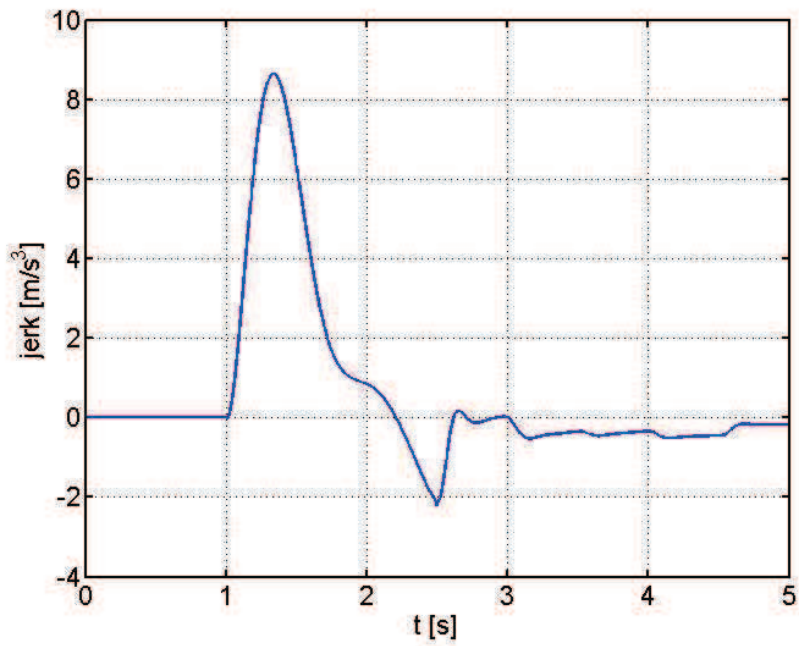


FIGURE 4.15 – Jerk du véhicule en phase de décollage

4.6.3 Application à la commande d'un double embrayage dans le cas de changement de vitesses

Pour rappel, le modèle dynamique de l'erreur de poursuite de trajectoire désirée est donné par :

$$\dot{e}_1 = -\frac{C_1}{I_1}e_2 + \frac{1}{I_1}u_1 - \frac{K_1}{I_1}(\theta_1 - \theta_2) + \frac{1}{I_1}T_e^d(\cdot) - \dot{x}_{1r} \quad (4.90a)$$

$$\begin{aligned} \dot{e}_2 = & -\left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2}\right)C_1e_2 + \frac{1}{I_1}u_1 + \frac{1}{I_2}\gamma_c\mu(x_3)\text{sign}(x_3)u_2 \\ & -\left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2}\right)K_1(\theta_1 - \theta_2) + \frac{1}{I_2}T_{c1}(\cdot) + \frac{1}{I_1}T_e^d(\cdot) \end{aligned} \quad (4.90b)$$

$$\begin{aligned} \dot{e}_3 = & \frac{C_1}{I_2}e_2 + \frac{i_j C_2}{I_3}e_4 - \left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_j^2}{I_3}\right)\gamma_c\mu(x_3)\text{sign}(x_3)u_2 \\ & + \frac{K_1}{I_2}(\theta_1 - \theta_2) + \frac{i_j K_2}{I_3}(\theta_3 - \theta_4) - \left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_i i_j}{I_3}\right)T_{c1}(\cdot) - \dot{x}_{3r} \end{aligned} \quad (4.90c)$$

$$\begin{aligned} \dot{e}_4 = & -\left(\frac{1}{I_3} + \frac{1}{I_4}\right)C_2e_4 + \frac{i_j}{I_3}\gamma_c\mu(x_3)\text{sign}(x_3)u_2 \\ & -\left(\frac{1}{I_3} + \frac{1}{I_4}\right)K_2(\theta_3 - \theta_4) + \frac{i_i}{I_3}T_{c1}(\cdot) + \frac{1}{I_4}T_r(\cdot) \end{aligned} \quad (4.90d)$$

De façon similaire à la section précédente, les paramètres incertains du modèle sont l'inertie équivalente de la masse du véhicule I_4 et les coefficients de friction μ_c et μ_s . Ces paramètres sont représentés par les expressions (4.82), (4.83) et (4.84). Un modèle TS incertain et perturbé, à 2 règles est obtenu :

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}} &= \sum_{i=1}^2 h_i(\mathbf{z}) ((A_i + \Delta A_i)\mathbf{e} + (B_i + \Delta B_i)\mathbf{u} + B_{wi}\mathbf{w}) \\ \mathbf{y} &= \sum_{i=1}^2 h_i(\mathbf{z}) C_i \mathbf{e} \end{aligned} \quad (4.91)$$

Les matrices des sous-modèles linéaires sont :

$$A_1 = A_2 = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{C_1}{I_1} & 0 & 0 \\ 0 & -\left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2}\right)C_1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{C_1}{I_2} & 0 & \frac{i_j C_2}{I_3} \\ 0 & 0 & 0 & -\left(\frac{1}{I_3} + \frac{1}{I_4}\right)C_2 \end{pmatrix}$$

Dans le cas du passage de rapport supérieur, les matrices B_i sont :

$$B_1 = \begin{pmatrix} \frac{1}{I_1} & 0 \\ \frac{1}{I_1} & \frac{1}{I_2} \gamma_c \hat{\mu}_s \\ \frac{1}{I_1} & -\left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_j^2}{I_3}\right) \gamma_c \hat{\mu}_s \\ 0 & \frac{i_j}{I_3} \gamma_c \hat{\mu}_s \end{pmatrix}, \quad B_2 = \begin{pmatrix} \frac{1}{I_1} & 0 \\ \frac{1}{I_1} & \frac{1}{I_2} \gamma_c \hat{\mu}_c \\ \frac{1}{I_1} & -\left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_j^2}{I_3}\right) \gamma_c \hat{\mu}_c \\ 0 & \frac{i_j}{I_3} \gamma_c \hat{\mu}_c \end{pmatrix}$$

Pour un passage de rapport inférieur, les matrices B_i sont :

$$B_1 = \begin{pmatrix} \frac{1}{I_1} & 0 \\ \frac{1}{I_1} & -\frac{1}{I_2} \gamma_c \hat{\mu}_s \\ \frac{1}{I_1} & +\left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_j^2}{I_3}\right) \gamma_c \hat{\mu}_s \\ 0 & -\frac{i_j}{I_3} \gamma_c \hat{\mu}_s \end{pmatrix}, \quad B_2 = \begin{pmatrix} \frac{1}{I_1} & 0 \\ \frac{1}{I_1} & -\frac{1}{I_2} \gamma_c \hat{\mu}_c \\ \frac{1}{I_1} & +\left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_j^2}{I_3}\right) \gamma_c \hat{\mu}_c \\ 0 & -\frac{i_j}{I_3} \gamma_c \hat{\mu}_c \end{pmatrix}$$

$$C_1 = C_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B_{w1} = B_{w2} = I$$

$$\mathbf{w} = \begin{pmatrix} -\frac{K_1}{I_1}(\theta_1 - \theta_2) + \frac{1}{I_1} T_e^d(\cdot) - \dot{x}_{1r} \\ -\left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2}\right) K_1(\theta_1 - \theta_2) + \frac{1}{I_2} T_{c1}(\cdot) + \frac{1}{I_1} T_e^d(\cdot) \\ \frac{K_1}{I_2}(\theta_1 - \theta_2) + \frac{i_j K_2}{I_3}(\theta_3 - \theta_4) - \left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_i i_j}{I_3}\right) T_{c1}(\cdot) - \dot{x}_{3r} \\ -\left(\frac{1}{I_3} + \frac{1}{I_4}\right) K_2(\theta_3 - \theta_4) + \frac{i_i}{I_3} T_{c1}(\cdot) + \frac{1}{I_4} T_r(\cdot) \end{pmatrix}$$

Les matrices d'incertitudes sont représentées par :

$$H_a = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad H_b = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$E_{a1} = E_{a2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \left(\frac{1}{I_4^{\min}} - \frac{1}{I_4^{\max}} \right) C_2 \end{pmatrix}$$

$$E_{b1} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{I_2} \gamma_c \frac{\mu_s^{\max} - \mu_s^{\min}}{2} \\ 0 & \left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_j^2}{I_3}\right) \gamma_c \frac{\mu_s^{\max} - \mu_s^{\min}}{2} \\ 0 & \frac{i_j}{I_3} \gamma_c \frac{\mu_s^{\max} - \mu_s^{\min}}{2} \end{pmatrix}, \quad E_{b2} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{I_2} \gamma_c \frac{\mu_c^{\max} - \mu_c^{\min}}{2} \\ 0 & \left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_j^2}{I_3}\right) \gamma_c \frac{\mu_c^{\max} - \mu_c^{\min}}{2} \\ 0 & \frac{i_j}{I_3} \gamma_c \frac{\mu_c^{\max} - \mu_c^{\min}}{2} \end{pmatrix}$$

En appliquant le théorème 4.4 dans le cas de passage de rapport supérieur 1^{er} – 2^{ème}, nous avons une solution avec un taux de convergence $\varepsilon = 0,2$ et un facteur d'atténuation $\gamma = 0,08$

$$X = P^{-1} = 10^5 \begin{pmatrix} 0,0366 & 0,0101 & 0,0057 & 0,0035 \\ 0,0101 & 4,6072 & -0,0143 & -0,7675 \\ 0,0057 & -0,0143 & 0,0331 & -0,0022 \\ 0,0035 & -0,7675 & -0,0022 & 0,1358 \end{pmatrix} \quad (4.92)$$

Les gains de commande PDC associés sont :

$$F_1 = 10^3 \begin{pmatrix} 1,6096 & -0,0515 & 2,7225 & 0,0288 \\ 5,3884 & -0,0915 & -5,7980 & -0,2124 \end{pmatrix} \quad (4.93)$$

$$F_2 = 10^3 \begin{pmatrix} 1,5706 & -0,0503 & 2,2661 & 0,0255 \\ 6,1356 & -0,1285 & -6,7124 & -0,2643 \end{pmatrix} \quad (4.94)$$

Dans le cas d'un passage de rapport inférieur 2^{ème} – 1^{er}, une solution correspondant aux mêmes valeurs pour ε et γ que précédemment est donnée par

$$X = P^{-1} = 10^5 \begin{pmatrix} 0,0223 & 0,0001 & 0,0006 & 0,0023 \\ 0,0001 & 1,7796 & -0,0009 & -0,1819 \\ 0,0006 & -0,0009 & 0,0209 & -0,0021 \\ 0,0023 & -0,1819 & -0,0021 & 0,0254 \end{pmatrix} \quad (4.95)$$

Les gains de commande PDC associés sont :

$$F_1 = 10^3 \begin{pmatrix} 1,0854 & -0,0589 & 1,6535 & 0,0291 \\ -2,5081 & 0,0438 & 1,9481 & 0,2066 \end{pmatrix} \quad (4.96)$$

$$F_2 = 10^3 \begin{pmatrix} 1,0712 & -0,0571 & 1,1712 & 0,0261 \\ -2,4130 & 0,0707 & 2,2486 & 0,2561 \end{pmatrix} \quad (4.97)$$

Afin de valider la loi de commande proposée, différents essais en simulation ont été réalisés. Nous montrons les résultats de simulation dans le cas de passage de rapport supérieur 1^{er} – 2^{ème} avec les paramètres suivants $I_4 = 151,5 \text{ kg.m}^2$ (à 6,8 % près), $\mu_s = 0,81$ (à 1,4 % près), et $\mu_c = 0,68$ (à 14,2 % près). Et ceux de phase de passage de rapport inférieur 2^{ème} – 1^{er} sont : $I_4 = 185,8 \text{ kg.m}^2$ (à 14,3 % près), $\mu_s = 0,72$ (à 10,4 % près), et $\mu_c = 0,68$ (à 14,2 % près). La position du papillon donnée par le conducteur est illustrée sur la figure 3.19. Le temps de changement de vitesses est fixé à 0,8 seconde. Le passage de rapport supérieur commence à 6,22 secondes et celui de passage de rapport inférieur à 8 secondes. La figure 4.16 donne les vitesses angulaires des éléments du GMP en phase de passage de rapport supérieur et la figure 4.17 celles pour le passage de rapport inférieur. L'erreur de poursuite est proposée sur la figure 4.18. La figure 4.19 présente le couple du double embrayage lors du changement de vitesses. La figure 4.20 montre la force normale appliquée sur l'embrayage *on-coming* en phase de changement de vitesses. La figure 4.21 représente les couples du moteur demandé et commandé. Le jerk du véhicule est illustré sur la figure 4.22, et la figure 4.23 donne l'accélération du véhicule lors du changement de vitesses.

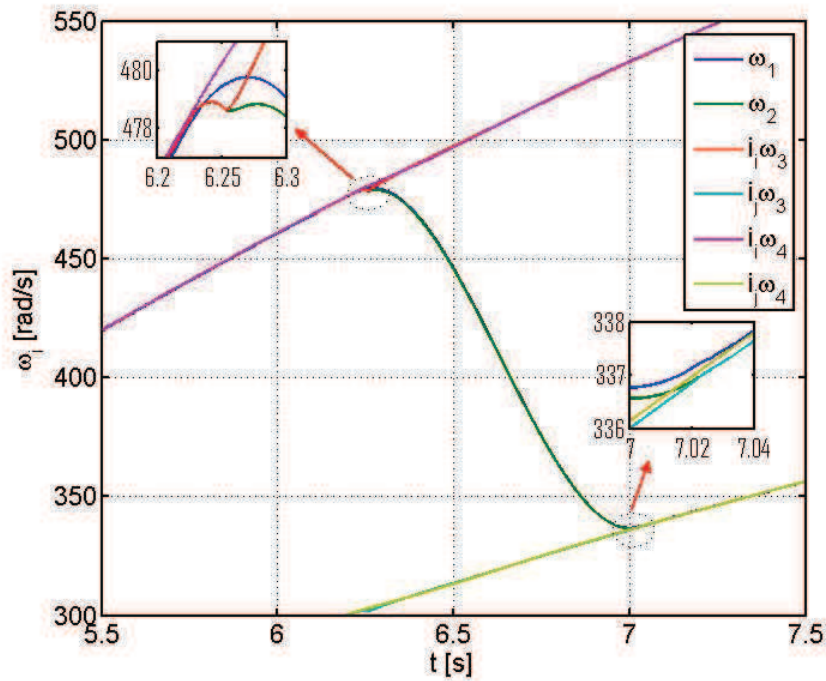


FIGURE 4.16 – Vitesses angulaires des éléments du GMP en phase de passage de rapport supérieur

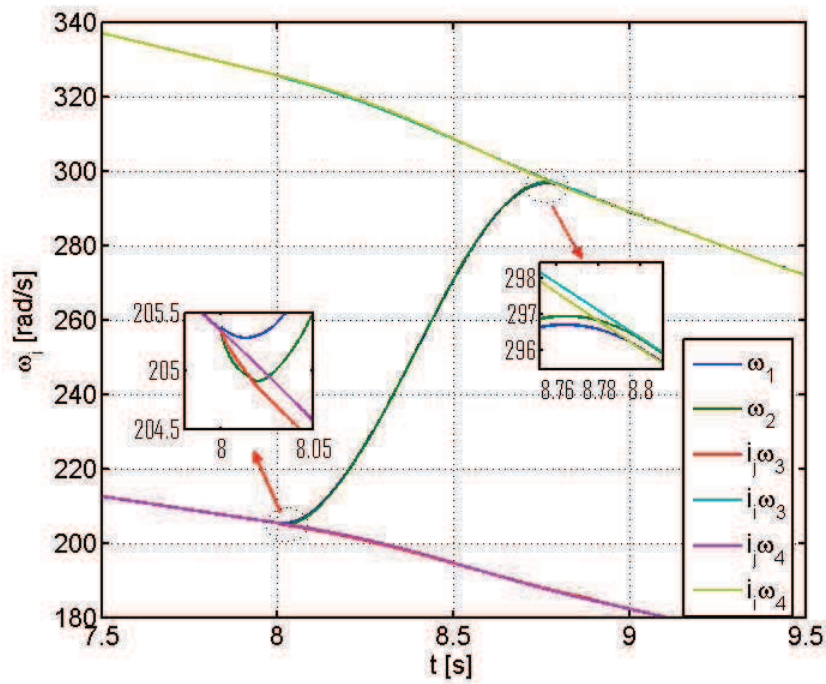


FIGURE 4.17 – Vitesses angulaires des éléments du GMP en phase de passage de rapport inférieur

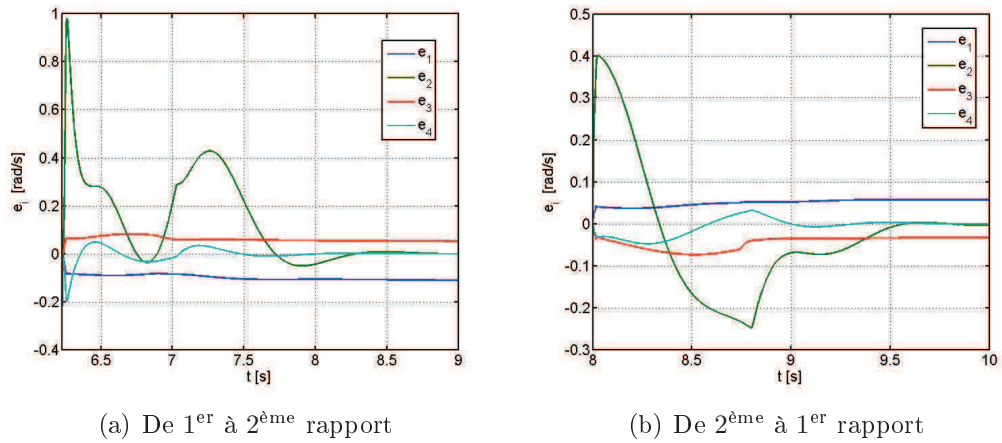


FIGURE 4.18 – Erreur de poursuite des états désirés

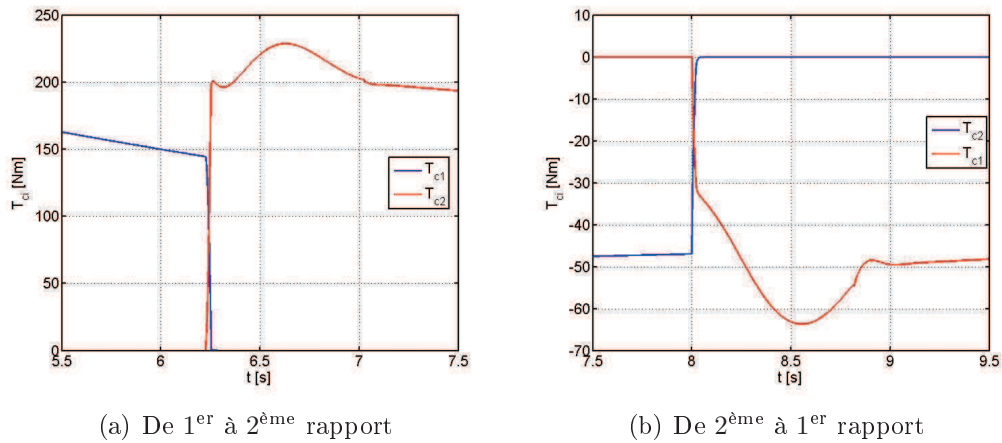


FIGURE 4.19 – Couple du double embrayage lors du changement de vitesses

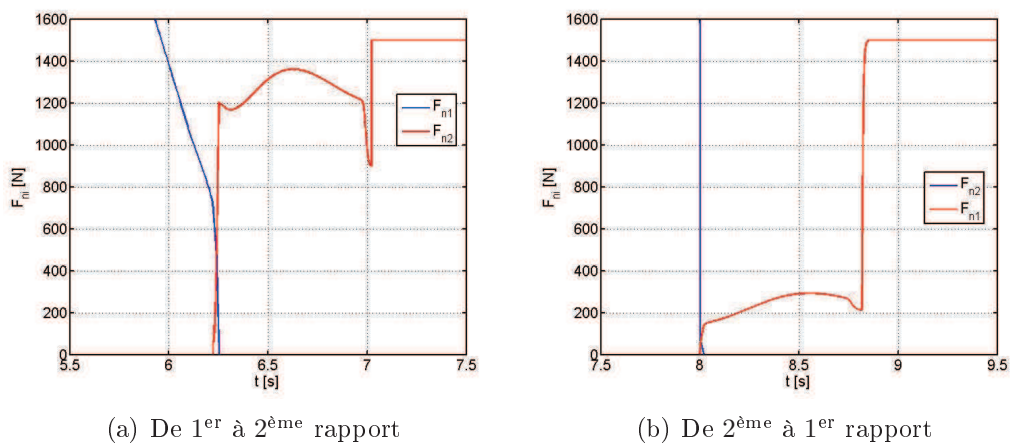
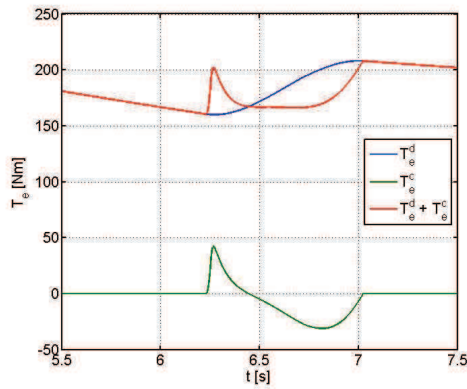
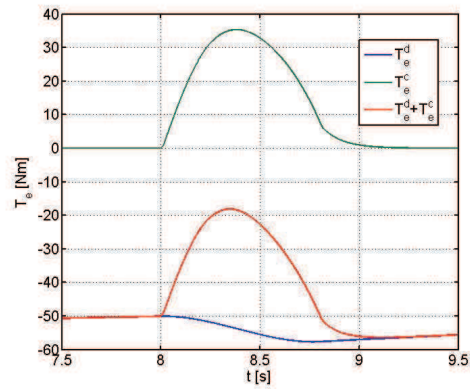


FIGURE 4.20 – Force normale lors du changement de vitesses

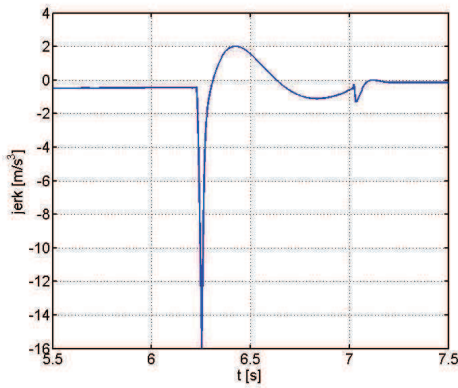


(a) De 1^{er} à 2^{ème} rapport

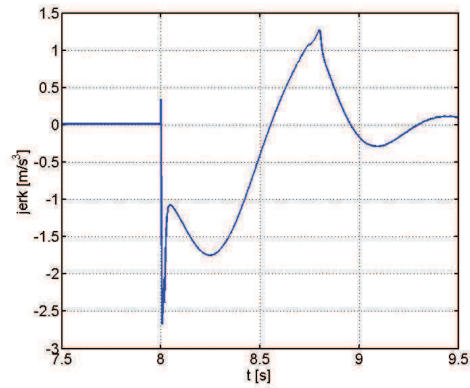


(b) De 2^{ème} à 1^{er} rapport

FIGURE 4.21 – Couple du moteur lors du changement de vitesses

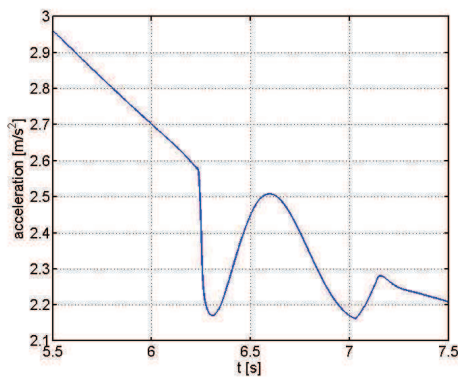


(a) De 1^{er} à 2^{ème} rapport

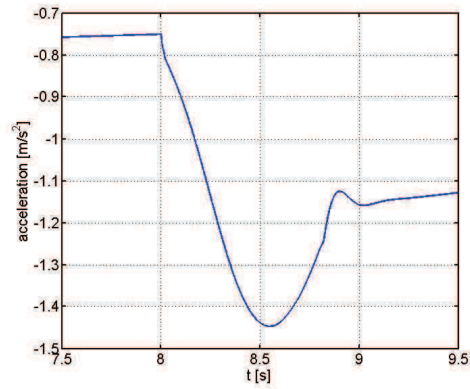


(b) De 2^{ème} à 1^{er} rapport

FIGURE 4.22 – Jerk du véhicule lors du changement de vitesses



(a) De 1^{er} à 2^{ème} rapport



(b) De 2^{ème} à 1^{er} rapport

FIGURE 4.23 – Accélération du véhicule lors du changement de vitesses

Des lois de commande robustes ont été développées dans cette section et les résultats de simulation obtenus ont montré la robustesse de ces lois de commande vis-à-vis de modifications portant sur la masse du véhicule, le coefficient de friction, ainsi que vis-à-vis de perturbations d'entrée telles que le comportement du conducteur, les conditions routières, ou le vent. Cependant, au début du changement de vitesses, le jerk du véhicule reste encore assez grand : celui-ci est directement lié à la stratégie d'ouverture de l'embrayage *off-going* et à la commande de l'embrayage *on-coming*. Une troisième voie a été explorée afin de résoudre ce problème. Dans la section suivante, l'embrayage *off-going* et l'embrayage *on-coming* sont contrôlés ensemble en phase de changement de vitesses. Pour ce faire, une loi de commande à commutations basée sur l'utilisation d'un modèle TS incertain à commutations a été développée.

4.7 Commande d'un double embrayage pour le changement de vitesses de transmissions basée sur un modèle TS incertain à commutations

4.7.1 Stabilisation robuste des modèles Takagi-Sugeno flous incertains à commutations

La structure du modèle TS à commutations comprend deux niveaux de règles : un pour définir la région de commutation et l'autre pour définir le modèle TS dans cette région [Tanaka et Wang, 2000]. Le modèle TS à commutations peut alors être interprété comme une famille de modèles TS (1 dans chaque région de commutations) qui commutent en fonction des variables de prémisse. Un modèle TS incertain à commutations avec des perturbations externes peut s'écrire sous la forme :

Règle de la région k :

Si $z_{11}(t)$ est N_{k1} et $z_{12}(t)$ est N_{k2} et ... et $z_{1q}(t)$ est N_{kq} alors

(Modèle TS local) :

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_k &= \sum_{i=1}^r h_i(\mathbf{z}_2) ((A_{ki} + \Delta A_{ki})\mathbf{x}_k + (B_{ki} + \Delta B_{ki})\mathbf{u}_k + B_{wki}\mathbf{w}_k) \\ \mathbf{y}_k &= \sum_{i=1}^r h_i(\mathbf{z}_2) C_{ki}\mathbf{x}_k, \quad i = 1, 2, \dots, r, \quad k = 1, 2, \dots, s \end{aligned} \quad (4.98)$$

où r est le nombre de règles du modèle TS local ; s est le nombre de régions ; \mathbf{z}_1 est le vecteur qui contient les q variables de prémisses $z_{1i}(t)$ permettant de définir les commutations ; \mathbf{z}_2 est le vecteur de variables des prémisses des modèles TS locaux ; N_{ki} ($i = 1, 2, \dots, q$) sont les ensembles flous de degré d'appartenance définies par [Tanaka et Wang, 2000] :

$$N_{ki}(z_{1i}) = \begin{cases} 1, & \text{si } z_{1i} \in N_{ki}; \\ 0, & \text{autrement.} \end{cases}, \quad i = 1, 2, \dots, q \quad (4.99)$$

On suppose les ensembles N_{ki} disjoints deux à deux.

Considérons les fonctions scalaires positives v_k définies par :

$$v_k(\mathbf{z}_1) = \frac{\prod_{i=1}^q N_{ki}(z_{1i}(t))}{\sum_{k=1}^s \prod_{i=1}^q N_{ki}(z_{1i}(t))} \quad (4.100)$$

Ces fonctions satisfont à la propriété de somme convexe. De plus, à partir de (4.99), nous avons

$$v_k(\mathbf{z}_1) = \begin{cases} 1, & \text{si } \mathbf{z}_1 \in \text{région } k; \\ 0, & \text{autrement.} \end{cases}, \quad k = 1, 2, \dots, s \quad (4.101)$$

Les variables d'état, de commande, et de perturbations pour le modèle TS à commutations sont respectivement :

$$\mathbf{x} \triangleq \sum_{k=1}^s v_k(\mathbf{z}_1) \mathbf{x}_k \quad (4.102)$$

$$\mathbf{u} \triangleq \sum_{k=1}^s v_k(\mathbf{z}_1) \mathbf{u}_k \quad (4.103)$$

$$\mathbf{w} \triangleq \sum_{k=1}^s v_k(\mathbf{z}_1) \mathbf{w}_k \quad (4.104)$$

D'où

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \sum_{k=1}^s (v_k(\mathbf{z}_1) \dot{\mathbf{x}}_k + \dot{v}_k(\mathbf{z}_1) \mathbf{x}_k) \\ &= \sum_{k=1}^s \sum_{i=1}^r v_k(\mathbf{z}_1) h_i(\mathbf{z}_2) ((A_{ki} + \Delta A_{ki}) \mathbf{x}_k + (B_{ki} + \Delta B_{ki}) \mathbf{u}_k + B_{wki} \mathbf{w}_k) \\ &= \sum_{i=1}^r h_i(\mathbf{z}_2) \left(\sum_{k=1}^s v_k(\mathbf{z}_1) (A_{ki} + \Delta A_{ki}) \mathbf{x}_k + \sum_{k=1}^s v_k(\mathbf{z}_1) (B_{ki} + \Delta B_{ki}) \mathbf{u}_k \right. \\ &\quad \left. + \sum_{k=1}^s v_k(\mathbf{z}_1) B_{wki} \mathbf{w}_k \right) \\ &= \sum_{i=1}^r h_i(\mathbf{z}_2) \left(\sum_{k=1}^s \sum_{k=1}^s v_k(\mathbf{z}_1) v_k(\mathbf{z}_1) (A_{ki} + \Delta A_{ki}) \mathbf{x}_k \right. \\ &\quad \left. + \sum_{k=1}^s \sum_{k=1}^s v_k(\mathbf{z}_1) v_k(\mathbf{z}_1) (B_{ki} + \Delta B_{ki}) \mathbf{u}_k + \sum_{k=1}^s \sum_{k=1}^s v_k(\mathbf{z}_1) v_k(\mathbf{z}_1) B_{wki} \mathbf{w}_k \right) \\ &= \sum_{i=1}^r h_i(\mathbf{z}_2) \left(\sum_{k=1}^s v_k(\mathbf{z}_1) (A_{ki} + \Delta A_{ki}) \sum_{k=1}^s v_k(\mathbf{z}_1) \mathbf{x}_k \right. \\ &\quad \left. + \sum_{k=1}^s v_k(\mathbf{z}_1) (B_{ki} + \Delta B_{ki}) \sum_{k=1}^s v_k(\mathbf{z}_1) \mathbf{u}_k + \sum_{k=1}^s v_k(\mathbf{z}_1) B_{wki} \sum_{k=1}^s v_k(\mathbf{z}_1) \mathbf{w}_k \right) \\ &= \sum_{k=1}^s \sum_{i=1}^r v_k(\mathbf{z}_1) h_i(\mathbf{z}_2) ((A_{ki} + \Delta A_{ki}) \mathbf{x} + (B_{ki} + \Delta B_{ki}) \mathbf{u} + B_{wki} \mathbf{w}) \end{aligned} \quad (4.105)$$

De la même façon,

$$\begin{aligned}
 \mathbf{y} &= \sum_{k=1}^s \sum_{i=1}^r v_k(\mathbf{z}_1) h_i(\mathbf{z}_2) C_{ki} \mathbf{x}_k \\
 &= \sum_{i=1}^r \sum_{k=1}^s \sum_{k=1}^s v_k(\mathbf{z}_1) v_k(\mathbf{z}_1) h_i(\mathbf{z}_2) C_{ki} \mathbf{x}_k \\
 &= \sum_{k=1}^s \sum_{i=1}^r v_k(\mathbf{z}_1) h_i(\mathbf{z}_2) C_{ki} \mathbf{x}
 \end{aligned} \tag{4.106}$$

Donc, les sorties finales du modèle TS incertain à commutations sont inférées de la façon suivante :

$$\begin{aligned}
 \dot{\mathbf{x}} &= \sum_{k=1}^s \sum_{i=1}^r v_k(\mathbf{z}_1) h_i(\mathbf{z}_2) ((A_{ki} + \Delta A_{ki}) \mathbf{x} + (B_{ki} + \Delta B_{ki}) \mathbf{u} + B_{wki} \mathbf{w}) \\
 \mathbf{y} &= \sum_{k=1}^s \sum_{i=1}^r v_k(\mathbf{z}_1) h_i(\mathbf{z}_2) C_{ki} \mathbf{x}
 \end{aligned} \tag{4.107}$$

où A_{ki} , B_{ki} , C_{ki} et B_{wki} , $i = 1, 2, \dots, r$, $k = 1, 2, \dots, s$, sont des matrices constantes de tailles appropriées. Les paramètres incertains sont supposés bornés en norme et écrits sous la forme [Tanaka et Wang, 2001] :

$$\Delta A_{ki} = H_a \Delta_a(t) E_{aki} \tag{4.108}$$

$$\Delta B_{ki} = H_b \Delta_b(t) E_{bki} \tag{4.109}$$

où les matrices H_a , H_b , E_{aki} et E_{bki} sont constantes et les matrices $\Delta_a(t)$ et $\Delta_b(t)$ satisfont les conditions :

$$\Delta_a(t)^T \Delta_a(t) \leq I \tag{4.110}$$

$$\Delta_b(t)^T \Delta_b(t) \leq I \tag{4.111}$$

L'atténuation de l'effet de la perturbation sur la sortie peut être réalisée en minimisant γ sujet à

$$\sup_{\mathbf{w}(t) \neq 0} \frac{\|\mathbf{y}(t)\|_2}{\|\mathbf{w}(t)\|_2} < \gamma \tag{4.112}$$

À partir de l'expression (4.103), une nouvelle loi de commande PDC est proposée afin de stabiliser le modèle TS à commutation (4.107) :

$$\mathbf{u} = - \sum_{l=1}^s \sum_{j=1}^r v_l(\mathbf{z}_1) h_j(\mathbf{z}_2) F_{lj} \mathbf{x} \tag{4.113}$$

Théorème 4.5 *S'il existe des matrices $X = X^T > 0$ et M_{kj} ($k = 1, 2, \dots, s$, $j = 1, 2, \dots, r$), ainsi que des scalaires γ , $\tau_a > 0$ et $\tau_b > 0$ tels que les conditions (4.23) soient vérifiées avec*

$$\Gamma_{kij} \triangleq \begin{pmatrix}
 \mathcal{H}(A_{ki}X - B_{ki}M_{kj}) & (*) & (*) & (*) & (*) \\
 +\tau_a H_a H_a^T + \tau_b H_b H_b^T & & & & \\
 B_{wki}^T & -\gamma^2 I & (*) & (*) & (*) \\
 C_{ki}X & 0 & -I & (*) & (*) \\
 E_{aki}X & 0 & 0 & -\tau_a I & (*) \\
 E_{bki}M_{kj} & 0 & 0 & 0 & -\tau_b I
 \end{pmatrix}$$

alors, pour les gains de commande PDC donnés par :

$$F_{kj} = M_{kj}X^{-1}, \quad j = 1, \dots, r, \quad k = 1, 2, \dots, s,$$

le modèle TS continu incertain à commutations (4.107)-(4.113) est GAS avec un facteur d'atténuation de la perturbation inférieur ou égal à γ .

Remarque. Le taux de convergence ε peut être facilement introduit sous la forme :

$$\Gamma_{kij} \triangleq \begin{pmatrix} \mathcal{H}(A_{ki}X - B_{ki}M_{kj}) & (*) & (*) & (*) & (*) \\ +\tau_a H_a H_a^T + \tau_b H_b H_b^T + \varepsilon X & (*) & (*) & (*) & (*) \\ B_{wki}^T & -\gamma^2 I & (*) & (*) & (*) \\ C_{ki}X & 0 & -I & (*) & (*) \\ E_{aki}X & 0 & 0 & -\tau_a I & (*) \\ E_{bki}M_{kj} & 0 & 0 & 0 & -\tau_b I \end{pmatrix} \quad (4.114)$$

Preuve: La démonstration de ce résultat est identique à celle du résultat précédent, le lecteur peut se référer pour plus de détail à [Lendek *et al.*, 2010, section 3.4].

4.7.2 Application à la commande du double embrayage en phase de changement de vitesses

Modèle flou TS incertain à commutations

On utilise ici l'algorithme pour le passage de rapport supérieur introduit dans [Goetz *et al.*, 2005]. Au début du changement de vitesses, la force normale F_{n2} appliquée sur l'embrayage *on-coming* est augmentée de manière linéaire, tandis que celle appliquée sur l'embrayage *off-going*, F_{n1} , est contrôlée pour maintenir l'accélération du véhicule constante. Évidemment, la force normale F_{n1} décroît. Lorsqu'elle atteint zéro, la force normale F_{n2} est contrôlée pour synchroniser l'embrayage *on-coming*.

Dans la région où $F_{n1} > 0$, les variables d'états sont : $x_1 = \omega_1$, $x_2 = \omega_1 - \omega_2$, $x_3 = \Delta\omega_1 = \omega_2 - i_i\omega_3$ et $x_4 = \omega_3 - \omega_4$. Les variables de commande sont $u_1 = T_e^c$ et $u_2 = F_{n1}$. Le couple de l'embrayage *on-coming* T_{c2} est considéré comme une perturbation. Le modèle (4.60) est réécrit comme suit :

$$\dot{x}_1 = -\frac{C_1}{I_1}x_2 + \frac{1}{I_1}u_1 - \frac{K_1}{I_1}(\theta_1 - \theta_2) + \frac{1}{I_1}T_e^d(\cdot) \quad (4.115a)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 = & -\left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2}\right)C_1x_2 + \frac{1}{I_1}u_1 + \frac{1}{I_2}\gamma_c\mu(x_3)\text{sign}(x_3)u_2 \\ & -\left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2}\right)K_1(\theta_1 - \theta_2) + \frac{1}{I_2}T_{c2}(\cdot) + \frac{1}{I_1}T_e^d(\cdot) \end{aligned} \quad (4.115b)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_3 = & \frac{C_1}{I_2}x_2 + \frac{i_i C_2}{I_3}x_4 - \left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_i^2}{I_3}\right)\gamma_c\mu(x_3)\text{sign}(x_3)u_2 \\ & + \frac{K_1}{I_2}(\theta_1 - \theta_2) + \frac{i_i K_2}{I_3}(\theta_3 - \theta_4) - \left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_i i_j}{I_3}\right)T_{c2}(\cdot) \end{aligned} \quad (4.115c)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_4 = & -\left(\frac{1}{I_3} + \frac{1}{I_4}\right)C_2x_4 + \frac{i_i}{I_3}\gamma_c\mu(x_3)\text{sign}(x_3)u_2 \\ & -\left(\frac{1}{I_3} + \frac{1}{I_4}\right)K_2(\theta_3 - \theta_4) + \frac{i_j}{I_3}T_{c2}(\cdot) + \frac{1}{I_4}T_r(\cdot) \end{aligned} \quad (4.115d)$$

Le modèle dynamique de l'erreur de poursuite de la trajectoire désirée \mathbf{x}_{1r} est alors :

$$\dot{e}_1 = -\frac{C_1}{I_1}e_2 + \frac{1}{I_1}u_1 - \frac{K_1}{I_1}(\theta_1 - \theta_2) + \frac{1}{I_1}T_e^d(\cdot) - \dot{x}_{1r} \quad (4.116a)$$

$$\begin{aligned} \dot{e}_2 = & -\left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2}\right)C_1e_2 + \frac{1}{I_1}u_1 + \frac{1}{I_2}\gamma_c\mu(x_3)\text{sign}(x_3)u_2 \\ & -\left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2}\right)K_1(\theta_1 - \theta_2) + \frac{1}{I_2}T_{c2}(\cdot) + \frac{1}{I_1}T_e^d(\cdot) \end{aligned} \quad (4.116b)$$

$$\begin{aligned} \dot{e}_3 = & \frac{C_1}{I_2}e_2 + \frac{i_i C_2}{I_3}e_4 - \left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_i^2}{I_3}\right)\gamma_c\mu(x_3)\text{sign}(x_3)u_2 \\ & + \frac{K_1}{I_2}(\theta_1 - \theta_2) + \frac{i_i K_2}{I_3}(\theta_3 - \theta_4) - \left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_i i_j}{I_3}\right)T_{c2}(\cdot) - \dot{x}_{3r} \end{aligned} \quad (4.116c)$$

$$\begin{aligned} \dot{e}_4 = & -\left(\frac{1}{I_3} + \frac{1}{I_4}\right)C_2e_4 + \frac{i_i}{I_3}\gamma_c\mu(x_3)\text{sign}(x_3)u_2 \\ & -\left(\frac{1}{I_3} + \frac{1}{I_4}\right)K_2(\theta_3 - \theta_4) + \frac{i_j}{I_3}T_{c2}(\cdot) + \frac{1}{I_4}T_r(\cdot) \end{aligned} \quad (4.116d)$$

où e_i , $i = 1, 2, \dots, 4$, sont les erreurs de poursuite de trajectoire,

$$\mathbf{x}_{1r} = (\omega_{1r} \quad 0 \quad \Delta\omega_{1r} \quad 0)^T \quad (4.117)$$

ω_{1r} est la trajectoire désirée pour la vitesse du moteur, $\Delta\omega_{1r}$ est la trajectoire désirée pour la vitesse de glissement de l'embrayage *off-going*, qui sont définies par :

$$\omega_{1r} = \omega_1(t_0) + \dot{\omega}_1(t_0)(t - t_0), \quad \forall t \geq t_0 \quad (4.118)$$

$$x_{3r} = \epsilon \quad (4.119)$$

où t_0 est le temps de début de passage de rapport, ϵ est une constante positive.

Dans la région où $F_{n1} \leq 0$, les variables d'états sont $x_1 = \omega_1$, $x_2 = \omega_1 - \omega_2$, $x_3 = \Delta\omega_2 = \omega_2 - i_j\omega_3$, $x_4 = \omega_3 - \omega_4$. Les variables de commande sont $u_1 = T_e^c$, $u_2 = F_{n2}$, le couple de l'embrayage *off-going* est considéré comme une perturbation. Le modèle (4.60) est réécrit comme suit :

$$\dot{x}_1 = -\frac{C_1}{I_1}x_2 + \frac{1}{I_1}u_1 - \frac{K_1}{I_1}(\theta_1 - \theta_2) + \frac{1}{I_1}T_e^d(\cdot) \quad (4.120a)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 = & -\left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2}\right)C_1x_2 + \frac{1}{I_1}u_1 + \frac{1}{I_2}\gamma_c\mu(x_3)\text{sign}(x_3)u_2 \\ & -\left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2}\right)K_1(\theta_1 - \theta_2) + \frac{1}{I_2}T_{c1}(\cdot) + \frac{1}{I_1}T_e^d(\cdot) \end{aligned} \quad (4.120b)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_3 = & \frac{C_1}{I_2}x_2 + \frac{i_j C_2}{I_3}x_4 - \left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_j^2}{I_3}\right)\gamma_c\mu(x_3)\text{sign}(x_3)u_2 \\ & + \frac{K_1}{I_2}(\theta_1 - \theta_2) + \frac{i_j K_2}{I_3}(\theta_3 - \theta_4) - \left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_i i_j}{I_3}\right)T_{c1}(\cdot) \end{aligned} \quad (4.120c)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_4 = & -\left(\frac{1}{I_3} + \frac{1}{I_4}\right)C_2x_4 + \frac{i_j}{I_3}\gamma_c\mu(x_3)\text{sign}(x_3)u_2 \\ & -\left(\frac{1}{I_3} + \frac{1}{I_4}\right)K_2(\theta_3 - \theta_4) + \frac{i_i}{I_3}T_{c1}(\cdot) + \frac{1}{I_4}T_r(\cdot) \end{aligned} \quad (4.120d)$$

Le modèle dynamique de l'erreur de poursuite de la trajectoire désirée \mathbf{x}_{2r} est alors :

$$\dot{e}_1 = -\frac{C_1}{I_1}e_2 + \frac{1}{I_1}u_1 - \frac{K_1}{I_1}(\theta_1 - \theta_2) + \frac{1}{I_1}T_e^d(\cdot) - \dot{x}_{1r} \quad (4.121a)$$

$$\begin{aligned} \dot{e}_2 = & -\left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2}\right)C_1e_2 + \frac{1}{I_1}u_1 + \frac{1}{I_2}\gamma_c\mu(x_3)\text{sign}(x_3)u_2 \\ & -\left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2}\right)K_1(\theta_1 - \theta_2) + \frac{1}{I_2}T_{c1}(\cdot) + \frac{1}{I_1}T_e^d(\cdot) \end{aligned} \quad (4.121b)$$

$$\begin{aligned} \dot{e}_3 = & \frac{C_1}{I_2}e_2 + \frac{i_j C_2}{I_3}e_4 - \left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_j^2}{I_3}\right)\gamma_c\mu(x_3)\text{sign}(x_3)u_2 \\ & + \frac{K_1}{I_2}(\theta_1 - \theta_2) + \frac{i_j K_2}{I_3}(\theta_3 - \theta_4) - \left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_j i_j}{I_3}\right)T_{c1}(\cdot) - \dot{x}_{3r} \end{aligned} \quad (4.121c)$$

$$\begin{aligned} \dot{e}_4 = & -\left(\frac{1}{I_3} + \frac{1}{I_4}\right)C_2e_4 + \frac{i_j}{I_3}\gamma_c\mu(x_3)\text{sign}(x_3)u_2 \\ & -\left(\frac{1}{I_3} + \frac{1}{I_4}\right)K_2(\theta_3 - \theta_4) + \frac{i_i}{I_3}T_{c1}(\cdot) + \frac{1}{I_4}T_r(\cdot) \end{aligned} \quad (4.121d)$$

où e_i , $i = 1, 2, \dots, 4$, sont les erreurs de poursuite de trajectoire,

$$\mathbf{x}_{2r} = (\omega_{1r} \quad 0 \quad \Delta\omega_{2r} \quad 0)^T \quad (4.122)$$

où ω_{1r} est la trajectoire désirée pour la vitesse du moteur et $\Delta\omega_{2r}$ celle pour la vitesse de glissement de l'embrayage *on-coming*. ces trajectoires de référence sont définies comme à la section 3.4.1 et 3.3.1 du chapitre 3.

À partir de ces équations, les modèles TS dans chacune des deux régions sont obtenus. Le modèle TS à commutations prend alors la forme :

- Région 1, $F_{n1} > 0$

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}}_1 &= \sum_{i=1}^2 h_i(\mathbf{z}_2) ((A_{1i} + \Delta A_{1i})\mathbf{e}_1 + (B_{1i} + \Delta B_{1i})\mathbf{u}_1 + B_{w1i}\mathbf{w}_1) \\ \mathbf{y}_1 &= \sum_{i=1}^2 h_i(\mathbf{z}_2) C_{1i}\mathbf{e}_1 \end{aligned} \quad (4.123)$$

- Région 2, $F_{n1} \leq 0$

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}}_2 &= \sum_{i=1}^2 h_i(\mathbf{z}_2) ((A_{2i} + \Delta A_{2i})\mathbf{e}_2 + (B_{2i} + \Delta B_{2i})\mathbf{u}_2 + B_{w2i}\mathbf{w}_2) \\ \mathbf{y}_2 &= \sum_{i=1}^2 h_i(\mathbf{z}_2) C_{2i}\mathbf{e}_2 \end{aligned} \quad (4.124)$$

où :

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_1 &= (\omega_1 - \omega_{1r} \quad \omega_1 - \omega_2 \quad (\omega_2 - i_i\omega_3) - \Delta\omega_{1r} \quad \omega_3 - \omega_4)^T \\ \mathbf{e}_2 &= (\omega_1 - \omega_{1r} \quad \omega_1 - \omega_2 \quad (\omega_2 - i_j\omega_3) - \Delta\omega_{2r} \quad \omega_3 - \omega_4)^T \\ \mathbf{u}_1 = \mathbf{u}_2 &= (T_e^c \quad F_{n1} \quad F_{n2})^T \end{aligned}$$

$$\mathbf{w}_1 = \begin{pmatrix} \frac{1}{I_1} T_e^d(\cdot) - \frac{K_1}{I_1} (\theta_1 - \theta_2) - \dot{x}_{1r} \\ - \left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} \right) K_1 (\theta_1 - \theta_2) + \frac{1}{I_2} T_{c2}(\cdot) + \frac{1}{I_1} T_e^d(\cdot) \\ \frac{K_1}{I_2} (\theta_1 - \theta_2) + \frac{i_i K_2}{I_3} (\theta_3 - \theta_4) - \left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_i i_j}{I_3} \right) T_{c2}(\cdot) - \dot{x}_{3r} \\ - \left(\frac{1}{I_3} + \frac{1}{\hat{I}_4} \right) K_2 (\theta_3 - \theta_4) + \frac{1}{\hat{I}_4} T_r(\cdot) \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{w}_2 = \begin{pmatrix} \frac{1}{I_1} T_e^d(\cdot) - \frac{K_1}{I_1} (\theta_1 - \theta_2) - \dot{x}_{1r} \\ - \left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} \right) K_1 (\theta_1 - \theta_2) + \frac{1}{I_2} T_{c1}(\cdot) + \frac{1}{I_1} T_e^d(\cdot) \\ \frac{K_1}{I_2} (\theta_1 - \theta_2) + \frac{i_j K_2}{I_3} (\theta_3 - \theta_4) - \left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_i i_j}{I_3} \right) T_{c1}(\cdot) - \dot{x}_{3r} \\ - \left(\frac{1}{I_3} + \frac{1}{\hat{I}_4} \right) K_2 (\theta_3 - \theta_4) + \frac{1}{\hat{I}_4} T_r(\cdot) \end{pmatrix}$$

Les matrices des sous-modèles linéaires sont :

$$A_{11} = A_{12} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{C_1}{I_1} & 0 & 0 \\ 0 & -\left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} \right) C_1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{C_1}{I_2} & 0 & \frac{i_i C_2}{I_3} \\ 0 & 0 & 0 & -\left(\frac{1}{I_3} + \frac{1}{\hat{I}_4} \right) C_2 \end{pmatrix}$$

$$A_{21} = A_{22} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{C_1}{I_1} & 0 & 0 \\ 0 & -\left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} \right) C_1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{C_1}{I_2} & 0 & \frac{i_j C_2}{I_3} \\ 0 & 0 & 0 & -\left(\frac{1}{I_3} + \frac{1}{\hat{I}_4} \right) C_2 \end{pmatrix}$$

$$B_{11} = \begin{pmatrix} \frac{1}{I_1} & 0 & 0 \\ \frac{1}{I_1} & \frac{1}{I_2} \gamma_c \hat{\mu}_s & 0 \\ \frac{1}{I_1} & -\left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_i^2}{I_3} \right) \gamma_c \hat{\mu}_s & 0 \\ 0 & \frac{i_i}{I_3} \gamma_c \hat{\mu}_s & 0 \end{pmatrix}, \quad B_{12} = \begin{pmatrix} \frac{1}{I_1} & 0 & 0 \\ \frac{1}{I_1} & \frac{1}{I_2} \gamma_c \hat{\mu}_c & 0 \\ \frac{1}{I_1} & -\left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_i^2}{I_3} \right) \gamma_c \hat{\mu}_c & 0 \\ 0 & \frac{i_i}{I_3} \gamma_c \hat{\mu}_c & 0 \end{pmatrix}$$

$$B_{21} = \begin{pmatrix} \frac{1}{I_1} & 0 & 0 \\ \frac{1}{I_1} & 0 & \frac{1}{I_2} \gamma_c \hat{\mu}_s \\ \frac{1}{I_1} & 0 & -\left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_j^2}{I_3}\right) \gamma_c \hat{\mu}_s \\ 0 & 0 & \frac{i_j}{I_3} \gamma_c \hat{\mu}_s \end{pmatrix}, \quad B_{22} = \begin{pmatrix} \frac{1}{I_1} & 0 & 0 \\ \frac{1}{I_1} & 0 & \frac{1}{I_2} \gamma_c \hat{\mu}_c \\ \frac{1}{I_1} & 0 & -\left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_j^2}{I_3}\right) \gamma_c \hat{\mu}_c \\ 0 & 0 & \frac{i_j}{I_3} \gamma_c \hat{\mu}_c \end{pmatrix}$$

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad i, j = 1, 2$$

Les matrices d'incertitude sont :

$$H_a = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad H_b = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$E_{aij} = \left(0 \quad 0 \quad 0 \quad \frac{1}{2} \left(\frac{1}{I_4^{min}} - \frac{1}{I_4^{max}}\right) C_2\right), \quad i = 1, 2, j = 1, 2$$

$$E_{b11} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{I_2} \gamma_c \frac{\mu_s^{max} - \mu_s^{min}}{2} & 0 \\ 0 & \left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_i^2}{I_3}\right) \gamma_c \frac{\mu_s^{max} - \mu_s^{min}}{2} & 0 \\ 0 & \frac{i_i}{I_3} \gamma_c \frac{\mu_s^{max} - \mu_s^{min}}{2} & 0 \end{pmatrix}, \quad E_{b12} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{I_2} \gamma_c \frac{\mu_c^{max} - \mu_c^{min}}{2} & 0 \\ 0 & \left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_i^2}{I_3}\right) \gamma_c \frac{\mu_c^{max} - \mu_c^{min}}{2} & 0 \\ 0 & \frac{i_i}{I_3} \gamma_c \frac{\mu_c^{max} - \mu_c^{min}}{2} & 0 \end{pmatrix}$$

$$E_{b21} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{I_2} \gamma_c \frac{\mu_s^{max} - \mu_s^{min}}{2} \\ 0 & 0 & \left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_j^2}{I_3}\right) \gamma_c \frac{\mu_s^{max} - \mu_s^{min}}{2} \\ 0 & 0 & \frac{i_j}{I_3} \gamma_c \frac{\mu_s^{max} - \mu_s^{min}}{2} \end{pmatrix}, \quad E_{b22} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{I_2} \gamma_c \frac{\mu_c^{max} - \mu_c^{min}}{2} \\ 0 & 0 & \left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_j^2}{I_3}\right) \gamma_c \frac{\mu_c^{max} - \mu_c^{min}}{2} \\ 0 & 0 & \frac{i_j}{I_3} \gamma_c \frac{\mu_c^{max} - \mu_c^{min}}{2} \end{pmatrix}$$

Le modèle TS à commutations complet est écrit (4.107) comme :

$$\dot{\mathbf{e}} = \sum_{k=1}^2 \sum_{i=1}^2 v_k(\mathbf{z}_1) h_i(\mathbf{z}_2) ((A_{ki} + \Delta A_{ki}) \mathbf{e} + (B_{ki} + \Delta B_{ki}) \mathbf{u} + B_{wki} \mathbf{w}) \quad (4.125)$$

$$\mathbf{y} = \sum_{k=1}^2 \sum_{i=1}^2 v_k(\mathbf{z}_1) h_i(\mathbf{z}_2) C_{ki} \mathbf{e}$$

où :

$$v_1(\mathbf{z}_1) = \begin{cases} 1, & \text{si } F_{n1} > 0; \\ 0, & \text{si } F_{n1} \leq 0. \end{cases} \quad (4.126)$$

$$v_2(\mathbf{z}_1) = 1 - v_1(\mathbf{z}_1) = \begin{cases} 0, & \text{si } F_{n1} > 0; \\ 1, & \text{si } F_{n1} \leq 0. \end{cases} \quad (4.127)$$

Loi de commande

En appliquant le théorème 4.5 dans le cas du passage de rapport supérieur de 1^{er} à 2^{ème}, une solution est obtenue avec un facteur d'atténuation $\gamma = 0,07$, $\tau_a = 111,1$, $\tau_b = 593,3$

$$X = P^{-1} = 10^4 \begin{pmatrix} 0,0576 & 0,0405 & 0,0114 & 0,0007 \\ 0,0405 & 1,0743 & -0,0411 & -0,0520 \\ 0,0114 & -0,0411 & 0,0550 & -0,0003 \\ 0,0007 & -0,0520 & -0,0003 & 0,0432 \end{pmatrix} \quad (4.128)$$

Les gains de commande associés sont :

$$F_{11} = 10^3 \begin{pmatrix} 0,3528 & -0,0363 & 0,8764 & -0,0046 \\ 1,5331 & -0,1078 & -1,6538 & -0,1135 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.129)$$

$$F_{12} = 10^3 \begin{pmatrix} 0,5637 & -0,0625 & -0,1336 & 0,0332 \\ -0,0023 & -0,1492 & -1,5797 & -0,1395 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.130)$$

$$F_{21} = 10^3 \begin{pmatrix} -0,1685 & -0,0013 & 3,3557 & -0,1442 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 8,5823 & -0,1092 & -3,7520 & -0,0914 \end{pmatrix} \quad (4.131)$$

$$F_{22} = 10^3 \begin{pmatrix} 0,9850 & -0,0818 & -2,2042 & 0,1459 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -6,7034 & -0,2440 & -1,0254 & 0,0409 \end{pmatrix} \quad (4.132)$$

Différents essais en simulations ont été réalisés et des comparaisons avec les commandes à modes glissants sont proposées. Dans la suite, les résultats obtenus en simulation dans le cas de changement de vitesses 1^{er} – 2^{ème} avec les paramètres incertains $I_4 = 178,3 \text{ kg.m}^2$ (à 11,5 % près), $\mu_s = 0,91$ (à 13,7 % près), et $\mu_c = 0,6837$ (à 13,9 % près) sont présentés. La position du papillon donnée par le conducteur est montrée sur la figure 3.19. Le temps d'engagement de l'embrayage est fixé à 0,8 seconde. Le changement de vitesses commence à 6 secondes et le moment de commutation est à 6,25 secondes. La figure 4.24 illustre les vitesses angulaires des éléments du GMP en phase de changement de vitesses de 1^{er} à 2^{ème} rapport. L'erreur de poursuite de la trajectoire désirée est donnée dans la figure 4.25. Au moment de commutation, l'erreur de poursuite transite doucement sans variation brusque. Le jerk du véhicule est montré sur la figure 4.26, celui-ci est beaucoup amélioré en comparaison avec les lois de commande PDC précédentes, en particulier au début de la phase de changement de vitesses. La borne du jerk est relativement basse aux alentours de $2,5 \text{ m/s}^3$. Le couple du double embrayage et le couple de l'arbre de sortie lors du changement de vitesses sont représentés sur la figure 4.27. Le couple de l'arbre de sortie varie beaucoup moins lors du changement de vitesses, particulièrement en phase de transition de l'embrayage *off-going* à l'embrayage *on-coming*. La figure 4.28 montre la force normale appliquée sur le double embrayage lors du changement de vitesses. La figure 4.29 représente les couples du moteur demandé et commandé. Le comportement du moteur en phase de changement de vitesses est proposé sur la figure 4.30. Et finalement, la variable d'accélération du véhicule lors du changement de vitesses est donnée sur la figure 4.31.

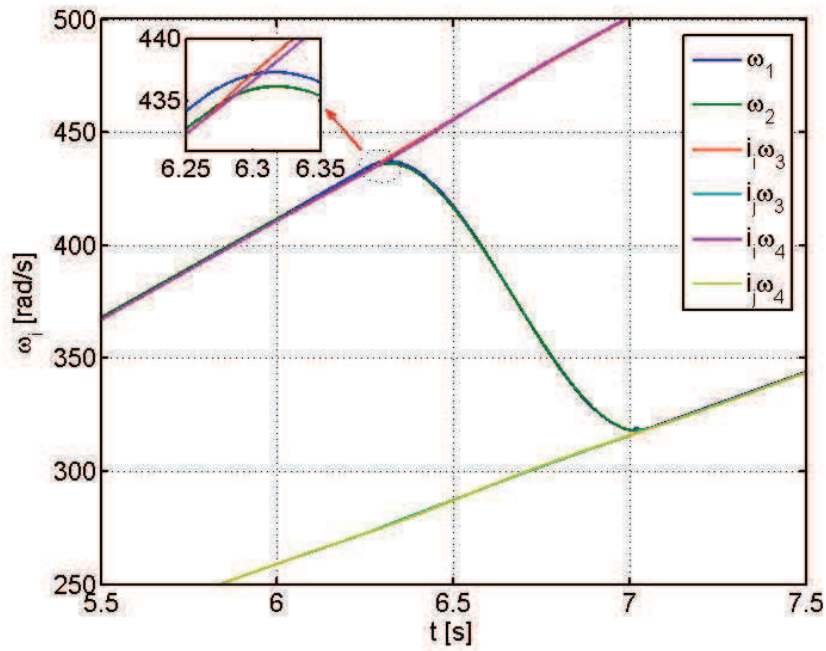


FIGURE 4.24 – Vitesses angulaires des éléments du GMP en phase de passage de rapport supérieur 1^{er} – 2^{ème}

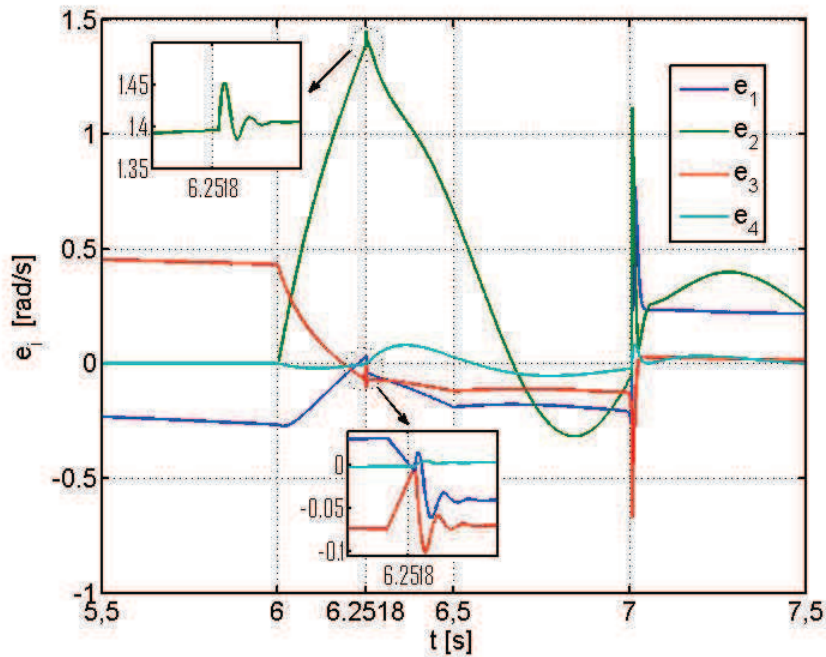


FIGURE 4.25 – Erreur de poursuite de trajectoire

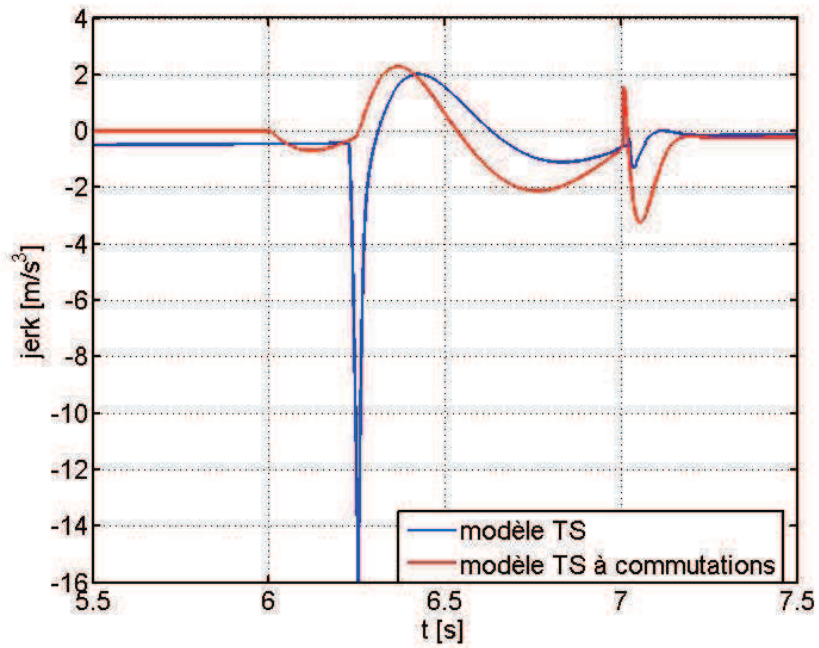


FIGURE 4.26 – Jerk du véhicule lors du changement de vitesses

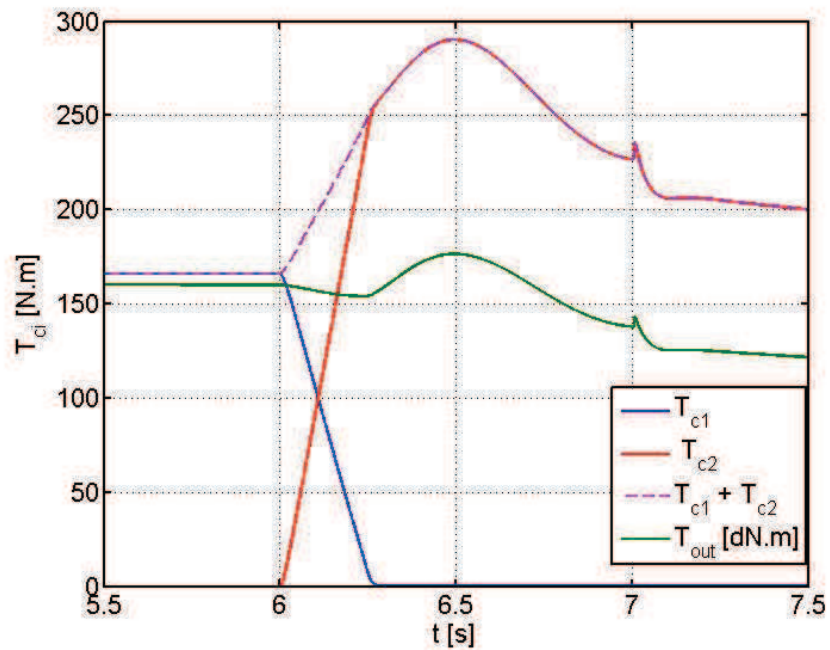


FIGURE 4.27 – Couple du double embrayage lors du changement de vitesses

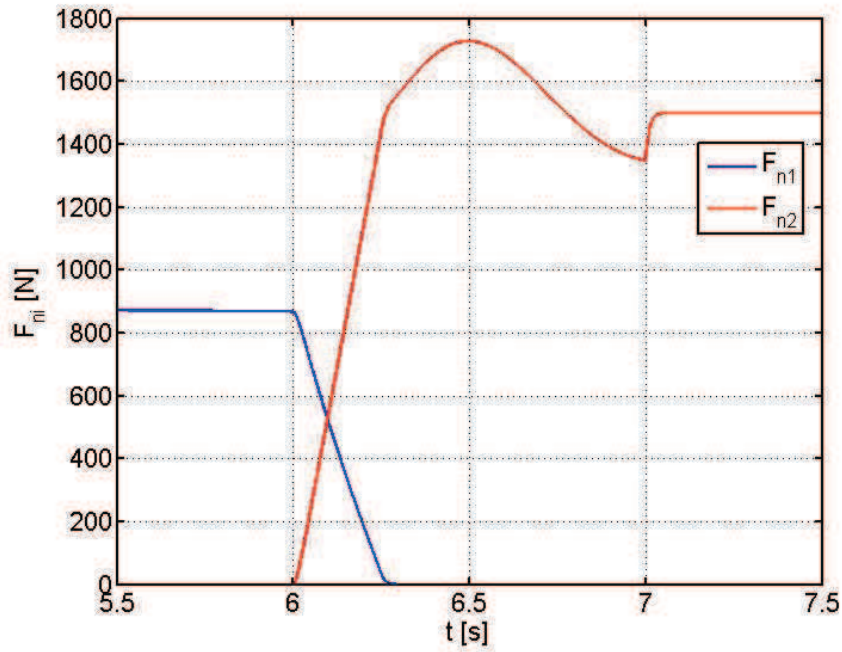


FIGURE 4.28 – Force normale appliquée sur le double embrayage lors du changement de vitesses

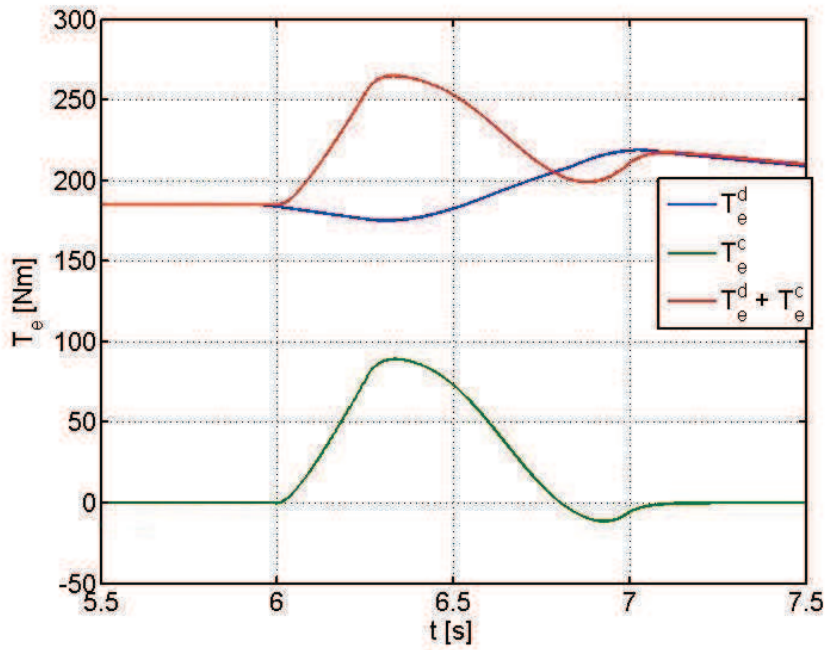


FIGURE 4.29 – Couple du moteur lors du changement de vitesses

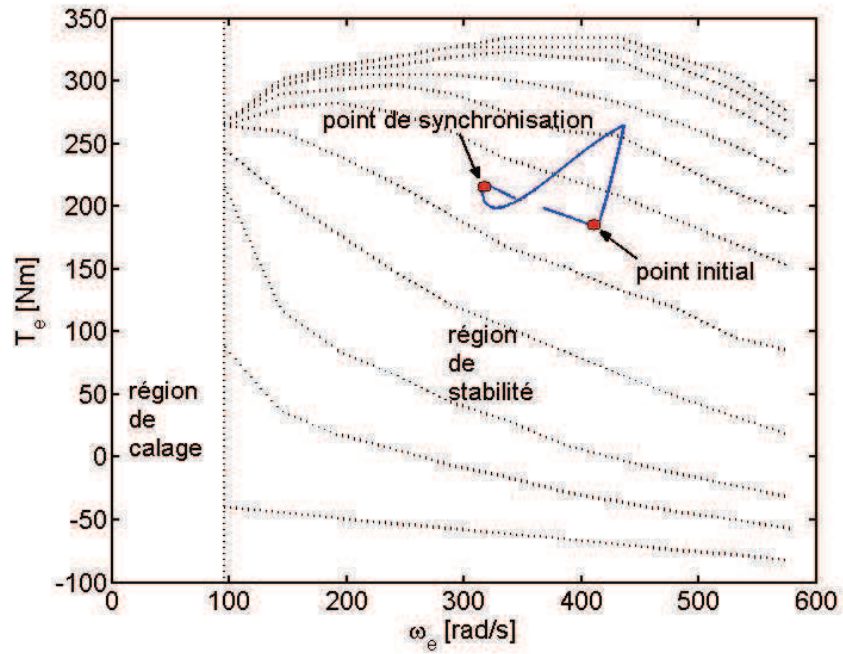


FIGURE 4.30 – Comportement du moteur en phase de changement de vitesses

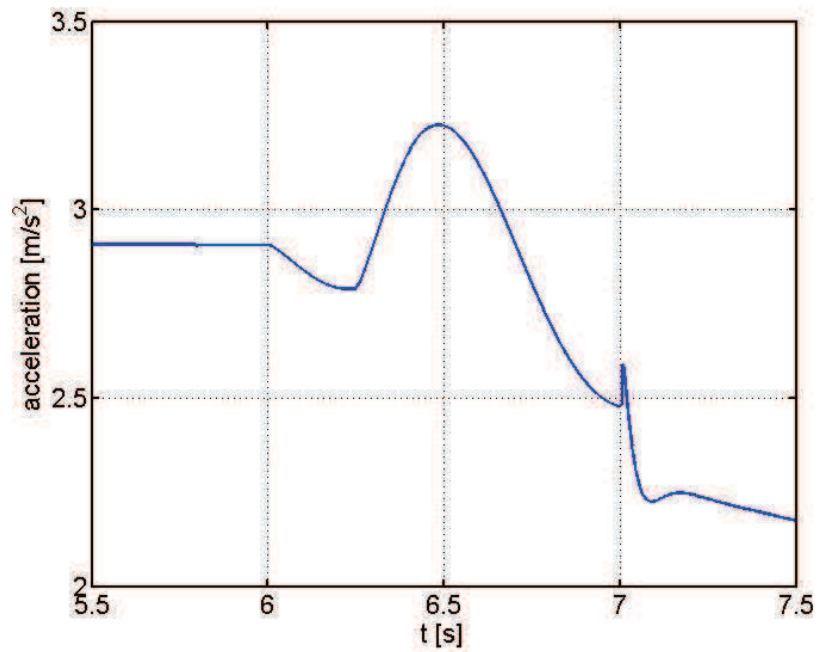
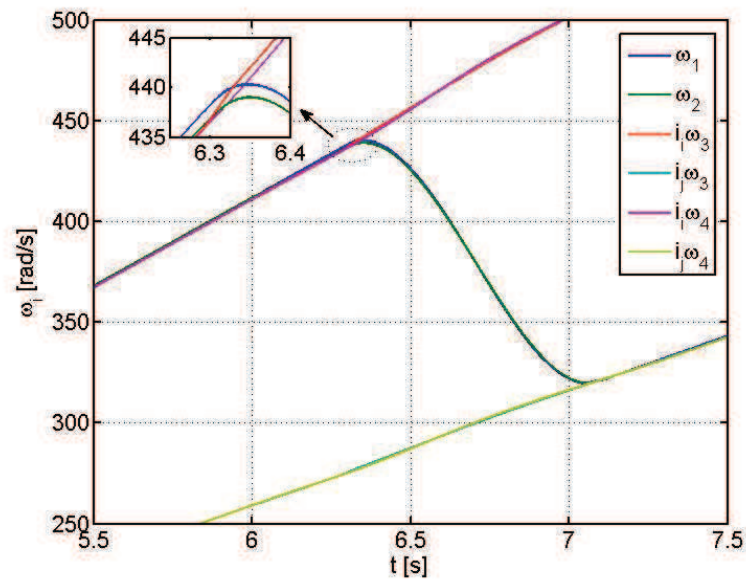
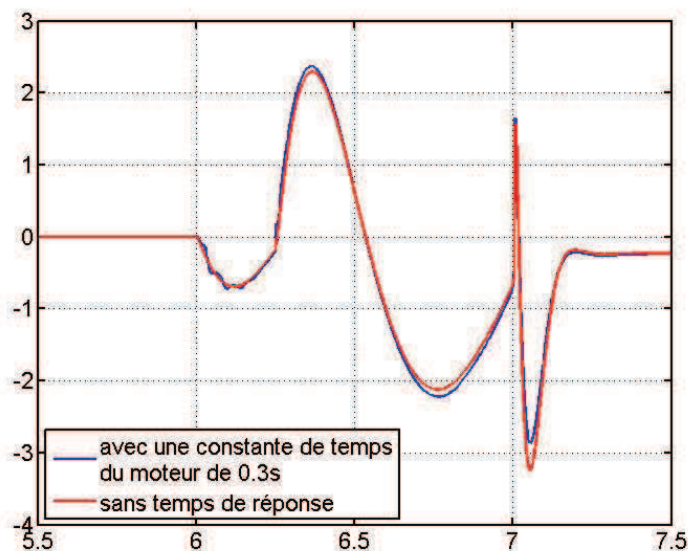


FIGURE 4.31 – Accélération du véhicule lors du changement de vitesses

Les lois de commande développées ne prennent pas en compte la dynamique du moteur car le modèle du moteur utilisé est un modèle statique. Afin de montrer les performances des lois développées, celles-ci ont été testées sur le modèle du GMP en introduisant un temps de réponse pour le moteur. La figure 4.32 illustre le résultat de simulation en cas de changement de vitesse supérieure 1^{ère} – 2^{ème} avec une constante de temps du moteur de 0,3 seconde. Les résultats de simulations ne changent pas beaucoup par rapport à ceux sans prise en compte de la dynamique du moteur, mais les résultats sont très fortement dégradés pour les lois à base de modes glissants.



(a) Vitesses des éléments du GMP



(b) Jerk du véhicule

FIGURE 4.32 – Changement de vitesse supérieure 1^{ère} – 2^{ème} avec une constante de temps du moteur de 0,3 seconde

4.8 Tests des lois de commande sur le modèle complet du groupe motopropulseur

Pour illustrer la robustesse des lois de commande développées, plusieurs essais ont été réalisés sur le modèle complet développé dans le chapitre 2 en prenant en compte ou non la dynamique du moteur. Les résultats obtenus en simulation ont été validés sur un modèle dont les paramètres GMP sont donnés dans l'annexe C (table C.1). La masse du véhicule est de 1741,5 kg, (à 9,7 % près), le coefficient de friction *Stricbeck* est de 0,8974 (à 12,2 % près), et le coefficient de friction Coulomb est de 0,5329 (à 11,2 % près).

Les figures 4.33 – 4.39 montrent les résultats de simulation sur le modèle complet avec un modèle statique du moteur. La figure 4.33 montre les vitesses angulaires des éléments du GMP en phase de décollage et de changement de vitesses. Les erreurs

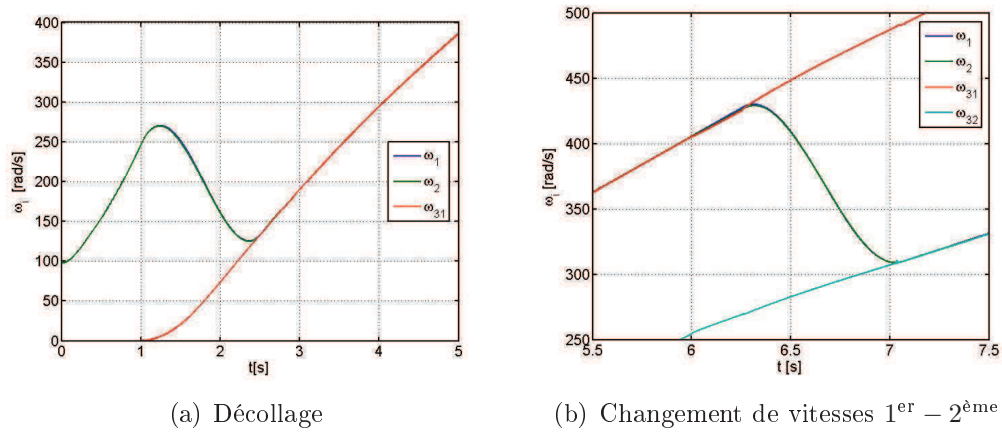


FIGURE 4.33 – Vitesses angulaires des éléments du GMP

de poursuite des trajectoires de référence sont données dans la figure 4.34. En cas de changement de vitesses, au moment de commutation, 6,2556 secondes, un petit saut apparaît. La force normale est illustrée sur la figure 4.35. Les couple du double

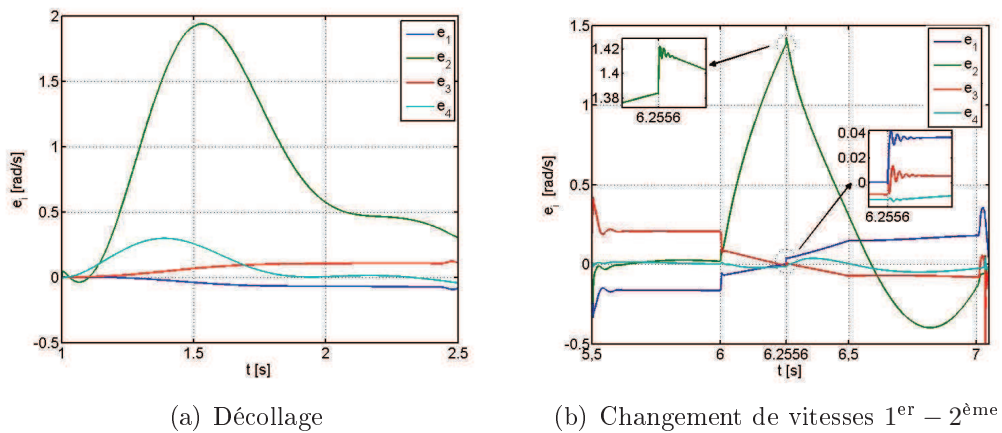


FIGURE 4.34 – Erreur de poursuite des trajectoires de référence

embrayage et de l'arbre de sortie lors du changement de vitesses sont donnés dans la

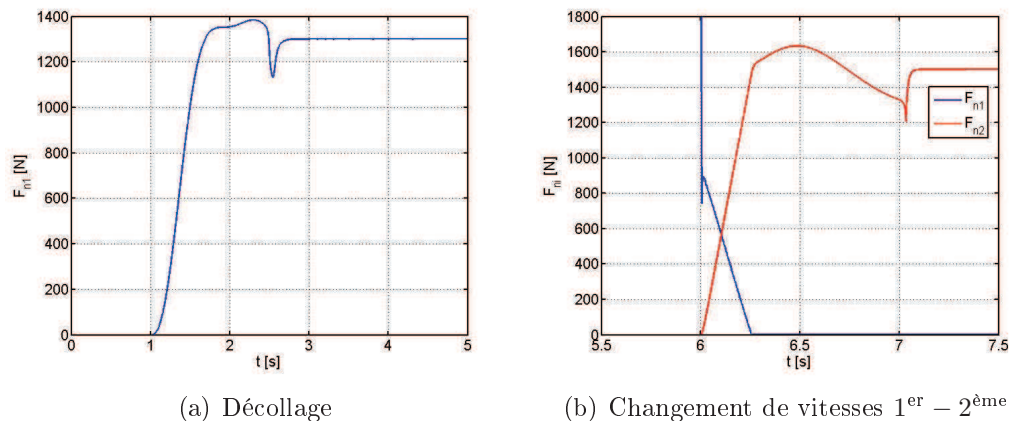


FIGURE 4.35 – Forces normales appliquées sur le double embrayage

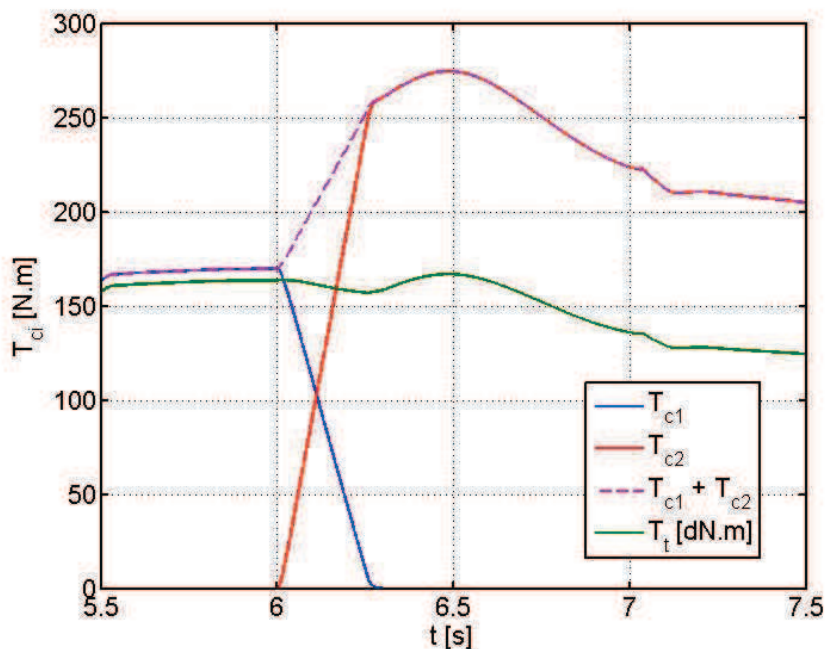


FIGURE 4.36 – Couple du double embrayage lors du changement de vitesses

figure 4.36. Le couple du moteur est montré sur la figure 4.37. Le jerk du véhicule est donné dans la figure 4.38. En cas de changement de vitesses (la figure 4.38(b)), l'engagement du rapport sélectionné est effectué à 5,5 secondes, il introduit une variation de jerk à cause du changement d'inertie de la boîte de vitesses. Le jerk reste très faible malgré cela.

Les résultats en simulation en cas de décollage sur une pente de 10 % sont montrés sur la figure 4.39. Le recul du véhicule est très faible, environ 4 cm, la vitesse de recul est inférieure à 0,2 m/s.

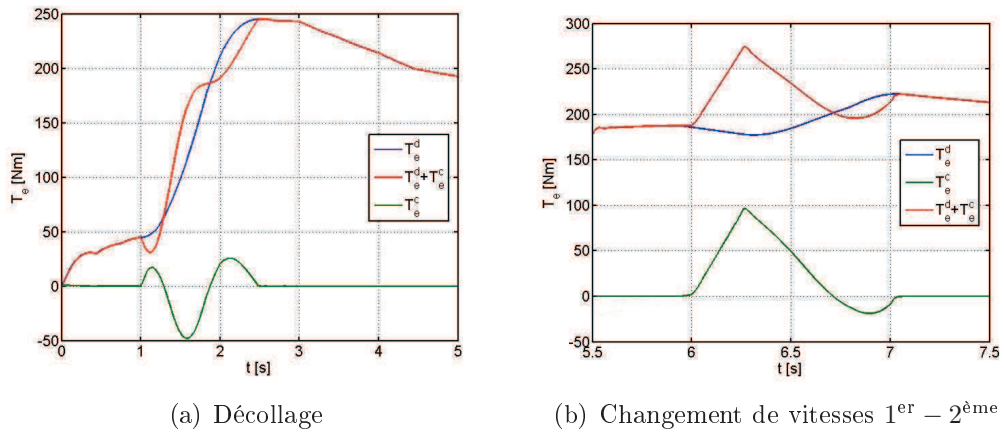


FIGURE 4.37 – Couple du moteur

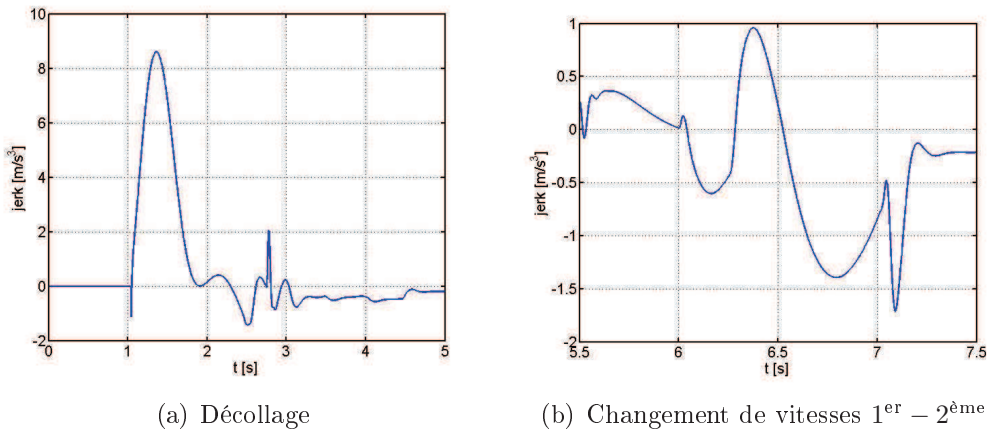


FIGURE 4.38 – Jerk du véhicule

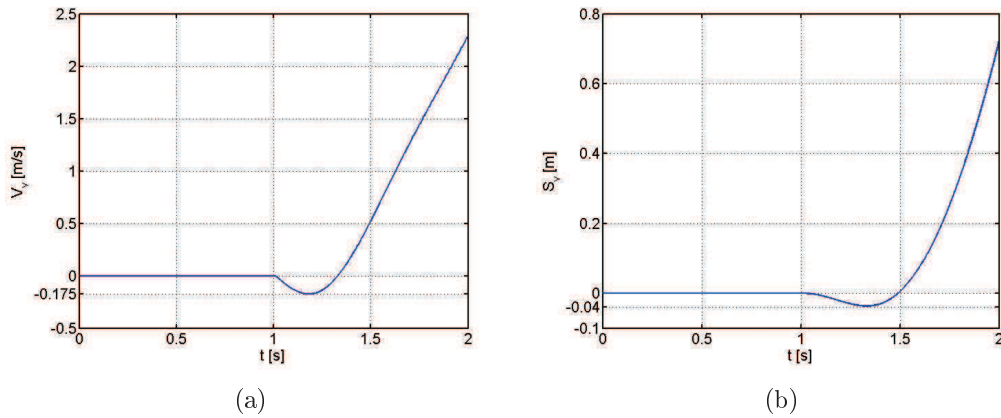


FIGURE 4.39 – Décollage sur une pente : (a) vitesse de retour, (b) distance de retour

Les figures 4.40 et 4.41 montrent les résultats de simulation sur le modèle complet avec une constante de temps du moteur de 0,3 seconde. Les résultats de simulations sont similaires à ceux précédents où la dynamique du moteur était négligée, il n'y a donc pas une grande sensibilité des propriétés du système vis-à-vis de la dynamique du moteur contrairement aux lois développées par mode glissant.

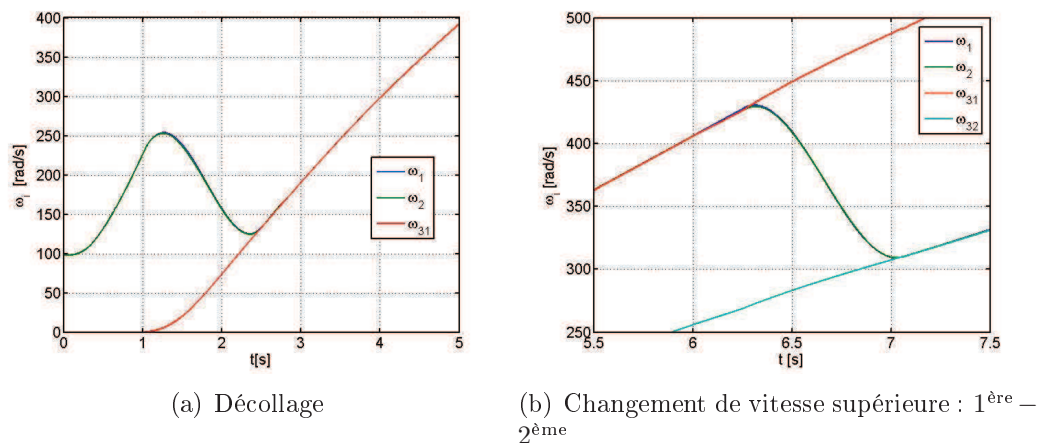


FIGURE 4.40 – Vitesses angulaires du moteur, des plateaux et des disques d’embrayage : constante de temps du moteur de 0,3 seconde

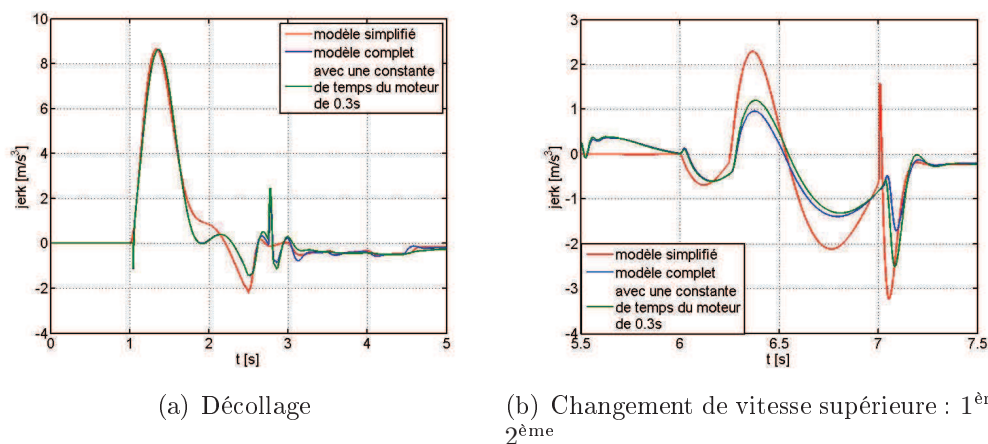


FIGURE 4.41 – Jerk du véhicule

La figure 4.41 montre le jerk du véhicule calculé en simulation en utilisant les différents modèles du GMP : modèle simplifié, modèle complet avec modèle statique ou dynamique du moteur. Le jerk du véhicule obtenu en simulation sur le modèle complet est encore plus faible que celui-ci obtenu en utilisant le modèle simplifié où l’on a considéré le pneumatique rigide et sans glissement.

4.9 Conclusions

Des lois de commande basées sur des approches quasi-LPV utilisant des modèles TS ont été développées tout au long de ce chapitre. Elles sont ensuite appliquées à la commande du groupe motopropulseur lors du décollage et lors du changement de vitesses. Des incertitudes paramétriques et des perturbations ont été prises en compte dans la synthèse des lois de commande.

Deux stratégies de commande dans le cas d'un changement de vitesses ont été traitées. Dans la première, l'embrayage *on-coming* est commandé en boucle fermée alors que l'embrayage *off-going* l'est en boucle ouverte. Le jerk du véhicule en phase de transitoire de l'embrayage *off-going* à l'embrayage *on-going* reste encore élevé, celui-ci dépend de la stratégie de débrayage de l'embrayage *off-going*. Cet inconvénient est évité par la deuxième stratégie de commande pour laquelle les deux embrayages — *off-going* et *on-coming* — sont commandés ensemble en se basant sur un modèle TS à commutations.

Les lois de commande développées ont été testées en simulation sur le modèle complet en prenant en compte ou non la dynamique du moteur. Les résultats de simulation montrent la performance des lois de commande développées, ainsi que leur robustesse vis-à-vis de la dynamique du moteur, ce qui n'était pas le cas des commandes à mode glissant.

Conclusion et perspectives

L'objectif principal du travail était de développer des lois de commande du groupe motopropulseur à double embrayage afin d'assurer aussi bien un décollage sans calage du moteur et des changements de vitesses rapides tout en assurant un bon agrément de conduite. Après un état de l'art sur le groupe motopropulseur et la modélisation et commande du groupe motopropulseur, la problématique de la gestion du double embrayage est traitée. Il apparaît que les lois de commande développées nécessitent de pouvoir prendre en compte des non-linéarités, des incertitudes de modélisation et des perturbations externes.

Pour atteindre ces objectifs, un modèle suffisamment représentatif a été développé dans le second chapitre. En particulier, un modèle complet du groupe motopropulseur a été simplifié pour être exploité à des fins de commandes. Trois modèles du double embrayage ont été testés : un modèle statique hybride, un modèle dynamique basé sur le modèle de friction de *LuGre* et un modèle dynamique basé sur la formule de Pacejka. Les lois de commande ont été développées en utilisant le modèle statique hybride et testé sur le modèle de Pacejka qui permet d'avoir un bon comportement du double embrayage mais n'est pas affine en la commande.

Parmi les méthodes de commande non linéaire, nous avons choisi d'utiliser deux approches : la commande par mode glissant et celle à base de modèles de type Takagi-Sugeno. Pour commencer, dans le troisième chapitre, les lois de commande du double embrayage sont développées en utilisant la méthode de commande par mode de glissant. L'approche utilisée était la poursuite de trajectoire de référence de la vitesse de glissement de l'embrayage *on-coming* et de la vitesse du moteur. Les variables de commande considérées étaient le couple du moteur et la force normale appliquée sur l'embrayage *on-coming*. L'embrayage *off-going* est ouvert par une stratégie. Les trajectoires ont été définies pour satisfaire des conditions sans secousses lors de l'engagement de l'embrayage. Parmi les fonctions disponibles, nous avons sélectionné des polynômes de degré 3 pour définir les trajectoires de référence. Nous avons également testé un polynôme de degré plus élevé 5 qui permettait d'ajuster deux points supplémentaires entre le début et la fin de la courbe, cependant les résultats n'étaient pas meilleurs qu'avec le polynôme degré 3. Les résultats de simulation sur le modèle simplifié ainsi que sur le modèle complet ont montré la robustesse des lois de commande vis-à-vis des incertitudes paramétriques. Cependant, les limites de l'approche par modes glissants du premier ordre ont été montrées en prenant en compte le temps de réponse du moteur qui induit un jerk important.

Il nous est apparu judicieux d'utiliser une autre approche de commande robuste pour les systèmes non linéaires basée sur l'emploi de modèles polytopiques de type Takagi-Sugeno. Le quatrième chapitre a alors proposé des lois de commande du GMP basées sur ce type de modèle. Après un bref état de l'art sur les modèles TS et leur

stabilisation, l'application à la commande du GMP via une synthèse H_∞ en phase de décollage et de changement de rapport a été présentée. Dans la deuxième partie du chapitre, une extension des travaux a concerné le développement de lois de commande robustes prenant en compte des incertitudes paramétriques bornées. Puis, pour améliorer encore les performances et prendre en compte la phase de transitoire de l'embrayage *off-going* à l'embrayage *on-going*, la troisième partie s'est intéressée à l'approche basée sur l'utilisation de modèles TS incertains à commutations en présence de perturbations. Les lois de commande développées ont été testées en simulation sur le modèle complet ainsi que sur le modèle prenant en compte la dynamique du moteur. Les résultats de simulation ont montré les bonnes performances de ce type de lois de commande comparativement à celles obtenues par modes glissants d'ordre 1. Les résultats de simulation obtenus sont prometteurs quant à l'application de cette méthode en temps réel, dans un environnement bruité et en présence d'incertitudes.

Les perspectives à ce travail sont multiples. Tout d'abord, la prise en compte des actionneurs d'embrayage doit être réalisée pour tenter d'améliorer encore le temps de réponse. Une première réponse à ce problème est donnée dans l'annexe B en utilisant la commande par modes glissants. D'autres aspects peuvent être envisagés (saturation de commande, retard sur les mesures, ...). Ensuite, un point critique en vue de l'application en conditions réelles est la prise en compte des capteurs de vitesses qui fournissent des informations échantillonnées (à un certain degré, nombre de dents/tour). Dans notre approche nous avons supposé que les mesures de vitesses qui sont nécessaires pour réaliser les lois de commande proposées dans la thèse sont parfaites. Or, ce n'est pas le cas sur les véhicules de série ou la résolution des capteurs est relativement faible. Il faut alors pouvoir prendre en compte cette information éparse dans le développement et la mise en oeuvre de lois de commande. Enfin, il est nécessaire de passer par une phase de validation sur banc d'essais, puis sur véhicule pour valider les différentes lois de gestion de l'embrayage et évaluer leur apport réel.

Dans tout notre travail, l'approche utilisée est basée sur la poursuite d'une trajectoire de référence pour la vitesse de glissement du double embrayage afin de diminuer le jerk du véhicule. Cependant, il est difficile de trouver la meilleure trajectoire puisque le jerk ne dépend qu'indirectement de la vitesse de glissement. Une autre perspective à ce travail serait alors la commande directe du couple de sortie ou du couple du double embrayage, qui sont eux en lien direct avec le jerk du véhicule. Le problème qui se pose alors est que ces couples ne sont pas mesurables. Il faudrait donc dans ce cas prévoir deux étapes : d'abord l'introduction d'un observateur de couple, puis l'association d'une commande.

Enfin, une dernière approche possible est de considérer le modèle du GMP avec l'actionneur décrit dans l'annexe A comme un modèle en cascade et par conséquent de considérer une commande en cascade avec des performances différentes pour chaque boucle de commande.

Bibliographie

- [Aberger et Otter, 2002] ABERGER, M. et OTTER, M. (2002). Modelling friction in modelica with the LuGre friction model. *In International Modelica Confence, Proceedings.*
- [Abrahamsson et Carlson, 2008] ABRAHAMSSON, H. et CARLSON, P. (2008). Robust torque control for automated gear shifting in heavy duty vehicles. Mémoire de D.E.A., Linköping University, Sweden.
- [Almen et Laszlo, 1936] ALMEN, J. et LASZLO, A. (1936). The uniform-section disk spring. *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*, 58, S: 305/314.
- [Amari et al., 2008] AMARI, R., ALAMIR, M. et TONA, P. (2008). Unified MPC strategy for idle-speed control, vehicle start-up and gearing applied to an automated manual transmission. *In Proceedings of the 17th World Congress, The International Federation of Automatic Control, Seoul, Korea, July 6-11.*
- [Anderson et Li, 2002] ANDERSON, R. T. et LI, P. Y. (2002). Mathematical modeling of a two spool flow control servovalve using a pressure control pilot. *Journal of dynamic systems, measurement and control*, 124:420–428.
- [Avila et al., 2004] AVILA, M. A., LOUKIANOV, A. G. et SANCHEZ, E. N. (2004). Electro-hydraulic actuator trajectory tracking. *In Proceeding of the 2004 American Control Conference, Boston, Massachusetts, june 30 - july 2.*
- [Ayalew et Kulakowski, 2005] AYALEW, B. et KULAKOWSKI, B. T. (2005). Modeling supply and return line dynamics for an electrohydraulic actuation system. *ISA Transactions*, 44:329–343.
- [Baeten, 2004] BAETEN, A. J. (2004). Automation of VW transmission 02k-DNZ. Rapport technique, Volkswagen.
- [Bezzazi et al., 2008] BEZZAZI, M., KHAMLICH, A., JABBOURI, A., REIS, P. et DAVIM, J. (2008). Experimental characteristics of frictional behaviour of clutch facings using Pin-on-disk machine. *Materials and Design*, 28:2148–2153.
- [Bouarar, 2009] BOUARAR, T. (2009). *Contribution à la Synthèse de Lois de Commande pour les Descripteurs de Type Takagi-Sugeno Incertains et Perturbés.* Thèse de doctorat, Université de Reims Champagne Ardenne.
- [Boyd et al., 1994] BOYD, S., EL GHAOUI, L., FERON, E. et BALAKRISHNAN, V. (1994). *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory.* Society for Industrial and Applied Mathematics.
- [Buchanan et al., 2010] BUCHANAN, M., KOENIG, M. et LAURENT, C. (2010). Hydraulic actuation valve arrangement for dual clutch transmission.

- [Canudas de Wit *et al.*, 1995] CANUDAS DE WIT, C., OLSSON, H., ASTROM, K. J. et LISCHINSKY, P. (1995). A new model for control of systems with friction. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 40:419–425.
- [Canudas de Wit *et al.*, 2003] CANUDAS DE WIT, C., TSIOTRAS, P., VELENIS, E., BASSET, M. et GISSINGER, G. (2003). Dynamic friction models for road/tire longitudinal interaction. *Vehicle System Dynamics*, 39:189–226.
- [Cao et Frank, 2001] CAO, Y.-Y. et FRANK, P. (2001). Stability analysis and synthesis of nonlinear time-delay systems via linear Takagi-Sugeno fuzzy models. *Fuzzy Sets and Systems*, 124:213–229.
- [Chen *et al.*, 2009] CHEN, B., LIU, X., LIN, C. et KEFULIU (2009). Robust H_∞ control of Takagi–Sugeno fuzzy systems with state and input time delays. *Fuzzy Sets and Systems*, 160:403–422.
- [Chen *et al.*, 2007] CHEN, B., LIU, X. et TONG, S. (2007). New delay-dependent stabilization conditions of TS fuzzy systems with constant delay. *Fuzzy Sets and Systems*, 158:2209 – 2224.
- [Chen *et al.*, 2008] CHEN, B., LIU, X. et TONG, S. (2008). Robust fuzzy control of nonlinear systems with input delay. *Chaos, Solitons and Fractals*, 37:894–901.
- [Chen, 2006] CHEN, C.-W. (2006). Stability conditions of fuzzy systems and its application to structural and mechanical systems. *Advances in Engineering Software*, 37:624–629.
- [Chiang, 2006] CHIANG, C.-C. (2006). Decentralized robust fuzzy-model-based control of uncertain large-scale systems with input delay. In *2006 IEEE International Conference on Fuzzy Systems, Sheraton Vancouver Wall Centre Hotel, Vancouver, BC, Canada, July 16-21*.
- [Couderc *et al.*, 1999] COUDERC, P., CALLENAERE, J., DER HAGOPIAN, J. et FERRARIS, G. (1999). Vehicle driveline dynamic behaviour : experimentation and simulation. *Journal of Sound and Vibration*, 218 (1):133–157.
- [Dassen, 2003] DASSEN, M. (2003). Modelling and control of automotive clutch systems. Rapport technique, Department of mechanical engineering TU/e Eindhoven.
- [Dezfulian, 2007] DEZFULIAN, S. (2007). A hydraulic flexible joint robot simulator. Mémoire de D.E.A., University of Saskatchewan.
- [Dolcini, 2006] DOLCINI, P. (2006). *Contribution au confort de l'embrayage*. Thèse de doctorat, Université de Grenoble.
- [Dolcini *et al.*, 2005] DOLCINI, P., CANUDAS DE WIT, C. et BECHART, H. (2005). Improved optimal control of dry clutch engagement. In *16th IFAC World Congress*.
- [Dolcini *et al.*, 2008] DOLCINI, P., CANUDAS DE WIT, C. et BECHART, H. (2008). Lurch avoidance strategy and its implementation in AMT vehicles. *Mechatronics*, 18:289–300.
- [Dolcini *et al.*, 2007] DOLCINI, P., CANUDAS DE WIT, C. et H.BECHART (2007). Observer-based optimal control of dry clutch engagement. *Oil & Gas Science and Technology*, 62:615–621.

- [Dugoff *et al.*, 1969] DUGOFF, H., FANCHER, P. S. et SEGEL, L. (1969). Tyre performance characteristics affecting vehicle response to steering and braking control inputs. Rapport technique, Office of Vehicle Systems Research, US National Bureau of Standards.
- [Elmali et Olgac, 1992] ELMALI, H. et OLGAC, N. (1992). Robust output tracking control of nonlinear MIMO systems via sliding mode technique. *Automatica*, 28(1):145–151.
- [Fredriksson et Egardt, 2001] FREDRIKSSON, J. et EGARDT, B. (2001). Nonlinear control applied to gearshifting in automated manual transmissions. *In IEEE Conference on Decision and Control*, volume 1, pages 444–449.
- [Gahinet *et al.*, 1995] GAHINET, P., NEMIROVSKI, A., LAUB, A. J. et CHILALI, M. (1995). *LMI Control Toolbox : For Use with MATLAB*. The MathWorks, Inc.
- [Gaillard et Singh, 2000] GAILLARD, C. et SINGH, R. (2000). Dynamic analysis of automotive clutch dampers. *Applied Acoustics*, 60:339–424.
- [Galvagno *et al.*, 2009] GALVAGNO, E., VELARDOCCHIA, M. et VIGLIANI, A. (2009). A model for a flywheel automatic assisted manual transmission. *Mechanism and Machine Theory*, 44:1294–1305.
- [Galvagno *et al.*, 2011] GALVAGNO, E., VELARDOCCHIA, M. et VIGLIANI, A. (2011). Dynamic and kinematic model of a dual clutch transmission. *Mechanism and Machine Theory*, 46:794–805.
- [Gao *et al.*, 2009] GAO, B., CHEN, H., MA, Y. et SANADA, K. (2009). Clutch slip control of automatic transmission using nonlinear method. *In Joint 48th IEEE Conference on Decision and Control and*.
- [Garofalo *et al.*, 2002] GAROFALO, F., GLIELMO, L., IANNELLI, L. et VASCA, F. (2002). Optimal tracking for automotive dry clutch engagement. *In IFAC, 15th Triennial World Congress, Barcelona, Spain*.
- [Gassara *et al.*, 2011] GASSARA, H., EL HAJJAJI, A. et CHAABANE, M. (2011). *Recent Advances in Robust Control - Novel Approaches and Design Methods*, chapitre Robust Control of Nonlinear Time-Delay Systems via Takagi-Sugeno Fuzzy Models, pages 22–38. InTech.
- [Glielmo et Vasca, 2000] GLIELMO, L. et VASCA, F. (2000). Optimal control of dry engagement. *SAE*, 2000-01-0837.
- [Goetz *et al.*, 2005] GOETZ, M., LEVESLEY, M. C. et CROLLA, D. A. (2005). Dynamics and control of gearshifts on twin-clutch transmissions. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D : Journal of Automobile Engineering*, 219:951–963.
- [Goldvasser *et al.*, 2001] GOLDVASSER, D., MCGIBBON, C. A. et KREBS, D. E. (2001). High curvature and jerk analysis of arm ataxia. *Biological Cybernetics*, 84:85–90.
- [Grancharova et Johansen,] GRANCHAROVA, A. et JOHANSEN, T. A. Explicit model predictive control of an electropneumatic clutch actuator using on/off valves and pulse-width modulation.
- [Gu *et al.*, 2001] GU, Y., WANG, H. O. et TANAKA, K. (2001). Fuzzy control of nonlinear time delay systems : stability and design issues. *In American Control Conference, Arlington, June, pp.4771-4777*.

- [Guelton, 2003] GUELTON, K. (2003). *Estimation des caractéristiques du mouvement humain en station debout. Mise en œuvre d'observateurs flous sous forme descripteur*. Thèse de doctorat, Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis.
- [Guerra *et al.*, 2005] GUERRA, T., KRUSZEWSKI, A., VERMEIREN, L. et TIRMANT, H. (2005). Conditions of output stabilization for nonlinear models in the Takagi–Sugeno's forme. *Fuzzy Sets and Systems*, 154:1248 – 1259.
- [Guerra et Vermeiren, 1998] GUERRA, T. et VERMEIREN, L. (1998). Control laws for continuous fuzzy systems. *Fuzzy Sets and Systems*, 120:95–108.
- [Guerra *et al.*, 2009] GUERRA, T. M., KRUSZEWSKI, A. et LAUBER, J. (2009). Discrete Takagi–Sugeno models for control : Where are we? *Annual Reviews in Control*, 33:37–47.
- [Guzzella et Sciarretta, 2005] GUZZELLA, L. et SCIARRETTA, A. (2005). *Vehicle Propulsion Systems : Introduction to the Modeling and Optimazation*. Springer.
- [Haj-Fraj et Pfeiffer, 2001] HAJ-FRAJ, A. et PFEIFFER, F. (2001). Optimal control of gear shift operations in automatic transmissions. *Journal of the Franklin Institute*, 338:371–390.
- [Hester *et al.*, 2006] HESTER, T., HUGHES, R., SHERRILL, D. M., KNORR, B., AKAY, M. et STEIN, J. (2006). Using wearable sensors to measure motor abilities following stroke. *In International Workshop on Wearable and Implantable Body Sensor Networks, Cambridge, MA*.
- [Hiereth et Prenninger, 2003] HIERETH, H. et PRENNINGER, P. (2003). *Charging the Internal Combustion Engine*. SpringerWienNewYork.
- [Horna *et al.*, 2003] HORNA, J., BAMBERGER, J., MICHAU, P. et PINDL, S. (2003). Flatness-based clutch control for automated manual transmissions. *Control Engineering Practice*, 11:1353–1359.
- [Ji *et al.*, 2006] JI, Z., ZHOU, Y. et SHEN, Y. (2006). Robust stabilization of Takagi–Sugeno fuzzy systems with parametric uncertainties using fuzzy region concept. *In Lecture Notes in Computer Science, 2006, Volume 4114, 152-158*.
- [Jia *et al.*, 2005] JIA, B., REN, G. et XIU, Z. (2005). Fuzzy switching controller for multiple model. *In Lecture Notes in Computer Science, 2005, Volume 3613, 476*.
- [Kau *et al.*, 2007] KAU, S.-W., LEE, H.-J., YANG, C.-M., LEE, C.-H., HONG, L. et FANG, C.-H. (2007). Robust H_∞ fuzzy static output feedback control of T-S fuzzy systems with parametric uncertainties. *Fuzzy Sets and Systems*, 158:135–148.
- [Khiar, 2007] KHIAR, D. (2007). *Modélisation et commande d'un moteur thermique à allumage*. Thèse de doctorat, Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis.
- [Khiar *et al.*, 2007] KHIAR, D., LAUBER, J., FLOQUET, T., COLIN, G., GUERRA, T. et CHAMAILLARD, Y. (2007). Robust Takagi–Sugeno fuzzy control of a spark ignition engine. *Control Engineering Practice*, 15:1446–1456.
- [Kim et Tsao, 2000] KIM, D. H. et TSAO, T.-C. (2000). A linearized electrohydraulic servovalve model for valve dynamics sensitivity analysis and control system design. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 122:179–188.

- [Kim et Choi, 2010] KIM, J. et CHOI, S. B. (2010). Control of dry clutch engagement for vehicle launches via a shaft torque observer. *In American Control Conference, Marriott Waterfront, Baltimore, MD, USA*.
- [Kim et al., 1996] KIM, J. H., JEUNG, E. T. et PARK, H. B. (1996). Robust control for parameter uncertain delay systems in state and control input. *Automatica*, 32:1337–1339.
- [Kluger et Long, 1999] KLUGER, M. et LONG, D. (1999). An overview of current automatic, manual and continuously variable transmission efficiencies and their projected future improvements. *SAE Technical Paper 1999-01-1259*.
- [Kohlhaas et Voss, 2007] KOHLHAAS, S. et VOSS, T. (2007). Hydraulic circuit for a dual clutch transmission.
- [Kulkarni et al., 2007] KULKARNI, M., SHIM, T. et ZHANG, Y. (2007). Shift dynamics and control of dual-clutch transmissions. *Mechanism and Machine Theory*, 42:168–182.
- [Kvasnica et al., 2009] KVASNICA, M., HERCEG, M., CIRKA, L. et FIKAR, M. (2009). Time-optimal control of Takagi–Sugeno fuzzy systems. *In Proceeding of the European Control Conference 2009, Budapest, August 23-26*.
- [Kwon et Park, 2006] KWON, O. et PARK, J. H. (2006). Robust stabilization of uncertain systems with delays in control input : a matrix inequality approach. *Applied Mathematics and Computation*, 172:1067–1077.
- [Langjord et Johansen, 2009] LANGJORD, H. et JOHANSEN, T. A. (2009). Dual-mode switched control of an electropneumatic clutch actuator. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 06.
- [Langjord et al., a] LANGJORD, H., JOHANSEN, T. A. et HESPANHA, J. P. Switched control of an electropneumatic clutch actuator using on-off valves.
- [Langjord et al., b] LANGJORD, H., JOHANSEN, T. A., SNARE, S. R. et BRATLI, C. Estimation of electropneumatic clutch actuator load characteristics.
- [Lauber, 2003] LAUBER, J. (2003). *Moteur à allumage commandé avec EGR : modélisation et commande non linéaires*. Thèse de doctorat, Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis.
- [Lee et al., 2001] LEE, K. R., JEUNG, E. T. et PARK, H. B. (2001). Robust fuzzy H_∞ control for uncertain nonlinear systems via state feedback : an LMI approach. *Fuzzy Sets and Systems*, 120:123–134.
- [Lendek et al., 2010] LENDEK, Z., GUERRA, T. M., BABUŠKA, R. et de SCHUTTER, B. (2010). *Stability analysis and nonlinear observer design using Takagi-Sugeno Fuzzy models*. Springer.
- [Lewin, 2010] LEWIN, T. (2010). Global transmission trends : <http://www.dctfacts.com/industry-at-a-glance/global-transmission-trends.aspx>.
- [Lewin, 2012] LEWIN, T. (2012). Can DCT stay ahead of CVT? : <http://www.dctfacts.com/industry-at-a-glance/dct-ahead-cvt.aspx>.
- [Li et Liu, 2009a] LI, L. et LIU, X. (2009a). New approach on robust stability for uncertain T-S fuzzy systems with state and input delays. *Chaos, Solitons and Fractals*, 40:2329–2339.

- [Li et Liu, 2009b] LI, L. et LIU, X. (2009b). New results on delay-dependent robust stability criteria of uncertain fuzzy systems with state and input delays. *Information Sciences*, 179:1134–1148.
- [Li, 2002] LI, P. Y. (2002). Dynamic redesign of a flow control servovalve using a pressure control pilot. *Journal of dynamic systems, measurement and control*, 124:428–435.
- [Lian et al., 2006] LIAN, K.-Y., TU, H.-W. et LIOU, J.-J. (2006). Fuzzy model and control for hybrid systems using averaging techniques. In *SICE-ICASE International Joint Conference*.
- [Lien et al., 2010] LIEN, C.-H., YU, K.-W., HUANG, C.-T., CHOU, P.-Y., CHUNG, L.-Y. et CHEN, J.-D. (2010). Robust H_∞ control for uncertain T-S fuzzy time-delay systems with sampled-data input and nonlinear perturbations. *Nonlinear Analysis : Hybrid Systems*, 4:550–556.
- [Liu et Zhang, 2003] LIU, X. et ZHANG, Q. (2003). New approaches to H_∞ controller designs based on fuzzy observers for T-S fuzzy systems via LMI. *Automatica*, 39:1571 – 1582.
- [Lucente et al., 2007a] LUCENTE, G., MONTANARI, M. et ROSSI, C. (2007a). Hybrid optimal control of an automated manual transmission system. In *Seventh IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems*.
- [Lucente et al., 2007b] LUCENTE, G., MONTANARI, M. et ROSSI, C. (2007b). Modelling of an automated manual transmission system. *Mechatronics*, 17:73–91.
- [Marciszko, 2004] MARCISZKO, F. (2004). Torque sensor based powertrain control. Mémoire de D.E.A., Linköping University, Sweden.
- [Marklund et Larsson, 2008] MARKLUND, P. et LARSSON, R. (2008). Wet clutch friction characteristics obtained from simplified pin on disc test. *Tribology International*, 41:824–830.
- [Maru et Tanaka, 2007] MARU, M. et TANAKA, D. (2007). Consideration of stick-slip diagram parameters in the investigation on wear and friction behavior in lubricated sliding. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, Vol. XXIX.
- [MathWorks, 1998] MATHWORKS (1998). *Using Simulink and Stateflow in Automotive Applications*. MathWorks, Inc.
- [Montanari,] MONTANARI, M. Some notes on modelling and control of electro-hydraulic systems for automotive applications.
- [Montanari et al.,] MONTANARI, M., RONCHI, F., ROSSI, C. et TILLI, A. Performance evaluation of a hydraulic clutch control system.
- [Montanari et al., 2004] MONTANARI, M., RONCHI, F., ROSSI, C., TILLI, A. et TONIELLI, A. (2004). Control and performance evaluation of a clutch servo system with hydraulic actuation. *Control Engineering Practice*, 12:1369–1379.
- [Morère, 2001] MORÈRE, Y. (2001). *Mise en oeuvre de lois de commande pour les modèles flous de type Tagaki-Sugeno*. Thèse de doctorat, Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis.
- [Morselli et al.,] MORSELLI, R., SERNI, R. Z. E., BEDOGNI, E. et SEDONI, E. Modeling and control of wet clutches by pressure-control valves.

- [Ni *et al.*, 2009] NI, C., LU, T. et ZHANG, J. (2009). Gearshift control for dry dual-clutch transmissions. *ISSN*, 8:1109–2777.
- [Nouailletas, 2009] NOUAILLETAS, R. (2009). *Modélisation hybride, identification, commande et estimation d'états de système soumis à des frottements secs - Application à un embrayage robotisé*. Thèse de doctorat, Grenoble INP.
- [Olsson *et al.*, 1997] OLSSON, H., ÅSTRÖM, K., CANUDAS DE WIT, C., GÄFVERT, M. et LISCHINSKY, P. (1997). Friction models and friction compensation.
- [Owen, 2001] OWEN, W. S. (2001). An investigation into the reduction of stick-slip friction in hydraulic actuators. Mémoire de D.E.A., The University of British Columbia.
- [Pacejka et Bakker, 1992] PACEJKA, H. B. et BAKKER, E. (1992). The magic formula tyre model. *Vehicle system dynamics : international journal of vehicle mechanics and mobility*, 21:1–18.
- [Pacejka *et al.*, 1987] PACEJKA, H. B., BAKKER, E. et NYBORG, L. (1987). Tyre modelling for use in vehicle dynamics studies. *SAE Technical Paper 870421*.
- [Pan *et al.*, 2008] PAN, J., WANG, R., GUERRA, T. et TIAN, D. (2008). New approaches to H_∞ controller designs for discrete T-S fuzzy system. *In The International Federation of Automatic Control, Seoul, Korea, July 6-11*.
- [Park *et al.*, 2004] PARK, J., Y.PARK, K.KWAK et HONG, J. (2004). LMI-based design of optimal controllers for Takagi-Sugeno fuzzy systems. *In Lecture Notes in Computer Science, 2004, Volume 3070/2004, 972-977*.
- [Park et Kwon, 2006] PARK, J. H. et KWON, O. (2006). Guaranteed cost control of time-delay chaotic systems. *Chaos, Solitons and Fractals*, 27:1011–1018.
- [Pettersson, 1996] PETTERSSON, M. (1996). *Driveline Modeling and Principles for Speed Control and Gear-Shift Control*. Thèse de doctorat, Linköping University, Sweden.
- [Pettersson, 1997] PETTERSSON, M. (1997). Driveline modeling and control. Mémoire de D.E.A., Linköping University.
- [Platz *et al.*, 1994] PLATZ, T., DENZLER, P., KADEN, B. et MAURITZ, K.-H. (1994). Motor learning after recovery from hemiparesis. *Neuro-psychologia*, 32:1209–1223.
- [Rajamani, 2006] RAJAMANI, R. (2006). *Vehicle Dynamics and Control*. Springer.
- [Rohrer et Hogan, 2006] ROHRER, B. et HOGAN, N. (2006). Avoiding spurious sub-movement decompositions ii : A scattershot algorithm. *Biological Cybernetics*, 94:409–414.
- [Said et Tissir, 2012] SAID, I. et TISSIR, E. H. (2012). Delay dependent robust stability of T-S fuzzy systems with additive time varying delays. *Applied Mathematical Sciences*, 6:1–12.
- [Serrarens *et al.*, 2004] SERRARENS, A., DASSEN, M. et STEINBUCH, M. (2004). Simulation and control of an automotive dry clutch. *In Proceedings of the American Control Conference*.
- [Slotine et Li, 1991] SLOTINE, J.-J. E. et LI, W. (1991). *Applied nonlinear control*. Printice Hall, Inc.

- [Smith *et al.*, 2000] SMITH, M. A., BRANDT, J. et SHADMEHR, R. (2000). Motor disorder in huntington's disease begins as a dysfunction in error feedback control. *Nature*, 403:544–549.
- [Song *et al.*, 2008] SONG, X., XU, S. et SHEN, H. (2008). Robust H_∞ control for uncertain fuzzy systems with distributed delays via output feedback controllers. *Information Sciences*, 178:4341–4356.
- [Stribeck, 1902] STRIBECK, R. (1902). Die wesentlichen eigenschaften der gleit-und rollenlager. *Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure*, 46:1341–1348.
- [Su *et al.*, 2009] SU, X., ZHENG, W. et ZHANG, N. (2009). Optimal control for T-S fuzzy descriptor systems with time domain hard constraints. *International Journal of Information and Systems Sciences*, 5:447–456.
- [Sun *et al.*, 2005] SUN, I., pin MA, B. et mei ZHU, X. (2005). Robust control for uncertain system with state and input delay. *In International Conference on Machine Learning and Cybernetics, Guangzhou, 18-21 August*.
- [Surampudi et Wendel, 2009] SURAMPUDI, B. et WENDEL, G. (2009). Control system development for retrofit automated manual transmissions. *SAE Technical Paper*, 28-0001.
- [Tafraouti, 2006] TAFRAOUTI, M. (2006). *Contribution à la modélisation et la commande des systèmes électrohydrauliques*. Thèse de doctorat, Université Henri Poincaré-Nancy 1.
- [Takagi et Sugeno, 1985] TAKAGI, T. et SUGENO, M. (1985). Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, vol. 15, No. 1:116–132.
- [Tanaka *et al.*, 1998] TANAKA, K., IKEDA, T. et WANG, H. (1998). Fuzzy regulators and fuzzy observers : relaxed stability conditions and LMI-based designs. *IEEE Transactions on Fuzzy System*, 6:1–16.
- [Tanaka *et al.*, 2000] TANAKA, K., IWASAKI, M. et WANG, H. O. (2000). Stability and smoothness conditions for switching fuzzy systems. *In American Control Conference, 2000. Proceedings of the 2000*.
- [Tanaka et Sano, 1994] TANAKA, K. et SANO, M. (1994). Trajectory stabilization of a model car via fuzzy control. *Fuzzy Sets and Systems*, 70:155–170.
- [Tanaka et Wang, 2000] TANAKA, K. et WANG, H. O. (2000). Stable switching fuzzy control and its application to a hovercraft type vehicle. *In Proceeding of the IEEE International Conference on Fuzzy Systems*.
- [Tanaka et Wang, 2001] TANAKA, K. et WANG, H. O. (2001). *Fuzzy Control Systems Design and Analysis : A Linear Matrix Inequality Approach*. John wiley & sons.
- [Theodossiades *et al.*, 2006] THEODOSSIADES, S., GNANAKUMARR, M., RAHNEJAT, H. et KELLY, P. (2006). Effect of a dual-mass flywheel on the impact-induced noise in vehicular powertrain systems. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D : Journal of Automobile Engineering*, 220, 6:747–761.
- [Tong *et al.*, 2002] TONG, S., WANG, T. et LI, H.-X. (2002). Fuzzy robust tracking control for uncertain nonlinear system. *International Journal of Approximate Reasoning*, 30:73–90.

- [Toulotte, 2006] TOULOTTE, P. (2006). *Attelage Virtuel Pour Véhicules Automatisés*. Thèse de doctorat, Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis.
- [Tran *et al.*, 2012a] TRAN, V., LAUBER, J. et DAMBRINE, M. (2012a). Commande à mode glissant d'un double embrayage en phase de décollage. *In Conférence Internationale Francophone d'Automatique (CIFA2012)*.
- [Tran *et al.*, 2012b] TRAN, V., LAUBER, J. et DAMBRINE, M. (2012b). Sliding mode control of a dual clutch during launch. *In The second International Conference on Engineering Mechanics and Automation (ICEMA2012)*.
- [Tran *et al.*, 2013a] TRAN, V., LAUBER, J. et DAMBRINE, M. (2013a). H_∞ gearshift control of a dual clutch based on uncertain TS models. *In American Control Conference*.
- [Tran *et al.*, 2013b] TRAN, V., LAUBER, J. et DAMBRINE, M. (2013b). H_∞ launch control of a dry dual clutch transmission based on uncertain TS models. *In IEEE International Conference on Fuzzy Systems*.
- [Tuan *et al.*, 2001] TUAN, H. D., APKARIAN, P., NARIKIYO, T., et YAMAMOTO, Y. (2001). Parameterized linear matrix inequality techniques in fuzzy control system design. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 9:324–332.
- [Valeo, 2008] VALEO (2008). Double dry clutch. Rapport technique, Valeo.
- [Van Der Heijden *et al.*, 2007] VAN DER HEIJDEN, A. C., SERRARENS, A. F. A., CAMLIBEL, M. K. et NIJMEIJER, H. (2007). Hybrid optimal control of dry clutch engagement. *International Journal of Control*, 80:1717–1728.
- [Veenhuizen *et al.*, 2005] VEENHUIZEN, P. A., BONSEN, B., KLAASSEN, T. W. G. L., van de MEERAKKER, K. G. O., NIJMEIJER, H. et VELDPAUS, F. E. (2005). Simulated behaviour of a vehicle with V-belt geared neutral transmission with variator slip control. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D : Journal of Automobile Engineering*, 219, 11:1321–1330.
- [Vesna *et al.*, 2010] VESNA, M. O., TATJANA, K.-G. et GEORGI, M. D. (2010). Influence of the state space partitioning into regions when designing switched fuzzy controllers. *Automatic Control and Robotics*, 9:103–112.
- [Volkswagen, 2008] VOLKSWAGEN (2008). The DSG dual-clutch gearbox - Environmental commendation. Rapport technique, Volkswagen.
- [Walker et Zhang, 2012a] WALKER, P. D. et ZHANG, N. (2012a). Engagement and control of synchroniser mechanisms in dual clutch transmissions. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 26:320–332.
- [Walker et Zhang, 2012b] WALKER, P. D. et ZHANG, N. (2012b). Investigation of synchroniser engagement in dual clutch transmission equipped powertrains. *Journal of Sound and Vibration*, 331:1398–1412.
- [Walker *et al.*, 2012] WALKER, P. D., ZHANG, N. et andBo ZHU, W. Z. (2012). Modelling and simulation of gear synchronisation and shifting in dual-clutch transmission equipped powertrains. *Journal of Mechanical Engineering Science*, May 31:xxx–xxx.
- [Walker *et al.*, 2010] WALKER, P. D., ZHANG, N. et TAMBA, R. (2010). Control of gear shifts in dual clutch transmission powertrains. *Mechanical Systems and Signal Processing*, doi :10.1016/j.ymssp.2010.08.018.

- [Wang *et al.*, 1996] WANG, H., TANAKA, K. et GRIFFIN, M. (1996). An approach to fuzzy control of nonlinear systems : stability and design issues. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 4:14–23.
- [Wininger *et al.*, 2009] WININGER, M., KIM, N.-H. et CRAELIUS, W. (2009). Spatial resolution of spontaneous accelerations in reaching tasks. *Journal of Biomechanics*, 42:29–34.
- [Wu *et al.*, 2010] WU, M. X., ZHANG, J. W., LU, T. L. et NI, C. (2010). Research on optimal control for dry dual-clutch engagement during launch. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D : Journal of Automobile Engineering*, 224:749 –763.
- [Xia et Li, 2009] XIA, Z. et LI, J. (2009). Delay-dependent H_∞ control for T-S fuzzy systems based on a switching fuzzy model and piecewise lyapunov function. *Acta Automatica Sinica*, 35:1235–1239.
- [Xie *et al.*, 2005] XIE, W., WU, H. et ZHAO, X. (2005). Relaxed LMIs observer-based controller design via improved T-S fuzzy model structure. *In Lecture Notes in Computer Science, 2005, Volume 3613/2005, 476*.
- [Young et Marteniuk, 1997] YOUNG, R. P. et MARTENIUK, R. G. (1997). Acquisition of a multi-articular kicking task : Jerk analysis demonstrates movements do not become smoother with learning. *Human Movement Science*, 19:677–701.
- [Yu et Lien, 2008] YU, K.-W. et LIEN, C.-H. (2008). Robust H_∞ control for uncertain T-S fuzzy systems with state and input delays. *Chaos, Solitons and Fractals*, 37:150–156.
- [Zanasi *et al.*, 2001] ZANASI, R., VISCONTI, A., G.SANDONI et R.MORSELLI (2001). Dynamic modeling and control of a car transmission system. *In International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics. Como, Italy*.

Annexe A

Modèle dynamique du système de pilotage du double embrayage

Dans cette annexe, un modèle du système de pilotage du double embrayage de type hydraulique est présenté. L'architecture simplifiée est donnée sur la figure A.1 comprenant les éléments principaux : la servo-valve hydraulique à trois voies (2), le récepteur hydraulique d'embrayage (4) et le ressort à diaphragme (5). Les pistons de synchronisation et les valves de modulation de pression ne sont pas représentés. Le modèle dynamique est représenté en considérant le découpage suivant en trois

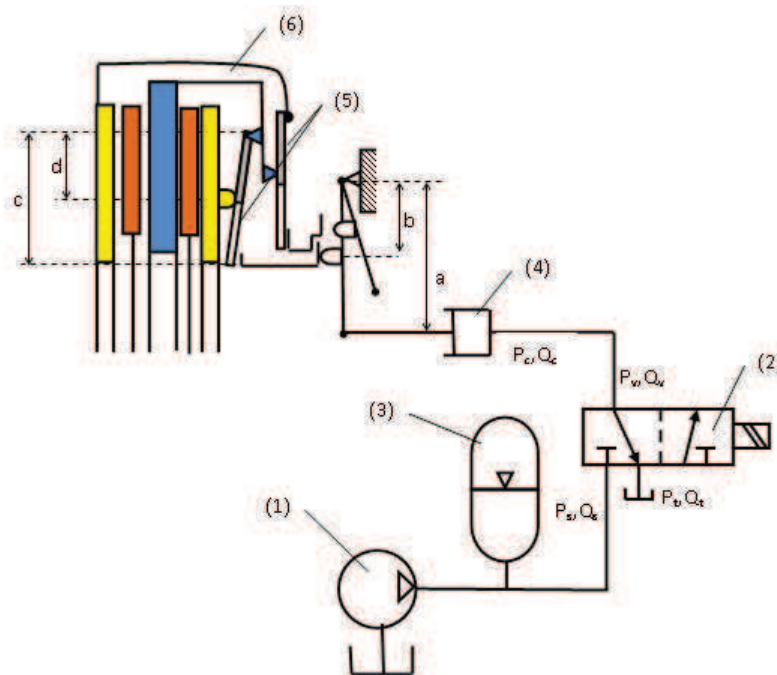


FIGURE A.1 – Système de pilotage d'un double embrayage : (1) - la pompe, (2) - la servo-valve hydraulique à trois voies, (3) - l'accumulateur, (4) - le piston, (5) - le ressorts de disque, (6) - le double embrayage

parties : le modèle dynamique de la servo-valve hydraulique à trois voies, le modèle dynamique de la pression à l'intérieur du cylindre du récepteur d'embrayage, le modèle dynamique du piston du récepteur.

A.1 Servo-valve hydraulique à trois voies

La pression du récepteur hydraulique d'embrayage est contrôlée par la valve à trois voies. Pour un courant électromagnétique bas, le cylindre étant relié au réservoir, la pression diminue et l'embrayage est désengagé. Pour un courant électromagnétique élevé, le cylindre étant relié à l'accumulateur, la pression augmente et l'embrayage est enclenché.

La servo-valve hydraulique est une valve de contrôle d'écoulement. Le déplacement d'un tambour définit l'écoulement. Il est déplacé par les forces magnétiques et de rappel élastiques. La valve servo hydraulique met en jeu trois phénomènes physiques : électromagnétique, mécanique et hydraulique. Un modèle simplifié de la servo-valve est donné dans [Owen, 2001] sous la forme d'un premier ordre :

$$\dot{x}_v = -\frac{1}{\tau_v}x_v + \frac{K_v}{\tau_v}V \quad (\text{A.1})$$

où K_v est le facteur de la valve, τ_v est la constante de temps de la valve, et V est la tension d'entrée.

A.2 Dynamique de la pression à l'intérieur de la chambre du récepteur d'embrayage

En négligeant la perte de pression dans les pipes, la pression en sortie de la servo-valve p_v est égale à la pression au niveau du cylindre du récepteur de l'embrayage p_c . L'équation différentielle qui décrit la dynamique de la pression cylindre p_c est :

$$\dot{p}_c = \dot{p}_v = \frac{\beta}{V_0 + x_p A_p} (Q_v - \dot{x}_p A_p) \quad (\text{A.2})$$

où β est le module de compressibilité de l'huile, V_0 est le volume initial du cylindre, x_p est la position du piston du récepteur de l'embrayage, A_p est la surface du piston du récepteur et Q_v est l'écoulement de la valve qui s'écrit comme :

$$Q_v = Q_s - Q_t \quad (\text{A.3})$$

où Q_s , Q_t sont les écoulements de chargement et de déchargement. Ils sont décrits selon l'équation de Bernoulli par :

$$Q_s = C_d \sqrt{\frac{2}{\rho}} A_f(x_v) \sqrt{|p_s - p_v|} \text{sign}(p_s - p_v) \quad (\text{A.4})$$

$$Q_t = C_d \sqrt{\frac{2}{\rho}} A_d(x_v) \sqrt{|p_v - p_t|} \text{sign}(p_v - p_t) \quad (\text{A.5})$$

où ρ est la densité de l'huile, C_d est le coefficient de perte de charge, A_f et A_d sont les surfaces d'orifice de chargement et de déchargement, p_s est la pression au niveau de l'entrée de la valve, p_t est la pression dans le réservoir et p_v est la pression à la sortie de la valve.

$$A_f = \arccos \left(1 - \frac{x_v - L_d}{r_o} \right) r_o^2 - (r_o - x_v + L_d) \sqrt{r_o^2 - (r_o - x_v + L_d)^2}, \quad (\text{A.6a})$$

$$A_f = 0, \quad x_v \notin [L_d, 2r_o + L_d] \quad (\text{A.6b})$$

$$A_d = \arccos \left(1 + \frac{x_v + L_d}{r_o} \right) r_o^2 + (r_o + x_v + L_d) \sqrt{r_o^2 - (r_o + x_v + L_d)^2}, \quad (\text{A.7a})$$

$$\begin{aligned} x_v &\in [-L_d, -L_d - 2r_o] \\ A_d &= 0, \quad x_v \notin [-L_d, -L_d - 2r_o] \end{aligned} \quad (\text{A.7b})$$

où r_o est le rayon de l'orifice de la valve de chargement et de déchargement, $2L_d$ est la zone morte de la valve.

A.3 Dynamique de la position du piston du récepteur de l'embrayage

L'équation dynamique du piston est donnée par l'expression :

$$\ddot{x}_p = \frac{1}{m_p} \left(p_c A_p - F_f(\dot{x}_p) - \frac{1}{i_1 i_2} F_n(x_p) \right) \quad (\text{A.8})$$

où m_p est la masse équivalente des plateaux du double embrayage et du piston ramenées au piston, p_c est la pression du cylindre, i_1 est le rapport du levier (voir la figure A.1), i_2 est le rapport du ressort à diaphragme, F_n est la force de rappel élastique du ressort à diaphragme (qui est également la force normale appliquée sur l'embrayage), F_f est la force de friction.

$$i_1 = \frac{b}{a} \quad (\text{A.9})$$

$$i_2 = \frac{c}{d} = \frac{D_e}{D_e - D_w} \quad (\text{A.10})$$

où D_e est le diamètre extérieur du ressort à diaphragme et D_w est le diamètre à la racine de fentes du ressort à diaphragme.

La force de rappel élastique (ou normale) F_n est déterminée par la géométrie du ressort à diaphragme sans contrainte (voir la figure A.2), par sa compression et par la nature du métal. Elle peut être calculée via la formule introduite dans [Almen et Laszlo, 1936] :

$$F_n(s) = \frac{4E}{(1 - \mu^2) K D_e^2} s \left((h - s) \left(h - \frac{s}{2} \right) \sigma + \sigma^3 \right) \quad (\text{A.11})$$

avec

$$K \triangleq \frac{1}{\pi} \frac{(\frac{\delta-1}{\delta})^2}{\frac{\delta+1}{\delta-1} - \frac{2}{\ln \delta}}, \quad \delta \triangleq \frac{D_e}{D_w}$$

où F_n est la force élastique [N], E est le module d'élasticité du métal [N/m²], D_e est le diamètre extérieur du ressort à diaphragme [mm], D_w est le diamètre à la racine des fentes du ressort à diaphragme [mm], h est la hauteur du cône de ressort à la racine des fentes [mm], σ est l'épaisseur du ressort [mm], μ est le coefficient de Poisson (pour l'acier du ressort, $\mu = 0.3$) et s est la déformation de la hauteur du cône à partir de sa géométrie sans contrainte [mm]. En négligeant la déformation du levier, cette déformation s'exprime par :

$$s = 1000 \frac{1}{i_1 i_2} x_p \quad (\text{A.12})$$

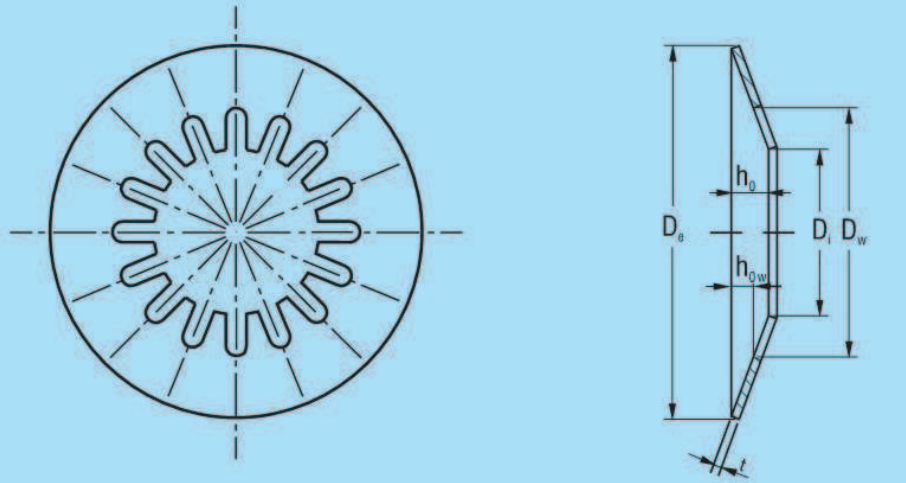


FIGURE A.2 – Architecture du ressort à diaphragme [Almen et Laszlo, 1936]

Annexe B

Commande par mode glissant du double embrayage prenant en compte l'actionneur

Dans cette annexe, des lois de commande du double embrayage en phase de décollage et en phase de changement de rapport de vitesse prenant en compte l'actionneur du double embrayage sont développées. Les lois de commande proposées sont basées sur l'utilisation de la théorie des modes glissants présentée dans le chapitre 3.

B.1 Commande de la vitesse du moteur

Le couple du moteur est divisé en deux parties, une provenant du conducteur T_e^d et l'autre considérée comme une variable de commande T_e^c . La dynamique de la vitesse du moteur est alors décrite par la formule suivante :

$$\dot{x}_1 = f_1(.) + g_1.u_1 \quad (\text{B.1})$$

où,

$$f_1(.) \triangleq \frac{1}{I_1} (T_e^d - K_1(\theta_1 - \theta_2) - C_1(\omega_1 - \omega_2))$$

$$x_1 \triangleq \omega_1, \quad g_1 \triangleq \frac{1}{I_1}, \quad u_1 \triangleq T_e^c$$

Pour assurer que le système suive la trajectoire de référence x_{1r} , une surface de glissement intégrale $S_1(t)$ est définie :

$$S_1(t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda \right) \int_0^t e_1(\tau) d\tau = e_1(t) + \lambda \int_0^t e_1(\tau) d\tau \quad (\text{B.2})$$

où e_1 est l'erreur de poursuite de la variable d'état x_1 : $e_1(t) = x_1(t) - x_{1r}(t)$ et λ est une constante positive. L'étude de la stabilité nécessite d'introduire la dérivée de la surface de glissement :

$$\dot{S}_1(t) = \dot{e}_1(t) + \lambda e_1(t) = f_1(.) + g_1 u_1(t) - \dot{x}_{1r} + \lambda e_1(t) \quad (\text{B.3})$$

Si le régime glissant est parfait, alors le point de fonctionnement évolue sur la surface de glissement $S_1(t) = 0$ et satisfait la condition $\dot{S}_1(t) = 0$. L'expression de la commande équivalente \hat{u}_1 déduite de $\dot{S}_1(t) = 0$ est :

$$\hat{u}_1(t) = g_1^{-1}(-f_1(\cdot) + \dot{x}_{1r} - \lambda e_1(t)) \quad (\text{B.4})$$

Pour assurer l'attractivité en temps fini de la surface de glissement, on ajoute à \hat{u}_1 un terme discontinu fonction de $S_1(t)$. La loi de commande à régime glissant est définie sous la forme classique :

$$u_1(t) = \hat{u}_1(t) - g_1^{-1}k\text{sign}(S_1) \quad (\text{B.5})$$

où k est une constante positive.

B.2 Commande de la vitesse glissement de l'embrayage

La dynamique de la vitesse glissement de l'embrayage *on-coming* est donnée par :

$$\Delta\dot{\omega}_2 = \frac{1}{I_2}T_{in}(\cdot) + \frac{i_j}{I_3}T_{out}(\cdot) - \left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_i i_j}{I_3}\right)T_{c1} - \left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_j^2}{I_3}\right)T_{c2} \quad (\text{B.6})$$

où :

$$T_{in}(\cdot) = K_1(\theta_1 - \theta_2) + C_1(\omega_1 - \omega_2) \quad (\text{B.7})$$

$$T_{out}(\cdot) = K_2(\theta_3 - \theta_4) + C_2(\omega_3 - \omega_4) \quad (\text{B.8})$$

En combinant cette équation avec le modèle de *Stribeck*, la dynamique de la vitesse de glissement de l'embrayage *on-coming* est réécrite sous la forme :

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{I_2}T_{in}(\cdot) + \frac{i_j}{I_3}T_{out}(\cdot) - \left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_i i_j}{I_3}\right)T_{c1} - \left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_j^2}{I_3}\right)\gamma_c \text{sign}(x_2)F_{n2}(x_p)\mu(x_2) \quad (\text{B.9})$$

où $x_2 \triangleq \Delta\omega_2$. Pour développer une loi de commande, le modèle dynamique de la valve est simplifié. La constante de temps de la valve (τ_v) étant faible, sa dynamique est négligée, donc l'équation (A.1) devient algébrique :

$$x_v = K_v V \quad (\text{B.10})$$

Les équations différentielles nécessaires pour développer la loi de commande de synchronisation de l'embrayage sont :

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 &= \frac{1}{I_2}T_{in}(\cdot) + \frac{i_j}{I_3}T_{out}(\cdot) - \left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_i i_j}{I_3}\right)T_{c1} \\ &\quad - \left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_j^2}{I_3}\right)\gamma_c \text{sign}(x_2)F_{n2}(x_p)\mu(x_2) \end{aligned} \quad (\text{B.11a})$$

$$\ddot{x}_p = \frac{1}{m_p} \left(p_c A_p - F_f(\dot{x}_p) - \frac{1}{i_1 i_2} F_{n2}(x_p) \right) \quad (\text{B.11b})$$

$$\dot{p}_c = \frac{\beta}{V_0 + x_p A_p} (Q_v(V, p_v) - \dot{x}_p A_p) \quad (\text{B.11c})$$

En dérivant trois fois l'équation (B.11a), la variable de commande $u_2 = V$ apparaît :

$$\begin{aligned} x_2^{(4)} = & \frac{1}{I_2} \frac{d^3 T_{in}(\cdot)}{dt^3} + \frac{i_j}{I_3} \frac{d^3 T_{out}(\cdot)}{dt^3} - \left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_i i_j}{I_3} \right) \frac{d^3 T_{c1}(\cdot)}{dt^3} \\ & - \left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_j^2}{I_3} \right) \gamma_c \text{sign}(x_2) \frac{d^3 (F_{n2}(x_p) \mu(x_2))}{dt^3} \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

il vient alors

$$\frac{d(F_{n2}(x_p) \mu(x_2))}{dt} = \frac{dF_{n2}(x_p)}{dx_p} \dot{x}_p \mu(x_2) + F_{n2}(x_p) \frac{d\mu(x_2)}{dx_2} \dot{x}_2 \quad (\text{B.13})$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2(F_{n2}(x_p) \mu(x_2))}{dt^2} = & \frac{d^2 F_{n2}(x_p)}{dx_p^2} \dot{x}_p^2 \mu(x_2) + \frac{dF_{n2}(x_p)}{dx_p} \ddot{x}_p \mu(x_2) + 2 \frac{dF_{n2}(x_p)}{dx_p} \dot{x}_p \frac{d\mu(x_2)}{dx_2} \dot{x}_2 \\ & + F_{n2}(x_p) \frac{d^2 \mu(x_2)}{dx_2^2} \dot{x}_2^2 + F_{n2}(x_p) \frac{d\mu(x_2)}{dx_2} \ddot{x}_2 \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

$$\begin{aligned} \frac{d^3(F_{n2}(x_p) \mu(x_2))}{dt^3} = & \frac{d^3 F_{n2}(x_p)}{dx_p^3} \dot{x}_p^3 \mu(x_2) + 3 \frac{d^2 F_{n2}(x_p)}{dx_p^2} \dot{x}_p \ddot{x}_p \mu(x_2) \\ & + 3 \frac{d^2 F_{n2}(x_p)}{dx_p^2} \dot{x}_p^2 \frac{d\mu(x_2)}{dx_2} \dot{x}_2 + 3 \frac{dF_{n2}(x_p)}{dx_p} \ddot{x}_p \frac{d\mu(x_2)}{dx_2} \dot{x}_2 \\ & + 3 \frac{dF_{n2}(x_p)}{dx_p} \dot{x}_p \frac{d^2 \mu(x_2)}{dx_2^2} \dot{x}_2^2 + 3 \frac{dF_{n2}(x_p)}{dx_p} \dot{x}_p \frac{d\mu(x_2)}{dx_2} \ddot{x}_2 \\ & + 3 F_{n2}(x_p) \frac{d^2 \mu(x_2)}{dx_2^2} \dot{x}_2 \ddot{x}_2 + F_{n2}(x_p) \frac{d^3 \mu(x_2)}{dx_2^3} \dot{x}_2^3 \\ & + F_{n2}(x_p) \frac{d\mu(x_2)}{dx_2} \ddot{x}_2 - \frac{1}{m_p} \left(\frac{dF_{n2}(x_p)}{dx_p} \mu(x_2) \frac{dF_f(\dot{x}_p)}{d\dot{x}_p} \ddot{x}_p \right. \\ & \quad \left. + \frac{1}{i_1 i_2} \frac{dF_{n2}(x_p)}{dx_p} \mu(x_2) \frac{F_{n2}(x_p)}{dx_p} \dot{x}_p \right. \\ & \quad \left. + A_p^2 \frac{\beta}{V_0 + x_p A_p} \dot{x}_p \frac{dF_{n2}(x_p)}{dx_p} \mu(x_2) \right) \\ & + \frac{1}{m_p} A_p \frac{\beta}{V_0 + x_p A_p} \frac{dF_{n2}(x_p)}{dx_p} \mu(x_2) Q_v(V, p_v) \end{aligned} \quad (\text{B.15})$$

En négligeant la zone morte de la valve ($2L_d = 0$) et en limitant la position de la valve dans l'ensemble borné $x_v \in [-2r_o, 2r_o]$, la fonction d'écoulement de la valve $Q_v = Q(V, p_v)$ est une fonction continue et monotone croissance en fonction de la tension appliquée à la valve V . Il existe donc une fonction inverse $V = Q^{-1}(Q_v, p_v)$. L'équation (B.12) est réécrite sous la forme :

$$x_2^{(4)} = f_2(\cdot) + g_2(\cdot) \nu \quad (\text{B.16})$$

avec

$$\begin{aligned}
f_2(\cdot) \triangleq & \frac{1}{I_2} \frac{d^3}{dt^3} T_{in}(\cdot) + \frac{i_j}{I_3} \frac{d^3}{dt^3} T_{out}(\cdot) - \left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_i i_j}{I_3} \right) \frac{d^3}{dt^3} T_{c1}(\cdot) \\
& - \left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_j^2}{I_3} \right) \gamma_c \text{sign}(x_2) \left(\frac{d^3 F_{n2}(x_p)}{dx_p^3} \dot{x}_p^3 \mu(x_2) + 3 \frac{d^2 F_{n2}(x_p)}{dx_p^2} \dot{x}_p \ddot{x}_p \mu(x_2) \right. \\
& + 3 \frac{d F_{n2}(x_p)}{dx_p} \dot{x}_p^2 \frac{d\mu(x_2)}{dx_2} \dot{x}_2 + 3 \frac{d F_{n2}(x_p)}{dx_p} \ddot{x}_p \frac{d\mu(x_2)}{dx_2} \dot{x}_2 \\
& + 3 \frac{d F_{n2}(x_p)}{dx_p} \dot{x}_p \frac{d^2 \mu(x_2)}{dx_2^2} \dot{x}_2^2 + 3 \frac{d F_{n2}(x_p)}{dx_p} \dot{x}_p \frac{d\mu(x_2)}{dx_2} \ddot{x}_2 \\
& + 3 F_{n2}(x_p) \frac{d^2 \mu(x_2)}{dx_2^2} \dot{x}_2 \ddot{x}_2 + F_{n2}(x_p) \frac{d^3 \mu(x_2)}{dx_2^3} \dot{x}_2^3 + F_{n2}(x_p) \frac{d\mu(x_2)}{dx_2} \ddot{x}_2 \\
& - \frac{1}{m_p} \left(\frac{d F_{n2}(x_p)}{dx_p} \mu(x_2) \frac{d F_f(\dot{x}_p)}{d\dot{x}_p} \ddot{x}_p + \frac{1}{i_1 i_2} \frac{d F_{n2}(x_p)}{dx_p} \mu(x_2) \frac{d F_{n2}(x_p)}{dx_p} \dot{x}_p \right. \\
& \left. + A_p^2 \frac{\beta}{V_0 + x_p A_p} \dot{x}_p \frac{d F_{n2}(x_p)}{dx_p} \mu(x_2) \right) \\
g_2(\cdot) = & - \left(\frac{1}{I_2} + \frac{i_j^2}{I_3} \right) \frac{\gamma_c \beta A_p}{m_p (V_0 + x_p A_p)} \frac{d F_{n2}(x_p)}{dx_p} \mu(x_2) \text{sign}(x_2)
\end{aligned} \tag{B.17}$$

et l'entrée de commande indirecte :

$$\nu = Q_v(V, p_v) \tag{B.18}$$

Pour assurer le suivi de la trajectoire de référence x_{2r} ($x_{2r} = \Delta \omega_{2r}$), une surface de glissement $S_2(t) = 0$ est définie sous la forme :

$$S_2(t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda \right)^{(3)} e_2(t) = e_2^{(3)}(t) + 3\lambda \ddot{e}_2(t) + 3\lambda^2 \dot{e}_2(t) + \lambda^3 e_2(t) \tag{B.19}$$

où e_2 est l'erreur de poursuite de la variable x_2 : $e_2(t) = x_2(t) - x_{2r}(t)$ et λ une constante positive. La dérivée de la surface est :

$$\dot{S}_2(t) = e_2^{(4)}(t) + 3\lambda e_2^{(3)}(t) + 3\lambda^2 \ddot{e}_2(t) + \lambda^3 \dot{e}_2(t) \tag{B.20}$$

Si le régime glissant est parfait, le point de fonctionnement évolue sur la surface de glissement $S_2(t) = 0$ et satisfait $\dot{S}_2(t) = 0$. La commande équivalente $\hat{\nu}$ a alors pour expression :

$$\hat{\nu}(t) = g(\cdot)^{-1} \left(x_{2r}^{(4)}(t) - f_2(\cdot) - 3\lambda e_2^{(3)}(t) - 3\lambda^2 \ddot{e}_2(t) - \lambda^3 \dot{e}_2(t) \right). \tag{B.21}$$

Un terme discontinu est ajouté à la loi de commande continue. La loi de commande à régime glissant est définie sous la forme classique :

$$\nu(t) = \hat{\nu}(t) - g(\cdot)^{-1} k \text{sign}(S_2) \tag{B.22}$$

où k est une constante positive. La commande de la vitesse glissement de l'embrayage *on-coming* en phase de changement de vitesses est alors calculée via la formule suivante :

$$u_2(t) = V(t) = Q^{-1}(\nu(t), p_v(t)) \tag{B.23}$$

B.3 Résultats de simulation

Les trajectoires de référence pour le régime du moteur et pour la vitesse de glissement de l'embrayage sont définies comme dans le chapitre 3. Les paramètres du groupe motopropulseur et du système de pilotage du double sont ceux de l'annexe C. La position du papillon est fixée par le conducteur et suit la trajectoire donnée sur la figure 3.19. La figure B.1 montre les vitesses angulaires des éléments du GMP en phase de décollage et de changement de vitesse. Le véhicule commence à décoller

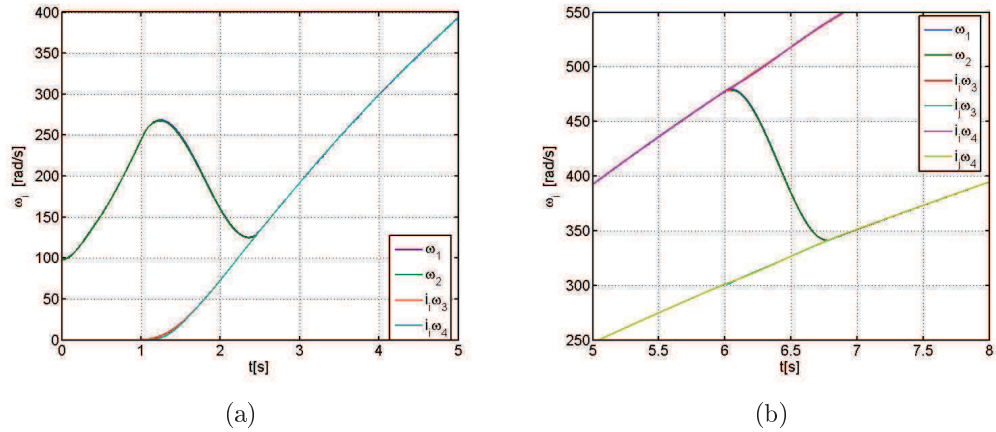


FIGURE B.1 – Vitesses angulaires des éléments du GMP : (a) décollage, (b) changement de vitesse 1^{er} – 2^{ème}

à 1 seconde et le changement de vitesses de 1^{er} à 2^{ème} est effectué à 6 secondes, où la vitesse du véhicule est d'environ 57 km/h. Le temps d'engagement en cas de décollage est fixé à 1.5 secondes et celui d'un changement de vitesse est fixé à 0.8 seconde. Les erreurs de poursuite sont représentées sur la figure B.2. La position du

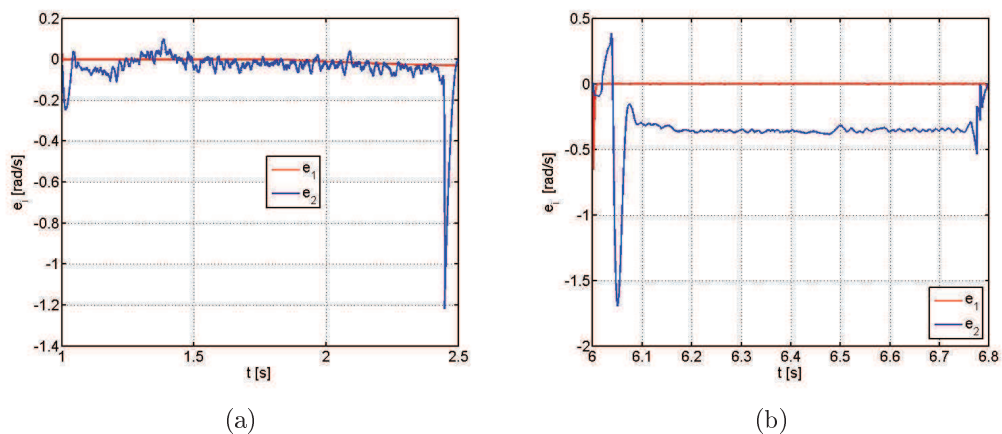


FIGURE B.2 – Erreurs de poursuite : (a) décollage, (b) changement de vitesse 1^{er} – 2^{ème}

tambour de la valve est donnée sur les figures B.3 et B.4 dans le cas du décollage et du changement de vitesse, respectivement. La figure B.5 illustre la variation du couple moteur lors du changement de vitesses et du décollage. La force normale est

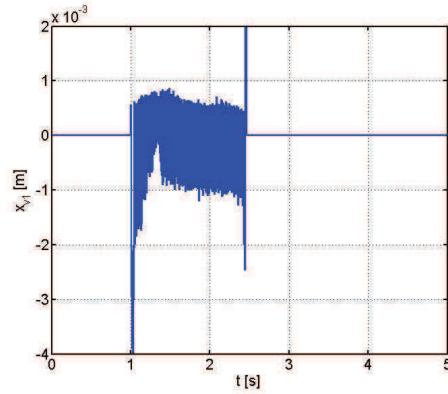
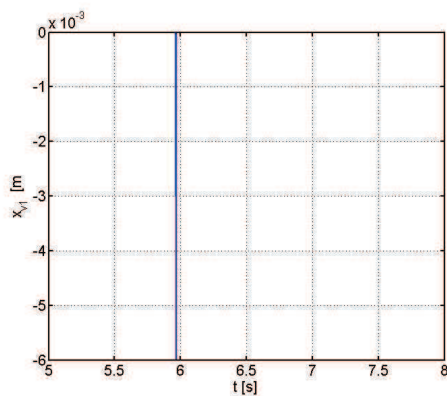
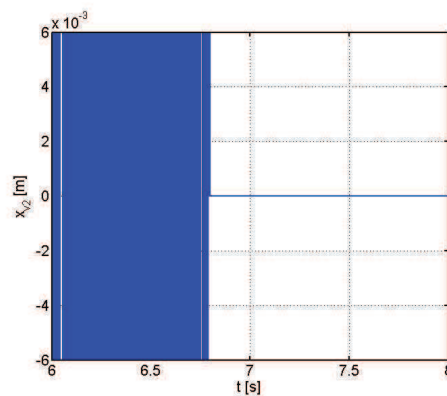


FIGURE B.3 – Position du tambour de la valve à trois voies lors du décollage

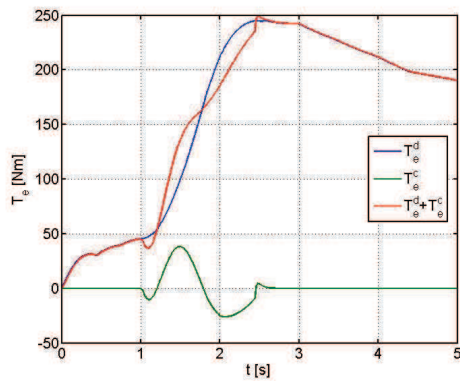


(a)

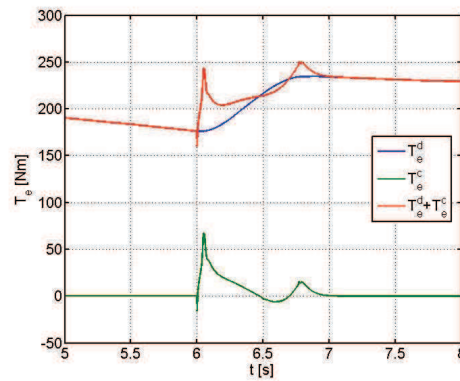


(b)

FIGURE B.4 – Position du canette du valve à trois voies lors du changement de vitesse 1^{er} – 2^{ème} : (a) embrayage *off-going*, (b) embrayage *on-coming*



(a)



(b)

FIGURE B.5 – Couple du moteur : (a) décollage, (b) changement de vitesse 1^{er} – 2^{ème}

représentée dans la figure B.6. Après la synchronisation, la position de la servo-valve à trois voies est mise à zéro, la force normale est alors constante. Le jerk du véhicule lors du décollage et du changement de vitesse est proposé sur la figure B.7. Au début du changement de vitesse, le jerk varie beaucoup et est important. Cette variation

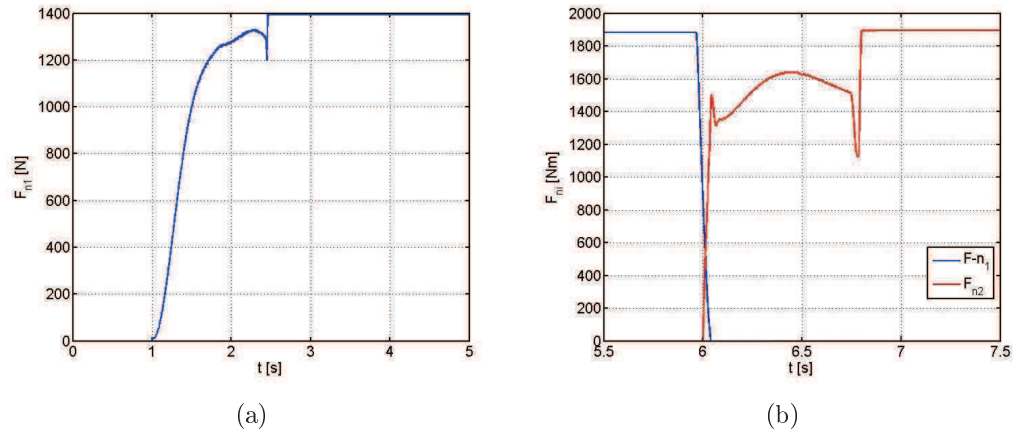


FIGURE B.6 – Force normale appliquée sur le double embrayage : (a) décollage, (b) changement de vitesse 1^{er} – 2^{ème}

dépend principalement de la stratégie de débrayage d'embrayage *off-going*.

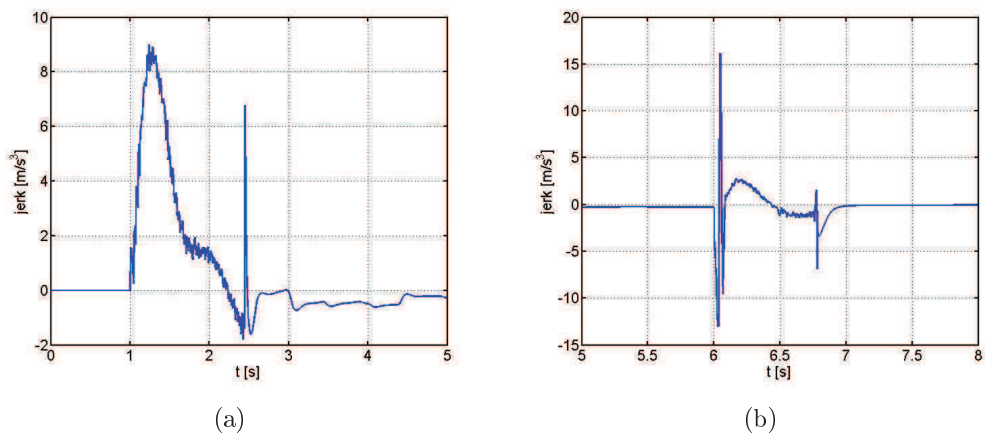


FIGURE B.7 – Jerk du véhicule : (a) décollage, (b) changement de vitesse 1^{er} – 2^{ème}

Annexe C

Paramètres numériques

TABLE C.1: Paramètres du modèle du groupe motopropulseur

Paramètre	Explication	Valeur	Unité
I_1	Inertie du moteur et demi-volant moteur	0,1170	kg.m ²
I_2	Inertie des plateaux de pression et demi-volant moteur	0,1028	kg.m ²
I_{31}	Inertie de l'arbre creux, pignons portés, et disque d'embrayage	0,0043	kg.m ²
I_{32}	Inertie de l'arbre solide, pignons portés, et disque d'embrayage	0,0040	kg.m ²
I_{41}	Inertie de l'arbre de sortie pour les rapports impairs	0,0050	kg.m ²
I_{42}	Inertie de l'arbre de sortie pour les rapports pairs	0,0050	kg.m ²
I_5	Inertie du pont et différentiel	0,2640	kg.m ²
I_6	Inertie des roues motrices	5,0944	kg.m ²
K_1	Coefficient de raideur de l'amortisseur	160	N.m/rad
C_1	Coefficient d'amortissement de l'amortisseur	40	N.m.s/rad
K_{21}	Coefficient de raideur de l'arbre creux	8312	N.m/rad
C_{21}	Coefficient d'amortissement de l'arbre creux	50	N.m.s/rad
K_{22}	Coefficient de raideur de l'arbre creux	8312	N.m/rad
C_{22}	Coefficient d'amortissement de l'arbre creux	50	N.m.s/rad
K_{31}	Coefficient de raideur de l'arbre de sortie pour les rapports impairs	8600	N.m/rad
C_{31}	Coefficient d'amortissement de l'arbre de sortie pour les rapports impairs	50	N.m.s/rad
K_{32}	Coefficient de raideur de l'arbre de sortie pour les rapports pairs	8600	N.m/rad
C_{32}	Coefficient d'amortissement de l'arbre de sortie pour les rapports pairs	50	N.m.s/rad
K_4	Coefficient de raideur d'un demi-arbre	16300	N.m/rad
C_4	Coefficient d'amortissement d'un demi-arbre	600	N.m.s/rad

suite ...

TABLE C.1: (suite)

Paramètre	Explication	Valeur	Unité
C_{bi}	Coefficient d'amortissement visqueux	0,005	N.m.s/rad
i_0	Rapport du pont	3,07	
i_a, i_s	Rapports de la boîte de vitesses : 1 ^{er} : 3,14 ; 2 ^{ème} : 1,98 ; 3 ^{ème} : 1,37 ; 4 ^{ème} : 1,00 ; 5 ^{ème} : 0,76 ; 6 ^{ème} : 0,60		

TABLE C.2: Paramètres du modèle de véhicule

Paramètre	Explication	Valeur	Unité
m_v	Masse du véhicule :		
	- maximum	1832,0	kg
	- minimum	1343,8	kg
r_w	Rayon moyen du pneumatique	0,32	m
A_f	Maître-couple	1,8	m ²
ρ	Masse volumique de l'air	1,204	kg/m ³
C_d	Coefficient de traînée aérodynamique	0,3	-

TABLE C.3: Paramètres du modèle de l'embrayage

Paramètre	Explication	Valeur	Unité
r_c	Rayon moyen de friction du disque de friction	0,14	m
n_d	Nombre de disques de friction pour un embrayage	1	-
ω_s	Vitesse de <i>Stribeck</i>	10	rad/s
μ_s	Coefficient de friction statique	0,8	-
μ_c	Coefficient de friction <i>Coulomb</i>	0,6	-

TABLE C.4: Paramètres du modèle du système de commande du double embrayage

Paramètre	Explication	Valeur	Unité
p_s	Pression relative à la voie entrée de la valve	$6, 10^5$	Pa
β	Module compressibilité d'huile	$7.0e + 8$	-
ρ	Densité de huile	800	-
C_d	Coefficient de chargement et de déchargement	0,61	-
p_t	Pression relative dans le réservoir	0	Pa
r_0	Rayon de l'orifice de la valve chargement et valve déchargement	2	mm
A_p	Surface du piston du récepteur	7	cm ²
m_p	Masse équivalente ramenée au piston des		

suite ...

TABLE C.4: (suite)

Paramètre	Explication	Valeur	Unité
	plateaux de double embrayage	0,5	kg
V_0	Volume initial du cylindre	18	cm ³
D_e	Diamètre extérieur du ressort à disque	22	cm
D_w	Diamètre à la racine des fentes du ressort à disque	19	cm
E	Module d'élasticité du métal	$2.0e + 5$	-
σ	Épaisseur du ressort à disque	3	mm
h	Hauteur de cône de ressort déchargé à la racine de fentes	2,5	mm
μ	Coefficient de Poisson	0,3	-

Amélioration de l'agrément de conduite via le pilotage du groupe motopropulseur

Résumé: La transmission à double embrayage a été introduite dans les véhicules afin d'améliorer le confort de conduit, l'économie de conduite et de diminuer le temps de changement de vitesses. La gestion du double embrayage joue un rôle important sur le confort de conduite. L'objectif principal de ce travail concerne alors la synthèse des lois de commande du double embrayage en phase de décollage et lors du changement de vitesses. Le mémoire est structuré de la façon suivante : le premier chapitre propose un état de l'art sur le groupe motopropulseur, la modélisation et la commande du groupe motopropulseur. Le second chapitre s'intéresse à la modélisation du groupe motopropulseur à double embrayage : dans une première partie, un modèle complet à simuler est développé, puis la deuxième partie propose une simplification de modèle en vue de la commande. Le troisième chapitre aborde les lois de commande du double embrayage en utilisant la technique de commande par mode glissant pour les systèmes multivariables. Le quatrième chapitre propose l'utilisation des modèles flous du type Takagi-Sugeno pour la synthèse des lois de commande. Dans une première partie, des lois de commande basées sur un modèle Takagi-Sugeno prenant en compte des incertitudes et des perturbations sont établies. Afin d'améliorer la performance de la loi de commande lors du changement de vitesses supérieures, la deuxième partie présente une loi de commande basée sur un modèle de Takagi-Sugeno incertain et perturbé à commutations. Enfin, des résultats de simulation obtenus en considérant le modèle complet développé dans le chapitre 2 sont donnés.

Mot-clefs: Modélisation, Groupe motopropulseur, Transmission à double embrayage, Double embrayage, Embrayage, Boîte de vitesses robotisée, Mode glissant, Takagi-Sugeno, Système à commutations, LMI.

Vehicle driveability improvement by the powertrain control

Abstract: Dual clutch transmission systems were introduced in vehicles to upgrade the driving comfort, the energy economy, and to minimize the shift time. Dual clutch management is a key point when considering driving comfort, particularly during the gearshift. Thus, the main objective of this work is the synthesis of control laws for dual clutch transmission during launch and gearshift. The first chapter presents an overview about vehicle powertrain, modeling and control. The second chapter focuses on modeling the dual clutch transmission. In a first part a complete model for simulation is developed, and in a second part, the model is simplified for the laws control design. The third chapter proposes control laws of the dual clutch using sliding mode control approach for a MIMO system. The fourth chapter deals with the application of state feedback control based on Takagi-Sugeno model. The first part proposes control laws taking into account uncertainties and disturbances. In order to improve the performance of the control law during upshifting, the second part proposes a control law based on a switched Takagi-Sugeno fuzzy model in the presence of parametric uncertainties and disturbances. Finally, control laws are tested in simulation on the complete model developed in Chapter 2.

Keywords: Modeling, Powertrain, Dual clutch transmission, Direct-shift gearbox, Dual clutch, Clutch, Automated manual transmission, Sliding mode control, Takagi-Sugeno, Switched systems, LMI.