

École doctorale n° 432 : Science des Matériaux de l'Ingénieur

**Doctorat ParisTech**

**T H È S E**

pour obtenir le grade de docteur délivré par

**l'École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers**

**Spécialité " Mécanique et Matériaux "**

*présentée et soutenue publiquement par*

**Rachid ECH-CHORFI**

le 06 Septembre 2013

**DIALOGUE ESSAIS - SIMULATION ET IDENTIFICATION DE LOIS DE  
COMPORTEMENT D'ALLIAGE A MEMOIRE DE FORME EN CHARGEMENT  
MULTIAXIAL**

Directeur de thèse : **Fodil MERAGHNI**

Co-encadrement de la thèse : **Nadine BOURGEOIS et Etienne PATOOR**

**Jury :**

**M. Saïd AHZI**, Professeur, IMFS, Université de Strasbourg  
**Mme Shabnam ARBAB CHIRANI**, Professeur, LBMS, ENIB  
**M. Ziad MOUMNI**, Professeur, UME, ENSTA - ParisTech  
**Mme Karine LAVERNHE-TAILLARD**, Maitre de Conférences, LMT Cachan, ENS Cachan  
**Mme Nadine BOURGEOIS**, Maitre de conférences, LEM3, Université de Lorraine - UPVM  
**M. Fodil MERAGHNI**, Professeur, LEM3, Arts et Métiers ParisTech - CER Metz  
**M. Etienne PATOOR**, Professeur, LEM3, Arts et Métiers ParisTech - CER Metz  
**M. Yves CHEMISKY**, Maitre de conférences, LEM3, Arts et Métiers ParisTech - CER Metz

Président  
Rapporteur  
Rapporteur  
Examineur  
Examineur  
Examineur  
Examineur  
Invité

**T  
H  
È  
S  
E**



# REMERCIEMENTS

C'est à l'issue de ces années de thèse passées au sein du LEM3 (Laboratoire d'Etude des Microstructures et de Mécanique des Matériaux) de l'Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers ParisTech au centre de Metz, que s'achèvent mes travaux de recherche. Ce mémoire est l'aboutissement d'un travail mené sous la direction des Professeurs Fodil MERAGHNI et Etienne PATOOR, ainsi que de Mme Nadine BOURGEOIS. Je les remercie tous les trois pour leur aide, leur collaboration et leur soutien.

Ma gratitude est d'autant plus grande qu'ils ont encadré ce travail de thèse avec toutes leurs expériences, leurs compétences et leurs disponibilités. Tous trois ont su me faire profiter de leurs professionnalismes tout en me laissant une grande autonomie.

Un remerciement tout particulier à Mme Nadine BOURGEOIS dont l'aide et les grandes qualités humaines et scientifiques m'ont permis d'avancer et d'évoluer dans mon travail.

Mes remerciements vont aussi à M. Yves CHEMISKY Maître de Conférences pour son implication dans mes recherches et en particulier dans le travail d'identification.

Je suis reconnaissant envers mes rapporteurs les Professeurs Shabnam ARBAB CHIRANI et Ziad MOUMNI qui m'ont fait l'honneur d'expertiser et de juger mon travail au travers de ce manuscrit. Un grand merci à l'ensemble des membres du jury, à Mme Karine LAVERNHE-TAILLARD qui a examiné ce travail et au Professeur Saïd AHZI qui a accepté de présider le jury de ma thèse.

Je remercie également toutes les personnes qui ont montré de l'intérêt pour ce travail tout au long de ces années : Boris PIOTROWSKI, Laurent PELTIER, Abdérrahim NACHIT, Marc WARY, Sophie BERVEILLER, Denis BOUSCAUD, Gaël LE COZ, Patrick MOLL. Je pense également aux membres de l'atelier d'usinage : Daniel BOEHM, Lionel SIMON, Jérémy BLANCHIN et Olivier BOMONT.

Pour terminer, je souhaiterais remercier l'ensemble des personnes qui ont participé de près ou de loin à ce travail de thèse et sans qui tout cela n'aurait pas été possible.

Une dernière pensée pour ma famille et plus particulièrement pour ma femme, pour son soutien et sa patience. Qu'elle trouve dans l'aboutissement de ce travail le fruit de la confiance qu'elle m'a toujours accordée, et des sacrifices qu'elle a faits pour moi durant ces années.



# Table des matières

---

Introduction générale.....	1
1. Superélasticité des alliages à mémoire de forme .....	5
1.1. Introduction .....	6
1.2. Généralités sur la transformation martensitique.....	6
1.3. Spécificités des alliages NiTi .....	9
1.3.1. Transformation de phases dans un NiTi.....	9
1.3.2. Effets des traitements thermiques .....	11
1.4. Superélasticité et effet mémoire .....	12
1.5. Conclusion.....	21
1.6. Bibliographie .....	22
2. Caractérisation du comportement sous chargement biaxial .....	27
2.1. Introduction .....	28
2.2. Configurations d'essais multiaxiaux .....	28
2.2.1. Essais en configuration d'Arcan .....	28
2.2.2. Essais de traction-cisaillement .....	31
2.2.3. Essais de traction biaxiale sur montage spécial .....	32
2.2.4. Essais de traction biaxiale sur machine à quatre vérins .....	35
2.2.5. Essais sur éprouvette à géométrie particulière .....	37
2.3. Comportement superélastique des AMF sous chargement multiaxial .....	39
2.3.1. Essais de traction-torsion .....	39
2.3.2. Essais de traction (compression)-torsion-pression interne.....	43
2.3.3. Essais de traction-pression interne et bi-compression.....	44
2.3.4. Essais de traction équibiaxiale par gonflement hydraulique .....	46
2.3.5. Essais de traction équibiaxiale sur éprouvette cruciforme .....	48
2.4. Conclusion.....	51
2.5. Bibliographie .....	51
3. Procédures expérimentales.....	55

3.1.	Introduction .....	56
3.2.	Matériau étudié et traitements thermiques .....	56
3.3.	Techniques de mesure de champs cinématiques .....	58
3.3.1.	Généralités.....	58
3.3.2.	Technique de corrélation d'images numériques.....	62
3.3.3.	Logiciel de corrélation d'images numériques Vic2D.....	66
3.3.4.	Applications .....	71
3.4.	Configurations d'essais .....	72
3.4.1.	Essais de traction avec extensomètre .....	72
3.4.2.	Essais de traction avec corrélation d'images.....	73
3.4.3.	Essais de compression avec corrélation d'images.....	75
3.4.4.	Essais Meuwissen.....	78
3.4.5.	Essais biaxiaux .....	78
3.5.	Conclusion.....	80
3.6.	Bibliographie .....	80
4.	Résultats de la caractérisation du comportement du NiTi .....	85
4.1.	Introduction .....	86
4.2.	Essais uniaxiaux en température .....	86
4.2.1.	Essais de traction avec extensomètre .....	86
4.2.2.	Essais de traction avec corrélation d'images.....	87
4.2.3.	Essais de compression avec corrélation d'images.....	94
4.3.	Essais Meuwissen.....	95
4.4.	Essais biaxiaux .....	100
4.5.	Conclusion.....	114
4.6.	Bibliographie .....	115
5.	Modélisation du comportement des alliages à mémoire de forme .....	117
5.1.	Introduction .....	118
5.2.	Modèle de Panico et Brinson 2007 .....	119
5.2.1.	Hypothèses et formulation du modèle de Panico et Brinson .....	120
5.2.2.	Applications du modèle de Panico-Brinson .....	121
5.3.	Modèle de Thiebaud et Lexcellent 2007 .....	122
5.3.1.	Hypothèses et formulation du modèle de Thiebaud et Lexcellent .....	122
5.3.1.	Applications du modèle de Thiebaud et Lexcellent .....	126

5.4.	Modèle de Saint-Sulpice et al. 2009.....	127
5.4.1.	Hypothèses et formulation du modèle de Saint-Sulpice et al.....	128
5.4.2.	Applications du modèle de Saint Sulpice et al.....	130
5.5.	Modèle de Lagoudas et al. 2012.....	132
5.5.1.	Hypothèses et formulation du modèle de Lagoudas et al.....	134
5.5.2.	Applications du modèle de Lagoudas et al.....	136
5.6.	Modèle de Chemisky et al. 2011 .....	138
5.6.1.	Applications du modèle de Chemisky et al.....	138
5.7.	Conclusion.....	141
5.8.	Bibliographie.....	142
6.	Analyse de sensibilité aux paramètres de la loi de comportement .....	147
6.1.	Introduction .....	148
6.2.	Hypothèses et formulation du modèle de Chemisky et al.....	148
6.2.1.	Décomposition de la déformation .....	148
6.2.2.	Limitation physique des variables internes .....	149
6.2.3.	Potentiel thermodynamique.....	150
6.2.4.	Forces thermodynamiques.....	153
6.2.5.	Potentiel de dissipation.....	153
6.2.6.	Boucles internes .....	156
6.2.7.	Dissymétrie traction-compression.....	157
6.2.8.	Condition d'activation et lois d'évolutions .....	158
6.3.	Analyse de sensibilité aux paramètres de la loi de comportement – cas uniaxial..	159
6.3.1.	Equations pilotant le comportement superélastique.....	159
6.3.2.	Equations pilotant l'orientation des variantes .....	164
6.3.3.	Méthodologie de l'analyse de sensibilité .....	165
6.3.4.	Influence des paramètres gérant le comportement superélastique .....	168
6.3.5.	Influence des paramètres gérant la réorientation des variantes.....	171
6.4.	Conclusion.....	175
6.5.	Bibliographie.....	176
7.	Identification des paramètres du comportement superélastique du NiTi.....	177
7.1.	Introduction .....	178
7.2.	Techniques d'identification de lois de comportement .....	178
7.2.1.	Le problème inverse et sa résolution.....	178

7.2.2.	Démarche de résolution du problème inverse .....	182
7.2.3.	Fonction objectif .....	184
7.2.4.	Algorithme d'optimisation .....	185
7.2.5.	Estimation de la matrice de sensibilité .....	187
7.3.	Identification des paramètres à partir d'essais homogènes .....	187
7.3.1.	Stratégie d'identification à partir d'essais homogènes.....	187
7.3.2.	Résultats de l'identification.....	192
7.4.	Conclusion.....	199
7.5.	Bibliographie .....	200
8.	Identification sur des essais complexes - comparaison et discussion .....	203
8.1.	Introduction .....	204
8.2.	Identification des paramètres à partir d'un essai hétérogène .....	204
8.3.	Résultats de l'identification à partir de champs expérimentaux de déformations..	207
8.4.	Simulation d'un essai de traction équibiaxiale.....	215
8.5.	Conclusion.....	219
8.6.	Bibliographie .....	220
9.	Conclusion générale.....	221
10.	ANNEXE A.....	225
11.	ANNEXE B.....	226
12.	ANNEXE C.....	231



## **Introduction générale**

Réduction des émissions de CO<sub>2</sub>, réduction de la consommation d'énergie, allègement des structures, réduction des coûts, facilité de montage et de démontage, amélioration de la fiabilité, sont quelques-unes des contraintes auxquelles doivent aujourd'hui répondre les ingénieurs en charge de la conception des produits innovants. L'utilisation des matériaux multifonctionnels comme les alliages à mémoire de forme permet d'apporter des réponses pertinentes à la plupart de ces questions. Cependant, l'utilisation de ces matériaux reste majoritairement confinée à quelques secteurs de haute technologie comme le biomédical, l'aérospatial et les microsystèmes et cela en dépit de réussites technologiques avérées dans ces secteurs comme les stents superélastiques en Nitinol, les manchons d'accouplement ou les micropinces pour ne citer que quelques exemples parmi les plus connus. L'explication de ce confinement tient davantage aux difficultés d'utilisation de ces matériaux qu'à des questions de coût ou d'approvisionnement. En effet, contrairement aux matériaux de structure les plus couramment utilisés, les propriétés des matériaux multifonctionnels ne peuvent pas se résumer à la connaissance de quelques données élémentaires facilement accessibles à partir d'essais de caractérisation standards (module d'Young, coefficient de Poisson, limite élastique, résistance à la rupture) et largement disponibles dans les bases de données utilisées dans les bureaux d'études. Une solide connaissance des mécanismes à l'origine des propriétés particulières des matériaux multifonctionnels est encore souvent nécessaire pour utiliser ces matériaux dans des applications commerciales. Le nombre de personnes disposant de ces connaissances étant naturellement restreint la diffusion de ces matériaux dans de nouveaux secteurs industriels s'en trouve fortement ralentie.

Au cours de ces trente dernières années des progrès considérables ont été apportés au développement de lois de comportement capables de décrire correctement la réponse de ces matériaux à un chargement donné tout en restant compatible avec une utilisation dans les codes commerciaux de calcul de structures (Bo et Lagoudas 1999, Bouvet et al. 2004, Chemisky et al. 2011, Lagoudas et al. 2012, Lexcelent et Leclercq 1996, Panico et Brinson 2007, Saint Sulpice et al. 2009, Thiebaud et al. 2007, Morin et al. 2011). Ces progrès ont mis à la disposition des concepteurs des outils numériques performants mais sans pour autant contribuer sensiblement au développement des applications. Le nombre important de paramètres qu'il est nécessaire d'identifier pour utiliser ces lois et la difficulté de s'assurer de l'unicité des paramètres identifiés constituent de fait un frein important à leur utilisation. Une identification complète des paramètres d'un modèle est une tâche ardue et de longue haleine nécessitant la mise en œuvre de nombreux essais thermomécaniques pas toujours simples à réaliser. L'importance de la nécessité de disposer d'une méthodologie simple et robuste d'identification des paramètres de la loi de comportement a été longtemps négligée par la communauté scientifique œuvrant au développement des matériaux multifonctionnels. L'objectif de ce travail de thèse consiste à contribuer au développement d'une telle approche d'identification fondée sur un dialogue essais-calculs, en l'appliquant au comportement superélastique des alliages à mémoire de forme. Ce travail combine deux expertises présentes au sein de l'équipe SMART du LEM3, le développement de lois de comportement

multiaxiales pour les matériaux multifonctionnels (alliages à mémoire de forme et matériaux piézoélectriques) (Thèses Peultier 2005, Chemisky 2009, Elhadrouz 2004) et le développement d'approches d'identification fiables, robustes et adaptées aux matériaux composites et aux aciers TRIP (thèses Merzouki 2008, Nouri 2009, Mohammad Sadeghi 2010, Payandeh 2010).

Le développement et la validation d'une telle procédure nécessitant de disposer d'une large base de données expérimentales sur un matériau bien défini, la constitution de cette base est une étape préalable incontournable de ce travail. Le recours aux données disponibles dans la littérature n'est en effet pas pertinent car même si de nombreuses données sont disponibles pour l'alliage à mémoire de forme le plus utilisé, le nickel-titane, ces données sont obtenues à partir d'éprouvettes de différentes géométries, réalisées dans des matériaux de différentes provenances et ayant subi des traitements thermiques et thermomécaniques différents, ce qui introduit une forte variabilité dans les résultats obtenus. La réalisation à partir d'un même lot de matériau d'un ensemble d'essais thermomécaniques uniaxiaux sur des éprouvettes simples et sur des éprouvettes à géométrie complexe en chargement simple et enfin des essais biaxiaux sur éprouvettes cruciformes constitue l'apport expérimental de ce travail. Le recours aux techniques de mesure de champs de déformation par corrélation d'images pour l'exploitation de ces essais permet de multiplier les informations expérimentales utilisables pour l'identification des paramètres des lois de comportement (Lecompte et al. 2006, Avril et al. 2008, Hild et Roux 2008, Meraghni et al. 2011).

Cette base de données expérimentales est ensuite exploitée pour identifier les paramètres d'une loi de comportement précédemment développée au LEM3 pour les alliages à mémoire de forme (Chemisky et al. 2011). Cette seconde partie du travail nécessite une appropriation avancée de la loi. Cette appropriation passe par une simplification et une réécriture des équations en ne considérant que le cas du comportement superélastique et celui de la réorientation des variantes de martensite. Cette appropriation comporte également une analyse de sensibilité du modèle aux différents paramètres matériau, une étape indispensable avant de commencer le développement de la stratégie d'identification des paramètres. Deux procédures d'identification par algorithme inverse sont développées dans le cadre de ce travail. La première procédure est basée sur les courbes contrainte-déformation moyennes sous chargement homogène et uniaxial, alors que la seconde exploite la richesse des champs de déformations mesurés pendant un essai hétérogène.

Le plan de rédaction adopté pour le mémoire développe les différentes parties constituant les deux grands axes de ce travail : l'approche expérimentale conduisant à la base de données et le couplage entre calcul numérique et résultats expérimentaux pour la définition de la procédure d'identification des paramètres. Le premier chapitre est un chapitre de revue bibliographique qui introduit les principaux phénomènes à l'origine du comportement thermomécanique des Alliages à Mémoire de Forme (AMF). L'attention est focalisée sur le comportement superélastique sous chargement uniaxial et sur l'effet mémoire de forme. Quelques applications industrielles sont mentionnées pour illustrer les domaines d'utilisation les plus courants de ces alliages.

Le second chapitre est également à caractère bibliographique. Dans sa première partie, il rappelle les différentes configurations d'essais multiaxiaux réalisés sur éprouvettes planes et cela indépendamment du matériau étudié en mettant en avant l'exploitation de ces essais pour déterminer des surfaces de charge dans l'espace des contraintes. Dans sa seconde partie il présente les configurations d'essais multiaxiaux utilisés pour caractériser le comportement superélastique des AMF et les principaux résultats obtenus au moyen de ces essais.

Le troisième chapitre documente la procédure expérimentale adoptée dans cette étude. Les principaux éléments de cette procédure concernent l'alliage de NiTi utilisé et le choix du traitement thermique, la technique de corrélation d'images, les différentes configurations d'essais utilisées pour caractériser le comportement superélastique de l'alliage (essais uniaxiaux sur éprouvette de géométrie simple ou complexe et essais biaxiaux sur éprouvette en croix). Les difficultés introduites par le fait que ces essais doivent être réalisés à des températures supérieures à la température ambiante sont soulignées.

Le quatrième chapitre présente les résultats des essais de caractérisation du comportement superélastique du NiTi à plusieurs températures et sous différents chargements. La première partie est consacrée au comportement sous chargement uniaxial en traction et en compression. Ces essais sont exploités comme des essais homogènes pour en déduire des courbes de comportement moyen, mais aussi plus finement en utilisant la corrélation d'images. Les comportements dans la direction de laminage et dans la direction transverse sont analysés. Dans la deuxième partie, sont exposés les résultats des essais de traction (hétérogènes) sur éprouvette entaillée (géométrie de Meuwissen modifiée). La dernière partie contient les résultats concernant le comportement du matériau sous chargement biaxial, en particulier en traction équibiaxiale et en traction - compression. Les résultats sont présentés sous forme de champs et de trajets de déformations.

Le cinquième chapitre est à nouveau un chapitre bibliographique. Il est consacré à la discussion et à la synthèse de quelques modèles phénoménologiques développés pour la simulation du comportement multiaxial des AMF : Panico et Brinson (Panico et Brinson 2007), Thiebaud et Lexcellent (Thiebaud et Lexcellent 2007), Saint-Sulpice (Saint-Sulpice et al. 2009), Lagoudas (Lagoudas et al. 2012) et Chemisky et al. 2011 (Chemisky et al. 2011). Les hypothèses spécifiques à chacun de ces modèles et la façon dont ils reproduisent les principales caractéristiques du comportement des AMF sont présentées dans ce chapitre.

Le modèle de Chemisky et al. 2011 (Chemisky et al. 2011) qui n'est présenté que très brièvement dans le chapitre cinq est détaillé dans le sixième chapitre car c'est l'identification des paramètres de ce modèle qui constitue le cœur du travail et fait l'objet des deux chapitres suivants. La première partie du chapitre six est consacrée à la présentation du modèle sous sa forme tridimensionnelle complète. Le modèle prend en compte les phénomènes de réorientation de variantes et de maclage, mais les équations qui sont particulièrement mises en avant dans la présente étude sont celles qui gèrent le comportement superélastique des AMF. La seconde partie du chapitre est consacrée à l'analyse de sensibilité des paramètres du modèle et plus particulièrement de ceux qui régissent le comportement superélastique et la réorientation. Cette analyse permet d'illustrer l'influence de chacun des paramètres « superélastiques » sur les courbes contraintes-déformations du matériau simulé.

Deux stratégies sont mises en œuvre pour déterminer les paramètres du modèle de Chemisky et al. (Chemisky et al. 2011), elles sont toutes deux basées sur une méthode de minimisation d'une fonction *objectif* qui est un écart au sens des moindres carrés, écart en termes de déformations (Chemisky et al. 2013, Piotrowski et al. 2013, Meraghni et al. 2013).

Le septième chapitre présente la première stratégie, qui exploite les résultats des essais homogènes de traction simple (avec décharge et à différentes températures) présentés dans le chapitre 4, et qui permet d'identifier les huit paramètres gouvernant le comportement superélastique du modèle de Chemisky et al. (Chemisky et al. 2011). Dans cette stratégie, la fonction *objectif* est construite en termes de déformations longitudinales et transversales et la matrice de sensibilité est calculée analytiquement. La procédure d'identification est menée à son terme avec les courbes contrainte-déformation dans la direction de laminage mais aussi dans la direction transversale pour l'alliage de NiTi étudié dans ce travail et pour un matériau de la littérature.

Enfin, le huitième chapitre présente la seconde stratégie d'identification basée sur les résultats des essais de traction hétérogène sur éprouvette entaillée (géométrie Meuwissen modifiée). La fonction *objectif* est construite en termes de déformations longitudinales, transversales et de cisaillement et régularisée par un terme exprimant les efforts à la frontière. La matrice de sensibilité est calculée par différences finies à partir des simulations par éléments finis de l'essai hétérogène. Les paramètres identifiables par cette stratégie sont les mêmes que pour la stratégie « homogène ». Cette stratégie bénéficie de la richesse des informations recueillies lors d'un essai hétérogène, c'est à dire de l'hétérogénéité spatio-temporelle des champs de déformations expérimentaux mesurés par corrélation d'images et de la variété des trajets de déformations. Cette richesse d'information permet de limiter fortement le nombre d'essais à réaliser pour obtenir une identification robuste d'un nombre important de paramètres.

## **1. Superélasticité des alliages à mémoire de forme**

1.1.	Introduction .....	6
1.2.	Généralités sur la transformation martensitique.....	6
1.3.	Spécificités des alliages NiTi .....	9
1.3.1.	Transformation de phases dans un NiTi.....	9
1.3.2.	Effets des traitements thermiques .....	11
1.4.	Superélasticité et effet mémoire .....	12
1.5.	Conclusion.....	21
1.6.	Bibliographie .....	22

## 1.1. Introduction

Le premier chapitre présente une étude bibliographique décrivant d'une part les principaux comportements thermomécaniques des Alliages à Mémoire de Forme (AMF) et d'autre part la transformation martensitique qui est à l'origine des propriétés des AMF. Quelques applications industrielles des AMF sont ensuite présentées. Enfin, les principaux résultats expérimentaux de la littérature portant sur le comportement superélastique des AMF sous chargement uniaxial sont exposés.

Les Alliages à Mémoire de Forme (AMF) tiennent leur nom d'une de leurs propriétés, peu commune, qui est l'effet mémoire : c'est la capacité du matériau déformé de façon inélastique à retrouver sa forme initiale par simple chauffage.

Les trois familles d'AMF les plus utilisées sont les alliages à base de nickel (Ni-Ti) en raison de leur résistance à la corrosion et leurs bonnes performances thermomécaniques, les alliages à base de cuivre (Cu-Al-Be, Cu-Zn-Al, Cu-Al-Ni) caractérisés par leurs excellentes conductivités électrique et thermique, et enfin les alliages à base de fer (Fe-Mn-Si) qui ont l'avantage d'avoir un coût relativement réduit.

Il existe une grande variété de domaines d'utilisation de ces alliages : domaine médical (arche dentaire, agrafes d'ostéosynthèse, stents), industrie aéronautique (chevrons de réacteur d'avion à géométrie variable, actionneurs de vanne), industrie automobile (actionneurs) et d'autres applications de la vie courante (montures de lunettes, armatures de soutien-gorge, bijoux, etc.).

## 1.2. Généralités sur la transformation martensitique

Le comportement des Alliages à Mémoire de Forme est lié à une transformation de phase thermoélastique, de premier ordre, sans diffusion, appelée transformation martensitique par référence à la transformation produite lors de la trempe des aciers, qui doit son nom au métallurgiste allemand Adolf Martens. C'est une transformation displacive à l'état solide du matériau, sans modification de la composition chimique, entre deux phases : une phase mère, stable à haute température, appelée « Austénite », et une phase produit appelée « Martensite » stable à basse température. La transformation martensitique est une transformation réversible, basée sur un déplacement coopératif des atomes sur des faibles distances et avec une faible variation de volume. Ce déplacement génère une déformation homogène du réseau cristallin qui est principalement obtenue par cisaillement, selon un plan et une direction bien définis. Ce plan est appelé plan d'habitat, il est invariant et appartient aux deux phases : un vecteur de ce plan ne subit ni déformation ni rotation à l'échelle macroscopique (Figure 1-1). Les domaines constitués de martensite ont la forme de plaquettes aplaties dont le plan principal est le plan d'habitat.

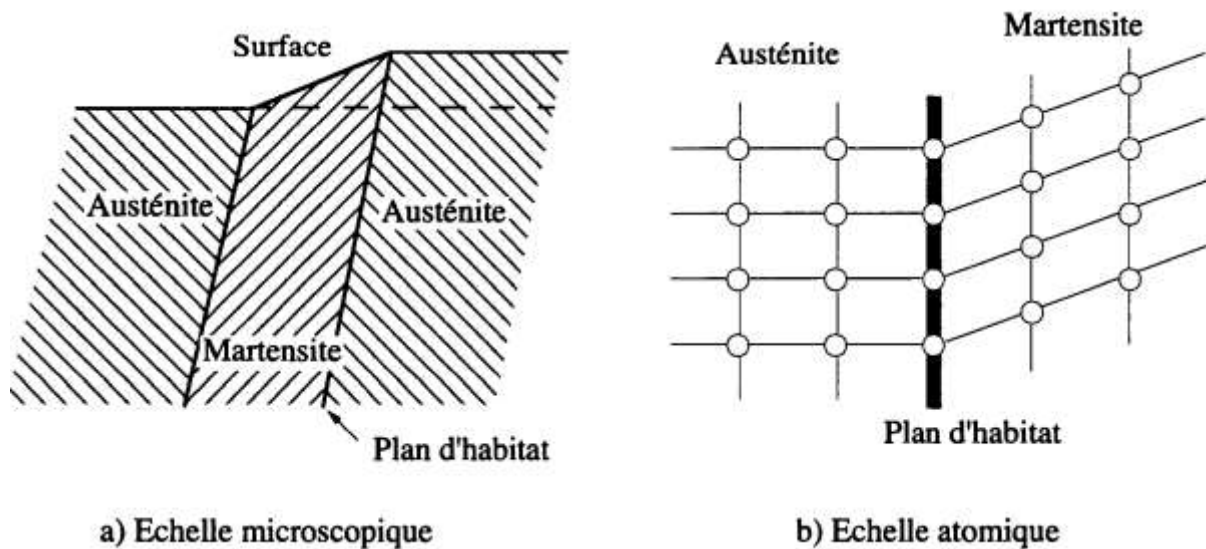


Figure 1-1 : Représentation schématique de la formation d'une plaquette de martensite (Bataillard 1996).

Pour un monocristal d'austénite, il existe plusieurs orientations possibles des plaquettes de martensite appelées variantes de martensite. Selon Patoor et Berveiller (Patoor et Berveiller 1994) il y a 24 variantes possibles dans les alliages de type NiTi et CuAlBe.

La transformation martensitique peut être engendrée par une variation de température ou/et par l'application d'une contrainte.

Lors du refroidissement du matériau, à partir d'un état austénitique (A), la transformation directe austénite  $\rightarrow$  martensite commence à une température  $M_s$  (Martensite Start). La transformation est complète à la température  $M_f$  (Martensite Finish) où le matériau est totalement martensitique. Entre ces deux températures les deux phases coexistent. Lors du chauffage, la transformation inverse martensite  $\rightarrow$  austénite débute à une température  $A_s$  (Austenite Start) et se termine à la température  $A_f$  (Austenite Finish) où le matériau est complètement austénitique (Figure 1-2).

Il existe un décalage entre les températures de transformation directe et inverse, qui se traduit par une hystérésis, caractéristique d'une dissipation d'énergie lors des transformations directe et inverse (Figure 1-2-b). Les intervalles de transformation définis par les différences de température ( $M_s - M_f$ ) sont dus à l'existence d'une énergie élastique restituée au cours de la transformation inverse (différence  $A_f - A_s$ ) (Bataillard 1996).

En l'absence de contrainte, les variantes de martensite sont équiprobables, les différentes variantes se forment de façon à annuler la déformation de transformation macroscopique : cette martensite est appelée martensite autoaccommodante ou martensite thermique ( $M^T$ ) (Figures 1-2-a et 1-3).

Dans le cas de l'application d'une contrainte, cette dernière va favoriser la formation de certaines variantes, celles qui sont compatibles avec la déformation dans le sens de la contrainte. Cette martensite orientée par la contrainte est appelée martensite orientée ( $M^\sigma$ ).

Les températures caractéristiques de la transformation permettent de construire un diagramme de transformation (ou diagramme de phase) dans le plan contrainte-température (diagramme d'état de Clausius-Clapeyron). Ce diagramme est construit à partir de la relation entre les températures de transformation et la contrainte appliquée. Ce diagramme définit les pentes de transformation. La Figure 1-2-a montre un exemple de diagramme de phase proposé par Brinson (Brinson 1993).

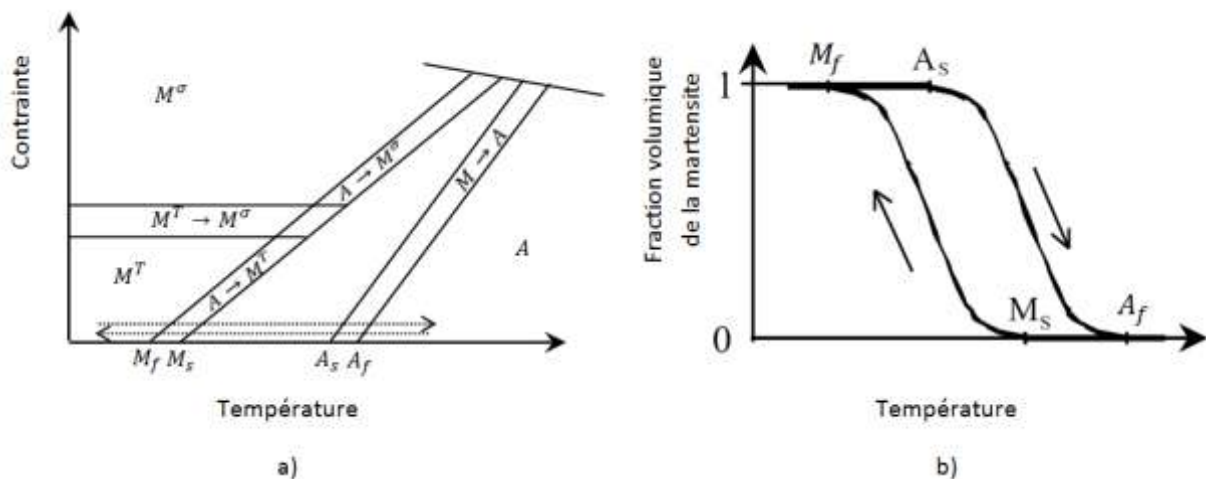


Figure 1-2 : Diagrammes de phase selon Brinson (Brinson 1993) : a) Chemin de la création de la martensite autoaccommodée dans un diagramme de phase, b) Représentation schématique de l'évolution de la fraction volumique de martensite lors de la transformation martensitique pilotée par la température à contrainte nulle.

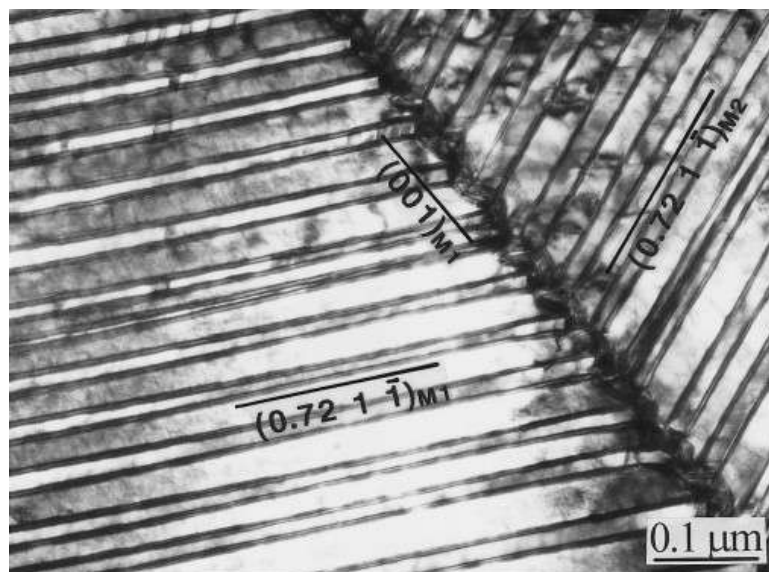


Figure 1-3 : Martensite autoaccommodée dans un alliage de NiTi (Xie et al. 1998).



### 1.3. Spécificités des alliages NiTi

C'est en 1962, au « Naval Ordnance Laboratory », qu'a eu lieu la découverte de l'appartenance du nickel-titane à la famille des alliages à mémoire de forme. Depuis lors, les applications de ces alliages ne cessent d'augmenter du fait de leur bonne résistance à la corrosion (biocompatibilité : arches dentaires, stents, instruments de chirurgie, agrafes, ...), leurs propriétés thermomécaniques remarquables (l'effet mémoire de forme simple et double sens, l'effet superélastique, l'amortissement, ...) et leurs excellentes propriétés mécaniques (déformation de transformation importante, bonne résistance à la fatigue, stabilité).

#### 1.3.1. Transformation de phases dans un NiTi

La phase haute température (austénitique) des alliages à base de NiTi présente une structure cristallographique de type cubique centrée ordonnée B2 (Figure 1-4). Lors d'un refroidissement cette phase de haute symétrie se transforme en martensite, phase de degré de symétrie plus basse. La martensite a une structure monoclinique compacte B19' (Figure 1-5). La transformation martensitique peut être précédée d'une transformation de phase intermédiaire, qui conduit à la formation d'une phase appelée phase R de structure rhomboédrique (Zhang et Sehitoglu 2004). Guénin (Guénin 1997) a proposé un pseudo-diagramme de phase (Figure 1-6) réalisé à partir d'essais de refroidissement-chauffage. Il montre les différentes transformations possibles en fonction des niveaux de contrainte et de température appliqués. Ce diagramme met en évidence la disparition de la transformation austénite → phase R au profit d'une transformation directe austénite → martensite au delà d'une certaine contrainte (Patoor et Berveiller 1994).

Les alliages NiTi utilisés ont une composition très proche de la composition équiatomique (50%Ni-50%Ti). Les températures de transformation sont très sensibles à la composition du matériau (Guénin 1995, Tang et al.1999) (Figure 1-7). L'addition d'autres éléments peut influencer le comportement du matériau et changer les températures de transformation. L'ajout du fer (Fe) ou du Cobalt (Co), par exemple, a pour effet d'abaisser les températures de début et de fin de transformation, et de mettre en évidence la phase de transformation intermédiaire (R). Autre exemple, le remplacement partiel du Nickel (Ni) par du cuivre (Cu) permet de ne pas avoir de phase intermédiaire (R), et de diminuer l'hystérésis de transformation qui est de l'ordre de 30°C dans un alliage binaire, mais n'est plus que d'environ 5°C par adjonction de 5% de cuivre (Bataillard 1996).

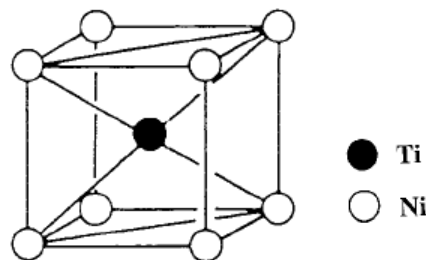


Figure 1-4 : Structure cristallographique de l'austénite dans un alliage de NiTi : maille cubique ordonnée B2 (Tang et al. 1999).

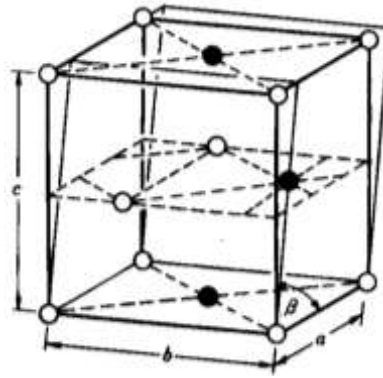


Figure 1-5 : Structure cristalline monoclinique de la martensite dans un alliage de NiTi,  $a = 0,2889 \text{ nm}$ ,  $b = 0,412$ ,  $c = 0,4622 \text{ nm}$  et  $\beta = 96,86^\circ\text{C}$  (Tang et al. 1999).

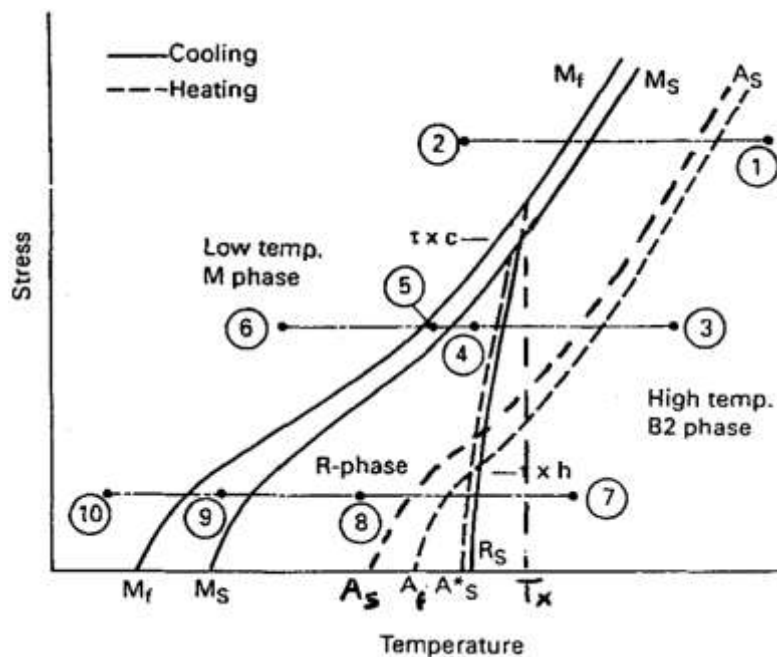


Figure 1-6 : Pseudo diagramme de phase (Guénin 1997) - domaine d'existence de la phase R.

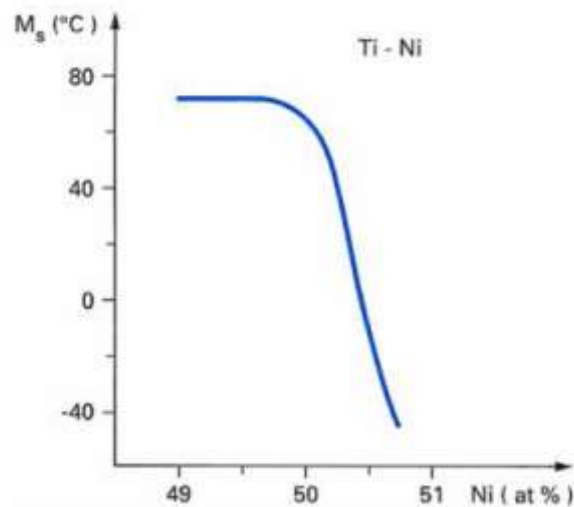


Figure 1-7 : Evolution de la température de transformation  $M_s$  pour les alliages de NiTi en fonction de la teneur en Ni (pourcentage atomique) (Guénin 1995).

### 1.3.2. Effets des traitements thermiques

Les Alliages à Mémoire de Forme subissent diverses opérations métallurgiques lors de leur mise en forme : laminage, tréfilage, ...

Au cours de l'élaboration de tôles en NiTi par laminage, les paramètres tels que la déformation admissible lors d'une seule passe entre les rouleaux, l'écrouissage critique après plusieurs passes successives et le sens de laminage doivent être parfaitement maîtrisés. Lorsque le taux d'écrouissage critique est atteint, il faut absolument opérer sur les tôles un traitement thermique de relaxation des contraintes avant de continuer à laminier.

Il est de plus nécessaire d'écrouir fortement le matériau pour avoir un bon effet superélastique. Cependant, la mise en forme par déformation peut générer un comportement anisotrope. Cette mise en forme détériore les propriétés remarquables de ces alliages (superélasticité, effet mémoire, ...) et les rend inutilisables si elle n'est pas accompagnée d'un traitement thermique.

L'application d'un traitement thermique de revenu permet de relaxer les contraintes internes. Le revenu est nécessairement suivi d'une trempe afin d'éviter la précipitation des composés  $Ti_2Ni$  et  $TiNi_3$ . Le traitement thermique est défini par :

- la température (entre 350°C et 550°C),
- le temps (entre 15 minutes et 3 heures),
- l'atmosphère (air, argon, vide),
- la vitesse de trempe (air, eau, huile).

Pour les traitements courants sur les NiTi, un four sans atmosphère protectrice et une trempe à l'eau sont utilisés.

La qualité des traitements thermomécaniques appliqués aux AMF joue un rôle important sur leurs performances. Des auteurs ont montré que les traitements thermiques peuvent être utilisés pour modifier les températures de transformation (Tang et al. 1999, Otsuka et Ren 2005). Les caractéristiques optimales du NiTi sont atteintes pour un traitement thermomécanique bien précis : un traitement thermique (TTH) allié à un taux d'écrouissage.

Pour des informations plus étendues sur les AMF, le lecteur intéressé est renvoyé vers les livres de Patoor, Berveiller et Lagoudas (Patoor et Berveiller 1990, Patoor et Berveiller 1994, Lagoudas 2008).

## 1.4. Superélasticité et effet mémoire

### ➤ Superélasticité

L'effet superélastique ou pseudoélastique se produit à une température constante supérieure à la température  $A_f$  où le matériau est initialement à l'état austénitique. La transformation martensitique est déclenchée par l'application d'une contrainte qui, favorisant la formation de variantes bien orientées, se traduit par l'apparition de la martensite orientée ( $M^\sigma$ ).

La Figure 1-8 montre le résultat d'un essai de traction superélastique sur une feuille mince en alliage de NiTi, réalisé par Kim et Daly (Kim et Daly 2011) avec une vitesse de déformation imposée de  $10^{-4} \text{ s}^{-1}$ . L'éprouvette utilisée est une éprouvette haltère d'épaisseur  $e = 154 \mu\text{m}$ , de largeur  $l = 3,125 \text{ mm}$  et de longueur utile  $L = 15 \text{ mm}$ . Les températures caractéristiques de la transformation déterminées à partir d'un essai de DSC sont :

$$R_f = -21,29^\circ\text{C}, A_s = -11,84^\circ\text{C}, R_s = 11,06^\circ\text{C} \text{ et } A_f = 1,76^\circ\text{C} .$$

Les champs de déformation ont été calculés par corrélation d'images. La Figure 1-9 permet de mettre en correspondance comportement et transformation de phase : les points de début et de fin de transformation directe et inverse sont aussi reportés sur la courbe contrainte-déformation. L'échantillon est austénitique au début de l'essai : de l'état initial point A jusqu'au point B la réponse du matériau correspond à l'élasticité de l'austénite (Figures 1-8 et 1-9). À partir du point B une bande de martensite apparaît sur la partie supérieure de l'échantillon indiquant le début de la transformation de l'austénite en martensite orientée. Entre B et C la transformation se poursuit : élargissement progressive de la bande de martensite jusqu'à transformation complète de l'échantillon. Entre C et D l'échantillon est totalement martensitique, la déformation est homogène sur la surface observée, la réponse du matériau correspond à l'élasticité de la martensite. Lors de la décharge, le matériau présente un profil semblable : entre D et E le matériau est martensitique, la déformation homogène et le comportement élastique. En E la transformation inverse commence, elle se produit accompagnée de l'apparition des bandes et se poursuit jusqu'en F où le matériau est complètement en phase austénitique. Entre F et A une décharge élastique de l'austénite est observée. Enfin, en A, la contrainte est complètement relâchée, la martensite a complètement disparu et l'alliage retrouve sa forme initiale, sans aucune déformation ni martensite résiduelles (Figures 1-8).

L'utilisation de la caméra IR (Figure 1-8) met en évidence le caractère exothermique (endothermique) de la transformation martensitique directe (inverse). Les champs de température montrent que, durant la transformation directe, l'apparition de la bande de martensite est accompagnée d'un auto-échauffement local. La chaleur produite se diffuse en même temps que la bande se propage. L'augmentation de la chaleur locale est d'environ  $1,6^\circ\text{C}$  par rapport à la température moyenne de l'échantillon. De même, au moment de la décharge (transformation inverse) une absorption de la chaleur, correspondant à une baisse de température d'environ  $1^\circ\text{C}$  par rapport à la température moyenne, est observée.

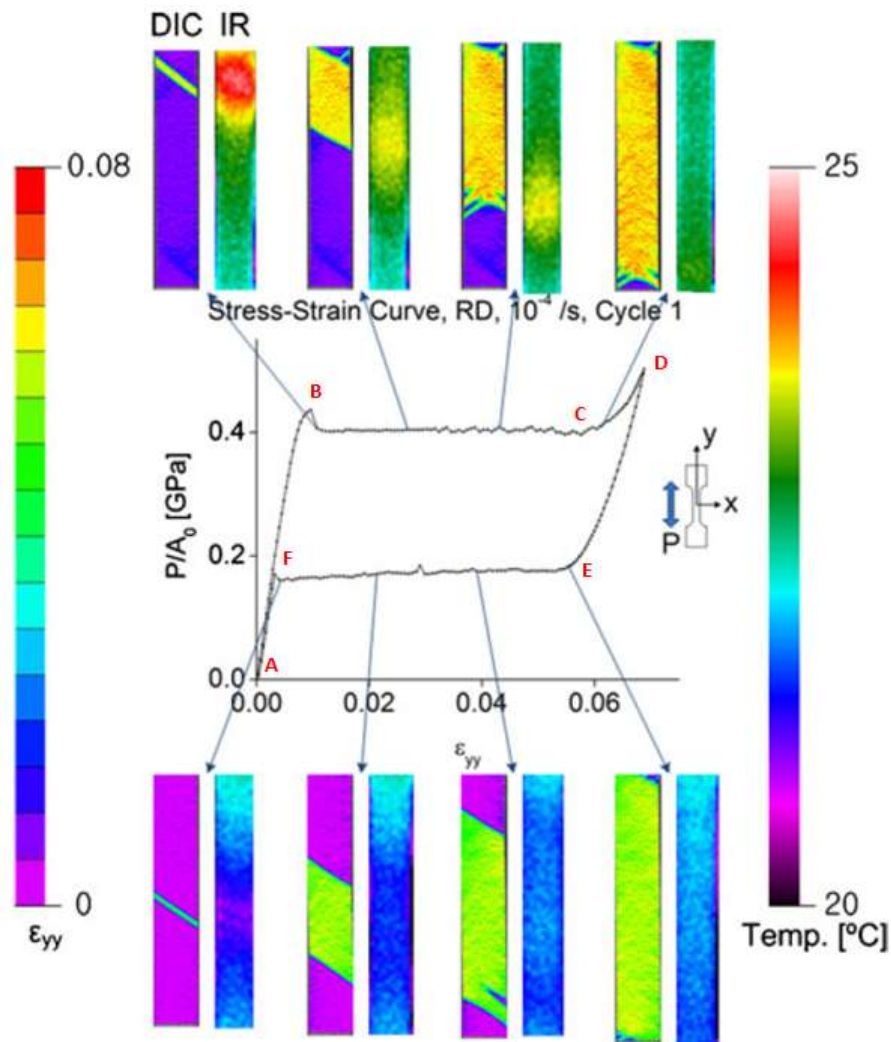


Figure 1-8 : Courbe contrainte-déformation d'un essai de traction superélastique (NiTi), champs de déformation longitudinale calculés par corrélation d'images, champs de température mesurés par caméra IR (Kim et Daly 2011) - apparition et élargissement de la zone de transformation.

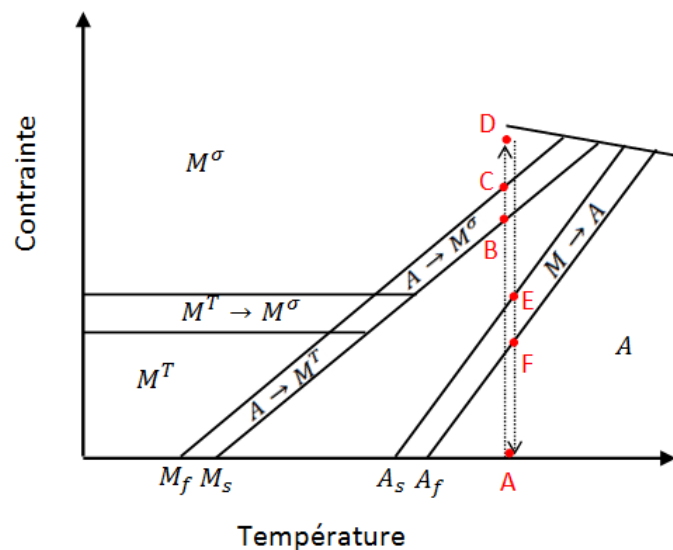


Figure 1-9 : Schématisation du trajet de l'essai de traction superélastique, dont les résultats sont présentés Figure 1-8, dans le diagramme de phase.

➤ **Effet de la température**

La Figure 1-10 présente les courbes du comportement en traction d'un alliage de NiTi à différentes températures (0°C, 10°C, 19°C, 27,5°C, 38°C, 45°C, 55°C et 65°C) données par Grabe et Bruhns (Grabe et Bruhns 2009). Le matériau est superélastique entre 10°C et 55°C. Ces résultats montrent que les contraintes nécessaires à la transformation dépendent fortement de la température, elles augmentent avec la température. Cet effet peut s'expliquer simplement dans un diagramme de Clapeyron (contrainte-température) (Figure 1-11).

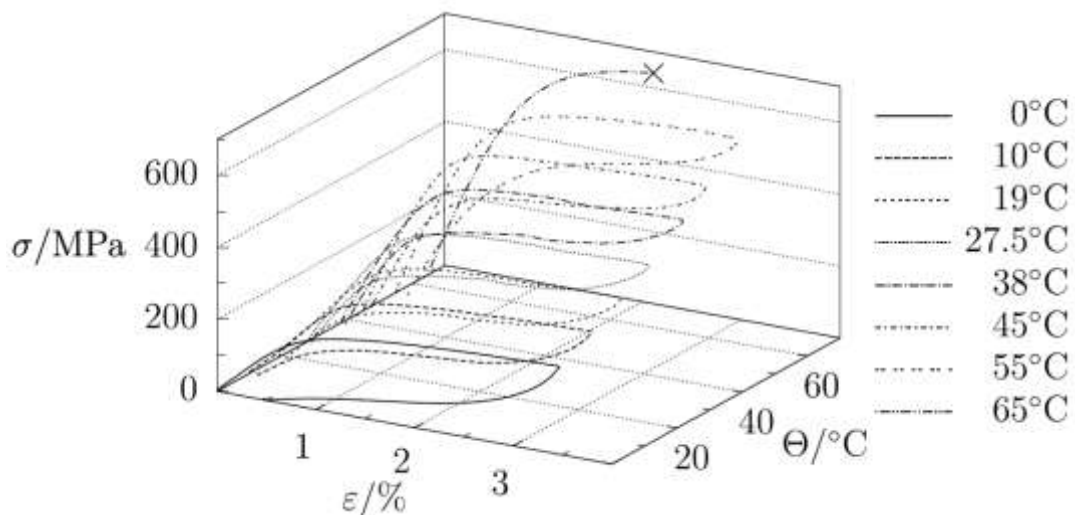


Figure 1-10 : Essais de traction isothermes à différentes températures sur éprouvettes tubulaires de diamètre intérieur 7,92 mm, de diamètre extérieur 12,7 mm et de longueur utile de 50,5 mm (Grabe et Bruhns2009).

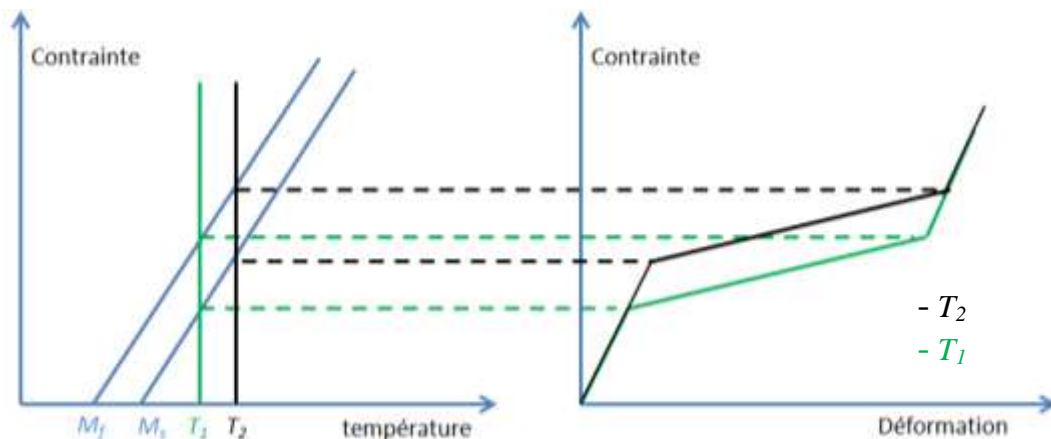


Figure 1-11 : Effet de la température d'essai sur les contraintes de transformation en traction.

Les propriétés superélastiques des AMF justifient un certain nombre de leurs applications, et en particulier leur emploi pour les arches des appareils dentaires. Elles sont constituées de fils en NiTi et utilisent l'effet superélastique pour garantir un déplacement à effort constant avec une répartition homogène des efforts exercés (Figure 1-12).



Figure 1-12: Application de l'effet superélastique - arche pour appareil dentaire (<http://www.furukawa-ftm.com/english/nt-e/appli/medi.htm>).

### ➤ Effet mémoire

L'effet mémoire s'explique à partir du diagramme tridimensionnel de la Figure 1-13 : diagramme contrainte - déformation - température. À partir d'un état initialement austénitique (point A Figure 1-13), le refroidissement jusqu'à une température inférieure à  $M_f$  (point B) sous contrainte nulle provoque une transformation martensitique avec création de variantes de martensite autoaccommodée et une déformation de transformation nulle. L'application d'une contrainte sur le matériau maintenu à basse température (constante) provoque la réorientation des variantes de martensite, sans transformation. Cette réorientation est accompagnée d'une déformation non recouverte lors de la décharge élastique (séquence C→D). Enfin, le chauffage du matériau lui permet de retrouver sa forme initiale, celle de l'état A : la martensite orientée se transforme en austénite, permettant de recouvrir la déformation de transformation (séquence D → A). La transformation inverse martensite → austénite débute à la température  $A_s$  (point E), la transformation est totale à la température  $A_f$  (point F) (Figure 1-13).

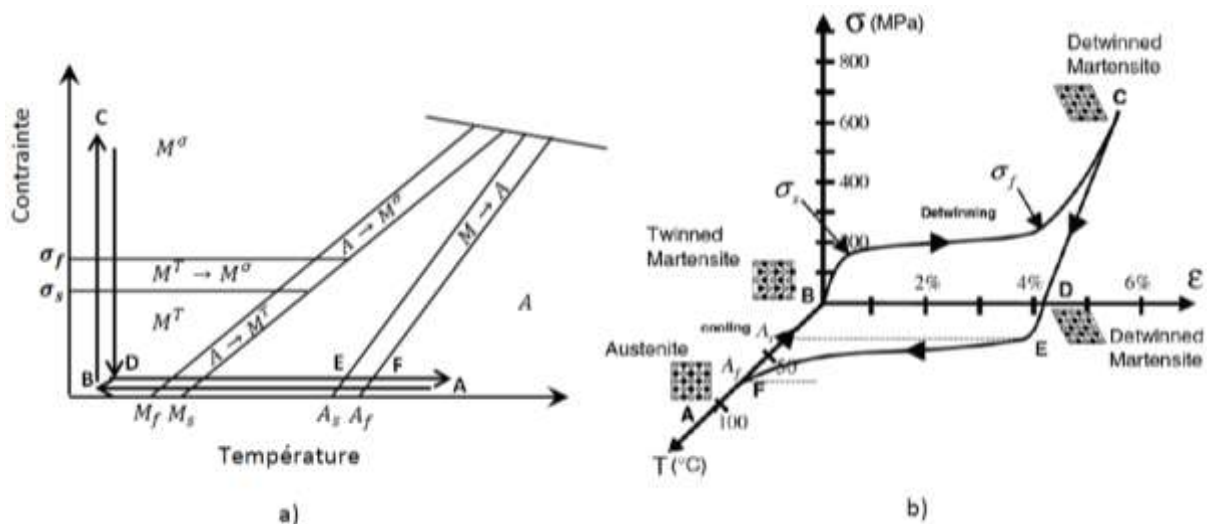


Figure 1-13 : Effet mémoire simple sens pour un alliage de NiTi a) chemin thermomécanique dans un diagramme de phase, b) dans le diagramme tridimensionnel contrainte-déformation-température (Lagoudas 2008).

L'effet mémoire simple sens peut être « exploité » en bloquant la déformation lors du retour à l'état austénitique sous l'effet du chauffage, une contrainte importante est ainsi générée (retour contraint). Ce phénomène est utilisé dans des dispositifs industriels de serrage, comme les manchons d'accouplement des avions F14 développés à la fin des années soixante par la société Raychem. Dans ce cas, le cycle thermomécanique permettant d'obtenir une déformation non recouverte à la décharge est identique au cycle permettant d'observer l'effet mémoire. Lors du chauffage, si le déplacement de la bague de serrage est empêché, la déformation de transformation générée lors de la réorientation est compensée par l'apparition d'une déformation élastique, qui génère des contraintes importantes et donc une pression de serrage conséquente. Ces bagues permettent le raccordement de tubes en titane, sans soudure, avec une parfaite étanchéité (Figure 1-14).

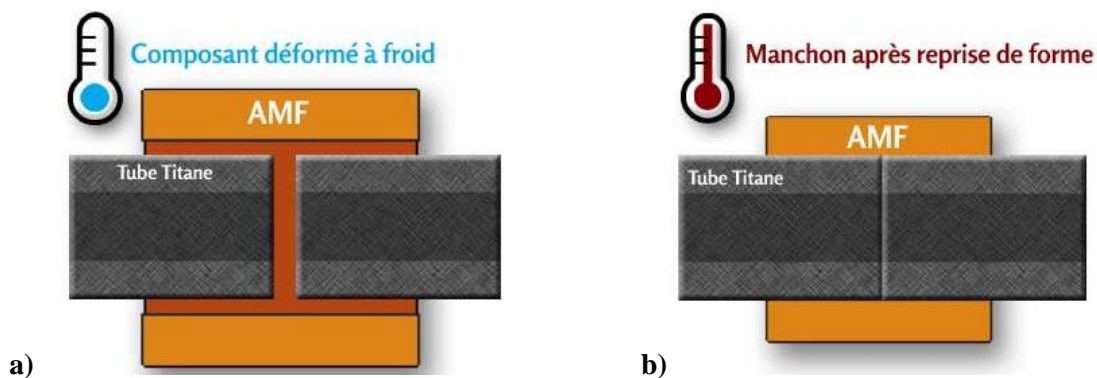


Figure 1-14 : Application de l'effet mémoire pour un dispositif de serrage a) manchon déformé et mis en place à basse température, b) étanchéité parfaite après reprise de la forme du manchon sous l'effet de la température (<http://www.nimesis.com/>).

L'effet mémoire de forme (simple sens) est beaucoup utilisé dans le domaine biomédical, car les alliages de NiTi sont biocompatibles. Les agrafes fonctionnent sur le même principe que les manchons de serrage et utilisent la température du corps humain pour générer un effort de serrage sur les deux parties d'un os fracturé et ainsi accélérer la reconstruction osseuse (Figure 1-15). Les stents en NiTi utilisent eux aussi le même principe, l'effort généré est exploité pour éviter l'obstruction d'un vaisseau ou d'une artère (Figure 1-16).



Figure 1-15 : Application de l'effet mémoire simple sens : agrafes (<http://www.memometal.com/>).



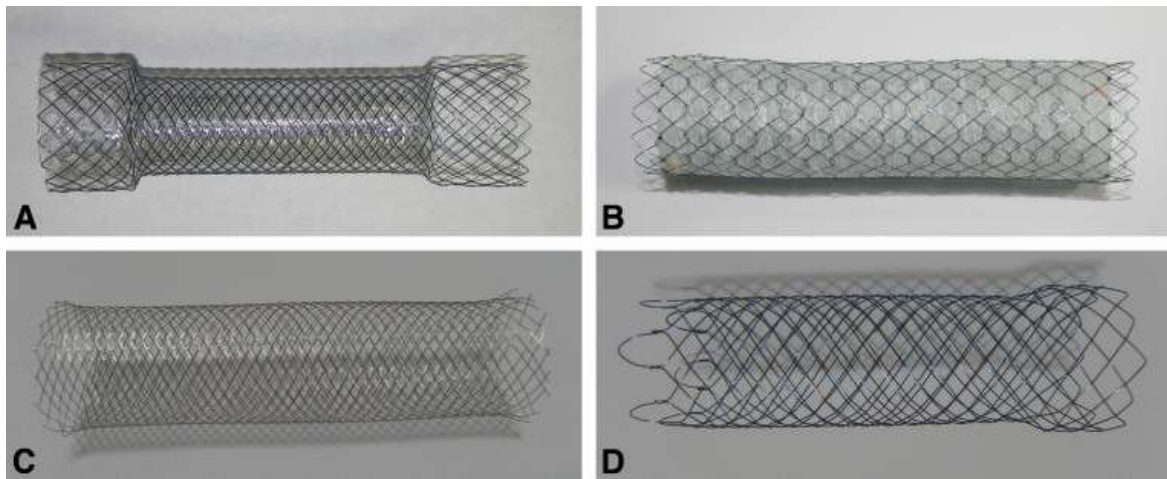


Figure 1-16 : Exemples de Stents (Kim et al. 2010).

La recouvrance de forme peut s'effectuer, sans application de contraintes, dans les deux sens, sous l'effet d'un changement de température (chauffage et refroidissement) : c'est l'effet mémoire double sens. Ce phénomène peut être observé lorsque le matériau a été préalablement éduqué, l'alliage a alors deux formes stables, une à haute température (austénitique) et une à basse température (martensitique). L'éducation du matériau peut être réalisée soit en effectuant des cycles de transformation sous contrainte, soit par répétition de cycles thermiques en imposant à l'échantillon la forme souhaitée. Cette « éducation » consiste à introduire des défauts propres aux variantes (tels que les réseaux de dislocations ou des défauts ponctuels) qui apparaissent à basse température. L'éducation permet la création d'un champ de contraintes internes qui a pour effet d'orienter les variantes formées au cours du refroidissement sans contrainte externe. Une déformation macroscopique spontanée est alors obtenue lors du refroidissement.

Cependant, dans la plupart des applications industrielles, les cycles de refroidissement-chauffage s'effectuent sous contrainte : on parle alors d'effet mémoire double sens assisté. Lors du refroidissement, la martensite formée est orientée par la contrainte, ce qui implique une déformation de transformation non nulle. Lors du chauffage, cette martensite se transforme en austénite, la déformation de transformation disparaît. Deux formes sont obtenues : une à haute température et une à basse température. L'effet mémoire double sens assisté est utilisé dans des actionneurs pilotés par le changement de température. La société Furukawa a commercialisé des robinets mitigeurs utilisant l'effet mémoire double sens assisté. Le système de ressort en alliage NiTi permet de piloter la régulation de la température de l'eau en sortie (Figure 1-17).

L'entreprise Boeing a développé des chevrons de réacteur d'avion à géométrie variable, pour la réduction des nuisances sonores (Mabe et al. 2006), en collaboration avec Texas A&M University (Figure 1-18). Ce réacteur exploite l'effet mémoire double sens assisté.

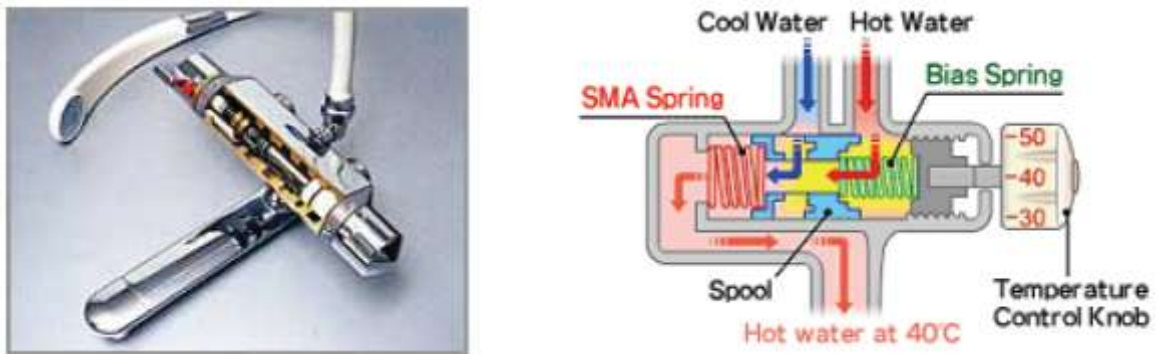


Figure 1-17 : Application de l'effet mémoire double sens assisté - robinet mitigeur (<http://www.furukawa-ftm.com/english/index.htm>).



Figure 1-18 : Application de l'effet mémoire double sens assisté – chevrons de réacteur d'avion à géométrie variable (Hartl et Lagoudas 2007).

### ➤ Effet de la vitesse de déformation

La pente du plateau de transformation est influencée par la vitesse de sollicitation (Gall et al. 1998b Figure 1-19). La transformation martensitique directe étant exothermique (Entemeyer 1996, Thiebaud et al. 2007), plus la vitesse de déformation est importante et plus l'échantillon s'échauffe pendant la transformation, ce qui provoque une augmentation de la pente de transformation. Pour une vitesse de déformation importante, l'essai n'est plus isotherme, il se rapproche de conditions adiabatiques. Dans le cas d'une faible vitesse de sollicitation, la chaleur produite par la transformation est dissipée par les échanges avec l'extérieur et l'essai est quasiment isotherme. L'augmentation de la vitesse, engendrant une augmentation de la température du matériau, son effet sur la pente de transformation s'explique dans un diagramme de Clapeyron (contrainte-déformation) (Figure 1-20).

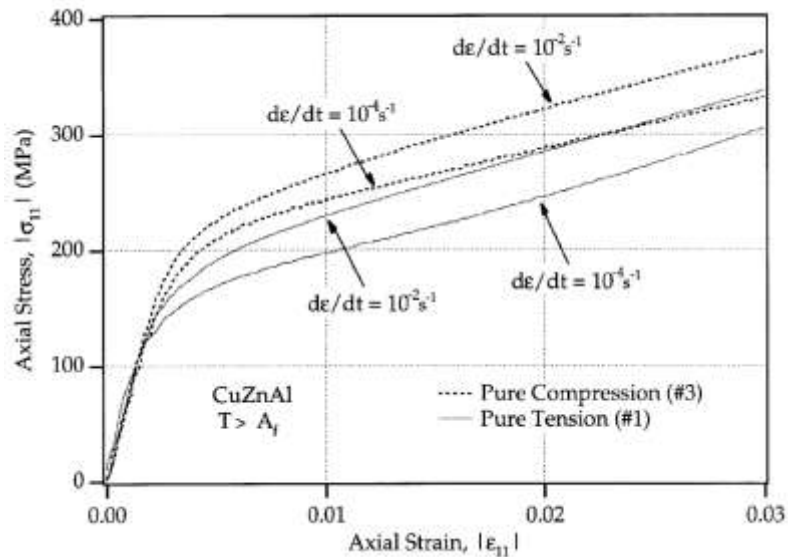


Figure 1-19 : Influence de la vitesse de sollicitation sur le comportement superélastique en traction et en compression d'un alliage Cu-Zn-Al polycristallin (Gall et al. 1998b).

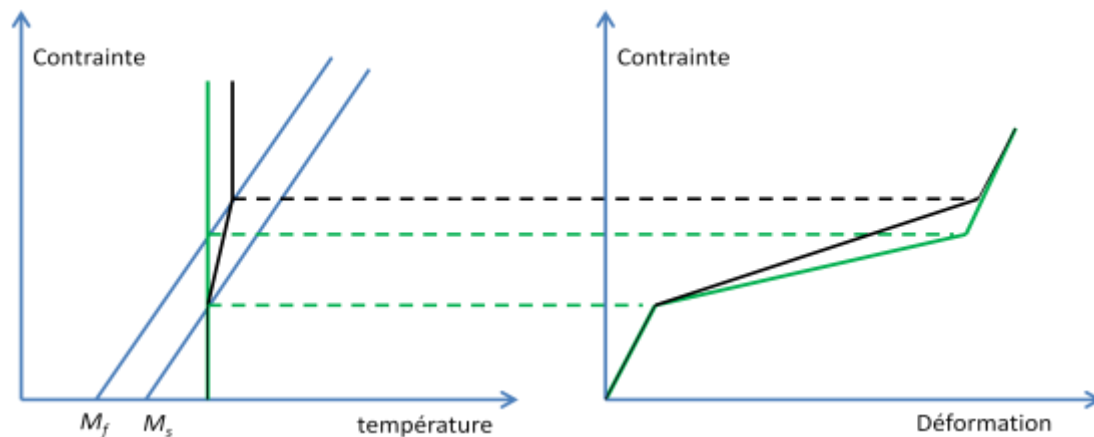


Figure 1-20 : Effet de la vitesse de déformation sur le plateau de transformation.

### ➤ Effet de texture

Des essais de traction ont été effectués par Liu et al. (Liu et al. 1999), sur une tôle laminée à froid d'un alliage de NiTi, selon les deux directions (direction de laminage (RD) et direction transversale (TD)). Les essais montrent que la texture a un effet significatif sur le comportement du matériau : les courbes contrainte-déformation (Figure 1-21) dans les deux directions sont loin d'être identiques. La pente du plateau de transformation de l'essai de traction dans la direction de laminage (RD) est quasi-nulle, tandis que selon la direction transversale (TD) la pente de transformation est sensiblement plus importante. La déformation de transformation maximale (longueur du plateau) est plus importante dans la direction de laminage.

Comme le montre l'importante déformation résiduelle après le déchargement de l'éprouvette, les résultats présentés ne proviennent pas d'un matériau au comportement superélastique. Cependant, les tendances observées par Liu et al. (Liu et al. 1999) sont sans doute les mêmes en superélasticité.

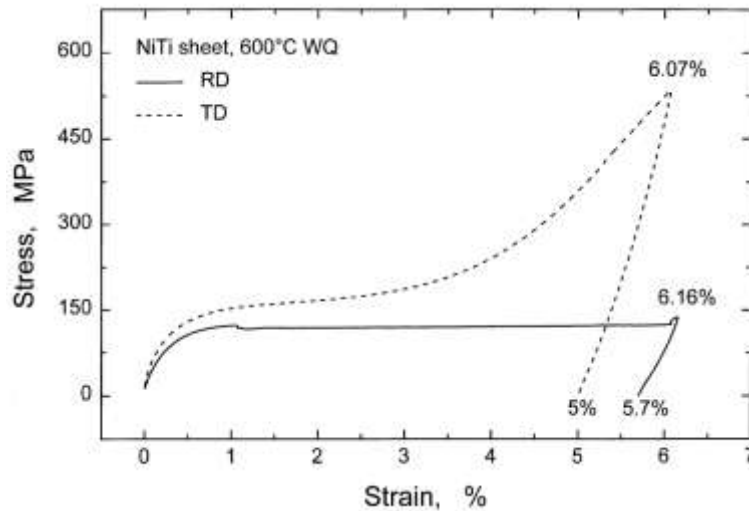


Figure 1-21 : Courbes contrainte-déformation de deux essais de traction à environ 6% de déformation, respectivement selon la direction de laminage RD et selon la direction transversale TD, sur une tôle laminée d'un alliage de NiTi (Liu et al. 1999) - importance de l'effet de la texture.

### ➤ Dissymétrie traction-compression

Le comportement superélastique des Alliages à Mémoire de Forme en traction et en compression sont différents : il y a dissymétrie du comportement. Plusieurs auteurs (Lexcelent 1996, Orgéas et Favier 1998, Gall et al. 1998a, Gall et al. 1999, Liu et al. 1998, Sittner et al. 2006, Mao et al. 2010, Patoor et al. 1995) ont étudié l'origine physique de ce comportement dissymétrique. Deux phénomènes sont à la base de cette dissymétrie : la faible symétrie cristalline de la martensite et la structure polycristalline du matériau.

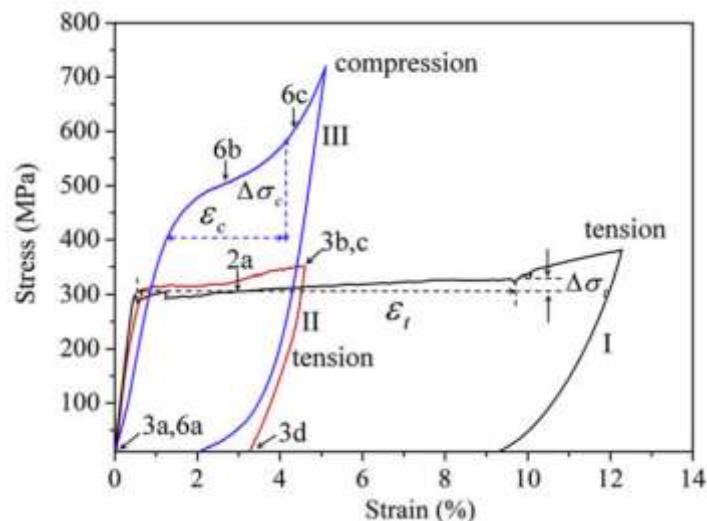


Figure 1-22 : Mise en évidence de la dissymétrie entre la traction et la compression sur une courbe contrainte-déformation pour un alliage de NiTi. Eprouvettes tubulaires de diamètre intérieur 2,5 mm, de diamètre extérieur 3 mm et de longueurs utiles de 80 mm pour la traction et 9 mm pour la compression (Mao et al. 2010).

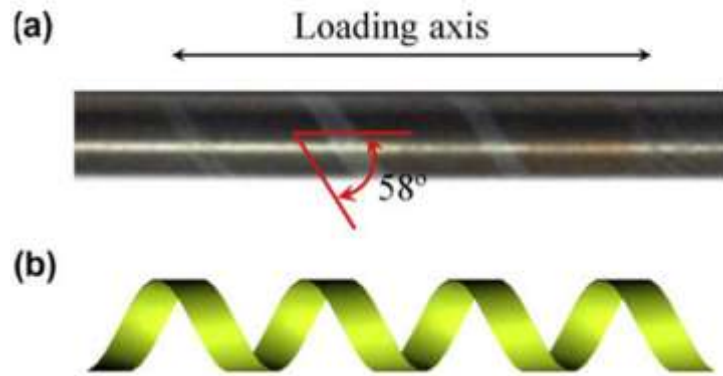


Figure 1-23 : Bande hélicoïdale de martensite associée à la transformation induite par contrainte, essai de traction sur tube à paroi mince en NiTi a) image optique de la bande observée à 3% de la déformation, b) représentation schématique de la géométrie de la bande (Mao et al. 2010).

La comparaison entre les deux essais uniaxiaux effectués par Mao et al. (Mao et al. 2010) (Figure 1-22) indique que la contrainte critique de début de transformation en compression est la plus élevée des deux ( $\sigma_c = 417$  MPa en compression contre  $\sigma_t = 297$  MPa en traction, avec un rapport :  $\sigma_c/\sigma_t = 1,4$ ). En compression, la pente du plateau de transformation est plus raide ( $\Delta\sigma_c = 167$  MPa en compression contre  $\Delta\sigma_t = 32$  MPa en traction) et la déformation de transformation maximale est plus petite ( $\varepsilon_c = 2,9\%$  en compression contre  $\varepsilon_t = 9,2\%$  en traction).

D'après des observations en microscopie optique des tubes en NiTi, durant l'essai de traction, la martensite apparaît sous forme d'une bande hélicoïdale inclinée localisée (Figure 1-23), qui progresse au cours de la transformation. Par contre, en compression la martensite se forme d'une façon homogène sans localisation.

L'analyse du facteur de Schmid (analyse EBSD) pour les parois minces des tubes en NiTi a montré que les facteurs par rapport à la direction axiale sont plus faibles en compression qu'en traction, ce qui implique que la contrainte critique nécessaire pour induire la transformation martensitique est plus importante en compression (Mao et al. 2010).

## 1.5. Conclusion

Les mécanismes à l'origine des différents comportements des AMF, et donc des NiTi, sont liés à la transformation martensitique. La transformation austénite martensite est dépendante de la température et de la contrainte, elle présente un caractère exothermique (endothermique) lors de la transformation directe (inverse). Ce caractère est lui-même à l'origine de l'influence de la vitesse de déformation sur le comportement superélastique des AMF. Par ailleurs, les essais expérimentaux ont mis en évidence une indéniable dissymétrie entre la traction et la compression.

De ce fait, une caractérisation complète des AMF passe nécessairement par l'examen du comportement du matériau sous sollicitation multiaxiale, qui reste, à ce jour, peu étudié.

Le chapitre suivant présente une revue bibliographique sur les différentes configurations d'essais biaxiaux sur éprouvettes planes et met en avant les principaux résultats concernant le comportement superélastique sous chargement multiaxial.

## 1.6. Bibliographie

\*(Avril et al. 2008) Avril S., Bonnet M., Bretelle A. S., Grediac M., Hild F., Lenny P., Latourte F., Lemosse D., Pagano S., Pagnacco E., Pierron F. (2008). Overview of identification methods of mechanical parameters based on full-field measurements. *Experimental Mechanics* 48, 381–402.

(Bataillard 1996) Bataillard L. (1996). Transformation martensitique multiple dans un alliage à mémoire de forme Ni-Ti. Thèse de doctorat, Ecole polytechnique fédérale de Lausanne.

\*(Bo et Lagoudas 1999) Bo Z. et Lagoudas D. (1999). Thermomechanical modeling of polycrystalline SMAs under cyclic loading, Part I: Theoretical derivations. *Int. J. Eng. Science* 37 (9), 1175–1203.

\*(Bouvet et al. 2004) Bouvet C., Calloch S. et Lexcellent C. (2004). A phenomeno- logical model for pseudoelasticity of shape memory alloys under multiaxial proportional and nonproportional loadings. *European Journal of Mechanics A/Solids* 23, 37 -61.

(Brinson 1993) Brinson L. C. (1993). One dimensional constitutive behaviour of shape memory alloys : thermomechanical derivation with non-constant material functions. *J. of Intelligent Material Systems and Structures* 4, 229 -242.

\*(Chemisky 2009) Chemisky Y. (2009). Modélisation du comportement macroscopique des alliages à mémoire de forme - Application aux matériaux composites. Thèse de doctorat, Université Paul Verlaine de Metz.

\*(Chemisky et al. 2011) Chemisky Y., Duval A., Patoor E. et Ben Zineb T. (2011). Constitutive model for shape memory alloys including phase transformation, martensitic reorientation and twins accommodation. *Mechanics of Materials*. 43, 361-376.

\*(Chemisky et al. 2013) Chemisky Y., Echchorfi R., Meraghni F., Bourgeois N. et Piotrovski B. (2013). Determination of the characteristic parameters of tension compression asymmetry of Shape Memory Alloys using full-field measurements. *Materials Science Forum Vols. 738-739*, 281-286.

\*(Elhadrouz 2004) Elhadrouz M. (2004). Modélisation du comportement des céramiques ferroélectriques et ferroélastiques. Thèse de doctorat. ENSAM de Paris.

(Gall et al. 1998a) Gall K., Sehitoglu H., Chumlyakov Y.I. et Kireeva I.V. (1998). Tension–compression asymmetry of the stress–strain response in aged single crystal and polycrystalline NiTi. *Acta Materialia* 47, 1203-1217.

(Gall et al. 1998b) Gall K., Jacobus K., Sehitoglu H. et Maier H.J (1998). Stress-induced martensitic phase transformations in polycrystalline CuZnAl shape memory alloys under different stress states. *Metallurgical and Materials Transactions A* 29, 765-773.

(Gall et al. 1999) Gall K., Sehitoglu H. (1999). The role of texture in tension–compression asymmetry in polycrystalline NiTi. *International Journal of Plasticity* 15, 69-92.

(Grabe et Bruhns 2009) Grabe C. et Bruhns O.T. (2009). Path dependence and multiaxial behavior of a polycrystalline NiTi alloy within the pseudoelastic and pseudoplastic temperature regimes. *International Journal of Plasticity* 25, 513-545.

(Guénil 1995) Guénil G. (1995). Alliage à mémoire de forme. *Techniques de l'ingénieur*.

(Guénil 1997) Guénil G. (1997). Shape Memory and Pseudoelastic Properties of Fe-Mn-Si and Ti-Ni Based Alloys. *J. Phys IV*, 7 - C5, 467–477.

(Hartl et Lagoudas 2007) Hartl D. J. et Lagoudas D. C. (2007). Aerospace applications of shape memory alloys. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering* 221(4), 535-552.

\*(Hild et Roux 2008) Hild F. et Roux S. (2008). CORRELI-Q4: A software for “Finite-element” displacement field measurements by digital image correlation. Internal report n°269, LMT Cachan, France.

(Kim et al. 2010) Kim C. G., Choi I. J., Lee J. Y., Cho S.-J., Park S. R., Lee J. H., Ryu K. W., Kim Y.-W., Park Y. I. (2010). Covered versus uncovered self-expandable metallic stents for palliation of malignant pyloric obstruction in gastric cancer patients: a randomized, prospective study. *Gastrointestinal Endoscopy* 77,25-32.

(Kim et Daly 2011) Kim K., Daly S. (2011). Martensite Strain Memory in the Shape Memory Alloy Nickel-Titanium Under Mechanical Cycling. *Experimental Mechanics* 51, 641-652.

(Lagoudas 2008) Lagoudas D. (2008). *Shape Memory Alloys - Modeling and Engineering Applications*. Sciences Sup. Springer US.

\*(Lagoudas et al. 2012) Lagoudas D., Hartl D., Chemisky Y., Machado L. et Popov P. (2012). Constitutive model for the numerical analysis of phase transformation in polycrystalline shape memory alloys. *International Journal of Plasticity* 32, 155-183.

\*(Lecompte et al. 2006) D. Lecompte, A. Smits, S. Bossuyt et H. Sol (2006). Quality assessment of speckle patterns for digital image correlation. *Optic Laser Eng* 44, 1132-1145.

\*(Lexcellent et Leclercq 1996) Lexcellent C. et Leclercq S. (1996). A general macroscopic description of the thermomechanical behavior of shape memory alloys. *J. Mech. and Phys. of Solids* 44(6), 953–980.

(Liu et al. 1998) Liu Y., XIE Z., Van Humbeeck J. et Delaey L. (1998). Asymmetry of stress-strain curves under tension and compression for NiTi shape memory alloys. *Acta Materialia* 46, 4325-4338.

(Liu et al. 1999) Liu Y., Xie Z.L., Van Humbeeck J. et Delaey L. (1999) Effect of texture orientation on the martensite deformation of NiTi shape memory alloy sheet. *Acta Materialia* 47, 645-660.

(Mabe et al. 2006) Mabe J. H., Calkins F. T. et Butler G. W. (2006). Boeing’s variable geometry chevron, morphing aerostructure for jet noise reduction. *American Institute of Aeronautics and Astronautics, AIAA–2006–2142*.

(Mao et al. 2010) Mao S.C., Luo J.F., Zhang Z., Wu M.H., Liu Y. et Ha X.D. (2010). EBSD studies of the stress-induced B2–B19’ martensitic transformation in NiTi tubes under uniaxial tension and compression. *Acta Materialia* 58, 3357-3366.

\*(Meraghni et al. 2011) Meraghni F., Nouri H., Bourgeois N., Czarnota C. et Lory P. (2011). Parameters identification of fatigue damage model for short glass fiber reinforced polyamide (PA6-GF30) using digital image correlation. *Procedia Engineering* 10, 2110-2116.

\*(Meraghni et al. 2013) Meraghni F., Chemisky Y., Piotrowski B., Echchorfi R., Bourgeois N., Patoor E., Identification of thermodynamical model parameters for superelastic shape memory alloys using analytical calculation of the sensitivity matrix. *Soumis à European Journal of Mechanics A/solids*.

\*(Merzouki 2008) Merzouki T. (2008). Identification expérimentale et modélisation du comportement d'un multicristal en alliage à mémoire de forme. Thèse de doctorat. ARTS et METIERS PARISTECH. Centre de Metz.

\*(Mohammad Sadeghi 2010) Mohammad Sadeghi Bagher M. (2010). Analyse et Identification du comportement mécanique d'aciers à effet TRIP à partir de mesures de champs cinématiques. Thèse de doctorat. ARTS et METIERS PARIS TECH. Centre de Metz.

\*(Morin et al. 2011) Morin C., Moumni Z. et Zaki W. (2011). A constitutive model for shape memory alloys accounting for thermomechanical coupling. *International Journal of Plasticity*, 27(5), 748-767.

\*(Nouri 2009) Nouri H. (2009). Modélisation et identification de lois de comportement avec endommagement en fatigue polycyclique de matériaux composites à matrice thermoplastique. Thèse de doctorat, ARTS et METIERS PARIS TECH, Centre de Metz.

(Orgéas et Favier 1998) Orgéas L. et Favier D. (1998). Stress-induced martensitic transformation of a NiTi alloy in isothermal shear, tension and compression. *Acta Materialia*, 46(15), 5579-5591.

(Otsuka et Ren 2005) Otsuka K. et Ren X. (2005). Physical metallurgy of Ti-Ni-based shape memory alloys. *Progress in materials science* 50(5), 511-678.

\*(Panico et Brinson 2007) Panico M. et Brinson L. (2007). A three-dimensional phenomenological model for martensite reorientation in shape memory alloys. *J. of Mechanics and Physics of Solids* 55, 2491-2511.

(Patoor et al. 1995) Patoor E., El Amrani M., Eberhardt A. et Berveiller M. (1995). Determination of the Origin for the Dissymmetry Observed between Tensile and Compression Tests on Shape Memory Alloys. *J. Phys. IV*, 5, 495-500.

(Patoor et Berveiller 1990) Patoor E. et Berveiller M. (1990). *Les alliages à mémoire de forme*. Hermès.

(Patoor et Berveiller 1994) Patoor E. et Berveiller M. (1994). *Technologie des alliages à mémoire de forme*. Hermès.

\*(Payandeh 2010) Payandeh Y. (2010). Elaboration and characterization of NiTi/epoxy smart composite - Effects of martensitic transformation on mechanical behavior and interface debonding. Thèse de doctorat. ARTS et METIERS PARIS TECH, Centre de Metz.

\*(Peultier 2005) Peultier B. (2005). *Alliages à mémoire de forme : modélisation et calcul de structures*. Thèse de doctorat. ENSAM de Paris.

\*(Piotrowski et al. 2013) Piotrowski B., Chemisky Y., Meraghni F., Echchorfi R., Bourgeois N. et Patoor E. (2013). Identification and interpretation of material parameters of a shape memory alloy (SMA) model. *Materials Science Forum Vols. 738-739*, 276-280.



*\*(Saint-Sulpice et al 2009) Saint Sulpice L., Arbab Chirani S. et Colloch S. (2009). A 3D superelastic model for shape memory alloys taking into account progressive strain under cyclic loadings. Mechanics of Materials 41, 12–26.*

*(Sittner et al., 2006) Sittner, P., Landa, M., Lukas, P. et Novak, V. (2006). R-phase transformation phenomena in thermomechanically loaded NiTi polycrystals. Mechanics of Materials, 38, 475–492.*

*(Tang et al. 1999) Tang W., Sundman B., Sandström R. et Qiu C. (1999). New modelling of the B2 phase and its associated martensitic transformation in the Ti–Ni system. Acta materialia 47(12), 3457-3468.*

*\*(Thiebaud et al. 2007) Thiebaud, F., LExcellent, C., Collet, M. et Foltete, E. (2007). Implementation of a model taking into account the asymmetry between tension and compression, the temperature effects in a finite element code for shape memory alloys structures calculations. Computational Materials Science 41, 208–221.*

*(Xie et al. 1998) Xie Z., Liu Y., et Van Humbeeck J. (1998). Microstructure of NiTi shape memory alloy due to tension-compression cyclic deformation. Acta Materialia, 46, 1989-2000.*

*(Zhang et Sehitoglu 2004) Zhang X., Sehitoglu H. (2004). Crystallography of the B2 → R → B19' phase transformations in NiTi. Materials Science and Engineering A 374, 292–302.*

*\* Références citées dans l'introduction.*



## 2. Caractérisation du comportement sous chargement biaxial

2.1.	Introduction .....	28
2.2.	Configurations d'essais multiaxiaux .....	28
2.2.1.	Essais en configuration d'Arcan .....	28
2.2.2.	Essais de traction-cisaillement .....	31
2.2.3.	Essais de traction biaxiale sur montage spécial .....	32
2.2.4.	Essais de traction biaxiale sur machine à quatre vérins .....	35
2.2.5.	Essais sur éprouvette à géométrie particulière .....	37
2.3.	Comportement superélastique des AMF sous chargement multiaxial .....	39
2.3.1.	Essais de traction-torsion .....	39
2.3.2.	Essais de traction (compression)-torsion-pression interne.....	43
2.3.3.	Essais de traction-pression interne et bi-compression.....	44
2.3.4.	Essais de traction équibiaxiale par gonflement hydraulique .....	46
2.3.5.	Essais de traction équibiaxiale sur éprouvette cruciforme .....	48
2.4.	Conclusion.....	51
2.5.	Bibliographie .....	51

## **2.1. Introduction**

Ce chapitre est composé de deux parties. La première partie constitue une étude bibliographique sur les différentes configurations d'essais multiaxiaux sur éprouvettes planes. Les essais qui permettent la détermination de surfaces de charge dans l'espace des contraintes sont particulièrement mis en évidence.

La seconde partie relate les principaux essais thermomécaniques de caractérisation du comportement superélastique des AMF sous chargement multiaxial présents dans la littérature. Pour chaque type d'essai les principaux résultats sont également présentés.

## **2.2. Configurations d'essais multiaxiaux**

Il existe deux types de techniques pour produire des états de contraintes biaxiaux :

- Des tests avec un système de chargement unique, où le rapport entre les contraintes principales dépend de la géométrie de l'éprouvette : gonflement hydraulique (Machado et al. 2012), emboutissage (Tasan et Hoefnagels 2012), montage d'Arcan (Arcan et al. 1978, Doyoyo et Wierzbicki 2003), montage de Pottier et al. (Pottier et al. 2012).
- Des tests nécessitant l'emploi de plusieurs systèmes de chargements indépendants, au moins deux : essais de traction-cisaillement (Mohr et Oswald 2008, Mohr et Jacquemin 2008, Mohr et Ebnoether 2009), de compression-cisaillement (Vogler et Kyriakides 1999), de traction/compression-torsion (Vogler et Kyriakides 1999), et enfin de bi-traction (Smits et al. 2006, Lecompte et al. 2007, Cooreman et al. 2008)). Pour ces essais, le rapport entre les contraintes principales dépend de la valeur de la charge appliquée sur chaque axe indépendant.

Seuls des exemples de configurations d'essais multiaxiaux sur tôles, susceptibles de donner des informations sur la surface de charge, sont présentés dans ce document. Le lecteur intéressé se reportera aux articles de Hannon et Tierman (Hannon et Tierman 2008) et de Kuwabara (Kuwabara 2007) qui proposent des revues bibliographiques sur les techniques expérimentales permettant de générer toute une variété de trajets de chargement, essentiellement à partir de configurations d'essais biaxiaux.

Les essais avec des géométries d'éprouvettes non planes (tubulaires) seront exclusivement abordés dans la partie consacrée aux AMF pour ne pas faire de répétitions.

### **2.2.1. Essais en configuration d'Arcan**

Parmi les configurations d'essais multiaxiaux sur éprouvettes planes, les plus courantes sont celles qui génèrent des états de contraintes de type traction-cisaillement. Les premiers auteurs à avoir proposé ce type d'essais sont Arcan et al. (Arcan et al. 1978). Doyoyo et Wierzbicki (Doyoyo et Wierzbicki 2003), et d'autres, se sont inspirés des essais d'Arcan et ont proposé le

dispositif d'essai présenté à la Figure 2-1. L'éprouvette adaptée à ce montage a une géométrie particulière en forme de papillon.

Lorsque le système de sollicitation applique une force verticale  $V$ , une force de réaction  $R$  est générée. La section centrale de l'éprouvette est alors soumise à un état de contrainte plane représenté dans la Figure 2-1-b. Les contraintes normale et de cisaillement dans la partie centrale sont calculées par :

$$\begin{aligned}\sigma_{xy} &= \frac{V}{ld} \cos \alpha + \frac{R}{ld} \sin \alpha \\ \sigma_{xx} &= \frac{V}{ld} \sin \alpha - \frac{R}{ld} \cos \alpha \\ \sigma_{yy} &= \xi \sigma_{xx}\end{aligned}\quad (2.1)$$

$l$  est la longueur de la section centrale (minimale),  $d$  l'épaisseur de l'éprouvette,  $\xi$  une constante de proportionnalité qui dépend des propriétés du matériau et  $\alpha$  l'angle de chargement.

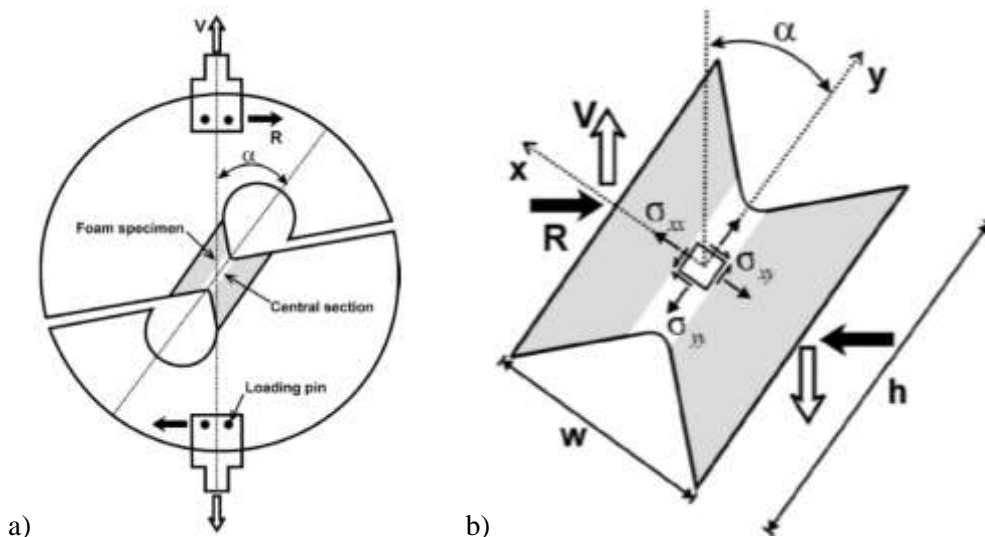


Figure 2-1 : Dispositif expérimental pour essai biaxiaux - dispositif d'Arcan (Arcan et al. 1978) modifié par Doyoyo et al. (Doyoyo et Wierzbicki 2003) a) Géométrie de l'éprouvette et schéma du montage modifiés, b) État de contrainte biaxiale au centre de l'éprouvette.

La variation de l'angle de chargement rend possible la détermination de la surface de charge dans l'espace des contraintes principales, en utilisant un chargement suivant une seule direction.

Doyoyo et Wierzbicki (Doyoyo et Wierzbicki 2003) ont utilisé le montage d'Arcan modifié, et l'éprouvette papillon de la Figure 2-1, pour déterminer la surface de charge d'une mousse à base d'aluminium. La Figure 2-2-a montre les courbes charge-déplacement pour des échantillons en mousse d'aluminium pour différents angles de chargement, entre  $-30^\circ$  et  $50^\circ$ . Les contraintes limite d'élasticité (Figure 2-2-b) ont été déterminées à l'aide des expressions des équations 2-1.

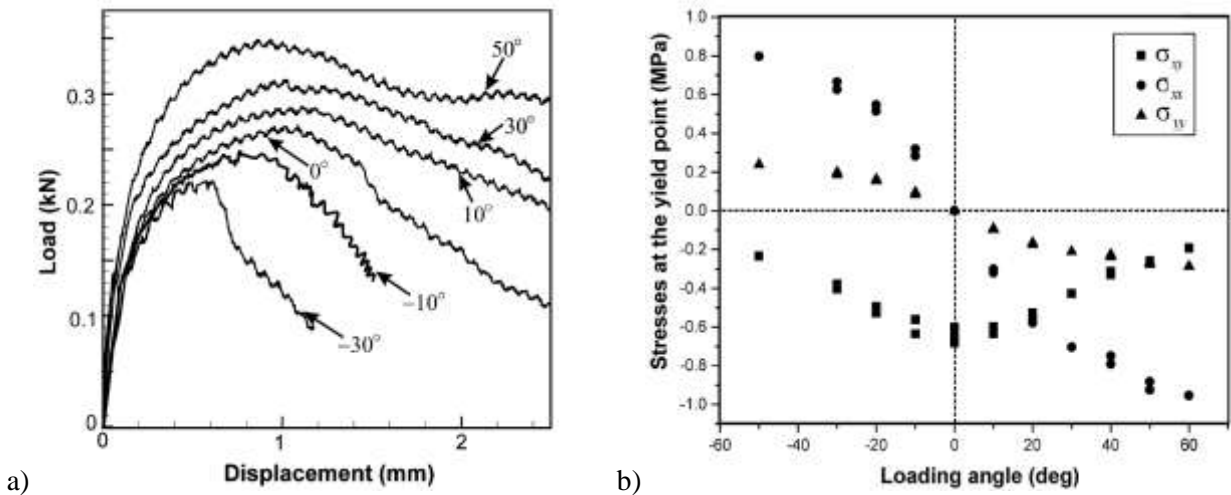


Figure 2-2 : Résultats d'essais sur montage Arcan-Doyoyo pour différents angles de chargement d'un échantillon en mousse Alporas a) courbes effort-déplacement, b) courbes contraintes limite d'élasticité en fonction de l'angle de chargement (Doyoyo et Wierzbicki 2003).

Les résultats de ces essais ont permis de tracer la forme de la surface de charge dans l'espace des contraintes principales (Figure 2-3) pour une mousse isotrope d'aluminium.

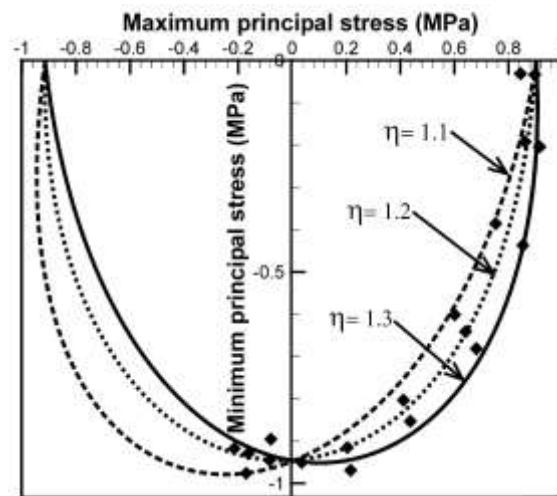


Figure 2-3 : Surface de charge dans l'espace des contraintes principales déterminée par des essais biaxiaux sur éprouvette Arcan modifiée de mousse isotrope d'aluminium Alporas (Doyoyo et Wierzbicki 2003).

L'éprouvette et le montage d'Arcan ont été employés pour des essais sur composites à matrice polymère renforcée par des fibres de verre (El-hajjar et Haj-Ali 2004) afin d'étudier la réponse du matériau en cisaillement pour différents angles de chargement.

Cette configuration d'essai ne peut pas générer de compression et donc ne permet pas d'explorer la totalité de l'espace des contraintes. De plus cette géométrie d'éprouvette génère forcément une forte localisation des déformations.

### 2.2.2. Essais de traction-cisaillement

D'autres configurations d'essais de traction-cisaillement sur tôles sont présentées dans la littérature, mais contrairement à la configuration d'Arcan, celles-ci nécessitent deux axes de chargement. Le rapport de chargement n'est plus imposé par la géométrie du montage, il est imposé directement par l'utilisateur. L'intérêt des configurations des essais de Mohr et al. (Mohr et Oswald 2008, Mohr et Jacquemin 2008, Mohr et Ebnoether 2009) est d'avoir des contraintes relativement homogènes dans la zone utile de l'éprouvette.

Mohr et Oswald (Mohr et Oswald 2008) utilisent une machine hydraulique à deux vérins (Figure 2-4-b) et un montage (Figure 2-4-a) permettant de solliciter l'échantillon à la fois en traction et en cisaillement. Les forces verticale et horizontale qui agissent sur l'échantillon sont mesurées par deux cellules de charge. L'éprouvette, présentée Figure 2-5, est amincie dans sa centrale. La géométrie de l'éprouvette a été optimisée pour avoir des champs de contraintes et de déformations homogènes dans la zone utile. Les champs de déplacement ont été mesurés par corrélation d'images.

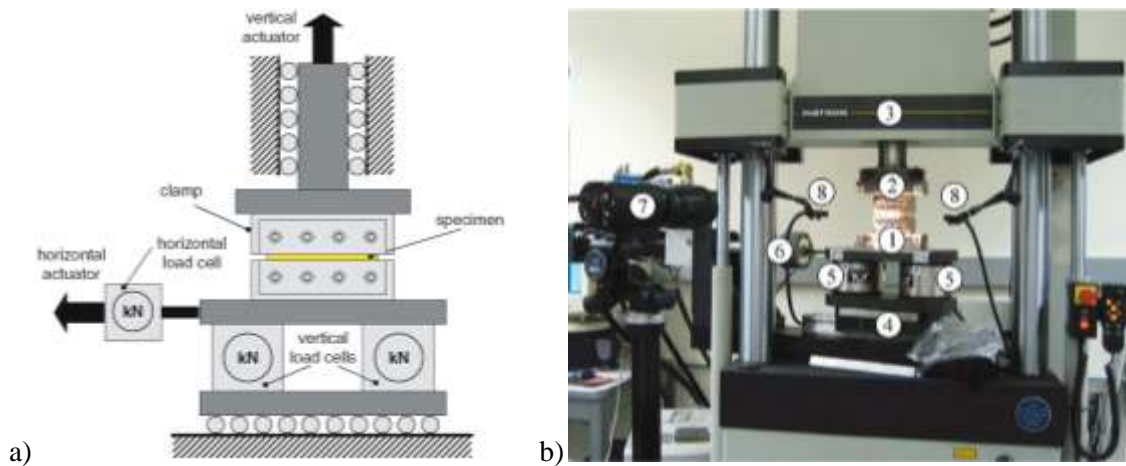


Figure 2-4 : Dispositif expérimental pour les essais biaxiaux en traction-cisaillement sur des éprouvettes plates (Mohr et Oswald 2008).

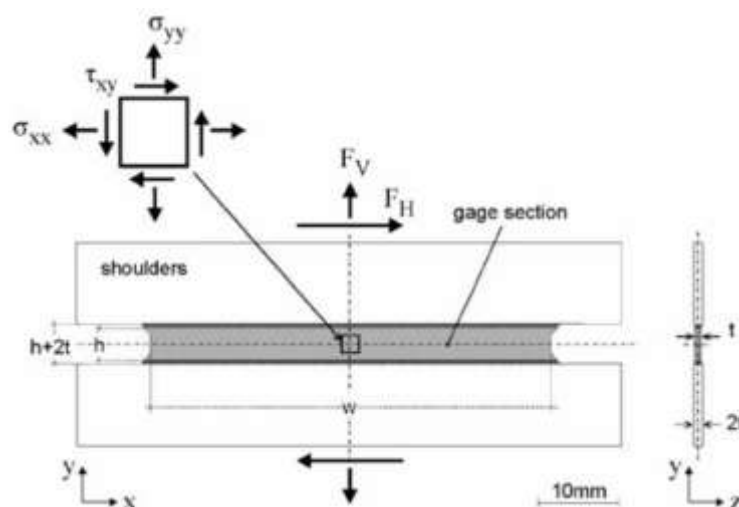


Figure 2-5 : Géométrie de l'éprouvette de traction-cisaillement (Mohr et Oswald 2008).

Les essais de Mohr et Oswald ont permis de déterminer la surface de charge d'un acier TRIP700, dans l'espace des contraintes. Pour démontrer la validité de cette technique d'essais, les auteurs ont comparé les résultats expérimentaux à un modèle de plasticité avec une surface de charge isotrope de type Von Mises (Figure 2-6).

Mohr et Jacquemin (Mohr et Jacquemin 2008) et Mohr et Ebnoether (Mohr et Ebnoether 2009) ont également utilisé ce montage pour étudier respectivement le comportement d'un acier austénitique 301LN et celui d'un acier au bore 22MnB5 sous chargements biaxiaux.

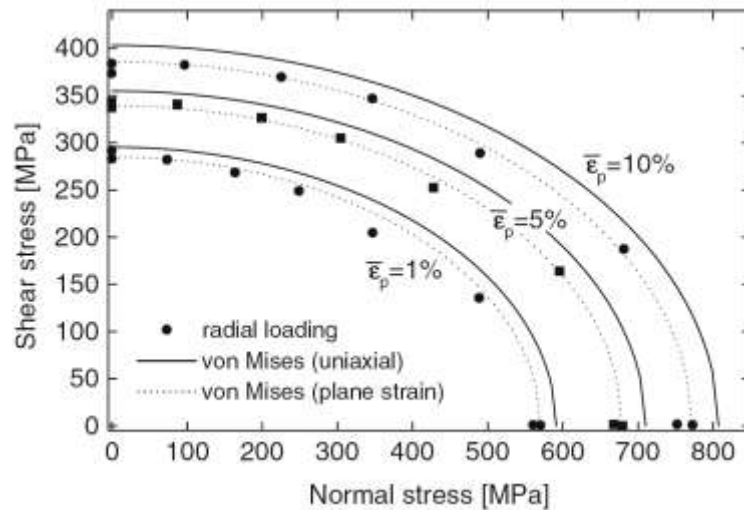


Figure 2-6 : Surface de charge d'un acier TRIP700 évaluée expérimentalement et comparée à des surfaces représentant le critère de Von Mises (Mohr et Oswald 2008).

Les deux directions de chargement (deux actionneurs à axes perpendiculaires) ont été utilisées ici pour explorer le comportement en traction-cisaillement.

### 2.2.3. Essais de traction biaxiale sur montage spécial

Il existe des montages d'essais qui permettent de solliciter une même éprouvette (en forme de croix) dans deux directions à partir d'un mouvement imposé dans une seule direction, mais pour obtenir plutôt des sollicitations de type traction-traction et non de traction-cisaillement comme cité précédemment.

- **Dispositif de Ferron et Makinde (Ferron et Makinde 1988)**

Le montage (Figure 2-7) développé par Ferron et Makinde (Ferron et Makinde 1988) permet de transformer une machine d'essai de traction uniaxiale en une machine d'essai biaxial. À l'aide de huit bras le mouvement vertical du vérin est converti en deux mouvements horizontaux dans deux directions perpendiculaires.

L'échantillon est fixé sur les quatre têtes (H1), (H2), (H3) et (H4) au moyen de plaques de serrage. Après le montage de l'éprouvette sur le dispositif, le système complet peut être fixé dans la machine d'essai au moyen des têtes (H1) et (H2). Pendant l'essai, (H2) est solidaire de



la partie fixe de la machine, alors que (H1) fixée au mors mobile s'écarte de (H2). Les quatre bras (Av) assurent une diminution de la distance entre les parties (C1) et (C2), ce qui produit le déplacement des deux têtes (H3) et (H4) à l'aide des quatre bras (Ah) horizontaux. Avec cette configuration, l'augmentation de la distance entre (H3) et (H4) est égale à l'augmentation de la distance entre (H1) et (H2). Ainsi, l'échantillon est soumis à une déformation équi-biaxiale. Lors du chargement, les bras verticaux (Av) sont soumis à une charge de traction, tandis que les bras horizontaux (Ah) sont dans un état de compression. Il s'ensuit que la déformation de l'éprouvette est vraiment équi-biaxiale si les déformations élastiques du mécanisme sont négligeables. La charge sur l'éprouvette est mesurée par deux capteurs placés sur les têtes (H1) et (H4).

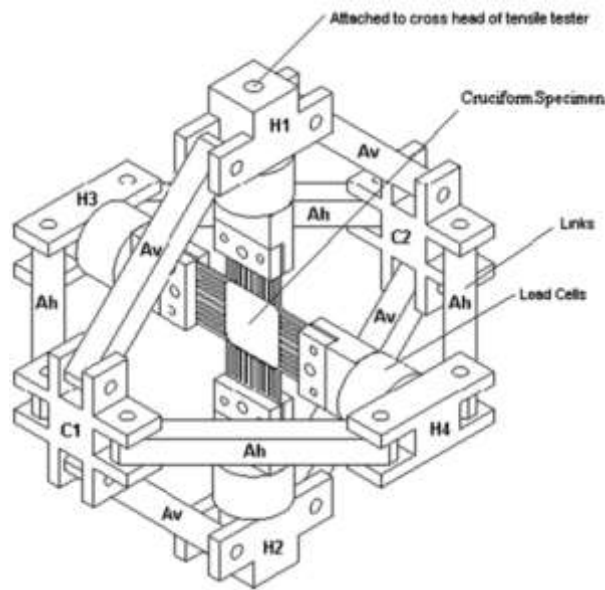


Figure 2-7 : Montage pour essais biaxiaux sur éprouvettes plates développé par Ferron et Makinde (Ferron et Makinde 1988).

Récemment, des essais réalisés sur ce montage ont permis d'identifier par méthode inverse une surface de charge anisotrope (Teaca 2009). Deux géométries d'éprouvettes cruciformes (Figure 2-8) offrant une forte sensibilité des champs de déformations à l'anisotropie plastique du matériau ont été optimisées et utilisées. L'intérêt de la géométrie de droite est d'avoir en des points différents de l'éprouvette des chargements allant de la traction uniaxiale (entre les fentes des bras) à la traction équi-biaxiale, au centre de l'éprouvette. Il est possible de caractériser l'anisotropie du matériau en étudiant ce qui se passe dans les directions orthogonales. Avec de telles complexités d'éprouvettes l'emploi de la corrélation d'images se justifie, cependant la géométrie du montage n'autorise pas son utilisation pendant l'essai. Les déformations sont mesurées après avoir interrompu l'essai, sur l'éprouvette démontée.

De telles éprouvettes ont des coûts de fabrication assez élevés, mais la richesse des informations recueillies pour un seul essai, remplace plusieurs essais sur des géométries plus simples.

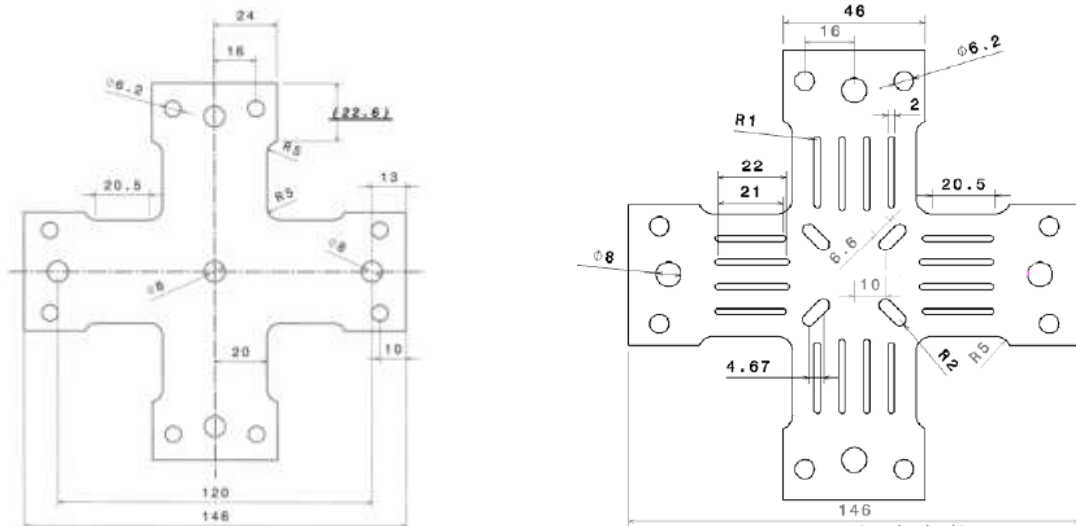


Figure 2-8 : Géométries d'éprouvette de traction équibiaxiale proposées par Teaca (Teaca 2009).

- **Dispositif de Bhatnagar et al. (Bhatnagar et al. 2007)**

Bhatnagar et al. (Bhatnagar et al. 2007) ont développé un nouveau montage d'essai de traction biaxiale pour éprouvettes cruciformes plates, qui est utilisé sur une machine de traction simple. La position de certaines pièces du montage est réglable pour permettre des essais avec différents rapports de chargement. L'effort vertical est donné par la cellule de charge tandis que l'effort horizontal est estimé par l'intermédiaire de gauges de déformation (rosettes) collées sur les barres de traction portant la référence (5) sur la Figure 2-9. Bhatnagar et al. ont calculé les déformations suivant les deux axes de l'éprouvette par extensométrie vidéo pendant l'essai, ce qui n'est pas possible sur le montage de Ferron. Les essais de validation du montage ont été effectués sur un matériau composite, polymère renforcé par des fibres de verre orientées aléatoirement.

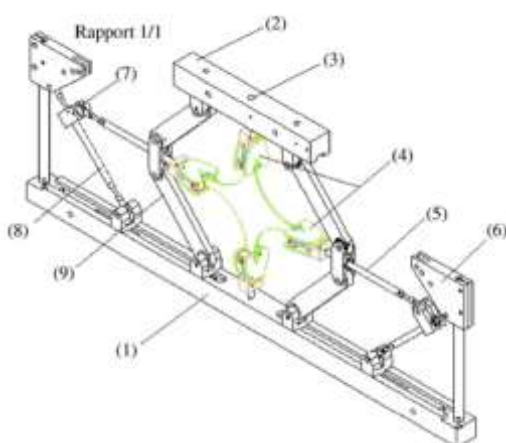


Figure 2-9 : Montage pour essais biaxiaux sur des éprouvettes plates développé par Bhatnagar et al. 2007 (Bhatnagar et al. 2007) : un seul effort imposé verticalement.

Ces deux montages, de Ferron et de Bhatnagar, sont intéressants car ils ne demandent qu'une machine d'essai de type traction simple, mais ils ont plusieurs inconvénients. En premier lieu,

faire varier le rapport de chargement n'est pas immédiat. En second lieu, sur le montage de Bhatnagar la mesure d'un des efforts est indirecte et sur le montage de Ferron la mesure des déformations en continu par corrélation d'images (2D) est impossible.

#### 2.2.4. Essais de traction biaxiale sur machine à quatre vérins

L'utilisation de deux directions de chargement, permet de faire des sollicitations de traction-cisaillement, mais aussi de traction-traction ou de traction-compression dans le plan des tôles. Les essais biaxiaux sur des éprouvettes planes, dont la forme de base est une croix, se répandent de plus en plus dans la littérature. Ce sont les essais à quatre vérins indépendants qui apportent le plus de flexibilité dans le choix du rapport de chargement entre les axes et le plus de fiabilité dans la mesure des efforts.

Entre autres, une machine servo-hydraulique à quatre vérins indépendants a été développée à l'université libre de Bruxelles (Figure 2-10). L'utilisation de quatre vérins permet le maintien du centre de l'éprouvette à une position fixe par rapport au bâti de la machine pendant toute la durée de l'essai. Seuls des essais de traction-traction sont possibles avec cette machine.



Figure 2-10 : Machine d'essai biaxiale utilisée par Smits et al. 2006.

Smits et al. (Smits et al. 2006) ont utilisé cette configuration d'essai pour étudier le comportement d'un matériau composite renforcé par des fibres de verre sous chargement biaxial. Des simulations numériques par éléments finis combinées à des essais mécaniques sur différentes géométries d'éprouvette ont conduit à l'optimisation des dimensions de l'éprouvette cruciforme et de son amincissement central. Le principal critère d'optimisation est l'obtention des déformations les plus importantes et donc de la rupture au centre de l'éprouvette (zone utile) plutôt que dans les bras (Figures 2-11 et 2-12). La procédure d'optimisation et l'étude du comportement du matériau utilisent les déformations mesurées par corrélation d'images et avec des jauges de déformation.

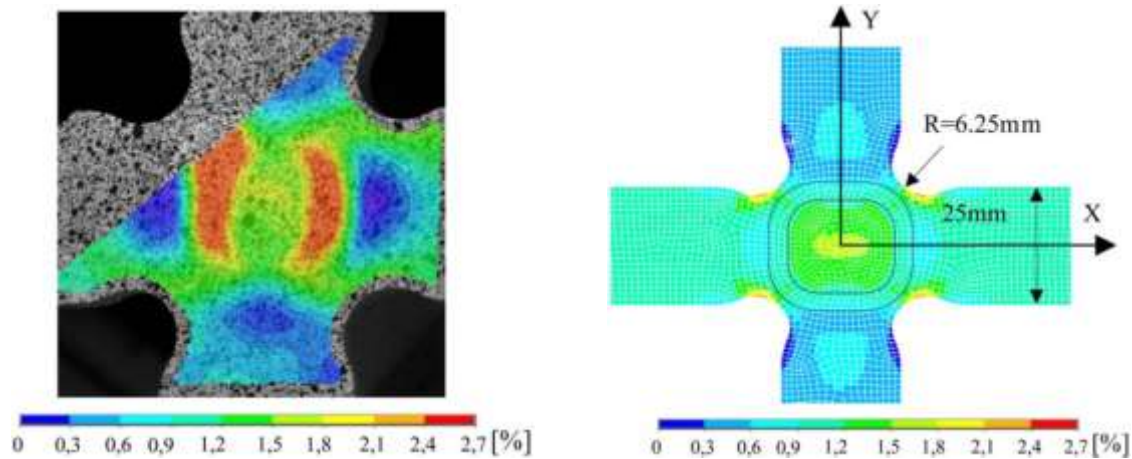


Figure 2-11 : Champs de la plus grande déformation principale obtenus respectivement par corrélation d'images et par simulation numérique (modèle élastique). Matériau composite renforcé par des fibres de verre. Eprouvette amincie au centre. Rapport de charge appliqué

$$\frac{F_x}{F_y} = 46,2 \text{ kN} / 12 \text{ kN} \text{ (Smits et al. 2006.)}$$

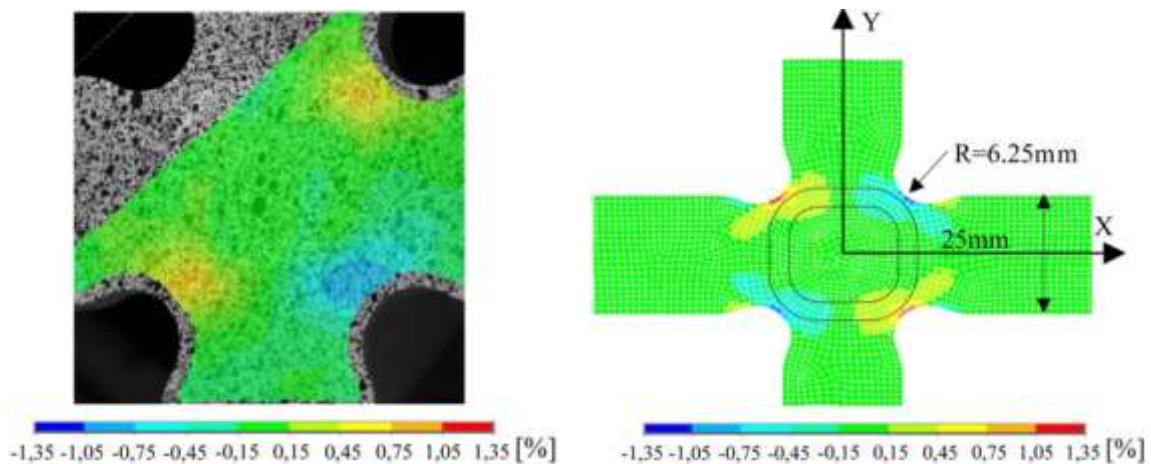


Figure 2-12 : Champs des déformations de cisaillement obtenus respectivement par corrélation d'images et par simulation numérique (modèle élastique). Matériau composite renforcé par des fibres de verre. Eprouvette amincie au centre. Rapport de charge appliqué

$$\frac{F_x}{F_y} = 46,2 \text{ kN} / 12 \text{ kN} \text{ (Smits et al. 2006.)}$$

Les mêmes conditions d'essais (machine et mesure de champs) ont été couplées avec une méthode inverse par Lecompte et al. (Lecompte et al. 2007) pour identifier les paramètres élastiques dans le plan (les deux modules de Young  $E_x$  et  $E_y$ , coefficient de Poisson  $\nu_{xy}$  et le module de cisaillement  $G_{xy}$ ) d'un matériau composite orthotrope (résine époxy renforcée de fibres de verre). Deux géométries d'éprouvettes cruciformes plates ont été utilisées dont une avec un trou au centre pour augmenter l'hétérogénéité des déformations.

Cooreman et al. (Cooreman et al. 2008) ont réalisé des essais de bi-traction similaires pour déterminer la surface de charge d'un matériau anisotrope (acier DC06) en utilisant une éprouvette cruciforme perforée d'épaisseur 0,8 mm. Les résultats ont été comparés avec un modèle EF utilisant la loi de comportement de Hill 1948 (Figure 2-13).

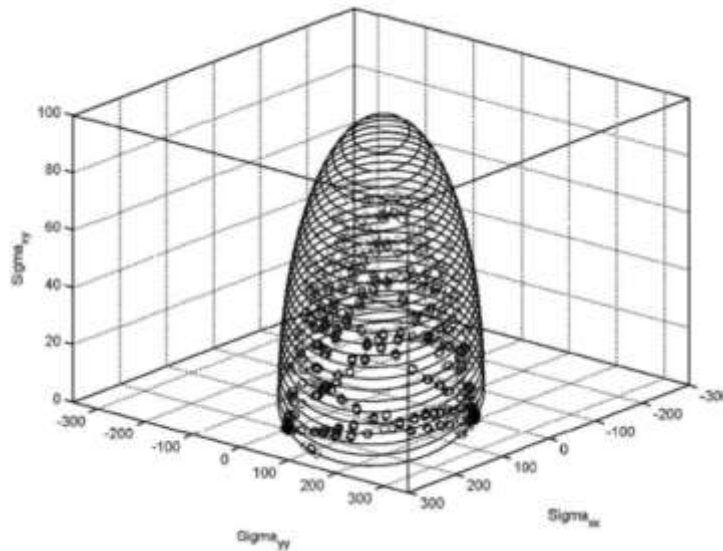


Figure 2-13 : Surface de charge initiale dans l'espace des contraintes ( $\sigma_{xx}$ - $\sigma_{yy}$ - $\sigma_{xy}$ ), d'un acier DC06 déterminée par des essais de traction biaxiale (Cooreman et al. 2008).

Quelques laboratoires de recherche français sont également équipés de dispositifs d'essais semblables, citons l'ENS de Cachan, Laboratoire 3S-R de Grenoble, le Laboratoire de Mécanique de Lille et bien sûr le LEM3 dans lequel les travaux de cette thèse se sont déroulés.

L'utilisation d'une configuration d'essai à quatre vérins peut permettre une grande variété de chargements. Cette variété sera d'autant plus grande qu'il sera possible d'utiliser également les vérins pour faire de la compression. Mais bien sûr, il faut alors veiller à ce que l'éprouvette généralement de faible épaisseur ne flambe pas.

### 2.2.5. Essais sur éprouvette à géométrie particulière

Les autres essais réalisés en laboratoire s'apparentent à des essais d'emboutissage avec des poinçons hémisphériques (essais Nakazima) ou à fond plat (essais Marciniak) ou des essais par gonflement hydraulique. Un flan de forme circulaire est déformé par l'action du poinçon ou du fluide : il ne reste pas plan, mais forme une sorte de godet. Récemment, Pottier et al. (Pottier et al. 2012) ont proposé une géométrie très particulière d'éprouvette pour avoir à partir d'un essai de poinçonnement des déformations locales de cisaillement.

Pottier et al. ont utilisé une machine de traction simple pour déplacer un poinçon qui vient appuyer et déformer une éprouvette spéciale (Figure 2-14). Les champs de déplacements et de déformations sont calculés à partir des images capturées par deux appareils photos (Figure 2-14-a) et en employant un algorithme de stéréo-corrélation.

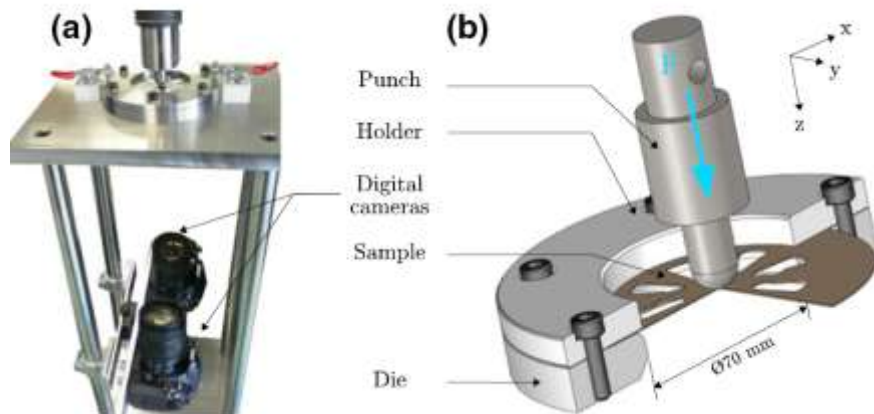


Figure 2-14 : Dispositif expérimental de Pottier (Pottier et al. 2012) a) montage avec les deux appareils photos sous l'éprouvette, b) éprouvette mise en place dans le serre-flan et poinçon au contact de l'éprouvette.

La géométrie de l'éprouvette (Figure 2-15) a été conçue pour générer des champs de déformations très hétérogènes avec de la traction (dans les directions  $0^\circ$  et  $90^\circ$  par rapport à la direction de laminage), du cisaillement (à  $0^\circ$  et  $90^\circ$  par rapport à la direction de laminage) et de l'expansion au centre de l'éprouvette.

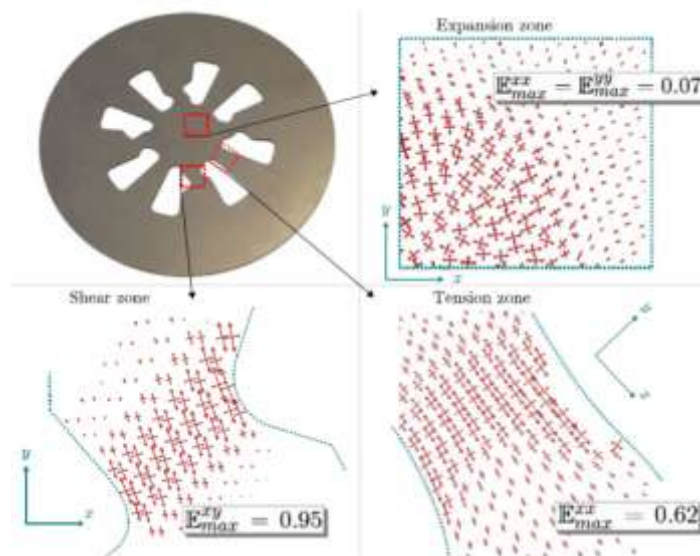


Figure 2-15 : Géométrie de l'éprouvette et directions des déformations principales après un déplacement du poinçon de 10mm (Pottier et al. 2012).

Les auteurs cherchent à identifier les paramètres d'une loi de comportement élastoplastique anisotrope à partir d'une méthode inverse et d'un seul essai hétérogène.

Cet essai permet une très grande variété de trajets de chargement et une grande hétérogénéité de déformations. Cependant, la simulation d'un tel essai, comme tous les essais de mise en forme, est un problème très complexe, en particulier à cause des conditions aux limites au niveau du serrage sur le diamètre extérieur et des conditions de contact sous le poinçon (frottement).

## 2.3. Comportement superélastique des AMF sous chargement multiaxial

En ce qui concerne plus spécifiquement les AMF, plusieurs types d'essais multiaxiaux sont répertoriés dans la littérature. Les résultats les plus nombreux ont été obtenus sur des éprouvettes tubulaires : des essais de traction-pression hydrostatique (Gall et al. 1998), de traction-torsion (Rogueda et al. 1996, Sun et Li 2002, Wang et al. 2007, Taillard et al. 2008, Wang et al. 2010), de traction/compression-torsion-pression interne (Bouvet 2001, L'excellent et al. 2002, Taillard et al. 2008). Dans les mêmes articles, les résultats ont été complétés par des essais de bi-compression sur cubes (Bouvet 2001, L'excellent et al. 2002, Taillard et al. 2008). Les essais mécaniques sur tôles planes sont plus rares : les résultats d'essais de traction équi-biaxiale par gonflement hydraulique (Grolleau et al. 2011 et 2009) et d'essais de traction équi-biaxiale sur éprouvette cruciforme (Terriault et al. 2003) ont été publiés.

### 2.3.1. Essais de traction-torsion

Sun et Li (Sun et Li 2002) ont étudié un alliage polycristallin de NiTi fourni par la société Shape Memory Application, Inc., (USA). Des éprouvettes en forme de micro-tubes de deux tailles différentes ont été utilisées (diamètre extérieur respectivement de 1,12 mm et de 1,5 mm, avec un rapport de 10% entre l'épaisseur et le diamètre). Les températures caractéristiques de la transformation ont été déterminées par DSC, elles sont présentées avec la composition du matériau dans le Tableau 2-1.

	Ni (%)	Ti (%)	$A_s$ (°C)	$A_f$ (°C)	$M_s$ (°C)	$M_f$ (°C)
1.12 mm tube	51	49	-2.69	22.4	-56.3	-77.6
1.5 mm tube	56	44	-3.26	17.4	-54.2	-67.6

Tableau 2-1 : Compositions et températures de transformation des tubes de NiTi utilisés par Sun et Li (Sun et Li 2002).

Des essais de traction, de torsion et de traction-torsion combinées pilotés en déplacement, ont été réalisés à température ambiante (23°C) sur une machine équipée d'un dispositif de chargement conçu spécialement pour la torsion et d'une cellule de force de 1kN. L'allongement du tube est mesuré par un extensomètre placé entre les mors. L'angle de rotation mesuré est utilisé pour le calcul de la déformation moyenne de cisaillement.

La Figure 2-16 montre la courbe contrainte-déformation d'un essai de traction sur un des tubes. La transformation n'est pas homogène : la zone transformée a la forme d'une spirale (Figure 2-16-b) ayant un angle d'environ 61° par rapport à l'axe de chargement. Une chute de contrainte au début de la transformation est observée, puis la contrainte reste pratiquement constante durant toute la transformation. La Figure 2-17 montre la morphologie de la surface du tube observée en microscopie optique à différents stades de chargement. La bande de martensite s'élargit et se propage progressivement sur toute la longueur de l'éprouvette.

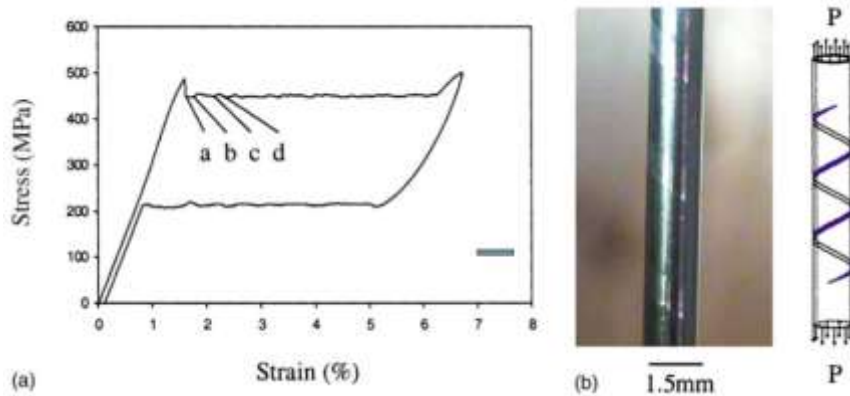


Figure 2-16 : Traction simple sur tube en NiTi (a) courbe contrainte-déformation, (b) photo et illustration schématique de la morphologie de la surface du tube, zone transformée en forme d'hélice (Sun et Li 2002).

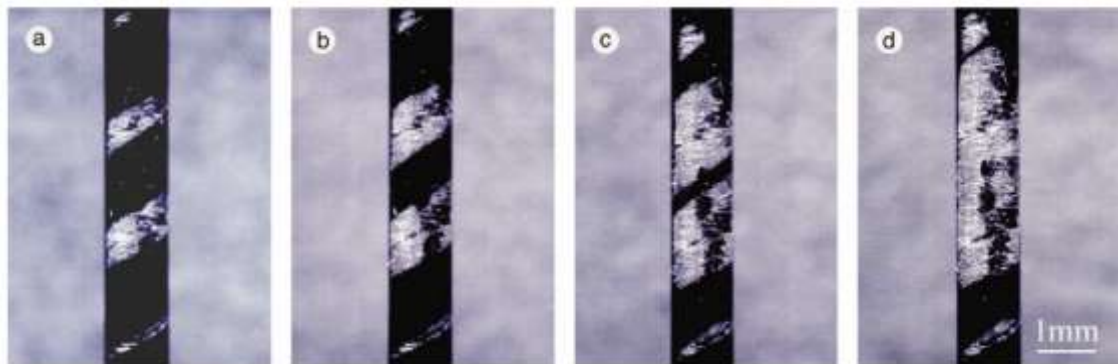


Figure 2-17 : Evolution des bandes de martensite durant un essai de traction sur un tube en NiTi (Sun et Li 2002).

Le comportement du matériau, observé en torsion, est différent. La Figure 2-18 montre une courbe contrainte-déformation de cisaillement. L'analyse de la morphologie et l'observation avec le microscope optique de la surface du tube montrent que la déformation est axialement homogène dans l'ensemble du tube (Figure 2-18-b).

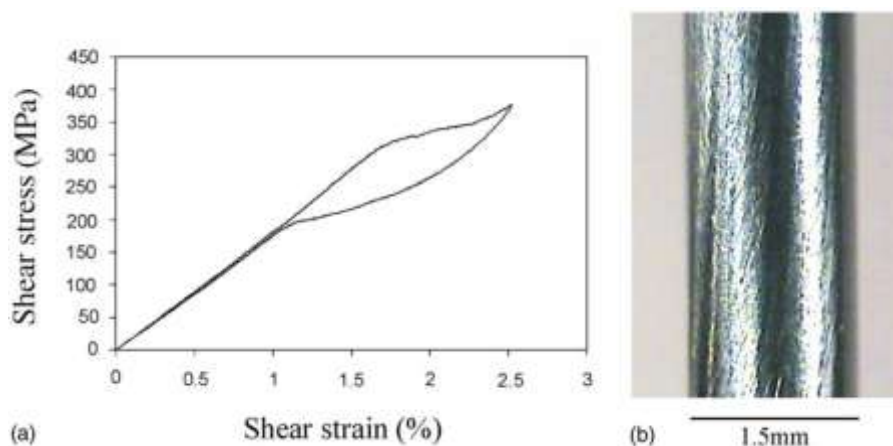


Figure 2-18 : Torsion d'un tube de NiTi (a) courbe contrainte-déformation de cisaillement, (b) photo de la surface du tube (Sun et Li 2002).



La déformation de transformation maximale (longueur du plateau de transformation) est beaucoup plus petite en cisaillement (environ 0,7%) qu'en traction (environ 5%).

Des essais de traction-torsion combinées, avec différents rapports de contraintes, ont permis de déterminer la surface de début de transformation (Figure 2-19) dans le plan  $(\sigma, \sqrt{3}\tau)$ . Les auteurs ont comparé le lieu des points expérimentaux avec une surface de Von Mises. La contrainte de début de transformation en torsion est assez éloignée de la surface de Von Mises calée sur l'essai en traction. Les déformations de transformation et les contraintes de début de transformation montrent une forte dissymétrie entre la traction et la torsion.

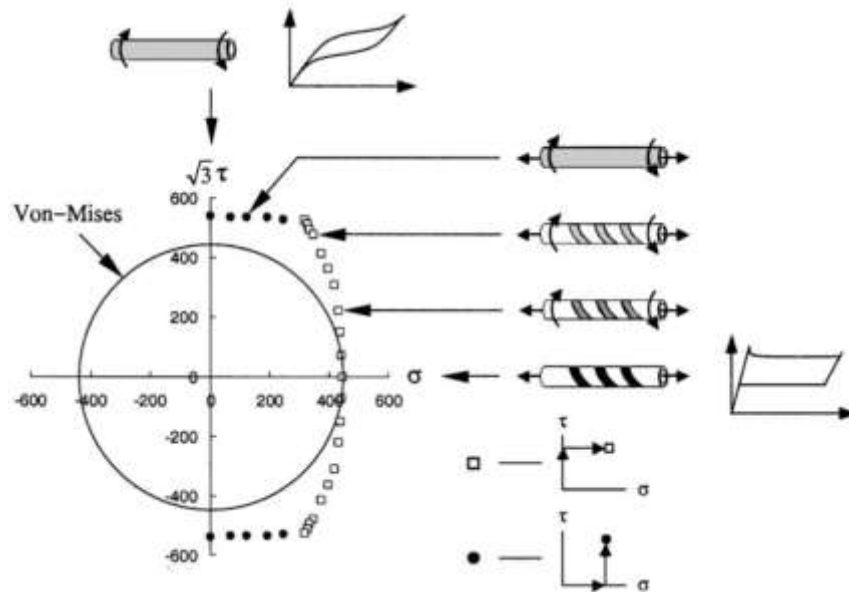


Figure 2-19 : Surface de début de transformation d'un alliage de NiTi déterminée par des essais de traction-torsion sur tubes (Sun et Li 2002).

Ces essais montrent clairement l'intérêt d'étudier le comportement du NiTi sous chargement complexe. Un critère de début de transformation ne peut pas être exprimé simplement à partir d'une valeur critique de la contrainte équivalente de Von Mises. Antérieurement, des essais réalisés par Rogueda et al. (Rogueda et al. 1996) avaient montré que la contrainte nécessaire pour initier la transformation, exprimée en contrainte équivalente de Von Mises, est plus importante de 25% en traction qu'en torsion.

D'autres essais de traction-torsion à 50°C, avec l'éprouvette présentée dans la Figure 2-20, ont été présentés par Taillard et al. (Taillard et al. 2008). Douze trajets de chargements proportionnels ont été réalisés sur un alliage polycristallin de Cu-Al-Be (Cu 87,75-Al 11,33-Be 0,49 % at). Le traitement thermique consiste en un chauffage à 650°C pendant 20 min puis une trempe à l'eau à 100°C pendant une heure. Les températures caractéristiques de transformation sont

$$M_s^0 = 22^\circ\text{C}, M_f^0 = 4^\circ\text{C}, A_s^0 = 25^\circ\text{C}, A_f^0 = 38^\circ\text{C}.$$

Les déformations sont mesurées en utilisant des jauges de déformation (rosettes à 45°).

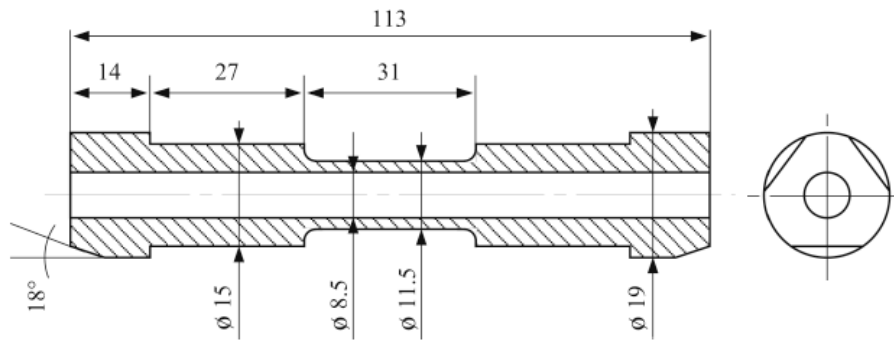


Figure 2-20 : Géométrie d'éprouvette de traction-torsion (Taillard et al. 2008).

La détection du début de la transformation de tous ces essais est effectuée sur la courbe  $(\varepsilon^{eq}, \sigma^{eq})$  (Figure 2-21) avec :

$$\sigma^{eq} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2} \quad (2.2)$$

et

$$\varepsilon^{eq} = 2/\sqrt{3} \sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_1 \varepsilon_2} \quad (2.3)$$

$\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  et  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  sont les valeurs propres des tenseurs de contraintes et de déformations. La contrainte de début de transformation est la contrainte à partir de laquelle la déformation de transformation est supérieure ou égale à un offset choisi a priori. Cette procédure est utilisée dans tous les essais qui suivent, y compris les essais de traction-torsion-pression interne et de bi-compression.

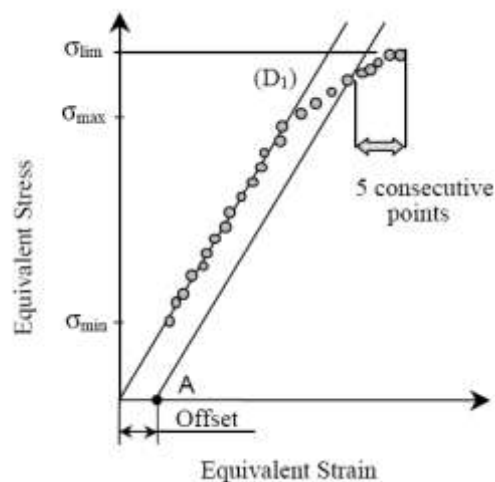


Figure 2-21 : Description de la stratégie automatique de détection de la contrainte de début de transformation (Lexcelent et al. 2002).

La Figure 2-22 montre les contraintes de début de transformation dans le plan  $(\sigma_{11}, \sigma_{12})$  pour un offset de 0,1% de déformation.

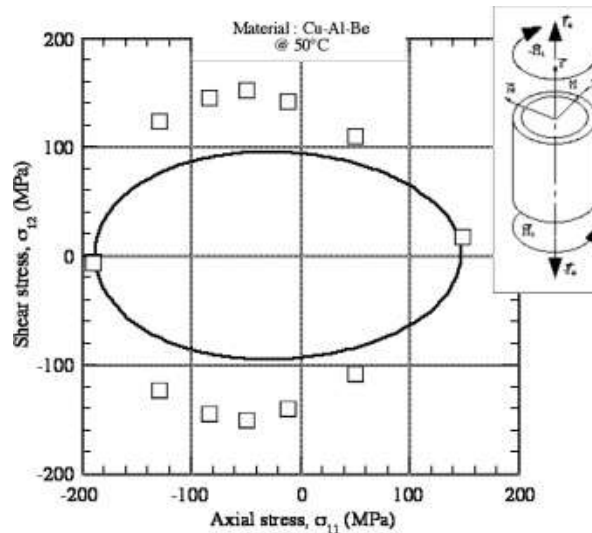


Figure 2-22 : Contraintes de début de transformation d'un alliage de Cu-Al-Be déterminées par des essais de traction (compression)-torsion, comparées à un modèle de surface isotrope (Taillard et al. 2008).

Les résultats mettent en évidence la dissymétrie entre la traction et la compression. Les points expérimentaux ont été comparés à un modèle macroscopique avec une surface de charge isotrope.

### 2.3.2. Essais de traction (compression)-torsion-pression interne

Les résultats d'autres essais sur éprouvettes tubulaires, où l'action d'une pression interne a été rajoutée, ont été publiés par LExcellent et al. (LExcellent et al. 2002). Les éprouvettes tubulaires, fournies par la société Tréfinmétaux, sont en Cu-Zn-Al polycristallin de (Cu 66,84-Zn 23,73-Al 9,4 % at). La partie utile des éprouvettes (Figure 2-20) a un rayon intérieur de 10 mm, un rayon extérieur de 12 mm et une longueur de 69 mm. Le traitement thermique consiste en un maintien à 850°C pendant 15 min puis une trempe dans un bain d'huile à 120°C pendant 60 minutes. Les températures caractéristiques de transformation sont

$$M_s^0 = 14^\circ\text{C}, M_f^0 = 5^\circ\text{C}, A_s^0 = 17^\circ\text{C}, A_f^0 = 20^\circ\text{C}.$$

Elles ont été déterminées par des mesures de résistance électrique.

Les déformations sont mesurées en utilisant une rosette (trois jauges de déformation à 45°) collée sur le diamètre extérieur de l'éprouvette tubulaire.

Pour la détermination des points de la surface de début de transformation, deux séries d'essais pilotés en contrainte ont été effectuées : des essais de traction-torsion ou compression-torsion avec  $\frac{\sigma_{z\theta}}{\sigma_{zz}} = \text{constante}$ , et des essais de traction(compression)-pression interne avec  $\frac{\sigma_{\theta\theta}}{\sigma_{zz}} = \text{constante}$ .

La Figure 2-23 montre les résultats de ces essais. Les contraintes des essais sont normalisées par la contrainte  $\sigma_0$  qui correspond à la contrainte de début de transformation en traction.

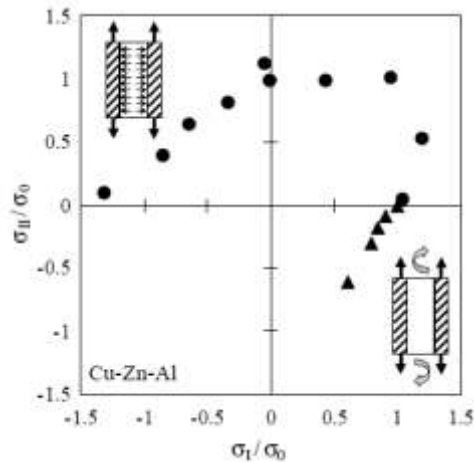


Figure 2-23 : Surface de début de transformation normalisée d'un alliage de Cu-Zn-Al déterminée par des essais de traction (compression)-torsion et traction (compression)-pression interne (Lexcelent et al. 2002).

### 2.3.3. Essais de traction-pression interne et bi-compression

Lexcelent et al. (Lexcelent et al. 2002) se sont intéressés à la détermination de la surface de début de transformation d'un alliage (Cu 74,44-Al 22,63-Be 2,93 % at). Le traitement thermique consiste en un chauffage à 650°C pendant 20 min suivie d'une trempe à l'eau à 100°C pendant une heure. Deux types d'essais ont été réalisés :

- des essais de traction-pression interne sur des éprouvettes tubulaires de diamètre intérieur 11mm, de diamètre extérieur 14mm et de longueur utile 36mm. Les températures de transformation du matériau des tubes sont :

$$M_s^0 = 14^\circ\text{C}, M_f^0 = -13^\circ\text{C}, A_s^0 = 12^\circ\text{C}, A_f^0 = 26^\circ\text{C}.$$

- des essais de bi-compression sur des cubes de 20mm de coté. Ici, les températures de transformation sont :

$$M_s^0 = 21^\circ\text{C}, M_f^0 = -7^\circ\text{C}, A_s^0 = 19^\circ\text{C}, A_f^0 = 32^\circ\text{C}.$$

Les températures de transformation ont été déterminées par des mesures de résistance électrique. Les déformations sont mesurées en utilisant des jauges de déformation : une rosette de trois jauges de déformation à 45° collée sur le diamètre extérieur de l'éprouvette tubulaire pour les essais de traction-pression interne, et deux jauges collées sur les deux faces libres du cube dans la direction de sollicitation et perpendiculairement, pour les essais de bi-compression.

La Figure 2-24 montre les points expérimentaux qui définissent la surface de début de transformation déterminée à partir des essais de traction-pression interne et bi-compression sur l'alliage de Cu-Al-Be. Les contraintes des essais de traction-pression interne sont normalisées par la contrainte  $\sigma_0 = 90 \text{ MPa}$  qui correspond à la contrainte de début de transformation en traction. Les contraintes des essais de bi-compression sont normalisées par la contrainte  $\sigma_0 = 130 \text{ MPa}$  qui correspond à la contrainte équivalente de Von Mises.

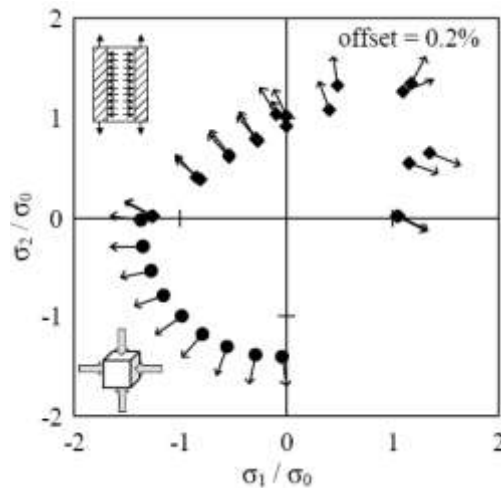


Figure 2-24 : Surface de début de transformation d'un alliage de Cu-Al-Be déterminée par des essais de traction (compression)-pression interne et bi-compression (L'excellent et al. 2002).

Sur la Figure 2-25 sont présentés les résultats de Taillard et al. (Taillard et al. 2008) obtenus à partir des essais de traction-pression interne et de bi-compression sur un troisième alliage de Cu-Al-Be (Figure 2-22).

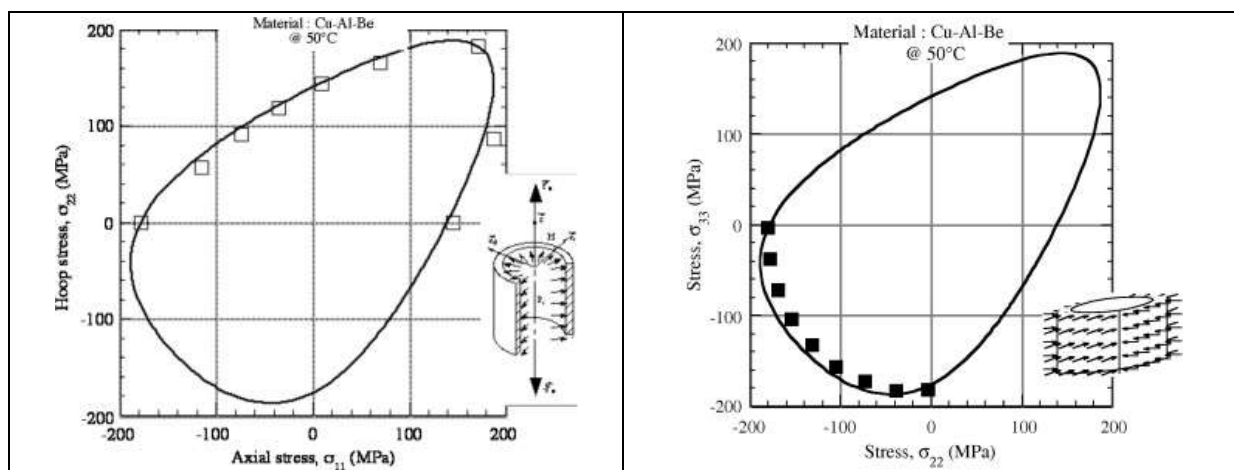


Figure 2-25 : Surface de début de transformation d'un alliage de Cu-Al-Be déterminée par des essais de traction (compression)-pression interne et bi-compression, comparées à un modèle de surface isotrope (Taillard et al. 2008).

Ces résultats sur la surface de début de transformation montrent une dissymétrie entre la contrainte de début de transformation en traction et en compression, et une symétrie par rapport à la première bissectrice des repères  $(\sigma_{11}, \sigma_{22})$  et  $(\sigma_{22}, \sigma_{33})$  respectivement.

La forme particulière de la surface de début de transformation est un élément très important qui doit être reproduit au mieux par les modèles utilisés pour simuler le comportement des alliages à mémoire de forme. Par ailleurs, le fait d'avoir deux types d'échantillons (tubes ou cubes), c'est à dire deux matériaux différents, influe sans aucun doute sur les résultats expérimentaux.

### 2.3.4. Essais de traction équi-biaxiale par gonflement hydraulique

L'essai, permettant d'obtenir un état de sollicitation équi-biaxiale, sans doute le plus ancien est l'essai de gonflement hydraulique : une tôle généralement circulaire pincée entre deux anneaux est soumise à la pression d'un fluide. Le schéma de principe des essais de gonflement hydraulique est présenté sur la Figure 2-26.

Cette technique a été employée par Grolleau et al. (Grolleau et al. 2011 et 2009) sur un alliage polycristallin de NiTi (Ni50,8 % at.) fourni par la société Johnson and Johnson, sous forme de plaques minces de 0,11 mm d'épaisseur. Les températures  $R_s = 25^\circ\text{C}$  et  $R_f = -15^\circ\text{C}$ , caractéristiques de la transformation de la phase austénitique vers la phase R ( $A \rightarrow R$ ), ont été déterminées par calorimétrie différentielle à balayage (DSC). Les plaques sont carrées de  $80 \times 80 \text{ mm}^2$ . La matrice a un diamètre de 60 mm. L'échantillon a été chauffé jusqu'à  $100^\circ\text{C}$  avant l'essai puis l'essai a été réalisé à température ambiante ( $15^\circ\text{C}$ ) ainsi l'alliage est initialement dans un mélange de phase austénitique et de phase R. Les images ont été enregistrées par deux caméras, les déplacements et les déformations ont été calculées par stéréo-corrélation d'images (Figure 2-27).

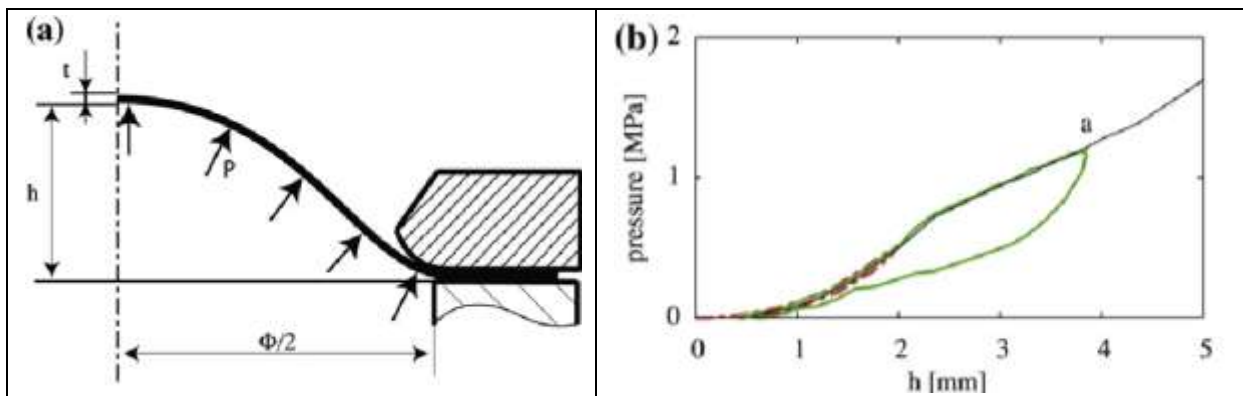


Figure 2-26: Essai de gonflement hydraulique : a) représentation schématique de l'essai, b) courbe pression-déflexion d'un point au sommet, au cours de deux cycles de déformation (Grolleau et al. 2011).

Un essai de gonflement hydraulique sur plaque mince crée un état de déformation de traction équi-biaxiale au sommet de l'échantillon. Le déviateur du tenseur de contraintes pour un tel état de chargement est égal au déviateur des contraintes dans le cas d'une compression uni-axiale dans la direction de l'épaisseur de la plaque. Dans le cas de la traction ( $\sigma_t > 0$  et  $\varepsilon_t > 0$ ) ou de la compression ( $\sigma_t < 0$  et  $\varepsilon_t < 0$ ) simple :

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \varepsilon_t \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\nu & 0 \\ 0 & 0 & -\nu \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

et

$$\begin{aligned} \underline{\underline{\sigma}} &= \begin{bmatrix} \sigma_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \frac{\sigma_t}{3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \frac{\sigma_t}{3} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \\ &= \frac{\text{tr}(\underline{\underline{\sigma}})}{3} \underline{\underline{I}}_d + \underline{\underline{S}} \end{aligned} \quad (2.5)$$

Dans le cas de la traction équi-biaxiale (au sommet de la plaque) :

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \varepsilon_b \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2\nu \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

et

$$\begin{aligned} \underline{\underline{\sigma}} &= \begin{bmatrix} \sigma_b & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_b & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \frac{2\sigma_b}{3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \frac{\sigma_b}{3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} \\ &= \frac{tr(\sigma)}{3} I_d + \underline{\underline{S}} \end{aligned} \quad (2.7)$$

En raison de la difficulté de faire des essais de compression sur des plaque minces à cause du flambement, l'auteur a évalué et analysé la dissymétrie du comportement superélastique des alliages de NiTi en comparant l'état de déformation équi-biaxiale dû au gonflement hydraulique avec celui obtenu lors d'essais de traction simple.

Les essais de traction simple ont été réalisés sur des éprouvettes rectangulaires de 50 x 5 x 0,11 mm<sup>3</sup> (du même matériau), dans les directions de laminage et transversale. Ils ont été effectués à température ambiante, avec une vitesse de traverse de 0,003 mm/s. Les résultats de ces essais ont révélé des effets de forte localisation dans les deux directions, et aussi une anisotropie non négligeable (Figures 2-27-b et 2-28).

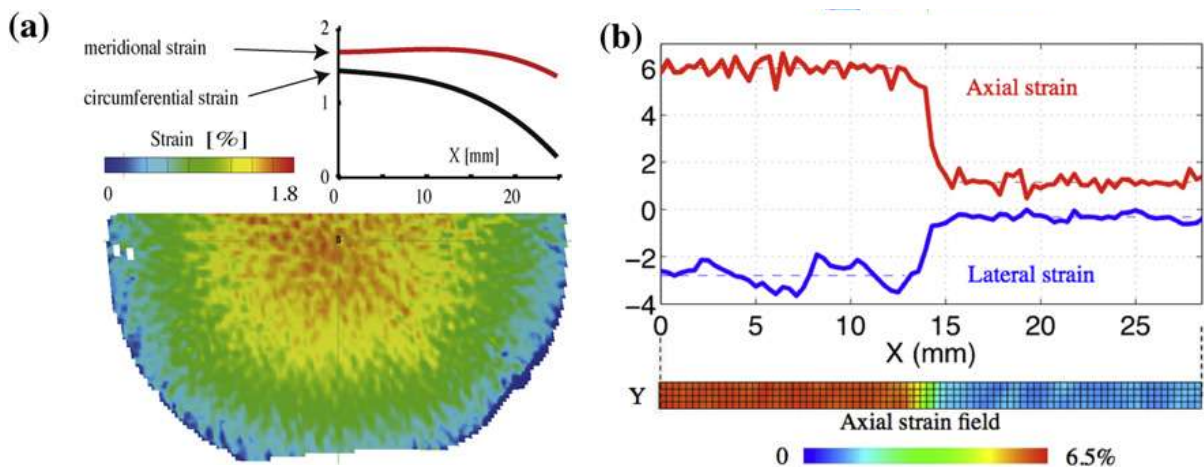


Figure 2-27 :a) Essai de gonflement hydraulique sur du NiTi : champs de déformation circonferentielle ( $\varepsilon_{\theta\theta}$ ) correspondant au niveau de déformation au point « a » présenté dans la Figure 2-26, deux profils des déformations circonferentielle ( $\varepsilon_{\phi\phi}$ ) et dans la direction d'un méridien ( $\varepsilon_{\theta\theta}$ ) le long du rayon. b) Essai de traction simple : champ de déformation axiale pour une déformation de traction moyenne de 4% et profils des déformations axiale et transversale le long de l'éprouvette (Grolleau et al. 2011).

Les auteurs sont les premiers à présenter des essais de gonflement hydraulique sur des AMF en NiTi. L'essai qui génère un état de déformation équi-biaxiale a permis d'observer :

- une forte localisation de la déformation de transformation durant les essais de traction uniaxiale, qui est absente dans le cas de la traction équi-biaxiale,

- un module élastique calculé lors de l'essai de traction uniaxiale inférieur au module équivalent estimé à partir de l'essai de traction équibiaxiale,
- une contrainte de début de transformation en traction équibiaxiale plus élevée que celle observée en traction simple.

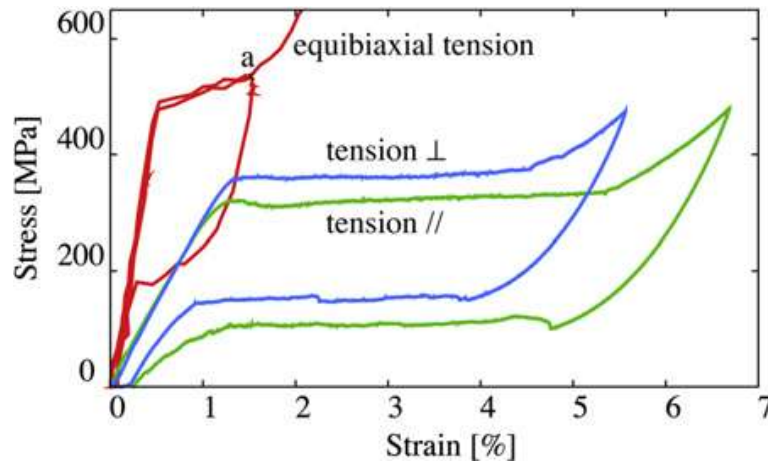


Figure 2-28 : Courbes contrainte-déformation d'un NiTi en traction uniaxiale dans les directions de laminage et transverse, et en traction équibiaxiale déduite de l'essai de gonflement hydraulique (Figure 2-27) (Grolleau et al. 2011).

Les essais de compression montrent que par rapport à la traction :

- la contrainte de début de transformation est plus élevée,
- la déformation de transformation est plus faible,
- la pente du plateau de transformation est plus importante,

ce qui est cohérent avec les résultats des essais de gonflement hydraulique.

Les essais de gonflement hydraulique permettent une certaine variété de trajets de chargement, mais uniquement en changeant la géométrie de la matrice, en passant d'une matrice circulaire à une matrice en forme d'ellipse. Pour connaître les déformations locales, il faut faire de la stéréocorrélation puisque la tôle plane au départ, gonfle sous l'action du fluide.

### 2.3.5. Essais de traction équibiaxiale sur éprouvette cruciforme

Terriault et al. (Terriault et al. 2003) ont étudié un alliage de NiTi (Ni : 50,87 at %) fourni par Moscow Steel and Alloy Institute sous forme de plaques d'environ 400 mm x 200 mm x 1,65 mm. Le traitement thermique consiste en un recuit à 450°C pendant 30 minutes. Les températures caractéristiques de la transformation estimées à partir d'un essai de DSC sont

$$R_f = 32^\circ\text{C}, A_s = 39^\circ\text{C}, R_s = 41^\circ\text{C} \text{ et } A_f = 47^\circ\text{C} .$$

Les essais de traction biaxiale ont été réalisés en température en utilisant un montage inspiré de celui de Ferron et Makinde (Ferron et Makinde 1988). L'une des principales différences est que le montage est sollicité en compression et non en traction. La force de compression appliquée entre les têtes (C1) et (C2) est convertie en un effort de traction biaxiale à travers



les huit bras articulés ( $A_v$ ) et ( $A_h$ ) (Figure 2-7). Les déformations au milieu de l'éprouvette ont été mesurées à l'aide d'un extensomètre vidéo (Figure 2-29) et d'un miroir à 45° : deux paires de marqueurs sont employées, une pour chaque direction de chargement. Les efforts sur l'éprouvette sont mesurés par deux cellules de charge, une pour chaque axe de sollicitation (Figure 2-29).

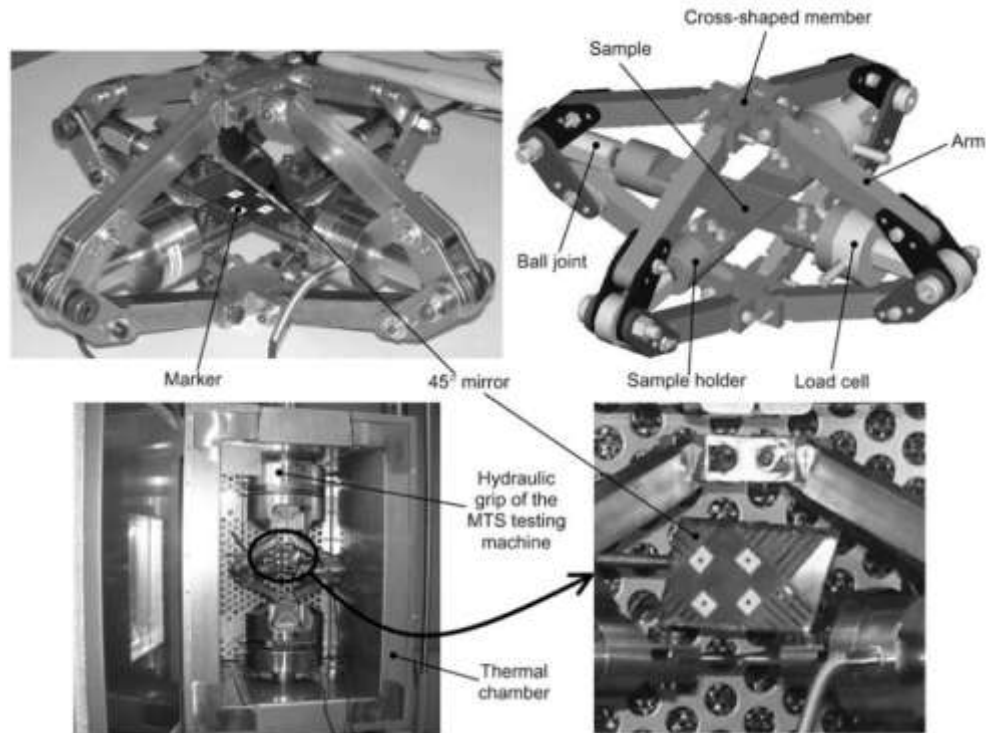


Figure 2-29 : Dispositif expérimental pour les essais équi-biaxiaux dans une enceinte thermique (Terriault et al. 2003).

Les échantillons utilisés sont en forme de croix avec une épaisseur réduite dans la partie centrale (Figure 2-30) : l'épaisseur de la tôle est de 1,65mm dans les bras et de 1mm au centre, dans la zone amincie. La géométrie des éprouvettes est similaire à celle proposée par Ferron et Makinde (Ferron et Makinde 1988). Elle a été optimisée par calculs en éléments finis pour obtenir un champ de contrainte constant dans la zone utile au centre de l'éprouvette. Ainsi les contraintes suivant les deux axes sont calculées directement en divisant la charge relevée par chaque cellule par une section de  $40 \text{ mm}^2$ , section effective estimée par simulation numérique.

Le montage et les mors de la machine sont insérés dans une enceinte thermique. Les essais ont été effectués à deux températures différentes :  $60^\circ\text{C}$  température où le matériau non déformé est complètement austénitique et  $25^\circ\text{C}$  température à laquelle le matériau est initialement en phase R.

Les auteurs se sont intéressés à la détermination de la surface de début de transformation d'un alliage de NiTi et à sa comparaison avec une surface décrite par le critère de Von Mises. La contrainte de début de transformation est définie comme la contrainte équivalente de Von

Mises, à partir de laquelle la déformation (non élastique) équivalente de Von Mises est supérieure ou égale à un offset choisi de 0,2% en déformation.

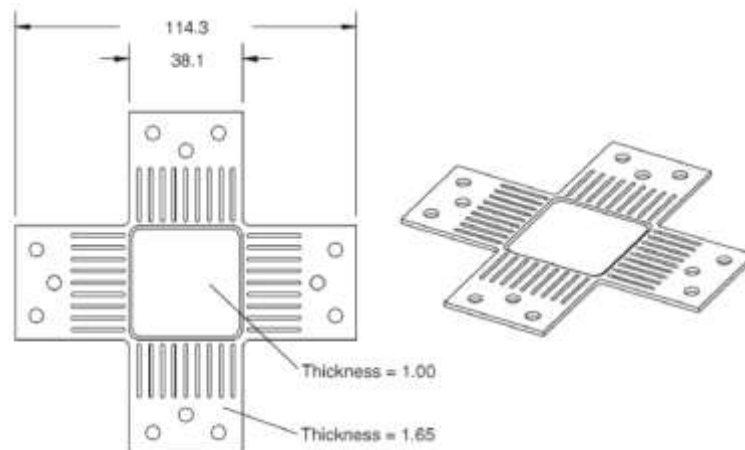


Figure 2-30 : Géométrie de l'éprouvette cruciforme pour les essais de traction biaxiale (Terriault et al. 2003).

La Figure 2-31 montre les points expérimentaux qui définissent la surface de début de transformation déterminée à partir des essais équi-biaxiaux. La Figure 2-31-a représente le début de transformation à 25°C (matériau en phase R), et la Figure 2-31-b le début de transformation à 60°C (matériau en phase austénitique). L'ellipse de Von Mises a été calée sur la contrainte calculée à partir d'un essai uniaxial sur un échantillon cruciforme. La contrainte correspondant au début de la transformation de phase de cet essai est notée par P1 dans la Figure 2-31-a.

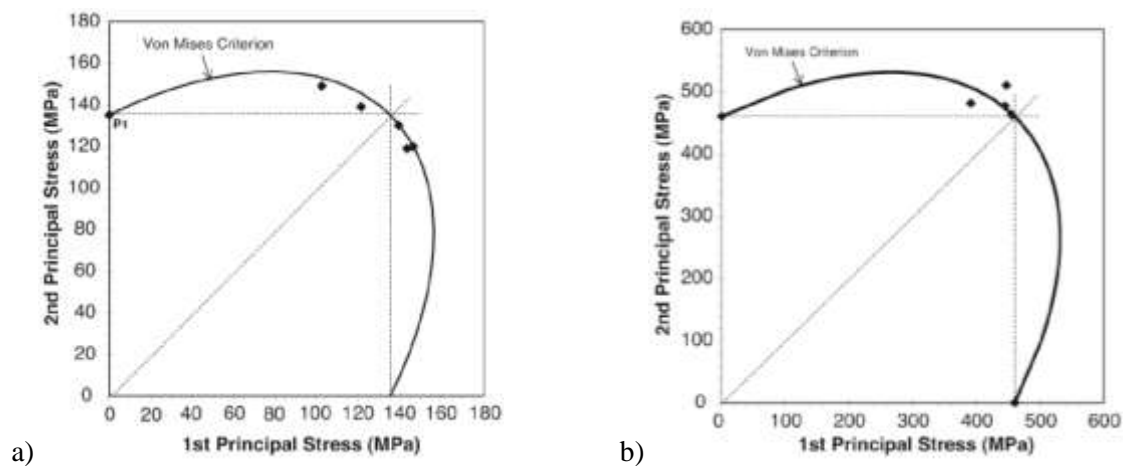


Figure 2-29 : Contraintes de début de transformation d'un alliage de NiTi déterminées par des essais équi-biaxiaux à 25°C (a) et à 60°C (b), comparées au critère de Von Mises (Terriault et al. 2003).

La ligne inclinée en pointillés représente le cas où les contraintes sont égales dans les deux directions. Les points expérimentaux ne sont pas exactement sur cette ligne. Une légère distorsion pendant l'essai peut conduire à un déséquilibre du montage. Ceci entraîne une contrainte dans une direction légèrement plus grande que dans l'autre.

Au cours des essais à haute température, la réduction de la section dans les bras (générée par les fentes parallèles, voir Figure 2-30) de l'échantillon fait que la rupture arrive en dehors de la section centrale.

D'après les résultats de la Figure 2-31, il semble que le début de la transformation soit bien décrit par un critère de Von Mises. Le matériau ne présente pas d'anisotropie, l'effet de texture est négligeable. Cependant le montage présenté est limité aux essais de traction équibiaxiale et donc il n'y a pas assez de points expérimentaux pour montrer que le critère de Von Mises est approprié pour représenter le comportement en transformation.

## **2.4. Conclusion**

Ce chapitre a permis de mettre en évidence l'existence de deux façons de déterminer expérimentalement la surface de charge : l'utilisation d'éprouvettes à géométrie particulière qui donne le rapport de chargement et/ou l'utilisation de plusieurs systèmes de chargements indépendants. Les résultats sur les AMF ont montré une forte dissymétrie entre traction et torsion, et entre traction et compression.

Cependant, la détermination expérimentale de la totalité des points de la surface de début de transformation utilise souvent deux types d'échantillons (tubes et cubes), c'est-à-dire deux procédés de mise en forme. Le fait d'avoir deux matériaux différents influe inévitablement sur les résultats expérimentaux, car les alliages en NiTi sont sensibles au taux d'écroutissage.

La solution adoptée dans cette étude est donc d'utiliser, pour la détermination de la surface de charge, des tôles minces pour tous les trajets de chargement.

De plus, les résultats sur le comportement superélastique sous chargement multiaxial sont le plus souvent obtenus en considérant les déformations comme homogènes et/ou en utilisant des jauges de déformation. Les techniques de mesure de champs cinématiques présentées dans le chapitre suivant donnent une solution pour exploiter les essais hétérogènes (et biaxiaux) et avoir davantage d'informations.

## **2.5. Bibliographie**

*(Arcan et al. 1978) Arcan M., Hashin Z. et Voloshin A. (1978). A method to produce uniform plane-stress states with applications to fiber-reinforced materials. Experimental Mechanics 18, 141-146.*

*(Bhatnagar et al. 2007) Bhatnagar N., Bhardwaj R., Selvakumar P. et Brieu M. (2007). Development of a biaxial tensile test fixture for reinforced thermoplastic composites. Polymer Testing 26, 154-161.*

*(Bouvet 2001) Bouvet C. (2001). De l'uniaxial au multiaxial : comportement pseudoélastique des alliages à mémoire de forme. Thèse de doctorat, Université de Franche-Comté.*

*(Cooreman et al. 2008) Cooreman S., Lecompte D., Sol H., Vantomme J. et Debruyne D. (2008). Identification of mechanical material behavior through inverse modeling and DIC. Experimental Mechanics 48, 421-433.*

(Doyoyo et Wierzbicki 2003) Doyoyo M. et Wierzbicki T. (2003). Experimental studies on the yield behavior of ductile and brittle aluminum foams. *International Journal of Plasticity* 19, 1195-1214.

(El-hajjar et Haj-Ali 2004) El-Hajjar R., Haj-Ali R. (2004). In-plane shear testing of thick-section pultruded FRP composites using a modified Arcan fixture, *Composites Part B* 35, 421-428.

(Ferron et Makinde 1988) Ferron G. et Makinde A. (1988). Design and development of a biaxial strength testing device. *Journal of Testing Evaluation*, 16, 253-256.

(Gall et al. 1998) Gall K., Jacobus K., Sehitoglu H. et Maier H.J (1998). Stress-induced martensitic phase transformations in polycrystalline CuZnAl shape memory alloys under different stress states. *Metallurgical and Materials Transactions A* 29, 765-773.

(Grolleau et al. 2009) Grolleau V., Louche H., Penin A., Chauvelon P., Rio G., Liu Y., Favier D. (2009). Bulge tests on ferroelastic and superelastic NiTi sheets with full field thermal and 3D-kinematical measurements: experiments and modelling. *ESOMAT 2009*, 06011.

(Grolleau et al. 2011) Grolleau V., Louche H., Delobelle V., Penin A., Rio G., Liu Y., Favier D. (2011). Assessment of tension–compression asymmetry of NiTi using circular bulge testing of thin plates. *Scripta Materialia* 65, 347–350.

(Hannon et Tierman 2008) Hannon A. et Tierman P. (2008). A review of planar biaxial tensile test systems for sheet metal. *Journal of Materials Processing Technology* 198, 1-13.

(Kuwabara 2007) Kuwabara T. (2007). Advances in experiments on metal sheets and tubes in support of constitutive modeling and forming simulations. *International Journal of Plasticity* 23, 385-419.

(Lecompte et al. 2007) Lecompte D., Smits A., Sol H., Vantomme J. et Hemelrijck D. V. (2007). Mixed numerical–experimental technique for orthotropic parameter identification using biaxial tensile tests on cruciform specimens. *International Journal of Solids and Structures* 44, 1643-1656.

(Lexcellent et al. 2002) Lexcellent C., Vivet A., Bouvet C., Calloch S. et Blanc, P. (2002). Experimental and numerical determinations of the initial surface of phase transformation under biaxial loading in some polycrystalline shape-memory alloys. *J. Mech. and Phys. of Solids* 50, 2717-2735.

(Machado et al. 2012) Machado G., Chagnon G. et Favier D. (2012). Induced anisotropy by the Mullins effect in filled silicone rubber. *Mechanics of Materials* 50, 70-80.

(Mohr et Ebnoether 2009) Mohr D. et Ebnoether F. (2009). Plasticity and fracture of martensitic boron steel under plane stress conditions. *International Journal of Solids and Structures* 46, 3535-3547.

(Mohr et Jacquemin 2008) Mohr D. et Jacquemin J. (2008). Large deformation of anisotropic austenitic stainless steel sheets at room temperature: Multiaxial experiments and phenomenological modeling. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 56, 2935-2956.

(Mohr et Oswald 2008) Mohr D. et Oswald M. (2008). A new experimental technique for the multi-axial testing of advanced high strength steel sheets. *Experimental Mechanics* 48(1), 65-77.

(Pottier et al. 2012) Pottier T., Vacher P., Toussaint F., Louche H., & Coudert T. (2012). Out-of-plane testing procedure for inverse identification purpose: application in sheet metal plasticity. *Experimental mechanics*, 52(7), 951-963.

(Rogueda et al. 1996) Rogueda C., LExcellent C., Bocher L., (1996). Experimental study of pseudoelastic behaviour of a Cu-Zn-Al polycrystalline shape memory alloy under tension–torsion proportional and non-proportional loading tests. *Archives of Mechanics* 48 (5), 1025–1045.

(Smits et al. 2006) Smits A., Van Hemelrijck D., Philippidis T.P. et Cardon A. (2006). Design of a cruciform specimen for biaxial testing of fibre reinforced composite laminates. *Composites Science and Technology* 66, 964-975.

(Sun et Li 2002) Sun Q.-P., Li Z.-Q. (2002). Phase transformation in superelastic NiTi polycrystalline micro-tubes under tension and torsion—from localization to homogeneous deformation. *International Journal of Solids and Structures* 39, 3797–3809.

(Taillard et al. 2008) Taillard K., Arbab Chirani S., Calloch S., LExcellent C. (2008). Equivalent transformation strain and its relation with martensite volume fraction for isotropic and anisotropic shape memory alloys. *Mechanics of Materials* 40, 151–170.

(Tasan et Hoefnagels 2012) Tasan C.C. et Hoefnagels J.P.M. (2012). Multiaxial deformation setup for microscopic testing of sheet metal to fracture. *Experimental Mechanics* 52, 669–678.

(Teaca 2009) Teaca M. (2009). Caractérisation expérimentale et modélisation de la déformation plastique des tôles métalliques. Thèse de doctorat, Université de Metz.

(Terriault et al. 2003) Terriault P., Settuane K. et Brailovski V. (2003). Biaxial testing at different temperatures of cruciform Ti-Ni samples. *Proceeding of the international conference on Shape Memory and Superelastic Technologies, California*, 247-257.

(Vogler et Kyriakides 1999) Vogler T.J. et Kyriakides S. (1999). Inelastic behavior of an AS4/PEEK composite under combined transverse compression and shear. Part I: experiments, *International Journal of Plasticity* 15, 783-806.

(Wang et al. 2010) Wang X.M., Wang Y.F., Lu Z.Z., Deng C.H. et Yue Z.F. (2010). An experimental study of the superelastic behavior in NiTi shape memory alloys under biaxial proportional and non-proportional cyclic loadings. *Mechanics of Materials* 42, 365–373.

(Wang et al. 2007) Wang Y.F., Yue Z.F. et Wang J. (2007). Experimental and numerical study of the superelastic behaviour on NiTi thin-walled tube under biaxial loading. *Computational Materials Science* 40, 246–254.



## 3. Procédures expérimentales

3.1.	Introduction .....	56
3.2.	Matériau étudié et traitements thermiques .....	56
3.3.	Techniques de mesure de champs cinématiques .....	58
3.3.1.	Généralités.....	58
3.3.2.	Technique de corrélation d'images numériques.....	62
3.3.3.	Logiciel de corrélation d'images numériques Vic2D.....	66
3.3.4.	Applications .....	71
3.4.	Configurations d'essais .....	72
3.4.1.	Essais de traction avec extensomètre .....	72
3.4.2.	Essais de traction avec corrélation d'images.....	73
3.4.3.	Essais de compression avec corrélation d'images.....	75
3.4.4.	Essais Meuwissen.....	78
3.4.5.	Essais biaxiaux .....	78
3.5.	Conclusion.....	80
3.6.	Bibliographie .....	80

### 3.1. Introduction

Après avoir donné les éléments essentiels sur la transformation martensitique et le comportement superélastique des alliages à mémoire de forme, ce sont les éléments importants de la procédure expérimentale qui sont donnés.

Dans la première partie de ce chapitre, ce qui est connu sur le matériau étudié et le traitement thermique choisi est brièvement exposé. Les techniques de mesure de champs cinématiques et les spécificités liées à ces techniques font l'objet de la deuxième partie. Les différentes étapes de la mise en place d'essais mécaniques utilisant la corrélation d'images sont détaillées : depuis la réalisation du mouchetis, jusqu'à la procédure de calcul des champs de déformation, en passant par l'acquisition des images. La dernière partie de ce chapitre est consacrée à la présentation des différentes configurations d'essais utilisées dans ce travail pour la caractérisation du comportement superélastique de l'alliage étudié : essais uniaxiaux sur éprouvette de géométrie simple ou complexe, et essais biaxiaux sur éprouvette en croix.

### 3.2. Matériau étudié et traitements thermiques

Le matériau étudié est un Alliage à Mémoire de Forme polycristallin de type NiTi (Ni : 50,6 % at) fourni par la société Nimesis (France). Le matériau se présente sous forme de plaques laminées d'environ 700 mm x 100 mm x 2,5 mm. Le taux d'écroutissage du matériau reçu est inconnu, l'alliage n'est pas à l'état recuit.

Pour caractériser le matériau à l'état brut (état de livraison) un essai de DSC (Differential Scanning Calorimetry) a été réalisé. L'essai de DSC commence par un chauffage jusqu'à 70°C pour mettre le matériau entièrement en phase austénitique. Ensuite il est refroidi jusqu'à -70°C puis de nouveau chauffé à 50°C. Refroidissement et chauffage se font à une vitesse constante d'environ 10°C/min. Les températures caractéristiques de la transformation déterminées à partir de cette DSC sont :

$$M_s^0 = -6^\circ\text{C}, M_f^0 = -44^\circ\text{C}, A_s^0 = -22^\circ\text{C} \text{ et } A_f^0 = -4^\circ\text{C}.$$

Les pics de transformation de l'essai de DSC sur le matériau brut présentent une faible enthalpie.

Un essai de traction a été réalisé sur le matériau brut à température ambiante : succession de charge-décharge tous les 1% de déformation jusqu'à rupture.

La Figure 3-1 montre que le matériau après décharge présente une déformation irréversible non négligeable. Le résultat de cet essai indique que l'alliage à l'état brut présente un comportement martensitique, ce qui est contradictoire avec les températures de transformation déterminées par DSC.



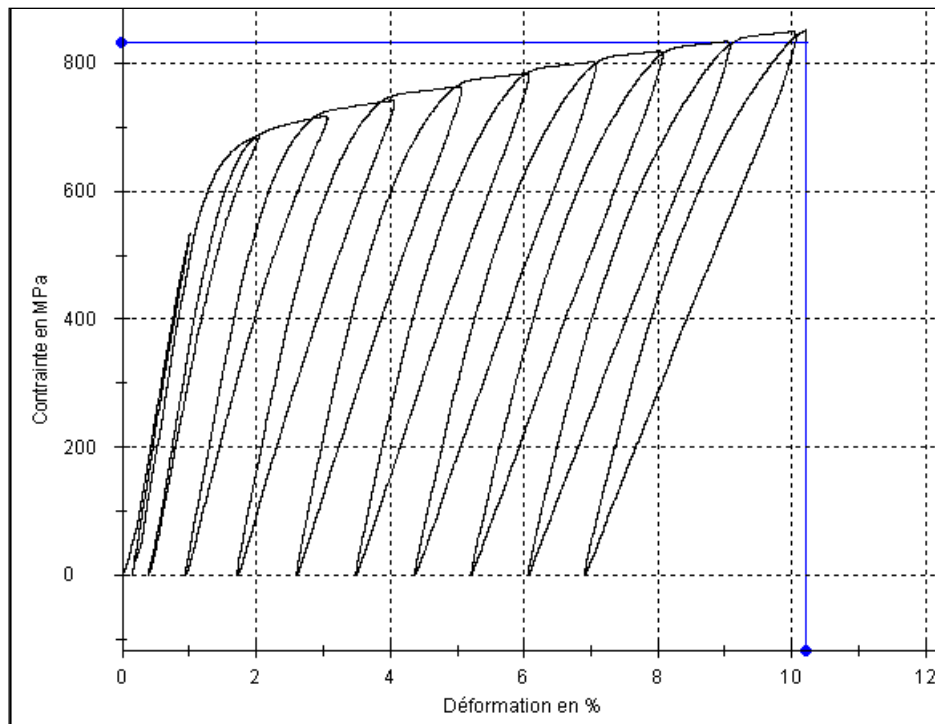


Figure 3-1 : Essai de traction, avec charge-décharge tous les 1%, jusqu'à rupture de l'alliage NiTi étudié à l'état brut.

Plusieurs essais de traitements thermiques (TTH) ont été réalisés. L'écrouissage oblige à faire des traitements courts (15 à 30 minutes) avec des températures basses (autour de 400°C). La forte épaisseur des tôles, la forme cruciforme des éprouvettes et les temps de traitement courts imposent de réaliser nos TTH entre plaques chaudes ; ce procédé a pour intérêt d'homogénéiser la température sur l'éprouvette et de rendre répétable le TTH afin que toutes les éprouvettes aient le même comportement.

Aucun des traitements thermiques testés n'a permis d'obtenir un comportement superélastique à température ambiante, ce qui était souhaité au départ de ces travaux. Le traitement thermique finalement choisi est un chauffage à 400°C pendant 30 minutes, suivi d'une trempe à l'eau. Ce traitement thermique a pour but d'éliminer les contraintes résiduelles et la martensite résiduelle dues au procédé de fabrication. Après le traitement thermique, les températures caractéristiques de la transformation ont été déterminées par un nouvel essai de DSC :  $M_s^0 = 39^\circ\text{C}$ ,  $M_f^0 = 3^\circ\text{C}$ ,  $A_s^0 = 19^\circ\text{C}$ ,  $A_f^0 = 40^\circ\text{C}$  (Figure 3-2). Ce traitement thermique permet d'avoir un comportement superélastique à partir de 30°C, mais en aucun cas à température ambiante, ce qui nous conduit à faire des essais à chaud.

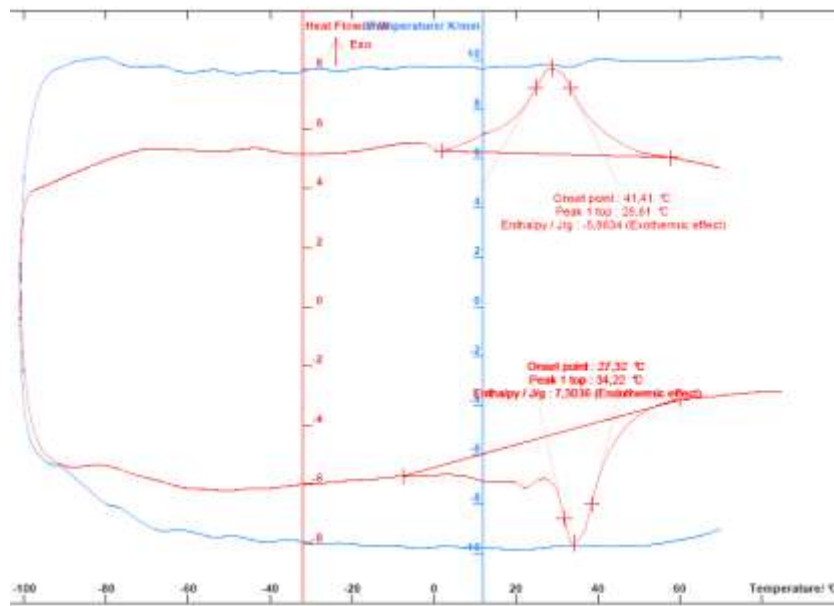


Figure 3-2 : Températures de transformation après traitement thermique, déterminées par DSC.

### 3.3. Techniques de mesure de champs cinématiques

Dans le cas d'essais avec des éprouvettes à géométrie complexe entraînant des sollicitations hétérogènes, l'emploi de la technique de mesure de champs par corrélation d'images devient nécessaire. De plus, cette technique offre une richesse d'informations sur une grande surface de l'échantillon, ce qui permet d'exploiter la variété des trajets de chargement.

#### 3.3.1. Généralités

L'étude des lois de comportement pour tous les types de matériaux passe par l'emploi d'un certain nombre de techniques expérimentales de détermination de l'état de déformation et/ou de contrainte du matériau sous sollicitations mécaniques. Les techniques de mesure de champs cinématiques se sont développées en même temps que l'emploi de chargements et de géométrie d'éprouvettes complexes.

Ces techniques sont des méthodes expérimentales plus riches en informations que les techniques dites classiques de mesures locales de déplacements, de déformations et de températures (e.g. capteurs de déplacement, jauges de déformation, thermocouples, etc.). Elles ont connu un développement important ces dernières années et ont fait l'objet de publications de synthèse ou de comparaison (Pan et al. 2009) (Bornert et al. 2009). Les techniques de mesure de champs cinématiques et thermiques sont des outils précis et non destructifs qui peuvent être associés (Dumoulin et al. 2010). L'absence totale de contact entre la pièce et l'instrument de mesure est un avantage dans certaines circonstances (matériau à faible épaisseur, mesures en températures, etc.). Les champs les plus couramment mesurés sont : les déplacements (Forquin et al. 2004), les déformations (Sutton et al. 1986) et les formes des

surfaces courbes (Surrel 1998, Garcia et al. 2002). L'utilisation de ces techniques pour l'étude des AMF peut fournir des informations riches et pertinentes sur les propriétés thermomécaniques de ces matériaux à l'échelle micro (Sanchez-Arévalo et al. 2008, Sanchez-Arévalo et al. 2009, Merzouki et al. 2010, Lackmann et al. 2011) et à l'échelle macro (Daly et al. 2007, Kim et Daly 2011). L'évolution de la déformation au cours de la transformation martensitique a été observée par Daly et al. (Daly et al. 2007, Kim et Daly 2011), des champs de déformations locales à l'échelle des grains ont été mesurés par Merzouki et al. (Merzouki et al. 2010). L'évolution de la température de l'échantillon au cours de la transformation a été suivie par caméra infrarouge (Kim et Daly 2011, Maynadier et al. 2012).

Les déformations peuvent être obtenues indirectement par dérivation numérique des champs de déplacements mesurés (speckle interférométrique, Moiré géométrique ou interférométrique, interférométrie holographique, corrélation d'images numériques, méthode de grille, etc.) ou directement lors de la procédure de mesure (shearography). Les techniques de mesure de champs cinématiques (déplacements ou déformations) se répartissent dans deux catégories (Rastagi 2000) :

1. Les techniques basées sur les lois de l'optique (diffractions et interférences de faisceaux laser) : la photoélasticimétrie, le moiré interférométrique, l'interférométrie holographique ou le speckle interférométrique, etc.
2. Les techniques basées sur les principes de l'analyse et de la corrélation d'images.

Il faut cependant noter que toutes ces techniques ne donnent que des informations concernant les déformations au niveau de la surface libre et observable mais en aucun cas ne donnent de renseignements quantitatifs sur ce qui se passe sous la surface, et donc au cœur de la matière. Cependant, des techniques récentes et encore en cours de développement permettent d'accéder aux déplacements dans la matière (Ruiz et al. 2011).

Le choix d'une technique de mesure de champs (bidimensionnelle) dépend de plusieurs éléments :

- la géométrie (éprouvette plane ou non) et les dimensions de l'éprouvette (millimétrique, centimétrique ou autre),
- la taille de la zone d'intérêt et donc l'échelle d'observation (choix du grossissement),
- les conditions d'essai mécanique (température, vitesse, existence de vibrations, etc.),
- l'utilisation et en particulier la précision souhaitée sur les quantités obtenues (mesures des déformations élastiques, description des gradients ou recherche de valeurs moyennes, etc.).

Les techniques de mesures de champs de déformations sont nombreuses et ont chacune leur champ d'application, qui peut être représenté sur un graphe échelle d'observation et résolution en déformation, comme sur la Figure 3-3 extraite des travaux de Sutton (Sutton 2004). Certaines limites sont posées par le grossissement du système d'observation : microscopes à

force atomique et électronique à balayage donnent les plus forts grossissements et donc ne permettent pas d'analyser des zones étendues. La plus forte résolution et la mesure des déplacements les plus petits ne sont accessibles que par les techniques d'interférométrie. La Corrélation d'Images Numériques (DIC : Digital Image Correlation en anglais) fonctionne aussi bien à partir d'images prises en optique (ensemble caméra et objectif ou microscope optique) qu'en microscopie électronique (Sutton et al. 2007a, Sutton et al. 2007b) ou à force atomique (Grégoire et al. 2011, Xu et al. 2011).

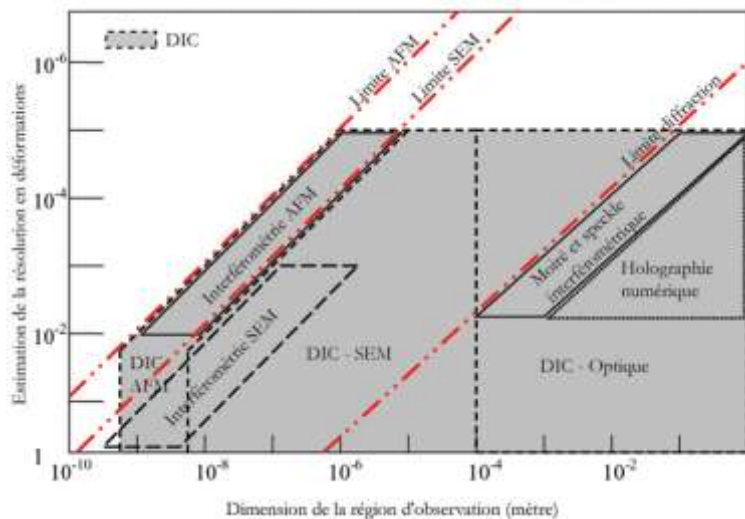


Figure 3-3 : Graphe comparatif des techniques de mesure de champs (Sutton 2004).

Les techniques de mesure de champs donnent des mesures optiques directes (images de niveaux de gris), des mesures intermédiaires déduites par traitement numérique des mesures directes (champs de déplacement ou champs de phase) et enfin des mesures en relation avec un gradient des données intermédiaires (e.g. champs de déformations).

Les caméras donnent des informations de plus en plus nombreuses (caméras à plusieurs MégaPixels) et les images sont acquises à des cadences de plus en plus élevées. Il faut cependant toujours faire un compromis entre vitesse d'acquisition et taille de l'image, le taux de transfert d'informations entre le capteur CCD et la mémoire de la caméra ou de l'ordinateur étant limité par la technologie. Ce sont les dispositifs d'observation et de prise d'images qui déterminent le grossissement et donc l'échelle, mais il faut aussi que le marquage de la surface de l'objet soit adapté au niveau d'observation souhaité.

Dans le cadre de cette étude, les zones observées sont relativement grandes, entre quelques dizaines et quelques milliers de millimètres carrés. La résolution en déformation n'est pas critique, on ne cherche pas à mesurer avec précision les hétérogénéités de déformations élastiques. Les conditions expérimentales autorisent l'application des mesures de déformations par corrélation d'images numériques enregistrées avec une caméra CCD équipé d'un objectif télécentrique. Il est à noter qu'il est nécessaire de faire des mesures à différentes températures et donc quelquefois dans une enceinte thermique (à travers une vitre).

Pour cette technique de mesure des déformations comme pour toutes les autres, il est important de connaître les incertitudes sur le résultat des mesures. Pour certains logiciels de corrélation d'images, il existe dans la littérature des expressions analytiques permettant de calculer les erreurs de mesures sur les déplacements ou les déformations, mais ces résultats ne correspondent qu'à un calcul théorique de l'erreur qui suppose que les changements sur l'image entre deux prises de vue sont uniquement dus à la déformation (Besnard et al. 2006, Hild et Roux 2008). Ces erreurs correspondent à celles qui sont introduites par le logiciel de corrélation d'images lui-même, elles sont liées aux algorithmes utilisés : type d'interpolation du niveau de gris, algorithme de minimisation (Bornert et al. 2009), etc. Or, d'autres phénomènes peuvent perturber les images pendant les essais (Wang et al. 2009) comme par exemple des variations d'éclairage, des vibrations, une légère variation de la profondeur de champ (Sutton et al. 2008) et donc de la netteté. D'autre part la précision sur les mesures dépend aussi d'autres facteurs (Wang et al. 2007) comme la qualité du mouchetis (Lecompte et al. 2006) et du choix des paramètres de corrélation (taille et espacement des imagerie, type d'interpolation, etc.). C'est pourquoi, la précision sur les mesures de déformations sera donnée par le résultat d'une mesure : la mesure des déformations entre deux images successives, à l'état non déformé, enregistrées dans les conditions expérimentales de l'essai.

Pour chaque essai, dont les résultats proviennent de la corrélation d'images, les paramètres de corrélation seront indiqués. Le terme de résolution spatiale des mesures est employé couramment pour désigner l'espacement entre 2 imagerie : c'est la distance entre deux points de mesures. Cependant, cette appellation n'est exacte que dans le cas où il n'y a pas recouvrement entre les imagerie (voir paragraphe 3.3.2).

De nombreux logiciels de corrélation d'images sont reportés dans la littérature : des logiciels de corrélation d'images dit 2D qui calculent les déformations dans un plan (Vic-2D (Daly et al. 2007, Avril et al. 2008), CORRELI (LMT-Cachan, Hild et Roux 2008, Besnard et al. 2006), Icasoft (Autuori et al. 2006), GRANU (Lagattu 2004), etc) et des logiciels de stéréocorrélation, qui reconstituent la forme 3D de la surface de l'objet puis calculent les déformations sur ces surfaces, comme Vic-3D (Grytten et al. 2009, Sutton et al. 2009), Istra 4D (Kalina et al. 2012), Aramis (Mistou et al. 2003), etc.

Pour les mesures dites 2D, la surface de l'échantillon doit être plane et l'axe optique de la caméra doit être et rester perpendiculaire à la surface observée pendant le chargement. Le mouvement hors plan de l'échantillon doit être évité, il conduit à un changement de grossissement des images et par conséquent il fausse les mesures (Sutton et al. 2008). Les techniques 3D permettent de s'affranchir de tous les problèmes de positionnement de la surface par rapport à la caméra et aussi des déplacements hors plan. Elles sont obligatoirement utilisées pour les surfaces non planes. La mise en œuvre des techniques 3D est légèrement plus complexe. Les deux caméras doivent observer la même zone avec des angles d'incidence différents pour créer l'effet stéréo et permettre ainsi la reconstitution de la forme de la surface. C'est la comparaison des formes et des mouchetis dans deux états qui permet le calcul des déplacements et des déformations. Il est plus difficile d'avoir des conditions d'éclairage qui donnent des rendus identiques sur les images prises par les deux caméras. L'emploi de 2 caméras est impossible pour des essais dans une enceinte thermique.

Les éprouvettes des essais mécaniques réalisés durant ces travaux sont planes et sont supposées le rester car les déformations sont faibles, ce sont donc uniquement des techniques de corrélation d'images bidimensionnelles qui ont été utilisées.

### 3.3.2. Technique de corrélation d'images numériques

En général la procédure expérimentale des essais avec corrélation d'images numériques comporte trois étapes (Figure 3-4) :

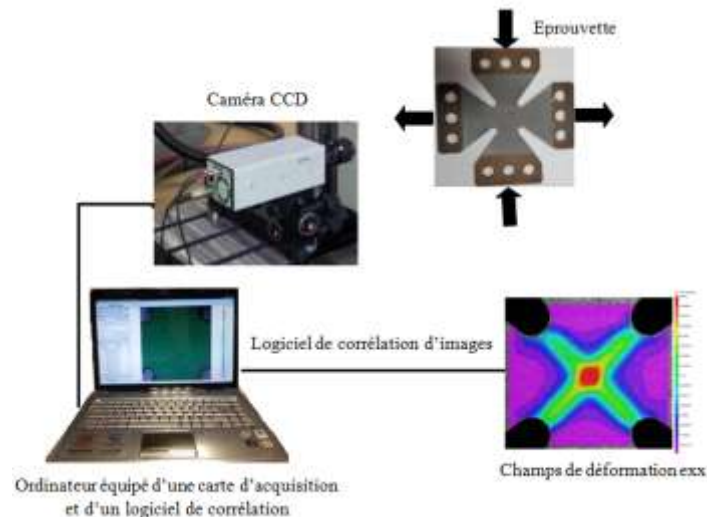


Figure 3-4 : Schéma d'un montage de corrélation d'images numériques bidimensionnel.

#### 1. la préparation de la surface de l'échantillon

L'utilisation de la corrélation d'images nécessite d'avoir une surface avec un contraste de niveau de gris de « bonne qualité ». La surface de l'échantillon doit avoir une texture qui peut être un motif périodique ou aléatoire (mouchetis). Les motifs ou les taches doivent adhérer à la surface et se déformer en même temps que le matériau durant la sollicitation thermomécanique. Différents types de marquage (dépôt de peinture, dépôt de grilles ou de motifs aléatoires par microélectrolithographie, gravure chimique) sont possibles. Il est aussi possible d'utiliser le contraste naturel de certaines surfaces.

Dans cette étude, la technique utilisée consiste à projeter de la peinture à l'aide d'une bombe ou d'un aérographe. Ici, les mouchetis sont toujours des taches noires sur un fond blanc : le fond de peinture blanche est réalisé à l'aide d'une bombe aérosol, il doit être assez épais pour avoir une couleur uniforme. Ensuite, des gouttelettes de peinture noire d'un diamètre de  $10\mu\text{m}$  à  $500\mu\text{m}$  sont projetées à l'aide d'un aérographe « Paasche ». La taille et la répartition des taches sont optimisées pour faciliter la corrélation d'images à l'échelle de l'éprouvette ou d'une zone d'intérêt particulière. Les taches les plus grosses ne doivent pas dépasser la taille d'une imagerie, c'est à dire ici 16 par 16 pixels. Les plus fines ne doivent pas faire moins de 2 pixels fois 2 pixels. Si les taches sont trop grosses ou trop denses (avec des zones de recouvrement), ou à l'inverse si les taches sont trop petites ou pas assez denses, le discernement des imageries

les unes des autres ne s'effectuera pas clairement et la corrélation échouera dans les zones pas assez contrastées. C'est en jouant entre autres sur la pression, la taille de la buse et la distance entre l'échantillon et l'orifice de sortie de la peinture que des motifs plus ou moins fins sont obtenus. Il est aussi possible de jouer sur la taille des taches en augmentant ou en diminuant le grossissement du système optique d'observation et/ou sur la distance entre l'éprouvette et l'objectif.

Les deux peintures utilisées sont mates, pour éviter que l'échantillon ne réfléchisse les rayons lumineux, et que certains pixels de l'image ne soient saturés en lumière.

Avant l'application du mouchetis, les éprouvettes ont été nettoyées et dégraissées pour assurer un bon accrochage de la peinture sur la tôle. Deux exemples de mouchetis sont présentés à la Figure 3-5. Ces mouchetis sont généralement appliqués une à plusieurs heures avant l'essai. Le temps de séchage de la peinture est important, il ne doit pas être trop long sinon la peinture risque de se craqueler dès le début de l'application du chargement. De même, quand les déformations sont trop grandes, le mouchetis a tendance à se décoller et/ou à s'écailler.

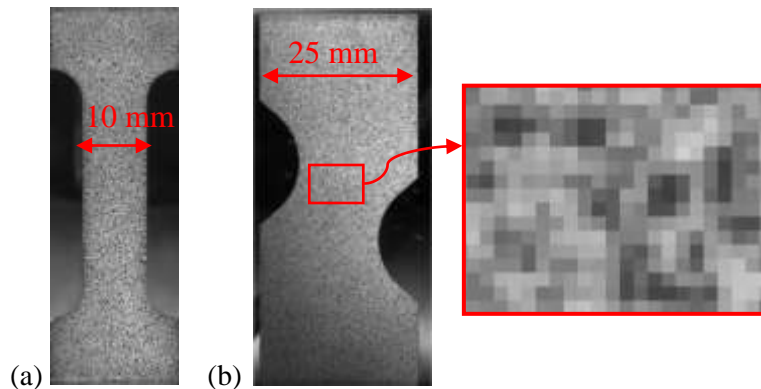


Figure 3-5 : Exemples de mouchetis artificiels réalisés avec un aérographe.

## 2. l'acquisition et l'enregistrement des images

Le dispositif expérimental pour l'acquisition des images est composé de différents éléments :

- une caméra CCD (ou un appareil photo numérique) équipé d'un objectif. Le choix de l'objectif dépend de la taille de l'échantillon ou plus précisément de celle de la zone d'intérêt. Le dispositif expérimental de corrélation d'images numériques, utilisé dans cette étude (Figure 3-4), se compose d'une caméra CCD noir et blanc refroidie par effet Peltier, équipée d'un objectif télécentrique de 55 mm. L'intérêt d'un objectif télécentrique par rapport à un objectif normal est qu'il n'y a pratiquement pas de défocalisation de l'image lorsque la surface observée s'éloigne de l'objectif, l'image reste nette quand l'éprouvette s'amincit. La profondeur de champ de l'objectif est plus importante. La caméra est équipée d'un capteur CCD de 1376 x 1040 pixels, sa vitesse d'acquisition maximale est de 10 images par seconde. La vitesse d'acquisition n'est pas critique puisque les essais sont des essais quasistatiques. La taille d'un pixel sur l'image varie selon la distance entre le capteur et l'éprouvette et selon l'objectif monté sur la caméra. Pour les essais de traction, les prises de vue se font à une distance minimale de 200 mm, ce qui donne une taille de pixel de l'ordre de 0,05 mm.

- un ordinateur relié à la caméra, équipé d'une carte et d'un logiciel d'acquisition. Il assure le pilotage de la caméra et le stockage des images. Le logiciel d'acquisition déclenche la capture des images à une cadence constante définie par l'intervalle de temps entre deux images successives. Avant que les images ne soient définitivement enregistrées dans l'ordinateur, elles sont stockées temporairement dans la mémoire de la caméra puis transférées dans la mémoire de l'ordinateur à la fin de l'essai. Le volume de la mémoire de la caméra limite la taille et le nombre d'images enregistrables pendant un essai. Il existe maintenant des systèmes qui permettent le transfert en continu et à grande vitesse entre la caméra et l'ordinateur. La caméra numérise les images sur 12 bits (c'est à dire que chaque pixel peut avoir 4096 niveaux de gris différents), puis les convertit sur 16 bits. Les images sont enregistrées au format .tiff.
- un système d'éclairage permettant d'avoir une intensité lumineuse quasi uniforme sur la surface de l'échantillon et constante d'une image à l'autre. La qualité de l'éclairage joue sur la répartition des niveaux de gris et peut influencer la qualité de la mesure. Un bon contraste, une grande différence de niveaux de gris entre les zones claires et les zones sombres est une des conditions nécessaires au succès de la corrélation d'images (Tong 2005). Un système d'éclairage, comportant deux spots, conçu spécialement pour être utilisé à l'intérieur de l'enceinte thermique garantit une bonne répartition de lumière dans la zone d'intérêt de l'éprouvette. Il résiste à des températures allant jusqu'à 200°C. Il est important de le positionner correctement par rapport au dispositif d'essai, pour assurer la qualité des résultats (étalement des niveaux de gris). Une « bonne » distribution de niveaux de gris est une distribution presque aléatoire. Elle suit approximativement une loi de Gauss.

### 3. le post-traitement des images et le calcul des champs de déformation

Le mouvement de l'ensemble des repères attachés à la surface de l'objet (motifs locaux en termes de niveaux de gris) est analysé et sert à déterminer, à l'aide d'algorithmes numériques, d'une part les éventuels déplacements de l'objet par rapport à un repère fixe lié par exemple à la caméra et d'autre part, les déplacements relatifs entre les repères dans les deux états (déformations de la surface). L'évolution temporelle et spatiale des déplacements des points répartis sur la surface est calculée à partir d'une séquence d'images successives.

Le principe de la corrélation d'images est de rechercher la correspondance entre les deux images de la même zone de l'échantillon prises à deux états de déformation : un état dit de référence (image initiale avant déformation) et un état dit déformé (image après déformation).

Tout d'abord il faut définir généralement avec la souris une zone de calcul (ZC) (Region Of Interest : ROI) dans l'image de référence. Cette zone de calcul est décomposée en imagettes appelées aussi patterns. Une imagette est un ensemble de pixels contigus formant un carré de côté «  $l$  » (Figure 3-6). Les centres des imagettes sont espacés d'un pas «  $p$  » constant. Les paramètres «  $l$  » et «  $p$  » sont deux des paramètres de corrélation à choisir avant de lancer un calcul de corrélation. Les imagettes peuvent se recouvrir partiellement ( $l < p$ ) ou être



jointives ( $l = p$ ). Tout le travail du logiciel de corrélation d'images est de retrouver pour chaque imagerie de l'image non déformée l'ensemble de pixels de l'image déformée qui corresponde le mieux aux motifs présents dans l'imagerie non déformée. Chaque imagerie doit contenir suffisamment d'informations en termes de variation de niveaux de gris et succession de motifs pour être identifiée.

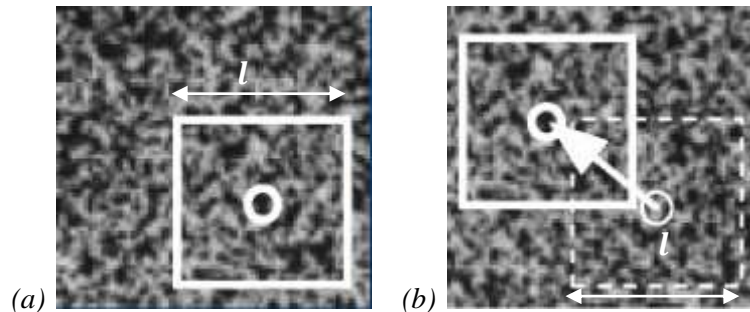


Figure 3-6 : Exemple de déplacement de corps rigide d'un mouchetis (a) image et imagerie de référence et (b) image et imagerie « déformée » à l'instant  $t$ , (Chevalier et al. 2001).

En premier lieu, le logiciel par corrélation d'images tente de déterminer le déplacement du centre de chaque imagerie qui correspond au décalage spatial de l'intensité du signal numérisé par la caméra CCD entre les deux états de déformation. Il cherche aussi la rotation et la déformation de l'imagerie pour l'associer au mieux à une zone de l'image déformée comportant les mêmes motifs élémentaires. Le premier résultat est donc le champ de déplacement sur toute la zone de calcul, il est estimé en moyenne pour chacune des images, puis ensuite extrapoler pour être donné en tout point.

Dans cette étude, les images enregistrées pendant l'essai sont traitées avec le logiciel Vic2D. Les champs de déplacements et de déformations entre l'image de référence et chacune (ou quelques) des images déformées sont calculés en post-traitement. La taille de la zone, sur laquelle sont calculés les champs, a été choisie de manière à obtenir un calcul sur une zone de l'éprouvette la plus grande possible, soit par exemple 10 mm x 30 mm pour les essais uniaxiaux. La taille du pattern est généralement de 16 pixels, soit environ 0,75 mm, et l'espacement entre deux patterns est de 8 pixels (le pas). Avec le logiciel Vic2D, le pas peut prendre n'importe quelle valeur, inférieure à la taille du pattern, et les images voisines peuvent se recouvrir. Les points de calculs sont ainsi plus nombreux et les champs résultats plus lissés.

Les résultats sont présentés sous forme d'iso couleur sur la photo initiale de l'éprouvette et peuvent aussi être extraits sous forme d'un tableau qui contient les déplacements et les déformations en des points donnés. Ces points peuvent correspondre ou non au centre des patterns utilisés pour les calculs. Il est possible de choisir les coordonnées des points où les résultats sont extraits : coordonnées en pixels dans le repère de l'image (origine dans le coin gauche de l'image) ou coordonnées en millimètres si l'échelle a été définie par une procédure d'étalonnage avant le calcul. L'étalonnage consiste à choisir une photo de calibration, tracer un trait d'une longueur connue sur cette photo, puis indiquer la valeur de cette distance en millimètres. Cette procédure d'étalonnage n'est pas trop précise. Les valeurs sont donc conservées en pixels puis converties en millimètres après extraction des résultats.

Avant le lancement de l'essai mécanique, quelques images de la zone utile sont prises à l'état non déformé pour analyser la qualité du mouchetis et pour déterminer l'erreur de mesure. Avant tout, cette analyse permet de savoir quelle taille d'imagette assurera une corrélation sur l'ensemble de la zone utile (convergence). Si ce sont les gradients de déformations qu'il faut mettre en évidence, il faut choisir une taille de pattern, la plus petite possible. Si c'est la précision de la mesure locale qui est importante, un pattern plus grand améliore sensiblement la précision sur les déplacements et déformations mesurées.

### 3.3.3. Logiciel de corrélation d'images numériques Vic2D

Le logiciel de corrélation d'images Vic 2D a été développé par l'Université de Caroline du Sud et commercialisé par l'entreprise américaine Correlated Solutions. Cette entreprise possède plusieurs partenaires dans le monde (en France : Kilonewton SARL). Vic 2D est un logiciel facile à utiliser : il permet de choisir la forme de la ou des zones de calculs (rectangle, cercle ou polygone quelconques). Il permet de suivre au mieux les hétérogénéités de déformation sur des éprouvettes de forme complexe (biaxiales, Meuwissen, etc.) et d'accélérer les calculs en ne cherchant les résultats que sur la zone utile.

#### ❖ *Algorithme de calcul*

Pour comprendre l'algorithme de corrélation d'images, il est plus simple de partir d'un cas unidimensionnel comme celui présenté à la Figure 3-7. La partie supérieure de cette figure représente la fonction «  $f$  » qui est la variation du niveau de gris le long de la ligne dans l'image de référence (non déformée). Dans la partie inférieure est représentée l'image de cette même ligne dans une configuration déformée et la fonction «  $g$  » associée au niveau de gris après déformation. Ici, pour simplifier la compréhension, la transformation entre la situation de référence et la situation déformée est une translation dans la direction de la ligne.

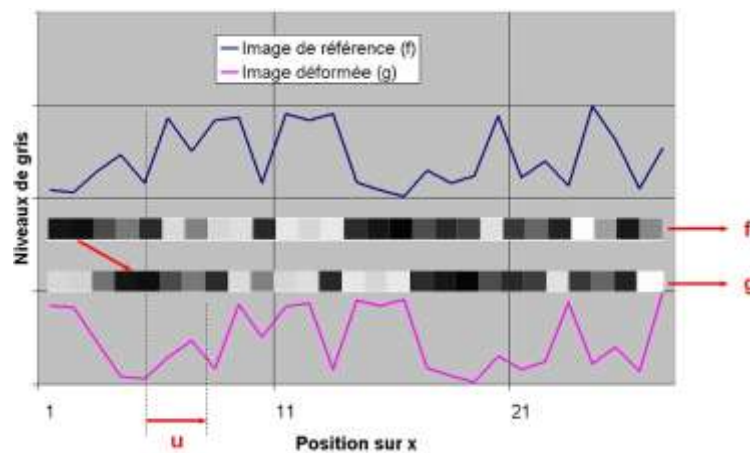


Figure 3-7 : Codage des niveaux de gris (Référence : [http://www.si.ens-cachan.fr/accueil\\_V2.php?page=affiche\\_ressource&id=37](http://www.si.ens-cachan.fr/accueil_V2.php?page=affiche_ressource&id=37)).

Le capteur CCD de la caméra donne une image spatialement discrétisée. Chaque point, chaque pixel, de coordonnées  $\vec{x}$  est associé à un niveau de gris représenté par les fonctions ( $f$

et  $g$ ).  $f$  est la fonction discrétisée du niveau de gris dans l'image de référence et  $g$  la fonction discrétisée du niveau de gris dans l'image à l'état déformé.  $f$  et  $g$  vérifient la relation :

$$g(\vec{X}) = f(\vec{x}) + b(\vec{x}) \quad (3.1)$$

$\vec{x}(x, y)$  est le vecteur des coordonnées d'un point situé sur l'image de référence,  $\vec{X}(X, Y)$  est le vecteur des coordonnées du même point physique considéré dans l'image déformée et  $b(\vec{x})$  est un bruit aléatoire et/ou systématique.

### ❖ Champs de déplacement et fonction de forme

Calculer le déplacement (et la déformation) c'est déterminer la transformation mécanique  $\phi_M$  qui peut être approchée par une fonction  $\phi$  appelée fonction de forme, car elle définit la déformation locale, la déformation de chaque pixel, initialement carré.

L'objectif de la technique de corrélation d'images est de déterminer cette transformation mécanique en connaissant  $f$  et  $g$ . Ce problème est résolu par une approche locale au niveau de chaque imagerie. La transformation est définie par :

$$\phi_M(\vec{x}) = \vec{X} = \vec{x} + \vec{u}(\vec{x}) \quad (3.2)$$

$\vec{u}(\vec{x})$  est le vecteur déplacement du point de coordonnées  $\vec{x}$  entre l'état de référence et l'état déformé.  $\vec{u}$  est associé, entre autre, à la forme de l'imagerie après déformation (Figure 3-7).

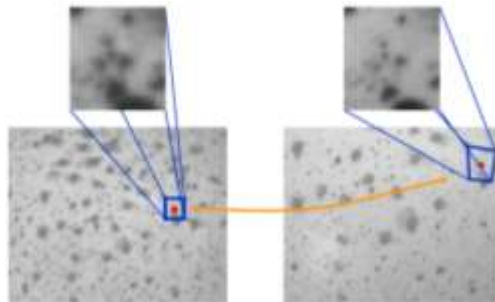


Figure 3-8 : Forme de l'imagerie à l'état de référence puis à l'état déformé (Kilonewton).

Sachant que la méthode de corrélation met en correspondance deux domaines de faible taille. L'expression de la fonction  $\phi$  est obtenue en utilisant un développement de Taylor du déplacement  $\vec{u}(\vec{x})$  au voisinage du point M de coordonnées  $\vec{x}_0$ , qui est le centre de l'imagerie :

$$\phi(\vec{x}) = \vec{x} + \vec{u}(\vec{x}) + \frac{\partial \vec{u}}{\partial \vec{x}}(\vec{x}_0)(\vec{x} - \vec{x}_0) + \frac{1}{2}(\vec{x} - \vec{x}_0) \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial \vec{x}^2}(\vec{x}_0)(\vec{x} - \vec{x}_0) + \dots \quad (3.3)$$

À partir de cette expression sont adoptées différentes approximations de la transformation de l'imagerie :

- approximation d'ordre 0 avec deux paramètres  $u_0$  et  $v_0$  : la transformation est un simple déplacement de corps rigide c'est-à-dire que tous les points de l'imagerie ont le même déplacement. Cette transformation est utilisée dans le cas de faibles rotations et petites déformations. Le champ de déplacement est défini par :

$$\begin{cases} u(x, y) = u_0 \\ v(x, y) = v_0 \end{cases} \quad (3.4)$$

- approximation d'ordre 1 avec six paramètres ( $u_i$  et  $v_i, i = 0,1,2$ ) : la transformation est affine. La déformation locale de l'imagette est homogène, l'imagette prend la forme d'un quadrilatère. C'est la transformation la plus utilisée, elle permet de décrire la translation, la rotation, l'homothétie et le cisaillement de l'imagette. Le champ de déplacement est défini par :

$$\begin{cases} u(x, y) = u_0 + u_1x + u_2y \\ v(x, y) = v_0 + v_1x + v_2y \end{cases} \quad (3.5)$$

- approximation d'ordre 2 avec douze paramètres ( $u_i$  et  $v_i, i = 0, \dots, 5$ ) : transformation quadratique, elle peut être utilisée pour décrire des états de déformation plus complexe de l'imagette. La déformation sur l'imagette n'est plus homogène (Figure 3-9).

$$\begin{cases} u(x, y) = u_0 + u_1x + u_2y + u_3xy + u_4x^2 + u_5y^2 \\ v(x, y) = v_0 + v_1x + v_2y + v_3xy + v_4x^2 + v_5y^2 \end{cases} \quad (3.6)$$

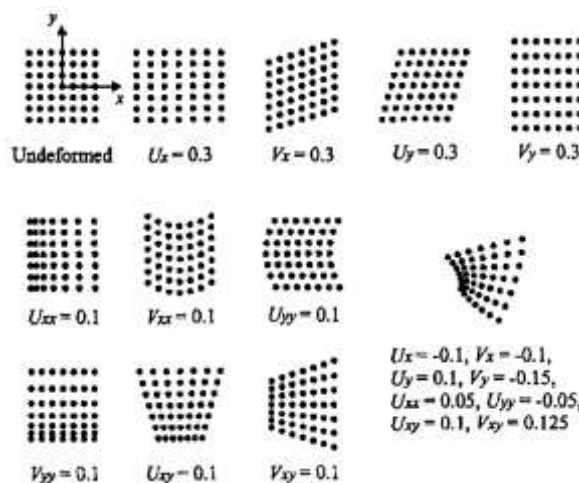


Figure 3-9 : Visualisation de l'effet des gradients de déplacement sur les points d'une imagette (Lu et Cary 2000).

La transformation affine est la méthode utilisée par le logiciel de corrélation d'images Vic2D qui sera utilisé dans les travaux présentés par la suite.

### ❖ Coefficient de corrélation

Pour évaluer le degré de similitude de l'imagette entre l'état de référence et l'état déformé, un coefficient de corrélation qui correspond aux écarts de distribution de niveau de gris sur l'imagette est défini. C'est la minimisation de ce paramètre qui permet de déterminer les différents paramètres  $u_i$  et  $v_i$ . Il existe plusieurs définitions du coefficient de corrélation. Selon le coefficient utilisé, il est possible de s'affranchir des variations locales ou globales de l'intensité de l'éclairage et/ou du contraste, ce qui va faciliter la convergence de la procédure

de corrélation (Tong 2005). Les coefficients les plus fréquemment rencontrés peuvent être classés en deux groupes (Pan et al. 2009, Doumalin 2000 et Fazzini 2009) :

- Formulation utilisant les moindres carrés :
  - La somme des différences au carré (Sum of Squared Differences) :

$$C_{SSD} = \sum_{i \in \text{image}} (f(\vec{x}_i) - g(\vec{X}_i))^2 \quad (3.7)$$

- La somme des différences au carré centrée (Zero mean Sum of Squared Differences) :

$$C_{ZSSD} = \sum_{i \in \text{image}} ((f(\vec{x}_i) - \bar{f}) - (g(\vec{X}_i) - \bar{g}))^2 \quad (3.8)$$

avec  $\bar{f} = \sqrt{\sum_{i \in \text{image}} (f(\vec{x}_i))^2}$  et  $\bar{g} = \sqrt{\sum_{i \in \text{image}} (g(\vec{X}_i))^2}$  les valeurs moyennes des intensités sur l'image considérée.

- La somme des différences au carré normalisée (Normalized Sum of Squared Differences) :

$$C_{NSSD} = \frac{\sum_{i \in \text{image}} (f(\vec{x}_i) - g(\vec{X}_i))^2}{\sqrt{\sum_{i \in \text{image}} (f(\vec{x}_i))^2} \cdot \sqrt{\sum_{i \in \text{image}} (g(\vec{X}_i))^2}} \quad (3.9)$$

- La somme des différences au carré normalisée centrée (Zero mean Normalized Sum of Squared Differences) :

$$C_{ZNSSD} = \frac{\sum_{i \in \text{image}} ((f(\vec{x}_i) - \bar{f}) - (g(\vec{X}_i) - \bar{g}))^2}{\sqrt{\sum_{i \in \text{image}} (f(\vec{x}_i) - \bar{f})^2} \cdot \sqrt{\sum_{i \in \text{image}} (g(\vec{X}_i) - \bar{g})^2}} \quad (3.10)$$

- Formulation de type produit scalaire :
  - La fonction d'auto-corrélation (Cross-Correlation function) :

$$C_{CC} = \sum_{i \in \text{image}} f(\vec{x}_i) \cdot g(\vec{X}_i) \quad (3.11)$$

- La fonction d'auto-corrélation normalisée (Normalized Cross-Correlation function) :

$$C_{NCC} = \frac{\sum_{i \in \text{image}} f(\vec{x}_i) \cdot g(\vec{X}_i)}{\sqrt{\sum_{i \in \text{image}} (f(\vec{x}_i))^2} \cdot \sqrt{\sum_{i \in \text{image}} (g(\vec{X}_i))^2}} \quad (3.12)$$

- La fonction d'auto-corrélation normalisée centrée (Zero mean Normalized Cross-Correlation function) :

$$C_{ZNCC} = 1 - \frac{\sum_{i \in \text{image}} (f(\vec{x}_i) - \bar{f}) \cdot (g(\vec{X}_i) - \bar{g})}{\sqrt{\sum_{i \in \text{image}} (f(\vec{x}_i) - \bar{f})^2} \cdot \sqrt{\sum_{i \in \text{image}} (g(\vec{X}_i) - \bar{g})^2}} \quad (3.13)$$

Dans le logiciel de corrélation Vic 2D il est possible de choisir entre 3 coefficients de corrélation :

- choix 1  $C_{SSD}$  : la somme des différences au carré (Sum of Squared Differences). Ce coefficient ne prend pas en compte les changements de luminosité. Il est sensible aux variations d'éclairage, donc son usage est réservé aux situations avec de faibles contrastes.
- choix 2  $C_{ZSSD}$  : la somme des différences au carré centrée (Zero mean Sum of Squared Differences). Ce coefficient permet de prendre en compte un décalage constant des niveaux de gris entre l'état initial et l'état déformé.
- choix 3  $C_{ZNCC}$  : la fonction d'auto-corrélation normalisée centrée (Zero mean Normalized Cross-Correlation function). Ce coefficient tient compte à la fois d'un facteur d'échelle d'éclairage (dilatation de l'histogramme) et d'un décalage des niveaux de gris (translation de l'histogramme). Il est recommandé en cas de changements importants de luminosité.

Pour améliorer la précision des calculs de déplacements, et en particulier passer d'une précision au pixel près à une précision subpixel, il faut interpoler les informations qui sont discontinues et ne sont connues qu'au pixel près. Vic-2D utilise une interpolation des niveaux de gris.

#### ❖ *Interpolation des niveaux de gris*

Les fonctions  $f$  et  $g$  sont des fonctions discontinues, qui sont constantes sur tout le pixel. Le niveau de gris est en fait associé aux coordonnées du centre du pixel. Il est nécessaire d'interpoler ces deux fonctions au voisinage de ces coordonnées pour rendre les fonctions continues. Il existe différents types d'interpolation (interpolation bilinéaire, interpolation bicubique, interpolation bicubique spline, interpolation quintic B-spline, interpolation bicubique B-spline). Les deux interpolations les plus courantes sont :

- l'interpolation bilinéaire. C'est la plus simple, elle est basée sur des polynômes d'ordre 1. Elle consiste à attribuer à chaque point une combinaison linéaire des valeurs connues aux quatre pixels les plus proches du point à interpoler. Les

coefficients de la fonction d'interpolation  $g(x,y) = a + bx + cy + dxy$  sont déterminés en imposant à cette fonction de passer par les quatre pixels voisins.

- l'interpolation bicubique. Elle est plus compliquée, car elle prend en compte les seize pixels les plus proches du point à interpoler. Les niveaux de gris sont exprimés par un polynôme de degré quatre qui comporte 16 coefficients. Les quatre premiers coefficients sont calculés de la même façon que pour l'interpolation bilinéaire, les huit suivants sont déterminés en assurant la continuité des pentes des niveaux de gris en ces mêmes points, et les quatre derniers sont déterminés en assurant la continuité des dérivées croisées toujours en ces quatre points.

Une interpolation plus complexe demande des capacités informatiques plus grandes et augmente le temps de calcul. Les interpolations utilisées dans Vic 2D sont : interpolation bilinéaire et interpolation bicubique B-spline.

#### ❖ *Calcul des déformations*

Les déformations sont obtenues en dérivant le champ de déplacement (à l'échelle de l'imagette). Les déformations de Green-Lagrange sont calculées à partir des coefficients de l'équation (3-5) :

$$\begin{aligned}\varepsilon_{xx} &= u_1 + \frac{1}{2}(u_1^2 + v_1^2) \\ \varepsilon_{yy} &= v_2 + \frac{1}{2}(u_2^2 + v_2^2) \\ \varepsilon_{xy} &= \frac{1}{2}(u_2 + v_1)\end{aligned}\tag{3.14}$$

Le logiciel Vic-2D version 2009 peut calculer aussi les déformations logarithmiques d'Hencky et les déformations d'Euler-Almansi, ces déformations sont calculées à partir du tenseur gradient de transformation.

### **3.3.4. Applications**

Daly et al. (Daly et al. 2007) ont utilisé la corrélation d'images avec le logiciel Vic-2D pour observer l'évolution de la déformation longitudinale au cours de la transformation martensitique lors d'un essai superélastique en traction simple sur une éprouvette plane en NiTi (Figure 3-10). Au début de l'essai l'éprouvette est complètement austénitique. Lors de la charge, les résultats montrent qu'au début de la transformation (autour de 1,3 % de déformation) la déformation est presque uniforme dans toute la surface observée, puis une bande de martensite localisée en bas de la surface observée apparaît à environ 1,5% de déformation. Le niveau de déformation continue d'augmenter avec l'apparition d'autres bandes. Vers la fin de la transformation (autour de 4,25% de déformation) l'augmentation de la contrainte s'accélère. La décharge suit les mêmes étapes que la charge.

Autre utilisation du logiciel Vic-2D, Avril et al. (Avril et al. 2008) ont couplé la corrélation d'images avec la méthode des champs virtuels pour identifier les paramètres d'un modèle de comportement élasto-visco-plastique. Des essais de traction uniaxiale sur des éprouvettes de traction simple à double entaille ont été effectués pour provoquer des déformations hétérogènes. Le matériau est un acier doux sensible à la vitesse de déformation. Deux caméras CCD rapides, une pour chaque face de l'éprouvette ont été utilisées pour cette étude.

Il existe aussi un certain nombre d'applications de la stéréo-corrélation. Grytten et al. (Grytten et al. 2009) présente une étude du comportement mécanique d'un polypropylène modifié soumis à des grandes déformations en traction simple. Les champs de déplacement en 3D ont été mesurés avec le logiciel de stéréo-corrélation Vic-3D. Deux faces adjacentes de l'éprouvette étaient visibles par les deux caméras CCD.

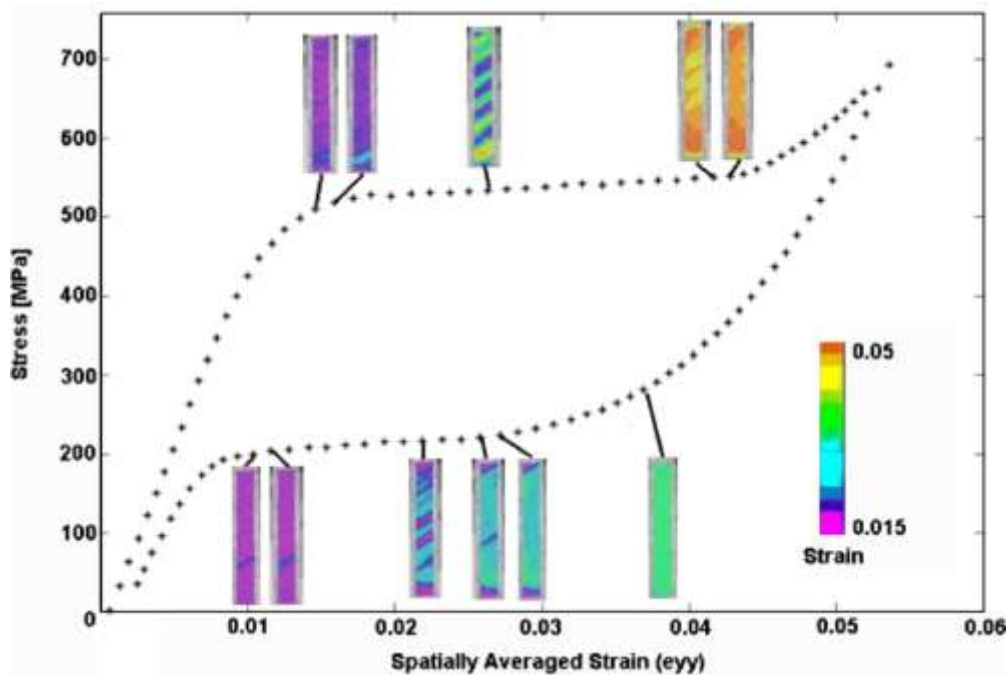


Figure 3-10 : Evolution de la déformation longitudinale lors d'un essai de traction superélastique (NiTi) observée par corrélation d'images (Vic-2D) sur une courbe de contrainte-déformation (Daly et al. 2007).

## 3.4. Configurations d'essais

### 3.4.1. Essais de traction avec extensomètre

Les essais de traction ont été réalisés en utilisant une machine d'essai à vis sans fin MTS20/M avec un capteur de force de 100 kN (Figure 3-11). L'éprouvette utilisée est une éprouvette haltère d'épaisseur  $e = 2,5 \text{ mm}$ , de largeur  $l = 10 \text{ mm}$  et de longueur utile  $L = 30 \text{ mm}$  (Figure 3-12).



La machine est équipée d'une enceinte thermique permettant de couvrir une plage de températures de  $-75^{\circ}\text{C}$  à  $150^{\circ}\text{C}$ . Durant l'essai, la température est contrôlée à l'aide d'un thermocouple maintenu au contact de l'éprouvette. L'enceinte permet d'avoir une température uniforme de l'éprouvette pendant le chargement.

La déformation dans la direction longitudinale est mesurée au moyen d'un extensomètre positionné au centre de l'éprouvette.

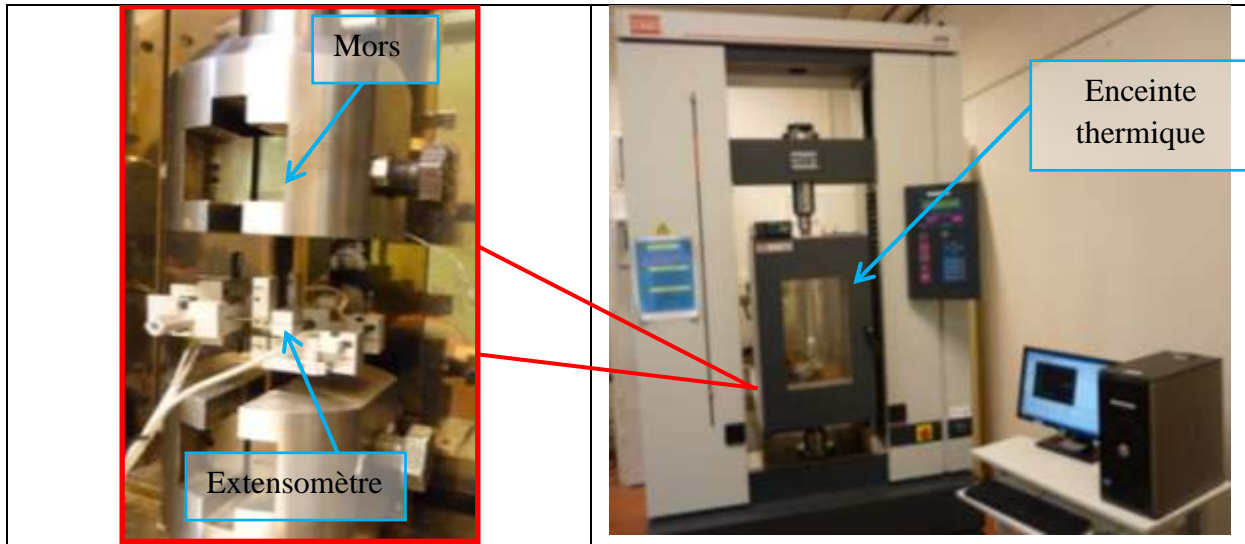


Figure 3-11 : Dispositif expérimental pour les essais de traction simple en température sur machine « MTS20/M », mesures des déformations par extensomètre.

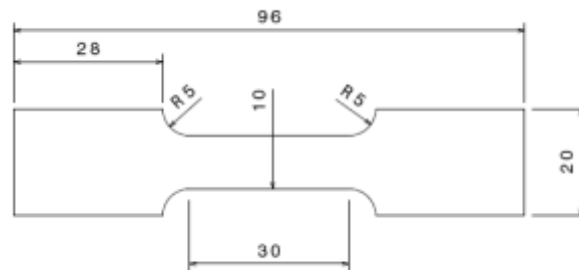


Figure 3-12 : Géométrie de l'éprouvette de traction simple (et de compression).

Les différentes éprouvettes ont été découpées par jet d'eau. Le choix de ce procédé permet de minimiser les contraintes résiduelles et/ou les modifications métallurgiques introduites au cours de cette étape.

### 3.4.2. Essais de traction avec corrélation d'images

La machine utilisée pour réaliser ces essais est une machine servo-hydraulique multiaxiale INSTRON équipée de vérins d'une capacité de 50 kN. Cette machine est équipée de cinq vérins, quatre vérins horizontaux et un vérin vertical. C'est le vérin vertical qui a été utilisé pour les essais uniaxiaux. Cet axe dispose d'une cellule de force de 100 kN et d'un capteur de déplacement de type LVDT dont la course maximale est de  $\pm 125$  mm (Figure 3-13).

Les essais ont été réalisés dans une enceinte thermique INSTRON SFL 3119-408 couvrant une gamme de travail de  $-100\text{ }^{\circ}\text{C}$  à  $600\text{ }^{\circ}\text{C}$ , équipée d'un régulateur Eurotherm. La porte de l'enceinte possède une fenêtre avec un vitrage spécial qui permet de prendre des images de l'éprouvette pendant l'essai (Figure 3-13). La température est contrôlée par un thermocouple K, placé au contact du mors inférieur et couplé à un afficheur numérique. Les températures choisies pour ces essais sont  $30\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $40\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $50\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $60\text{ }^{\circ}\text{C}$  et  $70\text{ }^{\circ}\text{C}$ . L'incertitude sur la température mesurée est estimée à  $2\text{ }^{\circ}\text{C}$ . La géométrie des éprouvettes est donnée Figure 3-12.

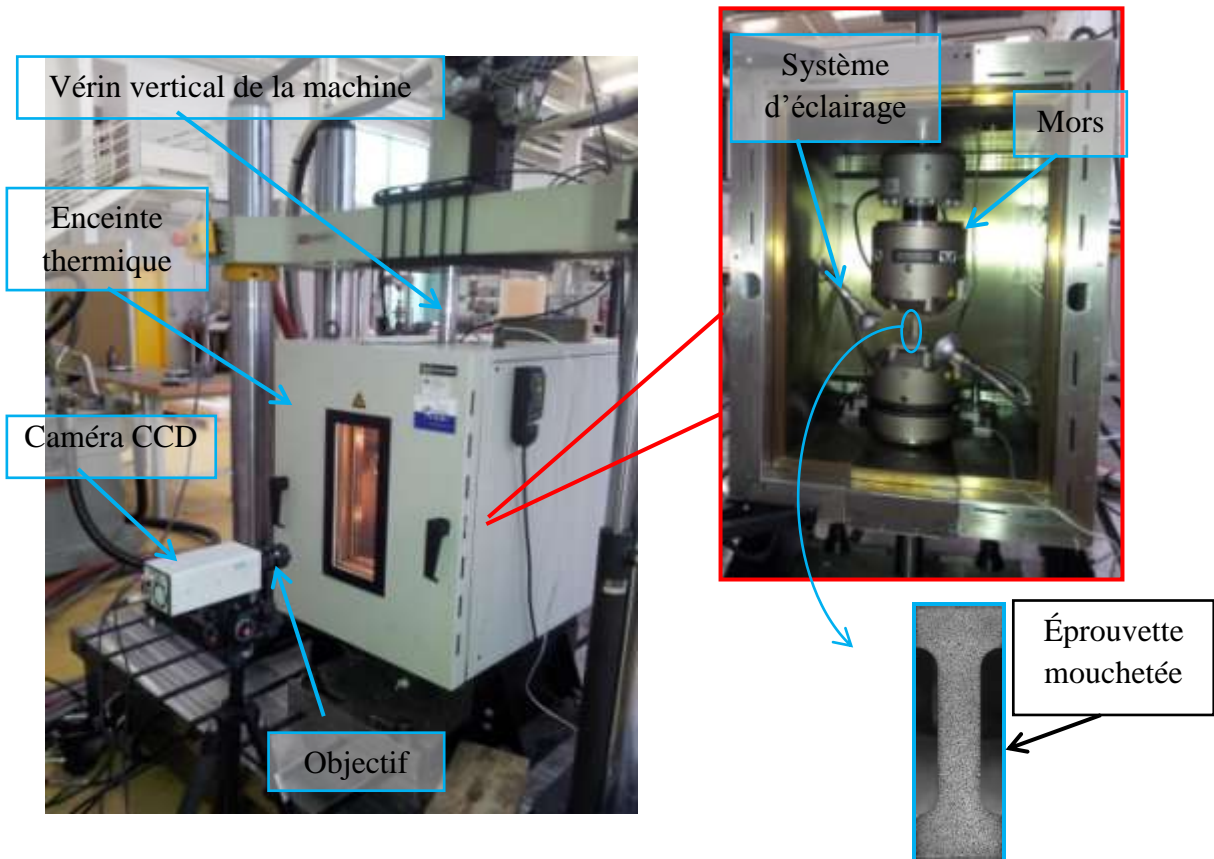


Figure 3-13 : Dispositif expérimental pour les essais de traction simple sur machine « INSTRON », mesures de déformations par corrélation d'images à travers la vitre de la porte de l'enceinte.

Avant le lancement des premiers essais de traction, quelques images de la zone utile, à l'état non déformé, sont prises successivement dans les conditions d'essai, afin de déterminer l'erreur de mesure sur les déformations. Cette démarche correspond aussi à la validation de la procédure expérimentale et en particulier de l'emploi de la corrélation d'images à travers la vitre de l'enceinte thermique. La Figure 3-14 montre les valeurs des champs de déformation, qui correspondent à une estimation de l'erreur réelle en déformation : localement elle est au maximum de  $0,02\%$ . Cette erreur moyennée sur la zone calibrée de l'éprouvette n'est plus que de  $0,003\%$ . Cette valeur peut être assimilée à l'erreur sur les déformations reportées sur les courbes de traction uniaxiale.

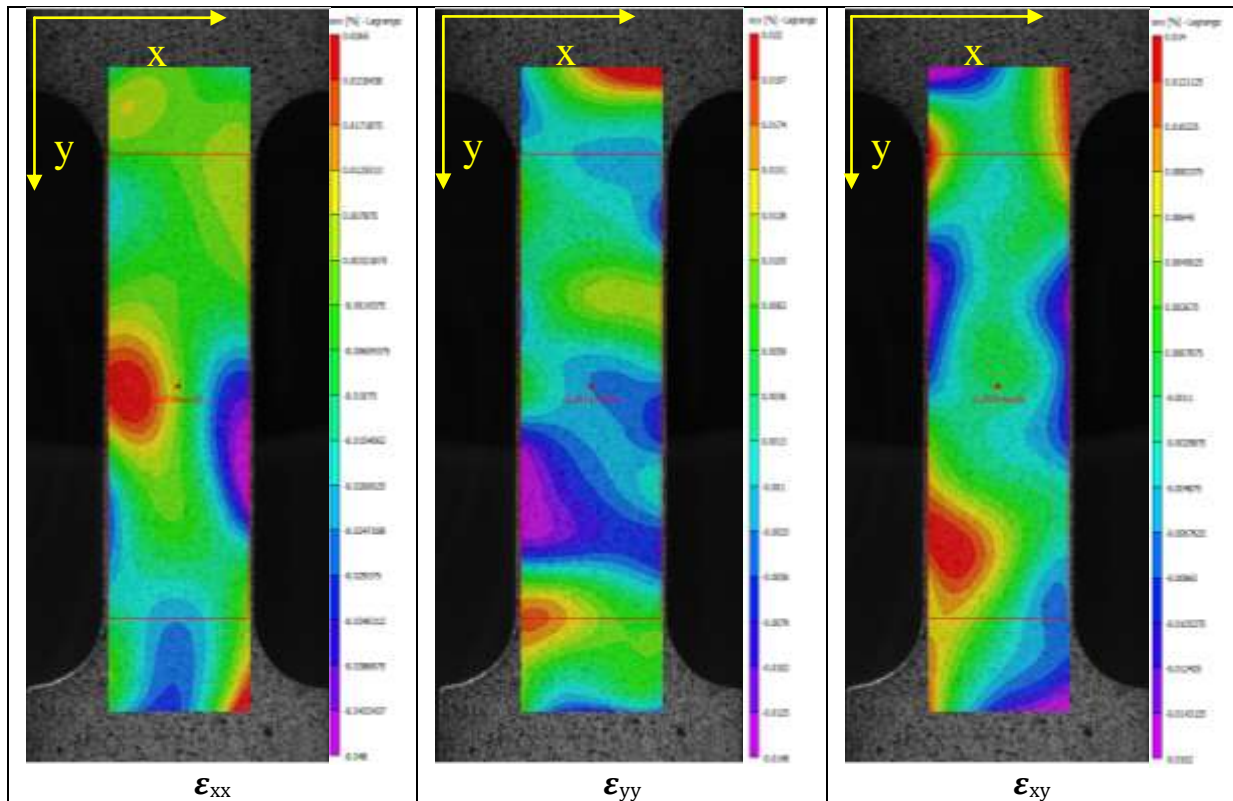


Figure 3-14 : Erreurs en déformation calculées entre deux images à l'état non déformé par corrélation d'images avec Vic-2D. Eprouvette de traction simple en NiTi, température 60°C. Taille de l'image 16 pixels, espacement 8 pixels, taille du pixel 0,06 mm.

Il est évident que les valeurs d'erreur dépendent des conditions expérimentales : du mouchetis déposé sur l'éprouvette et des conditions d'éclairage, des conditions de prise de vue, des paramètres de corrélation et de la température d'essai. Les conditions expérimentales sont souvent très proches de celles qui ont été adoptées ici et donc l'erreur moyenne en déformation est généralement de l'ordre de 0,003 %.

### 3.4.3. Essais de compression avec corrélation d'images

La même géométrie d'éprouvette (Figure 3-12) a été utilisée pour les essais de compression simple et pour les essais de traction. Les essais de compression ont été réalisés à l'aide d'un dispositif expérimental particulier conçu et réalisé dans le cadre de la thèse de Bagher Mohammad Sadeghi (Mohammad Sadeghi 2010) au centre Arts et Métiers ParisTech de Metz. Ce montage permet d'empêcher ou au moins de retarder le flambement de l'éprouvette. Il permet aussi d'utiliser une caméra pour prendre des images d'une partie de l'éprouvette pour pouvoir calculer les déformations par corrélation d'images.

Les mors qui assurent le positionnement de l'éprouvette sont parfaitement guidés par les rails verticaux dotés de glissières en bronze auto-lubrifiées. Ces dernières permettent de réduire considérablement les frottements dus au contact des mors avec les rails (Figure 3-15-c).

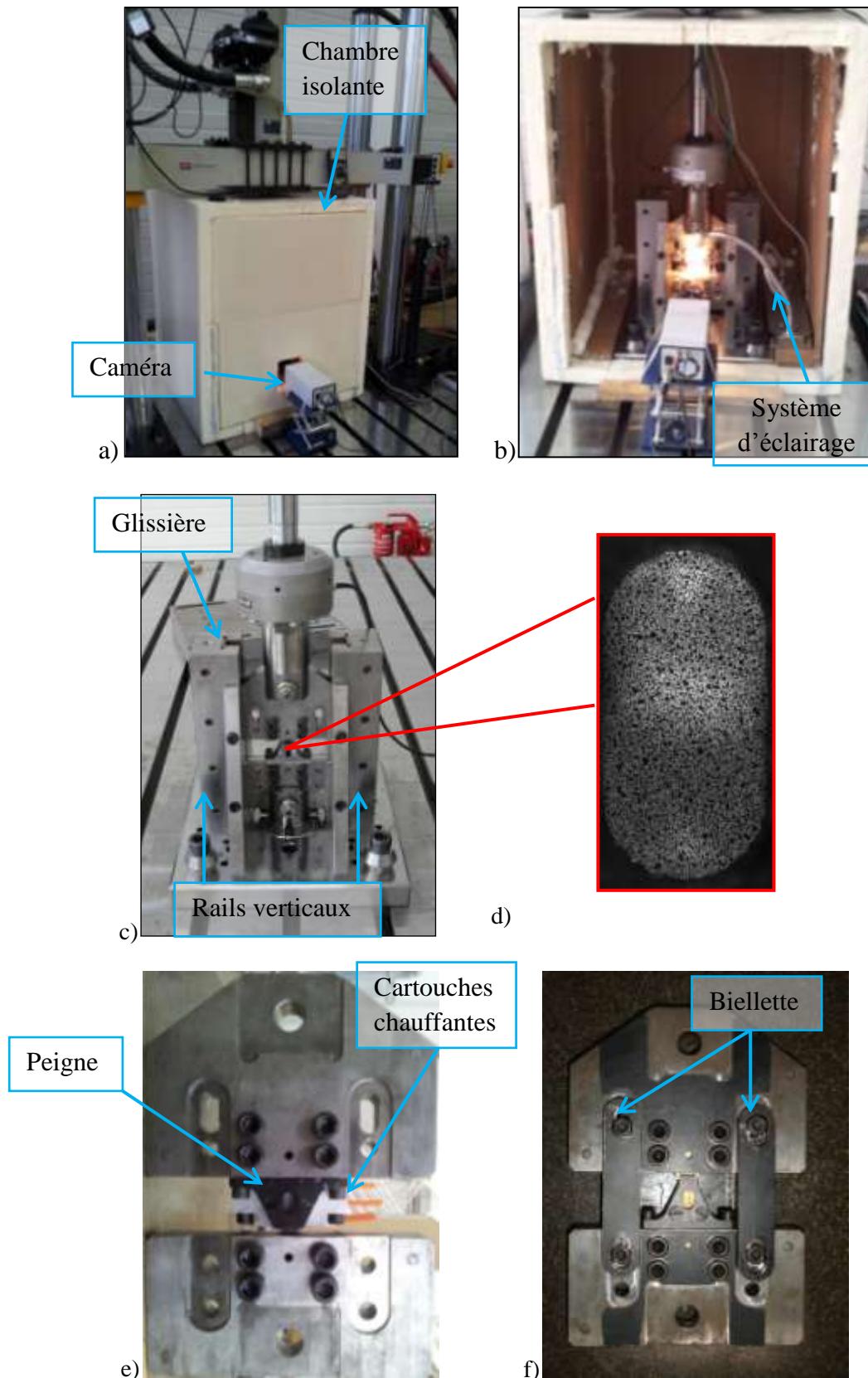


Figure 3-15 : Dispositif expérimental pour les essais de compression simple, essais couplés aux mesures de champs de déplacement par corrélation d'images.

L'éprouvette est montée dans les mors striés (deux demi mors supérieurs et deux demi mors inférieurs) dont le serrage a été optimisé pour assurer un maintien efficace. Les mors possèdent chacun une empreinte correspondant sensiblement à une demi épaisseur de la tête d'amarrage, ainsi un positionnement optimal de l'éprouvette est assuré. Le couple de serrage sur chacune des vis (70 N.m) est assuré par des vis CHC de qualité supérieure. Après assemblage sur un établi, les biellettes (Figure 3-15-f), qui rendent solidaires les deux mors, sont ajoutées. Elles permettent toutes les manipulations ultérieures de l'ensemble mors et éprouvette sans solliciter cette dernière. Ce dispositif facilite la mise en place de l'ensemble dans les rails qui assurent un parfait guidage et un bon alignement dans l'axe de traction de la machine. Ensuite, le mors supérieur est relié à la chape supérieure vissée et centrée sur la cellule de force. De la même manière le mors inférieur est lié à la chape inférieure, elle-même solidaire de la semelle du montage. Ces deux liaisons sont assurées par des goupilles traversant à la fois les chapes et les mors. La semelle du montage est solidement fixée sur la table de la machine. Il ne reste plus qu'à enlever les biellettes rendant solidaires les deux mors pour commencer l'essai de compression.

Les essais de compression nécessitent l'emploi de deux peignes (Figure 3-15-e) fixés sur le mors inférieur et permettant d'éviter le flambement de l'éprouvette lors de la compression. Un trou oblong a été usiné sur les deux peignes pour permettre la capture des images dans la zone centrale de l'éprouvette (Figure 3-15-d). Une modification du montage a été nécessaire pour avoir la possibilité de faire des essais en température, les peignes ont été usinés de nouveau pour pouvoir introduire trois cartouches chauffantes de forme tubulaire, permettant ainsi d'avoir une répartition homogène de la température sur toute la surface en contact avec l'éprouvette sollicitée. Une pâte thermique a été appliquée sur cette surface pour augmenter la conductivité thermique et éviter la présence d'air. Un thermocouple est placé entre la surface de l'éprouvette et les cartouches chauffantes pour la commande de la température, et un second est au contact de l'éprouvette pour le contrôle de la température. Cartouches et thermocouples sont raccordés à une armoire électrique de régulation. Le montage est isolé dans une chambre en polystyrène pour limiter les pertes de chaleur (Figure 3-15-a et b).

Le montage s'installe sur la machine INSTRON. Les essais se déroulent en trois étapes :

1. Préparation des éprouvettes et pulvérisation du mouchetis (voir paragraphe 3.3.2).
2. Préparation du montage :
  - L'éprouvette est placée entre les mors,
  - L'ensemble est ensuite glissé dans les rails sur le socle, solidaire de la table de la machine,
  - Mis en place de l'éclairage de l'éprouvette et de l'isolation de l'ensemble du montage,
  - Chauffage de l'éprouvette jusqu'à une température homogène donnée,
  - Installation de la caméra (Figure 3-15-a).
3. L'acquisition des images se fait dans les mêmes conditions que pour l'essai de traction simple. Les champs de déplacement et de déformation sont calculés en post-traitement, pour chaque essai.

L'analyse de la déformation ne peut se faire que sur la surface laissée visible par le trou oblong (Figure 3-15-d).

### 3.4.4. Essais Meuwissen

La géométrie d'une éprouvette Meuwissen (Figure 3-16) a été choisie dans le but d'avoir différents types de gradients de déformation (uniaxiale, biaxiale et de cisaillement) sur un seul essai.

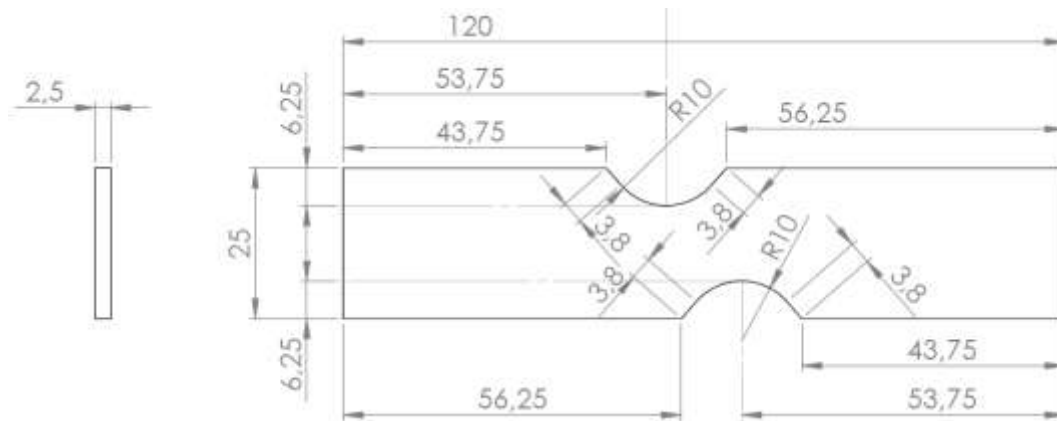


Figure 3-16 : Géométrie de l'éprouvette dite Meuwissen.

La procédure expérimentale est la même que pour les essais de traction simple, les déformations sont mesurées par corrélation d'images. L'éprouvette est pincée dans les mors de la machine sur une longueur de 30 mm.

### 3.4.5. Essais biaxiaux

Les essais biaxiaux ont été effectués sur la machine servo-hydraulique multiaxiale « INSTRON » (Figure 3-17). Cette machine est équipée de cinq vérins chacun d'une capacité de 50 kN. Seuls les quatre vérins horizontaux sont utilisés pour ces essais. Les tiges des vérins sont guidées par des paliers, dimensionnés pour supporter le flambement lors d'un essai de compression et les efforts radiaux induits par les autres vérins en cours d'essai. Chaque vérin est équipé de deux capteurs : une cellule de force de 100 kN et un capteur de déplacement (LVDT). Deux configurations d'asservissement sont possibles :

- asservissement classique (régulation non modale) : chaque vérin est piloté indépendamment des autres en position ou en force.
- asservissement couplé (régulation modale) : chaque vérin est asservi en force ou en déplacement à son opposé, il y a composition de deux groupes de test (Nord-Sud et Est-Ouest) qui sont pilotés indépendamment. La régulation modale a pour but de garantir que le centre de l'éprouvette ne bouge pas (somme des déplacements des vérins opposés nulle).

Les essais biaxiaux présentés dans le chapitre suivant ont été réalisés avec un asservissement couplé en déplacement sur chaque ligne de vérins (régulation modale).

Ces essais emploient un système de chauffage (Figure 3-17) par contact direct, réalisé au laboratoire. Le chauffage se fait par l'intermédiaire d'une pièce cylindrique dans laquelle a été introduite une cartouche chauffante tubulaire. Un thermocouple est placé entre la surface de l'éprouvette et la cartouche chauffante, il est utilisé pour la commande de la température. Un second thermocouple est placé au contact de l'éprouvette pour le contrôle de la température. Cartouche et thermocouples sont raccordés à une armoire électrique de régulation. Une pâte thermique est appliquée sur la surface en contact avec l'éprouvette pour augmenter la conductivité thermique et éviter la présence d'air.

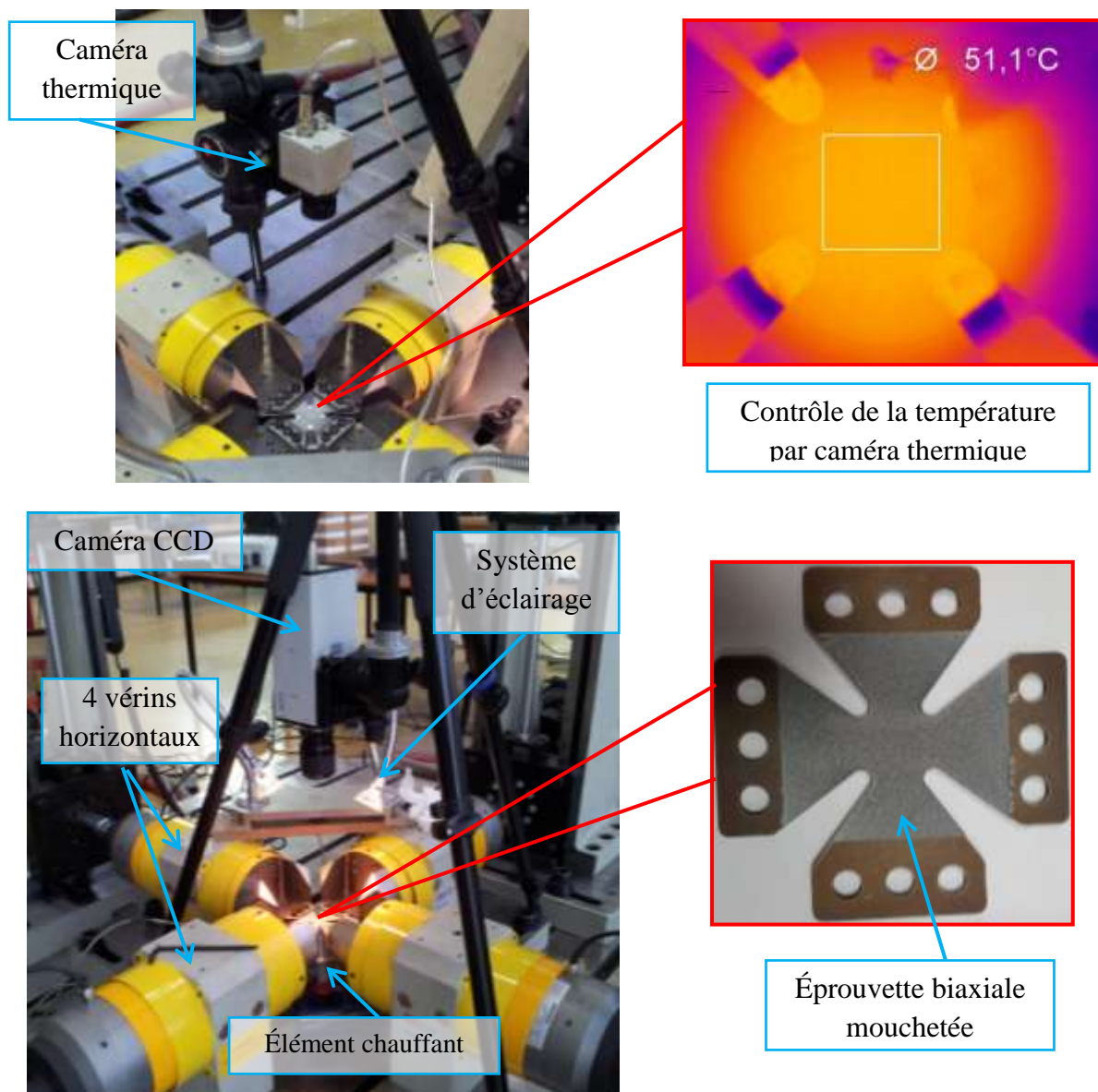


Figure 3-17 : Dispositif expérimental pour les essais biaxiaux en température sur plateforme multiaxiale INSTRON, chauffage par contact direct et contrôle de la température par caméra thermique avant sollicitation. Essais avec mesure de champs par corrélation d'images.

Ces essais se déroulent en trois étapes :

1. Préparation des éprouvettes et pulvérisation du mouchetis.
2. Préparation du montage :
  - L'éprouvette montée dans les mors est mise en contact avec l'élément chauffant. Elle doit rester en contact tout au long de l'essai.
  - L'éprouvette est chauffée jusqu'à avoir une répartition homogène de la température sur toute la partie centrale de l'éprouvette.
  - Le champ de températures dans l'éprouvette est contrôlé par une caméra thermique.
  - La caméra thermique est remplacée par la caméra CCD.
3. L'acquisition des images se fait dans les mêmes conditions que pour l'essai de traction simple. Les champs de déplacement et de déformation sont calculés en post-traitement, pour chaque essai.

### 3.5. Conclusion

Le matériau de cette étude est un alliage de NiTi. Le traitement thermique choisi permet d'avoir un comportement superélastique mais à partir de 30°C. Les différentes configurations d'essais pour la caractérisation du matériau ont été décrites : géométries d'éprouvette (altère, Meuwissen et cruciforme), machines d'essai (uniaxiale et multiaxiale), systèmes de chauffage, procédures d'extraction et de traitement des résultats.

La géométrie complexe de certaines éprouvettes, l'hétérogénéité des champs de déformations nécessite l'utilisation de techniques de mesure de champs cinématiques. Le principe de la corrélation d'images a été détaillé. Une attention particulière a été portée sur la description du logiciel utilisé (Vic-2D). Pour certains essais en température les images doivent être prises à travers la vitre de l'enceinte thermique. Il a été montré que, dans ces conditions particulières, la qualité des mesures de déformations n'est pas affectée.

Les résultats des différents essais de caractérisation du comportement superélastique à plusieurs températures sont présentés dans le chapitre suivant.

### 3.6. Bibliographie

*(Autuori et al. 2006) Autuori B., Bruyere-Garnier K., Morestin F., Brunet M. et Verriest J.P (2006). Finite element modeling of the head skeleton with a new local quantitative assessment approach. IEEE Transactions on Biomedical Engineering 53(7), 1225-1232.*

*(Avril et al. 2008) Avril S., Pierron F., Sutton M.A., Yan J. (2008). Identification of elasto-visco-plastic parameters and characterization of Luders behavior using digital image correlation and the virtual fields method. Mechanics of Materials 40, 729-742.*



(Besnard et al. 2006) Besnard G., Hild F. et Roux S. (2006) "Finite-Element" displacement fields analysis from digital images: application to Portevin-le-Châtelier bands. *Exp Mech* 46, 789-803.

(Bornert et al. 2009) Bornert M., Brémand F., Doumalin P., Dupré J. C., Fazzini M., Grédiac M., Hild F., Mistou S., Molimard J., Orteu J. J., Robert L, Surrel Y., Vacher P. et Wattrisse B. (2009). Assessment of digital image correlation measurement errors: methodology and results. *Experimental Mechanics* 49, 353-370.

(Chevalier et al. 2001) Chevalier L., Calloch S., Hild F. et Marco Y. (2001). Digital Image Correlation used to Analyze the Multiaxial Behavior of Rubber-Like Materials. *Eur. J. Mech. A/Solids* 20, 169-87.

(Daly et al. 2007) Daly S., Ravichandran G., Bhattacharya K. (2007). Stress-induced martensitic phase transformation in thin sheets of Nitinol. *Acta Materialia* 55, 3593–3600.

(Dumoulin et al. 2010) Dumoulin S., Louche H., Hopperstad O.S. et Børvik T. (2010). Heat sources, energy storage and dissipation in high-strength steels: Experiments and modelling, *European Journal of Mechanics A/Solids* 29, 461-474.

(Doumalin 2000) Doumalin P. (2000). Microextensométrie locale par corrélation d'images numériques-Application aux études micromécaniques par microscopie électronique à balayage. Thèse de doctorat, Ecole Polytechnique (LMS, France).

(Fazzini 2009) Fazzini M. (2009). Développement de méthodes d'intégration des mesures de champs. Thèse de doctorat, INP Toulouse.

(Forquin et al. 2004) Forquin P., Rota L., Charles Y. et Hild F. (2004). A method to determine the macroscopic toughness scatter of brittle materials, *International Journal of Fracture* 125 (1), 171-187.

(Garcia et al. 2002) Garcia D., Orteu J.-J. et Penazzi L. (2002). A combined temporal tracking and stereo-correlation technique for accurate measurement of 3D displacements : Application to sheet metal forming. *Journal of Materials Processing Technology* 125-126, 736-742.

(Grégoire et al. 2011) Grégoire D., Loh O., Juster A. et Espinosa H.D. (2011). In-situ AFM experiments with discontinuous DIC applied to damage identification in biomaterials. *Experimental mechanics* 51(4), 591-607.

(Grytten et al. 2009) Grytten F., Daiyan H., Polanco-Loria M., Dumoulin S. (2009). Use of digital image correlation to measure large-strain tensile properties of ductile thermoplastics. *Polymer Testing* 28, 653–660.

(Hild et Roux 2008) Hild F. et Roux S. (2008). CORRELI-Q4: A software for "Finite-element" displacement field measurements by digital image correlation. Internal report n°269, LMT Cachan, France.

(Kalina et al. 2012) Kalina M., Simcak F., Hagara M., Schrotter M. et Stamborska M. (2012). *The Use of the Experimental Optical Technique for Investigation of Shear Strains of the Samples Exposed to Shear Stress Beyond the Yield Point. Procedia Engineering 48, 264-272.*

(Kim et Daly 2011) Kim K., Daly S. (2011). *Martensite Strain Memory in the Shape Memory Alloy Nickel-Titanium Under Mechanical Cycling. Experimental Mechanics 51, 641-652.*

(Lackmann et al. 2011) Lackmann J., Niendorf T., Maxisch M., Grundmeier G. et Maier H.J. (2011). *High-resolution in-situ characterization of the surface evolution of a polycrystalline NiTi SMA-alloy under pseudoelastic deformation. Materials Characterization 62, 298–303.*

(Lagattu 2004) Lagattu F., Brillaud J. et Lafarie-Frenot M. (2004). *High strain gradient measurements by using digital image correlation technique. Materials Characterization 53 (1), 17– 28.*

(Lecompte et al. 2006) Lecompte D., Smits A., Bossuyt S. et Sol H. (2006). *Quality assessment of speckle patterns for digital image correlation. Optic Laser Eng 44, 1132-1145.*

(Lu et Cary 2000) Lu H. et Cary, P. D. (2000). *Deformation measurements by digital image correlation: implementation of a second-order displacement gradient. Experimental mechanics 40(4), 393-400.*

(Maynadier et al. 2012) Maynadier A., Poncelet M., Lavernhe-Taillard K. et Roux S. (2012). *One-shot measurement of thermal and kinematic fields: infrared image correlation (IRIC). Experimental mechanics, 52(3), 241-255.*

(Merzouki et al. 2010) Merzouki T., Collard C., Bourgeois N., Ben Zineb T. et Meraghni F. (2010). *Coupling between measured kinematic fields and multicrystal SMA finite element calculations. Mech Mat 42, 72-95.*

(Mistou et al. 2003) Mistou S., Karama M., Dalverny O., Siguier J.-M. et Guigue-Joguet P. (2003). *Mesure 3D sans contact des déplacements et déformations sur des films plastiques transparents par stéréo-corrélation. Mécanique & Industries 4, 637-643.*

(Mohammad Sadeghi 2010) Mohammad Sadeghi B. (2010). *Analyse et Identification du comportement mécanique d'aciers à effet TRIP à partir de mesures de champs cinématiques. Thèse de doctorat, ARTS et METIERS PARIS TECH, Centre de Metz.*

(Pan et al. 2009) Pan B., Qian K., Xie H. et Asundi A. (2009). *Two-dimensional digital image correlation for in-plane displacement and strain measurement: a review. Measurement science and technology journal 20, 1-17.*

(Rastogi 2000) Rastogi P. K. (2000). *Digital speckle pattern interferometry and related techniques. Digital Speckle Pattern Interferometry and Related Techniques, (Editor), ISBN 0-471-49052-0. Wiley-VCH 1.*

(Ruiz et al. 2011) Ruiz P.D., Huntley J.M. et Coupland J.M. (2011). *Depth-resolved imaging and displacement measurement techniques viewed as linear filtering operations. Experimental mechanics 51(4), 453-465.*

(Sanchez-Arévalo et al. 2008) Sanchez-Arévalo F.M. et Pulos G. (2008). Use of digital image correlation to determine the mechanical behaviour of materials. *Mat Charact* 59, 1572-1579.

(Sanchez-Arévalo et al. 2009) Sanchez-Arévalo F.M., Garcia-Fernandez T., Pulos G. et Villagran-Muniz M. (2009). Use of digital speckle pattern correlation for strain measurements in a CuAlBe shape memory alloy. *Mat Charact* 60, 775-782.

(Surrel 1998) Surrel J. et Surrel Y. (1998). The fringe projection technique for shape acquisition of live biological objects. *Journal of Optics* 29 (1), 6-13.

(Sutton et al. 1986) Sutton M. A., Cheng M., McNeill S. R., Chao Y. J. et Peters W. H. (1986). Application of an optimized digital image correlation method to planar deformation analysis. *Image and Vision Computing* 4 (3), 143-150.

(Sutton 2004) Sutton M. A. (2004). Recent developments and trends in measurements from the macro-scale to reduced length scales. In *du Colloque Photomécanique*, 1-8.

(Sutton et al. 2007a) Sutton M. A., Li N., Joy D. C., Reynolds A. P. et Li X. (2007). Scanning electron microscopy for quantitative small and large deformation measurements Part I: SEM imaging at magnifications from 200 to 10,000. *Experimental Mechanics* 47(6), 775-787.

(Sutton et al. 2007b) Sutton M. A., Li N., Garcia D., Cornille N., Orteu J. J., McNeill S. R. et Reynolds A. P. (2007). Scanning electron microscopy for quantitative small and large deformation measurements Part II: experimental validation for magnifications from 200 to 10,000. *Experimental Mechanics* 47(6), 789-804.

(Sutton et al. 2008) Sutton M.A., Yan J.H., Tiwari V., Schreier H.W. et Orteu J.J. (2008). The effect of out-of-plane motion on 2D and 3D digital image correlation measurements. *Optic Laser Eng* 46, 746-757.

(Sutton et al. 2009) Sutton M. A., Orteu J.-J. et Schreier H. W. (2009) *Image correlation for shape, motion and déformation measurements*. Livre paru aux Editions Springer.

(Tong 2005) Tong W. (2005). An evaluation of digital image correlation criteria for strain mapping applications. *Strain* 41, 167-175.

(Xu et al. 2011) Xu Z.H., Jin H., Lu W.Y., Sutton M.A. et Li X. (2011). Influence of Scanning Rotation on Nanoscale Artificial Strain in Open-Loop Atomic Force Microscopy. *Experimental mechanics* 51(4), 619-624.

(Wang et al. 2007) Wang Z.Y., Li H.Q., Tong J.W. and Ruan J.T. (2007). Statistical Analysis of the Effect of Intensity Pattern Noise on the Displacement Measurement Precision of Digital Image Correlation Using Self-correlated Images, *Experimental Mechanics* 47, 701-707.

(Wang et al. 2009) Wang Y.Q., Sutton M.A., Bruck H.A. et Schreier H.W. (2009). Quantitative error assessment in pattern matching: effects of intensity pattern noise, interpolation, strain and image contrast on motion measurements. *Strain* 45, 160-178.



## **4. Résultats de la caractérisation du comportement du NiTi**

4.1.	Introduction .....	86
4.2.	Essais uniaxiaux en température .....	86
4.2.1.	Essais de traction avec extensomètre .....	86
4.2.2.	Essais de traction avec corrélation d'images.....	87
4.2.3.	Essais de compression avec corrélation d'images.....	94
4.3.	Essais Meuwissen.....	95
4.4.	Essais biaxiaux .....	100
4.5.	Conclusion.....	114
4.6.	Bibliographie .....	115

## 4.1. Introduction

Dans ce chapitre sont présentés les résultats des essais de caractérisation du comportement superélastique du NiTi à plusieurs températures et sous différents chargements : simple ou complexe, uniaxial ou biaxial. Les conditions d'essais ont été détaillées dans le chapitre précédent.

La première partie est consacrée au comportement sous chargement uniaxial en traction et compression. Dans la deuxième partie, sont exposés les résultats des essais de traction (hétérogènes) sur éprouvette Meuwissen. La troisième et dernière partie contient les résultats portant sur le comportement du matériau sous chargement biaxial (traction équibiaxiale et traction compression). L'utilisation systématique de la corrélation d'images permet de suivre l'évolution des champs de déformations et en particulier la localisation de la transformation martensitique. Le dépouillement des essais hétérogènes (biaxiaux et Meuwissen) par corrélation d'images offre une multitude d'informations et la possibilité d'étudier l'influence du trajet de chargement sur le comportement du matériau.

## 4.2. Essais uniaxiaux en température

### 4.2.1. Essais de traction avec extensomètre

Les essais de traction uniaxiale ont été pilotés en effort à une vitesse de 2000 N/min jusqu'à rupture. Le comportement superélastique du matériau a été caractérisé à trois températures différentes : 50°C, 60°C et 70°C. Les courbes contrainte - déformation longitudinales ( $\epsilon_{11}$ ) résultant de ces trois essais de traction sont présentées dans la Figure 4-1.

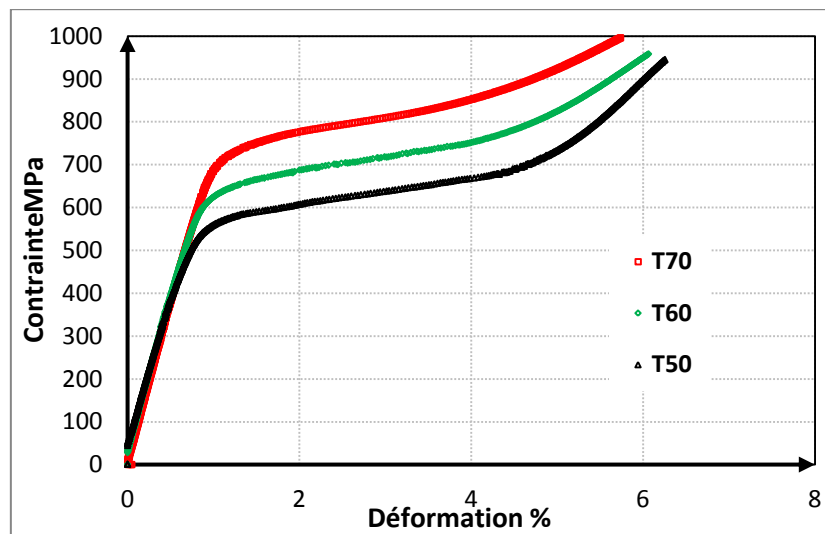


Figure 4-1 : Courbes du comportement superélastique du NiTi en traction uniaxiale à trois températures 50°C, 60°C et 70°C, dans la direction de laminage. Contrainte - déformation longitudinales, déformation mesurée par extensomètre. Essai piloté à 2000N/min.

Ces courbes montrent que le matériau, austénitique au début du chargement, commence à se transformer à partir d'une contrainte critique pour devenir totalement martensitique à la fin de l'essai. L'essai se poursuit jusqu'à la rupture de l'éprouvette. Ces courbes permettent les observations suivantes :

- Le module élastique de l'austénite est identique pour les trois températures,
- Les modules élastiques de l'austénite et de la martensite sont différents,
- La contrainte de début de transformation augmente avec la température,
- Pendant la transformation la contrainte évolue pratiquement linéairement avec la déformation (pas de localisation de la transformation martensitique),
- La longueur du plateau de transformation est identique pour les trois températures.

Un minimum de deux températures d'essais sont nécessaires pour caractériser la dépendance du comportement superélastique avec la température.

#### 4.2.2. Essais de traction avec corrélation d'images

Afin d'évaluer plus précisément la transformation martensitique et d'observer de plus près l'évolution de la déformation de transformation dans le cas superélastique, une deuxième série d'essais de traction (cycle de traction charge-décharge) a été réalisée en utilisant cette fois-ci la méthode de mesures de champs de déformations par corrélation d'images.

Cette fois les essais ont été pilotés en vitesse de déplacement de traverse, à vitesse constante égale à 0,5 mm/min. Les éprouvettes utilisées pour ces essais de traction ont été découpées suivant deux directions différentes : direction de laminage L (0°) et direction transversale T (90°).

Les résultats des essais suivant la direction L sont présentés dans les Figures : 4-2, 4-3 et 4-4 et les résultats dans la direction T sont présentés dans les Figures 4-5 et 4-6. Les déformations correspondent aux déformations moyennes sur une zone d'environ 10 x 30mm<sup>2</sup>, au centre de la partie calibrée de l'éprouvette.

La contrainte est calculée par l'intermédiaire de la force du vérin, enregistrée durant l'essai. La contrainte est associée aux déformations moyennes mesurées par corrélation d'images, par l'intermédiaire du paramètre temps. Il est à noter que la synchronisation entre le déclenchement de l'enregistrement des images et celui de la force se fait manuellement.

##### ➤ Essai de traction, charge et décharge, dans la direction L

Les courbes (Figure 4-2) montrent les évolutions avec la contrainte appliquée des déformations dans les directions longitudinale et transversale. Le matériau est austénitique au début de l'essai : le module élastique de l'austénite n'est pas sensible à la température. Le changement de pente indique le début de la transformation : la contrainte limite de transformation augmente avec la température. La transformation martensitique n'est pas homogène dans la zone calibrée, comme le montrent les Figures 4-3 et 4-4. Durant la transformation, la contrainte est quasiment constante : un plateau est observé sur la courbe de comportement.

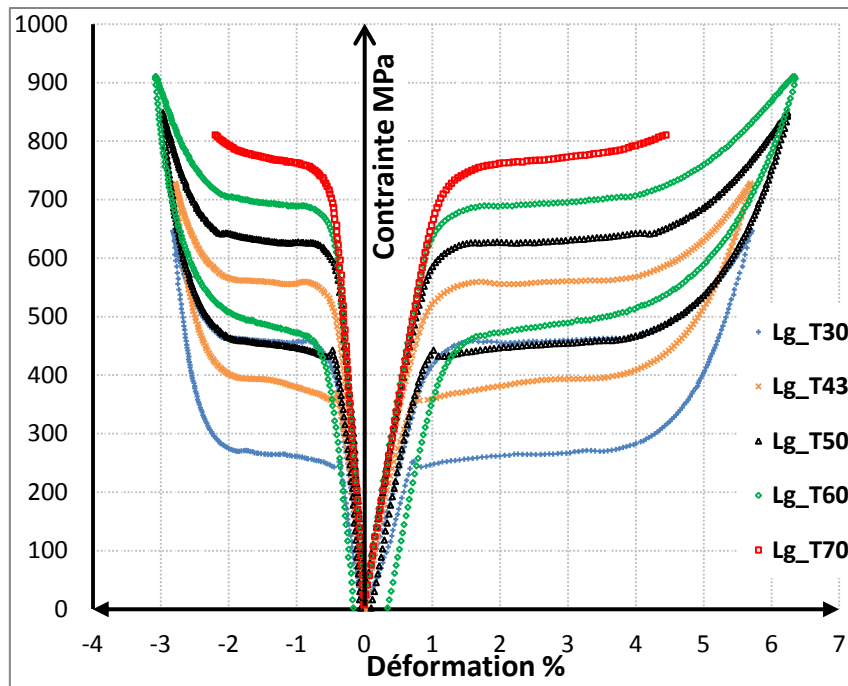


Figure 4-2 : Courbes du comportement superélastique en traction uniaxiale de l'alliage NiTi, dans la direction L à cinq températures (30°C, 43°C, 50°C, 60°C et 70°C) : Contrainte longitudinale en fonction des déformations longitudinale ( $\epsilon_{11}$ ) et transversale ( $\epsilon_{22}$ ) mesurées par corrélation d'images (Vic-2D, moyenne sur 10 x 30 mm<sup>2</sup>).

À la fin de la transformation, la déformation est plus homogène et la pente de la courbe de comportement est plus importante. Elle est différente de celle du matériau en phase austénitique : le module élastique de l'austénite et de la martensite sont différents.

Les résultats de la corrélation d'images (Figures 4-3 et 4-4) montrent qu'au début de l'essai la déformation est uniforme sur toute la surface observée (éprouvette complètement austénitique). Ensuite, le chargement mécanique se poursuit avec une pente du plateau de transformation très faible (quasiment nulle). Au début de la transformation, la martensite apparaît d'une manière localisée, sous forme de bandes autour de 1,8 % de déformation (essai à 30°C Figure 4-3 par exemple). Celles-ci se propagent jusqu'à la fin de la transformation, où la déformation devient à nouveau homogène dans toute la surface observée. Cela indique que le matériau est totalement martensitique. La contrainte recommence à augmenter progressivement (pente de la martensite). La décharge suit un modèle semblable, elle commence par le comportement élastique de la martensite, la déformation est homogène. Le changement de pente indique le début de la transformation inverse, puis la disparition progressive et non homogène de la martensite. A la fin de la transformation inverse une décharge élastique de l'austénite est observée, la déformation devient à nouveau homogène dans toute la surface observée. Quand la contrainte est complètement relâchée une déformation résiduelle est observée (environ 0,2% pour l'essai à 60°C Figure 4-4). Elle peut être due à la martensite résiduelle ou à une déformation plastique du matériau. La déformation résiduelle augmente avec la température.



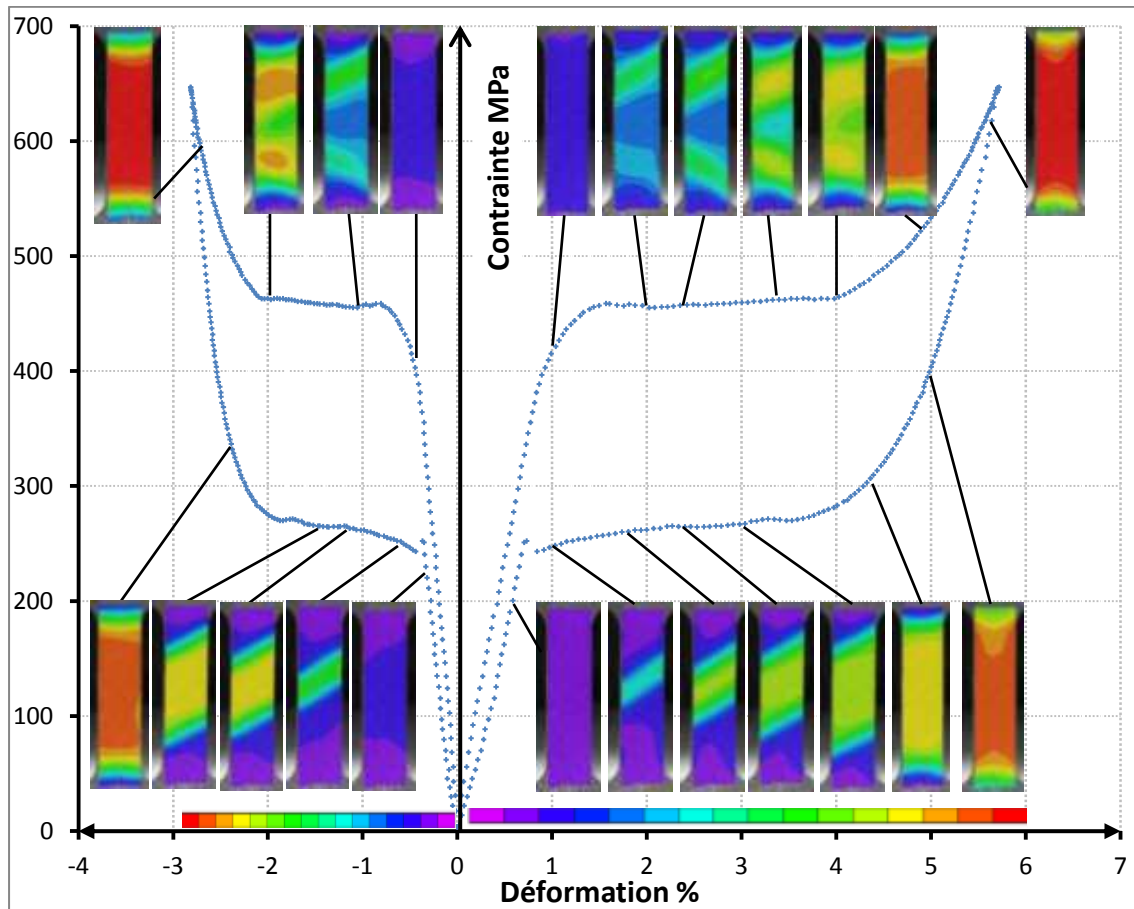


Figure 4-3 : Évolution des gradients de déformations (longitudinale ( $\epsilon_{11}$ ) et transversale ( $\epsilon_{22}$ )) au cours de la transformation martensitique lors d'un essai de traction uniaxiale superélastique de l'alliage NiTi, dans la direction L, à 30°C.

L'avantage de la mesure par corrélation d'images par rapport à l'extensomètre est qu'elle permet de suivre l'évolution de la déformation sur une grande surface. Ainsi on peut observer la localisation de la déformation et donc celle de la transformation martensitique. Lors de l'utilisation d'un extensomètre, la localisation peut parfois apparaître en dehors de la zone de mesure de l'extensomètre, et alors l'extensomètre n'indiquera plus de progression de la déformation, même si la contrainte continue d'augmenter.

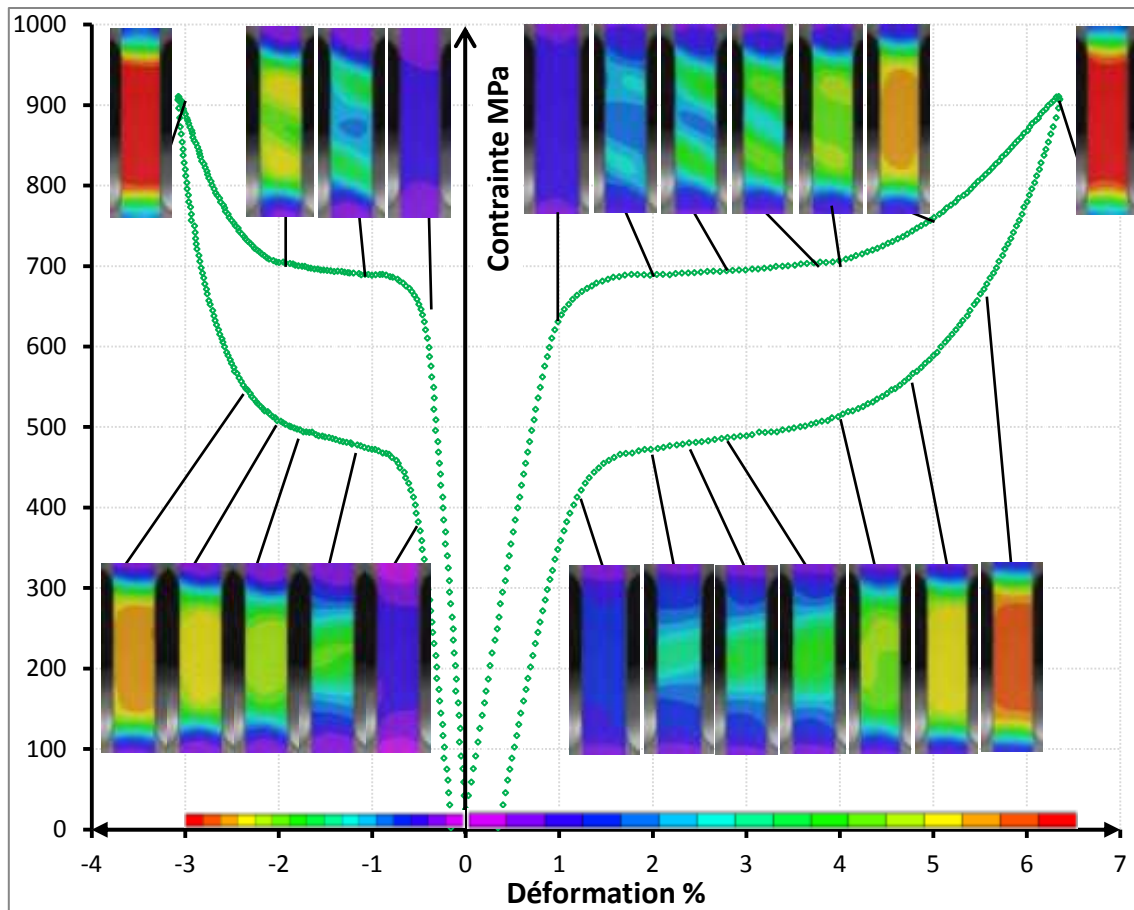


Figure 4-4 : Évolution des gradients de déformations longitudinale ( $\epsilon_{11}$ ) et transversale ( $\epsilon_{22}$ ) au cours de la transformation martensitique lors d'un essai de traction uniaxiale superélastique de l'alliage NiTi, dans la direction L, à 60°C.

#### ➤ Essais de traction, charge et décharge, dans la direction T

La Figure 4-5 montre les évolutions des déformations dans les directions longitudinale ( $\epsilon_{11}$ ) et transversale ( $\epsilon_{22}$ ) en fonction de la contrainte appliquée, pour l'essai de traction dans la direction T. Comme pour les essais dans la direction L le matériau est austénitique au début de l'essai : le module élastique de l'austénite ne varie pas sensiblement dans cette gamme de température. Le changement de pente indique le début de la transformation. Pour la direction T, il n'y a plus de localisation de la déformation durant la transformation martensitique ce qui explique que la contrainte continue de progresser (Figures 4-6), il n'y a plus vraiment de plateau de transformation.

L'observation des résultats de la corrélation d'images (Figures 4-6) montrent qu'au début de l'essai l'éprouvette est complètement austénitique avec une déformation uniforme sur toute la surface observée. La transformation débute avec une pente du plateau de transformation assez faible : la contrainte continue de progresser. Cette fois la transformation martensite apparaît d'une manière plus homogène : plus de bandes de localisation de la déformation visibles. La déformation continue de progresser avec la contrainte jusqu'à la fin de la transformation : le matériau est totalement martensitique, avec une nouvelle pente de martensite. La décharge suit un modèle semblable.

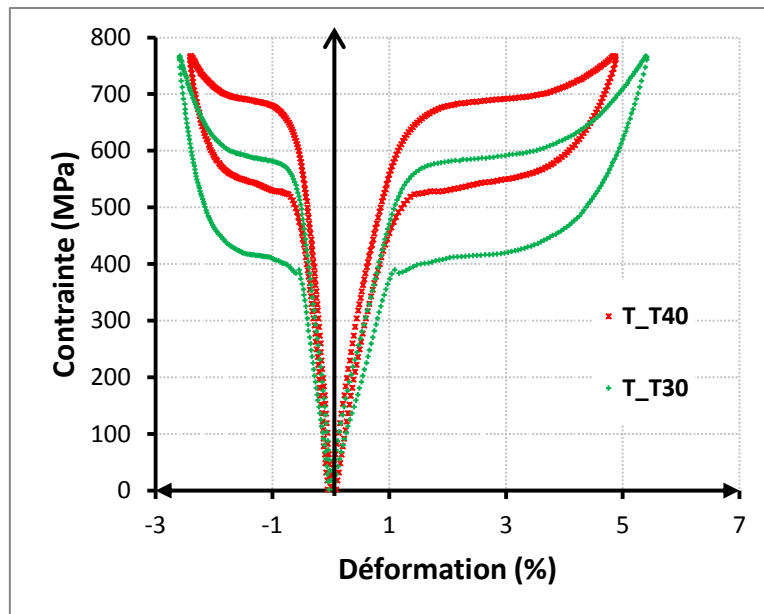


Figure 4-5 : Courbes du comportement superélastique en traction uniaxiale de l'alliage NiTi, dans la direction T à deux températures (30°C, 40°C). Contrainte longitudinale - déformations longitudinale ( $\epsilon_{11}$ ) et transversale ( $\epsilon_{22}$ ) mesurées par corrélation d'images (Vic-2D).

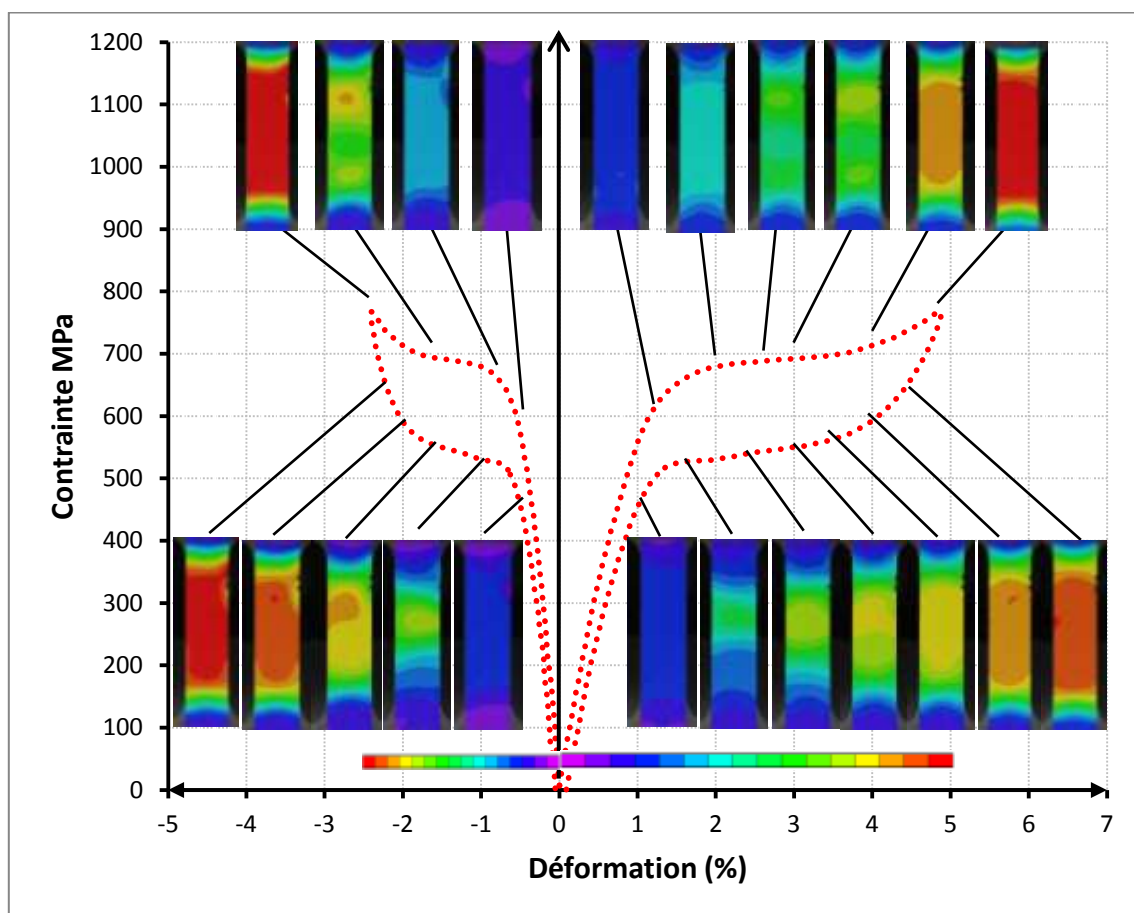


Figure 4-6 : Évolution des déformations longitudinale ( $\epsilon_{11}$ ) et transversale ( $\epsilon_{22}$ ) au cours de la transformation martensitique lors d'un essai de traction uniaxiale superélastique de l'alliage NiTi, dans la direction T, à 40°C.

La comparaison entre les courbes de comportement superélastique en traction dans les directions L et T montre qu'il y a une anisotropie importante due au procédé de fabrication. C'est le long processus industriel, nécessaire à l'obtention des tôles de fortes largeurs, qui a pour effet de structurer fortement la forme des grains (allongement dans la direction de laminage) et qui modifie l'orientation cristallographique de ces grains. Une analyse de texture par diffraction des rayons X a été réalisée sur l'alliage : la figure de pôle (annexe A) ne montre pas de texture marquée.

La Figure 4-7 qui présente la superposition des courbes obtenues à une même température mais dans les deux directions permet de voir que :

- Les pentes élastiques de la phase austénitique sont identiques,
- Les contraintes de début et fin de transformation sont plus grandes dans la direction T,
- La pente du plateau de transformation est plus élevée dans la direction T,
- La déformation de transformation (longueur du plateau) est plus importante dans la direction de laminage.

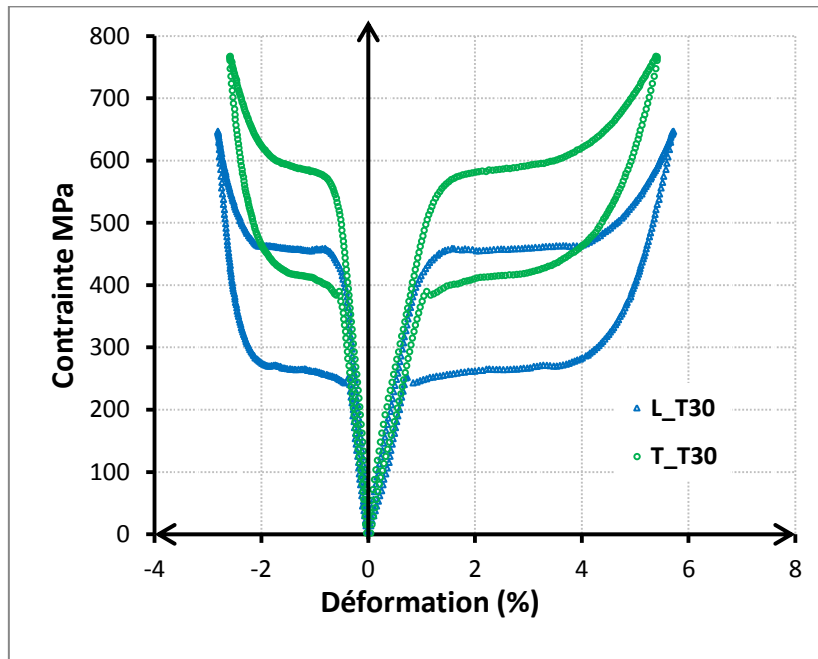


Figure 4-7 : Comparaison des courbes du comportement superélastique en traction uniaxiale de l'alliage NiTi, dans les directions L et T à 30°C. Contrainte-déformations longitudinale ( $\epsilon_{11}$ ) et transversale ( $\epsilon_{22}$ ) mesurées par la technique de corrélation d'images (Vic-2D).

#### ➤ Effet de cyclage

La Figure 4-8 montre l'effet du cyclage sur le comportement superélastique, pour un essai de traction simple à 60°C. Les contraintes de début de transformation et de fin de transformation inverse sont plus faibles au deuxième cycle, alors que la pente de transformation augmente. D'après Bouvet (Bouvet 2011) cette chute de contrainte est due à des défauts de structure qui créent des contraintes internes et favorisent ainsi l'apparition de certaines variantes de martensite.

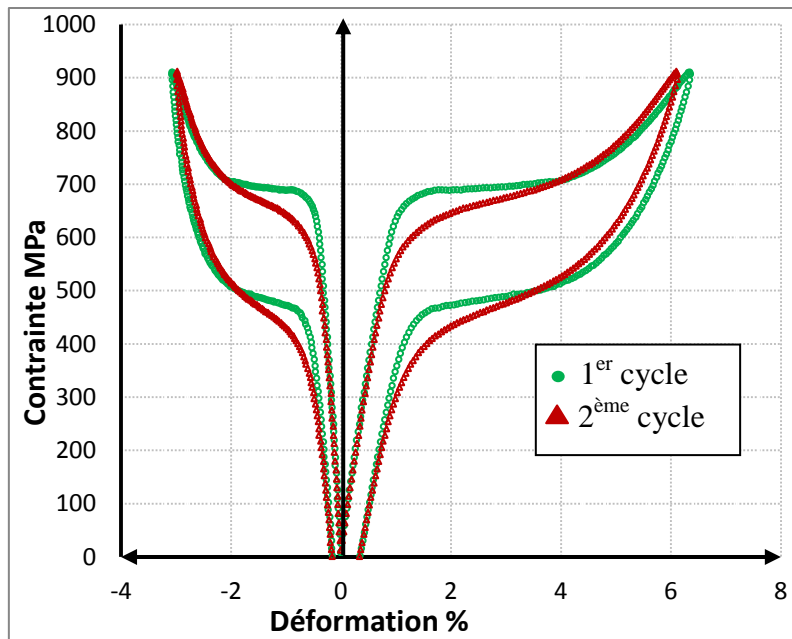


Figure 4-8 : Comportement superélastique en traction uniaxiale à 60°C : contrainte-déformation longitudinale ( $\epsilon_{11}$ ) et transversale ( $\epsilon_{22}$ ) mesurées par corrélation d'images (Vic2D), au premier et au deuxième cycle.

➤ **Effet de la vitesse de sollicitation**

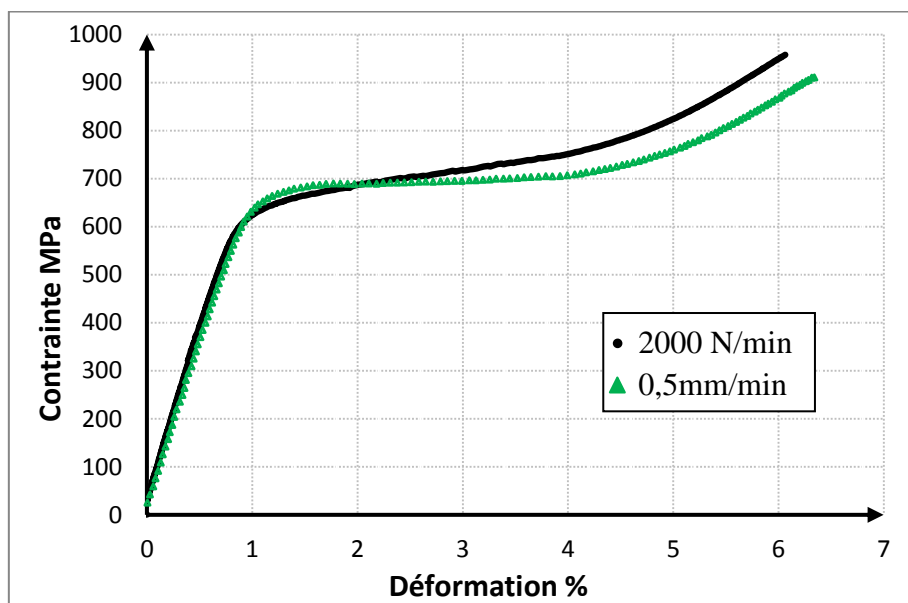


Figure 4-9 : Effet de la vitesse de sollicitation sur le comportement superélastique à 60°C : essai piloté en effort (2000 N/min) et essai piloté en déplacement de traverse (0,5mm/min).

Des essais ont été réalisés dans différentes conditions et en particulier avec des variables de pilotages différentes (Figure 4-9). Le premier essai a été piloté en efforts à une vitesse de 2000 N/min. Le calcul de la vitesse de déformation, pendant la transformation, a montré qu'elle est plus importante ( $4 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ ) pour l'essai piloté en efforts que pour l'essai piloté en déplacements (0,5 mm/min qui correspond à  $1,5 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ ). La pente du plateau de

transformation est plus élevée pour l'essai piloté en efforts. Cet effet explique la différence entre les courbes contrainte-déformation des Figures 4-1 et 4-2.

Cet effet peut s'expliquer dans un diagramme de Clapeyron (contrainte-déformation). Lors d'un essai à vitesse de sollicitation importante l'échantillon s'échauffe pendant la transformation, car la transformation martensitique directe est exothermique (Entemeyer 1996, Thiebaud et al. 2007). Cet échauffement provoque une augmentation de la pente de transformation et de la contrainte de fin de transformation comme l'explique la Figure 1-20 dans le chapitre A-1.

#### 4.2.3. Essais de compression avec corrélation d'images

Les essais de compression ont été réalisés à une température de 50°C et à une vitesse de déplacement imposée de 0,5 mm/min.

La Figure 4-11 montre la courbe de comportement superélastique en compression simple d'un essai effectué à 50°C, comparée à celle obtenue en traction. La déformation est une moyenne calculée par corrélation sur la surface laissée visible par le trou oblong (Figure 3-15-d du chapitre 3-A), soit environ 12 x 9 mm<sup>2</sup>.

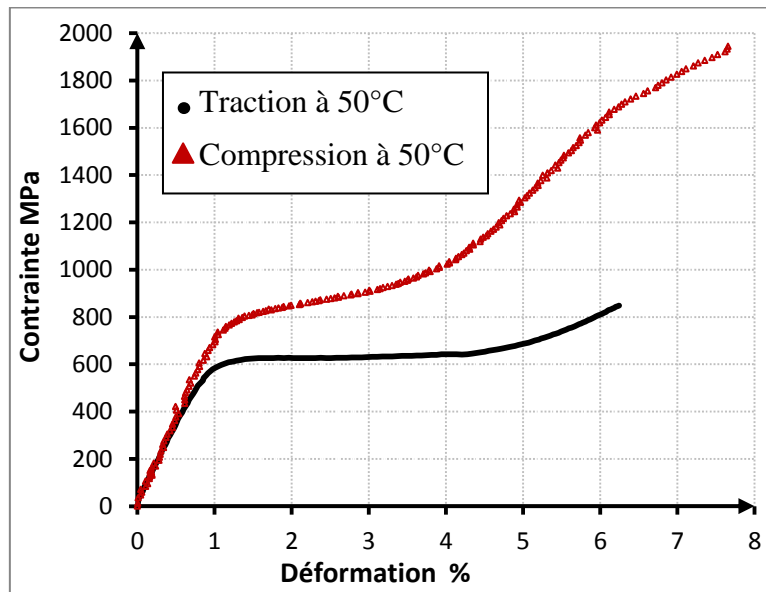


Figure 4-10 : Comportement superélastique : comparaison des courbes contrainte-déformation longitudinale ( $\epsilon_{11}$ ) en traction et en compression à 50°C. Mise en évidence de la dissymétrie traction-compression.

Cette figure montre la dissymétrie du comportement entre la traction et la compression. Ce phénomène a été mis en évidence par plusieurs auteurs (Patoor et al. 1995, LExcellent 1996, Orgéas et Favier 1998), il est présent aussi dans les essais multiaxiaux (LExcellent et al. 2002, Taillard 2006). La contrainte de début de transformation ainsi que la pente de transformation sont plus élevées en compression (Sittner et al. 2006). Cette distinction est due au fait que les variantes de martensite créées en traction et en compression sont différentes. Elles génèrent

une déformation de transformation maximale plus importante en traction qu'en compression. Patoor et al. (Patoor et al. 1995) ont montré par une analyse micromécanique que l'origine de cette dissymétrie est due à la perte de symétrie cristallographique entre la phase austénitique et la phase martensitique.

L'analyse des champs en compression a montré que, pendant la transformation, la déformation est homogène.

### 4.3. Essais Meuwissen

Deux séries d'essais de traction sur éprouvettes dites « Meuwissen » ont été effectuées à différentes températures (50°C, 60°C et 70°C), une série d'essai jusqu'à rupture et une autre avec charge et décharge. Pour tous ces essais, les éprouvettes ont été découpées dans la direction de laminage.

Les essais ont été pilotés avec une vitesse de déplacement de traverse imposée de 0,5 mm/min.

La Figure 4-11 montre une superposition des courbes de force en fonction du déplacement de la traverse pour trois essais de traction effectués à trois températures 50°C, 60°C et 70°C sur des éprouvettes Meuwissen.

Les essais jusqu'à rupture ont servi à étudier l'évolution des gradients de déformations au cours du chargement, mais des essais avec décharge sont nécessaires pour l'identification des paramètres de transformation inverse. L'effort auquel le chargement est inversé correspond à une déformation locale maximale de 5% ; cet effort a été évalué par les essais à rupture.

Une nouvelle fois, la déformation résiduelle après décharge est non négligeable (Figure 4-12).

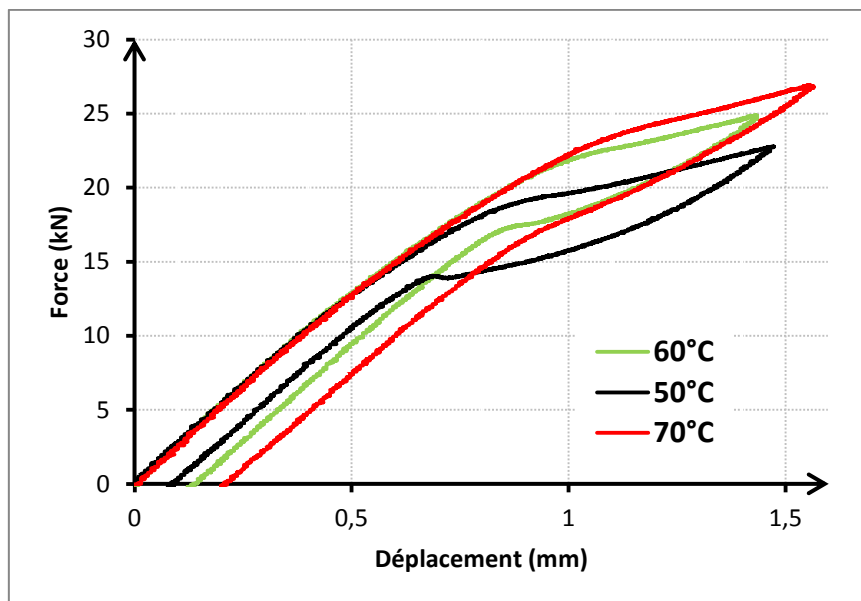


Figure 4-11 : Courbes force déplacement, essai de traction charge-décharge, à différentes température sur éprouvettes Meuwissen.

Les champs de déplacements et de déformations sont calculés à l'aide du logiciel de corrélation Vic-2D. La Figure 4-12 montre un exemple de champs de déformation pour un essai sur éprouvette Meuwissen à 50°C. Logiquement, les déformations les plus importantes sont situées entre les deux entailles. Cependant l'essai est riche, car les gradients sont relativement variés et répartis. La sollicitation uniaxiale de l'éprouvette induit localement une déformation de cisaillement relativement importante : 0,6% pour 6% de déformation longitudinale.

Les déformations ( $\varepsilon_{11}$ ,  $\varepsilon_{22}$ ,  $\varepsilon_{12}$ ) extraites en six points particuliers de l'éprouvette Meuwissen (Figures 4-12 d) testée à 50°C sont présentées sur la Figure 4-13. La position de ces points a été choisie en se basant sur les champs de déformation.

Le point A est situé près du bord de l'éprouvette à une certaine distance du début de l'entaille, il est très peu sollicité : les trois déformations en ce point sont quasiment nulles.

Le point B est situé au centre de l'éprouvette symétriquement par rapport aux deux entailles. Il est au centre de la bande de localisation des déformations et de la transformation. Les déformations transversales en ce point sont parmi les plus élevées. Par contre, la déformation de cisaillement est quasiment nulle.

Les déformations de cisaillement les plus importantes sont mesurées aux points C et E. Cependant ces déformations restent moindres par rapport aux déformations longitudinales et transversales.

Le point D est situé en fond d'entaille, les déformations longitudinales et transversales y sont les plus élevées. Par contre, la déformation de cisaillement n'est pas très significative.

Le point F est éloigné à la fois des entailles et des bords de l'éprouvette, les déformations en ce point sont proches de celles d'un essai en traction uniaxiale, la déformation de cisaillement est nulle.

Figure 4-13 sont représentées, pour les six points présentés Figure 4-12-d, d'une part l'évolution de la déformation équivalente au sens de Mises, calculée à partir des 3 déformations mesurées dans le plan en fonction du temps et d'autre part les trajets de chargement : une déformation en fonction d'une autre.

Les courbes d'évolution (Figure 4-13-a) de la déformation équivalente avec le temps (numéro d'image) mettent en évidence l'apparition de la transformation et sa propagation. Le début de transformation correspond au changement de pente des courbes. La transformation apparaît plus rapidement au point D, car il est situé en fond d'entaille. Ensuite, elle se propage au point B, entre les deux entailles. Quand la bande de transformation s'élargit, les points C puis E sont atteints. La transformation est totale aux points D et B, un deuxième point d'inflexion est visible sur les 2 courbes. Il est difficile de savoir si la transformation totale est atteinte aux points C et E.

Il n'y a aucune transformation au niveau des points A et F situés respectivement dans la zone la moins sollicitée et très loin de la zone entaillée.



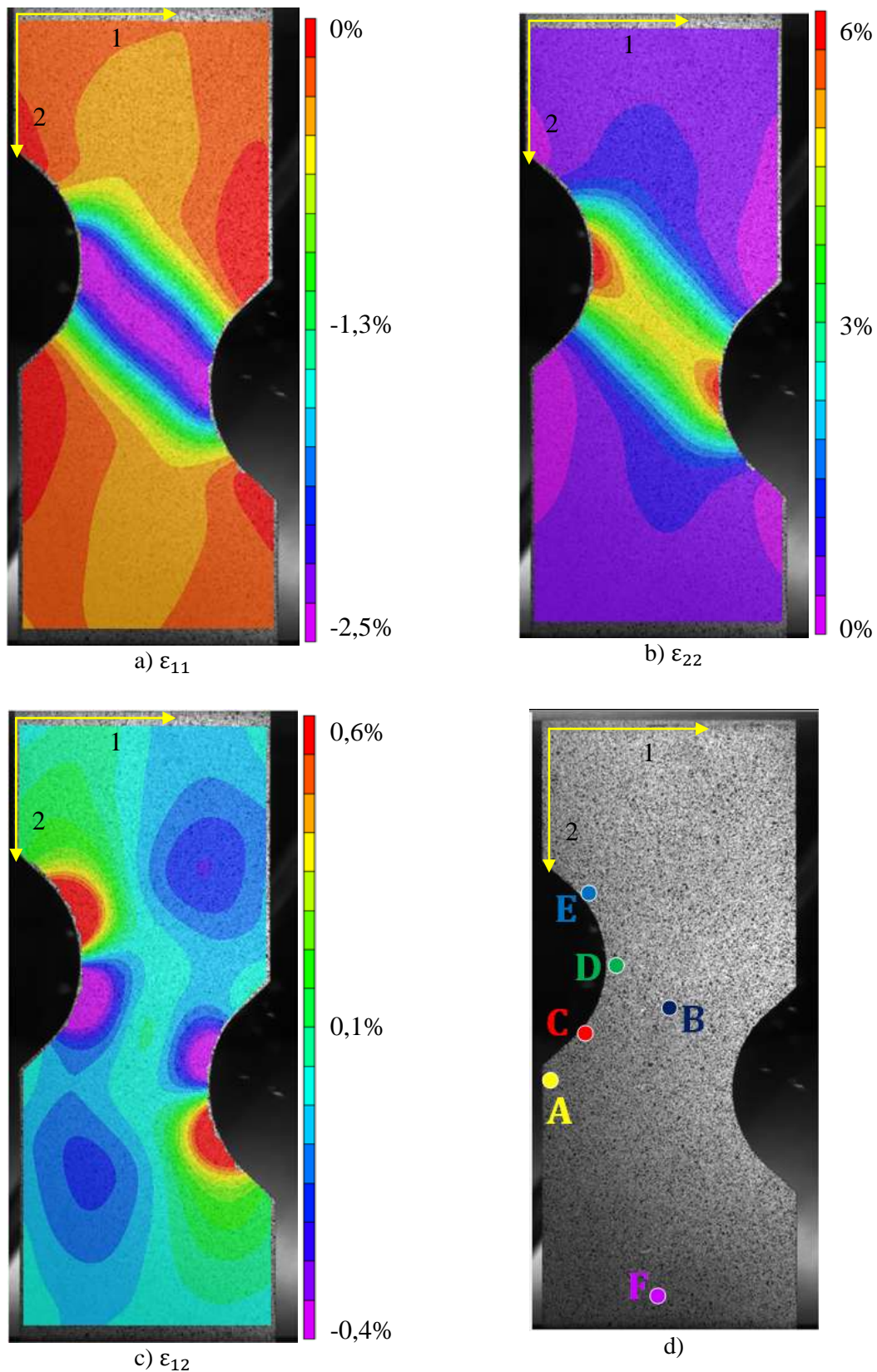
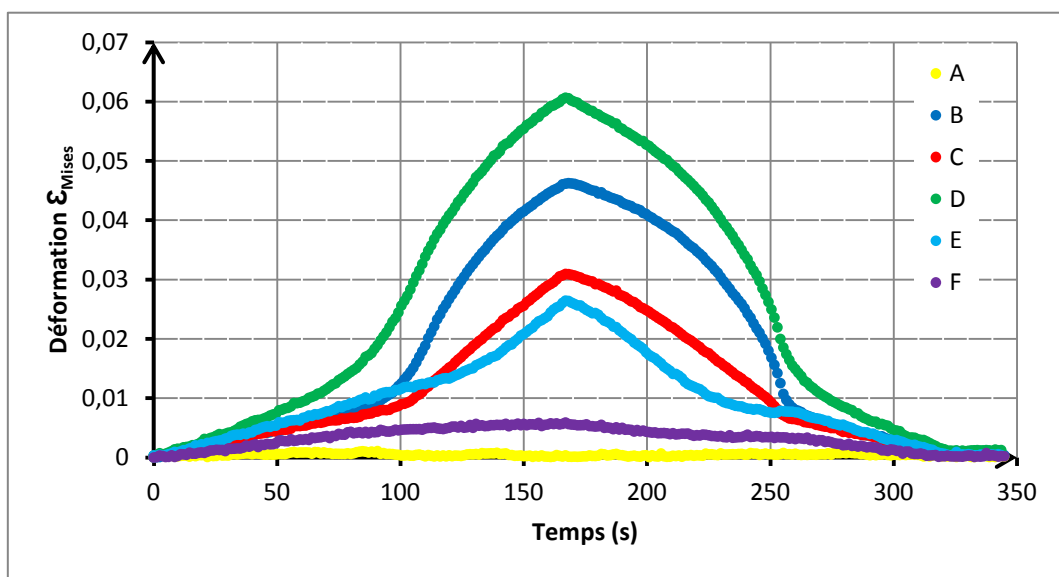


Figure 4-12 : Champs de déformations a) transversale ( $\epsilon_{11}$ ), b) longitudinale ( $\epsilon_{22}$ ), et c) en cisaillement ( $\epsilon_{12}$ ), d) six points choisis pour observer la variété des trajets de chargement. Déformations mesurées par corrélation d'images avec Vic-2D, éprouvette Meuwissen en NiTi, température 50°C, déplacement maximal du vérin 1,47mm correspondant à un effort de 22,7 kN. Taille de l'imagette 16 pixels, espacement 8 pixels, taille du pixel 0,06 mm.

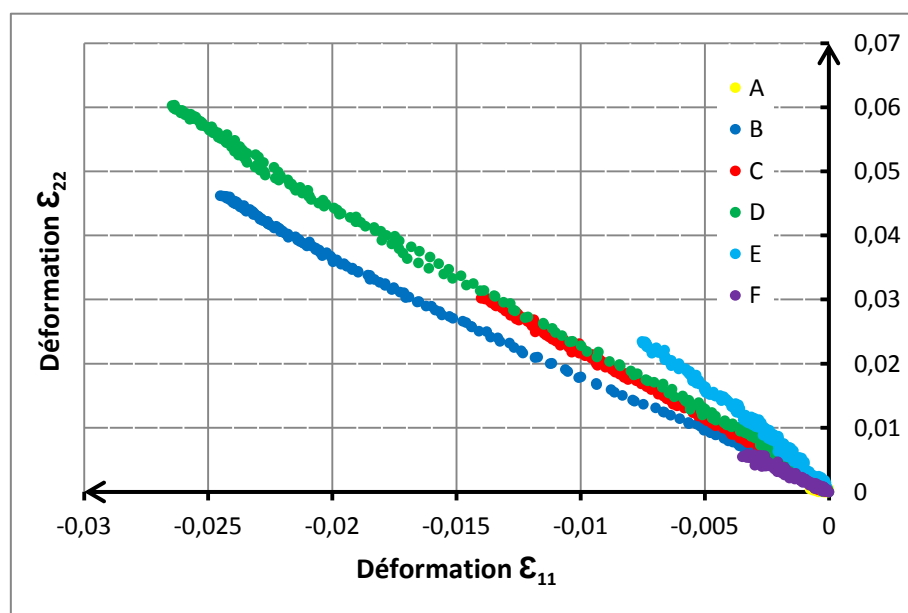
Les trajets de chargement des Figures 4-13-c et 4-13-d montrent que les points A, B et F ne présentent pas de cisaillement, contrairement aux points C, D et E. Le point où le cisaillement est maximal est constamment le point E.

En chacun des points, les déformations transversales sont égales à environ la moitié des déformations longitudinales, ce qui est conforme à une transformation avec très peu de variation de volume (Figure 4-13-b). Seule la courbe au point E, point où le cisaillement est maximal, s'éloigne des autres. Dans ce plan les trajets de chargement sont approximativement linéaires.

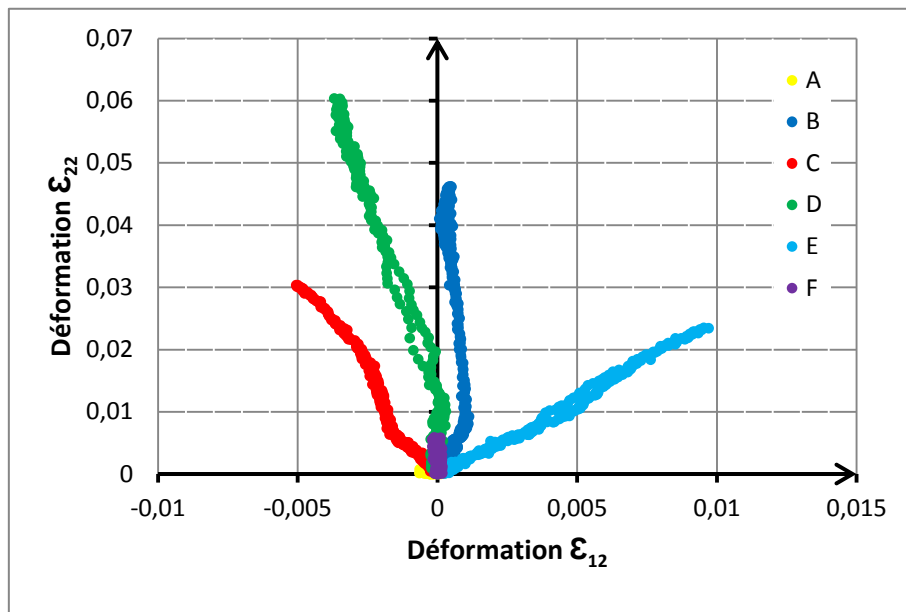
Ce qui différencie les trajets de chargement des différents points, c'est la valeur locale de la déformation de cisaillement, comme le montre les courbes des Figures 4-13-c et 4-13-d. Sur ces deux courbes, le début de la transformation se traduit par un changement de pente.



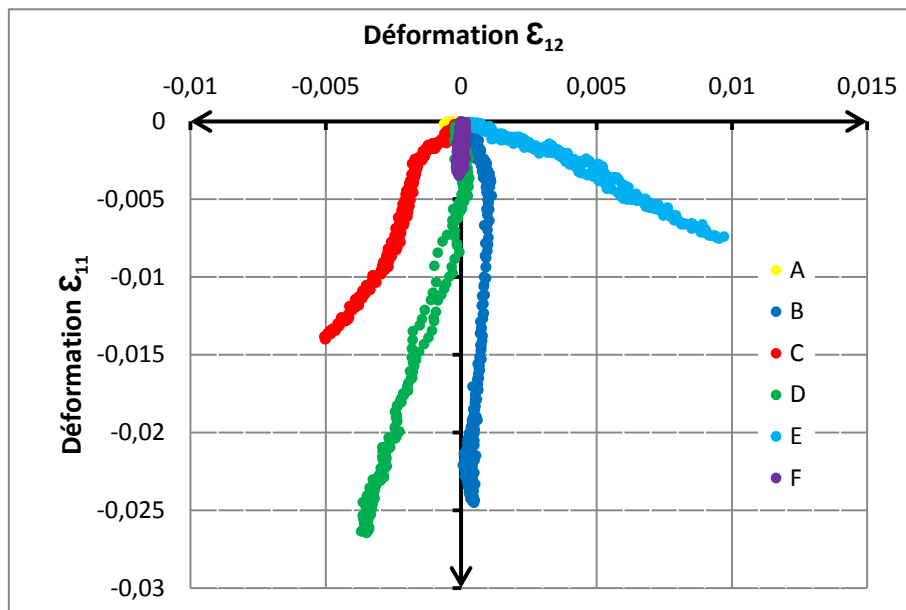
a) déformation équivalente au sens de Von Mises en fonction du temps.



b)  $\epsilon_{22}$  en fonction de  $\epsilon_{11}$ .



c)  $\varepsilon_{22}$  en fonction de  $\varepsilon_{12}$ .



d)  $\varepsilon_{11}$  en fonction de  $\varepsilon_{12}$ .

Figure 4-13 : Évolution de la déformation équivalente au sens de Von Mises et trajets de chargement, en six points différents de l'éprouvette Meuwissen en NiTi (Figure 4-12-d). Essai effectué à 50°C.

Les gradients de déformations (Annexe B) et les trajets aux différents points de l'éprouvette sont semblables pour les essais à 60°C et 70°C.

## 4.4. Essais biaxiaux

Plusieurs essais biaxiaux ont été réalisés, seuls deux d’entre eux sont présentés : traction-traction (rapport de chargement 1/1) à 50°C, et traction-compression (rapport de chargement 1/1) à 50°C.

Les essais ont été pilotés en déplacement. Une vitesse d’allongement de 0,5 mm/min est imposée dans les deux directions, et les déplacements des vérins d’une même direction sont opposés.

La géométrie des éprouvettes en croix (et celle de l’amincissement) utilisée pour les essais biaxiaux (Figure 4-14) a été optimisée par des calculs par éléments fins, essentiellement dans le but d’avoir une déformation de transformation martensitique importante au milieu de l’éprouvette, mais également une déformation relativement homogène dans cette zone. La forme extérieure de l’éprouvette est la même pour les essais de traction-traction et de traction-compression. Pour les essais de traction-traction, un amincissement du milieu de l’éprouvette est nécessaire pour que les déformations (et donc la transformation martensitique) ne se localisent pas dans la section minimale des bras mais bien au centre de l’éprouvette. La profondeur de cet amincissement est de 0,6 mm sur chaque face, laissant ainsi une épaisseur utile de 1,3 mm. Le rayon de raccordement de 1mm a été imposé par la géométrie de l’outil. La forme carrée et sa taille (18 mm) sont le résultat de comparaisons entre différentes simulations et différents essais mécaniques.

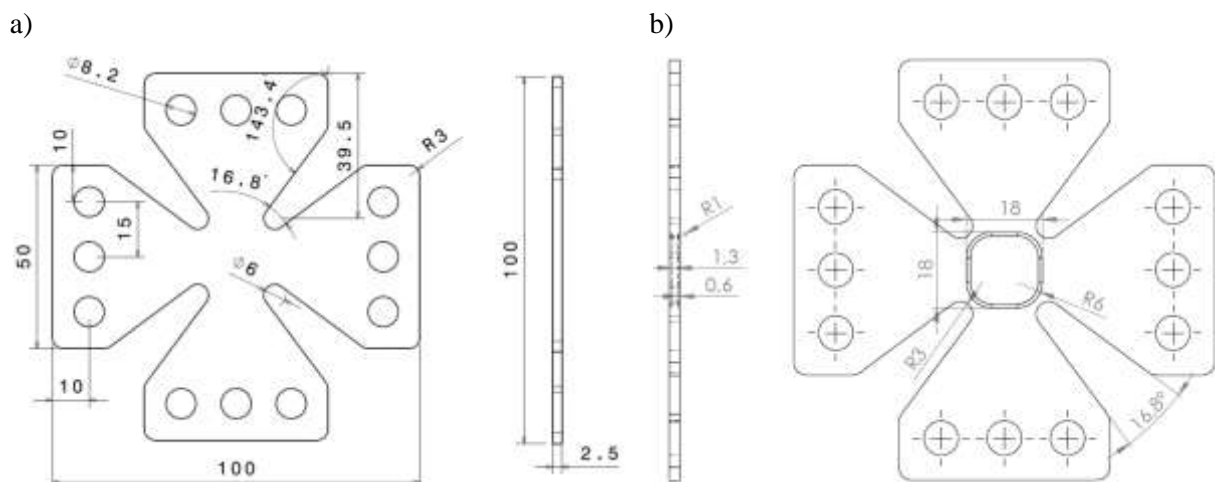


Figure 4-14 : Géométries des l’éprouvettes, utilisées pour les essais biaxiaux a) traction-compression b) traction-traction.

### ❖ Essai de traction équilibaxiale

La Figure 4-15 montre l’évolution des forces exercées par les vérins en fonction du temps. L’axe 1 de sollicitation correspond à la direction de laminage du matériau et l’axe 2 à la direction transversale. A partir de la 130<sup>ème</sup> seconde, l’effort dans la direction 2 est légèrement plus élevé que celui de la direction 1. L’effort nécessaire pour activer la transformation est plus important dans la direction transversale (matériau anisotrope), ce qui est cohérent avec

les résultats des essais de traction uniaxiale dans les directions L et T. L'essai de traction-traction a été interrompu par la rupture de l'éprouvette.

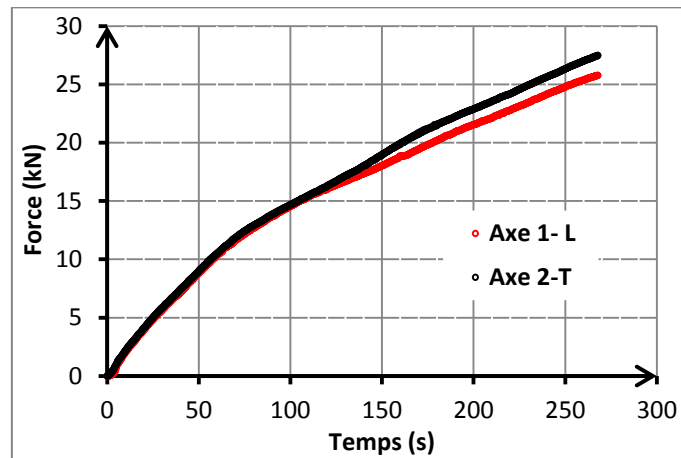


Figure 4-15: Evolution des forces exercées par les vérins en fonction du temps, pour un essai de traction-traction à 50°C. 1 est parallèle à la direction de laminage.

La Figure 4-16 montre l'évolution en fonction du temps des déformations dans les directions 1 et 2, correspondant respectivement aux directions de laminage et transverse, en un point au centre de l'éprouvette. Les déformations ont été calculées par corrélation d'images. La fréquence d'acquisition des images est d'une image toutes les 1,6 secondes. Comme pour les essais de traction uniaxiale la transformation (le changement de pente) débute plus tôt dans la direction de laminage. La déformation suivant l'axe 1 (direction de laminage) est sensiblement plus importante, elle est d'environ 2,4% à la fin de l'essai contre 1,6% dans la direction transverse. Cet essai met en évidence et confirme l'anisotropie du matériau.

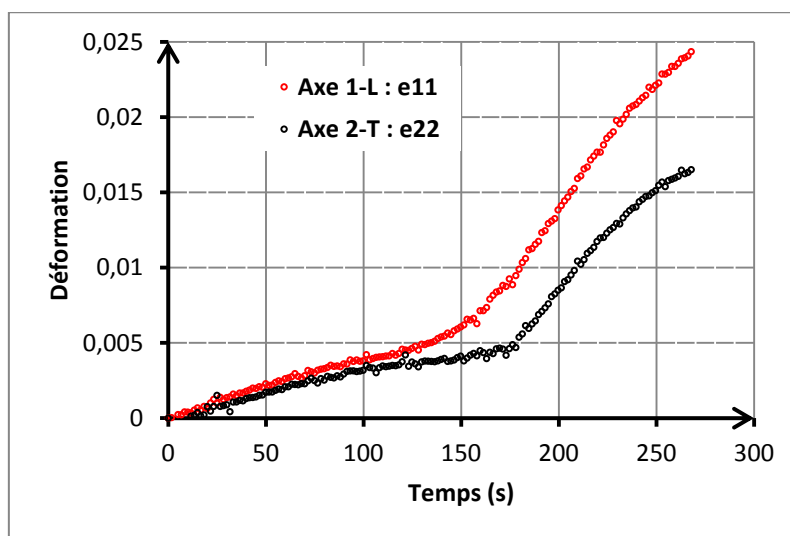


Figure 4-16 : Evolution des déformations  $\varepsilon_{11}$  et  $\varepsilon_{22}$ , en un point au centre de l'éprouvette, en fonction du temps, dans les deux directions : 1 est parallèle à la direction de laminage. Essai de traction-traction à 50°C sur NiTi.

La Figure 4-17 montre les deux courbes : force exercée par le vérin en fonction de la déformation dans la même direction, en un point situé au milieu de l'éprouvette.

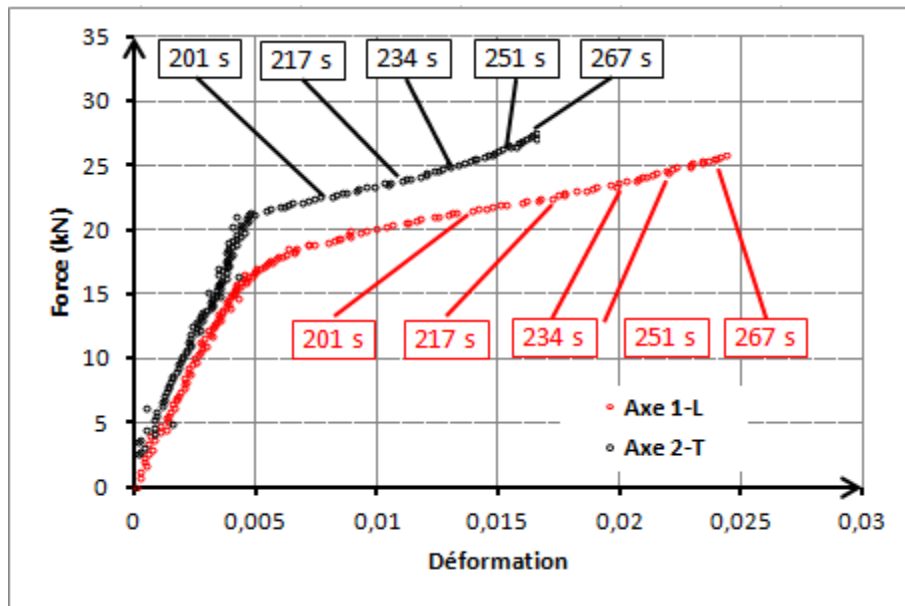


Figure 4-17 : Courbes force vérin-déformation d'un point au centre de l'éprouvette, dans chaque direction, l'axe 1 est parallèle à la direction de laminage : essai de traction-traction à 50°C.

La Figure 4-18 montre les vecteurs et les champs de déplacements dans les directions 1 et 2 pour la 161<sup>ème</sup> image (dernière image prise avant la rupture). Les efforts, suivant les axes 1 et 2, sont respectivement 27,5 kN et 25,8 kN. L'analyse des champs et des vecteurs permet de valider la cinématique de l'essai : le déplacement est bien nul au centre de l'éprouvette (et les déplacements opposés sur les bras en vis-à-vis dans les deux directions) et les allongements suivant les deux axes de sollicitations sont pratiquement identiques.

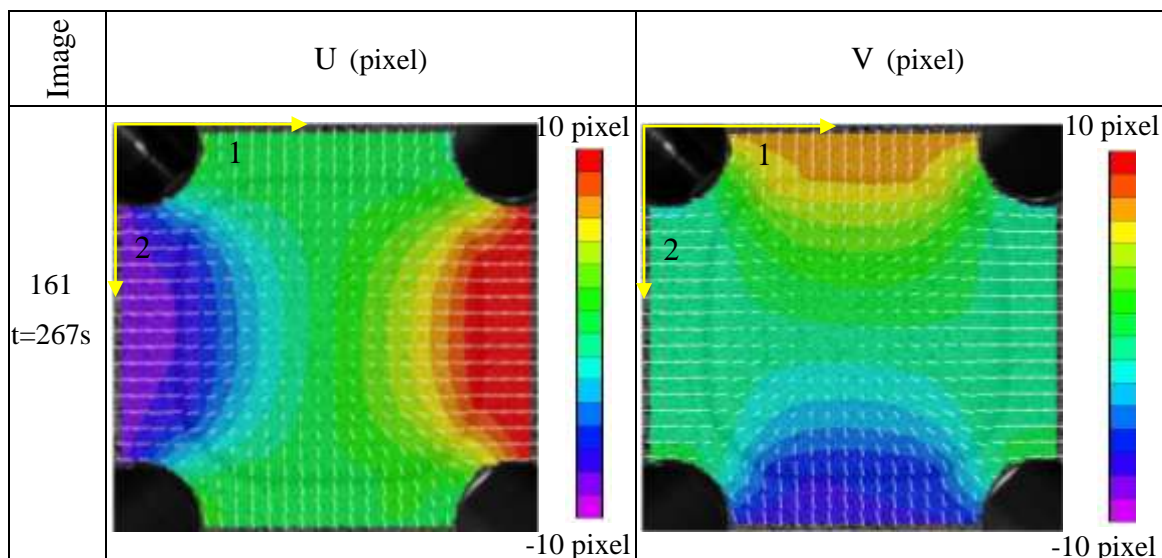


Figure 4-18 : Champs de déplacements (U et V respectivement dans les directions 1 et 2) calculés par Vic-2D. Essai de traction-traction à 50°C sur NiTi. Allongement maximal dans les deux directions  $\delta_u=2,22\text{mm}$  et  $\delta_v=2,21\text{mm}$ . Taille de l'imagette 16 pixels et espacement 8 pixels, taille du pixel 0,03 mm.

La Figure 4-19 montre l'évolution des champs de déformations sur la partie centrale de l'éprouvette. 161 images ont été enregistrées, seuls les résultats de corrélation provenant de cinq images espacées de 16s sont présentées dans la Figure 4-19. Les efforts et les déformations correspondant à ces images ont été repérés sur la Figure 4-17.

L'analyse des champs de déformation montre que la transformation commence au niveau de la section minimale des bras près du bord de l'éprouvette, puis se propage vers le centre de l'éprouvette.

Les déformations maximales de traction sont situées au niveau des rayons de raccordement, à l'endroit où la section des bras est la plus faible. Cependant, avec l'amincissement de l'éprouvette, les déformations au centre sont suffisantes pour y atteindre la transformation martensitique. Les déformations maximales dans les bras sont le double des déformations au centre.

Les déformations de cisaillement sont maximales sur les bissectrices, près des rayons de raccordement entre les bras. A la fin de l'essai, elles atteignent 3,8%. Les valeurs maximales en cisaillement se rapprochent des déformations longitudinales et transversales maximales (5% dans les bras).

Pour étudier plus précisément les résultats de l'essai de traction-traction, les déformations ( $\varepsilon_{11}$ ,  $\varepsilon_{22}$ ,  $\varepsilon_{12}$ ) en neuf points différents de l'éprouvette biaxiale, ont été extraites. Ces points sont situés à l'intérieur ou à l'extérieur de l'amincissement (Figure 4-20-a). Les évolutions de la déformation équivalente au sens de Von Mises (calculée à partir de ces 3 déformations) en fonction du temps sont présentées Figure 4-20-b. Les déformations sont représentées l'une en fonction de l'autre sur les Figures 4-20-c, d et e, ce qui permet de visualiser la variété des trajets de chargement. Le matériau se transforme en tous points, sauf en E et F situés au milieu des bras.

Un changement de la pente est observé pour tous les points sauf les points E et F, indiquant le début de la transformation vers la 160<sup>ème</sup> seconde puis une deuxième pente apparaît avant la fin de l'essai pour dévoiler la fin de la transformation (Figure 4-20-b).

Le point A est situé approximativement au centre de l'éprouvette. Dans le cas d'un matériau isotrope, il devrait être soumis à un état de déformation équibiaxiale, mais ici les valeurs des déformations dans les deux directions 1 et 2 ne sont pas équivalentes. Les déformations de cisaillement sont nulles en ce point.

Le point B est situé au milieu du rayon de raccordement, là où la déformation de cisaillement est maximale. La déformation de cisaillement en ce point (4% à la fin de l'essai) est environ deux fois plus importante que les déformations longitudinale et transversale au même point.

Les points E et F, situés au milieu des bras de l'éprouvette, sont les points les moins sollicités.

Les points G et H sont les plus sollicités en termes de déformations longitudinale et transversale, ils sont situés dans la section minimale des bras près du bord de l'éprouvette. A la fin de l'essai, les déformations au point G atteignent 4,6% dans la direction 1 et -1,6% dans

la direction 2. Au point H elles atteignent respectivement 4,6% dans la direction 2 et 1,5% dans la direction 1.

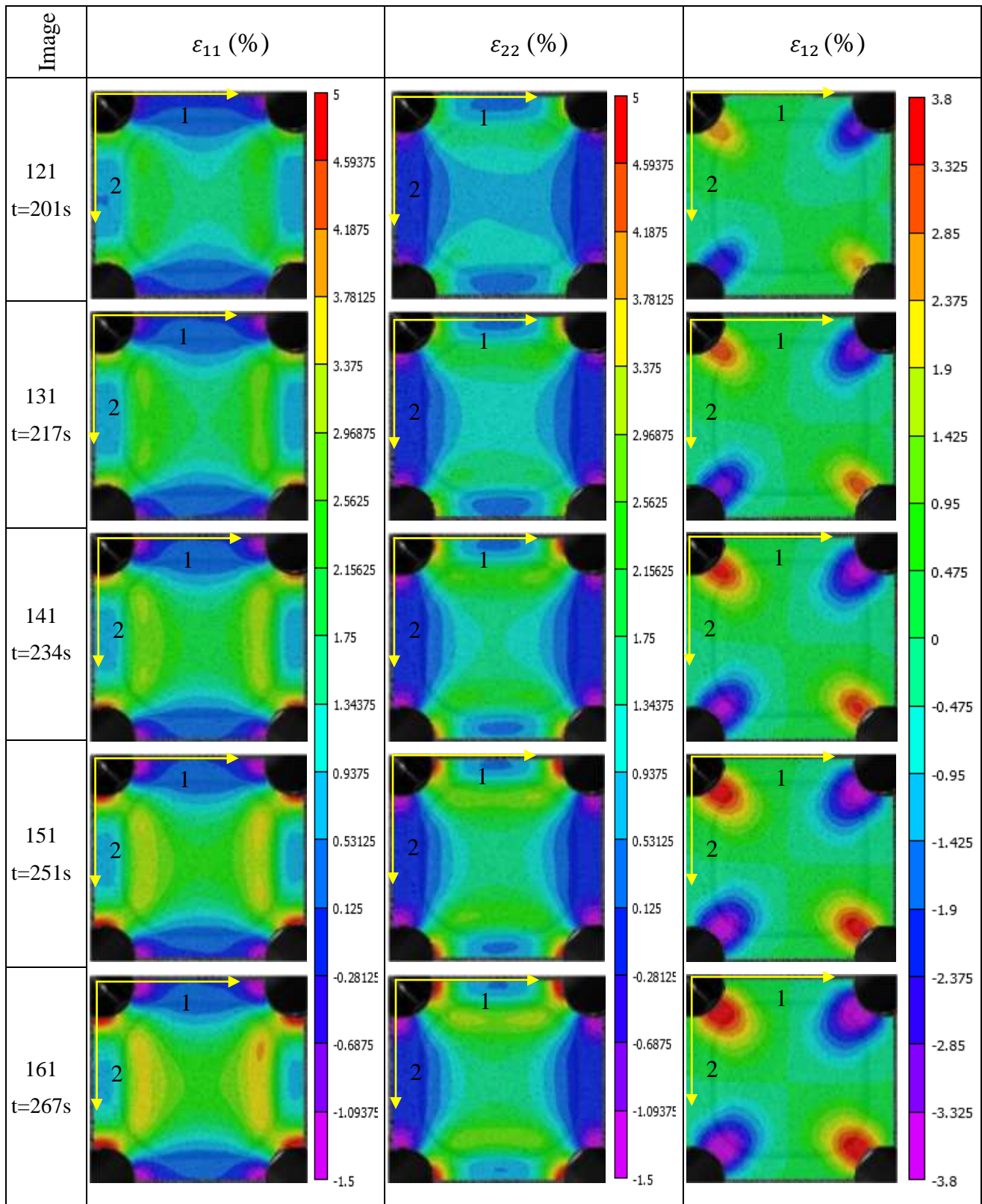
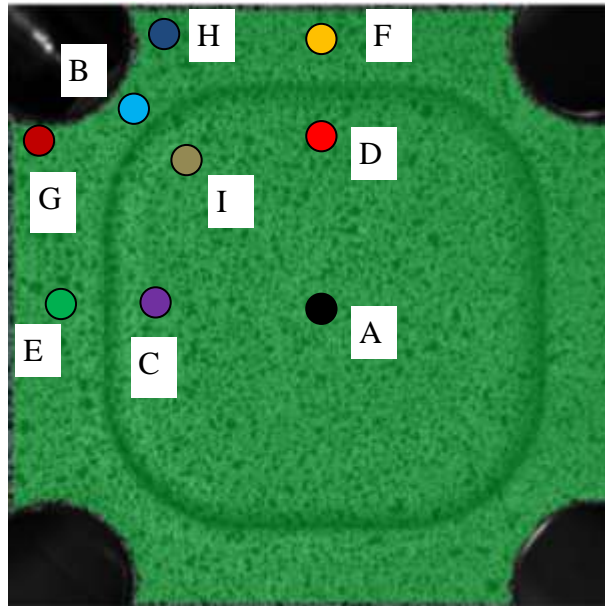
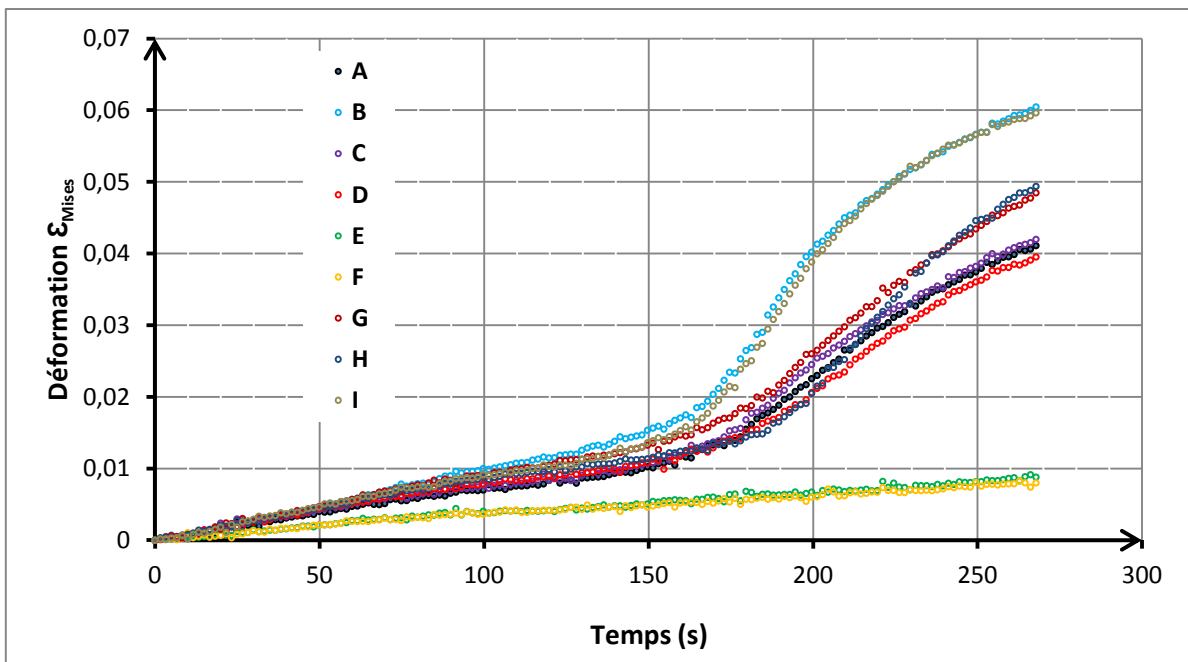


Figure 4-19 : Evolution des champs de déformations ( $\varepsilon_{11}$ ,  $\varepsilon_{22}$  et  $\varepsilon_{12}$ ), calculés par Vic-2D. Essai de traction-traction à 50°C sur NiTi. Allongement maximal dans les deux directions  $\delta_u=2,22\text{mm}$  et  $\delta_v=2,21\text{mm}$ . Taille de l'imagette 16 pixels et espacement 8 pixels, taille du pixel 0,03mm.

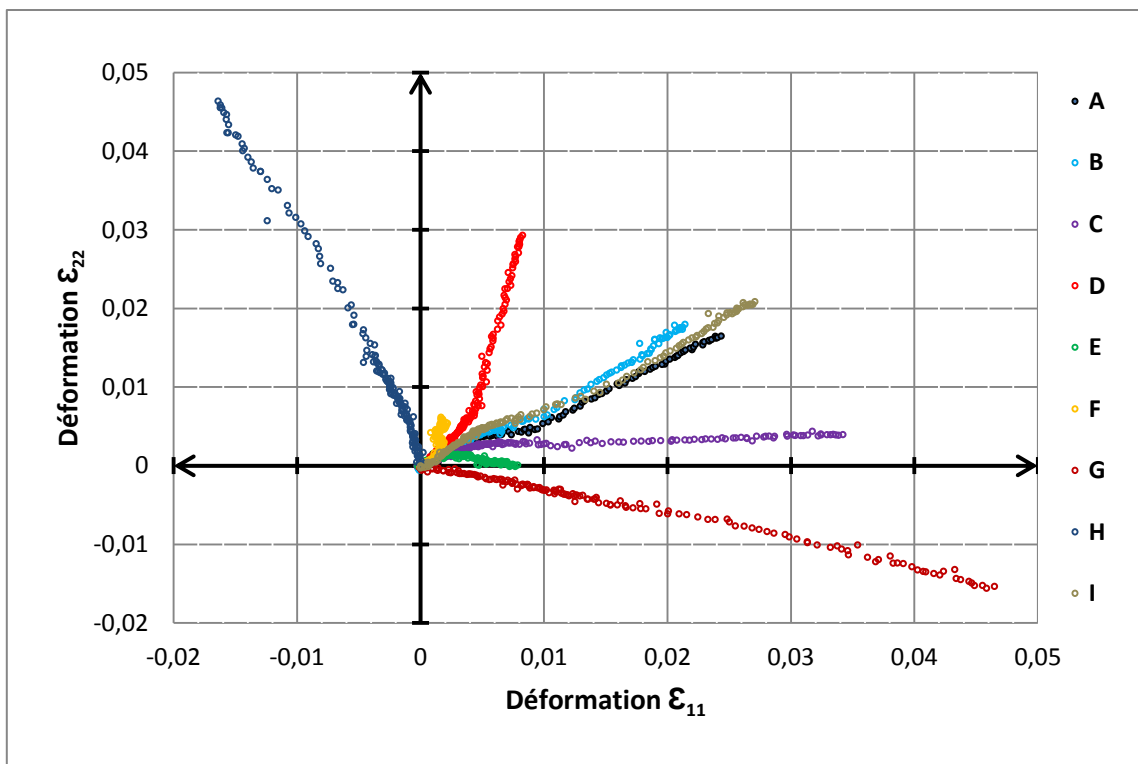




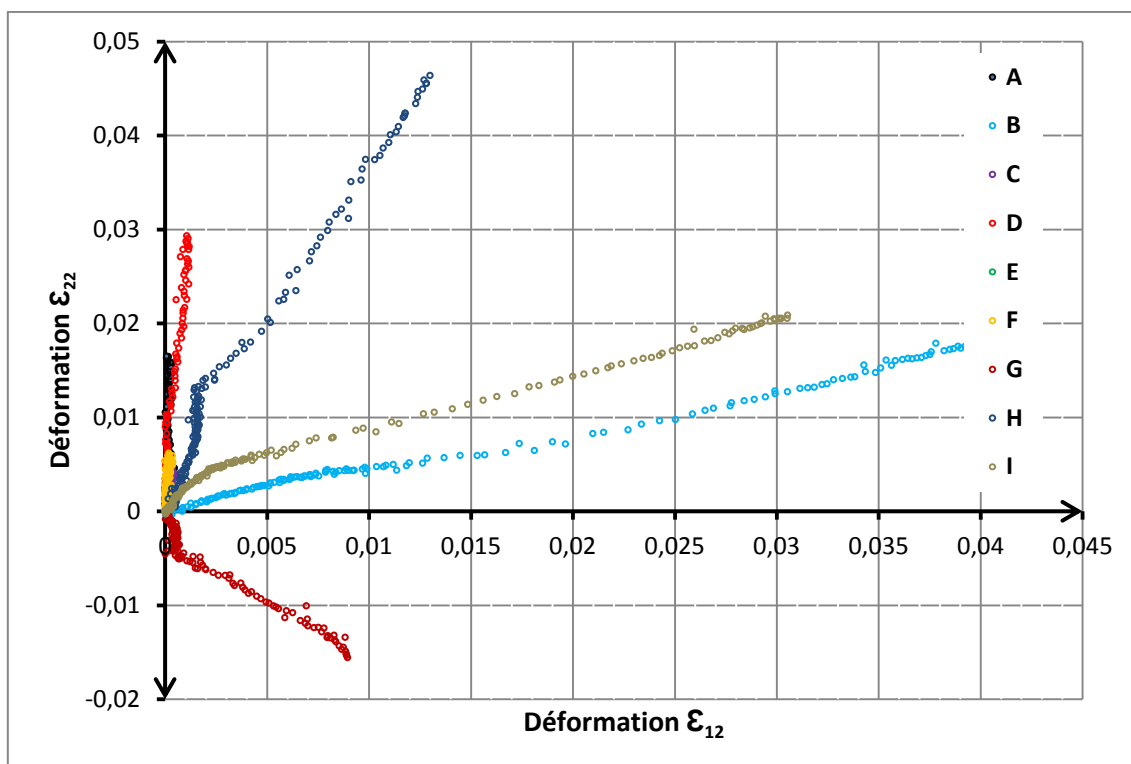
a) Points observés sur l'éprouvette.



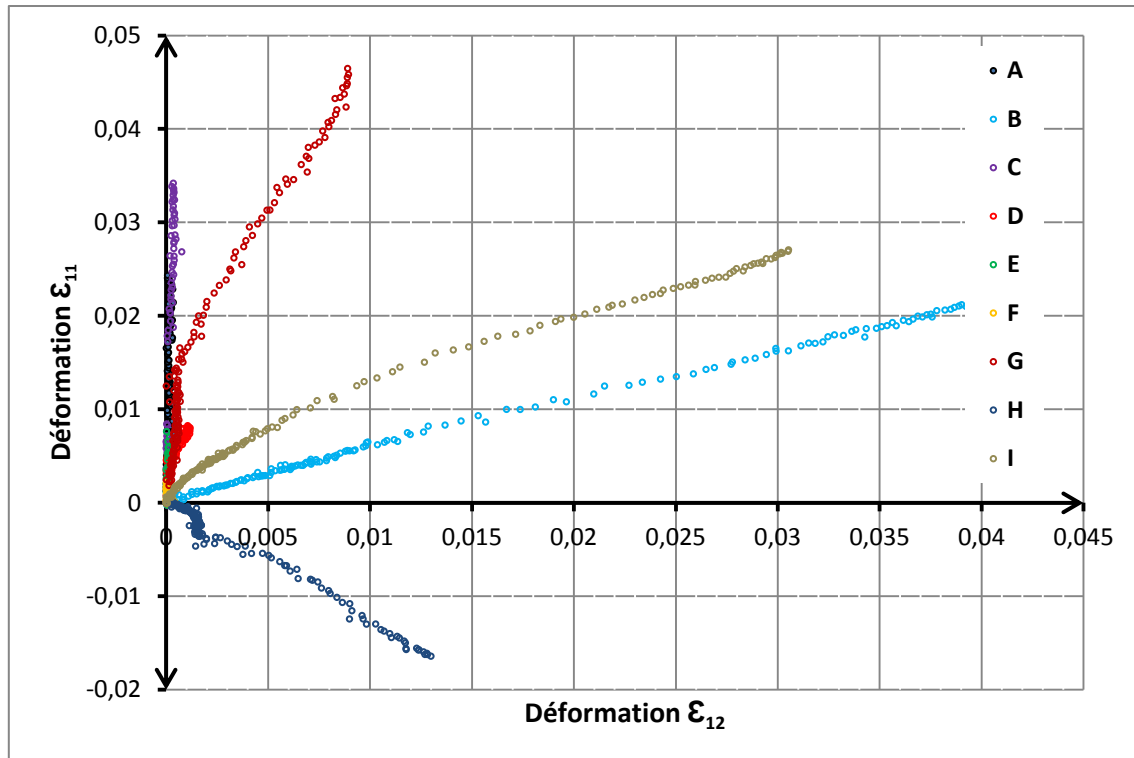
b) déformation équivalente au sens de Von Mises en fonction du temps.



c)  $\varepsilon_{22}$  en fonction de  $\varepsilon_{11}$



d)  $\varepsilon_{22}$  en fonction de  $\varepsilon_{12}$ .



e)  $\varepsilon_{11}$  en fonction de  $\varepsilon_{12}$ .

Figure 4-20 : Évolution de la déformation équivalente au sens de Von Mises et des trajets de chargement en différents points de l'éprouvette pour un essai de traction-traction, à 50°.

Les points C et D, situés dans la zone amincie, mais près du bord, atteignent des niveaux de déformations longitudinales et transversales intéressants, les plus importants après ceux des points G et H. Les déformations de cisaillement y sont quasiment nulles.

Le point I est le plus sollicité en cisaillement après le point B, mais il est assez fortement sollicité en traction dans les deux directions.

#### ❖ Essai de traction-compression

Les consignes de déplacements étaient identiques dans les 2 directions (rapport 1/1, voir courbe dans l'annexe C).

Comme pour l'essai de traction-traction, l'axe 1 de sollicitation correspond à la direction de laminage et ici à la direction de compression. La Figure 4-21 montre l'évolution des efforts dans les deux directions en fonction du temps. Il y a un léger écart entre les forces dans les deux directions qui peut être dû à l'anisotropie et à la dissymétrie traction-compression du matériau. La chute de l'effort en compression, observée au niveau de la 260<sup>ème</sup> seconde, indique le début du flambement de l'éprouvette. Les résultats ne sont exploités que jusqu'à l'image 127 qui correspond à cet instant.

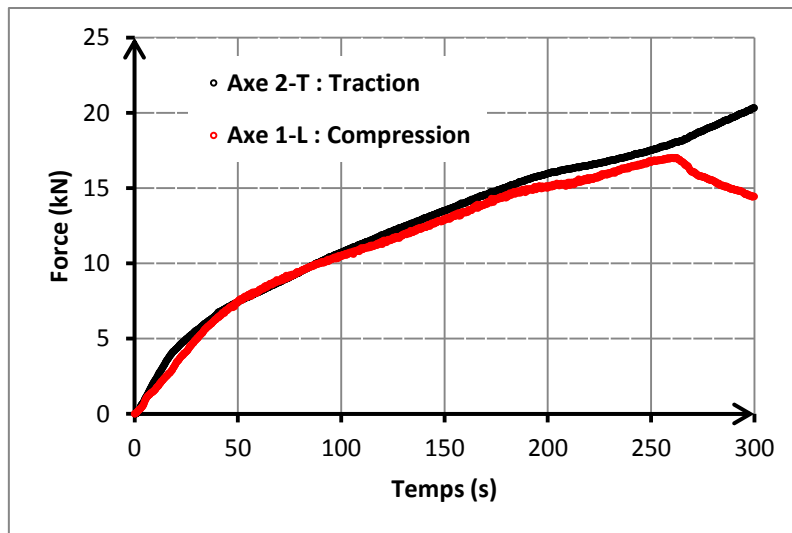


Figure 4-21 : Essai de traction-compression à 50°C : évolution des efforts dans les deux directions en fonction de temps. 1 est parallèle à la direction de laminage.

La Figure 4-22 montre l'évolution en fonction du temps des déformations, dans la direction de la compression et de la traction, mesurées par corrélation en un point placé approximativement au centre de l'éprouvette. La transformation commence vers 1% de déformation (point d'inflexion). A partir du début de la transformation, la déformation dans la direction de traction devient plus importante que la déformation selon la direction de compression. Ces courbes mettent une nouvelle fois en évidence la dissymétrie du comportement superélastique entre la traction et la compression et l'anisotropie du matériau.

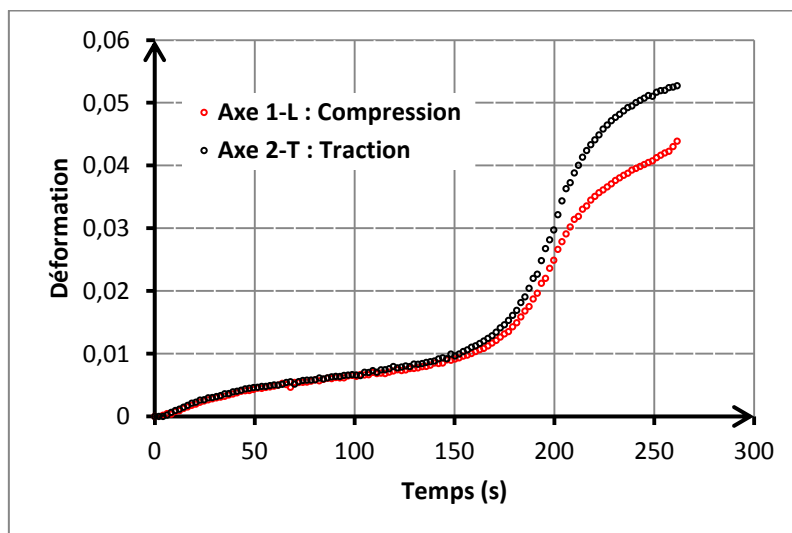


Figure 4-22 : Evolution en fonction du temps des déformations  $\varepsilon_{11}$  (compression) et  $\varepsilon_{22}$  (traction) en un point au centre de l'éprouvette. Essai de traction-compression à 50°C. Direction de laminage placée dans la direction 1.

La Figure 4-23 montre la courbe de la force exercée par le vérin en traction dans la direction 2 en fonction de la déformation dans la même direction d'un point au milieu de l'éprouvette, superposée à la courbe force déformation dans la direction de compression, direction 1.

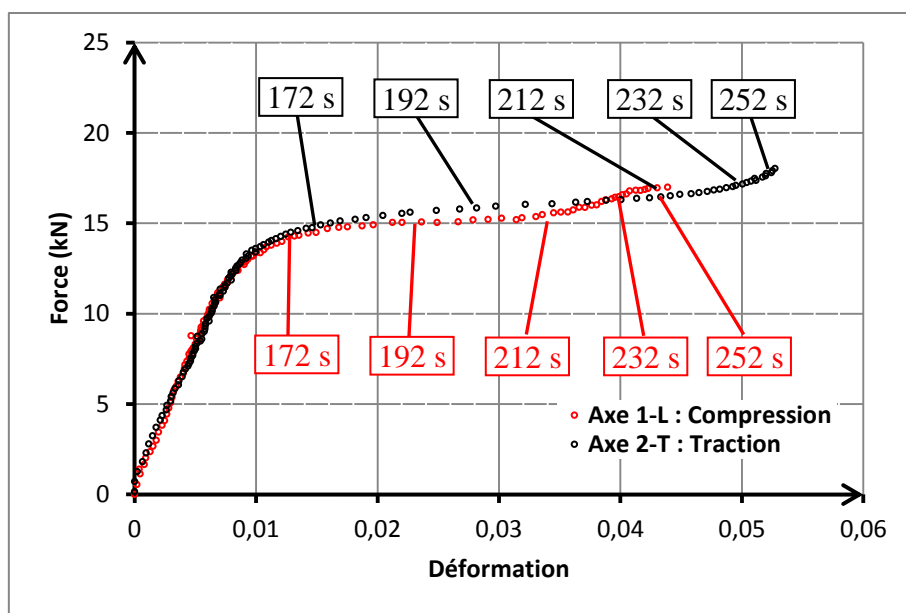


Figure 4-23 : Courbes force exercée par les vérins - déformations mesurée par corrélation d'images en un point au centre de l'éprouvette dans les directions de traction et de compression, NiTi à 50°C.

La Figure 4-24 montre les vecteurs et champs de déplacements de la 126<sup>ème</sup> l'image (prise à la 252<sup>ème</sup> seconde, dernière image avant le flambement) qui correspond à des efforts de 17 kN en compression et 18 kN en traction. L'analyse des champs révèle une petite dissymétrie de la sollicitation entre les deux directions : le point, où le déplacement est nul, est légèrement décalé par rapport au centre de l'éprouvette.

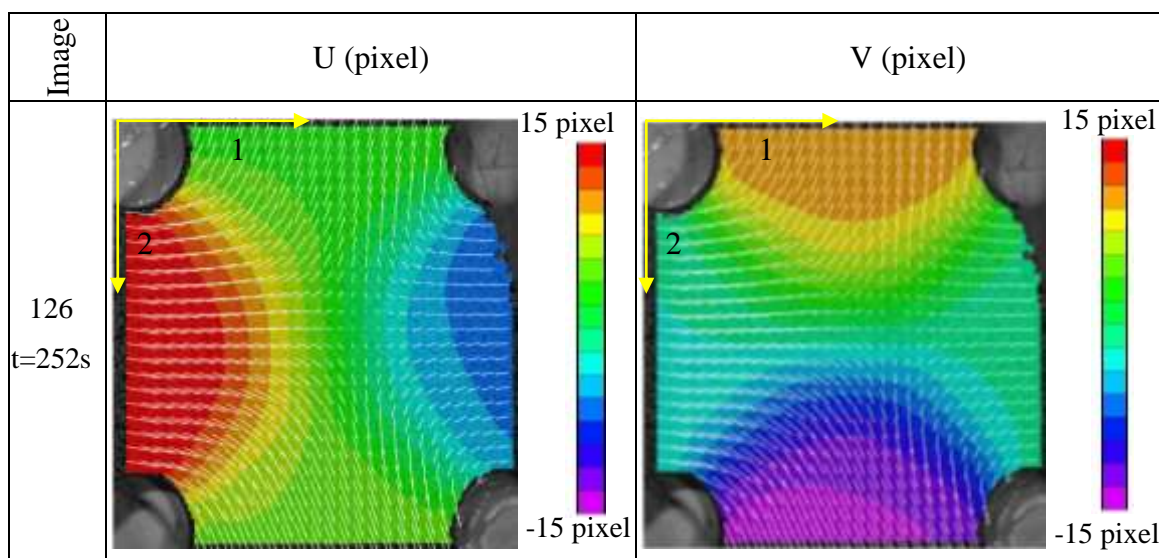


Figure 4-24 : Champs de déplacements (U et V respectivement dans les directions de compression et de traction) calculés par Vic-2D. Essai de traction-compression sur NiTi à 50°C. Allongement maximal dans les deux directions  $\delta_u = -2,50\text{mm}$  et  $\delta_v = 2,51\text{mm}$ . Taille de l'imagette 16 pixels et espacement 8 pixels, taille du pixel 0,026mm.

Dans la Figure 4-25, on observe, dans la partie centrale de l'éprouvette, l'évolution des champs de déformations dans les deux directions de chargement. Cent vingt six images ont été conservées à raison d'une image toutes les deux secondes. Parmi ces 126 images seuls les champs provenant de cinq images espacées de 20s sont présentés dans la Figure 4-25. Les efforts et déformations correspondant à ces images ont été repérés sur la Figure 4-23.

Les champs de déformation permettent de vérifier que les déformations maximales de traction et de compression sont bien situées au milieu de l'éprouvette, bien que les champs de déplacements ne soient pas parfaitement symétriques. Quant aux déformations de cisaillement, elles sont maximales au niveau de la section minimale des bras, assez près du bord. Sur toute la zone étudiée, les déformations de cisaillement restent faibles comparées aux autres déformations.

L'analyse des champs de déformation montre que la transformation débute au centre de l'éprouvette, puis se propage en direction des quatre coins. La zone transformée prend ainsi la forme d'une croix (Figure 4-25).

L'évolution de la déformation équivalente en fonction du temps, en ces six points différents (de A à F) situés sur l'éprouvette Figure 4-26-a, est présentée sur la Figure 4-26-b. Le changement de pente observé pour les points A, B, C et D indique le début de la transformation. Un deuxième changement de pente est visible pour les points A et B, il indique la fin de la transformation. Les points E et F situés au milieu des bras n'atteignent pas la transformation.

Les trajets de déformations ( $\epsilon_{11}$ ,  $\epsilon_{22}$ ,  $\epsilon_{12}$ ) en ces six points différents (de A à F) sont également présentés dans la Figure 4-26 : les évolutions d'une déformation en fonction de l'autre (Figures 4-26-c, d et e).

Le point A est situé approximativement au centre de l'éprouvette. Les déformations de cisaillement en ce point sont quasiment nulles, mais les déformations dans les directions 1 et 2 y sont les plus élevées (1 direction de la compression et 2 direction de la traction). La différence entre les déformations de traction et de compression est significative : 4,3% de déformation en compression contre 5,4% en traction à la fin de l'essai. C'est autour de ce point que la transformation débute, puis se propage progressivement vers les quatre coins de l'éprouvette, vers le point B. La zone transformée s'élargit ensuite vers les points C et D (Figures 4-25, 4-26-b).

Le point B est situé sur la bissectrice de l'éprouvette, près du bord du rayon de raccordement. Les déformations dans les directions longitudinale et transversale y sont importantes mais elles restent moins élevées qu'au point A situé au centre. Au point B, les déformations de cisaillement sont non nulles (0,2% à la fin d l'essai) mais restent faibles par rapport aux 4,3% de déformation en traction et aux 3,4% de déformation en compression (Figure 4-26-c, d et e).

Les déformations de cisaillement sont maximales aux points C et D, situés approximativement dans la section minimale des bras. Elles atteignent 0,75% à la fin de l'essai pour 1,1% (resp. 2,6%) de déformation en traction et 1,7% (resp. 1,7%) de déformation en compression au point C (resp. D) (Figure 4-26-c, d et e).

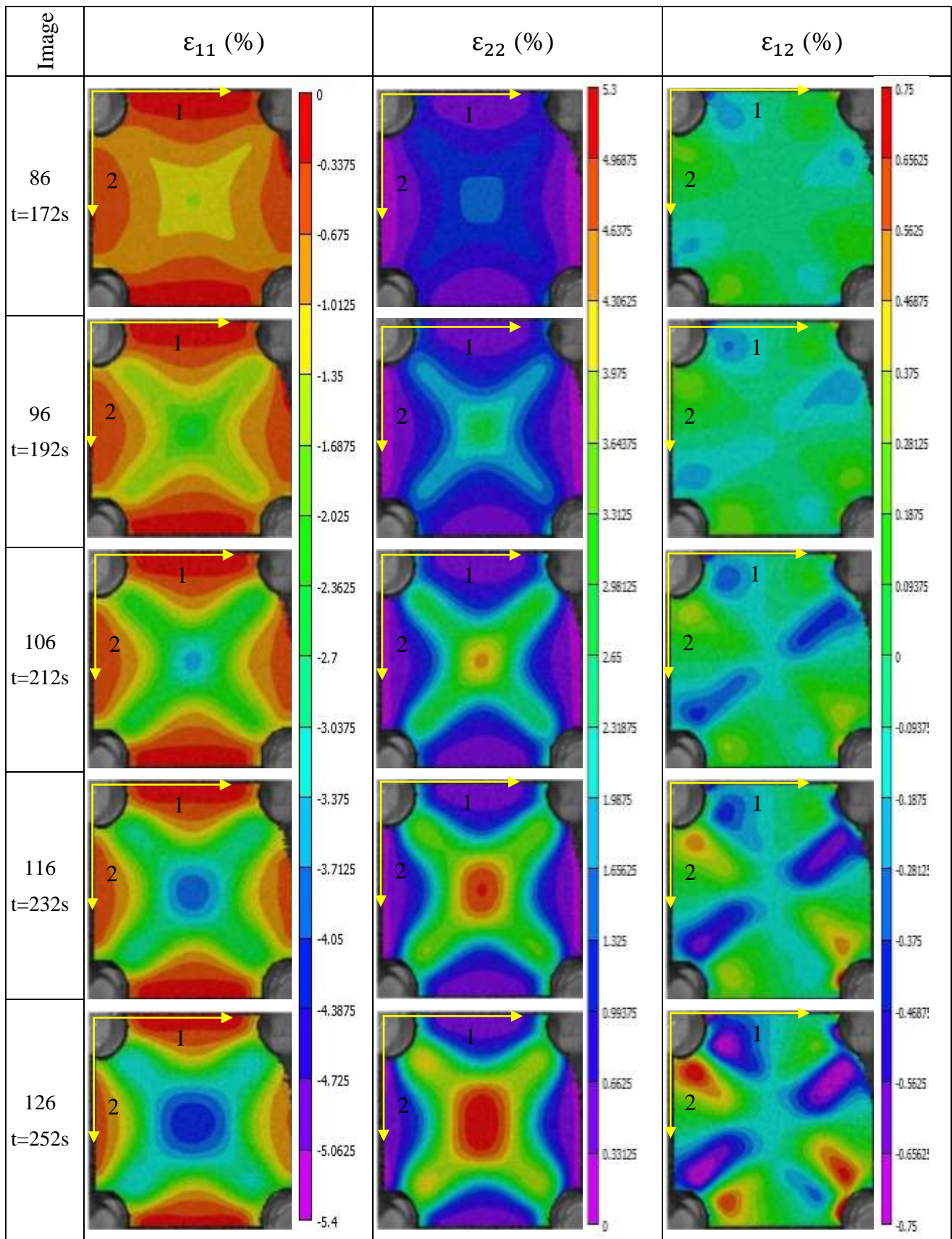
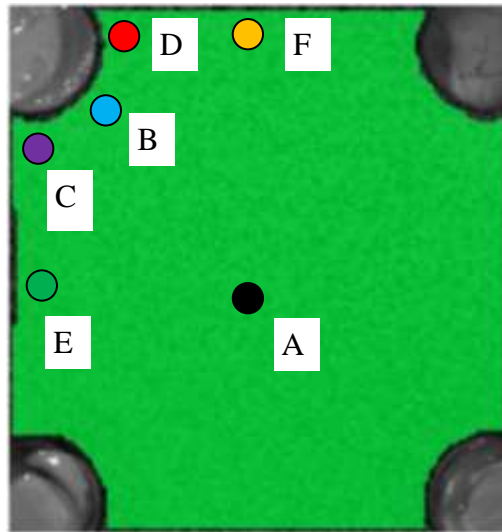
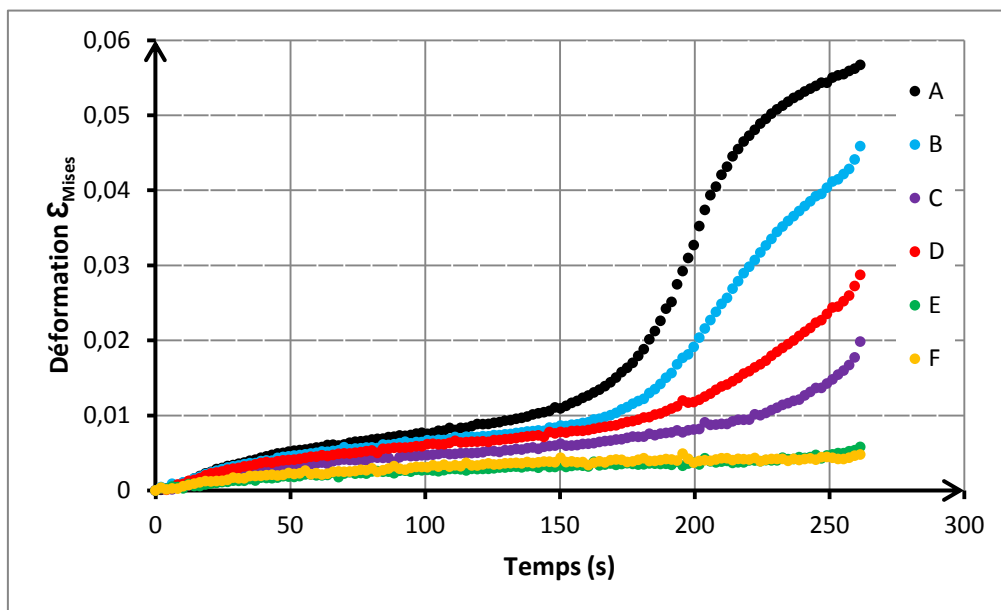


Figure 4-25 : Evolutions des champs de déformations  $\varepsilon_{11}$ ,  $\varepsilon_{22}$  et  $\varepsilon_{12}$ , 1 et 2 sont respectivement les directions de compression et de traction, calculés par Vic-2D. Essai de traction-compression sur NiTi à 50°C. Allongement maximal dans les deux directions  $\delta_u = -2,50\text{mm}$  et  $\delta_v = 2,51\text{mm}$ . Taille de l'imagette 16 pixels et espacement 8 pixels, taille du pixel 0,02mm.

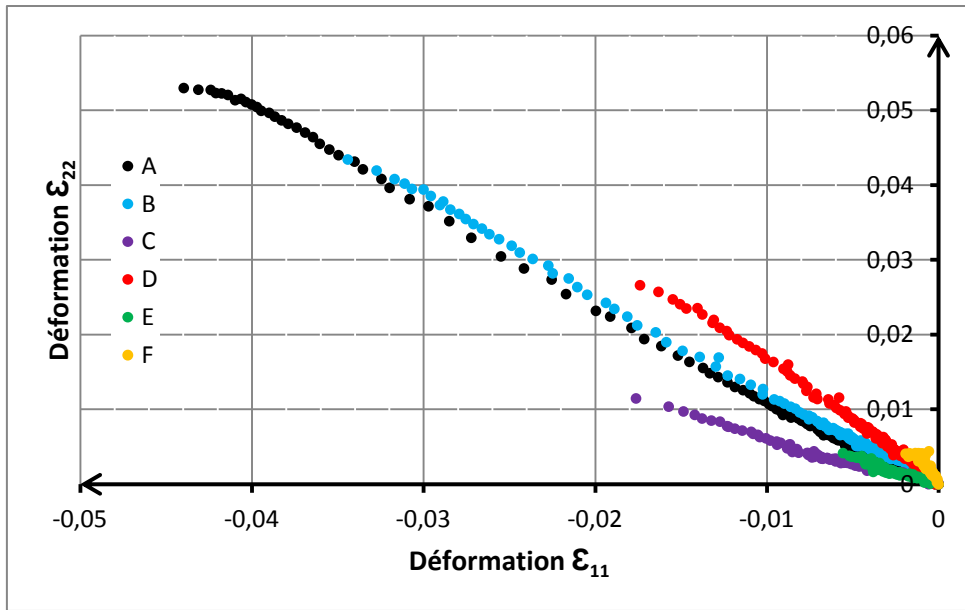


a) Points de l'éprouvette où sont extraites les déformations.

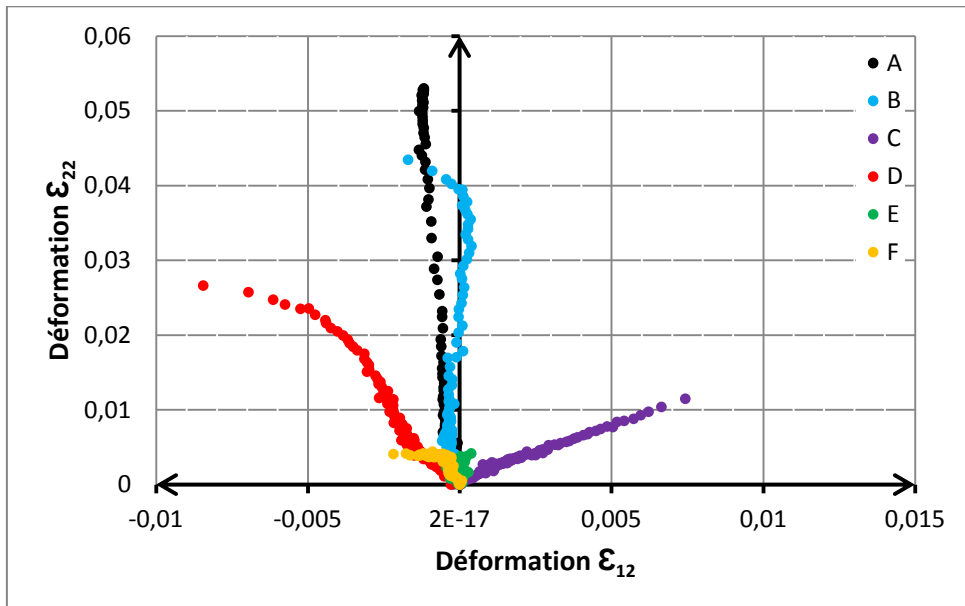


b) déformation équivalente au sens de Von Mises en fonction du temps.

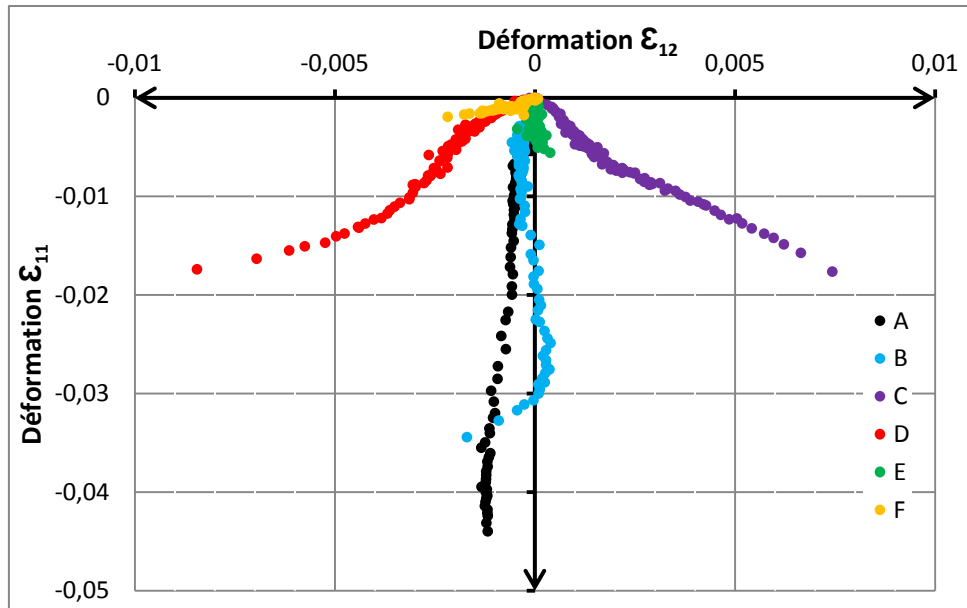




c)  $\epsilon_{22}$  en fonction de  $\epsilon_{11}$ .



d)  $\epsilon_{22}$  en fonction de  $\epsilon_{12}$



e)  $\epsilon_{11}$  en fonction de  $\epsilon_{12}$ .

Figure 4-26 : Évolution de la déformation équivalente au sens de Von Mises et des trajets de chargement en différents points de l'éprouvette pour un essai de traction-compression à 50°C sur NiTi. Essai de traction compression respectivement dans les directions 2 et 1.

Les points E et F sont situés au milieu des bras et proches de la section minimale de l'éprouvette, ce sont les points les moins sollicités (Figure 4-26-b).

## 4.5. Conclusion

Les premiers résultats concernent le comportement superélastique en traction simple à différentes températures (entre 30°C et 70°C). L'analyse des courbes de contrainte-déformation montre entre autre l'évolution des contraintes de début et de fin de transformation en fonction de la température.

Une importante différence de comportement a été observée entre les directions de laminage et transverse. De plus, la corrélation d'images a mis en évidence l'inhomogénéité de la déformation de transformation et a permis de suivre son évolution. L'essai de compression confirme l'existence de la dissymétrie traction-compression du comportement superélastique.

Les résultats de corrélation d'images sur les essais hétérogènes (biaxiaux et Meuwissen) ont permis de mettre en évidence les évolutions spatio-temporelles des déformations et de la transformation sur l'éprouvette et la variété des trajets de chargement.

L'ensemble des essais permet de construire une base de données expérimentales unifiée sur le comportement superélastique de l'alliage NiTi étudié ; elle sera exploitée pour l'identification et/ou la validation des paramètres du modèle de Chemisky et al. (Chemisky et al. 2011). Cette base expérimentale peut être également utilisée pour améliorer les modèles du comportement superélastique des AMF en tenant compte de l'anisotropie du comportement par exemple.

## 4.6. Bibliographie

(Bouvet 2001) Bouvet C. (2001). *De l'uniaxial au multiaxial : comportement pseudoélastique des alliages à mémoire de forme*. Thèse de doctorat, Université de Franche-Comté.

(Chemisky et al. 2011) Chemisky Y., Duval A., Patoor E. et Ben Zineb T. (2011). *Constitutive model for shape memory alloys including phase transformation, martensitic reorientation and twins accommodation*. *Mechanics of Materials*, 43, 361-376.

(Entemeyer 1996) Entemeyer D. (1996). *Étude micromécanique du comportement thermomécanique des alliages à mémoire de forme*, thèse de doctorat, université de Metz.

(Lexcellent et al. 2002) Lexcellent C., Vivet A., Bouvet C., Calloch S. et Blanc, P. (2002). *Experimental and numerical determinations of the initial surface of phase transformation under biaxial loading in some polycrystalline shape-memory alloys*. *J. Mech. and Phys. of Solids*, 50, 2717–2735.

(Lexcellent 1996) Lexcellent C., Bourbon G. (1996). *About the non-symmetric tension compression pseudoelastic behavior of TiNi shape memory alloys*, AEPA, Nagasaki, 653- 658.

(Orgéas et Favier 1998) Orgéas L., Favier D. (1998). *Stress induced martensitic transformation of a NiTi alloy in isothermal shear, tension and compression*, *Acta. Mat.*, Vol. 46, n° 15, 5579-5591.

(Patoor et al. 1995) Patoor E., El Amrani M., Eberhardt A. et Berveiller M. (1995). *Determination of the Origin for the Dissymmetry Observed between Tensile and Compression Tests on Shape Memory Alloys*. *J. Phys. IV*, 5, 495–500.

(Sittner et al., 2006) Sittner P., Landa M., Luka, P. et Novak V. (2006). *R-phase transformation phenomena in thermomechanically loaded NiTi polycrystals*. *Mechanics of Materials*, 38, 475–492.

(Taillard 2006) Taillard K. (2006). *Etude du comportement thermomécanique des alliages à mémoire de forme sous sollicitations multiaxiales*. Thèse de doctorat, ENS Cachan.

(Thiebaud et al. 2007) Thiebaud F., Lexcellent C., Colle, M. et Foltete E. (2007). *Implementation of a model taking into account the asymmetry between tension and compression, the temperature effects in a finite element code for shape memory alloys structures calculations*. *Computational Materials Science*, 41, 208–221.



## **5. Modélisation du comportement des alliages à mémoire de forme**

5.1.	Introduction .....	118
5.2.	Modèle de Panico et Brinson 2007 .....	119
5.2.1.	Hypothèses et formulation du modèle de Panico et Brinson .....	120
5.2.2.	Applications du modèle de Panico-Brinson .....	121
5.3.	Modèle de Thiebaud et LExcellent 2007 .....	122
5.3.1.	Hypothèses et formulation du modèle de Thiebaud et LExcellent .....	122
5.3.1.	Applications du modèle de Thiebaud et LExcellent .....	126
5.4.	Modèle de Saint-Sulpice et al. 2009 .....	127
5.4.1.	Hypothèses et formulation du modèle de Saint-Sulpice et al. ....	128
5.4.1.	Applications du modèle de Saint Sulpice et al. ....	130
5.5.	Modèle de Lagoudas et al. 2012 .....	132
5.5.1.	Hypothèses et formulation du modèle de Lagoudas et al. ....	134
5.5.1.	Applications du modèle de Lagoudas et al. ....	136
5.6.	Modèle de Chemisky et al. 2011 .....	138
5.6.1.	Applications du modèle de Chemisky et al. ....	138
5.7.	Conclusion .....	141
5.8.	Bibliographie .....	142

## **5.1. Introduction**

L'étude du comportement des alliages à mémoire de forme a intéressé et intéresse encore de nombreux chercheurs. L'un des challenges pas encore totalement relevé est de construire des modèles permettant une description plus ou moins complète des principaux phénomènes caractéristiques des AMF décrits dans les chapitres 1 et 2.

Les modèles de comportement des AMF se répartissent en deux catégories :

- Les modèles avec changement d'échelle, appelés aussi micro-macro, qui partent de la représentation du comportement du matériau à l'échelle des grains pour aller vers le comportement du matériau à l'échelle macroscopique, celle du polycristal.
- Les modèles phénoménologiques qui représentent directement le comportement du matériau à l'échelle macroscopique, à partir de l'évolution de variables internes définies à l'échelle du matériau polycristallin.

Les modèles micromécaniques avec transition d'échelle (micro-macro) possèdent un grand pouvoir prédictif, mais généralement ils font intervenir un nombre important de paramètres difficiles à identifier. Cependant, ils ont l'avantage d'introduire une représentation assez réaliste de la microstructure à l'échelle des grains et également de prendre en compte de façon directe certains phénomènes physiques responsables du comportement (transformation de phase par apparition de variantes clairement identifiées par exemple). La plupart de ces modèles micromécaniques sont basés sur la méthode d'homogénéisation auto-cohérente (Patoor et al. 1987, Falk 1990, Patoor et al. 1996, Lagoudas et Bhattacharya 1997, Lu et Weng 1998, Gao et Brinson 2002). L'origine du comportement asymétrique en traction-compression des AMF a été mise en évidence grâce à ces modèles (Patoor et al. 1995). Ces modèles ont montré leur capacité de prédiction dans des cas de chargements multiaxiaux et ont permis la détermination de la surface de début de transformation pour plusieurs types d'AMF : Cu-Zn-Al (Arbab Chirani et Patoor 2000) et Cu-Al-Be (Lexcelent et al. 2002, Taillard et al. 2008).

Quant aux modèles phénoménologiques, ils sont plus adaptés à l'implémentation numérique et donc aux calculs des structures. Il est préférable qu'ils utilisent un nombre relativement faible de variables internes et de paramètres, pour rendre l'identification possible. Généralement, ces modèles considèrent une relation directe entre les variables internes et la déformation macroscopique. Afin de décrire l'évolution des différentes variables, qui sont généralement la déformation de transformation et la fraction volumique de la martensite, au cours d'un chargement thermomécanique, ces modèles utilisent le cadre de la thermodynamique des processus irréversibles. Les variables de contrôle des processus sont la température et la contrainte ou la déformation. Les premiers modèles phénoménologiques de la littérature se limitent à la description du comportement superélastique pour des cas de chargement unidimensionnel (Tanaka et Nagaki 1982, Tanaka 1986, Liang et Rogers 1990). Les modèles suivants sont basés sur un pseudo-diagramme de phase simplifié : Raniecki et Lexcellent 1994, Lexcellent et Leclercq 1996, Brinson et Bekker 1998. Ils permettent la simulation de trajets de chargement plus complexes tels que le refroidissement sous

contrainte, l'effet mémoire de forme et la réorientation. Les premiers modèles développés avec des extensions aux chargements tridimensionnels sont ceux de Lagoudas (Boyd et Lagoudas 1996, Bo et Lagoudas 1999). Les modèles les plus récents ont la capacité de prédire les différents aspects du comportement des AMF en chargement thermomécanique multiaxial tels que la dissymétrie traction-compression (Qidwai et Lagoudas 2000, Peultier et al. 2008, Chemisky et al. 2011), la description des boucles internes (Bouvet et al 2004, Peultier et al. 2006) ou les effets liés au cyclage (Lagoudas et Entchev 2004, Panico et Brinson 2008, Saint-Sulpice et al. 2009). Certains modèles implémentés dans des codes de calculs par éléments finis décrivent l'évolution de la déformation de transformation avec une seule fraction volumique de martensite et considèrent une relation de proportionnalité entre les évolutions de ces deux quantités (Jaber et al. 2008, Saint-Sulpice et al 2009, Arghavani et al. 2010). D'autres modèles ont choisi de décomposer la fraction de martensite en deux parties (Brinson 1993) : une partie associée à la martensite orientée et l'autre liée à la martensite autoaccommodée (Lexcellent et Leclerq 1996, Panico et Brinson 2007, Thiebaud et al. 2007). Les modèles présents dans la littérature et capables de décrire les différents comportements des AMF sont trop nombreux pour être tous cités et présentés dans ce manuscrit. Le lecteur intéressé est renvoyé aux deux revues effectuées par Patoor et Lagoudas (Patoor et al. 2006, Lagoudas et al. 2006). Elles regroupent les différentes lois de comportement des AMF respectivement à l'échelle du monocristal et à celle du polycristal. Seuls cinq modèles seront présentés dans la revue bibliographique de cette thèse : le modèle de Panico et Brinson 2007 basé sur l'idée de séparer la martensite en une partie orientée et une partie autoaccommodée, le modèle de Thiebaud et Lexcellent 2007 qui permet la gestion de la dissymétrie entre traction et compression, le modèle de Saint-Sulpice et al. 2009 qui introduit l'effet du cyclage sur la déformation résiduelle, le modèle de Lagoudas et al. 2012 qui tient compte de la variation de l'amplitude de la déformation de transformation avec le niveau de contrainte appliquée, et enfin le modèle de Chemisky et al. 2011 qui est le modèle pour lequel l'identification des paramètres a été conduite dans ce travail. Quatre des modèles présentés ont participé au Roundrobin organisé dans le cadre du projet Européen MAFESMA et présenté lors de la conférence ESOMAT 2009.

## **5.2. Modèle de Panico et Brinson 2007**

Le modèle de Panico et Brinson est un modèle macroscopique phénoménologique formulé dans le cadre classique de la thermodynamique des processus irréversibles. Il appartient aux modèles de type Brinson (Brinson 1993) qui séparent la fraction de martensite en deux : une fraction de martensite orientée par la contrainte et une fraction de martensite thermique de structure autoaccommodée. Ce modèle est capable de prendre en compte l'histoire du trajet de chargement. Il s'applique dans les cas de chargements proportionnels et non proportionnels multiaxiaux. Il prend en compte la présence de la martensite autoaccommodée et de la martensite orientée et reproduit les phénomènes liés à la réorientation. Ce modèle est basé sur le travail de Lexcellent et Leclerq (Lexcellent et Leclerq 1996) et élargit sa formulation à des conditions de chargement plus générales.

### 5.2.1. Hypothèses et formulation du modèle de Panico et Brinson

- **Décomposition de la déformation totale, définition de la déformation de transformation**

Une décomposition additive de la déformation totale entre la déformation élastique et la déformation inélastique est adoptée. La déformation inélastique  $\underline{\varepsilon}^{in}$  est décomposée en deux contributions qui proviennent respectivement de la martensite transformée (déformation de transformation  $\varepsilon^{tr}$ ) et de la réorientation des variantes de martensite précédemment existantes (déformation de réorientation  $\varepsilon^{re}$ ).

- **Potentiel et forces thermodynamiques**

À chaque instant l'état thermodynamique du Volume Élémentaire Représentatif (VER) est entièrement défini par un certain nombre de variables de contrôle et de variables internes. En conséquence, à partir de la définition d'un potentiel approprié, il est possible de déterminer les forces thermodynamiques conjuguées à la fois aux variables internes et externes.

Les variables internes de ce modèle sont  $z_\sigma$  et  $z_T$  qui représentent respectivement la fraction volumique de la martensite orientée et celle de la martensite autoaccommodée. La fraction volumique de la martensite orientée  $z_\sigma$  est définie d'une façon similaire à celle d'Andra et al. (Andra et al. 2001).

Une expression classique de l'énergie libre de Helmholtz du système à trois phases, similaire à celle de LExcellent et Leclercq (LExcellent et Leclercq 1996), est adoptée. Le tenseur des déformations élastiques  $\underline{\varepsilon}^e$  et la température absolue  $T$  sont choisis comme variables de contrôle.

La deuxième loi de la thermodynamique écrite sous la forme de l'inégalité de Clausius-Duhem est utilisée afin d'en tirer les forces thermodynamiques.

Les expressions des trois forces thermodynamiques  $\underline{X}_{tr}$ ,  $\underline{X}_{re}$  et  $X_T$  associées respectivement aux variables  $\varepsilon^{tr}$ ,  $\varepsilon^{re}$  et  $z_T$  sont :

$$\underline{X}_{tr} = \underline{\sigma}' - \rho [ \langle T \Delta \eta_0 - \Delta u_0 \rangle + H_\sigma z_\sigma ] \frac{\underline{\varepsilon}^{in}}{\sqrt{3/2} \gamma \|\underline{\varepsilon}^{in}\|} \quad (5.1)$$

$$\underline{X}_{re} = \underline{\sigma}'$$

$$X_T = -\rho (T \Delta \eta_0 - \Delta u_0)$$

- $\underline{\sigma}'$  est la partie déviatorique du tenseur des contraintes  $\underline{\sigma}$ ,
- $\eta$  est l'entropie,
- $\rho$  est la masse volumique du matériau,
- $H_\sigma$  est un paramètre matériau qui contrôle l'écroutissage lors de la transformation de phase,



- La notation ' $\langle \rangle$ ' désigne la partie positive,
- $\gamma$  est la déformation de transformation maximale pour un chargement uniaxial.
- $\Delta u_0$  et  $\Delta \eta_0$  sont les variations d'énergie et d'entropie :

$$\Delta u_0 = u_0^A - u_0^M, \quad \Delta \eta_0 = \eta_0^A - \eta_0^M \quad (5.2)$$

$u_0^A$  et  $u_0^M$  sont les énergies libres spécifiques de l'austénite et de la martensite,  $\eta_0^A$  et  $\eta_0^M$  sont les entropies de l'austénite et de la martensite.  $u_0^M$  et  $\eta_0^M$  sont supposées être les mêmes pour les martensites orientée et autoaccommodée.

### 5.2.2. Applications du modèle de Panico-Brinson

La particularité du modèle de Panico et Brinson est le traitement séparé des deux martensites :

- la martensite autoaccommodée qui se forme par simple refroidissement sans contrainte externe,
- et la martensite orientée produite par l'application d'une contrainte.

Cette séparation permet la prise en compte du comportement en réorientation pour des trajets de chargement non proportionnel.

L'évolution de la déformation de transformation est liée à l'évolution de la fraction volumique de martensite. Des simulations ont montré la capacité de ce modèle à reproduire la superélasticité et l'effet mémoire de forme.

La Figure 5-1 (Panico et Brinson 2007) montre un exemple de simulation du comportement d'un VER sous chargement multiaxial non proportionnel à une température supérieure à  $A_f$  : comportement superélastique. Le chargement est de type carré dans le plan contrainte axiale - contrainte de cisaillement.

Trois simulations du même chargement, mais pour trois types de comportement, ont été réalisées :

- un comportement purement élastique,
- un comportement élastoplastique,
- et un comportement respectant le modèle de Panico et Brinson.

Les réponses des trois matériaux sont complètement différentes. Comme attendu, la réponse en déformation du matériau élastique reproduit la trajectoire du chargement imposé en contrainte, tandis que le matériau élastoplastique présente une forte déformation résiduelle après la décharge. Quant à l'AMF (loi de comportement de Panico et Brinson), il ne présente aucune déformation résiduelle (comportement superélastique).

Il manque dans ce modèle la prise en compte de la dissymétrie observée expérimentalement entre la traction et la compression et celle des boucles internes.

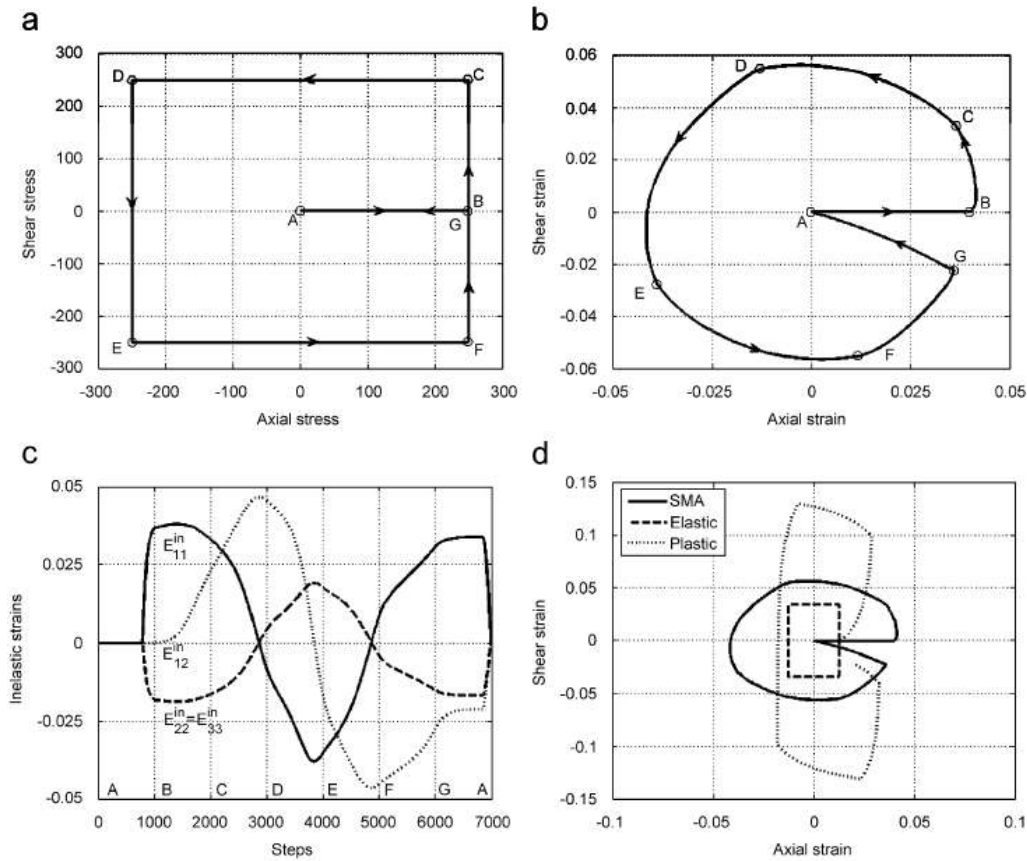


Figure 5-1 : Comparaison des réponses à un chargement imposé en contrainte de trois matériaux : élastique, élastoplastique et superélastique. a) Chargement biaxial imposé, représenté dans le plan contrainte axiale, contrainte de cisaillement, en forme de carré. b) Evolution des déformations axiales et de cisaillement pour le matériau superélastique. c) Evolution des déformations inélastiques en fonction du temps, dans le matériau superélastique. d) Réponse en déformation des trois matériaux : lois de comportement élastique, élastoplastique et type AMF (Panico et Brinson 2007).

### 5.3. Modèle de Thiebaud et LExcellent 2007

Le modèle de Thiebaud et LExcellent est un modèle phénoménologique basé sur les travaux de Raniecki et LExcellent (Raniecki et LExcellent 1998), et qui a été adapté pour les chargements multiaxiaux. Il a été implémenté dans le code de calculs COMSOL pour assurer le couplage thermomécanique en 3D. Il tient compte de la transformation de la martensite orientée ainsi que de la dissymétrie traction-compression.

#### 5.3.1. Hypothèses et formulation du modèle de Thiebaud et LExcellent

- **Décomposition de la déformation totale, définition de la déformation de transformation**

Deux phases sont considérées dans ce modèle : l'austénite ( $\alpha = 1$ ) et la martensite orientée induite par contrainte ( $\alpha = 2$ ).

La déformation totale  $\underline{\varepsilon}$  est décomposée en trois déformations : élastique  $\underline{\varepsilon}^{el}$ , thermique  $\underline{\varepsilon}^{th}$  et de transformation  $\underline{\varepsilon}^{tr}$ .

### • Potentiel et forces thermodynamiques

Le modèle est basé sur l'expression de  $\Phi$  l'énergie libre de Helmholtz :

$$\begin{aligned} \Phi(T, \underline{\varepsilon}, \xi, h_k) = & u_0^1 - Ts_0^1 + \frac{1}{2\rho} [\underline{\varepsilon} - \underline{K}\xi - \alpha(T - T_0)] : \underline{\underline{L}} [\underline{\varepsilon} - \underline{K}\xi - \alpha(T - T_0)\underline{I}_d] \\ & + C_v \left[ (T - T_0) - T \ln \frac{T}{T_0} \right] - \xi \pi_0^f(T) + \xi(1 - \xi)\Phi_{it} \end{aligned} \quad (5.3)$$

$\underline{I}_d$  désigne le tenseur identité,

$\xi$  est la fraction volumique de martensite,

$u_0^\alpha$  est l'énergie interne de chaque phase ( $\alpha = 1, 2$ ),

$s_0^\alpha$  est l'entropie de chaque phase ( $\alpha = 1, 2$ ),

$\rho$  est la masse volumique du matériau,

$C_v$  est la chaleur spécifique,

$\underline{\underline{L}}$  est le tenseur des rigidités élastiques supposé identique dans toutes les phases du matériau,

$T$  est la température actuelle, supposée uniforme dans le matériau,

$T_0$  est la température d'équilibre de la transformation,

$\alpha$  est le coefficient de dilatation thermique du matériau,

$\Phi_{it}$  représente l'énergie de configuration associée à la microstructure,

$\underline{K}$  est une fonction des variables internes appelées  $h_k$  ( $k = 1, \dots, n$ ) et qui sont associées à la formation de la phase martensitique,

$\pi_0^f(T) = \Delta u_0 - T\Delta s_0$  est la force motrice thermodynamique associée à la transformation de phase dans l'état libre de contrainte. Dans cette expression,  $\Delta u_0$  et  $\Delta s_0$  sont les variations de l'énergie interne et de l'entropie :

$$\begin{aligned} \Delta u_0 &= u_0^1 - u_0^2 \\ \Delta s_0 &= s_0^1 - s_0^2 \end{aligned} \quad (5.4)$$

Le concept d'arrangement optimal interne défini par Raniecki et Lexcellent (Raniecki et Lexcellent 1998) établit que l'ensemble des variables internes  $h_k$  minimise la fonction de l'énergie libre de Helmholtz. La fonction  $\underline{K}$  peut être dérivée d'une fonction positivement homogène notée  $g^*(\underline{\sigma})$ . Cette description permet de prendre en compte la dissymétrie traction-compression observée dans les AMF.

$$\underline{K}(h_k) = \rho \frac{\partial g^*(\underline{\sigma})}{\partial \underline{\sigma}} \quad (5.5)$$

La fonction  $g^*(\underline{\sigma})$  est écrite sous la forme :

$$g^*(\underline{\sigma}) = \frac{\gamma}{\rho} \sigma_{eq} \quad (5.6)$$

$\gamma$  représente la déformation de transformation maximale en cisaillement pur,  $\sigma_{eq}$  est une contrainte équivalente.

L'énergie libre de Gibbs  $g$  est définie à partir de l'énergie libre de Helmholtz  $\Phi$ , ce qui conduit aux équations thermoélastiques suivantes :

$$\begin{aligned} \underline{\varepsilon} &= \rho \frac{\partial g}{\partial \underline{\sigma}} = \underline{L}^{-1} \underline{\sigma} + \underline{K} \xi + \alpha (T - T_0) \underline{I}_d \\ s &= -\frac{\partial g}{\partial T} = s_0^1 - \xi \Delta s_0 + C_v \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) + \frac{\alpha}{\rho} \underline{\sigma} : \underline{I}_d \end{aligned} \quad (5.7)$$

La force thermodynamique  $\pi_f$  associée à la fraction de martensite  $\xi$  est

$$\pi_f(\underline{\sigma}, T, \xi) = -\frac{\partial g}{\partial \xi} = g^*(\underline{\sigma}) - (1 - 2\xi) \Phi_{it} + \pi_0^f(T) \quad (5.8)$$

La seconde loi de la thermodynamique s'écrit

$$ds + \frac{dq}{T} = \frac{dD}{T} \geq 0 \quad (5.9)$$

$dq$  et  $dD$  sont respectivement les différentielles de l'échange de chaleur et de la dissipation d'énergie. L'expression de cette dissipation est donnée par

$$dD = \pi_f d\xi \geq 0 \quad (5.10)$$

L'équation de la chaleur est

$$C_v \dot{T} - \lambda \Delta T = r + [\pi_f(\underline{\sigma}, T, \xi) + T \Delta s_0] \dot{\xi} - \frac{T\alpha}{\rho} \underline{I}_d : \dot{\underline{\sigma}} \quad (5.11)$$

$\Delta T = T_{,ii}$  est le Laplacien de la température,

$\lambda$  le coefficient de conductivité thermique et  $r$  la source de chaleur interne.

### • Contrainte équivalente et déformation de transformation équivalente

Pour définir la surface de transformation, une définition de la surface d'écoulement du même type que celle adoptée dans les matériaux élastoplastiques est introduite :

$$f_1 = \sigma_{eq} - \sigma_0 = 0 \quad (5.12)$$

$\sigma_0$  est la limite du domaine élastique et  $\sigma_{eq}$  la contrainte équivalente. La contrainte équivalente au sens de Von Mises est insuffisante pour décrire la dissymétrie entre la traction

et la compression présente dans les AMF. Pour permettre la description de cette dissymétrie, une fonction  $f$  définie par Bouvet et al. (Bouvet et al. 2004) est adoptée :

$$\sigma_{eq}(\bar{\sigma}, y_\sigma) = \bar{\sigma} f(y_\sigma) = \bar{\sigma} \cos \left[ \frac{\cos^{-1}(1 - a(1 - y_\sigma))}{3} \right] \quad (5.13)$$

$a$  est un paramètre du matériau qui caractérise la dissymétrie.

$\bar{\sigma}$  est la contrainte équivalente de Von Mises :

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2} dev(\underline{\sigma}) : dev(\underline{\sigma})} \quad (5.14)$$

$y_\sigma$  est défini par

$$y_\sigma = \frac{27 \det(dev(\underline{\sigma}))}{2 \bar{\sigma}^3} \quad (5.15)$$

$dev$  et  $det$  signifient respectivement le déviateur et le déterminant.

L'Equation (5.5) peut être réécrite

$$K(h_k) = \gamma \frac{\partial \sigma_{eq}}{\partial \underline{\sigma}} \quad (5.16)$$

La fraction volumique de martensite est définie par

$$\xi = \frac{\varepsilon_{eq}^{tr}}{\gamma} \quad (5.17)$$

L'égalité entre la puissance de déformation liée à la transformation de phase  $\sigma : \dot{\varepsilon}^{tr}$  et la puissance équivalente  $\sigma_{eq} \dot{\varepsilon}_{eq}^{tr}$  donne l'expression de  $\varepsilon_{eq}^{tr}$  la déformation de transformation équivalente :

$$\varepsilon_{eq}^{tr} = \frac{\bar{\varepsilon}^{tr}}{\sqrt{f^2(y_\sigma) + 9f'^2(y_\sigma)(1 - y_\sigma)}} \approx \bar{\varepsilon}^{tr} \frac{f(-y_\varepsilon)}{f(-1)} \quad (5.18)$$

$\bar{\varepsilon}^{tr}$  est la déformation de transformation équivalente au sens de Von Mises et  $y_\varepsilon$  est le troisième invariant du tenseur des déformations de transformation :

$$y_\varepsilon = 4 \frac{\det(\underline{\varepsilon}^{tr})}{(\bar{\varepsilon}^{tr})^3} \quad (5.19)$$

#### • Lois d'évolution des variables internes

Les deux équations qui définissent les critères de transformation directe ( $A \rightarrow M$ ) et inverse ( $M \rightarrow A$ ) sont

$$\psi^1 = \pi^f - k^{(1)}(\xi) \quad (A \rightarrow M) \quad (5.20)$$

$$\psi^2 = -\pi^f + k^{(2)}(\xi) \quad (M \rightarrow A)$$

Les expressions des  $k^{(\alpha)}$  sont données à partir des résultats de Koistinen et Marburger (Koistinen et Marburger 1959).

Les lois suivantes d'évolutions de la fraction de la martensite sont obtenues :

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_{A \rightarrow M}(\dot{\sigma}_{eq}, \xi, \dot{T}) &= \frac{\frac{\gamma \dot{\sigma}_{eq}}{\rho} - \Delta s_0 \dot{T}}{\frac{A_1}{1 - \xi} - 2\Phi_{it}} \\ \dot{\xi}_{M \rightarrow A}(\dot{\sigma}_{eq}, \xi, \dot{T}) &= \frac{\frac{\gamma \dot{\sigma}_{eq}}{\rho} - \Delta s_0 \dot{T}}{\frac{A_2}{\xi} - 2\Phi_{it}} \end{aligned} \quad (5.21)$$

### 5.3.1. Applications du modèle de Thiebaud et LExcellent

Le modèle a été implémenté dans le logiciel de simulation COMSOL. Il permet la simulation du comportement superélastique couplé avec l'équation de la chaleur, ce qui enrichit la modélisation des structures en AMF. Les aspects thermiques de la transformation de phase (la transformation directe (A→M) est exothermique et la transformation inverse (M→A) endothermique) ont été introduits dans ce modèle.

Le chargement d'une plaque soumise à un cycle de traction-compression a été simulé afin d'observer la transformation directe et inverse, et de mettre en évidence la dissymétrie observée expérimentalement (Figure 5-2) (Thiebaud et LExcellent 2007). La simulation est réalisée avec des éléments 2D avec l'hypothèse de contrainte plane.

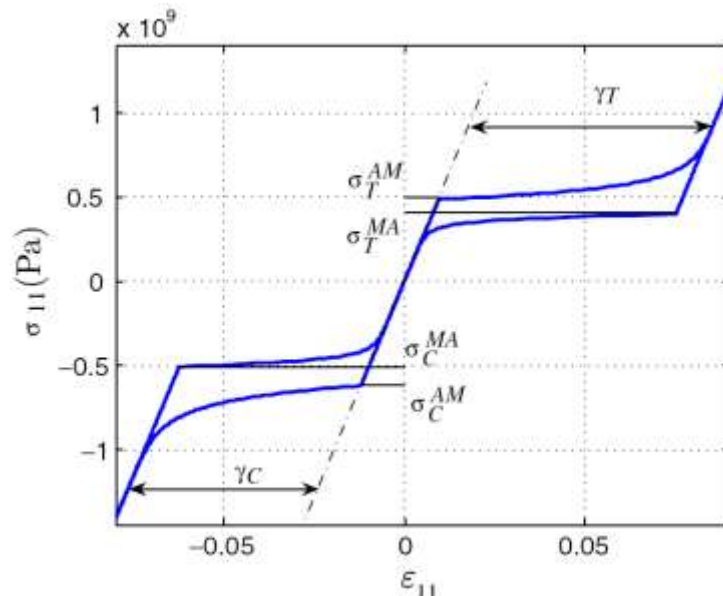


Figure 5-2 : Mise en évidence de la dissymétrie traction-compression. Simulation du comportement superélastique, plaque soumise à un cycle de traction-compression (Thiebaud et LExcellent 2007).

Une comparaison de trois types de simulation a été réalisée (Figure 5-3) : isotherme (température constante en tout point de la structure  $T(x,y) = T_0$ ), adiabatique (pas d'échange de chaleur avec l'extérieur  $q = 0$ ) et température imposée ( $T_{ext} = T_0$ ). Dans le cas adiabatique l'AMF ne peut pas évacuer la chaleur produite par la transformation de phase directe et donc une augmentation de la température du matériau est observée lors de la transformation, ce qui implique une augmentation de contrainte. Un phénomène inverse se produit au retour. La pente de transformation dans le cas adiabatique est donc plus importante que dans le cas isotherme. Dans le cas où la température externe est imposée l'AMF peut évacuer les calories par échanges convectifs avec l'extérieur, l'augmentation (diminution) de température est rapidement stoppée et donc ce cas est pratiquement similaire au cas isotherme.

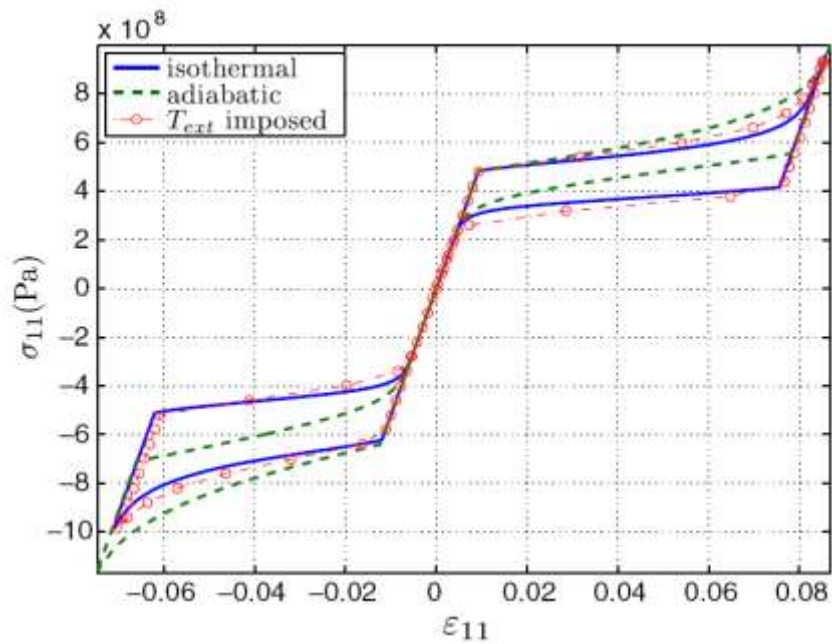


Figure 5-3 : Comparaison entre des simulations d'essais isotherme, adiabatique et à température imposée (Thiebaud et LExcellent 2007).

#### 5.4. Modèle de Saint-Sulpice et al. 2009

Le modèle de Saint-Sulpice et al. a été développé dans le cadre du projet MAFESMA (ANR). C'est un modèle phénoménologique macroscopique 3D qui donne une description de l'évolution de la déformation inélastique permanente due à la martensite résiduelle. Il modélise le comportement superélastique des alliages à mémoire de forme polycristallins sous sollicitations cycliques multiaxiales non proportionnelles. La dissymétrie traction-compression est prise en compte dans ce modèle. Ce modèle est une extension du travail de Bouvet et al. (Bouvet et al. 2004).

### 5.4.1. Hypothèses et formulation du modèle de Saint-Sulpice et al.

- **Décomposition de la déformation totale, définition de la déformation de transformation**

La déformation totale est décomposée en deux déformations additives, une déformation élastique et une déformation de transformation  $\underline{\varepsilon}^{tr}$ .

$z$  la fraction volumique de martensite est proportionnelle à  $\varepsilon_{eq}^{tr}$  la déformation de transformation équivalente :

$$z = \frac{\varepsilon_{eq}^{tr}}{\gamma} \quad (5.22)$$

$\gamma$  est un paramètre matériau qui correspond à la déformation de transformation maximale. La déformation de transformation équivalente  $\varepsilon_{eq}^{tr}$  est la même que celle utilisée dans le modèle de Thiebaud et LExcellent (Equation 5.18) et définie par Bouvet et al. (Bouvet et al. 2004).

- **Évolution des surfaces de transformation de phase directe et inverse**

Dans ce modèle, deux surfaces de transformation  $f_1$  et  $f_2$  sont définies.  $f_1$  est pour la transformation directe et  $f_2$  pour la transformation inverse.  $f_1$  est donnée par

$$f_1 = \sigma_{eq} - (R(z) + \sigma_0^t) \leq 0 \quad (5.23)$$

$R(z)$  est une fonction qui caractérise la taille de la surface de transformation. C'est une fonction de la fraction volumique de martensite  $z$  ( $0 < z < 1$ ).  $\sigma_0^t$  est la contrainte de début de transformation de phase au 1<sup>er</sup> cycle.  $\sigma_{eq}$  la contrainte équivalente proposée par Bouvet et al. (Bouvet et al. 2004) est reprise du modèle de Thiebaud et LExcellent (Equation 5-13).

La surface de transformation de phase inverse est définie par  $f_2$  :

$$f_2 = (\overline{\sigma - \underline{X}})g(y_{\sigma - \underline{X}}) - (R(z) + \sigma_0^t) \leq 0 \quad (5.24)$$

$\underline{X}$  est un tenseur du second ordre qui permet de définir le centre de la surface de transformation inverse.

La taille et la position de la surface de transformation sont donc définies respectivement par  $R$  et  $\underline{X}$ . La variation de ces deux variables en fonction de la fraction volumique de la martensite et l'introduction de la notion de point mémoire permet la prise en compte de l'évolution de la déformation résiduelle sous sollicitation cyclique ainsi que celle des chargements partiels.

$\underline{X}$  est définie par l'équation suivante :

$$\underline{X} = \left( (R(z) + \sigma_0^t) \left( \frac{1}{g(y_\varepsilon)} + \frac{1}{g(-y_\varepsilon)} \right) - \delta(z) \right) \frac{\underline{\varepsilon}^{tr}}{\sqrt{\frac{3}{2} \underline{\varepsilon}^{tr} : \underline{\varepsilon}^{tr}}} \quad (5.25)$$

$\delta(z)$  est caractéristique du domaine élastique de l'alliage. Son évolution est donnée par :



$$\begin{cases} \delta(z) = \delta_{n-1}^{max} + \left( \frac{z - z_{n-1}^{min}}{p^{z_{n-1}^{max} - z_{n-1}^{min}} - p} \right) (\delta_{n-1}^{min} - \delta_{n-1}^{max}) & (z > 0) \\ \delta(z) = \delta_n^{max} + \left( \frac{z - z_n^{min}}{p^{z_{n-1}^{max} - z_{n-1}^{min}} - p} \right) (\delta_{n-1}^{min} - \delta_n^{max}) & (z < 0) \end{cases} \quad (5.26)$$

$n$  est le nombre de boucles internes déterminé en fonction des points mémoires,  $p$  est un paramètre matériau.

$\delta_n^{max}$ ,  $\delta_n^{min}$ ,  $z_{n-1}^{max}$  et  $z_{n-1}^{min}$  sont les valeurs du paramètre  $\delta$  et de la fraction volumique  $z$  correspondant aux points mémoires haut et bas de chaque boucle. Ces valeurs extrémales de  $\delta$  et de  $z$  permettent de prendre en compte les boucles internes en fonction de la transformation de phase directe ( $\dot{z} > 0$ ) ou inverse ( $\dot{z} < 0$ ) (Figure 5-4).

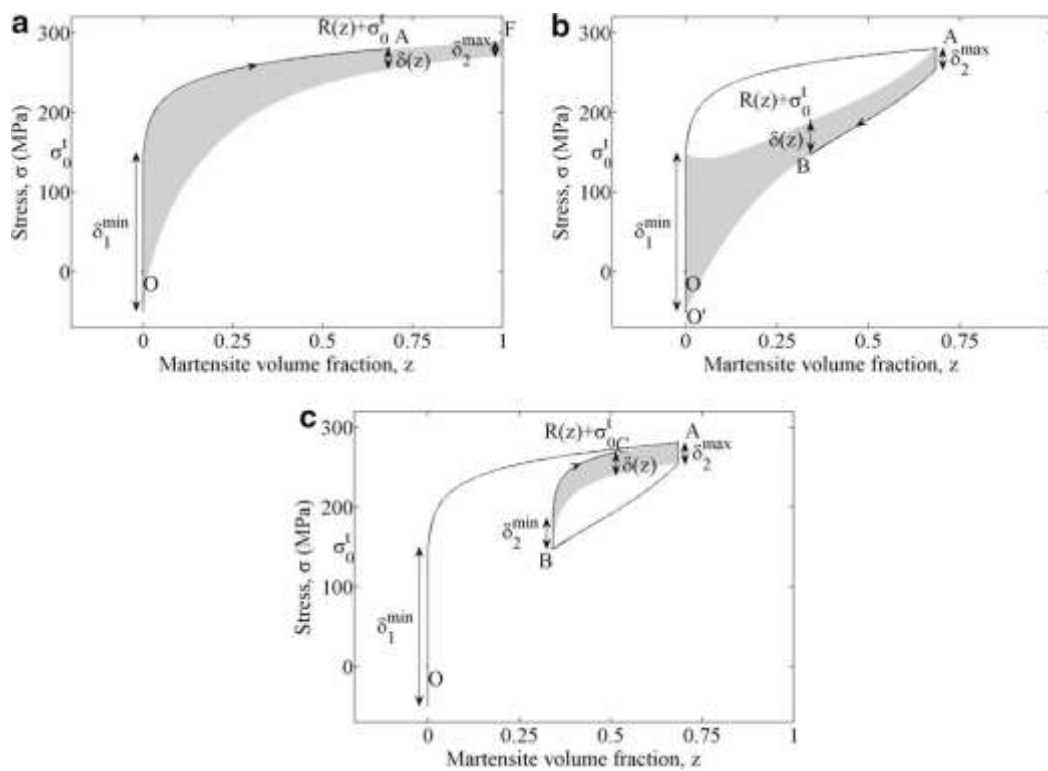


Figure 5-4 : Evolution des paramètres liés à la simulation des boucles internes, a) trajet (OA), transformation directe, b) trajet (AB), retour partiel (transformation inverse), c) trajet (BC) rechargement après retour partiel (transformation directe) (Saint Sulpice et al. 2009).

De la même manière, la taille des deux surfaces de transformation est donnée par l'expression de  $R$  en utilisant les valeurs des points mémoires de chaque boucle.

- **Évolution de la déformation résiduelle sous chargement cyclique**

Des essais expérimentaux sur un alliage de CuAlBe ont montré que la déformation résiduelle observée au cours d'un chargement cyclique est due principalement à la présence de la

martensite résiduelle. Afin de tenir compte de l'évolution de la déformation résiduelle avec la sollicitation cyclique, la fraction volumique cumulée  $tr$  est définie par :

$$tr = \int \left| \frac{d\varepsilon_{eq}^{tr}}{\gamma} \right| \quad (5.27)$$

$d\varepsilon_{eq}^{tr}$  est l'incrément de la déformation de transformation équivalente.

Pour simuler des chargements effectués à différentes amplitudes  $\delta_1^{min}$  est supposé dépendre de l'amplitude du chargement, avec une évolution de  $\delta_1^{min}$  donnée par :

$$\begin{aligned} \delta_1^{min} &= \frac{\Delta R_m b}{tr + tr_0} tr \\ b &= b_c(\Delta z) \exp\left(\frac{\delta_{ac}^{min} + \delta_1^{max} - \delta_1^{min}}{D}\right) \\ b_c(\Delta z) &= AC^{\Delta z} \\ \Delta z &= \begin{cases} z - z_{n-1}^{min} & (\dot{z} > 0) \\ z_n^{max} - z & (\dot{z} < 0) \end{cases} \\ \delta_{ac}^{min} &= \Delta R_m (1 + b_c(\Delta z) \ln(tr + tr_0)) \end{aligned} \quad (5.28)$$

$\Delta R_m, A, C, tr_0$  et  $D$  sont des paramètres matériaux.

#### 5.4.1. Applications du modèle de Saint Sulpice et al.

Des simulations ont été réalisées avec ce modèle afin de les comparer avec des résultats expérimentaux de traction cyclique obtenus sur des éprouvettes d'AMF de type CuAlBe. La Figure 5-5 montre la comparaison entre résultats simulés et résultats expérimentaux pour un essai de 120 cycles à une déformation imposée de 2%.

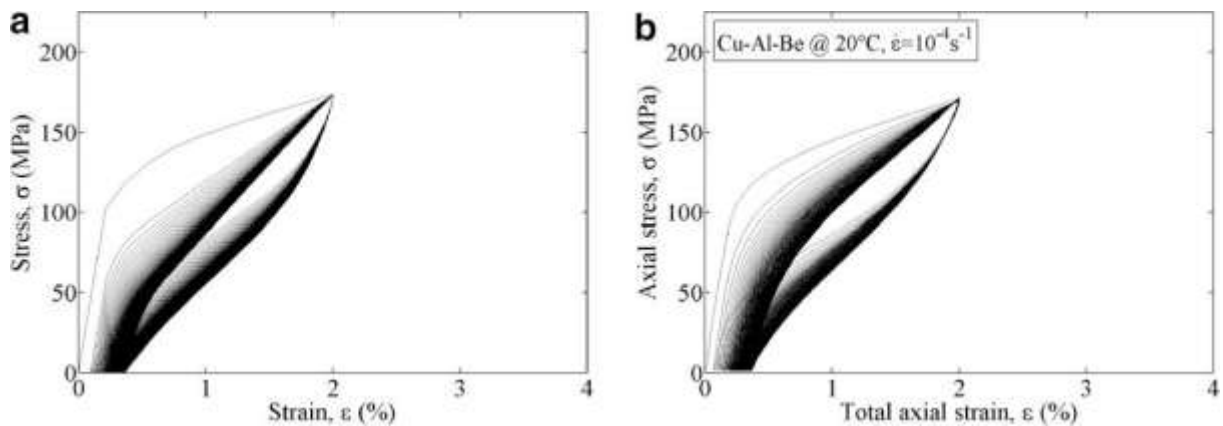


Figure 5-5 : Comparaison sur un essai cyclique à déformation imposée de 2% entre (a) une simulation obtenue avec le modèle de Saint Sulpice et al. et (b) un résultat expérimental sur CuAlBe à 20°C (Saint Sulpice et al. 2009).

La Figure 5-6 présente l'évolution de la déformation résiduelle avec le nombre de cycles pour différentes valeurs de la déformation imposée à amplitude constante.

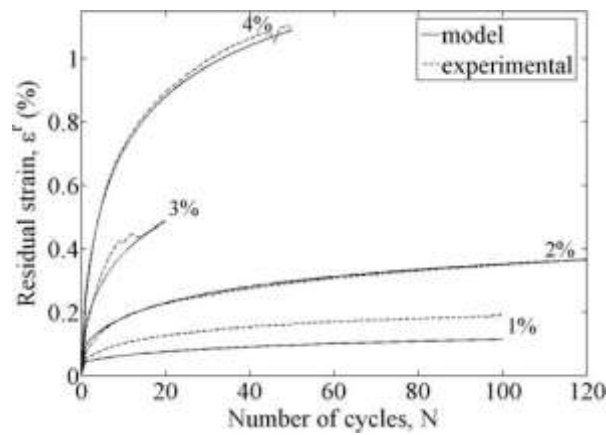


Figure 5-6 : Evolution de la déformation résiduelle en fonction du nombre de cycles, comparaison entre des résultats expérimentaux et des résultats simulés par le modèle de Saint Sulpice et al. pour différentes déformations imposées d'amplitude constante (Saint Sulpice et al. 2009).

D'autres simulations ont été réalisées avec le même modèle pour tester sa réponse dans des cas de chargements cycliques multiaxiaux. La Figure 5-7 montre les résultats d'une simulation d'un chargement proportionnel cyclique en contrainte plane.

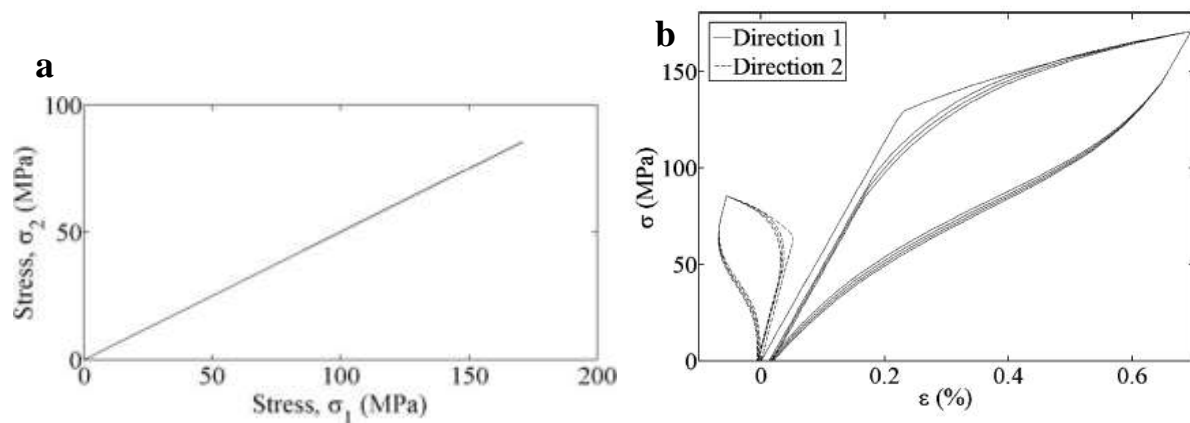


Figure 5-7 : Simulation d'un chargement cyclique proportionnel en contrainte plane a) chargement imposé, b) réponse du matériau sous forme de courbes contrainte-déformation dans les deux directions de chargement (Saint Sulpice et al. 2009).

La Figure 5-8 montre les résultats d'une simulation d'un trajet de chargement non proportionnel en forme de carré dans le plan  $(\sigma_{11}, \sigma_{22})$ .

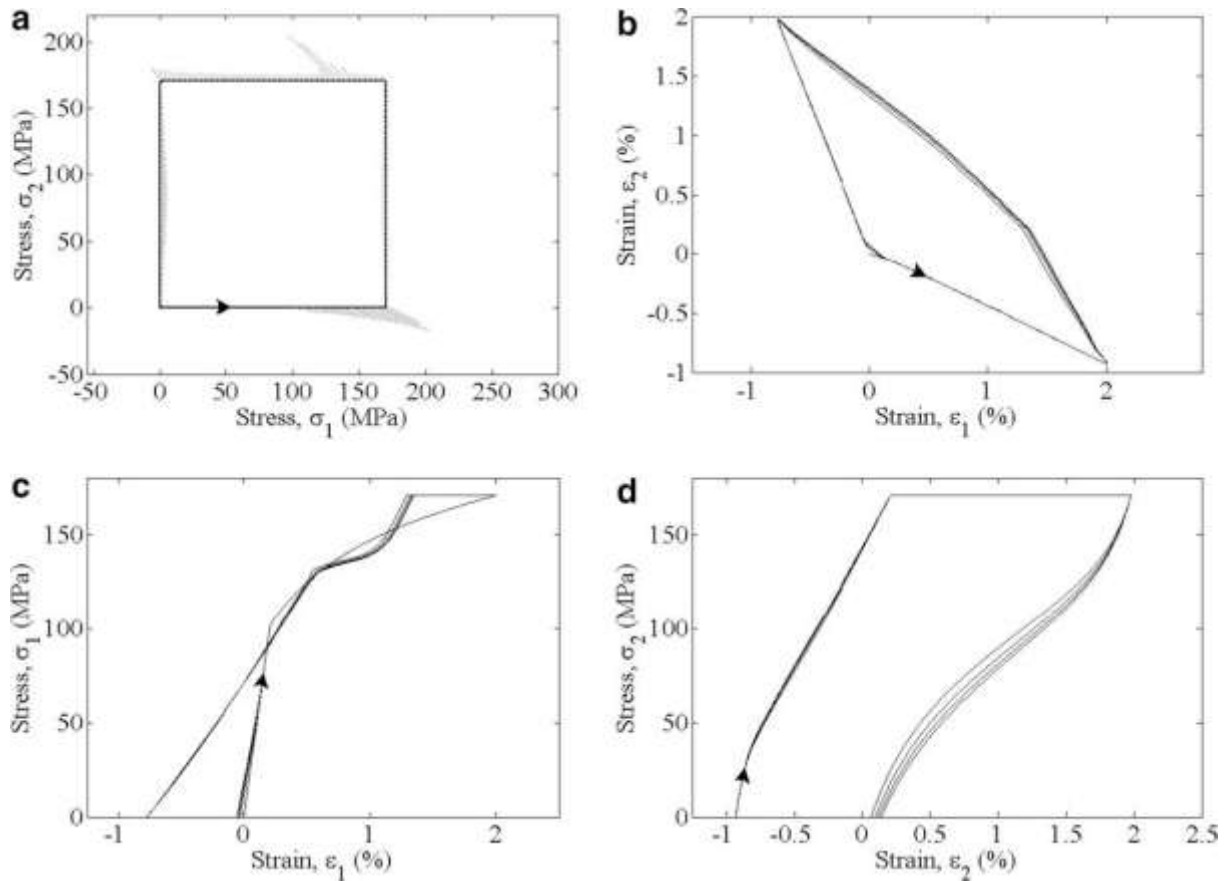


Figure 5-8 : Simulation d'un chargement cyclique non proportionnel a) chargement imposé de forme carrée, b) réponse en déformation, c) d) réponse sous forme de courbe contrainte-déformation dans les deux directions de chargement (Saint Sulpice et al. 2009).

Ce modèle permet de décrire le comportement superélastique des AMF sous chargement cyclique multiaxial non proportionnel. Une attention particulière a été accordée à la description de la déformation résiduelle due à la sollicitation cyclique. Ce modèle permet également de prendre en compte les boucles internes. La dissymétrie traction-compression est prise en compte à travers l'utilisation d'une contrainte équivalente proposée par Bouvet et al. (Bouvet et al. 2004). Les comparaisons entre les simulations du modèle et des essais expérimentaux ont montré la capacité du modèle à reproduire les principaux effets de la transformation observés expérimentalement sous sollicitations cycliques.

## 5.5. Modèle de Lagoudas et al. 2012

Le modèle de Lagoudas et al. (Lagoudas et al. 2012, Popov et Lagoudas 2007) est un modèle de comportement phénoménologique basé sur les travaux antérieurs de Boyd et Lagoudas (Boyd et Lagoudas 1996). Les trois principales améliorations apportées au modèle de Boyd et Lagoudas concernent :

- la description des transitions : transition entre la phase austénitique et la phase de transformation, et transition entre la phase de transformation et la phase martensitique.

Le début et la fin de la transformation de phase sont « plus progressifs ». Ce phénomène est observé expérimentalement par exemple dans les cycles thermiques isobares présentés dans la Figure 5-9.

- la variation de l'amplitude de déformation de transformation avec le niveau de contrainte appliquée (Figure 5-9).
- la variation de l'hystérésis de transformation avec le niveau de contrainte appliquée. Les pentes de transformation directe et inverse sont différentes. La relation entre l'hystérésis et les pentes du diagramme de phase est illustrée dans la Figure 5-10.

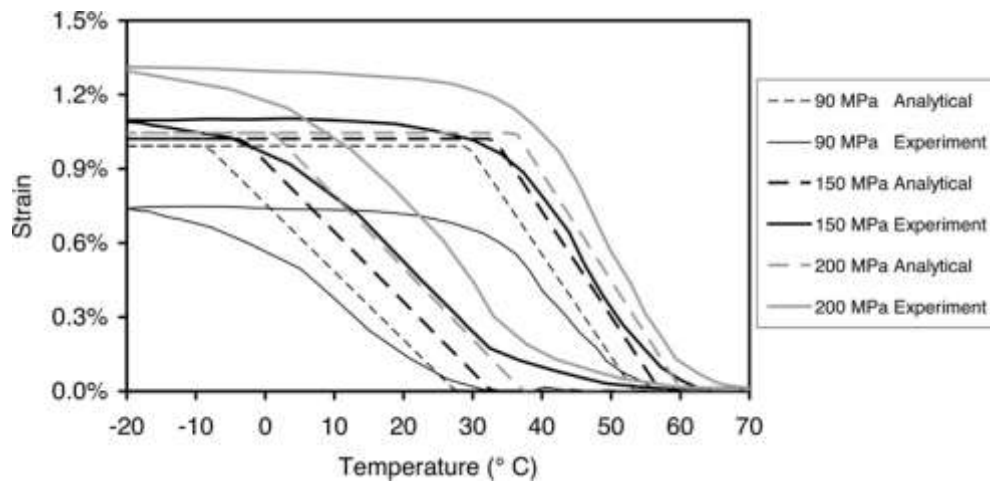


Figure 5-9 : Résultats expérimentaux d'un Ni60Ti40 (% at.) lors de cycles thermiques isobares, effectués à trois niveaux de contraintes, comparés aux résultats de simulations avec le modèle de Boyd et Lagoudas (Boyd et Lagoudas 1996 et Lagoudas et al. 2012).

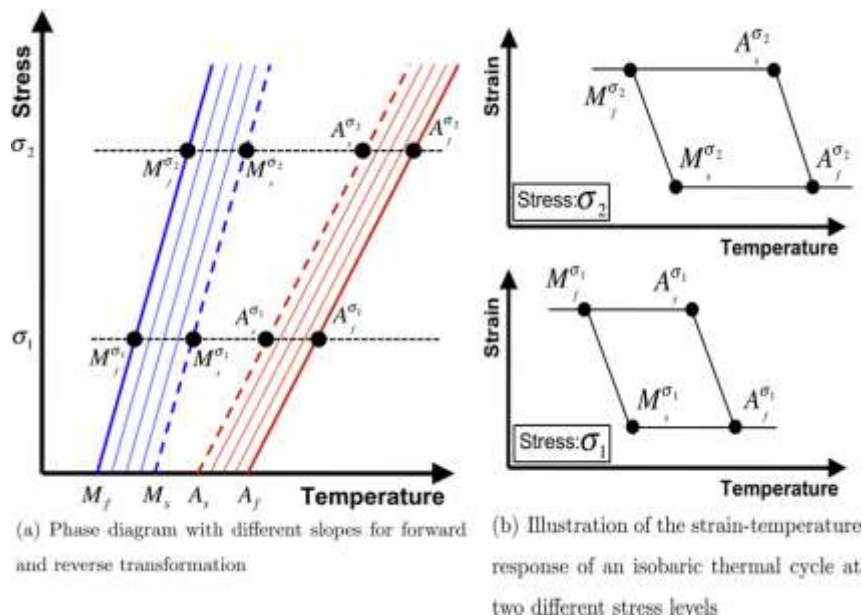


Figure 5-10 : Représentation schématique de la dépendance de l'hystérésis de transformation de phase avec le niveau de contrainte appliquée (Lagoudas et al. 2012).

### 5.5.1. Hypothèses et formulation du modèle de Lagoudas et al.

Deux phases sont considérées dans ce modèle : l'austénite  $A$  et la martensite  $M$ . Le modèle utilise trois variables internes  $\zeta^t = (\varepsilon^t, \xi, g^t)$  qui représentent respectivement la déformation de transformation  $\underline{\varepsilon}^t$  générée lors de la transformation de l'austénite en martensite, la fraction volumique de martensite  $\xi$  ( $0 \leq \xi \leq 1$ ) et l'énergie de transformation  $g^t$ . Le tenseur de contrainte  $\underline{\sigma}$  et la température absolue  $T$  sont considérés comme variables d'état.

- **Equations d'évolution**

La déformation de transformation  $\underline{\varepsilon}^t$  est supposée obéir aux lois d'écoulement suivantes :

$$\underline{\varepsilon}^t = \underline{\Lambda}^t \dot{\xi} \quad (5.29)$$

$$\underline{\Lambda}^t = \begin{cases} \underline{\Lambda}_{fwd}^t, & \dot{\xi} > 0, \\ \underline{\Lambda}_{rev}^t, & \dot{\xi} < 0, \end{cases}$$

$\underline{\Lambda}_{fwd}^t$  et  $\underline{\Lambda}_{rev}^t$  représentent respectivement les tenseurs (d'ordre 2) d'écoulement de transformation directe et inverse. Ces deux tenseurs sont définis selon Bo et Lagoudas (Bo et Lagoudas 1999) par

$$\underline{\Lambda}_{fwd}^t = \frac{3}{2} H^{cur} \frac{\underline{\sigma}^D}{\bar{\sigma}} \quad (5.30)$$

$$\underline{\Lambda}_{rev}^t = \frac{\underline{\varepsilon}^{t-r}}{\xi^{t-r}}$$

$H^{cur}$  est la déformation de transformation uniaxiale maximale,

$\bar{\sigma}$  est la contrainte équivalente au sens de Von Mises,

$\underline{\sigma}^D$  est la partie déviatorique du tenseur de contrainte.

Au cours de la transformation directe, la déformation de transformation est orientée par la contrainte appliquée. Pour la transformation inverse, l'évolution est représentée par la déformation de transformation macroscopique inverse  $\underline{\varepsilon}^{t-r}$ , normalisée par la fraction volumique de martensite inverse  $\xi^{t-r}$ .

La plupart des AMF ne présente pas une déformation de transformation maximale constante pour tous les niveaux de contrainte. Pour tenir compte de la variation de l'amplitude de la déformation de transformation avec le niveau de contrainte appliquée, la déformation de transformation maximale  $H^{cur}$  est donnée par

$$H^{cur}(\bar{\sigma}) = \begin{cases} H_{min} & \text{pour } \bar{\sigma} \leq \bar{\sigma}_{crit} \\ H_{min} + (H_{sat} - H_{min})(1 - e^{-k(\bar{\sigma} - \bar{\sigma}_{crit})}) & \text{pour } \bar{\sigma} > \bar{\sigma}_{crit} \end{cases} \quad (5.31)$$

$H_{min}$  correspond à la déformation de transformation maximale observée pour un niveau de contrainte bas, (déformation mentionnée dans la littérature lors l'effet de mémoire de forme à double sens).

$H_{sat}$  est la déformation de transformation à saturation, elle peut être atteinte lors d'un chargement uniaxial.

$\bar{\sigma}_{crit}$  désigne la contrainte critique équivalente de Von Mises en dessous de laquelle  $H^{cur} = H_{min}$ .

$k$  est un paramètre qui contrôle la vitesse à laquelle  $H^{cur}$  évolue. L'évolution est exponentielle, entre les valeurs limites  $H_{min}$  et  $H_{sat}$ .

Une équation d'évolution est également nécessaire pour relier la variation de l'énergie de transformation  $\dot{g}^t$  à la variation de la fraction volumique de martensite  $\dot{\xi}$  :

$$\dot{g}^t = f^t \dot{\xi}, \quad f^t \begin{cases} f_{fwd}^t, & \dot{\xi} > 0 \\ f_{rev}^t, & \dot{\xi} < 0 \end{cases} \quad (5.32)$$

$f^t$  désigne une fonction de pseudo-écrouissage.  $f_{fwd}^t$  correspond à la transformation directe et  $f_{rev}^t$  à la transformation inverse. Elles doivent respecter la condition suivante :

$$\int_0^1 f_{fwd}^t d\xi + \int_0^1 f_{rev}^t d\xi = 0 \quad (5.33)$$

La description des transitions (entre la pente de l'austénite et la pente de transformation et entre la pente de transformation et la pente de martensite) lors de la transformation directe et inverse est donnée par :

$$\begin{aligned} f_{fwd}^t(\xi) &= \frac{1}{2} a_1 (1 + \xi^{n_1} - (1 - \xi)^{n_2}) + a_3 \\ f_{rev}^t(\xi) &= \frac{1}{2} a_2 (1 + \xi^{n_3} - (1 - \xi)^{n_4}) - a_3 \end{aligned} \quad (5.34)$$

les exposants  $n_1$ ,  $n_2$ ,  $n_3$  et  $n_4$  prennent des valeurs de nombres réels dans l'intervalle  $[0,1]$ , ils sont déterminés à partir des mesures expérimentales. Si  $n_1$  et/ou  $n_3$  ont des valeurs inférieures à 1, la transition entre la pente austénitique et la pente de transformation (début de transformation) au cours de la transformation directe et/ou inverse se produit de façon progressive. De même si  $n_2$  et  $n_4$  ont des valeurs inférieures à 1, la transition entre la pente de transformation et la pente martensitique (fin de transformation), au cours de la transformation directe et/ou inverse, se produit de façon progressive. Si les quatre exposants sont égaux à 1, on retrouve le modèle de Boyd et Lagoudas (Boyd et Lagoudas 1996).

$a_1$ ,  $a_2$  et  $a_3$  sont des paramètres caractéristiques de la transformation martensitique.

### • Potentiel et force thermodynamiques

La forme de l'énergie libre de Gibbs, basée sur les travaux de Boyd et Lagoudas (Boyd et Lagoudas 1996), et Lagoudas et al. (Lagoudas et al. 1996) est adoptée :

$$G(\underline{\sigma}, T, \underline{\varepsilon}^t, \xi, g^t) = (1 - \xi)G^A(\underline{\sigma}, T) + \xi G^M(\underline{\sigma}, T) + G^{mix}(\underline{\sigma}, \underline{\varepsilon}^t, g^t) \quad (5.35)$$

$G^M$  est la contribution thermoélastique de la phase martensitique à cette énergie libre,  $G^A$  est la contribution thermoélastique de l'austénite,

$G^{mix}$  est l'énergie libre du mélange.

Les deux contributions thermoélastiques  $G^\gamma$  (avec  $\gamma = A, M$ ) sont données par :

$$G^\gamma(\underline{\sigma}, T) = -\frac{1}{2\rho} \underline{\sigma} : \mathbf{S}^\gamma \underline{\sigma} - \frac{1}{\rho} \underline{\sigma} : \underline{\alpha}(T - T_0) - c^A \left[ (T - T_0) - T \ln \left( \frac{T}{T_0} \right) \right] - s_0^\gamma T + u_0^\gamma \quad (5.36)$$

Le terme  $G^{mix}$ , l'énergie libre de mélange, est défini par :

$$G^{mix}(\underline{\sigma}, \underline{\varepsilon}^t, g^t) = -\frac{1}{\rho} \underline{\sigma} : \underline{\varepsilon}^t + \frac{1}{\rho} g^t \quad (5.37)$$

$\mathbf{S}^\gamma, c^\gamma, s_0^\gamma$  et  $u_0^\gamma$  sont respectivement le tenseur des complaisances (ordre 4), la chaleur spécifique, l'entropie spécifique et l'énergie interne spécifique de l'austénite et de la martensite.

$\rho$  et  $\alpha$  sont respectivement la densité et le tenseur (ordre 2) des coefficients de dilatation thermique.

$T_0$  est la température d'équilibre de la transformation.

La thermodynamique des processus irréversibles permet d'obtenir l'expression de la force thermodynamique  $\pi^t$  associée à  $\dot{\xi}$  :

$$\begin{aligned} \pi^t \dot{\xi} = 0 &\Leftrightarrow \dot{\xi} = 0 \\ (\underline{\sigma} : \underline{\Delta}^t + p - f^t) \dot{\xi} = \pi^t \dot{\xi} > 0 &\quad \forall \dot{\xi} \neq 0 \end{aligned} \quad (5.38)$$

$p$  est défini par :

$$p = \frac{1}{2} \underline{\sigma} : \Delta \mathbf{S} \underline{\sigma} + \underline{\sigma} : \Delta \underline{\alpha}(T - T_0) - \rho \Delta c \left[ (T - T_0) - T \ln \left( \frac{T}{T_0} \right) \right] + \rho \Delta s_0 T - \rho \Delta u_0 \quad (5.39)$$

$\Delta$  désigne la différence entre les constantes matériau de la martensite et l'austénite.

À partir de l'expression de la force thermodynamique deux surfaces de charges sont définies :

$$\begin{aligned} \phi_{fwd}^t(\underline{\sigma}, T, \xi) &= \pi_{fwd}^t - Y_{fwd}^t & (A \rightarrow M) \\ \phi_{rev}^t(\underline{\sigma}, T, \xi) &= -\pi_{rev}^t - Y_{rev}^t & (M \rightarrow A) \end{aligned} \quad (5.40)$$

$Y_{fwd}^t$  et  $Y_{rev}^t$  sont deux forces motrices thermodynamiques critiques.

### 5.5.1. Applications du modèle de Lagoudas et al.

Pour montrer la capacité du modèle de Lagoudas et al. (Lagoudas et al. 2012) à prendre en compte des chargements non-proportionnels en 3D, le modèle a été implémenté dans un code de calculs par éléments finis (Abaqus). Un actionneur (ressort) en AMF a été modélisé pour voir l'évolution non-proportionnelle de la contrainte induite par la variation de température. Le ressort modélisé a un diamètre d'enroulement de 12,7 mm, un diamètre de fil de 0,5 mm et un pas de 2,8 mm. Une seule spire est étudiée, la configuration de référence est représentée dans la Figure 5-11-a en rouge. Le trajet de chargement thermomécanique appliqué est :



- application d'une charge de  $0,3\text{ N}$  à une température de  $T = 120^\circ\text{C}$  (point 1 de la courbe),
- maintien de la charge et refroidissement jusqu'à  $T = -30^\circ\text{C}$  (point 2 de la courbe),
- maintien de la charge et chauffage jusqu'à  $T = 120^\circ\text{C}$  (point 3 de la courbe).

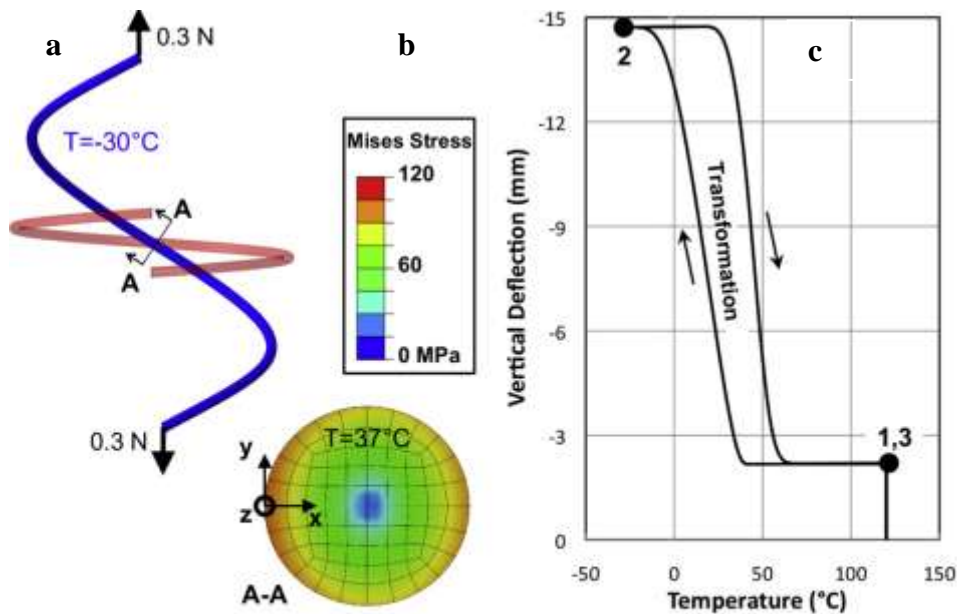


Figure 5-11 : Réponse d'un actionneur en AMF soumis à une variation de température sous contrainte constante, a) états de référence et déformé d'une spire, b) distribution de la contrainte de Von Mises dans la section A-A à  $37^\circ\text{C}$ , c) allongement global de la spire en fonction de la température (Lagoudas et al. 2012).

La déformation résultant du chargement et du refroidissement est représentée dans la Figure 5-11 a et c. La réponse globale donne un allongement de l'ordre de 15 mm. La distribution des contraintes locales de Von Mises, au cours du chauffage pour la température  $T = 37^\circ\text{C}$ , est représentée pour la section A-A dans la Figure 5-11-b. La contrainte est faible au milieu du fil, mais elle est très importante sur les cotés droit et gauche de la coupe à cause de la flexion locale.

La Figure 5-12 montre la comparaison du modèle à des résultats expérimentaux (NiTi) de cycles thermiques isobares à deux niveaux de contraintes (160 MPa et 360 MPa). Le modèle prouve sa capacité à prendre en compte, avec une grande précision, à la fois la variation de l'amplitude de la déformation de transformation avec le niveau de la contrainte appliquée, et la nature progressive de la transition lors de la transformation.

La dissymétrie traction-compression ainsi que les boucles internes ne sont pas prises en compte dans ce modèle.

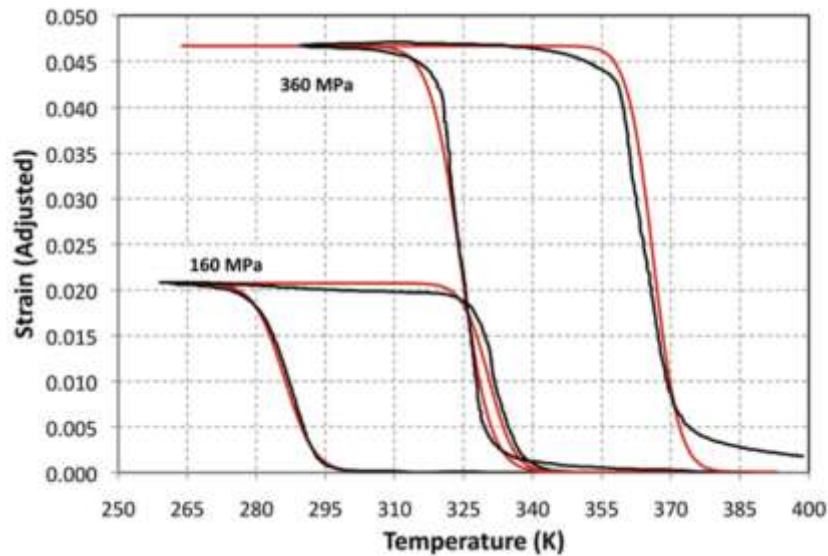


Figure 5-12 : Comparaison entre modèle et essais sur un NiTi, cycles thermiques isobares à deux niveaux de contraintes 160MPa et 360MPa (Lagoudas et al. 2012).

## 5.6. Modèle de Chemisky et al. 2011

Le modèle de Chemisky et Duval (Chemisky et al. 2011) a été développé en collaboration entre le LEM3 (ex LPMM) de Metz et le LEMTA de Nancy, c'est une extension des travaux de Peultier et al. (Peultier et al. 2006, 2008). C'est un modèle tridimensionnel phénoménologique basé sur la thermodynamique des processus irréversibles formulé pour décrire le comportement des AMF et particulièrement celui des NiTi. Trois mécanismes physiques sont considérés dans ce modèle : la transformation martensitique, l'orientation de la martensite et l'accommodation des macles.

La fraction volumique de martensite autoaccommodée  $f^{FA}$  reste constante jusqu'à ce que la transformation inverse se produise, elle est différente de la fraction volumique de martensite thermique définie par Brinson (Brinson 1993) qui peut évoluer en fonction de la contrainte appliquée pour se transformer en fraction de martensite orientée.

La dissymétrie traction-compression et les boucles internes sont prises en compte dans ce modèle. Les équations du modèle seront détaillées dans le chapitre B-6.

### 5.6.1. Applications du modèle de Chemisky et al.

Le modèle a été implémenté dans un code de calculs par éléments finis puis il a été testé dans plusieurs cas de chargement. La Figure 5-13 montre les résultats d'une simulation sur un VER soumis à des chargements homogènes en traction et en compression pour une température de 100°C assurant un comportement superélastique avec uniquement de la transformation de phase. Cette simulation met en évidence la prise en compte de la dissymétrie traction-compression à travers en particulier la valeur des déformations de transformation à saturation. Elle montre aussi le comportement du matériau lors de chargements partiels (inversement du chargement avant d'avoir atteint la transformation totale) : introduction des boucles internes.

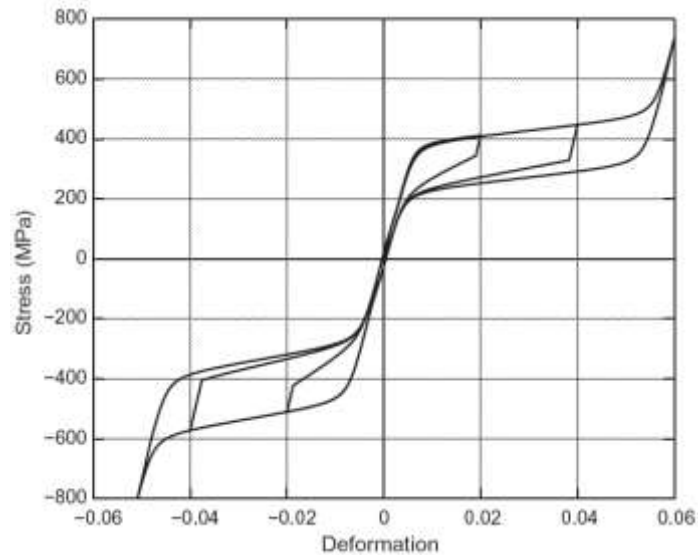


Figure 5-13 : Mise en évidence de la dissymétrie du comportement superélastique entre la traction et la compression et de la prise en compte des boucles internes dans le modèle de Chemisky et Duval (Chemisky et al. 2011).

Afin de montrer la présence et l'effet du mécanisme d'accommodation des macles, trois chargements isothermes en traction simple (sur un VER) ont été réalisés (Figure 5-14) à des températures voisines de  $M_s$  : à  $(M_s - 20^\circ\text{C})$ , à  $M_s$  et à  $(M_s + 20^\circ\text{C})$ . La variation de la pente observée aux bas niveaux de contraintes traduit la présence du mécanisme d'accommodation des macles. Pour l'essai à  $(T = M_s - 20^\circ\text{C} < M_f)$  le matériau non contraint est à l'état martensitique de structure autoaccommodée. Pour les deux autres essais  $(T \geq M_s)$  le matériau est austénitique. Le mécanisme d'accommodation des macles n'est actif que lorsque la température de l'essai de traction est inférieure à  $M_f$ .

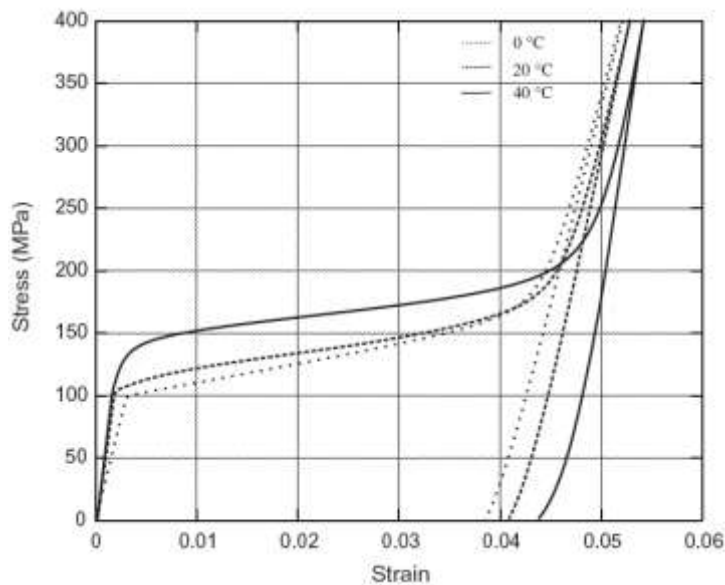


Figure 5-14 : Mise en évidence de l'effet du mécanisme de réorientation des macles lors d'un essai de traction isotherme sur le matériau à l'état martensitique  $(T < M_f)$ , 3 chargements isothermes à des températures au voisinage de  $M_s = 20^\circ\text{C}$  (Chemisky et al. 2011).

Des simulations ont été réalisées à différentes températures, afin de vérifier les capacités du modèle à reproduire les réponses à des chargements complexes (Figure 5-15) : chargement multiaxial non proportionnel de type carré dans le plan de contrainte axiale - contrainte de cisaillement (chargements similaires à ceux effectués par Panico et Brinson (Panico et Brinson 2007)). La figure montre l'effet de l'expression de la déformation maximale de transformation qui est une fonction décroissante de la fraction volumique de martensite autoaccommodée. Cette fraction étant importante à 0 °C, la déformation maximale de transformation à cette température est plus faible qu'à 40°C ou 80°C. L'effet de la dissymétrie traction-compression est observé dans la réponse au chargement.

Le modèle de Chemisky et al. permet la description des différents comportements typiques des AMF comme la superélasticité et l'effet mémoire de forme. Il a montré sa capacité à prédire le comportement des AMF pour des trajets de chargements multiaxiaux non proportionnels. Il introduit les phénomènes liés à la transformation de l'austénite en martensite et ceux liés à l'orientation de la martensite. Une particularité de ce modèle est la prise en compte du mécanisme d'accommodation des macles, présent dans les AMF NiTi à faibles contraintes. L'effet des boucles internes, observées lorsque la transformation martensitique est incomplète, et la dissymétrie traction-compression sont également pris en compte dans ce modèle.

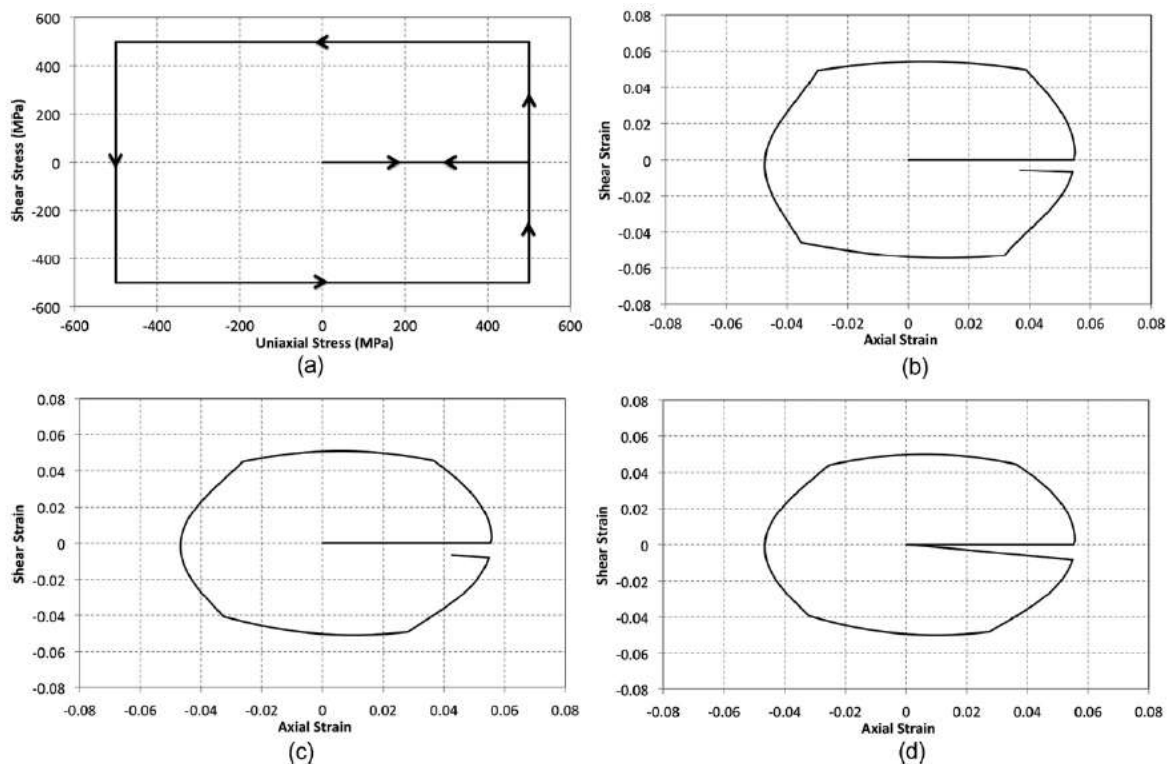


Figure 5-15 : Chargement isotherme a) de type carré dans le plan contrainte axiale-contrainte de cisaillement, et b) c) d) réponses en déformations aux différentes températures 0°C, 40°C et 80°C du modèle de Chemisky et al. (Chemisky et Duval 2011)

## 5.7. Conclusion

Les modèles phénoménologiques, présents actuellement dans la littérature, ont la capacité de décrire des aspects du comportement des AMF en chargement thermomécanique multiaxial tels que : la dissymétrie traction-compression, la description des boucles internes, les effets liés au cyclage, etc (Tableau 5-1).

Modèle	module A ≠ module M	Martensite orientée	Martensite autoaccommodée	Chargement non proportionnel	Chargement multiaxial	Dissymétrie traction-compression	Boucles internes	Cyclage	Déf. et hystérésis de transf. dépendant de la contrainte	Implémentation
Panico et Brinson 2007		OUI	OUI	OUI	OUI			2008		ABAQUS
Popov et Lagoudas 2007	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI					CODE MAISON
Lagoudas et al.2012	OUI	OUI		OUI	OUI			2013	OUI	ABAQUS
Thiebaud et Lexcellent 2007		OUI	OUI		OUI	OUI				COMSOL
Saint-Sulpice et al. 2009		OUI		OUI	OUI	OUI	OUI	OUI		ABAQUS
Chemisky et Duval 2011		OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI		OUI	ABAQUS

Tableau 5-1 : Comparaison et limitations des modèles présentés dans l'analyse bibliographique de cette thèse.

Les variables internes de ces modèles sont généralement la déformation de transformation et la fraction volumique de martensite. Les variables de contrôle des processus sont la température et la contrainte ou la déformation. L'évolution de la déformation de transformation est généralement directement liée à celle de la fraction volumique de martensite. Dans certains modèles cette fraction est séparée en deux parties, une liée à la martensite orientée et l'autre à la martensite thermique.

Tous ces modèles peuvent décrire plus ou moins finement les phénomènes observés lors des essais uniaxiaux. Mais ce qui peut les différencier le plus clairement, ce sont les résultats des simulations du comportement du matériau sous chargements multiaxiaux. Donc, ce qui doit conduire au choix d'un modèle plutôt qu'un autre, c'est notamment la confrontation des simulations avec des résultats expérimentaux provenant d'essais complexes avec une grande variété de trajets de chargement. Cette confrontation n'est possible que si les modèles sont implémentés dans un code de calculs par éléments finis. Le seul modèle disponible pour ce travail, car développé dans le laboratoire, est le modèle de Chemisky et al. (Chemisky et al. 2011).

Le chapitre suivant présente une description détaillée du modèle de Chemisky et al. (Chemisky et al. 2011) choisi pour cette étude, suivie d'une analyse de sensibilité du modèle aux paramètres gouvernant le comportement superélastique ou la réorientation.

## **5.8. Bibliographie**

*(Andra et al. 2001) Andra H., Hesebeck O. et Juhasz L. (2001). Simulation of thermo-mechanical behavior of shape memory alloys under multiaxial non-proportional stress. Math. Mech. 81,329-330.*

*(Arbab Chirani et Patoor 2000) Arbab Chirani S. et Patoor E. (2000). Influence of the crystallographic texture on transformation surfaces in shape memory alloys, 3rd Japan-France Seminar on Intelligent Materials and Structures, Tokai, 188-192.*

*(Arghavani et al. 2010) Arghavani J., Auricchio F., Naghdabadi R., Reali A. et Sohrabpour S. (2010). A 3-d phenomenological constitutive model for shape memory alloys under multiaxial loadings. Int. J. Plasticity 26, 976-991.*

*(Bo et Lagoudas 1999) Bo Z. et Lagoudas D. (1999). Thermomechanical modeling of polycrystalline SMAs under cyclic loading, Part I: Theoretical derivations. Int. J. Eng. Science 37 (9), 1175-1203.*

*(Brinson 1993) Brinson L. C. (1993). One dimensional constitutive behaviour of shape memory alloys : thermomechanical derivation with non-constant material functions. J. of Intelligent Material Systems and Structures 4, 229-242.*

*(Brinson et Bekker 1998) Brinson, L. C. et Bekker A. (1998). Phase diagram based description of the hysteresis behavior of shape memory alloys. Acta Materialia 46(10), 3649-3665.*

*(Boyd et Lagoudas 1996) Boyd J. et Lagoudas D.C. (1996). A thermodynamical constitutive model for shape memory materials. Part i: The monolithic shape memory alloy. Int. J. Plasticity 12 (6), 805-842.*

*(Bouvet et al. 2004) Bouvet C., Calloch S. et Lexcelent C. (2004). A phenomenological model for pseudoelasticity of shape memory alloys under multiaxial proportional and nonproportional loadings. European Journal of Mechanics A/Solids 23, 37-61.*

*(Chemisky et al. 2011) Chemisky Y., Duval A., Patoor E. et Ben Zineb T. (2011). Constitutive model for shape memory alloys including phase transformation, martensitic reorientation and twins accommodation. Mechanics of Materials. 43, 361-376.*

(Falk 1990) Falk F. (1990). Pseudoelastic stress–strain curves of polycrystalline shape memory alloys calculated from single crystal data. *Int. J. Eng. Sci.* 27 (3), 277–284.

(Gao et Brinson 2002) Gao X. et Brinson L. (2002). A simplified multivariant SMA model based on invariant plane nature of martensitic transformation », *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* 13, 795–810.

(Jaber et al. 2008) Jaber M., Smaoui H. et Terriault P. (2008). Finite element analysis of a shape memory alloy three-dimensional beam based on a finite strain description. *Smart Mater. Struct.* 17, 1–11.

(Koistinen et Marburger 1959) Koistinen D. et Marburger R. (1959). A general equation prescribing the extent of the austenite-martensite transformation in pure iron-carbon alloys and plain carbon steels. *Acta Metall.* 7, 55–69.

(Lagoudas et al. 1996) Lagoudas D.C., Bo Z. et Qidwai M. A. (1996). A unified thermodynamic constitutive model for SMA and finite element analysis of active metal matrix composites. *MECHANICS OF COMPOSITE MATERIALS AND STRUCTURES An INTERNATIONAL JOURNAL*, 3(2), 153-179.

(Lagoudas et al. 2006) Lagoudas D., Entchev P., Popov P., Patoor E., Brinson L. C. et Gao X. (2006). Shape memory alloys, part II : Modelling of polycrystals. *Mechanics of Materials* 38, 430–462.

(Lagoudas et al. 2012) Lagoudas D., Hartl D., Chemisky Y., Machado L. et Popov P. (2012). Constitutive model for the numerical analysis of phase transformation in polycrystalline shape memory alloys. *International Journal of Plasticity* 32, 155-183.

(Lagoudas et Bhattacharya 1997) Lagoudas D. et Bhattacharya A. (1997). On the correspondence between micromechanical models for isothermal pseudoelastic response of shape memory alloys and Preisach model for hysteresis. *Math. Mech. Solids* 2 (4), 405-440.

(Lagoudas et Entchev 2004) Lagoudas D. et Entchev P. (2004). Modeling of transformation-induced plasticity and its effect on the behavior of porous shape memory alloys. Part I : constitutive model for fully dense SMAs. *Mechanics of Materials* 36(9), 865–892.

(Lagoudas et Shu 1999) Lagoudas D. et Shu S. (1999). Residual deformation of active structures with SMA actuators, *International Journal of Mechanical Sciences* 41, 595–619.

(Lexcellent et al. 2002) Lexcellent C., Vivet A., Bouvet C., Calloch S. et Blanc, P. (2002). Experimental and numerical determinations of the initial surface of phase transformation under biaxial loading in some polycrystalline shape-memory alloys. *J. Mech. and Phys. of Solids* 50, 2717–2735.

(Lexcellent et Leclercq 1996) Lexcellent C. et Leclercq S. (1996). A general macroscopic description of the thermomechanical behavior of shape memory alloys. *J. Mech. and Phys. of Solids* 44(6), 953–980.

(Liang et Rogers 1990) Liang C. et Rogers C. (1990). One dimensional thermomechanical constitutive relations for shape memory materials. *J. of Intelligent Material Systems and Structures* 1, 207–234.

(Lu et Weng 1998) Lu Z. et Weng G. (1998). A self-consistent model for the stress–strain behavior of shape-memory alloy polycrystals. *Acta Materialia* 46, 5423–5433.

(Panico et Brinson 2007) Panico M. et Brinson L. (2007). A three-dimensional phenomenological model for martensite reorientation in shape memory alloys. *J. of Mechanics and Physics of Solids* 55, 2491 -2511.

(Panico et Brinson 2008) Panico M. et Brinson L. (2008). Computational modeling of porous shape memory alloys. *Int. J. of Solids and Structures*, 45(21), 5613 -5626.

(Patoor et al. 1987) Patoor E., Eberhardt A. et Berveiller M. (1987). Potentiel pseudoélastique et plasticité de transformation martensitique dans les mono et polycristaux métalliques. *Acta Metall.* 35, 2779–2789.

(Patoor et al. 1996) Patoor E., Eberhardt A. et Berveiller M. (1996). Micromechanical modelling of superelasticity in shape memory alloys. *J. Phys IV*, C1-6, 277 -292.

(Patoor et al. 1995) Patoor E., El Amrani M., Eberhardt A. et Berveiller M. (1995). Determination of the Origin for the Dissymmetry Observed between Tensile and Compression Tests on Shape Memory Alloys. *J. Phys. IV*, 5, 495 -500.

(Patoor et al. 2006) Patoor E., Lagoudas D. C., Entchev P. B., Brinson L. C. et Gao X. (2006). Shape memory alloys, part I: general properties and modeling of single crystals. *Mechanics of Materials* 38, 391 -429.

(Peultier et al. 2006) Peultier B., Ben Zineb T. et Patoor E. (2006). Macroscopic constitutive law of shape memory alloy thermomechanical behaviour. Application to structure computation by FEM. *Mechanics of Materials* 38, 510 -524.

(Peultier et al. 2008) Peultier B., Ben Zineb T. et Patoor E. (2008). A simplified micromechanical constitutive law adapted to the design of shape memory applications by finite element methods. *Mat. Science & Eng. A* 481-482, 384 -388.

(Popov et Lagoudas 2007) Popov P. et Lagoudas D. C. (2007). A 3-D constitutive model for shape memory alloys incorporating pseudoelasticity and detwinning of selfaccommodated martensite. *Int. J. of Plasticity* 23, 1679 -1720.

(Qidwai et Lagoudas 2000) Qidwai M. et Lagoudas D. (2000a). On thermomechanics and transformation surfaces of polycrystalline NiTi shape memory alloy material. *Int. J. of Plasticity* 16, 1309 -1343.

(Raniecki et Lexcellent 1994) Raniecki B. et Lexcellent C. (1994). R-L models of pseudoelasticity and their specification for some shape memory alloy. *European Journal of Mechanics - A/Solids* 12(1), 21 - 50.

(Raniecki et Lexcellent 1998) Raniecki B. et Lexcellent C. (1998). Thermodynamics of isotropic pseudoelasticity in shape memory alloys. *European Journal of Mechanics -A/Solids* 17(2), 185 -205.

Round robin SMA modeling, Sittner P., Heller L., Pilch J., Sedlak P., Frost M., Chemisky Y., Duval A., Piotrowski B., Ben Zineb T., Patoor E., Auricchio F., Morganti S., Reali A., Rio G., Favier D., Liu Y., Gibeau E., Lexcellent C., Boubakar L., Hartl D., Oehler S., Lagoudas D.C. et Humbeeck Jan Van, *ESOMAT 2009*, 08001 (2009).



*(Saint-Sulpice et al 2009) Saint Sulpice L., Arbab Chirani S. et Calloch S. (2009). A 3D superelastic model for shape memory alloys taking into account progressive strain under cyclic loadings. Mechanics of Materials 41, 12-26.*

*(Taillard et al. 2008) Taillard K., Arbab Chirani S., Calloch S. et LExcellent C. (2008). Equivalent transformation strain and its relation with martensite volume fraction for isotropic and anisotropic shape memory alloys. Mechanics of Materials 40, 151-170.*

*(Tanaka et Nagaki 1982) Tanaka K. et Nagaki S. (1982) « A thermomechanical description of materials with internal variables in the process of phase transitions », Ingenieur-Archiv. 51, 287-299.*

*(Tanaka 1986) Tanaka K. (1986). A thermomechanical Sketch of Shape Memory Effect: One dimensional Tensile Behavior. Res. Mech. 18, 251-263.*

*(Thiebaud et al. 2007) Thiebaud F., LExcellent C., Collet M. et Foltete E. (2007). Implementation of a model taking into account the asymmetry between tension and compression, the temperature effects in a finite element code for shape memory alloys structures calculations. Computational Materials Science 41, 208-221.*



## **6. Analyse de sensibilité aux paramètres de la loi de comportement**

6.1.	Introduction .....	148
6.2.	Hypothèses et formulation du modèle de Chemisky et al. ....	148
6.2.1.	Décomposition de la déformation .....	148
6.2.2.	Limitation physique des variables internes .....	149
6.2.3.	Potentiel thermodynamique.....	150
6.2.4.	Forces thermodynamiques.....	153
6.2.5.	Potentiel de dissipation.....	153
6.2.6.	Boucles internes .....	156
6.2.7.	Dissymétrie traction-compression.....	157
6.2.8.	Condition d'activation et lois d'évolutions .....	158
6.3.	Analyse de sensibilité aux paramètres de la loi de comportement – cas uniaxial ...	159
6.3.1.	Equations pilotant le comportement superélastique.....	159
6.3.2.	Equations pilotant l'orientation des variantes .....	164
6.3.3.	Méthodologie de l'analyse de sensibilité .....	165
6.3.4.	Influence des paramètres gérant le comportement superélastique .....	168
6.3.5.	Influence des paramètres gérant la réorientation des variantes.....	171
6.4.	Conclusion.....	175
6.5.	Bibliographie .....	176

## 6.1. Introduction

Parmi les différents modèles de comportement cités dans le chapitre précédent, un seul modèle a été utilisé dans ce travail, celui de Chemisky et al. (Chemisky et al. 2011). La première partie de ce chapitre est consacrée à la présentation de ce modèle sous sa forme tridimensionnelle, permettant la prise en compte d'une part du comportement superélastique des AMF sous chargements multiaxiaux, mais également des phénomènes de réorientation des variantes et du maclage. L'ensemble des équations du modèle est détaillé : décomposition de la déformation, forces thermodynamiques, dissymétrie traction-compression, condition d'activation, lois d'évolutions, etc. Les équations du comportement superélastique sont mises en avant, car c'est sur ce comportement que se concentre la suite de l'étude.

La seconde partie de ce chapitre est consacrée à l'analyse de sensibilité des paramètres du modèle qui régissent le comportement superélastique. L'intérêt de cette analyse est multiple : connaître et mieux comprendre le modèle, rendre plus clair le rôle des différentes équations et des différents paramètres et enfin préparer la stratégie d'identification. Il est très important pour la suite de l'étude de connaître quels sont les paramètres qui influent sur les quantités mesurables et mesurées lors des essais thermomécaniques. Si un paramètre n'influence pas les quantités mesurables, il ne pourra pas être identifié par analyse inverse.

## 6.2. Hypothèses et formulation du modèle de Chemisky et al.

### 6.2.1. Décomposition de la déformation

Le tenseur des déformations macroscopiques totales  $\underline{\varepsilon}$  est la somme de quatre contributions : la déformation élastique  $\underline{\varepsilon}^e$ , la déformation thermique due à la dilatation thermique  $\underline{\varepsilon}^{th}$ , la déformation inélastique due à la transformation martensitique  $\underline{\varepsilon}^T$  et enfin la déformation inélastique due au mécanisme d'accommodation des macles  $\underline{\varepsilon}^{twin}$  :

$$\underline{\varepsilon} = \underline{\varepsilon}^e + \underline{\varepsilon}^{th} + \underline{\varepsilon}^T + \underline{\varepsilon}^{twin} \quad (6.1)$$

L'austénite et la martensite sont supposées isotropes et possèdent les mêmes constantes thermoélastiques : la déformation élastique et la déformation de dilatation thermique s'écrivent donc

$$\begin{aligned} \underline{\varepsilon}^e &= \underline{\underline{S}} : \underline{\underline{\sigma}} \\ \underline{\varepsilon}^{th} &= \underline{\underline{\alpha}}(T - T_{ref}) \end{aligned} \quad (6.2)$$

$\underline{\underline{S}}$  est le tenseur de complaisance des deux phases,  $\underline{\underline{\sigma}}$  est la contrainte moyenne sur un volume élémentaire représentatif (VER) du matériau,  $\underline{\underline{\alpha}}$  est le tenseur (isotrope) des coefficients de dilatation thermique,  $T_{ref}$  est la température de référence.

La déformation de transformation  $\varepsilon^T$  s'exprime comme la moyenne, sur le volume  $V$  du VER, de la déformation de transformation locale, qui n'existe que dans le volume  $V_M$  occupé par la martensite :

$$\varepsilon^T = \frac{1}{V} \int_V \varepsilon_{locale}^T(r) dV = \frac{V_M}{V} \frac{1}{V_M} \int_{V_M} \varepsilon_{locale}^T(r) dV = f \bar{\varepsilon}^T \quad (6.3)$$

$f$ , défini par  $\frac{V_M}{V}$ , est la fraction volumique de la martensite et  $\bar{\varepsilon}^T$  est la déformation de transformation moyenne de la martensite.

Les variantes maclées apparaissent uniquement dans le volume  $V_M^{FA}$  occupé par la martensite formée de façon autoaccommodée. La déformation inélastique résultant du mécanisme d'accommodation des macles  $\varepsilon^{twin}$  est donc définie par

$$\varepsilon^{twin} = \frac{1}{V} \int_V \varepsilon_{locale}^{twin}(r) dV = \frac{V_M^{FA}}{V} \frac{1}{V_M^{FA}} \int_{V_M^{FA}} \varepsilon_{locale}^{twin}(r) dV = f^{FA} \bar{\varepsilon}^{twin} \quad (6.4)$$

$f^{FA}$ , défini par  $\frac{V_M^{FA}}{V}$ , est la fraction volumique de martensite autoaccommodée et  $\bar{\varepsilon}^{twin}$  est la déformation moyenne d'accommodation de la martensite maclée.

La déformation totale s'écrit maintenant en fonction des variables de contrôle contrainte et température  $(\sigma, T)$  et des variables internes  $(f, f^{FA}, \bar{\varepsilon}^T, \bar{\varepsilon}^{twin})$  :

$$\underline{\varepsilon} = \underline{S} : \underline{\sigma} + \underline{\alpha}(T - T_{ref}) + f \bar{\varepsilon}^T + f^{FA} \bar{\varepsilon}^{twin} \quad (6.5)$$

### 6.2.2. Limitation physique des variables internes

Les variables internes doivent respecter un certain nombre de contraintes physiques.

- La fraction volumique de martensite est comprise dans l'intervalle  $[0,1]$  :

$$0 \leq f \leq 1 \quad (6.6)$$

- La déformation de transformation se produit sans changement de volume :

$$\bar{\varepsilon}_{kk}^T = 0 \quad (6.7)$$

- La déformation de transformation moyenne  $\bar{\varepsilon}^T$  est physiquement limitée par le cisaillement maximal des variantes de martensite  $\varepsilon_{max}^T$  :

$$|\bar{\varepsilon}^T| \leq \varepsilon_{max}^T \quad (6.8)$$

La déformation de transformation macroscopique à saturation, générée par réorientation de la martensite autoaccommodée  $\varepsilon_{SAT}^{TFA}$ , est plus petite que celle obtenue par orientation de la martensite induite par contrainte  $\varepsilon_{SAT}^T$ . Un ratio  $\eta_\varepsilon$  est défini entre ces deux déformations à saturation :

$$\eta_\varepsilon = 1 - \left( \frac{\varepsilon_{SAT}^{TFA}}{\varepsilon_{SAT}^T} \right) \quad (6.9)$$

La déformation de transformation maximale  $\varepsilon_{max}^T$  est alors réécrite en fonction des fractions volumiques de martensite autoaccommodée  $f^{FA}$  et orientée  $f$  :

$$\varepsilon_{max}^T = \varepsilon_{SAT}^T \left( 1 - \frac{f^{FA}}{f} \eta_\varepsilon \right) \quad (6.10)$$

L'évolution de la fraction volumique de la martensite autoaccommodée est donnée par

$$\dot{f}^{FA} = \zeta^{FA} \dot{f} = \begin{cases} \frac{\varepsilon_{SAT}^T - \varepsilon_{eq}^T}{\varepsilon_{SAT}^T} \dot{f}, & \dot{f} > 0 \\ \frac{f_r^{FA}}{f_r} \dot{f}, & \dot{f} < 0 \end{cases} \quad (6.11)$$

$\varepsilon_{eq}^T$  est la déformation de transformation équivalente au sens de Von Mises :

$$\varepsilon_{eq}^T = \sqrt{\frac{2}{3} \varepsilon_{ij}^T \varepsilon_{ij}^T} \quad (6.12)$$

$f_r$  et  $f_r^{FA}$  sont respectivement les fractions volumiques de martensite orientée et de martensite autoaccommodée lors de la transformation inverse.

L'Equation 6.11 implique que lors de la transformation directe, il n'y a plus formation de martensite autoaccommodée, quand la déformation de transformation a atteint la valeur de saturation  $\varepsilon_{SAT}^T$ .

Aucune limitation physique n'est considérée sur la valeur de la déformation de transformation de la martensite formée autoaccommodée  $\bar{\varepsilon}^{twin}$ . Il est supposé que l'accommodation des macles se produit jusqu'à ce que la déformation plastique intervienne, mais le modèle ne prend pas en compte le mécanisme de déformation plastique.

### 6.2.3. Potentiel thermodynamique

Pour définir le potentiel thermodynamique,  $G$  l'énergie libre de Gibbs associée aux variables de contrôles  $(\sigma, T)$  est utilisée

$$\begin{aligned} G &= (U^A - TS^A)(1 - f) + (U^M - TS^M)f - \underline{\sigma} : \underline{\varepsilon} + G^{int} + C_v \left[ (T - T_0) - T \log \frac{T}{T_0} \right] \\ &= U^A - TS^A + f(\Delta U - T\Delta S) - \underline{\sigma} : \underline{\varepsilon} + G^{int} + C_v \left[ (T - T_0) - T \log \frac{T}{T_0} \right] \end{aligned} \quad (6.13)$$

$U^A$  (respectivement  $U^M$ ) est l'énergie interne de la phase austénitique (martensitique),

$S^A$  ( $S^M$ ) est l'entropie de la phase austénitique (martensitique),

$T_0$  est la température d'équilibre,

$C_v$  est la chaleur spécifique supposée identique pour les deux phases.

$G^{int}$  représente l'énergie élastique d'interaction liée aux incompatibilités géométriques et aux incompatibilités entre variantes :

$$G^{int} = \frac{1}{2V} \int_V \sigma_{locale}(r) : \varepsilon^e(r) dV \quad (6.14)$$

La déformation élastique est exprimée en fonction de la déformation totale et de celles liées aux autres mécanismes de déformation (équation 6.1) :

$$G^{int} = \frac{1}{2V} \int_V \sigma_{locale}(r) : (\varepsilon_{locale}(r) - \varepsilon_{locale}^{th}(r) - \varepsilon_{locale}^T(r) - \varepsilon_{locale}^{twin}(r)) dV \quad (6.15)$$

En utilisant le théorème de Hill-Mandel (Hill 1963), et en considérant une température uniforme dans tout le VER, le terme d'interaction  $G^{int}$  devient

$$G^{int} = \frac{1}{2} \underline{\sigma} : \underline{\varepsilon} - \frac{1}{2} \underline{\sigma} : \underline{\varepsilon}^{th} - \frac{1}{2V} \int_V \sigma_{locale}(r) : (\varepsilon_{locale}^T(r) + \varepsilon_{locale}^{twin}(r)) dV \quad (6.16)$$

Le champ de contrainte locale est la somme de la contrainte moyenne et de la variation locale de cette contrainte

$$\sigma_{locale}(r) = \sigma + \delta\sigma_{locale}(r) \quad (6.17)$$

ce qui conduit à l'expression suivante

$$\begin{aligned} G^{int} &= \frac{1}{2} \underline{\sigma} : (\underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}^{th} - \underline{\varepsilon}^T - \underline{\varepsilon}^{twin}) - \frac{1}{2V} \int_V \delta\sigma_{locale}(r) : (\varepsilon_{locale}^T(r) + \varepsilon_{locale}^{twin}(r)) dV \\ G^{int} &= \frac{1}{2} \underline{\sigma} : \underline{S} : \underline{\sigma} - \frac{1}{2V} \int_V \delta\sigma_{locale}(r) : \varepsilon_{locale}^T(r) dV - \frac{1}{2V} \int_V \delta\sigma_{locale}(r) : \varepsilon_{locale}^{twin}(r) dV \end{aligned} \quad (6.18)$$

La variation de contrainte liée aux incompatibilités intergranulaires et intragranulaires est décomposée en trois contributions qui trouvent leur origine à une échelle microstructurale différente : la variation de contrainte entre les grains  $\delta\sigma_1$ , la variation de contrainte entre les variantes  $\delta\sigma_2$ , et la variation de contrainte entre les macles dans une même variante  $\delta\sigma_3$ .

La variation de contrainte entre les grains  $\delta\sigma_1$  est supposée augmenter proportionnellement à la déformation de transformation moyenne. Le champ de contrainte locale est donc remplacé par une valeur moyenne proportionnelle à  $\bar{\varepsilon}^T$ , en considérant un facteur de proportionnalité  $H_{\varepsilon^T}$  :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2V} \int_V \delta\sigma_{locale1}(r) : \varepsilon_{locale}^T(r) dV &= -\frac{1}{2V} \int_V H_{\varepsilon^T} \bar{\varepsilon}^T : \varepsilon_{locale}^T(r) dV \\ &= -\frac{1}{2} f H_{\varepsilon^T} \bar{\varepsilon}^T : \bar{\varepsilon}^T \end{aligned} \quad (6.19)$$

Dans un grain N, la variation de contrainte entre les variantes  $\delta\sigma_2$  est définie par l'expression de l'énergie intervariante  $w_{inter}^N$  utilisée par Siredey et al. (Siredey et al. 1999)

$$w_{inter}^N = \frac{1}{2} \sum_{m,n} f_m H^{mn} f_n \quad (6.20)$$

$f_n$  représente la fraction volumique de la variante  $n$  dans le grain et  $H^{mn}$  est une matrice de compatibilité de la variante  $n$  par rapport aux autres variantes  $m$ .

D'une façon similaire, les interactions entre grains sont prises en compte en introduisant un scalaire  $H_f$ , ce qui donne une forme quadratique de l'énergie élastique associée à l'ensemble de ces incompatibilités entre variantes dans tout le VER.  $H_f$  représente la valeur moyenne des compatibilités intervariantes :

$$\frac{1}{2V} \int_V \delta \sigma_{locale2}(r) : \varepsilon_{locale}^T(r) dV = -\frac{1}{2} H_f f^2 \quad (6.21)$$

De la même façon que pour  $\delta \sigma_1$ , la variation de contrainte liée à la mobilité des interfaces intermacles  $\delta \sigma_3$  est supposée évoluer proportionnellement à la déformation moyenne liée à l'accommodation des macles. Un facteur de proportionnalité  $H_{twin}$  est considéré :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2V} \int_V \delta \sigma_{locale3}(r) : \varepsilon_{locale}^{twin}(r) dV &= -\frac{1}{2V} \int_V H_{twin} \bar{\varepsilon}^{twin} : \varepsilon_{locale}^{twin}(r) dV \\ &= -\frac{1}{2} f^{FA} H_{twin} \bar{\varepsilon}^{twin} : \bar{\varepsilon}^{twin} \end{aligned} \quad (6.22)$$

Le terme d'interaction  $G^{int}$  s'écrit finalement

$$G^{int} = -\frac{1}{2} \underline{\sigma} : \underline{S} : \underline{\sigma} + \frac{1}{2} f H_{\varepsilon^T} \bar{\varepsilon}^T : \bar{\varepsilon}^T + \frac{1}{2} H_f f^2 - \frac{1}{2} f^{FA} H_{twin} \bar{\varepsilon}^{twin} : \bar{\varepsilon}^{twin} \quad (6.23)$$

La température d'équilibre de la transformation  $T_0$  est telle que

$$T_0 = \frac{\Delta U}{\Delta S} = \frac{U^M - U^A}{S^M - S^A} \quad (6.24)$$

En supposant une variation  $B$  de l'entropie autour de  $T_0$ ,  $-\Delta S = B$ , on obtient :

$$(\Delta U - T \Delta S) = B(T - T_0) \quad (6.25)$$

L'Equation 6.13, après introduction des équations 6.25 et 6.23, donne l'expression du potentiel thermodynamique du matériau  $G$  en fonction des variables de contrôle  $(T, \sigma)$ , des variables internes  $(f, f^{FA}, \bar{\varepsilon}^T, \bar{\varepsilon}^{twin})$  et de constantes matériau  $(H_{\varepsilon^T}, H_f, H_{twin}, \alpha)$  :

$$\begin{aligned} G &= U^A - TS^A + B(T - T_0)f - \frac{1}{2} \underline{\sigma} : \underline{S} : \underline{\sigma} - \underline{\sigma} : \underline{\alpha} \Delta T - \underline{\sigma} : \bar{\varepsilon}^T f - \underline{\sigma} : \bar{\varepsilon}^{twin} f^{FA} \\ &\quad + \frac{1}{2} f H_{\varepsilon^T} \bar{\varepsilon}^T : \bar{\varepsilon}^T + \frac{1}{2} H_f f^2 + \frac{1}{2} f^{FA} H_{twin} \bar{\varepsilon}^{twin} : \bar{\varepsilon}^{twin} \\ &\quad + C_v \left[ (T - T_0) - T \log \frac{T}{T_0} \right] \end{aligned} \quad (6.26)$$

A partir de l'expression de ce potentiel thermodynamique il est possible de calculer les forces thermodynamiques associées à chacune des variables internes.



### 6.2.4. Forces thermodynamiques

La force thermodynamique notée  $A_k$  associée à la variable interne  $V_k$  est définie par

$$A_k = \frac{\partial G}{\partial V_k} \quad (6.27)$$

L'expression de chacune des trois forces thermodynamiques du modèle est obtenue par dérivation du potentiel  $G$  donné à l'Equation 6.26.

La force de transformation  $A_f$  est la force thermodynamique associée à la variable  $f$  (fraction volumique de martensite) :

$$A_f = \frac{\partial G}{\partial f} = B(T - T_0) - \underline{\sigma} : \bar{\varepsilon}^T - \zeta^{FA} \underline{\sigma} : \bar{\varepsilon}^{twin} + \frac{1}{2} H_{\varepsilon^T} \bar{\varepsilon}^T : \bar{\varepsilon}^T + H_f f + \frac{1}{2} H_{twin} \zeta^{FA} \bar{\varepsilon}^{twin} : \bar{\varepsilon}^{twin} \quad (6.28)$$

$\zeta^{FA}$  est définie par l'équation 6.11.

La force d'orientation  $A_{\bar{\varepsilon}^T}$  est la force thermodynamique associée à la variable  $\bar{\varepsilon}^T$  (déformation moyenne de transformation de la martensite) :

$$A_{\bar{\varepsilon}^T} = \frac{\partial G}{\partial \bar{\varepsilon}^T} = -f \underline{\sigma}^D - f H_{\varepsilon^T} \bar{\varepsilon}^T \quad (6.29)$$

$\sigma^D$  désigne la partie déviatorique du tenseur de contrainte  $\sigma$

$$\sigma_{ij}^D = \sigma_{ij} - \frac{\sigma_{kk}}{3} \delta_{ij} \quad (6.30)$$

La force d'accommodation des macles  $A_{\bar{\varepsilon}^{twin}}$  est associée à la variable  $\bar{\varepsilon}^{twin}$  (déformation moyenne d'accommodation des macles) :

$$A_{\bar{\varepsilon}^{twin}} = \frac{\partial G}{\partial \bar{\varepsilon}^{twin}} = -f^{FA} \sigma^D + f^{FA} H_{twin} \bar{\varepsilon}^{twin} \quad (6.31)$$

La variable interne  $f^{FA}$  dépend de la variable  $f$  (voir Equation 6.11). Il n'y a donc pas de force associée à cette variable, l'influence des termes liés à cette variable est incluse dans la force de transformation  $A_f$  liée à la variable  $f$ .

### 6.2.5. Potentiel de dissipation

L'inégalité de Clausius-Duhem s'écrit en fonction de l'énergie libre de Gibbs :

$$-\frac{\partial G}{\partial \sigma} : \dot{\underline{\sigma}} - \frac{\partial G}{\partial T} \dot{T} - \frac{\partial G}{\partial V_k} \cdot \dot{V}_k - \dot{\underline{\sigma}} : \underline{\varepsilon} - \bar{\underline{q}} \cdot \frac{\overrightarrow{\text{grad}} T}{T} \geq 0 \quad (6.32)$$

Compte tenu de l'équilibre thermoélastique du matériau cette inégalité se réduit à l'expression de la dissipation  $\Phi$ , qui doit être positive :

$$\Phi = -A_f \dot{f} - A_{\varepsilon^T} : \dot{\varepsilon}^T - A_{\varepsilon^{twin}} : \dot{\varepsilon}^{twin} - \vec{q} \cdot \frac{\overrightarrow{grad} T}{T} \geq 0 \quad (6.33)$$

Cette dissipation est la somme de deux contributions (Lemaitre et Chaboche, 2002) :

- La dissipation intrinsèque (ou dissipation mécanique)  $\Phi_1$  qui est la partie qui dépend de l'évolution des variables internes et donc est liée aux forces thermodynamiques associées à ces variables :

$$\Phi_1 = -A_f \dot{f} - A_{\varepsilon^T} : \dot{\varepsilon}^T - A_{\varepsilon^{twin}} : \dot{\varepsilon}^{twin} \quad (6.34)$$

- La dissipation thermique :

$$\Phi_2 = -\vec{q} \cdot \frac{\overrightarrow{grad} T}{T} \quad (6.35)$$

La température est supposée uniforme dans tout le matériau ce qui ne donne pas de dissipation par conduction ( $\Phi_2 = 0$ ).

Les expressions qui décrivent la dissipation provenant des mécanismes de déformation et d'orientation deviennent

$$\Phi_{1f} = F_f^{crit} \dot{f} \quad (6.36)$$

$$\Phi_{1\varepsilon^T} = f F_{\varepsilon^T}^{crit} \dot{\varepsilon}^T$$

La dépendance de l'hystérésis aux conditions thermomécaniques observée pendant la transformation est prise en compte en considérant une force critique d'activation  $F_f^{crit}$ , supposée positive, fonction de  $B$ ,  $T_0$  et de  $\dot{f}$  et des paramètres supplémentaires  $F_f^{max}$ ,  $B_d$  et  $B_r$  :

$$F_f^{crit} = F_f^{max} + (B_d - B)(T - T_0) \quad \text{si } \dot{f} > 0 \quad (6.37)$$

$$F_f^{crit} = -F_f^{max} + (B_r - B)(T - T_0) \quad \text{si } \dot{f} < 0$$

Dans ce modèle l'effet de la stabilisation de la martensite orientée est introduit par l'intermédiaire du paramètre  $H_s$  (Chemisky 2009) :

$$\Phi_{1stab} = -H_s \varepsilon_{eq}^T \dot{f} \quad (6.38)$$

En utilisant les équations (6.34), (6.36) et (6.38) les critères de transformation directe et inverse sont obtenus, par identification :

transformation directe A → M :

$$-A_f = F_f^{max} + (B_d - B)(T - T_0) - H_s \varepsilon_{eq}^T \quad (6.39)$$

transformation inverse M → A :

$$-A_f = -F_f^{max} + (B_r - B)(T - T_0) - H_s \varepsilon_{eq}^T$$

Pour décrire la surface d'orientation un critère isotrope est choisi, en supposant un paramètre constant  $F_{\varepsilon^T}^{max}$  ce qui donne :

$$|-A_{\varepsilon^T}|_{\sigma} = f F_{\varepsilon^T}^{max} \quad (6.40)$$

$|\cdot|_{\sigma}$  correspond à la norme de von Mises en contrainte. En supposant  $A_{\varepsilon^T} = f A_{\varepsilon^T}^*$ ,  $f$  étant positive, l'Equation 6.40 s'écrit :

$$|-A_{\varepsilon^T}^*|_{\sigma} = F_{\varepsilon^T}^{max} \quad (6.41)$$

La dissipation associée au mécanisme d'accommodation des macles est négligeable devant les autres phénomènes dissipatifs, et donc la déformation de la martensite formée autoaccommodée est supposée réversible sans hystérésis.

La dissipation associée à l'accommodation des macles est négligée ce qui implique que la force  $A_{\bar{\varepsilon}^{twin}}$  associée à la variable  $\bar{\varepsilon}^{twin}$  est toujours nulle :

$$-A_{\bar{\varepsilon}^{twin}} = 0 \quad (6.42)$$

$f^{FA}$  étant positive, en écrivant  $A_{\varepsilon^{twin}} = f^{FA} A_{\varepsilon^{twin}}^*$  cette condition s'écrit

$$-A_{\varepsilon^{twin}}^* = 0 \quad (6.43)$$

Pour prendre en compte les limitations physiques des variables internes dans l'expression des forces thermodynamiques, des multiplicateurs de Lagrange sont introduits.

$\lambda_0$  assure que la fraction volumique  $f$  est positive :

$$\lambda_0 = 0 \text{ si } f \geq 0, \quad \text{sinon } \lambda_0 > 0 \quad (6.44)$$

$\lambda_1$  permet d'assurer que la fraction volumique  $f$  est toujours inférieure ou égale à 1 :

$$\lambda_1 = 0 \text{ si } f \leq 1, \quad \text{sinon } \lambda_1 > 0 \quad (6.45)$$

$\lambda_2$  permet d'assurer que la déformation de transformation moyenne est toujours inférieure ou égale à la déformation de transformation maximale

$$\lambda_2 = 0 \text{ si } |\bar{\varepsilon}_{ij}^T|_{\varepsilon} \leq \varepsilon_{Max}^T, \quad \text{sinon } \lambda_2 > 0 \quad (6.46)$$

Par l'ajout de ces multiplicateurs de Lagrange les expressions des forces thermodynamiques deviennent

- pour  $F_f$  la force de transformation liée à la variable  $f$ :

$$\begin{aligned} F_f &= -A_f - \lambda_0 - \lambda_1 \\ &= \underline{\sigma} : \bar{\varepsilon}^T + \zeta^{FA} \underline{\sigma} : \bar{\varepsilon}^{twin} - B(T - T_0) - \frac{1}{2} H_{\varepsilon^T} \bar{\varepsilon}^T : \bar{\varepsilon}^T - H_f f \\ &\quad - \frac{1}{2} H_{twin} \zeta^{FA} \bar{\varepsilon}^{twin} : \bar{\varepsilon}^{twin} - \lambda_0 - \lambda_1 \end{aligned} \quad (6.47)$$

- pour  $F_{\varepsilon^T}$  la force d'orientation liée à la variable  $\bar{\varepsilon}^T$  :

$$F_{\varepsilon^T} = -A_{\varepsilon^T}^* - \lambda_2 \bar{\varepsilon}^T = \underline{\sigma}^D - f H_{\varepsilon^T} \bar{\varepsilon}^T - \lambda_2 \bar{\varepsilon}^T \quad (6.48)$$

- pour  $F_{\varepsilon^{twin}}$  la force d'accommodation des macles liée à la variable  $\bar{\varepsilon}^{twin}$  :

$$F_{\varepsilon^{twin}} = -A_{\varepsilon^{twin}}^* = \underline{\sigma}^D - H_{twin} \bar{\varepsilon}^{twin} \quad (6.49)$$

### 6.2.6. Boucles internes

La stratégie adoptée pour pouvoir décrire les chargements partiels s'inspire de la formulation proposée par Peultier (Peultier et al. 2006) et inspirée de Wack et al. (Wack et al. 1983). Elle repose sur la détection de points mémoires lorsque le sens de transformation s'inverse. Une variable d'évolution de la transformation  $\gamma_f$  est introduite :

$$\gamma_f = \frac{|f - f^{mem}|}{|f^{obj} - f^{mem}|} \quad (6.50)$$

$f^{mem}$  représente la valeur de la fraction volumique de martensite mémorisée lors du changement de sens, et  $f^{obj}$  est la fraction volumique de martensite limite de la boucle courante c'est-à-dire  $f^{obj} = 1$  dans le sens de la transformation directe (austénite  $\rightarrow$  martensite) et  $f^{obj} = 0$  dans le sens de transformation inverse (martensite  $\rightarrow$  austénite).

Les expressions des forces critiques d'activation deviennent

transformation directe A  $\rightarrow$  M :

$$F_f^{crit} = (1 - \gamma_f)F_f^{min} + \gamma_f F_f^{max} + (1 - \gamma_f)F_f^{mem} + (B_d - B)(T - T_0) - H_s \varepsilon_{eq}^T \quad (6.51)$$

transformation inverse M  $\rightarrow$  A :

$$F_f^{crit} = (1 - \gamma_f)F_f^{min} + \gamma_f F_f^{max} - (1 - \gamma_f)F_f^{mem} + (B_r - B)(T - T_0) - H_s \varepsilon_{eq}^T$$

$F_f^{mem}$  correspond à la valeur de la force thermodynamique mémorisée lors du changement de sens de la transformation.  $F_f^{min}$  et  $F_f^{max}$  sont des paramètres qui définissent la forme des boucles internes, elles représentent les forces critiques minimale et maximale de transformation, elles sont reliées par le rapport  $r_f$

$$r_f = 1 - \frac{F_f^{min}}{F_f^{max}} \quad (6.52)$$

$F_f^{max}$  est défini en fonction des températures de transformation  $M_s$  (martensite start) et  $A_f$  (austénite finish)

$$F_f^{max} = B \frac{A_f - M_s}{2} \quad (6.53)$$

### 6.2.7. Dissymétrie traction-compression

Pour tenir compte de la dissymétrie du comportement entre la traction et la compression observée expérimentalement, la surface de transformation est définie par la réécriture de l'expression de la déformation de transformation maximale (Equation 6.10) en fonction des deuxième et troisième invariants du tenseur de la déformation de transformation moyenne :

$$\varepsilon_{max}^T = \varepsilon_{SAT}^T(J_2, J_3, K, \beta) \left(1 - \frac{f^{FA}}{f} \eta_\varepsilon\right) \quad (6.54)$$

$$\varepsilon_{SAT}^T = K \left(1 + \beta \frac{J_3}{J_2^{\frac{3}{2}}}\right)^{\frac{1}{n}} \quad (6.55)$$

avec  $\varepsilon_{SAT}^T$  la déformation à saturation ( $n$  assure la convexité de la surface de charge quelle que soit la valeur de  $\beta$ ),

et les expressions des invariants

$$J_2 = \frac{1}{2} \bar{\varepsilon}_{ij}^T \bar{\varepsilon}_{ij}^T \quad (6.56)$$

$$J_3 = \frac{1}{3} \bar{\varepsilon}_{ij}^T \bar{\varepsilon}_{jk}^T \bar{\varepsilon}_{ki}^T$$

$K$  et  $\beta$  sont les paramètres caractéristiques de la dissymétrie du comportement :

$$\beta = \left(\frac{1 - \gamma}{\gamma + 1}\right) \alpha \quad (6.57)$$

$$K = \varepsilon_{trac}^T \left(1 + \frac{\beta}{\alpha}\right)^{-\frac{1}{n}}$$

$\alpha$  ( $\sim 2,6$ ) est une constante provenant de la définition des invariants  $J_2$  et  $J_3$ .  $\gamma$  est le rapport entre les déformations de transformation à saturation en compression et en traction uniaxiales, au rang  $n$  :

$$\gamma = \left(\frac{\varepsilon_{comp}^T}{\varepsilon_{trac}^T}\right)^n \quad (6.58)$$

### 6.2.8. Condition d'activation et lois d'évolutions

Les conditions d'activation et les lois d'évolution des trois mécanismes (transformation, orientation et accommodation des macles) sont données par les équations qui suivent.

➤ Transformation

- La force thermodynamique pour la transformation directe  $A \rightarrow M$  est active lorsque

$$F_{f A \rightarrow M} - (1 - \gamma_f)F_f^{mem} = (1 - \gamma_f)F_f^{min} + \gamma_f F_f^{max} + (B_d - B)(T - T_0) - H_s \varepsilon_{eq}^T$$

et (6.59)

$$\left| \frac{d|F_{f A \rightarrow M} - (1 - \gamma_f)F_f^{mem}|}{dt} \right| > 0 \text{ dans ce cas } \dot{f} > 0$$

- La force thermodynamique pour la transformation inverse  $M \rightarrow A$  est active lorsque

$$F_{f M \rightarrow A} - (1 - \gamma_f)F_f^{mem} = -(1 - \gamma_f)F_f^{min} - \gamma_f F_f^{max} + (B_d - B)(T - T_0) - H_s \varepsilon_{eq}^T$$

et (6.60)

$$\left| \frac{d|F_{f M \rightarrow A} - (1 - \gamma_f)F_f^{mem}|}{dt} \right| < 0 \text{ dans ce cas } \dot{f} < 0$$

- Dans le cas où la force thermodynamique est inactive l'hypothèse est faite qu'il n'y a pas d'évolution de la variable interne associée, c'est à dire  $\dot{f} = 0$ .

➤ Orientation

Pour le processus d'orientation, la direction de la déformation moyenne de transformation suit la direction de la force d'orientation thermodynamique et donc la vitesse de déformation moyenne de transformation est définie par

$$\dot{\varepsilon}^T = \dot{\lambda}_{\varepsilon^T} \frac{F_{\varepsilon^T}}{|F_{\varepsilon^T}|_\sigma}, \quad \dot{\lambda}_{\varepsilon^T} \geq 0 \quad (6.61)$$

- La force thermodynamique d'orientation est active si

$$|F_{\varepsilon^T}| = F_{\varepsilon^T}^{crit} \text{ et } \left| \frac{d|F_{\varepsilon^T}|}{dt} \right| > 0 \text{ dans ce cas } \dot{\varepsilon}^T \neq 0 \quad (6.62)$$

- La force thermodynamique d'orientation est inactive si

$$|F_{\varepsilon^T}| < F_{\varepsilon^T}^{crit} \text{ ou si } |F_{\varepsilon^T}| = F_{\varepsilon^T}^{crit} \text{ et } \left| \frac{d|F_{\varepsilon^T}|}{dt} \right| \leq 0 \quad (6.63)$$

- Lorsque l'orientation est inactive, la déformation de transformation évolue en fonction de l'évolution de la fraction volumique de martensite. Trois cas sont possibles :

- Transformation activée dans le sens  $\dot{f} > 0$  : il y a formation de martensite autoaccommodée et la déformation de transformation macroscopique est constante, c'est à dire

$$\dot{\varepsilon}^T = 0, \text{ donc } \dot{f}\bar{\varepsilon}^T + f\dot{\bar{\varepsilon}}^T = 0 \quad (6.64)$$

- Transformation activée dans le sens  $\dot{f} < 0$  : la déformation de transformation moyenne de la martensite est constante  $\dot{\bar{\varepsilon}}^T = 0$ .
- Transformation non active  $\dot{f} = 0$  : dans ce cas aussi la déformation de transformation est inchangée  $\dot{\bar{\varepsilon}}^T = 0$ .

➤ Accommodation des macles

La force thermodynamique d'accommodation des macles est toujours active : la variable associée  $\varepsilon^{\text{twin}}$  évolue en respectant la condition  $|F_{\varepsilon^{\text{twin}}}| = 0$ .

### 6.3. Analyse de sensibilité aux paramètres de la loi de comportement – cas uniaxial

L'objectif de cette partie est d'analyser l'influence des paramètres du modèle de Chemisky et al. (Chemisky et al. 2011) sur le comportement thermomécanique à travers leurs effets mesurables : évolutions des courbes contrainte-déformation. Cette partie dite analyse de sensibilité permet de comprendre le rôle de chacun des paramètres de la loi de comportement et de déterminer les limites des domaines de leur intervention au cours de sollicitations thermomécaniques simples.

Deux types de simulation d'essais uniaxiaux ont été réalisés :

- Simulation du comportement superélastique : cycle de traction-compression à une température constante  $T_{se}$  supérieure à la température de transformation  $A_f$ .
- Simulation des essais de réorientation : refroidissement à partir d'une température initiale de 120°C jusqu'à une température  $T_r$  sensiblement inférieure à  $M_s$  puis chargement en traction.

#### 6.3.1. Equations pilotant le comportement superélastique

L'évolution des variables internes dans le cas superélastique ( $T > A_f$ ) est définie à partir du critère d'activation (Equation 6.39) et de l'expression de la force motrice de transformation (Equation 6.47) :

$$R_f = F_f - F_f^{crit} = \underline{\sigma} : \bar{\varepsilon}^T + \zeta^{FA} \underline{\sigma} : \bar{\varepsilon}^{twin} - B(T - T_0) - \frac{1}{2} H_{\varepsilon^T} \bar{\varepsilon}^T : \bar{\varepsilon}^T - H_f f - \frac{1}{2} H_{twin} \zeta^{FA} \bar{\varepsilon}^{twin} : \bar{\varepsilon}^{twin} - F_f^{crit} \leq 0 \quad (6.65)$$

$$R_f \dot{f} = 0, \quad 0 \leq f < 1$$

Si la fraction volumique de martensite  $f$  évolue, alors les autres variables internes ( $f^{FA}$ ,  $\bar{\varepsilon}^T$ ,  $\bar{\varepsilon}^{twin}$ ) restent constantes pendant tout le trajet de chargement thermodynamique.

Selon la définition de  $f^{FA}$  (Equation 6.11), cette variable n'évolue que si la déformation de transformation atteint la saturation :

$$\varepsilon_{eq}^T = |\bar{\varepsilon}^T| = \varepsilon_{SAT}^T \quad (6.66)$$

La déformation de transformation moyenne dépend de la direction de transformation, elle est écrite

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon}_{ij}^T &= \frac{3}{2} \varepsilon_{SAT}^T \eta_{ij} \\ \eta_{ij} &= \frac{\sigma_{ij}^D}{|\sigma|} \\ |\sigma| &= \sqrt{\frac{3}{2} \sigma_{kl}^D \sigma_{kl}^D} \end{aligned} \quad (6.67)$$

Le tenseur  $\eta_{ij}$  est proportionnel à la partie déviatorique  $\sigma_{ij}^D$  du tenseur de contrainte  $\sigma_{ij}$ .

$|\sigma|$  est la contrainte équivalente au sens de Von Mises.

La transformation directe est déclenchée pour une contrainte critique  $\sigma^{Ms}$  supérieure à la contrainte critique  $\sigma^f$  qui correspond à la fin de mécanisme d'orientation :  $\sigma^{Ms} \geq \sigma^f$ . Dans ce cas de chargement, la fraction de martensite autoaccommodée  $f^{FA}$  reste nulle est donc la déformation associée à l'accommodation des macles est nulle :  $\bar{\varepsilon}^{twin} = 0$ .

En considérant les deux contraintes physiques  $F_f - F_f^{crit} = 0$  et  $\dot{f} > 0$  en transformation directe, ou  $\dot{f} < 0$  en transformation inverse, l'Equation 6.65 devient

$$\underline{\sigma} : \bar{\varepsilon}^T - B(T - T_0) - \frac{1}{2} H_{\varepsilon^T} \bar{\varepsilon}^T : \bar{\varepsilon}^T - H_f f - F_f^{crit} = 0 \quad (6.68)$$

La force critique est égale à

*transformation directe :*

$$F_f^{crit} = F_f^{max} + (B_d - B)(T - T_0) - H_s |\bar{\varepsilon}^T| \quad (6.69)$$

*transformation inverse :*

$$F_f^{crit} = -F_f^{max} + (B_r - B)(T - T_0) - H_s |\bar{\varepsilon}^T|$$



La combinaison des Equations 6.68 et 6.69 donne l'évolution de la fraction volumique de martensite respectivement pour les transformations directe et inverse

*transformation directe :*

$$f = \frac{1}{H_f} \left[ \sigma_{ij} \bar{\varepsilon}_{ij}^T - \frac{1}{2} H_{\varepsilon^T} \bar{\varepsilon}_{ij}^T \bar{\varepsilon}_{ij}^T - B_d (T - T_0) + H_s |\bar{\varepsilon}^T| - F_f^{max} \right] \quad (6.70)$$

*transformation inverse :*

$$f = \frac{1}{H_f} \left[ \sigma_{ij} \bar{\varepsilon}_{ij}^T - \frac{1}{2} H_{\varepsilon^T} \bar{\varepsilon}_{ij}^T \bar{\varepsilon}_{ij}^T - B_r (T - T_0) + H_s |\bar{\varepsilon}^T| + F_f^{max} \right]$$

La décomposition additive de la déformation totale (Equation 6.1), en considérant que la déformation due au mécanisme d'accommodation des macles  $\varepsilon^{twin}$  est nulle, devient

$$\underline{\varepsilon} = \underline{\varepsilon}^e + \underline{\varepsilon}^{th} + \underline{\varepsilon}^T \quad (6.71)$$

avec

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ij}^e &= \frac{1}{E} [(1 + \nu)\sigma_{ij} - \nu\sigma_{kk}\delta_{ij}] \\ \varepsilon_{ij}^{th} &= \alpha_{ij}(T - T_{ref}) \\ \varepsilon_{ij}^T &= f \bar{\varepsilon}_{ij}^T \end{aligned} \quad (6.72)$$

Selon les Equations 6.66 et 6.67 la fraction volumique de martensite devient

*transformation directe :*

$$f = \frac{1}{H_f} \left[ \sigma_{ij} \frac{3}{2} \bar{\varepsilon}_{SAT}^T \eta_{ij} - \frac{1}{2} H_{\varepsilon^T} \bar{\varepsilon}_{SAT}^T \bar{\varepsilon}_{SAT}^T - B_d (T - T_0) + H_s \bar{\varepsilon}_{SAT}^T + F_f^{max} \right] \quad (6.73)$$

*transformation inverse :*

$$f = \frac{1}{H_f} \left[ \sigma_{ij} \frac{3}{2} \bar{\varepsilon}_{SAT}^T \eta_{ij} - \frac{1}{2} H_{\varepsilon^T} \bar{\varepsilon}_{SAT}^T \bar{\varepsilon}_{SAT}^T - B_r (T - T_0) + H_s \bar{\varepsilon}_{SAT}^T + F_f^{max} \right]$$

avec deux fonctions  $\beta_1$  et  $\beta_2$  définies par

$$\begin{aligned} \beta_1 &= 1 \text{ si } F_f = F_f^{crit} \text{ et } 0 < f < 1 \text{ sinon } \beta_1 = 0 \\ \beta_2 &= 1 \text{ si } f = 1 \text{ sinon } \beta_2 = 0 \end{aligned} \quad (6.74)$$

La déformation totale au cours d'un chargement proportionnel est donnée par

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ij} &= [(1 + \nu)\sigma_{ij} - \nu\sigma_{kk}\delta_{ij}] + \alpha_{ij}(T - T_{ref}) + \\ &\frac{3 \bar{\varepsilon}_{SAT}^T \eta_{ij}}{2H_f} \left[ |\sigma| \bar{\varepsilon}_{SAT}^T - \frac{1}{2} H_{\varepsilon^T} \bar{\varepsilon}_{SAT}^T \bar{\varepsilon}_{SAT}^T - B_d (T - T_0) + H_s \bar{\varepsilon}_{SAT}^T - F_f^{max} \right] \beta_1 \\ &+ \frac{3 \bar{\varepsilon}_{SAT}^T \eta_{ij}}{2H_f} \beta_2 \end{aligned} \quad (6.75)$$

Dans le cas d'une décharge proportionnelle, une forme similaire est obtenue

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ij} = & [(1 + \nu)\sigma_{ij} - \nu\sigma_{kk}\delta_{ij}] + \alpha_{ij}(T - T_{ref}) + \\ & \frac{3 \varepsilon_{SAT}^T \eta_{ij}}{2H_f} \left[ |\sigma| \varepsilon_{SAT}^T - \frac{1}{2} H_{\varepsilon T} \varepsilon_{SAT}^T \varepsilon_{SAT}^T - B_r(T - T_0) + H_s \varepsilon_{SAT}^T - F_f^{max} \right] \beta_1 \\ & + \frac{3 \varepsilon_{SAT}^T \eta_{ij}}{2H_f} \beta_2 \end{aligned} \quad (6.76)$$

En adoptant une variable K caractéristique du sens de chargement : K = 1 lors de la charge et K = 0 lors de la décharge, une expression unique de la déformation totale est possible

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ij} = & \frac{1}{E} [(1 + \nu)\sigma_{ij} - \nu\sigma_{kk}\delta_{ij}] + \alpha_{ij}(T - T_{ref}) + \\ & \frac{3 \varepsilon_{SAT}^T \eta_{ij}}{2H_f} \left[ |\sigma| \varepsilon_{SAT}^T - \frac{1}{2} H_{\varepsilon T} \varepsilon_{SAT}^T \varepsilon_{SAT}^T - B_d(T - T_0) + H_s \varepsilon_{SAT}^T - F_f^{max} \right] \beta_1 + \\ & \frac{3 \varepsilon_{SAT}^T \eta_{ij}}{2H_f} \left[ |\sigma| \varepsilon_{SAT}^T - \frac{1}{2} H_{\varepsilon T} \varepsilon_{SAT}^T \varepsilon_{SAT}^T - B_r(T - T_0) + H_s \varepsilon_{SAT}^T + F_f^{max} \right] \beta_1 (1 - K) \\ & + \frac{3 \varepsilon_{SAT}^T \eta_{ij}}{2H_f} \beta_2 \end{aligned} \quad (6.77)$$

Dans le cas d'un trajet de chargement uniaxial proportionnel (traction simple), le tenseur des contraintes s'écrit

$$\underline{\sigma}: \begin{bmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6.78)$$

L'Equation 6.67 permet de calculer

$$\underline{\eta}: \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1/2 & 0 \\ 0 & 0 & -1/2 \end{bmatrix} \quad (6.79)$$

et donc aussi le tenseur de la déformation moyenne de transformation  $\bar{\varepsilon}_{ij}^T = \frac{3}{2} \varepsilon_{SAT}^T \eta_{ij}$ .

Dans le cas de la transformation directe en traction uniaxiale, la relation 6.73 devient

$$f = \frac{1}{H_f} \left[ \sigma \varepsilon_{SAT}^T - \frac{1}{2} H_{\varepsilon T} \varepsilon_{SAT}^T \varepsilon_{SAT}^T - B_d(T - T_0) + H_s \varepsilon_{SAT}^T - F_f^{max} \right] \quad (6.80)$$

La température  $M_s$  est un paramètre matériau qui correspond au début de la transformation directe du matériau libre de contrainte. Elle est définie par l'Equation 6.80 lorsque le niveau de contrainte, la fraction volumique de martensite et la déformation de transformation moyenne sont nulles :

$$F_f^{max} = B_d(T_0 - M_s) \quad (6.81)$$

La fraction volumique de martensite (Equation 6.80) devient

$$f = \frac{1}{H_f} \left[ \sigma \varepsilon_{SAT}^T - \frac{1}{2} H_{\varepsilon T} \varepsilon_{SAT}^T \varepsilon_{SAT}^T - B_d (T - M_s) + H_s \varepsilon_{SAT}^T \right] \quad (6.82)$$

Cette relation peut être écrite sous la forme

$$f = \frac{\varepsilon_{SAT}^T}{H_f} \left[ \sigma - \frac{1}{2} H_{\varepsilon T} \varepsilon_{SAT}^T - b_d (T - M_s) + H_s \right] \quad (6.83)$$

$$\text{avec } b_d \varepsilon_{SAT}^T = B_d$$

En reprenant l'Equation 6.83 il est possible d'obtenir la condition du début de transformation ( $f = 0$ ) pour un matériau libre de contrainte ( $\sigma = 0$ ) :

$$T = M_s^* = \frac{1}{b_d} \left[ -\frac{1}{2} H_{\varepsilon T} \varepsilon_{SAT}^T + b_d M_s + H_s \right] \quad (6.84)$$

La température  $M_s^*$  ainsi obtenue correspond à l'intersection de la droite de début de transformation du diagramme contrainte-température avec l'axe des abscisses (droite  $\sigma = 0$ ). S'il est reconnu que les contraintes de début de transformation sont bien linéairement dépendantes de la température pour les contraintes assez élevées, ce n'est pas le cas pour les faibles niveaux de contrainte. La température  $M_s$  déterminée par DSC n'est donc pas égale à  $M_s^*$  (Figure 6-1), ce qui justifie l'introduction du paramètre  $H_s$ , paramètre de stabilisation dans le modèle. Cependant, puisque dans ce travail ce n'est pas une description précise des phénomènes à basse contrainte, mais une description du comportement superélastique qui est recherchée, l'hypothèse peut être faite que les deux températures  $M_s$  et  $M_s^*$  sont identiques. Pour cela, il suffit d'introduire la relation suivante entre  $H_{\varepsilon T}$  et  $H_s$  :

$$H_s = \frac{1}{2} H_{\varepsilon T} \varepsilon_{SAT}^T \quad (6.85)$$

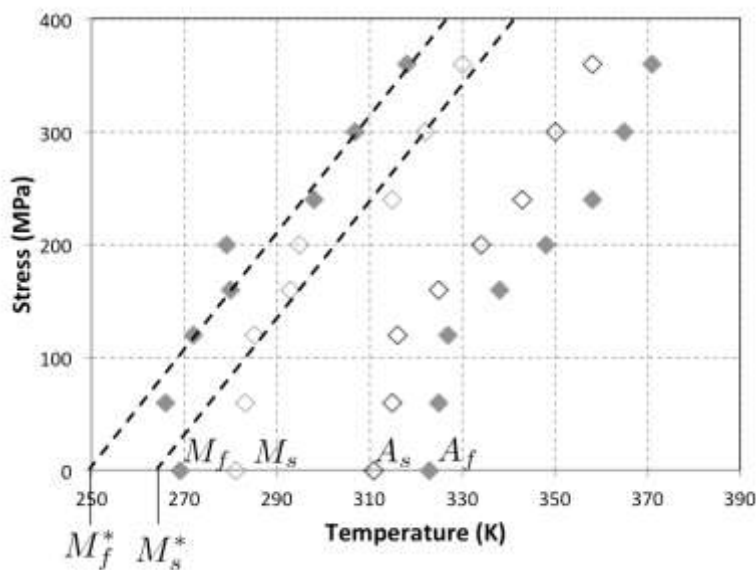


Figure 6-1 : Illustration de la différence entre les températures  $M_s$  et  $M_s^*$  sur un diagramme de phase contrainte-température (points expérimentaux de Wu et al.2003).

La fraction volumique de martensite est alors donnée par l'expression simplifiée :

$$f = \frac{\varepsilon_{SAT}^T}{H_f} [\sigma - b_d(T - M_s)] \quad (6.86)$$

Les contraintes de début et de fin de transformation directe à la température T se déduisent de cette équation

$$\begin{aligned} \sigma_{A \rightarrow M}^s &= b_d(T - M_s) \\ H_f &= \varepsilon_{SAT}^T [\sigma_{A \rightarrow M}^f - b_d(T - M_s)] \end{aligned} \quad (6.87)$$

Toujours en maintenant la même hypothèse ( $M_s = M_s^*$ ), mais cette fois en considérant la transformation inverse (après une transformation complète), la fraction de martensite est donnée par

$$f = \frac{1}{H_f} [\sigma \varepsilon_{SAT}^T - B_r(T - T_0) - F_f^{max}] \quad (6.88)$$

La température  $A_f$  est un paramètre matériau qui correspond à la fin de la transformation inverse du matériau libre de contrainte. Elle est définie par l'Equation 6.87 lorsque le niveau de contrainte, la fraction volumique de martensite et la déformation de transformation moyenne sont nulles :

$$F_f^{max} = B_r(A_f - T_0) \quad (6.89)$$

La fraction de martensite dans le cas de la transformation inverse devient

$$\begin{aligned} f &= \frac{\varepsilon_{SAT}^T}{H_f} [\sigma - b_r(T - A_f)] \\ \text{avec } b_r \varepsilon_{SAT}^T &= B_r \end{aligned} \quad (6.90)$$

La contrainte de fin de transformation inverse à la température T se déduit de cette équation

$$\sigma_{M \rightarrow A}^f = b_r(T - A_f) \quad (6.91)$$

### 6.3.2. Equations pilotant l'orientation des variantes

L'équation d'évolution des variables internes dans le cas de l'orientation ( $T < M_s$ ) est définie à partir du critère d'activation (Equation 6.41) et de l'expression de la force motrice d'orientation (Equation 6.48) :

$$F_{\varepsilon^T}^{max} = |\sigma_{ij}^D - H_{\varepsilon^T} \bar{\varepsilon}_{ij}^T|_{\sigma} \quad (6.92)$$

L'introduction des Equations 6.67 dans l'Equation 6.92 aboutit à l'expression de  $\varepsilon_{SAT}^T$

$$\varepsilon_{SAT}^T = \frac{2}{3H_{\varepsilon^T}} [|\sigma| - F_{\varepsilon^T}^{max}] \quad (6.93)$$

et  $\varepsilon_{ij}^T$  s'écrit donc

$$\varepsilon_{ij}^T = f \bar{\varepsilon}_{ij}^T = \frac{f}{H_{\varepsilon^T}} [|\sigma| - F_{\varepsilon^T}^{max}] \eta_{ij} \quad (6.94)$$

La force thermodynamique d'accommodation des macles est toujours active, l'évolution de la déformation moyenne d'accommodation de la martensite maclée est donnée à partir de l'Equation 6.49

$$\bar{\varepsilon}_{ij}^{twin} = \frac{\sigma_{ij}^D}{H_{twin}} \quad (6.95)$$

La déformation totale est donnée par l'Equation 6.1, dans laquelle

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ij}^e &= \frac{1}{E} [(1 + \nu)\sigma_{ij} - \nu\sigma_{kk}\delta_{ij}] \\ \varepsilon_{ij}^{th} &= \alpha_{ij}(T - T_{ref}) \\ \varepsilon_{ij}^{twin} &= f^{FA} \bar{\varepsilon}_{ij}^{twin} \end{aligned} \quad (6.96)$$

La déformation totale au cours d'un chargement proportionnel est donnée par

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ij} &= \frac{1}{E} [(1 + \nu)\sigma_{ij} - \nu\sigma_{kk}\delta_{ij}] + \alpha_{ij}(T - T_{ref}) + \frac{f}{H_{\varepsilon^T}} [|\sigma| - F_{\varepsilon^T}^{max}] \eta_{ij} \\ &\quad + f^{FA} \frac{\sigma_{ij}^D}{H_{twin}} \end{aligned} \quad (6.97)$$

### 6.3.3. Méthodologie de l'analyse de sensibilité

Dans le cas général le modèle requiert quinze paramètres liés au matériau et donnés dans le Tableau 6-1.

Pour dix de ces seize paramètres, cinq simulations différentes ont été menées. Les cinq valeurs du paramètre sont appelées respectivement :  $Pmin$ ,  $Préf$ ,  $Pmax$ ,  $Val1$ ,  $Val2$ . Les valeurs intermédiaires  $Val1$ ,  $Val2$  sont respectivement dans les intervalles  $[Pmin, Préf]$  et  $[Préf, Pmax]$ .

Les rôles du coefficient de dilatation thermique  $\alpha$  et du coefficient de Poisson sont supposés connus et donc ces coefficients ont été fixés.

Le paramètre  $r_f$  n'intervient sur le comportement du matériau que lors de chargements partiels qui ne sont pas considérés dans cette étude.

L'analyse de sensibilité a été menée sur un AMF NiTi dont les caractéristiques nominales appelées « référence » sont présentées dans le Tableau 6-2.

<b>Elastique</b>	
$E$	module de Young en MPa
$\nu$	coefficient de Poisson
<b>Thermique</b>	
$\alpha$	coefficient de dilatation thermique en $^{\circ}\text{C}^{-1}$
<b>Transformation</b>	
$\varepsilon_{trac}^T$	déformation de transformation maximale en traction
$\varepsilon_{comp}^T$	déformation de transformation maximale en compression
$b_d$	pente de transformation directe en traction dans le diagramme $(\sigma, T)$ en $\text{MPa}/^{\circ}\text{C}$ ,
$b_r$	pente de transformation inverse en traction dans le diagramme $(\sigma, T)$ en $\text{MPa}/^{\circ}\text{C}$
$M_s$	température de début de transformation austénite $\rightarrow$ martensite en $^{\circ}\text{C}$ ,
$A_f$	température de fin de transformation inverse martensite $\rightarrow$ austénite en $^{\circ}\text{C}$ ,
$H_f$	pseudo - écrouissage de transformation en MPa,
<b>Réorientation</b>	
$\varepsilon_{trac}^{TFA}$	déformation de transformation maximale en traction à partir de martensite formée autoaccommodée
$F_{\varepsilon^T}^{max}$	contrainte limite de début de réorientation en MPa
$H_{\varepsilon T}$	pseudo - écrouissage de réorientation en MPa
$H_{twin}$	pseudo - écrouissage d'accommodation des macles en MPa
<b>Boucles internes</b>	
$r_f$	coefficient définissant l'amplitude des boucles internes (pour des chargements partiels)

Tableau 6-1 : Récapitulatif des paramètres de la loi de comportement.

Pour tous les résultats de simulations présentés, les températures de transformation de l'alliage sont respectivement :

- la température de début de transformation  $M_s = 20^{\circ}\text{C}$  (dans le sens :  $A \rightarrow M$ ).
- la température de fin de transformation  $A_f = 60^{\circ}\text{C}$  (dans le sens :  $M \rightarrow A$ ).

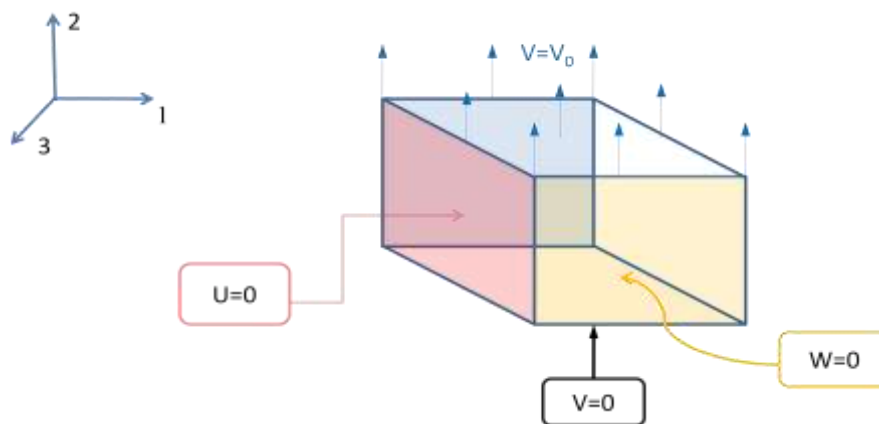
Ces deux températures peuvent être déterminées à partir des Equations 6.87 et 6.91 en connaissant les contraintes de début et de fin de transformation directe et inverse à deux températures et les deux pentes de transformation.

L'analyse de sensibilité sur les déformations de transformation maximale en traction et en compression,  $\varepsilon_{trac}^T$  et  $\varepsilon_{comp}^T$  a été faite en considérant un rapport constant entre ces deux déformations. De même le rapport entre les pentes de transformation directe et inverse  $b_d$  et  $b_r$  a été fixé.

	MIN	Val1	référence	Val2	MAX
$E$ (GPa)	25	40	70	85	100
$\nu$	-	-	0,3	-	-
$\alpha$ ( $^{\circ}\text{C}^{-1}$ )	-	-	$8,0 \cdot 10^{-6}$	-	-
$\frac{\varepsilon_{trac}^T}{\varepsilon_{comp}^T}$	$\frac{0,01}{0,008}$	$\frac{0,025}{0,02}$	$\frac{0,05}{0,04}$	$\frac{0,075}{0,06}$	$\frac{0,1}{0,08}$
$\varepsilon_{trac}^{TFA}$ (%)	0,01	0,02	0,04	0,06	0,08
$\frac{b_d}{b_r}$	$\frac{2}{2,4}$	$\frac{3,5}{4,2}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{7,5}{9}$	$\frac{10}{12}$
$M_s$ ( $^{\circ}\text{C}$ )	-	-	20	-	-
$A_f$ ( $^{\circ}\text{C}$ )	-	-	60	-	-
$r_f$	-	-	0,6	-	-
$F_{\varepsilon^T}^{max}$ (MPa)	10	50	100	500	1000
$H_f$ (MPa)	0,1	1	4	50	100
$H_{\varepsilon^T}$ (GPa)	0,1	0,5	1	5	10
$H_{twin}$ (GPa)	0,1	1	40	500	1000

Tableau 6-2 : Valeurs des paramètres matériau introduites dans l'analyse de sensibilité.

Pour effectuer cette analyse de sensibilité un sous-programme UMAT d'implémentation de la loi de comportement dans le code de calcul par éléments finis Abaqus implicite est utilisé. Le comportement d'un Volume Élémentaire Représentatif (VER) du matériau, représenté ici par un cube de 1 mm de côté, est étudié. Entre les différents calculs, seules les conditions aux limites en déplacement et en température varient (voir Figure 6-2).  $U$ ,  $V$  et  $W$  représentent respectivement les déplacements dans les directions 1, 2 et 3. La sollicitation mécanique est imposée via un déplacement  $V_0$  dans la direction 2.


 Figure 6-2 : Conditions aux limites utilisées sur le VER pour l'analyse de sensibilité du modèle.  $U$ ,  $V$  et  $W$  représentent respectivement les déplacements dans les directions 1, 2 et 3.

### 6.3.4. Influence des paramètres gérant le comportement superélastique

Un cycle de chargement en traction-compression à déplacement imposé (Figure 6-3) a été effectué à une température  $T_{se} = 90^{\circ}\text{C}$ , température qui est bien supérieure à  $A_f$  fixée à  $60^{\circ}\text{C}$  pour le matériau. Le comportement simulé sera le comportement superélastique (pas de réorientation, pas de macles). Les déformations liées à l'élasticité et à la transformation sont totalement réversibles. L'essai est isotherme, la dilatation thermique reste constante.

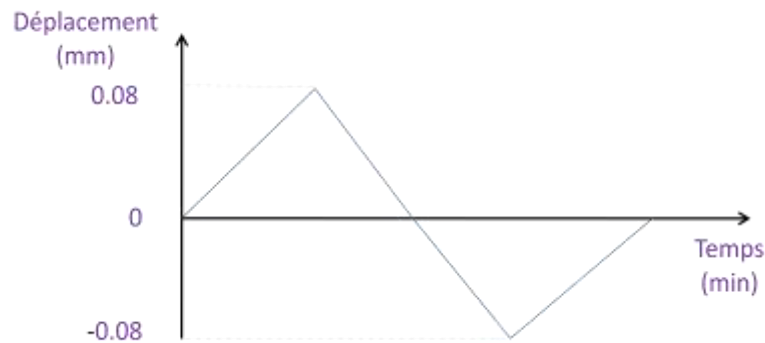


Figure 6-3 : Cycle de chargement en déplacement imposé pour les essais superélastiques, traction, décharge, compression puis déchargement.

Les paramètres décrivant le comportement superélastique influent directement sur les courbes contrainte-déformation longitudinales en traction-compression à la température  $T_{se} > A_f$  (Figures 6-4 à 6-7).

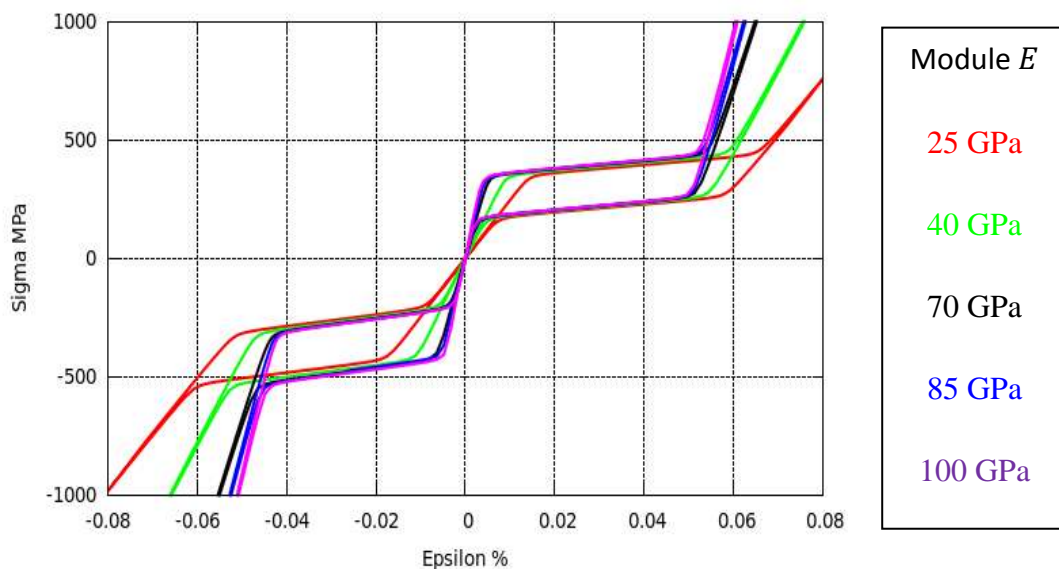


Figure 6-4 : Courbes du comportement superélastique, contrainte-déformation longitudinales simulées pour un essai de traction-compression séquentiel. Sensibilité au module d'Young  $E$ .

La Figure 6-4 montre l'influence du module d'Young  $E$ , il représente les deux pentes élastiques, puisque l'austénite et la martensite sont supposées isotropes et avec les mêmes module d'Young et coefficient de Poisson. Avant le début de la transformation, le matériau est totalement austénitique et après la fin de la transformation, le matériau est entièrement



martensitique. Le début et la fin de la transformation se décalent en déformation, mais sont fixes en contrainte.

La Figure 6-5 représente l'effet des déformations de transformation maximales en traction et en compression.  $\varepsilon_{trac}^T$  et  $\varepsilon_{comp}^T$  sont respectivement la longueur du plateau de transformation en traction et en compression. La variation de ce paramètre engendre également une variation des contraintes de début et de fin de transformation.

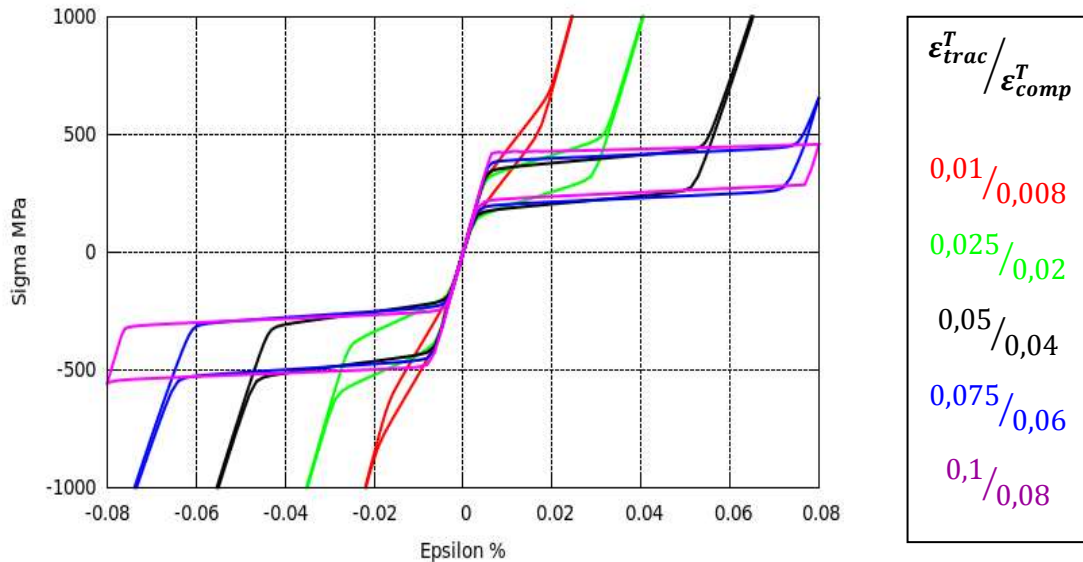


Figure 6-5 : Courbes du comportement superélastique, contrainte-déformation longitudinales simulées pour un essai de traction-compression séquentielle. Sensibilité aux déformations de transformation maximale en traction  $\varepsilon_{trac}^T$  et en compression  $\varepsilon_{comp}^T$ .

La Figure 6-6 reflète le rôle des pentes de transformation directe et inverse  $b_d$  et  $b_r$ . Ces deux paramètres influencent les contraintes de début et de fin de transformation et donc aussi la taille de la boucle (hystérésis).

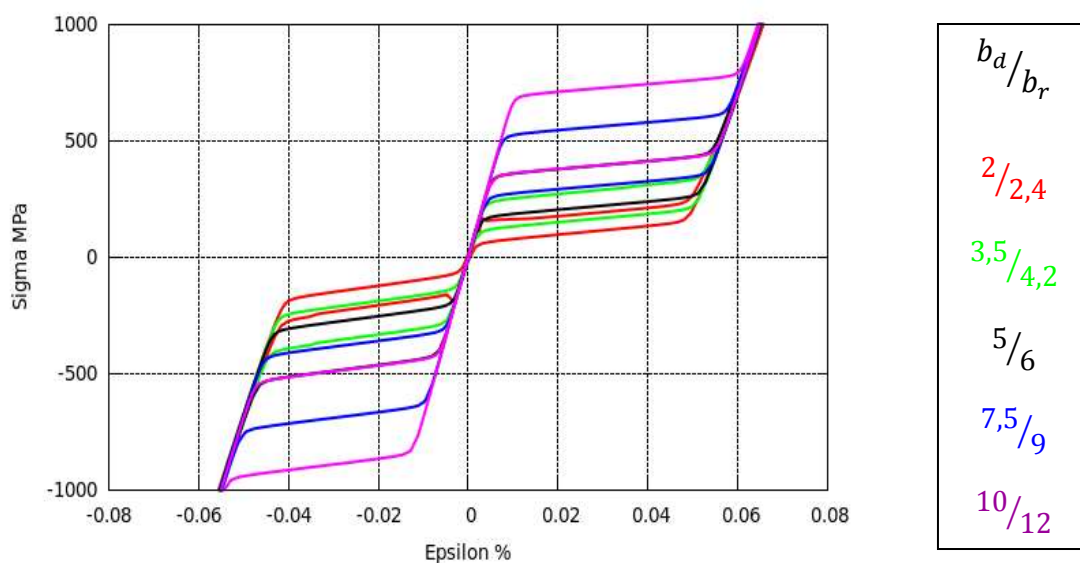


Figure 6-6 : Courbes du comportement superélastique, contrainte-déformation longitudinales simulées pour un essai de traction-compression séquentielle. Sensibilité aux pentes de transformation directe  $b_d$  et inverse  $b_r$ .

$H_f$  appelé pseudo-écrouissage de transformation joue directement sur la pente du plateau de transformation martensitique comme exposé dans la Figure 6-7.

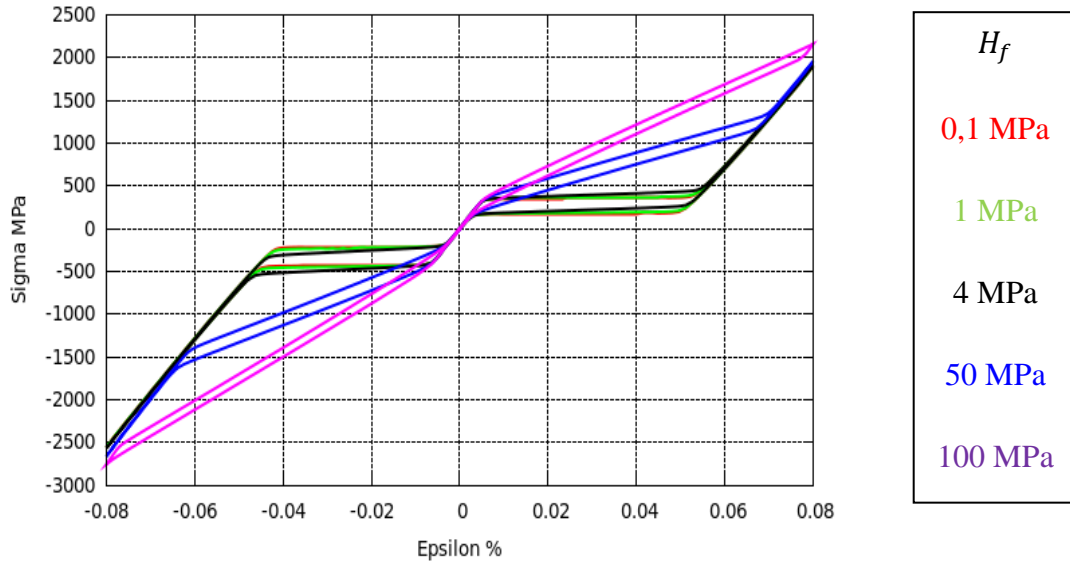


Figure 6-7 : Courbes du comportement superélastique, contrainte-déformation longitudinales simulées pour un essai de traction-compression séquentielle. Sensibilité au pseudo-écrouissage de transformation  $H_f$ .

La compréhension du rôle des différents paramètres du comportement superélastique peut être approfondie en analysant plus précisément les équations. Cela peut aider à la construction d'une procédure d'identification.

Les paramètres  $E$  et  $\nu$  sont les paramètres élastiques, ils sont indépendants de la transformation martensitique donc leur identification ne pose pas de problèmes particuliers. Pour accéder au coefficient de Poisson  $\nu$ , il faut avoir mesuré la déformation transversale.

$H_f$  peut être déterminé en considérant les contraintes  $\sigma_{A \rightarrow M}^s$  et  $\sigma_{A \rightarrow M}^f$  (Figure 6-8) qui correspondent respectivement aux points de début et de fin de transformation directe d'un essai jusqu'à transformation complète. L'expression du paramètre  $H_f$  pseudo écrouissage de transformation est déduite de la combinaison des Equations 6.87 :

$$H_f = (\sigma_{A \rightarrow M}^f - \sigma_{A \rightarrow M}^s) \varepsilon_{trac}^T \quad (6.98)$$

Rappelons que  $\varepsilon_{trac}^T$  correspond à la longueur du plateau de transformation.

La pente de transformation  $\frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon|_f}$  est liée au paramètre  $H_f$  par la relation :

$$\frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon|_f} = \frac{H_f}{\varepsilon_{trac}^T{}^2} \quad (6.99)$$

Les pentes de transformation qui définissent le pseudo-diagramme de phase se déterminent par la réalisation d'essais superélastiques à différentes températures.

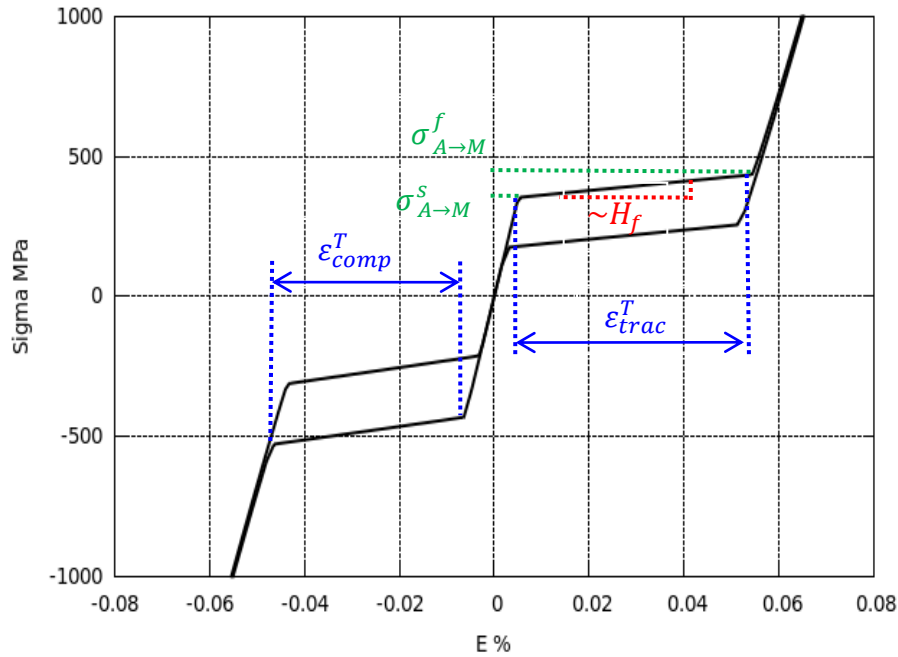


Figure 6-8 : Identification des déformations de transformation maximales en traction et compression, et du paramètre de pseudo-écrouissage de transformation  $H_f$ .

La pente de transformation directe  $b_d$  peut être déterminée en utilisant les contraintes de début de transformation directe (Equation 6-87) pour deux essais superélastiques à des températures différentes :

$$b_d = \frac{\sigma_{A \rightarrow M}^s(T_2) - \sigma_{A \rightarrow M}^s(T_1)}{(T_1 - T_2)} \quad (6.100)$$

De même la pente de transformation inverse  $b_r$  peut être déterminée en utilisant les contraintes de début de transformation inverse (Equation 6-91) pour deux essais superélastiques à des températures différentes :

$$b_r = \frac{\sigma_{M \rightarrow A}^s(T_2) - \sigma_{M \rightarrow A}^s(T_1)}{(T_1 - T_2)} \quad (6.101)$$

Les paramètres  $(E, \nu, \epsilon_{trac}^T, b_d, H_f)$  sont identifiables à partir des résultats de deux essais de traction monotones à différentes températures avec transformation complète de l'AMF, au cours desquels sont mesurées les déformations longitudinale et transversale. Pour identifier le paramètre  $b_r$  une courbe de décharge est nécessaire.

Les alliages à mémoire de forme NiTi présentent un comportement dissymétrique en traction et compression : pour identifier le paramètre  $\epsilon_{comp}^T$  un essai de compression est nécessaire (Figure 6-8).

### 6.3.5. Influence des paramètres géant la réorientation des variantes

Une simulation de refroidissement à contrainte nulle a été effectuée à partir d'une température initiale de  $120^\circ\text{C}$  jusqu'à une température  $T_r = -60^\circ\text{C}$ , à laquelle le chargement de traction simple est appliqué. La température de l'essai de traction étant inférieure à  $M_s$ , le matériau

sollicité est martensitique et le mécanisme de déformation est de la réorientation. Les variantes de martensite formées au refroidissement, qui se sont autoaccommodées, vont s'orienter sous l'effet de la contrainte.

Les Figures 6-9 à 6-12 montrent l'influence des paramètres, qui interviennent dans la description de la réorientation des variantes de martensite, sur une courbe contrainte-déformation longitudinale en traction à la température  $T_r$ .

$\varepsilon_{trac}^{TFA}$  (Figure 6-9) la déformation de transformation maximale en traction à partir de martensite autoaccommodée représente la longueur du plateau de réorientation.

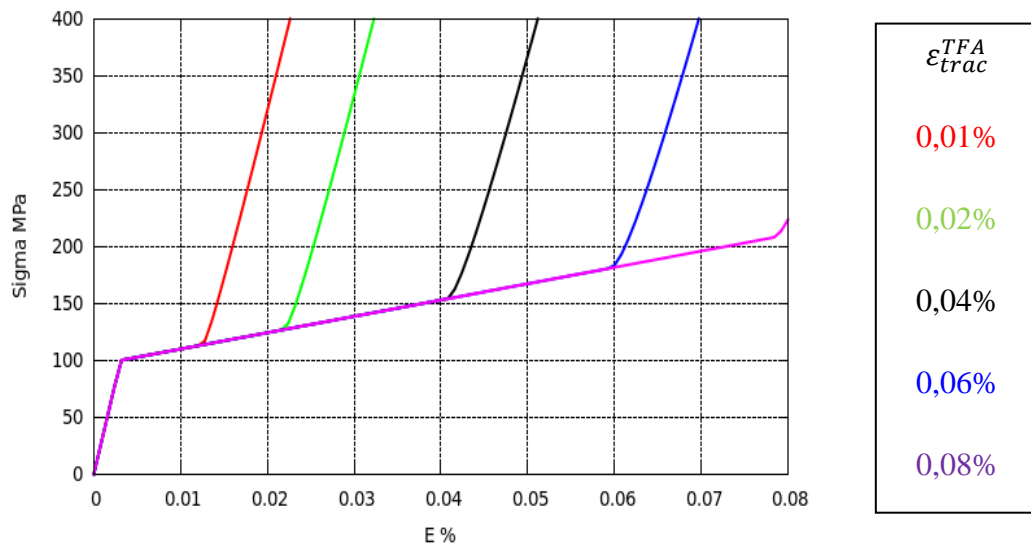


Figure 6-9 : Courbes contrainte-déformation simulées pour un essai de réorientation. Sensibilité à la déformation de transformation maximale en traction à partir de martensite autoaccommodée  $\varepsilon_{trac}^{TFA}$ .

$H_{twin}$  (Figure 6-10), appelé pseudo-écrouissage d'accommodation des macles, représente les deux pentes de réorientation initiale et finale supposées égales.

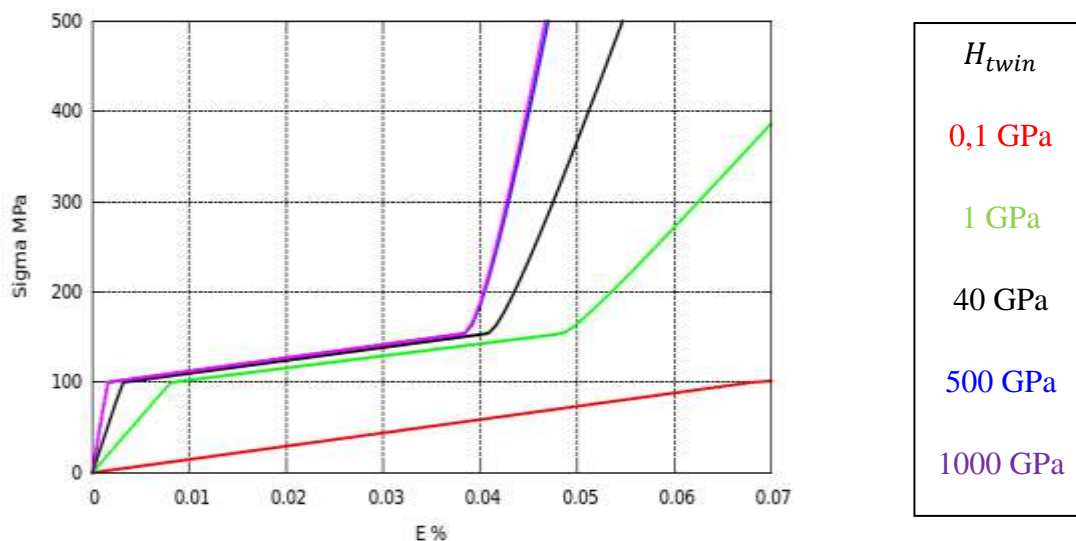


Figure 6-10 : Courbes contrainte-déformation simulées pour un essai de réorientation. Sensibilité au pseudo-écrouissage d'accommodation des macles  $H_{twin}$ .

$H_{\epsilon T}$  (Figure 6-11) appelé pseudo-écrouissage de réorientation représente à une constante près la pente du plateau de réorientation.

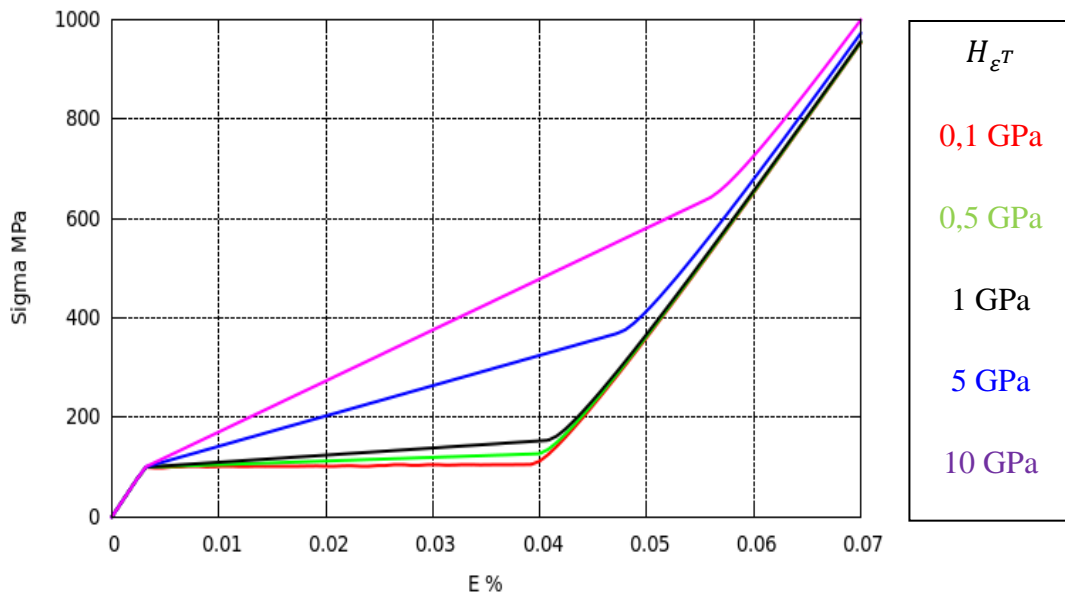


Figure 6-11 : Courbes contrainte-déformation simulées pour un essai de réorientation. Sensibilité au pseudo-écrouissage de réorientation  $H_{\epsilon T}$ .

$F_{\epsilon T}^{max}$  est le paramètre qui gère le début de réorientation (Figure 6-12).

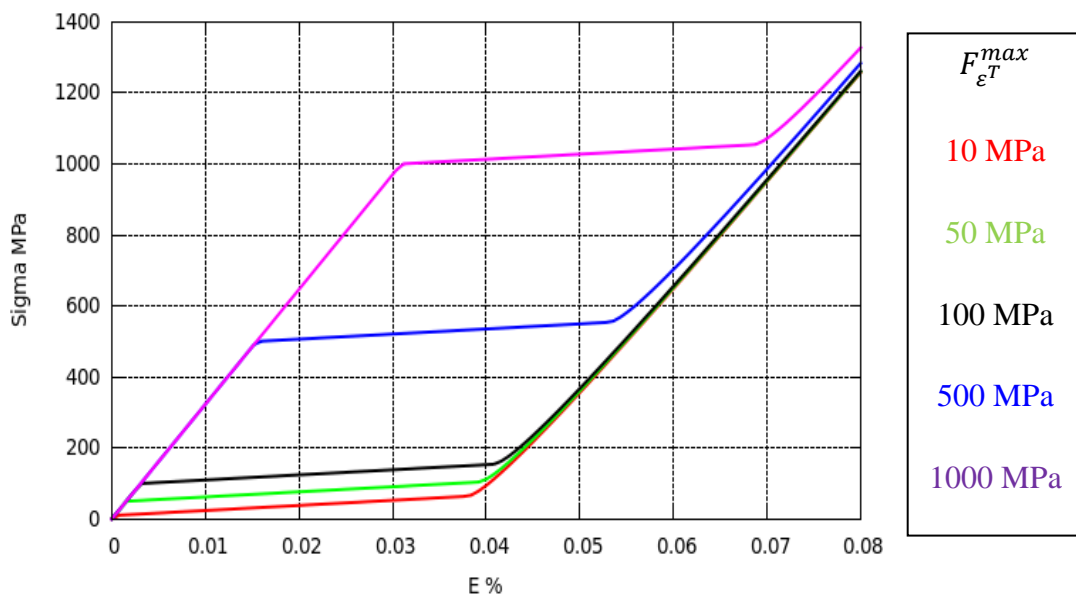


Figure 6-12 : Courbes contrainte-déformation simulées pour un essai de réorientation. Sensibilité à la contrainte de début de réorientation  $F_{\epsilon T}^{max}$ .

Ces 4 paramètres sont identifiables à partir d'un essai de traction simple à basse température : traction sur de la martensite autoaccomodée (Figure 6-13).

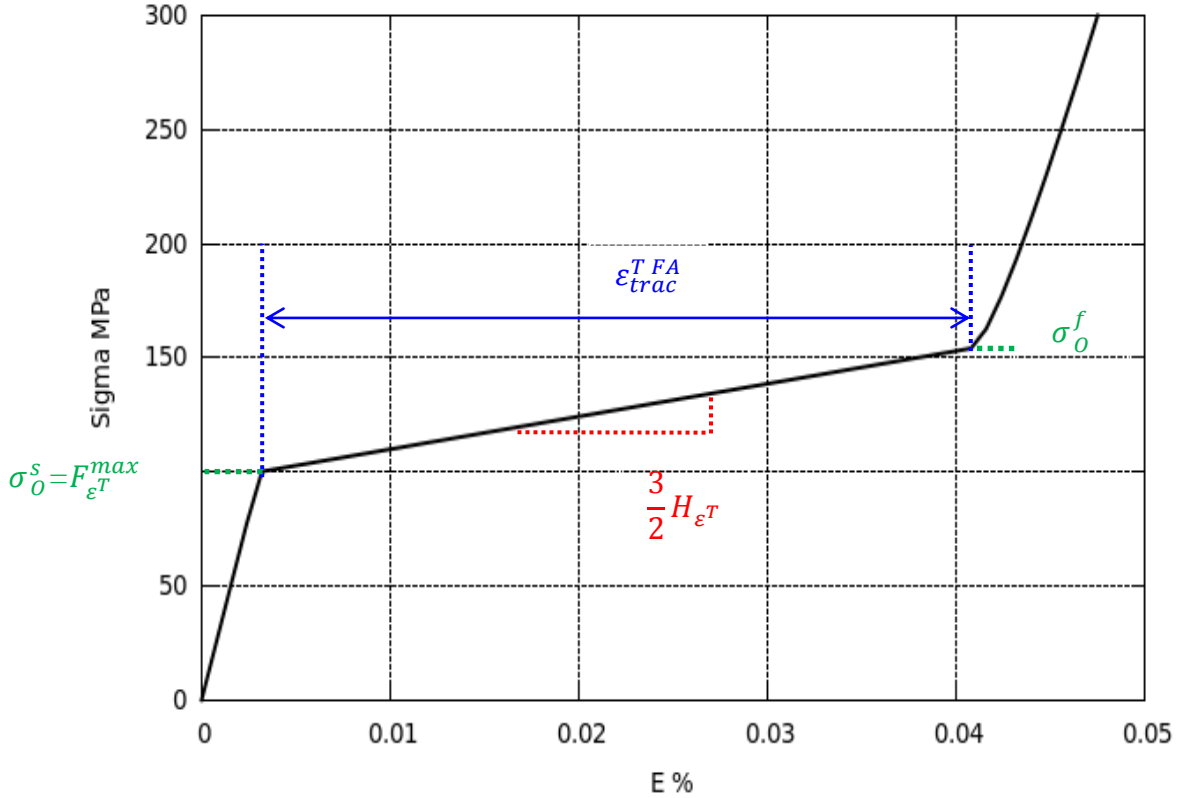


Figure 6-13 : Identification des paramètres  $F_{\epsilon_T}^{max}$ ,  $H_{\epsilon_T}$  et  $\epsilon_{trac}^{TFA}$  à partir d'une courbe de comportement de martensite initialement autoaccommodée en traction uniaxiale.

$F_{\epsilon_T}^{max}$  représente directement la contrainte limite de réorientation :

$$F_{\epsilon_T}^{max} = \sigma_0^s \quad (6.102)$$

D'après le critère de réorientation (Equation 6-92), lorsque la déformation de transformation est nulle, la force critique d'orientation est égale à la norme du déviateur de contrainte  $|\sigma_0^D|$  en traction au sens de Von Mises.

$H_{\epsilon_T}$  peut être déterminé en considérant les contraintes  $\sigma_0^s$  et  $\sigma_0^f$  qui correspondent respectivement aux points de début et de fin de réorientation (Equation 6-92) :

$$F_{\epsilon_T}^{max} = \sigma_0^s = |\sigma_0^{Df} - H_{\epsilon_T} \bar{\epsilon}^T|_{\sigma} \quad (6.103)$$

En utilisant la définition de  $\bar{\epsilon}^T$  (Equation 6.67), la norme de  $\sigma_0^{Df} - H_{\epsilon_T} \bar{\epsilon}^T$  au sens de Von Mises s'exprime par

$$|\sigma_0^D - H_{\epsilon_T} \bar{\epsilon}^T|_{\sigma} = \frac{3}{2} \left( \frac{2}{3} \sigma_{11} - H_{\epsilon_T} \epsilon_{SAT}^T \right) = \sigma_{11} - \frac{3}{2} H_{\epsilon_T} \epsilon_{SAT}^T \quad (6.104)$$

L'expression du paramètre  $H_{\epsilon_T}$  est donc donnée par

$$H_{\epsilon_T} = \frac{2 \sigma_0^f - \sigma_0^s}{3 \bar{\epsilon}^T} \quad (6.105)$$

La pente de réorientation  $\frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon|_{\varepsilon^T}}$  est liée au paramètre  $H_{\varepsilon^T}$  par la relation

$$\frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon|_{\varepsilon^T}} = \frac{3}{2}H_{\varepsilon^T} \quad (6.106)$$

Le paramètre  $H_{\text{twin}}$  appelé pseudo-écrouissage d'accommodation des macles peut être identifié en déterminant la déformation par accommodation des macles  $\varepsilon_{\text{trac}}^{\text{twin}}$ , avec la relation du critère d'accommodation des macles au niveau de la contrainte limite de réorientation  $\sigma_0^S$  :

$$\sigma_{ij0}^{D_s} - H_{\text{twin}}\varepsilon_{ij\text{trac}}^{\text{twin}} = 0 \quad (6.107)$$

ce qui donne l'expression de  $H_{\text{twin}}$

$$H_{\text{twin}} = \frac{3}{2} \frac{\sigma_{110}^S}{\varepsilon_{\text{trac}}^{\text{twin}}} \quad (6.108)$$

Les paramètres ( $\varepsilon_{\text{trac}}^{\text{TFA}}$ ,  $F_{\varepsilon^T}^{\text{max}}$ ,  $H_{\varepsilon^T}$  et  $H_{\text{twin}}$ ) sont identifiables à partir de la courbe contrainte-déformation longitudinale d'un essai de traction uniaxiale sur une éprouvette en phase martensitique ( $T < M_s$ ) à l'état autoaccommodée.

## 6.4. Conclusion

Dans la première partie de ce chapitre le modèle choisi pour cette étude a été présenté. Il permet de décrire les différents comportements des AMF (superélasticité et effet mémoire). Trois variables internes sont considérées : la déformation moyenne de transformation, la fraction volumique de martensite et la déformation liée à l'accommodation des macles. L'effet des boucles internes ainsi que la dissymétrie traction-compression sont pris en compte dans ce modèle.

L'analyse de sensibilité, exposée dans la deuxième partie, a été réalisée en simulant d'une part des essais mécaniques monotones ou séquentiels à températures imposées, et d'autre part des essais de refroidissement sans contrainte suivi d'un chargement en traction, pour étudier les effets de la réorientation de la martensite. Les effets des différents paramètres de la loi de comportement sur les courbes contraintes-déformations en traction (et compression) ont été analysés. Cette analyse de sensibilité a permis de comprendre l'influence de chaque paramètre et de lui associer un sens physique.

Les paramètres identifiables à partir d'essais simples sont hiérarchisés. Par exemple, les paramètres ( $E, \nu, \varepsilon_{\text{trac}}^T, b_d, b_r, H_f, M_s, A_f$ ), associés au comportement superélastique, sont identifiables à partir de deux essais de traction uniaxiale à deux températures différentes.

Un essai de traction à partir de la martensite autoaccommodée permet d'identifier les paramètres de réorientation ( $\varepsilon_{\text{trac}}^{\text{TFA}}, F_{\varepsilon^T}^{\text{max}}, H_{\varepsilon^T}$  et  $H_{\text{twin}}$ ).

L'analyse de sensibilité a permis de préparer le développement de l'algorithme d'identification inverse qui sera présenté dans le chapitre 7-B pour la détermination des paramètres superélastiques.

## **6.5. Bibliographie**

*(Chemisky 2009) Chemisky Y. (2009). Modélisation du comportement macroscopique des alliages à mémoire de forme - Application aux matériaux composite. Thèse de doctorat, Université Paul Verlaine de Metz.*

*(Chemisky et al. 2011) Chemisky Y., Duval A., Patoor E. et Ben Zineb T. (2011). Constitutive model for shape memory alloys including phase transformation, martensitic reorientation and twins accommodation. Mechanics of Materials. 43, 361-376.*

*(Hill 1963) Hill R. (1963). Elastic properties of reinforced solids: some theoretical principles. J. of Mechanics and Physics of Solids, 11, 357-372.*

*(Lemaitre et Chaboche, 2002) Lemaitre J. et Chaboche J.-L. (2002). Mechanics of Solid Materials. Cambridge University Press.*

*(Peultier et al. 2006) Peultier B., Ben Zineb T. et Patoor E. (2006). Macroscopic constitutive law of shape memory alloy thermomechanical behaviour. Application to structure computation by FEM. Mechanics of Materials, (38):510-524.*

*(Siredey et al. 1999) Siredey N., Patoor E., Berveiller M. et Eberhardt A. (1999). Constitutive equations for polycrystalline thermoelastic shape memory alloys: Part I. Intragranular interactions and behavior of the grain. Int. J. of Solids and Structures, 36, 4289-4315.*

*(Wack et al. 1983) Wack B., Terriez J. et Guelin P. (1983). A hereditary type, discrete memory, constitutive equation with applications to simple geometries. Acta Mech. 50, 9-37.*

*(Wu et al. 2003) Wu X.D., Sun G.J. et Wu J.S. (2003). The nonlinear relationship between transformation strain and applied stress for nitinol, Materials Letters 57, 1334-1338.*



## **7. Identification des paramètres du comportement superélastique du NiTi**

7.1.	Introduction .....	178
7.2.	Techniques d'identification de lois de comportement .....	178
7.2.1.	Le problème inverse et sa résolution .....	178
7.2.2.	Démarche de résolution du problème inverse .....	182
7.2.3.	Fonction objectif .....	184
7.2.4.	Algorithme d'optimisation .....	185
7.2.5.	Estimation de la matrice de sensibilité .....	187
7.3.	Identification des paramètres à partir d'essais homogènes .....	187
7.3.1.	Stratégie d'identification à partir d'essais homogènes.....	187
7.3.2.	Résultats de l'identification.....	192
7.4.	Conclusion.....	199
7.5.	Bibliographie .....	200

## **7.1. Introduction**

La première partie de ce chapitre commence par une courte revue bibliographique sur les méthodes d'identification inverses. Cette revue est suivie de la présentation de la méthode d'identification inverse utilisée dans ce travail. L'identification est basée sur la minimisation d'une fonction *objectif*, construite en termes de déformations, en actualisant itérativement les paramètres recherchés. La résolution du problème inverse passe par le calcul de la matrice de sensibilité des déformations aux paramètres d'identification.

Deux stratégies ont été mises en œuvre pour déterminer les paramètres du modèle de Chemisky et al. (Chemisky et al. 2011), elles sont basées toutes les deux sur une méthode de minimisation d'un écart au sens des moindres carrés (Chemisky et al. 2013, Piotrowski et al. 2013, Meraghni et al. 2013).

La première stratégie exploite les résultats des essais homogènes de traction simple (direction de laminage et direction transversale) présentés dans la partie A-4. Dans cette stratégie, la fonction *objectif* est construite en termes de déformations longitudinales et transversales. Le choix de la fonction *objectif* et la formulation du modèle de comportement superélastique permettent d'estimer analytiquement la matrice de sensibilité et de réduire ainsi le temps de calcul. Cette première méthode d'identification a été utilisée pour déterminer les huit paramètres gouvernant le comportement superélastique du modèle de Chemisky et al. (Chemisky et al. 2011) pour l'alliage de NiTi étudié dans ce travail.

Les résultats de la seconde stratégie d'identification, qui exploite les champs cinématiques mesurés au cours d'un essai hétérogène, sont présentés dans le chapitre B-8.

## **7.2. Techniques d'identification de lois de comportement**

### **7.2.1. Le problème inverse et sa résolution**

Les problèmes habituels ou standards de la mécanique des solides consistent à déterminer la réponse d'un système (les champs de déplacements, de température, de déformations ou de contraintes) en connaissant sa géométrie, les lois de comportement et leurs paramètres constitutifs et l'ensemble des conditions aux limites. Dans la littérature, ces problèmes sont qualifiés de problèmes directs.

Les problèmes inverses, quant à eux, désignent la détermination des paramètres de la loi de comportement intervenant dans la description de la réponse du système étudié. Cette détermination est menée à partir de la connaissance de la sollicitation appliquée et des grandeurs mesurées (champs de déplacements, de températures, de déformations, ...) (Figure 7-1).

L'identification d'une loi de comportement par méthode inverse consiste à trouver l'ensemble des paramètres qui minimise l'écart entre les variables mesurées expérimentalement et les valeurs calculées de ces variables par le modèle direct. Cet écart est mesuré à l'aide d'une fonction appelée fonction *objectif*.

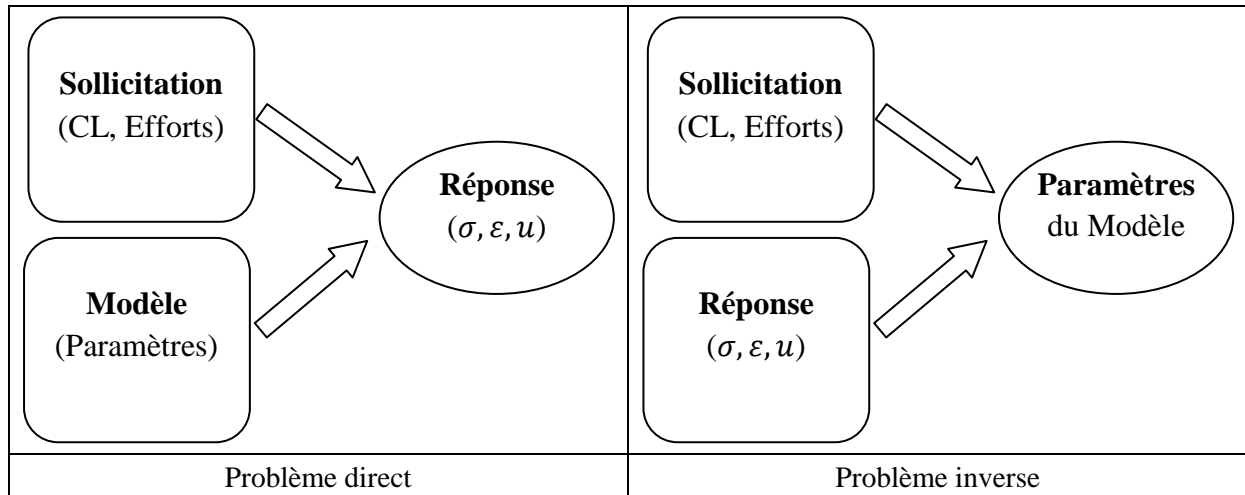


Figure 7-1 : Schémas de principe des problèmes direct et inverse.

Il existe plusieurs méthodes pour assurer la minimisation de cette fonction *objectif*. Ces méthodes peuvent être classées en trois catégories selon (Gavrus 1996, Tillier 1998, Merzouki 2008, Nouri 2009, Mohammad Sadeghi 2010) :

- Méthodes de régression linéaire, utilisées si l'expression des grandeurs calculées sont linéaires par rapport aux paramètres à identifier, ou si elles permettent une linéarisation.
- Méthodes d'évaluations successives de la fonction *objectif* pour différents jeux de paramètres choisis avec des critères de recherche linéaire (algorithme de type simplex), génétique ou statistique (méthode de Monte-Carlo).
- Méthodes de type gradient (1<sup>er</sup> ou 2<sup>ème</sup> ordre) permettant la détermination des paramètres par une méthode d'approximation itérative. Ces méthodes exigent d'évaluer simultanément la fonction *objectif* et son gradient (méthode de la plus grande pente, méthode du gradient conjugué, méthode de Newton, méthode de Gauss - Newton, ...).

Le choix parmi toutes ces méthodes se fait par expérience mais surtout en fonction du type du modèle direct de calcul, du degré de complexité de la résolution et des caractéristiques de la fonction *objectif* telles que sa convexité, l'existence ou non de plusieurs minima ou la présence de paliers. Pour les modèles non linéaires, il est généralement préférable d'utiliser des méthodes itératives de type gradient (Tillier 1998, Gavrus 1996).

Avril et al (Avril et al. 2008) et Réthoré (Réthoré 2010) ont publié une revue qui présente et compare les différentes techniques de détermination de paramètres, à partir de mesure de champs cinématiques. Les techniques les plus répandues dans le domaine de la mécanique des matériaux sont :

- **La méthode des champs virtuels (Virtual Fields Method, VFM).** C'est une méthode non itérative d'identification des paramètres pilotant des lois de comportement mécanique à partir de mesure de champs de déplacement (Grédiac 1989). Elle est basée sur le Principe des Travaux Virtuels (PTV) et ne nécessite pas la création d'un modèle simulant l'essai réalisé. En supposant les forces volumiques nulles, l'équilibre statique global du solide s'écrit :

$$-\int_{\Omega} \sigma \varepsilon(u^*) d\Omega = \int_{d\Omega_f} T u^* dS \quad (7.1)$$

$\sigma$  est le champ de contraintes,  $u^*$  le champ de déplacement virtuel cinématiquement admissible,  $\varepsilon(u^*)$  le champ de déformation associé à celui du déplacement virtuel,  $T$  le chargement surfacique sur la frontière extérieure  $d\Omega_f$ .

Une extension de la méthode des champs virtuels à un comportement élastique endommageable est présentée dans les travaux de Chalal et al, (Chalal et al. 2004, Chalal 2005, Chalal et al. 2006) où cependant seul l'endommagement en cisaillement est considéré. Dans ces travaux, l'identification a été réalisée sur un essai hétérogène de type Iosipescu (Pierron et Grédiac 2012). La mesure de champ sur ce type d'essais permet d'identifier dans un premier temps, les quatre modules élastiques, et à chaque pas de chargement, la variable d'endommagement locale qui affecte le module de cisaillement.

- **La méthode de l'écart à l'équilibre (Equilibrium Gap Method, EGM)** (Claire et al. 2002) est une méthode basée sur l'équilibre mécanique d'un modèle par éléments finis représentant la structure ou le système étudié (Pottier 2010). L'idée consiste à imposer à chaque nœud du maillage, discrétisant le système étudié, les champs de déplacement mesurés et à chercher un champ de propriétés mécaniques qui conduit à l'équilibre statique du système étudié ( $\text{div}(\sigma) = 0$ ). Crouzeix et al. (Crouzeix et al. 2009) ont utilisé la méthode de l'écart à l'équilibre avec comme données les champs de déplacements mesurés pour l'identification d'une loi d'endommagement d'un matériau composite (2,5 D C/C) sous chargement biaxial.

- **La méthode de l'erreur en relation de comportement (Constitutive Equation Gap Method, CEGM)** (Ladevèze 1975, Ladevèze et Leguillon 1983, Ladevèze et al. 1999). C'est une méthode inverse conçue à la base pour les calculs d'erreurs en éléments finis (erreurs de discrétisation a posteriori). Elle est basée sur la minimisation de l'énergie totale en calculant l'écart entre un champ de contraintes statiquement admissible  $\sigma$  vérifiant les conditions aux limites, et un champ de contraintes calculé à partir d'une mesure des champs de déplacements cinématiquement admissibles  $u$ . L'erreur en relation de comportement (ERC) est donnée par une fonctionnelle définie positive notée  $E(u, \sigma, C)$ . Pour les matériaux élastiques, elle traduit la somme de deux fonctions convexes correspondant respectivement aux énergies potentielle et complémentaire (Bonnet et al. 2003) :

$$E(u, \sigma, C) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} (\varepsilon(u) : C : \varepsilon(u)) d\Omega + \frac{1}{2} \int_{\Omega} (\sigma : C^{-1} : \sigma) d\Omega - \int_{\partial\Omega} (u, \sigma, n) ds \quad (7.2)$$

Avec des forces de volume nulles, et en tenant compte des conditions aux limites, la fonction  $E(u, \sigma, C)$  peut être réécrite de façon à faire apparaître l'écart en relation de comportement :

$$E(u, \sigma, C) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} (\sigma - C : \varepsilon(u)) : C^{-1} : (\sigma - C : \varepsilon(u)) d\Omega \quad (7.3)$$

Dans le cadre de l'élasticité, une conséquence des principes variationnels permet de montrer que pour un tenseur d'élasticité donné  $C$  :

$$\min_{u_{CA}, \sigma_{SA}} E(u, \sigma, C) = 0 \quad (7.4)$$

Cette relation permet l'identification des paramètres définissant le tenseur d'élasticité  $C$ . Merzouki (Merzouki 2008) a utilisé la méthode de l'erreur en relation de comportement dans le cadre de son travail de thèse, pour l'identification du comportement local de grains d'austénite d'un multicristal d'AMF à partir de mesure de champs de déformations locales à l'échelle des grains (Bourgeois et al. 2010).

- **La méthode de l'écart à la réciprocité (Reciprocity Gap Method, RGM).** Le principe de la méthode de l'écart à la réciprocité est d'écrire la relation de réciprocité entre le champ réel dans le solide réel et tout champ à l'équilibre dans un solide fictif qui ne présente aucun des éléments recherchés (pas de fissures, d'inclusions, de sources, etc.). L'écart à la réciprocité est une forme linéaire qui ne fait intervenir que les quantités connues et se calcule par une intégration sur le bord extérieur du domaine (Constantinescu et al. 2011). Bui et al. (Bui et al. 2010) ont utilisé la méthode de l'écart à la réciprocité pour l'identification de fissures planes, à partir des différentes familles de champs adjoints, en viscoélasticité dynamique, avec une loi de comportement de type Zener (équation de Helmholtz).

- **La méthode de recalage de modèles éléments finis (Finite Element Model Updated, FEMU).** C'est une méthode basée sur un recalage de façon itérative des paramètres du modèle construit par la méthode des éléments finis. L'idée consiste à comparer les grandeurs mesurées (champs de déplacements ou efforts) et les grandeurs calculées, afin d'atteindre la meilleure adéquation entre calculs et mesures réelles (Kavanagh et Clough 1971). Cela se traduit par la minimisation d'une fonction *objectif* notée  $F(p)$  généralement construite au sens des moindres carrés (Avril et al. 2008) et traduisant la somme des écarts quadratiques entre les grandeurs mesurées et leurs homologues calculés par la méthode des éléments finis à partir d'un jeu de paramètres matériau :

$$F(p) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_{pts}} (M(p)_i - \bar{M}_i)^2 \quad (7.5)$$

$N_{pts}$  est le nombre de points de mesure,  $p$  sont les paramètres à identifier,  $M(p)_i$  est une grandeur calculée au point  $i$  en fonction des paramètres à identifier  $p$ .  $\bar{M}_i$  est la même grandeur, mais mesurée.

La minimisation de  $F(p)$  conduit généralement à un problème mal posé qu'il est nécessaire de régulariser. Différentes techniques de régularisation peuvent être utilisées parmi lesquelles la technique de Levenberg - Marquardt (Marquardt 1963, Levenberg 1944).

Dans le cadre de sa thèse, Pottier (Pottier 2010) a utilisé cette méthode selon deux procédures. La première procédure est basée sur la comparaison de forces et de champs de déplacement, elle vise à identifier des paramètres de comportement issus de lois de comportement élastique (isotrope ou orthotrope) et plastique anisotrope. La deuxième, basée sur des comparaisons de champs de température, conduit à l'identification de paramètres de lois thermomécaniques régissant la dissipation, sous forme de chaleur et d'énergie plastique (dissipation intrinsèque).

Au sein de notre équipe de recherche, ces méthodes sont modifiées et étendues au comportement avec endommagement en fatigue de composites à matrice thermoplastique renforcée. Dans le cadre de sa thèse, Nouri (Nouri 2009) a utilisé une technique de recalage par éléments finis pour déterminer les paramètres d'un modèle d'endommagement de matrices thermoplastiques renforcées par des fibres de verre (PA6/GF30 et P/GFL35) (Meraghni et al. 2011). Mohammad Sadeghi (Mohammad Sadeghi 2010) a utilisé cette méthode pour identifier les paramètres de deux modèles, ceux d'un modèle semi-physique (viscoélastoplastique) et ceux du modèle de Lemaitre et Chaboche, pour différents aciers (TRIP800 et Inox). Dans la thèse de Payandeh (Payandeh 2010), la méthode de type gradient proposée par Levenberg et Marquardt, basée sur l'algorithme de Gauss Newton, a été appliquée pour la résolution du problème inverse afin de déterminer les paramètres du comportement avec décohésion interfaciale de composites renforcés par des fils en alliage à mémoire de forme de NiTi (Payandeh et al. 2010).

Dans ce travail, une méthode de type gradient, selon l'algorithme de Levenberg et Marquardt, est appliquée pour résoudre le problème inverse en vue d'identifier les paramètres gouvernant le comportement superélastique d'un AMF.

L'utilisation de cette méthode peut être limitée par les instabilités caractérisant les problèmes mal conditionnés. Pour résoudre ces problèmes d'instabilité, plusieurs méthodes de stabilisation sont proposées dans la littérature (Gavrus 1996, Tillier 1998). Toutes ces méthodes de stabilisation ont pour but de borner la zone de recherche admissible pour les jeux optimaux de paramètres. La méthode de Levenberg-Marquardt peut être vue comme un cas particulier des méthodes à région de confiance. Pour ces dernières, la recherche du jeu de paramètres optimal est limitée à une hypersphère au-delà de laquelle la non-linéarité de la fonction *objectif* devient trop importante.

Une autre approche est celle des statisticiens qui stabilisent souvent le problème d'identification de paramètres en ajoutant de l'information a priori sur les paramètres. Augmenter la quantité d'informations a pour conséquence d'améliorer le conditionnement du problème inverse d'identification des paramètres et donc de limiter les instabilités.

### **7.2.2. Démarche de résolution du problème inverse**

Les phases nécessaires pour la résolution du problème inverse sont :

- ❖ La construction d'une base expérimentale pertinente avec une condition de sensibilité des données expérimentales observables aux paramètres à identifier,
- ❖ La définition d'une fonction *objectif*, qui définit l'écart pondéré (normé) entre les valeurs mesurées et les valeurs calculées,
- ❖ Le choix de l'algorithme d'optimisation, permettant la minimisation de la fonction *objectif* en actualisant itérativement les paramètres recherchés,
- ❖ Le calcul de la matrice de sensibilité,

- ❖ Le choix d'un critère d'arrêt, qui permet de stopper l'actualisation des paramètres lorsque la fonction *objectif* atteint une faible valeur (prédéfinie) ou lorsque l'incrément de l'itéré devient très faible (condition de stationnarité).

L'algorithme d'identification utilisé est décrit par la Figure 7-2.

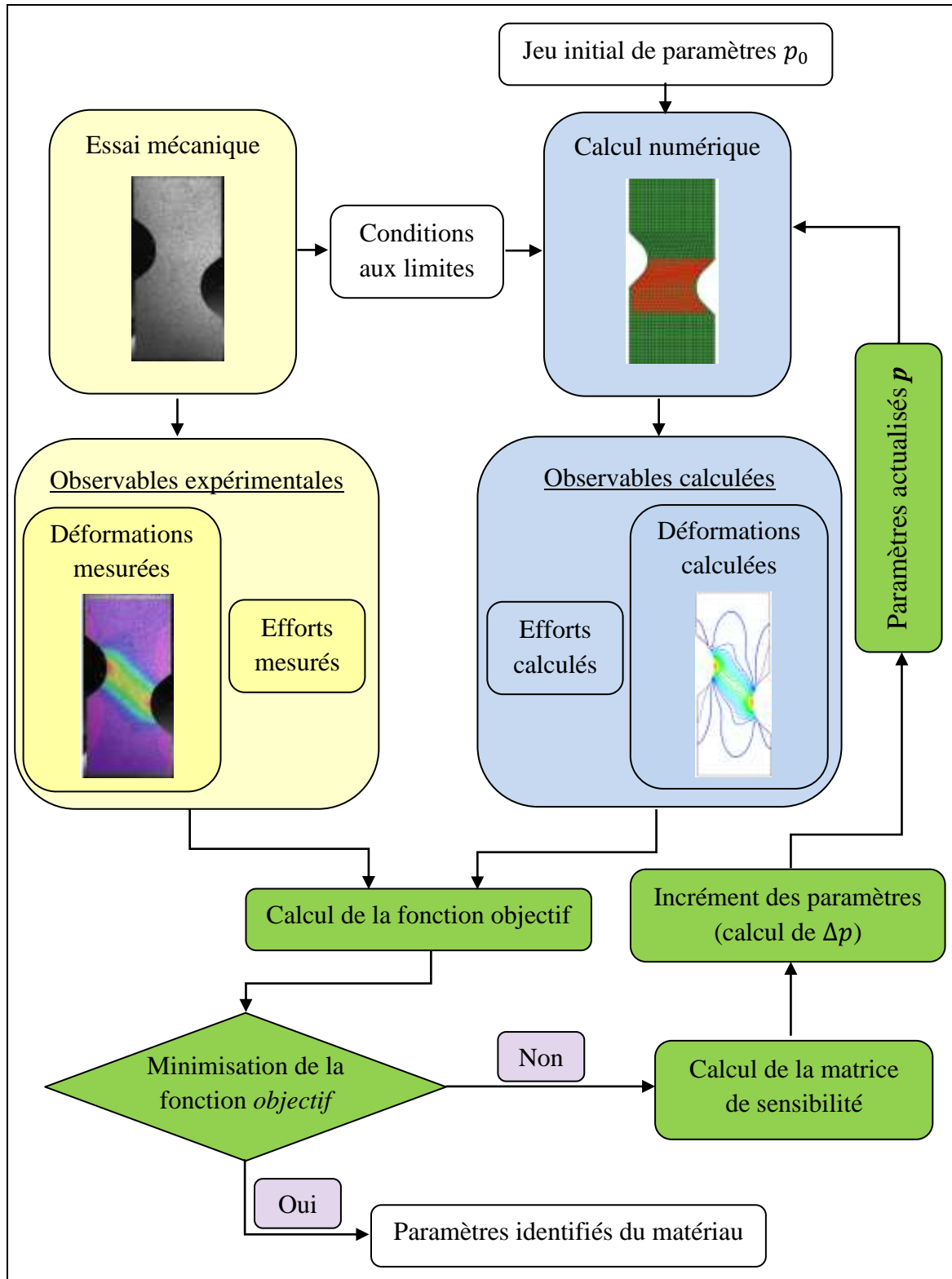


Figure 7-2 : Schéma du principe de la méthode inverse utilisée dans ce travail.

L'identification commence par la réalisation d'une première simulation numérique en utilisant un jeu de paramètres initial noté  $(p_0)$ . Puis, les résultats de cette simulation sont comparés aux données expérimentales par l'intermédiaire de la fonction *objectif*. L'utilisation de l'algorithme de minimisation (optimisation) permet l'actualisation du jeu de paramètres. Ensuite, une nouvelle simulation est réalisée avec le nouveau jeu de paramètres, et les résultats sont de nouveau comparés à la référence (valeurs expérimentales), et ainsi de suite. Ce cycle se poursuit tant que le critère d'arrêt n'est pas validé. Il est stoppé lorsque les valeurs simulées s'approchent de manière satisfaisante des valeurs de référence choisies pour identifier le comportement.

### 7.2.3. Fonction objectif

La fonction *objectif* décrit les écarts relatifs, en chaque point de mesure, entre les données mesurées expérimentalement et les résultats de simulation numérique. Cette fonction est généralement écrite sous une forme pondérée :

$$F(p) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \beta_i [M_i^{exp} - M_i^{num}(p)]^2 \quad (7.6)$$

Les termes  $\beta_i$  sont appelés coefficients de pondération,  $M_i^{exp}$  désignent les valeurs expérimentales des variables observables utilisées pour l'identification (déformations, efforts, températures, ...). Les  $M_i^{num}(p)$  sont les valeurs de ces variables calculées numériquement par l'intermédiaire du modèle dont on cherche à identifier les paramètres,  $p$  est le vecteur des paramètres à identifier et  $m$  indique le nombre de points de mesure.

La fonction *objectif*  $F$  choisie doit toujours respecter les deux conditions suivantes :

- $F$  doit être définie positive ou nulle (semi-définie positive) :  
 $F \geq 0$  (cela suppose que  $\beta_i > 0$ ),
- $F = 0$  si et seulement si  $M_i^{num} = M_i^{exp}$ .

Si les valeurs expérimentales se présentent sous la forme de déformations mesurées à la surface de l'échantillon sollicité, la fonction *objectif* peut être exprimée par

$$F(p) = \frac{1}{2} \left[ \frac{\sum_{T=T_1}^{T_Q} \sum_{t=t_1}^{t_R} \sum_{j=1}^n (\varepsilon_{xx}(p, T, t, x_j)^{num} - \varepsilon_{xx}(T, t, x_j)^{exp})^2}{\left( \sum_{T=T_1}^{T_Q} \sum_{t=t_1}^{t_R} \sum_{j=1}^n (\varepsilon_{xx}(T, t, x_j)^{exp})^2 \right)} + \frac{\sum_{T=T_1}^{T_Q} \sum_{t=t_1}^{t_R} \sum_{j=1}^n (\varepsilon_{yy}(p, T, t, x_j)^{num} - \varepsilon_{yy}(T, t, x_j)^{exp})^2}{\left( \sum_{T=T_1}^{T_Q} \sum_{t=t_1}^{t_R} \sum_{j=1}^n (\varepsilon_{yy}(T, t, x_j)^{exp})^2 \right)} + \frac{\sum_{T=T_1}^{T_Q} \sum_{t=t_1}^{t_R} \sum_{j=1}^n (\varepsilon_{xy}(p, T, t, x_j)^{num} - \varepsilon_{xy}(T, t, x_j)^{exp})^2}{\left( \sum_{T=T_1}^{T_Q} \sum_{t=t_1}^{t_R} \sum_{j=1}^n (\varepsilon_{xy}(T, t, x_j)^{exp})^2 \right)} \right] \quad (7.7)$$

où  $\varepsilon_{xx}(T, t, x_j)^{exp}$ ,  $\varepsilon_{yy}(T, t, x_j)^{exp}$  et  $\varepsilon_{xy}(T, t, x_j)^{exp}$  représentent respectivement les déformations longitudinales, transversales et de cisaillement. Ces déformations sont mesurées



par corrélation d'images au point matériel  $j$ , de coordonnées  $x_j$  au temps  $t$ , d'un essai isotherme réalisé à la température  $T$ .  $\varepsilon_{ij}(p, T, t, x_j)^{num}$  correspondent aux valeurs de ces mêmes déformations calculées en utilisant le modèle choisi.  $p$  désigne le vecteur contenant l'ensemble des paramètres recherchés.

### 7.2.4. Algorithme d'optimisation

La minimisation de la fonction *objectif* consiste à trouver un vecteur de paramètres  $p^*$  qui vérifie la nullité du gradient de la fonction *objectif* :

$$\nabla F(p^*) = 0 \quad (7.8)$$

La résolution de cette équation s'effectue de façon itérative. Les valeurs des paramètres sont actualisées à chaque itération ( $k$ ) en utilisant le vecteur incrément des paramètres  $\Delta p_k$  et la relation

$$p_{k+1} = p_k + \Delta p_k \quad (7.9)$$

Le calcul de l'incrément des paramètres  $\Delta p_k$  peut être réalisé par différentes méthodes : par exemple, la méthode du gradient conjugué ou les méthodes de type Newton et Newton-Raphson. Le lecteur intéressé par les différentes méthodes de calcul de l'incrément  $\Delta p_k$  peut se référer à la thèse de Moreau (Moreau 2000).

La méthode utilisée dans ce travail est de type Gauss-Newton régularisée selon l'algorithme de Levenberg-Marquardt. Cet algorithme permet de combiner l'algorithme de Gauss-Newton et la méthode de descente du gradient en ajustant le paramètre de régularisation.

La méthode de Gauss-Newton est basée sur le développement en séries de Taylor d'ordre 1 du gradient de la fonction *objectif* :

$$\frac{dF}{dp}(p + \Delta p) = \frac{dF}{dp}(p) + \Delta p \frac{d^2F}{dp^2}(p) + 0(\Delta p^2) \quad (7.10)$$

Il est nécessaire d'ajouter au vecteur des paramètres  $p$  une approximation de la variation  $\Delta p$ . Cette dernière est obtenue lorsque la fonction *objectif* présente un extremum, soit

$$\frac{dF}{dp}(p + \Delta p) = 0 \quad (7.11)$$

En négligeant les termes de degré supérieur à 1, la variation  $\Delta p$  s'écrit comme la solution du système linéaire

$$H\Delta p + G = 0 \quad (7.12)$$

avec  $G = \frac{dF}{dp}(p)$  le gradient de la fonction *objectif* et  $H = \frac{d^2F}{dp^2}(p)$  son hessien.

D'après l'expression de la fonction *objectif* choisie (Equation 7-6), les deux matrices  $H$  et  $G$  s'expriment respectivement par

$$H_{ij} = \frac{d^2F}{dp_i dp_j} = 2 \sum_{k=1}^m \beta_k (M_k^{num} - M_k^{exp}) \frac{d^2 M_k^{num}}{dp_i dp_j} + 2 \sum_{k=1}^m \beta_k \frac{dM_k^{num}}{dp_i} S_{kj} \quad (7.13)$$

$$G_i = \frac{dF}{dp_i} = 2 \sum_{k=1}^m \beta_k (M_k^{num} - M_k^{exp}) S_{ki} \quad (7.14)$$

$S_{ij}$  désigne la matrice de sensibilité, également appelée matrice Jacobienne : ses composantes traduisent la sensibilité des variables observables par rapport aux paramètres d'identification. Les composantes de  $S$  s'expriment par

$$S_{ij} = \frac{dM_i^{num}}{dp_j} \quad (7.15)$$

La méthode de Gauss - Newton néglige les dérivées d'ordre 2 des observables calculées par le modèle direct  $\frac{d^2 M_k^{num}}{dp_i dp_j} = 0$ . L'expression simplifiée de la matrice  $H$  devient alors

$$H_{ij} \approx 2 \sum_{k=1}^m \beta_k \frac{dM_k^{num}}{dp_i} S_{kj} \quad (7.16)$$

Le calcul de  $G$  le gradient de la fonction *objectif* et de son hessien  $H$  nécessite de résoudre le système d'équations linéaires de l'Equation 7-12, ce qui passe par le calcul des dérivées premières  $\frac{dM_k^{num}}{dp_i}$ . Ces termes sont les composantes de la matrice de sensibilité  $S$ .

En inversant et en introduisant  $\mu$  le paramètre de régularisation du système linéaire, l'estimation de l'incrément  $\Delta p$  s'écrit en fonction de la matrice de sensibilité :

$$\Delta p = [S^T W S + \mu I]^{-1} [S^T W] \Delta M \quad (7.17)$$

Ce paramètre de régularisation  $\mu$  joue le rôle d'un facteur d'amortissement. Il est ajusté à chaque nouvelle itération. Gavrus (Gavrus 1996) a montré que le paramètre de régularisation devient quasiment nul au voisinage du minimum de la fonction *objectif*.

Dans l'Equation 7.17,  $S^T$  est la transposée de  $S$  et  $W$  la matrice de pondération est une matrice diagonale dont les composantes non nulles sont définies par

$$W_{ii} = \beta_i \quad (7.18)$$

$\Delta M$  est le vecteur déviation :

$$\Delta M_i = (M_i^{num} - M_i^{exp}) \quad (7.19)$$

La matrice  $H$  peut avoir des valeurs propres égales à zéro et donc être non inversible. Dans ce cas, la convergence n'est pas assurée. Cette situation est liée au fait qu'un ou plusieurs paramètres peuvent ne pas avoir d'influence directe sur la grandeur observée. Il est alors indispensable de redéfinir le problème, soit en adoptant un nouveau modèle conduisant au calcul de  $M_i^{num}$  avec d'autres paramètres, ou bien en choisissant une autre variable observable sensible aux paramètres.

### 7.2.5. Estimation de la matrice de sensibilité

L'algorithme d'optimisation repose sur le calcul de la matrice Jacobienne (ou matrice de sensibilité) qui exprime la sensibilité des grandeurs mesurées (déformations) à la variation des paramètres du matériau à identifier. Dans la littérature, il existe plusieurs méthodes permettant de calculer cette matrice de sensibilité :

- par différences finies,
- par un calcul analytique direct,
- par la formulation du problème adjoint,
- par une évaluation semi-analytique.

Dans ce travail deux stratégies différentes ont été adoptées :

- Le schéma de calcul par différences finies a été adopté pour l'identification à partir des champs de déformations mesurés lors des essais hétérogènes ; c'est une méthode relativement simple et rapide à implémenter. Elle est basée sur la perturbation de chaque paramètre, l'un après l'autre. Pour chaque variation de paramètre, une nouvelle simulation par éléments finis est nécessaire pour connaître la nouvelle réponse du système.

- Pour les essais homogènes, la matrice de sensibilité a été calculée analytiquement, ce qui permet de réduire considérablement le temps de calcul.

## 7.3. Identification des paramètres à partir d'essais homogènes

La procédure d'identification vise à extraire simultanément les paramètres du comportement superélastique du modèle de Chemisky et al. (Chemisky et al. 2011), en utilisant les données expérimentales de l'alliage de NiTi obtenues dans cette étude (Piotrowski et al. 2013, Meraghni et al. 2013).

### 7.3.1. Stratégie d'identification à partir d'essais homogènes

La première stratégie d'identification exploite les résultats des essais de traction simple considérés comme parfaitement homogènes, présentés dans le chapitre A-4.

Le problème est considéré comme une optimisation non linéaire à travers la minimisation d'une fonction *objectif*. Cette fonction est définie comme l'écart quadratique entre les déformations longitudinale et transversale mesurées expérimentalement (par extensomètre ou par corrélation d'images) et les déformations calculées analytiquement à l'aide des équations du modèle de l'étude.

Sur la base de ces considérations, le problème d'optimisation peut être exprimé par la minimisation de la fonction *objectif* qui dans le cas d'un essai de traction homogène s'écrit sous la forme

$$F(p) = \frac{1}{2} \left[ \frac{\sum_{T=T_1}^{T_Q} \sum_{t=t_1}^{t_R} (\varepsilon_{xx}(p, T, t)^{num} - \varepsilon_{xx}(T, t)^{exp})^2}{\sum_{T=T_1}^{T_Q} \sum_{t=t_1}^{t_k} (\varepsilon_{xx}(T, t)^{exp})^2} + \frac{\sum_{T=T_1}^{T_Q} \sum_{t=t_1}^{t_R} (\varepsilon_{yy}(p, T, t)^{num} - \varepsilon_{yy}(T, t)^{exp})^2}{\sum_{T=T_1}^{T_Q} \sum_{t=t_1}^{t_k} (\varepsilon_{yy}(T, t)^{exp})^2} \right] \quad (7.20)$$

où  $\varepsilon_{xx}(T, t)^{exp}$  et  $\varepsilon_{yy}(T, t)^{exp}$  représentent les déformations longitudinale et transversale déterminées par corrélation d'images ou à l'aide d'un extensomètre, enregistrées au temps  $t$ , lors d'un essai isotherme réalisé à la température  $T$ . Pour l'essai homogène, les déformations ne dépendent pas de la position  $x_j$ . Les  $\varepsilon_{ij}(p, T, t)^{num}$  correspondent aux valeurs des déformations calculées en utilisant le modèle choisi.  $p$  désigne le vecteur contenant l'ensemble des paramètres qui est actualisé durant la minimisation.

La fonction *objectif* peut s'écrire en utilisant la notation matricielle comme suit :

$$F(p) = \frac{1}{2} \frac{(\varepsilon_{xx}(p)^{num} - \varepsilon_{xx}^{exp})^T (\varepsilon_{xx}(p)^{num} - \varepsilon_{xx}^{exp})}{\|\varepsilon_{xx}^{exp}\|^2} + \frac{1}{2} \frac{(\varepsilon_{yy}(p)^{num} - \varepsilon_{yy}^{exp})^T (\varepsilon_{yy}(p)^{num} - \varepsilon_{yy}^{exp})}{\|\varepsilon_{yy}^{exp}\|^2} \quad (7.21)$$

où les composantes des valeurs  $\varepsilon_{ij}(p)^{num}$  et  $\varepsilon_{ij}^{exp}$  regroupent les valeurs pour différentes températures et différents temps. En prenant  $W$  la matrice de pondération, cette fonction *objectif* peut s'écrire :

$$F(p) = \frac{1}{2} (\varepsilon(p)^{num} - \varepsilon^{exp})^T W (\varepsilon(p)^{num} - \varepsilon^{exp}) \quad (7.22)$$

La minimisation de la fonction *objectif* est résolue par un algorithme basé sur la méthode du gradient. Les dérivées partielles de la fonction *objectif* par rapport aux différents paramètres matériau sont exprimées sous la forme

$$\frac{\partial F(p)}{\partial p} = (\varepsilon^{exp} - \varepsilon(p)^{num})^T W \left( \frac{\partial \varepsilon(p)^{num}}{\partial p} \right) \quad (7.23)$$

Le premier terme représente la différence entre les déformations calculées numériquement et celles déterminées expérimentalement. Le deuxième terme représente la matrice de sensibilité, notée  $S$ , qui exprime la sensibilité des déformations calculées  $\varepsilon^{num}$  à la variation des paramètres  $p$  à identifier. La matrice de sensibilité pour un essai de traction homogène est donnée par

$$S = \frac{\partial \varepsilon(p)^{num}}{\partial p} := \begin{bmatrix} \frac{\partial \varepsilon_{xx}(p, T_1, t_1)^{num}}{\partial p_1} & \dots & \frac{\partial \varepsilon_{xx}(p, T_1, t_1)^{num}}{\partial p_k} \\ \frac{\partial \varepsilon_{yy}(p, T_1, t_1)^{num}}{\partial p_1} & \dots & \frac{\partial \varepsilon_{yy}(p, T_1, t_1)^{num}}{\partial p_k} \\ \frac{\partial \varepsilon_{xx}(p, T_1, t_2)^{num}}{\partial p_1} & \dots & \frac{\partial \varepsilon_{xx}(p, T_1, t_2)^{num}}{\partial p_k} \\ \frac{\partial \varepsilon_{yy}(p, T_1, t_2)^{num}}{\partial p_1} & \dots & \frac{\partial \varepsilon_{yy}(p, T_1, t_2)^{num}}{\partial p_k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \varepsilon_{yy}(p, T_Q, t_k)^{num}}{\partial p_1} & \dots & \frac{\partial \varepsilon_{yy}(p, T_Q, t_k)^{num}}{\partial p_k} \end{bmatrix} \quad (7.24)$$

La variation  $\Delta p$  s'exprime par

$$[S^T WS + \mu \text{diag}(S^T WS)] \Delta p = S^T (\varepsilon(p, t)^{num} - \varepsilon(t)^{exp}) \quad (7.25)$$

Si le paramètre de régularisation  $\mu$  est égal à zéro cet algorithme se réduit à la méthode de Gauss-Newton. Si  $\mu$  prend une valeur suffisamment élevée, l'effet de la composante  $S^T WS$  devient négligeable et l'algorithme se réduit à une forme de type gradient.

Les différentes composantes de la matrice de sensibilité sont déterminées analytiquement en dérivant la déformation totale, donnée dans l'Equation 6-77, par rapport à chaque paramètre à identifier. Les paramètres à identifier sont :

$$p := \{E, \nu, H_f, \varepsilon_{SAT}^T, b_d, b_r, M_s, A_f\} \quad (7.26)$$

Lors d'un chargement isotherme, il y a une infinité de couples de paramètres du modèle  $\{b_d, M_s\}$  et  $\{b_r, A_f\}$  qui conduit à la minimisation de la fonction *objectif*. Cela signifie que l'utilisation des dérivées partielles de ces paramètres en fonction de la déformation totale n'est pas suffisante pour obtenir un ensemble unique de paramètres qui permet la minimisation de la fonction *objectif*. Pour pouvoir contourner cette difficulté, un nouveau jeu de paramètres a été sélectionné en remplaçant  $\{b_d, M_s\}$  et  $\{b_r, A_f\}$  par les deux contraintes critiques de transformation pour chaque température. En effet à la température  $T = T_q$ , le terme  $b_d(T - M_s)$  correspond à la contrainte équivalente critique  $\sigma_q^{M_s}$  permettant l'apparition de la transformation directe :

$$\sigma_q^{M_s} = b_d(T_q - M_s) \quad (7.27)$$

De même, le terme  $b_r(T - A_f)$  correspond à la contrainte équivalente critique  $\sigma_q^{A_f}$  induisant la fin de la transformation inverse :

$$\sigma_q^{A_f} = b_r(T_q - A_f) \quad (7.28)$$

Un nouveau vecteur de paramètres  $p'$  est défini :

$$p' := \{E, \nu, H_f, \varepsilon_{SAT}^T, \sigma_1^{M_s}, \dots, \sigma_Q^{M_s}, \sigma_1^{A_f}, \dots, \sigma_Q^{A_f}\} \quad (7.29)$$

La déformation totale (Equation 6-77) peut être réécrite en fonction de ce vecteur de paramètres à la température  $T = T_q$  :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ij}^{num}(T = T_q) = & \frac{1}{E} [(1 + \nu)\sigma_{ij} - \nu\sigma_{kk}\delta_{ij}] + \frac{3(\varepsilon_{SAT}^T)^2 \eta_{ij}}{2H_f} [|\sigma| - \sigma_q^{M_s}] \beta_1 K \\ & + \frac{3(\varepsilon_{SAT}^T)^2 \eta_{ij}}{2H_f} [|\sigma| - \sigma_q^{A_f}] \beta_1 (1 - K) + \frac{3\varepsilon_{SAT}^T \eta_{ij}}{2H_f} \beta_2 \end{aligned} \quad (7.30)$$

Les éléments de la première ligne de la matrice de sensibilité analytique, liés aux paramètres, calculés à partir de la composante de déformation ( $\varepsilon_{11}^{num}$ ) sont les suivants :

$$S_{11} = \frac{\partial \varepsilon_{11}^{num}}{\partial E} = -\frac{1}{E^2} [(1 + \nu)\sigma_{11} - \nu\sigma_{kk}] \quad (7.31)$$

$$S_{12} = \frac{\partial \varepsilon_{11}^{num}}{\partial \nu} = \frac{1}{E} [\sigma_{11} - \sigma_{kk}] \quad (7.32)$$

$$\begin{aligned} S_{13} = \frac{\partial \varepsilon_{11}^{num}}{\partial H_f} = & -\frac{3(\varepsilon_{SAT}^T)^2 \eta_{11}}{2H_f^2} \left[ [|\sigma| - \sigma_q^{M_s}] \beta_1 K + [|\sigma| - \sigma_q^{A_f}] \beta_1 (1 - K) \right] \\ & - \frac{3\varepsilon_{SAT}^T \eta_{11}}{2H_f^2} \beta_2 \end{aligned} \quad (7.33)$$

$$S_{14} = \frac{\partial \varepsilon_{11}^{num}}{\partial \varepsilon_{SAT}^T} = \frac{3\varepsilon_{SAT}^T \eta_{11}}{H_f} \left[ [|\sigma| - \sigma_q^{M_s}] \beta_1 K + [|\sigma| - \sigma_q^{A_f}] \beta_1 (1 - K) \right] + \frac{3\eta_{11}}{2H_f} \beta_2 \quad (7.34)$$

$$S_{1(3+2q)} = \frac{\partial \varepsilon_{11}^{num}}{\partial \sigma_q^{M_s}} = -\frac{3(\varepsilon_{SAT}^T)^2 \eta_{11}}{2H_f} \beta_1 K \quad (7.35)$$

$$S_{1(4+2q)} = \frac{\partial \varepsilon_{11}^{num}}{\partial \sigma_q^{A_f}} = -\frac{3(\varepsilon_{SAT}^T)^2 \eta_{11}}{2H_f} \beta_1 (1 - K) \quad (7.36)$$

Toutes les dérivées des autres composantes de  $\varepsilon^{num}$  sont identiques, à l'exception des dérivées par rapport à  $E$  et  $\nu$ , en tenant compte de la composante appropriée de  $\eta$  définie dans l'Equation 6-79.

Pour une identification basée sur des données expérimentales correspondant à  $Q$  températures différentes, le nombre de composantes du vecteur paramètres  $p'$  est  $4 + 2Q$ . Par conséquent, la taille de la matrice de sensibilité augmente avec  $Q$ .

Pour déterminer les valeurs de  $\{b_d, M_s\}$  et  $\{b_r, A_f\}$ , il est nécessaire d'effectuer des essais au moins à deux températures différentes. Lorsque plus de deux températures sont utilisées, ces paramètres sont déterminés au moyen d'une régression linéaire au sens des moindres carrés en fonction des valeurs identifiées des  $\sigma_q^{M_s}$  et  $\sigma_q^{A_f}$ .

L'algorithme d'optimisation utilisé est capable de minimiser la fonction *objectif* à partir d'un jeu initial de paramètres même si ce dernier est loin de la solution finale. Toutefois une condition s'impose : il faut que ce jeu de paramètres provoque au cours du chargement simulé une transformation de phase suffisante. Dans le cas contraire, la matrice de sensibilité pourrait être singulière et l'identification deviendrait impossible.

Plusieurs jeux de paramètres initiaux ont été utilisés pour trouver l'ensemble final des paramètres matériau  $\{E, \nu, \varepsilon_{SAT}^T, b_d, b_r, H_f, M_s, A_f\}$  et ainsi valider la procédure d'identification.

La procédure d'identification peut être évaluée en fonction de deux critères :

1. Elle converge pour tout jeu de paramètres (stabilité),
2. L'ensemble final de paramètres ne dépend pas de l'ensemble de paramètres initiaux (robustesse de l'algorithme).

Le Tableau 7-1 présente les valeurs initiales des cinq jeux de paramètres qui ont été utilisés pour valider la procédure d'identification. Les valeurs initiales de ces paramètres ont été choisies pour représenter une grande variété de comportements fondamentalement différents du comportement de l'alliage étudié.

Jeu	$E$ (MPa)	$\nu$	$H_f$ (MPa)	$\varepsilon_{SAT}^T$	$b_d$ (MPa/°C)	$b_r$ (MPa/°C)	$M_s$ (°C)	$A_f$ (°C)
1	70 000	0,3	4	0,05	9,9	9,9	-13	17
2	70 000	0,3	4	0,05	5	5	-23	-3
3	30 000	0,2	6	0,02	3	3	-73	-58
4	20 000	0,5	0,5	0,02	8	8	-3	17
5	100 000	0,4	1	0,06	12	12	17	27

*Tableau 7-1 : Valeurs initiales des cinq jeux de paramètres utilisées pour la validation de la procédure d'identification.*

La Figure 7-3 montre les réponses des essais simulés avec ces paramètres, comparés à celles des essais thermomécaniques réalisés à trois températures : 30°C, 43°C et 50°C dans la direction de laminage (sens L) (cf. chapitre A – 4). Un cycle de traction charge-décharge pour chaque température a été effectué ce qui permet l'identification de l'ensemble des paramètres superélastiques du modèle  $\{E, \nu, \varepsilon_{SAT}^T, b_d, b_r, H_f, M_s, A_f\}$ . La décharge est indispensable pour la détermination des paramètres de la transformation inverse.

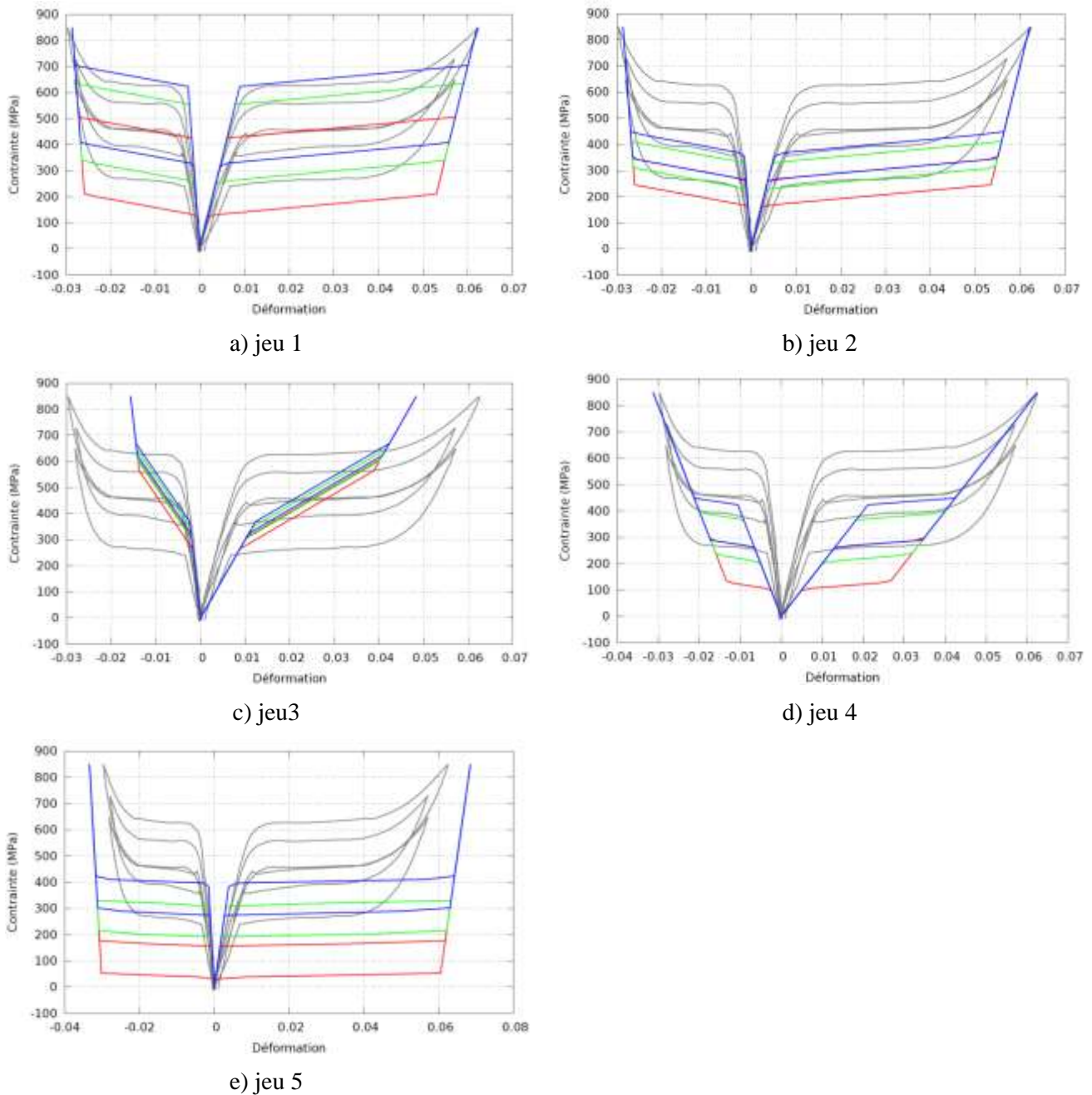


Figure 7-3: Comparaisons entre les simulations réalisées avec les cinq jeux de paramètres présentés dans le Tableau 7-1 et les essais expérimentaux (traits gris) : courbes contrainte-déformations longitudinale et transversale.

### 7.3.2. Résultats de l'identification

La procédure finale d'identification des paramètres du comportement superélastique utilise les courbes contrainte-déformations longitudinale et transversale des essais de traction isotherme considérés comme homogène. Seules deux des températures d'essais (30°C et 50°C) servent à identifier les paramètres. La validation de la procédure d'identification et des paramètres identifiés se fait sur les autres températures.



➤ Identification des paramètres superélastiques dans le sens L

Les résultats des identifications à partir des cinq jeux de paramètres initiaux présentés dans le Tableau 7-1 sont reportés dans le Tableau 7-2. Un résultat important à souligner est que les jeux de paramètres identifiés sont pratiquement indépendants des jeux de paramètres initiaux. Le coefficient de variation (CV) est inférieur à 6% pour tous les paramètres.

Pour jeu initial	$E$ (MPa)	$\nu$	$H_f$ (MPa)	$\varepsilon_{SAT}^T$	$b_d$ (MPa/°C)	$b_r$ (MPa/°C)	$M_s$ (°C)	$A_f$ (°C)
1	48 740	0,482	1,53	0,0408	8,75	9,51	-20,6	4,1
2	48 753	0,482	1,53	0,0408	8,75	9,51	-20,6	4,1
3	46 032	0,489	1,45	0,0399	8,76	9,53	-20,7	4,1
4	45 359	0,489	1,34	0,0396	8,75	9,52	-20,8	4,0
5	45 598	0,489	1,38	0,0397	8,76	9,52	-20,7	4,0
Moyenne	46 896	0,486	1,45	0,0402	8,75	9,52	-20,7	4,0
CV (%)	4	0,8	6	1	0,05	0,09	0,04	0,03

Tableau 7-2 : Valeurs identifiées des huit paramètres, à partir des jeux initiaux de paramètres du tableau 7-1. Moyennes des valeurs identifiées et coefficient de variation (robustesse de l'algorithme).

La Figure 7-4 montre la décroissance de la fonction *objectif* en fonction du nombre d'itérations. Il est ainsi possible de voir le nombre d'itérations nécessaires pour atteindre le minimum de la fonction *objectif* pour chacun des cinq jeux de paramètres initiaux. L'algorithme de minimisation converge pour toutes les valeurs initiales, ce qui prouve la stabilité de cette méthode d'identification.

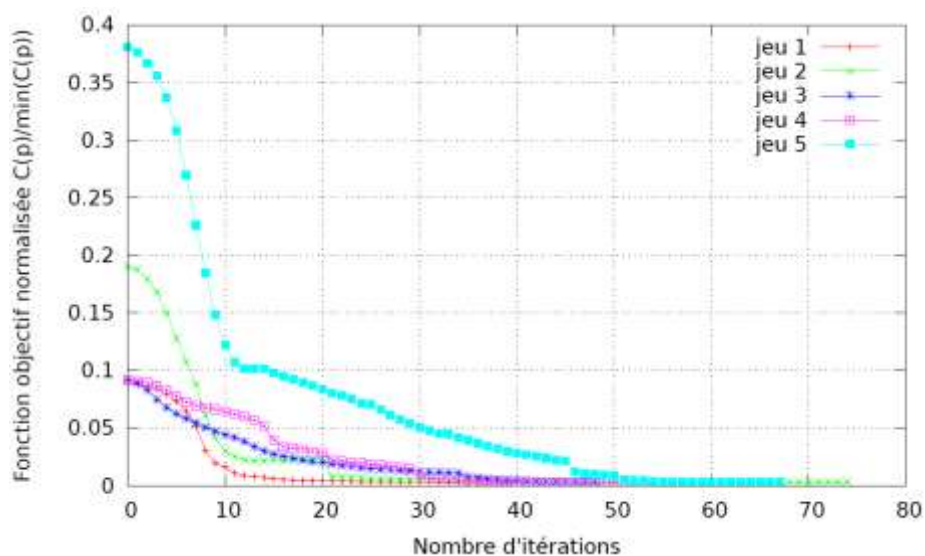


Figure 7-4 : Évolution de la fonction objectif normalisée, en fonction du nombre d'itérations pour les cinq jeux de paramètres initiaux.

La procédure d'identification développée, basée sur l'évaluation analytique de la matrice de sensibilité, conduit à un outil puissant pour la détermination des paramètres du comportement superélastique introduits dans le modèle étudié.

La Figure 7-5 montre la réponse simulée du comportement superélastique, à partir des valeurs moyennes des paramètres identifiés, comparée aux courbes de traction expérimentales de l'alliage de NiTi aux températures 30°C et 50°C (utilisées pour l'identification).

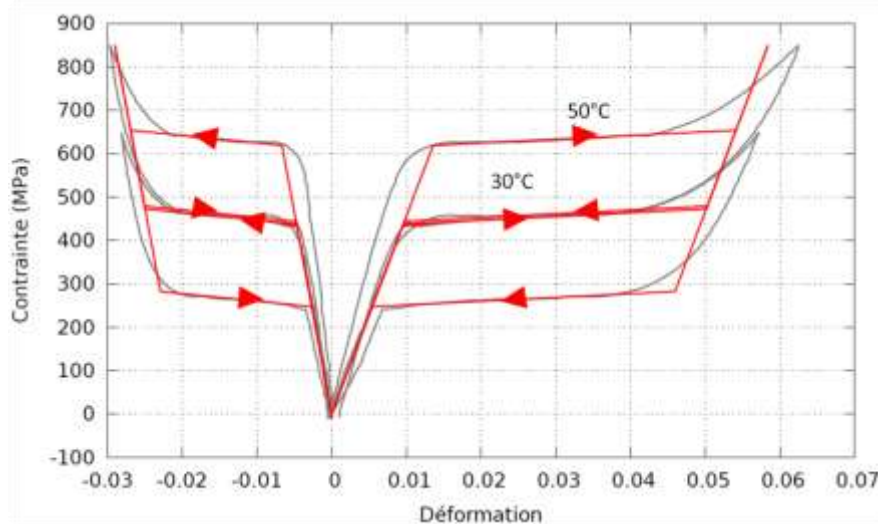


Figure 7-5 : Comparaison entre les courbes de comportement superélastique simulées à partir des paramètres identifiés (valeurs moyennes du Tableau 7-2) et les courbes expérimentales d'essais isothermes réalisés à 30°C et 50°C sur le NiTi dans le sens L, courbes ayant servi à l'identification.

Pour pouvoir valider la procédure d'identification, une prédiction du comportement superélastique en traction à 43°C a été réalisée à partir des paramètres identifiés précédemment à partir des températures 30°C et 50°C. La courbe prédite a été comparée à la courbe expérimentale résultant de l'essai isotherme à 43°C (Figure 7-6).

Le modèle de Chemisky et al. donnant une courbe de comportement « linéaire par morceaux », les écarts les plus importants entre les courbes expérimentales et les courbes simulées sont dans les phases de transition entre les phases élastiques et les phases où la transformation évolue : dans les rayons de courbure. Les valeurs expérimentales du module apparent de l'austénite (1<sup>ère</sup> phase du comportement et fin du retour) n'étant pas les mêmes à l'aller et au retour, ni d'une température à l'autre, l'identification semble se caler sur une valeur moyenne de ce module apparent. Par contre, la phase de transformation correspondant bien à une partie linéaire de la courbe, le modèle se colle parfaitement au plateau de transformation. Les contraintes de début de transformation sont proches de celles qui seraient estimées en prenant l'intersection des pentes élastique et de transformation des courbes expérimentales. L'élasticité de la martensite étant forcément caractérisée par le module de l'austénite, ce qui est une hypothèse forte, c'est dans cette phase que les écarts sont les plus importants. La longueur du plateau de transformation (déformation de transformation à saturation) ne dépend pas de la température donc il est normal que les courbes de retour élastique soient confondues.

La simulation (et l'identification) étant pilotée en contrainte, c'est la contrainte maximale expérimentale qui fixe le dernier point de chargement avant le retour.

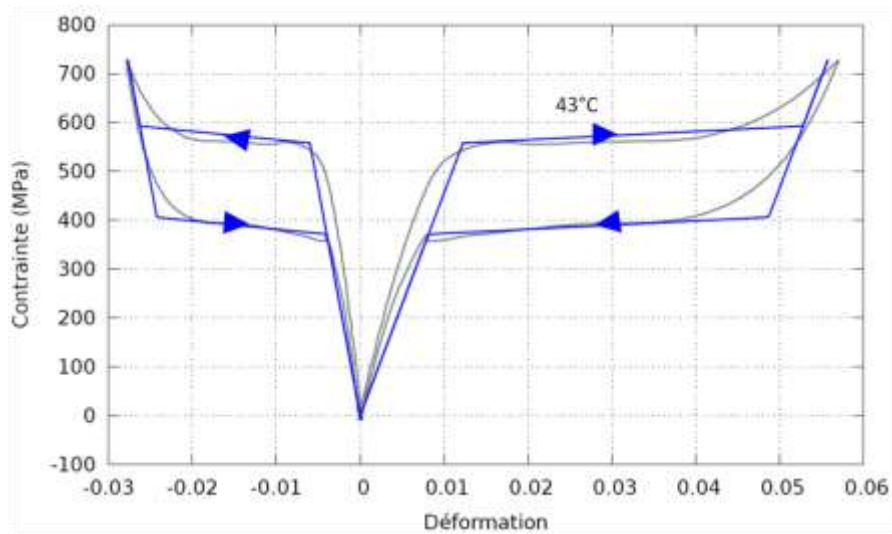


Figure 7-6 : Validation des paramètres identifiés : comparaison de la courbe de comportement superélastique prédite (à l'aide des paramètres identifiés sur le comportement à 30°C et 50°C) et de la courbe expérimentale pour un essai de traction isotherme à 43°C sur le NiTi dans le sens L.

Les courbes contrainte-déformations longitudinale et transversale simulées (à partir des paramètres identifiés sur les courbes expérimentales à 30°C et 50°C) et les courbes expérimentales, pour la température de 43°C, sont très proches, ce qui confirme la fiabilité des paramètres identifiés. La pente de transformation est parfaitement décrite, les modules élastiques sont proches des valeurs expérimentales. Les contraintes de début et de fin de transformation sont bien décrites.

Les paramètres identifiés à partir des essais à 2 températures peuvent être utilisés pour simuler et donc prédire le comportement superélastique à d'autres températures avec une grande précision. Il faut bien sûr rester dans la gamme de températures où les phénomènes physiques dans le matériau sont les mêmes.

### ➤ Identification des paramètres superélastiques dans le sens T

La même stratégie d'identification a été utilisée pour identifier les mêmes huit paramètres du comportement superélastique, mais à partir des résultats des essais de traction dans le sens T. Le Tableau 7-3 montre le résultat de l'identification à partir des deux courbes d'essais effectués respectivement à 30°C et 40°C. Les paramètres initiaux sont ceux qui correspondent au jeu 1 du Tableau 7-1.

Sur la Figure 7-7, les courbes de traction simulées grâce aux paramètres identifiés (Tableau 7-3) sont superposées avec les courbes expérimentales du NiTi pour les températures de 30°C et 40°C. Les courbes sont presque superposées, les plus grands écarts sont dans les mêmes

phases de comportement que pour le sens L. Les phases de transformation des courbes expérimentales dans le sens T n'étant pas aussi parfaitement linéaires que dans le sens L, il y a de légers écarts sur le plateau.

$E$ (MPa)	$\nu$	$H_f$ (MPa)	$\varepsilon_{SAT}^T$	$b_d$ (MPa/°C)	$b_r$ (MPa/°C)	$M_s$ (°C)	$A_f$ (°C)
55 012	0,475	3,26	0,0363	10,13	13,17	-24,3	1,7

Tableau 7-3 : Jeu de paramètres identifié à partir des deux essais réalisés suivant la direction T aux températures 30°C et 40°C.

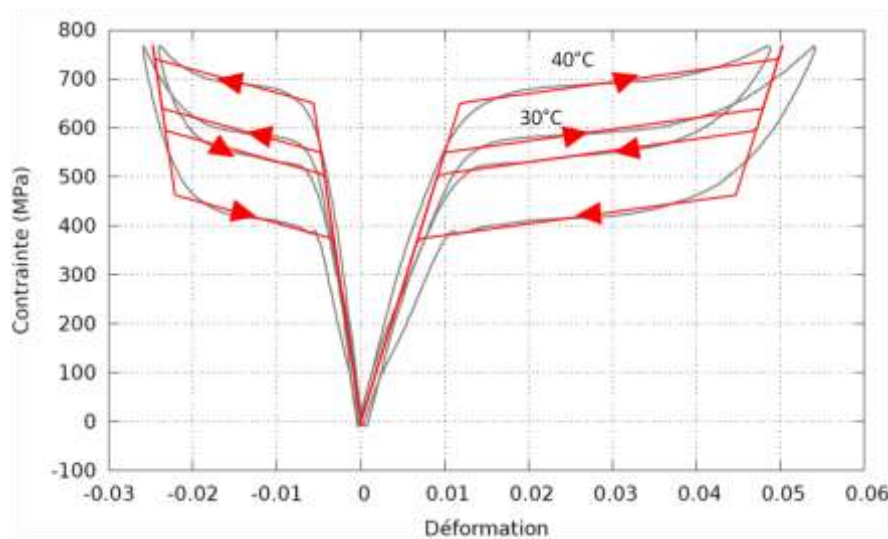


Figure 7-7 : Comparaison entre les courbes de comportement superélastique simulées à partir des paramètres identifiés (Tableau 7-3) et les courbes expérimentales d'essais isothermes à 30°C et 40°C sur le NiTi dans le sens T, courbes ayant servi à l'identification.

La comparaison des paramètres identifiés à partir des courbes de traction dans le sens T et dans le sens L amène aux observations suivantes :

- Le module de Young identifié dans le sens T est sensiblement supérieur à celui du sens L (55 GPa au lieu de 47 GPa), pourtant les courbes expérimentales ne montrent pas de différence sensible (cf. Figure 4-7). Ceci peut être dû au fait que ce module ne représente pas que la partie élastique du comportement. Le modèle estime ce module en moyennant les courbes de charge et de décharge dans la phase austénitique mais également dans la phase martensitique.
- Le coefficient de Poisson  $\nu$  est quasiment identique (0,475 pour 0,486).
- Le paramètre  $H_f$ , qui représente la pente du plateau de transformation martensitique, est plus important dans le sens T (3,26 MPa pour 1,45 MPa) ce qui respecte les résultats expérimentaux (cf. Figure 4-7).
- La déformation de transformation à saturation  $\varepsilon_{sat}^T$  est de 10% plus élevée dans le sens L, ce qui est conforme aux courbes de comportement expérimentales.

- Les deux pentes de transformation directe  $b_d$  et inverse  $b_r$  sont toutes les deux plus importantes dans le sens T (10,13 MPa/°C au lieu de 8,75 MPa/°C, et 13,17 MPa/°C au lieu de 9,52 MPa/°C). Elles sont calculées par l'intermédiaire des contraintes de début et de fin de transformation directe et inverse, ces contraintes sont plus grandes dans le sens T.
- Les températures de transformation  $M_s$  et  $A_f$  sont sensiblement équivalentes. Ces températures ne doivent pas être influencées par la direction de chargement.

### ➤ Validation de la stratégie d'identification

Pour pouvoir démontrer les capacités de l'approche d'identification proposée, la procédure d'identification a été utilisée une nouvelle fois pour extraire l'ensemble des huit paramètres du modèle  $\{E, \nu, H_f, \varepsilon_{SAT}^T, b_d, b_r, M_s, A_f\}$  gérant le comportement superélastique, mais cette fois pour un second matériau dont le comportement est donné dans la littérature. Cet alliage de NiTi (Ni : 50,8% at), fourni par Memry Corporation sous forme de fils de 0,5 mm de diamètre a été caractérisé par Lagoudas et al. (Lagoudas et al. 2012). Des essais de traction avec charge-décharge ont été effectués à trois températures 25°C, 30°C et 40°C, avec une vitesse de déformation de  $3.10^{-4}/s$  (Figure 7-8).

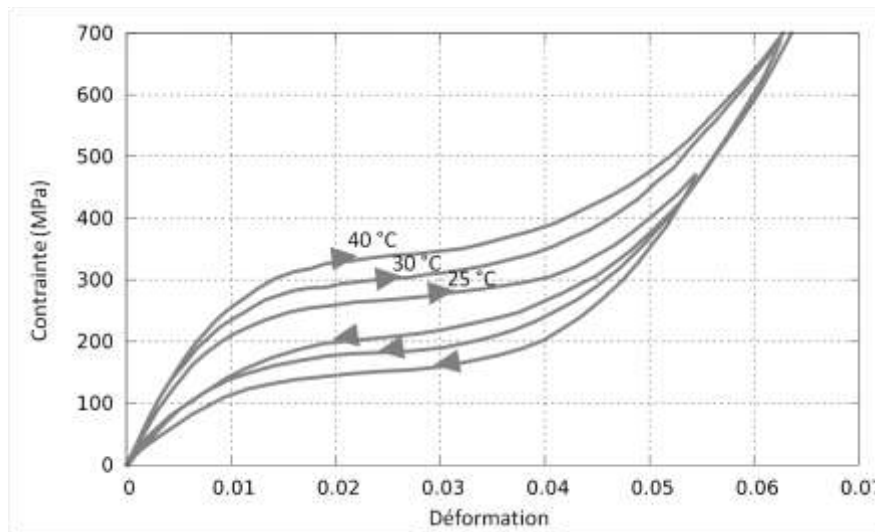


Figure 7-8 : Essais de traction isothermes avec charge-décharge à trois températures 25°C, 30°C et 40°C effectués par Lagoudas et al. (Lagoudas et al. 2012) sur des fils de NiTi.

Ces courbes attestent que la transformation inverse est complète, il n'y a pas de déformation résiduelle à la fin d'un cycle complet, le comportement est superélastique. Aucune information expérimentale n'est fournie sur l'évolution des déformations transversales donc le coefficient de Poisson ne peut pas être identifié. Il a été supposé égal à 0,3. Un jeu de paramètres initiaux identique à celui de Chemisky et al. 2011 (Chemisky et al. 2011), reporté dans le Tableau 7-4, a été choisi.

$E$ (MPa)	$H_f$ (MPa)	$\varepsilon_{SAT}^T$	$b_d$ (MPa/°C)	$b_r$ (MPa/°C)	$M_s$ (°C)	$A_f$ (°C)
70 000	4	0,05	4,9	3,8	-29	-15

Tableau 7-4 : Jeu des paramètres initiaux pour l'identification des paramètres du matériau de Lagoudas et al. (Lagoudas et al. 2012).

Les paramètres identifiés sont donnés dans le Tableau 7-5 :

$E$ (MPa)	$H_f$ (MPa)	$\varepsilon_{SAT}^T$	$b_d$ (MPa/°C)	$b_r$ (MPa/°C)	$M_s$ (°C)	$A_f$ (°C)
24 500	3,3	0,032	5,42	4,0	-16	0

Tableau 7-5 : Paramètres identifiés à partir des essais à 25°C et 40°C.

La Figure 7-9 montre une superposition des courbes simulées avec les paramètres identifiés (Tableau 7-5) avec les courbes expérimentales obtenues en traction isotherme à 25°C et 40°C. Les remarques qui pourraient être faites quant à la comparaison des courbes expérimentales et simulées ne feraient que répéter ce qui a été constaté sur la première série d'identification. Les écarts sont essentiellement liés aux hypothèses du modèle.

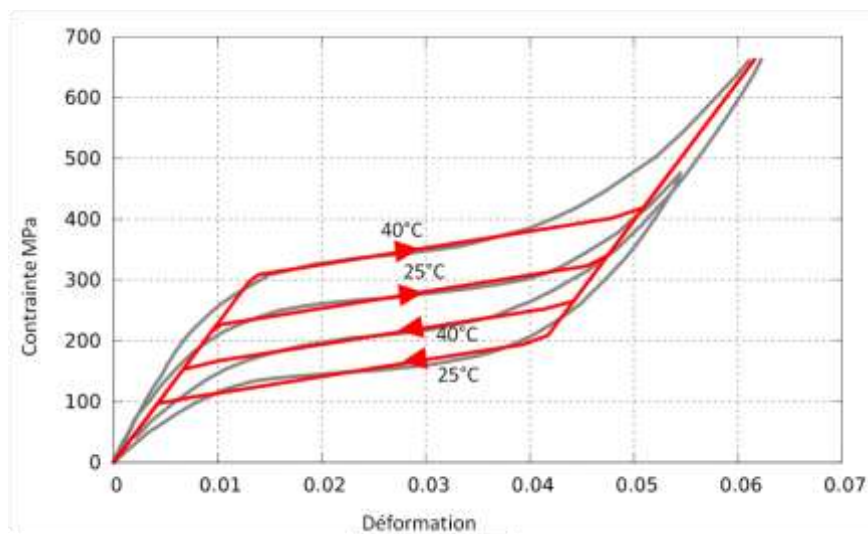


Figure 7-9 : Comparaison entre les courbes simulées à partir des paramètres identifiés (Tableau 7-5) et les courbes expérimentales des essais de traction à 25°C et 40°C (utilisées pour identifier ces paramètres), matériau de Lagoudas et al. (Lagoudas et al. 2012).

Les résultats de l'essai à 30°C ont été utilisés pour valider l'identification et les paramètres identifiés (Tableau 7-5). La Figure 7-10 présente la comparaison entre la courbe contrainte - déformation longitudinale expérimentale et la courbe prédite par une simulation à partir des paramètres identifiés en utilisant les essais à 25°C et 40°C.

Les résultats obtenus montrent que la procédure d'identification présentée est capable de déterminer les paramètres du modèle qui gèrent le comportement superélastique des AMF.

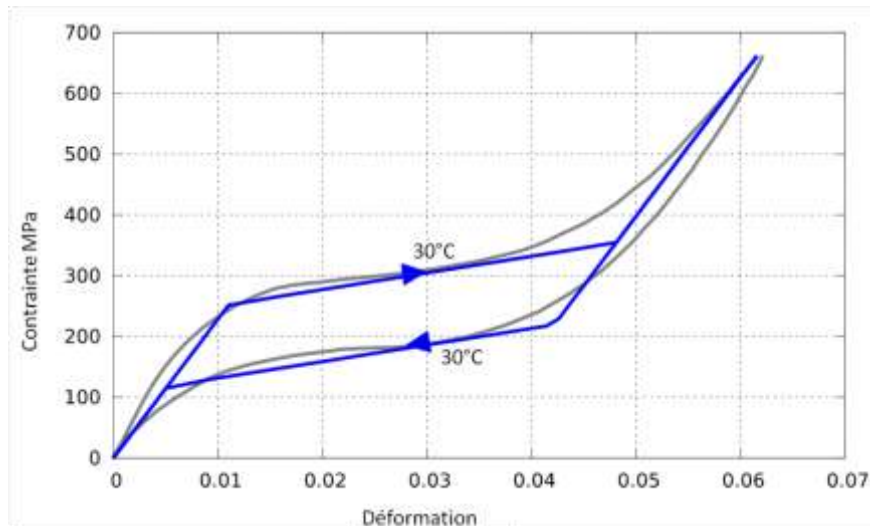


Figure 7-10 : Validation de la procédure d'identification et des paramètres identifiés du tableau 7-5 sur un essai de traction isotherme à 30°C, matériau de Lagoudas et al. (Lagoudas et al. 2012).

## 7.4. Conclusion

Dans ce chapitre l'identification des huit paramètres  $\{E, \nu, \varepsilon_{SAT}^T, b_d, b_r, H_f, M_s, A_f\}$  gouvernant le comportement superélastique du modèle de Chemisky et al. (Chemisky et al. 2011), pour l'alliage de NiTi étudié, a été effectuée par application d'une méthode inverse basée sur l'algorithme de Levenberg et Marquardt.

La fonction *objectif* a été construite en termes de déformations longitudinales et transversales, exploitant les résultats des essais de traction uniaxiale à différentes températures (au minimum 2), essais considérés comme homogènes.

Les huit paramètres du modèle de Chemisky et al. (Chemisky et al. 2011) ont été identifiés avec succès d'une part à partir des courbes contrainte – déformation expérimentales dans le sens de laminage et d'autre part à partir des courbes dans la direction transversale. L'identification des paramètres superélastiques de la transformation inverse  $\{b_r, A_f\}$  n'est possible qu'avec les courbes de la décharge.

En utilisant des courbes expérimentales provenant de la littérature, il a été démontré que la procédure d'identification présentée est capable de déterminer les paramètres du modèle qui gèrent le comportement superélastique d'autres AMF.

Les résultats de la stratégie d'identification, qui exploitent les champs de déformations mesurés au cours d'un essai hétérogène, sont présentés dans le chapitre suivant.

## **7.5. Bibliographie**

(Avril et al. 2008) Avril S., Bonnet M., Bretelle A. S., Grediac M., Hild F., Lenny P., Latourte F., Lemosse D., Pagano S., Pagnacco E., Pierron F. (2008). Overview of identification methods of mechanical parameters based on full-field measurements. *Experimental Mechanics* 48, 381–402.

(Bonnet et al. 2003) Bonnet M., Bui H. D. et Constantinescu A. (2003). Principes variationnels et exploitation de mesures de champs en élasticité. *Mécanique et Industries*, 4(6), 687–697.

(Bourgeois et al. 2010) Bourgeois N., Meraghni F. et Ben-Zineb T. (2010). Measurement of local strain heterogeneities in superelastic shape memory alloys by digital image correlation. *Physics Procedia*10, 4–10.

(Bui et al. 2010) Bui H. D., Chaillat S., Constantinescu A. et Grasso E. (2010). Identification of a planar crack in Zener type viscoelasticity. *Annals of Solid and Structural Mechanics* 1(1), 3-8.

(Chalal et al. 2004) Chalal H., Meraghni F., Pierron F. et Grédiac M. (2004). Direct identification of the damage behaviour of composite materials using the virtual fields method. *Composites, Part A, applied science and manufacturing* 35, 841-848.

(Chalal 2005) Chalal H. (2005). Identification numérique et expérimentale de lois de comportement non-linéaires de matériaux composites à partir de mesures de champs cinématique. Thèse de doctorat. Ecole Supérieure d'Arts et Métiers. Centre de Chalons en Champagne.

(Chalal et al. 2006) Chalal H., Avril S., Pierron F. et Meraghni F. (2006). Experimental identification of a nonlinear model for composites using the grid technique coupled to the virtual fields method. *Composite Part A*, 37, 315-325.

(Chemisky et al. 2009) Chemisky Y., Duval A., Piotrowski B., Zineb T. B. et Patoor E. (2009). Numerical tool for Shape Memory Alloys structures simulations including twinning effects. *Proceedings of ESOMAT*, published by EDP Sciences.

(Chemisky et al. 2011) Chemisky Y., Duval A., Patoor E. et Ben Zineb T. (2011). Constitutive model for shape memory alloys including phase transformation, martensitic reorientation and twins accommodation. *Mechanics of Materials*. 43, 361-376.

(Chemisky et al. 2013) Chemisky Y., Echchorfi R., Meraghni F., Bourgeois N. et Piotrovski B. (2013). Determination of the characteristic parameters of tension compression asymmetry of Shape Memory Alloys using full-field measurements. *Materials Science Forum* Vols. 738-739, 281-286.

(Constantinescu et al, 2011) Constantinescu A., Bui H.D. et Andrieux S. (2011) Méthode de l'écart à la réciprocité. Dans *Mesures de champs et identification en mécanique des solides*. Francois Hild et Michel Grediac, 383-398.

(Crouzeix et al. 2009) Crouzeix L., Périé J. N., Collombet F. et Douchin B. (2009). An orthotropic variant of the equilibrium gap method applied to the analysis of a biaxial test on a composite material. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 40(11), 1732-1740.



(Gavrus 1996) Gavrus A. (1996). *Identification automatique des paramètres rhéologiques par analyse inverse. Thèse de doctorat. Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris.*

(Kavanagh et Clough 1971) Kenneth T. Kavanagh, Ray W, Clough (1971). *Finite element applications in the characterization of elastic solids, International Journal of Solids and Structures* 7 (1), 11-23.

(Ladevèze1975) Ladevèze P. (1975). *Comparaison de modèles de milieux continus. Thèse de Doctorat. Université Pierre et Marie Curie.*

(Ladevèze et Leguillon 1983) Ladevèze P. et Leguillon D. (1983). *Error estimate procedure in the finite element method and applications. SIAM Journal on Numerical Analysis* 20(3), 485-509.

(Ladevèze et al. 1999) Ladevèze P., Moës N. et Douchin B. (1999). *Constitutive relation error estimators for (visco) plastic finite element analysis with softening. Computer methods in applied mechanics and engineering* 176(1), 247-264.

(Levenberg 1944) Levenberg K. (1944). *A method for the solution of certain non-linear problems in least squares, Quarterly of Applied Mathematics* 2, 164-168.

(Marquardt 1963) Marquardt D. W. (1963). *An algorithm for least-squares estimation of non-linear parameters . Journals on Applied Mathematics* 11, 431-441.

(Meraghni et al. 2011) Meraghni F., Nouri H., Bourgeois N., Czarnota C. et Lory P. (2011). *Parameters identification of fatigue damage model for short glass fiber reinforced polyamide (PA6-GF30) using digital image correlation. Procedia Engineering* 10, 2110-2116.

(Meraghni et al. 2013) Meraghni F., Chemisky Y., Piotrowski B., Echchorfi R., Bourgeois N., Patoor E., *Identification of thermodynamical model parameters for superelastic shape memory alloys using analytical calculation of the sensitivity matrix. soumis à European Journal of Mechanics A/solids.*

(Merzouki 2008) Merzouki T. (2008). *Identification expérimentale et modélisation du comportement d'un multicristal en alliage à mémoire de forme. Thèse de doctorat. ARTS et METIERS PARIS TECH. Centre de Metz.*

(Mohammad Sadeghi 2010) Mohammad Sadeghi B. (2010). *Analyse et Identification du comportement mécanique d'aciers à effet TRIP à partir de mesures de champs cinématiques. Thèse de doctorat. ARTS et METIERS PARIS TECH. Centre de Metz.*

(Moreau 2000) Moreau C. (2000). *Etude expérimentale et numérique de l'hyperélasticité avec prise en compte de la compressibilité, – Identification paramétrique inverse, – Application aux élastomères compacts : polychloroprène, mélanges à base de caoutchouc naturel. Thèse de doctorat. Université de Bretagne sud.*

(Nouri 2009) Nouri H. (2009). *Modélisation et identification de lois de comportement avec endommagement en fatigue polycyclique de matériaux composites à matrice thermoplastique. Thèse de doctorat, ARTS et METIERS PARIS TECH, Centre de Metz.*

*(Pottier 2010) Pottier T. (2010), Identification paramétrique par recalage de modèles éléments finis couplée à des mesures de champs cinématiques et thermiques. Thèse de doctorat. Université de Savoie.*

*(Payandeh 2010) Payandeh Y. (2010). Elaboration and characterization of NiTi/epoxy smart composite - Effects of martensitic transformation on mechanical behavior and interface debonding. Thèse de doctorat. ARTS et METIERS PARIS TECH. Centre de Metz.*

*(Payandeh et al. 2011) Payandeh Y., Meraghni F., Patoor E. et Eberhardt A. (2010). Debonding Initiation in a NiTi Shape Memory Wire-Epoxy Matrix Composite. Influence of martensitic transformation. Materials and Design 31(3), 1077-1084.*

*(Pierron et Grédiac 2012) Pierron, F. et Grédiac, M. (2012). The virtual fields method.*

*(Piotrowski et al. 2013) Piotrowski B., Chemisky Y., Meraghni F., Echchorfi R., Bourgeois N. et Patoor E. (2013). Identification and interpretation of material parameters of a shape memory alloy (SMA) model. Materials Science Forum Vols. 738-739, 276-280.*

*(Réthoré 2010) Réthoré J. (2010). A fully integrated noise robust strategy for the identification of constitutive laws from digital images. International Journal for Numerical Methods in Engineering 84(6), 631-660.*

*(Tillier 1998) Tillier Y. (1998). Identification par analyse inverse du comportement mécanique des polymères solides ; applications aux sollicitations multiaxiales et rapides. Thèse de doctorat. Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris.*

## **8. Identification sur des essais complexes - comparaison et discussion**

8.1.	Introduction .....	204
8.2.	Identification des paramètres à partir d'un essai hétérogène .....	204
8.3.	Résultats de l'identification à partir de champs expérimentaux de déformations..	207
8.4.	Simulation d'un essai de traction équibiaxiale.....	215
8.5.	Conclusion.....	219
8.6.	Bibliographie .....	220

## 8.1. Introduction

L'approche inverse utilisée pour l'identification des paramètres de comportement est basée sur la minimisation d'une fonction *objectif* construite sur la base des champs de déformations en surface de l'éprouvette ( $\varepsilon_{11}$ ,  $\varepsilon_{22}$  et  $\varepsilon_{12}$ ) et régularisée par un terme d'efforts sur la frontière de celle-ci. Cette seconde stratégie d'identification nécessite le choix et l'optimisation d'une configuration d'essai mécanique générant une répartition spatio-temporelle hétérogène des déformations. La résolution du problème inverse requiert l'estimation de la matrice de sensibilité des variables observables (déformations, efforts) par rapport aux paramètres d'identification. Cette stratégie a nécessité le développement d'un programme de résolution inverse interfacé avec le code de calculs par éléments finis Abaqus. Les paramètres identifiés ont servi pour simuler un essai de traction équibiaxiale.

## 8.2. Identification des paramètres à partir d'un essai hétérogène

La stratégie d'identification consiste à exploiter les champs de déformations calculés par corrélation d'images provenant d'un essai de traction sur une éprouvette de géométrie complexe type Meuwissen (Figure 3-16). L'essai génère une répartition spatio-temporelle hétérogène de la déformation. Cette stratégie permet d'identifier les huit paramètres du comportement superélastique du modèle de Chemisky et al. (Chemisky et al. 2011) :  $\{E, \nu, H_f, \varepsilon_{SAT}^T, b_d, b_r, M_s, A_f\}$ .

L'identification est réalisée à partir de trois essais hétérogènes effectués aux températures 50°C, 60°C et 70°C. Ces essais ont été réalisés avec un relâchement élastique (charge et décharge). Les résultats de ces essais ont été présentés dans le chapitre A-4. La stratégie d'identification inverse est basée sur la minimisation d'une fonction *objectif* construite maintenant sur les champs de déformations ( $\varepsilon_{xx}$ ,  $\varepsilon_{yy}$  et  $\varepsilon_{xy}$ ) et les efforts sur la frontière de l'éprouvette, car l'essai est piloté en déplacement. La fonction *objectif* est écrite comme une somme temporelle et spatiale des écarts quadratiques en termes de composantes de déformations dans le plan et d'effort pour chaque essai isotherme :

$$\begin{aligned}
 F(p) = \frac{1}{2} & \left[ \left( \frac{\sum_{i=1}^{n_{inc}} \sum_{T=T_1}^{T_Q} \sum_{j=1}^{m_p} (\varepsilon_{xx}(p, T, i, x_j)^{num} - \varepsilon_{xx}(T, i, x_j)^{exp})^2}{\sum_{i=1}^{n_{inc}} \sum_{T=T_1}^{T_Q} (\varepsilon_{xx}(T, i, x_j)^{exp})^2} \right) \right. \\
 & + \left( \frac{\sum_{i=1}^{n_{inc}} \sum_{T=T_1}^{T_Q} \sum_{j=1}^{m_p} (\varepsilon_{yy}(p, T, i, x_j)^{num} - \varepsilon_{yy}(T, i, x_j)^{exp})^2}{\sum_{i=1}^{n_{inc}} \sum_{T=T_1}^{T_Q} \sum_{t=t_1}^{t_k} (\varepsilon_{yy}(T, i, x_j)^{exp})^2} \right) \\
 & + \left. \left( \frac{\sum_{i=1}^{n_{inc}} \sum_{T=T_1}^{T_Q} \sum_{j=1}^{m_p} (\varepsilon_{xy}(p, T, i, x_j)^{num} - \varepsilon_{xy}(T, i, x_j)^{exp})^2}{\sum_{i=1}^{n_{inc}} \sum_{T=T_1}^{T_Q} \sum_{t=t_1}^{t_k} (\varepsilon_{xx}(T, t)^{exp})^2} \right) \right] \\
 & + \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\sum_{i=1}^{n_{inc}} (F_{yy}^{num}(p, T, i) - F_{yy}^{exp}(T, i))^2}{\sum_{i=1}^{n_{inc}} (F_{yy}^{exp})_i^2} \right) \right]
 \end{aligned} \tag{8.1}$$

( $\varepsilon_{xx}^{num}$ ,  $\varepsilon_{yy}^{num}$  et  $\varepsilon_{xy}^{num}$ ) correspondent aux déformations simulées par éléments finis, associées aux valeurs des coordonnées des centroïdes des  $n_{\text{élé}}$  éléments ( $n_{\text{élé}} = 377$ ) situés dans la zone d'intérêt (set d'éléments Figure 8-1-b). Cette zone d'intérêt située au centre de l'éprouvette englobe les deux entailles. C'est la zone où les gradients de déformation sont les plus importants. La taille de la zone d'intérêt et donc le nombre d'éléments influent sur le temps de calcul.

$m_p$  est le nombre de points de mesure, qui est ici égal au nombre d'éléments  $n_{\text{élé}} = 377$ .

( $\varepsilon_{xx}^{exp}$ ,  $\varepsilon_{yy}^{exp}$  et  $\varepsilon_{xy}^{exp}$ ) sont les déformations expérimentales sur la surface observée de l'éprouvette.

Rappelons que les résultats des champs de déformations expérimentaux sont donnés aux centres des imagettes. Une interpolation est donc nécessaire sur ces champs pour avoir les valeurs expérimentales des déformations aux points correspondant aux centroïdes des éléments finis afin de comparer les champs de déformations numériques et expérimentaux aux mêmes points matériels.

Donc les déformations ( $\varepsilon_{xx}^{exp}$ ,  $\varepsilon_{yy}^{exp}$  et  $\varepsilon_{xy}^{exp}$ ) ont été calculées par interpolation bilinéaire à partir des résultats de la corrélation d'images (logiciel Vic-2D) pour les 377 points de mesure situés dans la zone d'intérêt et pour les  $n_{inc}$  incréments de calcul (ici  $n_{inc} = 20$ ).

Un changement de systèmes de coordonnées est également nécessaire pour faire correspondre le repère associé à l'éprouvette simulée au repère associé à l'image initiale de corrélation.

Il est à noter que la déformation «  $E_{12}$  » dans le calcul Abaqus/standard correspond à la déformation  $\gamma_{xy}$  qui est égale à  $2\varepsilon_{xy}$ . Il faut tenir compte de cette différence pour la lecture des figures dans la suite du manuscrit.

$F_{yy}^{exp}$  est la force mesurée par la cellule de force pendant l'essai. Elle est relevée aux instants correspondant aux incréments de calculs choisis pour la comparaison des valeurs.

$F_{yy}^{num}$  est la somme des efforts sur les 28 nœuds de la frontière supérieure de l'éprouvette.

Il faut noter que si l'essai et la simulation avaient été pilotés en effort, il n'aurait pas été nécessaire d'ajouter le terme lié à la différence au sens des moindres carrés de la force à la fonction *objectif*.

- **Configuration d'essai hétérogène : essai sur éprouvette dite « Meuwissen »**

La géométrie et les dimensions de la zone simulée de l'éprouvette de type Meuwissen sont données dans la Figure 8-1. Cette géométrie a été optimisée afin d'obtenir des gradients de déformation pouvant être exploités par la procédure d'identification (thèses de Nouri 2009 et Mohammad Sadeghi 2010). La simulation numérique par éléments finis de l'essai est pilotée en déplacement à température imposée. Les déplacements longitudinaux et transversaux sont imposés sur les frontières supérieure et inférieure de la zone simulée de l'éprouvette (Figure 8-1). Les intensités des déplacements imposés ne sont pas directement les déplacements des mors mais sont extrapolés à partir des déplacements mesurés par corrélation d'images

(logiciel Vic-2D). Les déplacements imposés sont les moyennes des valeurs mesurées, ils sont considérés constants sur chaque frontière (Meraghni et al. 2011).

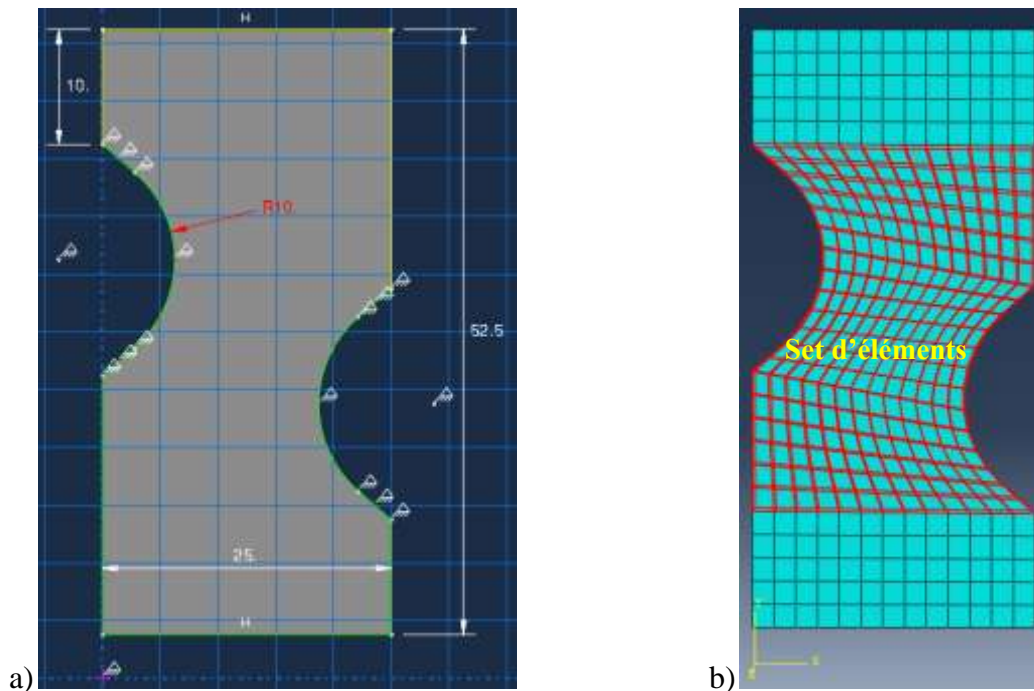


Figure 8-1 : Eprouvette Meuwissen, a) géométrie choisie pour l'identification des paramètres, b) zone d'intérêt choisie (set élément).

- **Algorithme utilisé**

La procédure d'identification utilise un algorithme original d'optimisation hybride génétique – gradient. Chaque jeu de paramètres est considéré comme un « individu », qui pourra servir de point de départ pour un algorithme de gradient ou servir de « parent » pour la partie génétique de l'algorithme. Afin d'optimiser le temps d'identification, la solution logicielle d'identification est parallélisée, permettant de déterminer la réponse correspondant à plusieurs individus en parallèle. L'algorithme hybride se décompose en plusieurs séquences :

1. Génération initiale composée de  $N_i$  individus aux paramètres déterminés de façon aléatoire dans un intervalle prédéfini, intégrant des contraintes inter-paramètres (par exemple  $A_f > M_s$ ). Simulation numérique pour chaque jeu de paramètres, détermination d'une fonction coût en fonction de chaque jeu de paramètres (individu).
2. Sélection des meilleurs individus ( $N_b < N_i$ ) en terme de valeur de la fonction coût. Ces individus constituent la génération ( $G$ ). Ils serviront à déterminer la génération suivante par brassage génétique.
3. Sélection d'une classe exceptionnelle d'individus ( $N_{gb} < N_b$ ) qui seront « dopés » (voir point 5 ci-dessous) en utilisant un algorithme de gradient (Levenberg-Marquardt).

Détermination par croisement génétique et mutation d'une population « enfant » de la génération  $G$  avec  $N_b$  enfants.

4. Simulation numérique pour chaque individu enfant de la génération  $G$ . Détermination de la matrice de sensibilité numérique pour chaque individu de classe exceptionnelle de la génération  $G$ .
5. Dopage des individus de classe exceptionnelle ( $p_{i+1} = p_i + \Delta p$ ).
6. Tant que  $G < G_{crit}$  où que la variation de la fonction coût  $\left(\frac{|\min(F) - \min(F-1)|}{\min(F)}\right)$  est supérieure à une valeur critique, retour à la phase 2.
7. Sortie de la boucle d'optimisation, détermination du meilleur jeu de paramètres.

L'algorithme utilisé a été éprouvé sur des données simulées et s'est avéré efficace pour l'identification des huit paramètres  $\{E, \nu, H_f, \varepsilon_{SAT}^T, b_d, b_r, M_s, A_f\}$  caractéristiques du comportement superélastique des AMF (modèle de Chemisky et al. 2011) sur des données expérimentales simulées. Le couplage de l'algorithme génétique-méthode de gradient s'avère très avantageux. La partie génétique permet d'éviter qu'un minimum local ne soit adopté comme solution optimale. La partie à gradient permet de déterminer efficacement un jeu optimal de paramètres lorsqu'un individu est suffisamment proche du minimum global. Le calcul parallélisé sur un cluster permet d'accélérer grandement la procédure d'identification (moyenne de 20 simulations effectuées en parallèle). Cet algorithme a ensuite été utilisé en se basant sur les données expérimentales sur les éprouvettes Meuwissen.

### 8.3. Résultats de l'identification à partir de champs expérimentaux de déformations

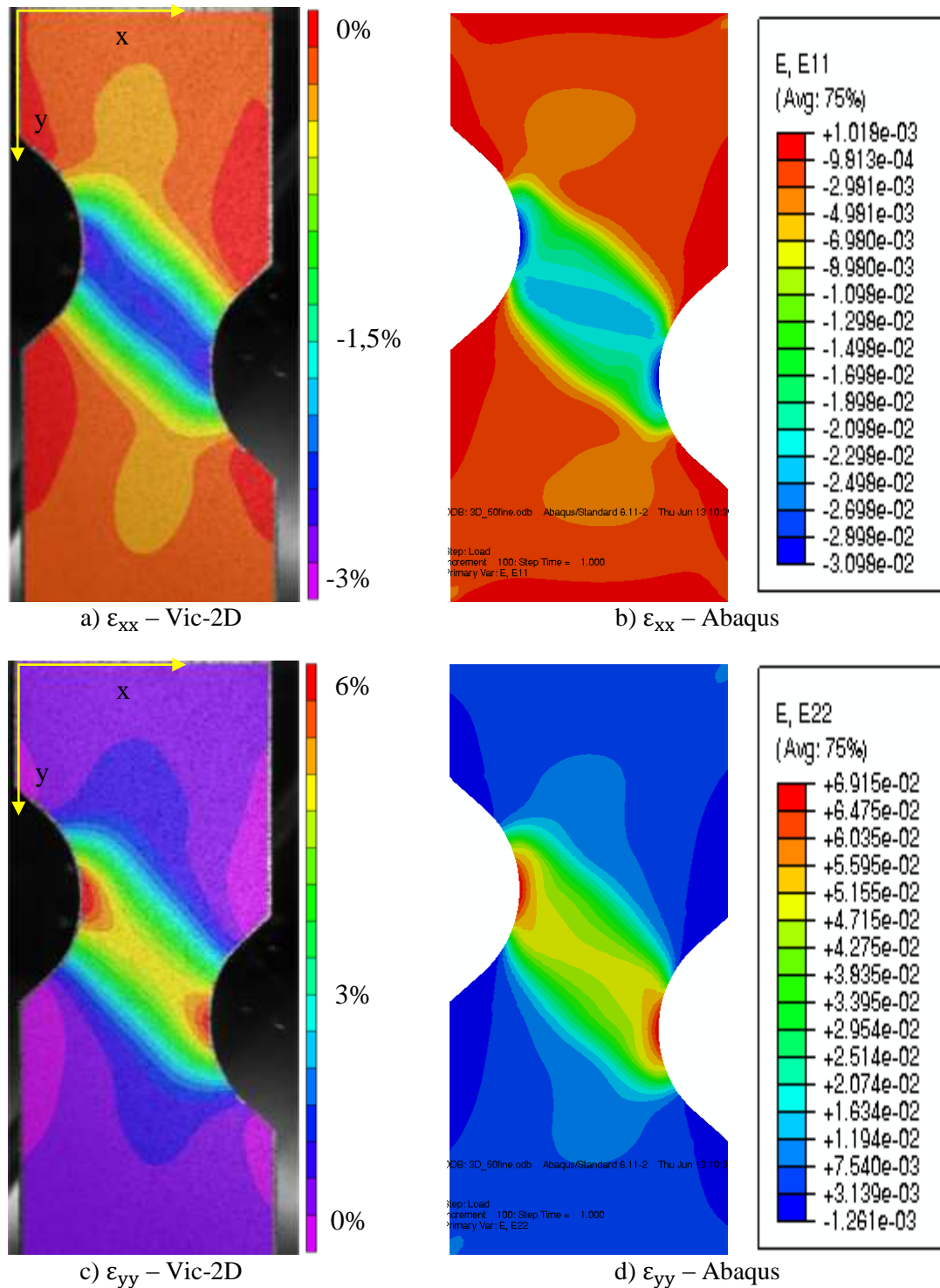
Le Tableau 8-1 montre les résultats de l'identification des huit paramètres  $\{E, \nu, H_f, \varepsilon_{SAT}^T, b_d, b_r, M_s, A_f\}$  qui gouvernent le comportement superélastique du modèle de Chemisky et al. (Chemisky et al. 2011). Cette identification a employé les champs de déformations provenant des essais de traction effectués à 50°C, 60°C et 70°C sur une éprouvette de type Meuwissen.

$E$ (MPa)	$\nu$	$H_f$ (MPa)	$\varepsilon_{SAT}^T$	$b_d$ (MPa/°C)	$b_r$ (MPa/°C)	$M_s$ (°C)	$A_f$ (°C)
67 538	0,349	1,85	4,18 %	8,54	10,68	-16,0	10,1

Tableau 8-1 : Jeu de paramètres identifiés à partir des champs de déformations des essais de traction sur une éprouvette de type Meuwissen réalisés aux températures de 50°C, 60°C et 70°C.

Les paramètres identifiés ont été utilisés pour la simulation par éléments finis (Abaqus) d'essais de traction sur éprouvette Meuwissen à différentes températures (50°C, 60°C et

70°C). La Figure 8-2 montre la comparaison entre les champs de déformations expérimentaux calculés par Vic-2D et les champs de déformation simulés par éléments finis (Abaqus) en utilisant les paramètres identifiés (Tableau 8-1). La Figure 8-2 ne présente que les champs de déformations au chargement maximal à la température de 50°C. Les champs de déformations obtenus aux autres températures sont donnés en Annexe B.





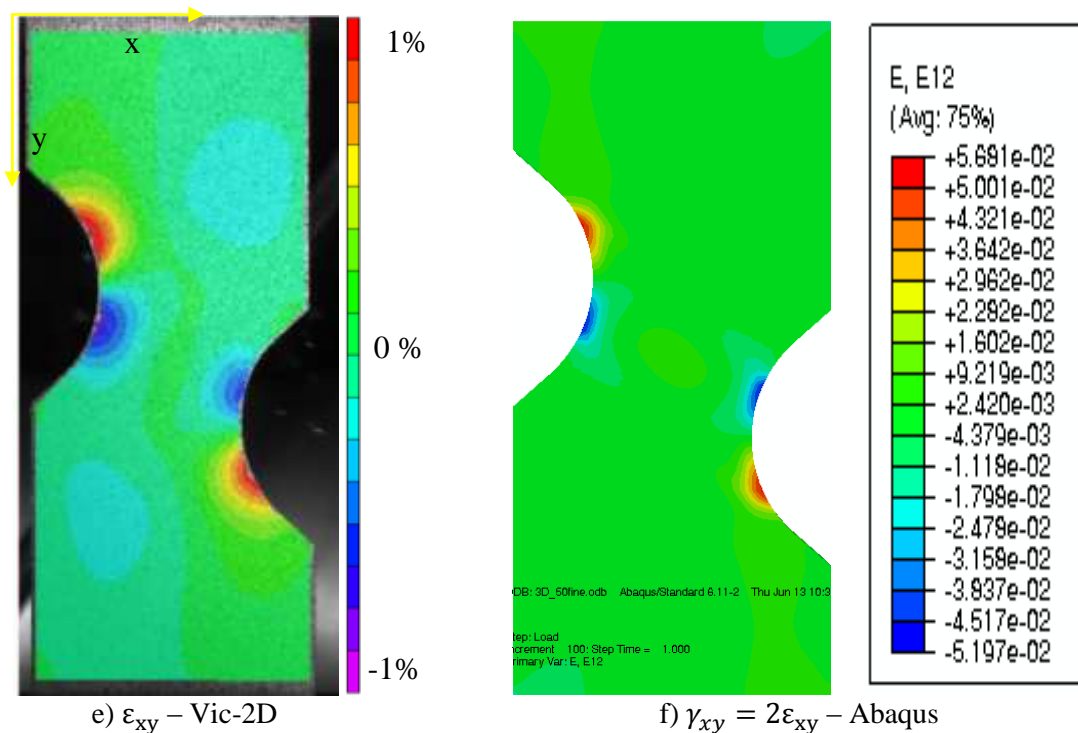


Figure 8-2 : Essai de traction sur éprouvette Meuwissen en NiTi à 50°C a) c) e) Champs de déformations ( $\varepsilon_{xx}$ ,  $\varepsilon_{yy}$ , et  $\varepsilon_{xy}$ ) mesurés par corrélation d'images (Vic-2D), et b) d) f) champs de déformations calculés par Abaqus en utilisant les paramètres identifiés du Tableau 8-1. Etat de déformation correspondant au chargement maximal.

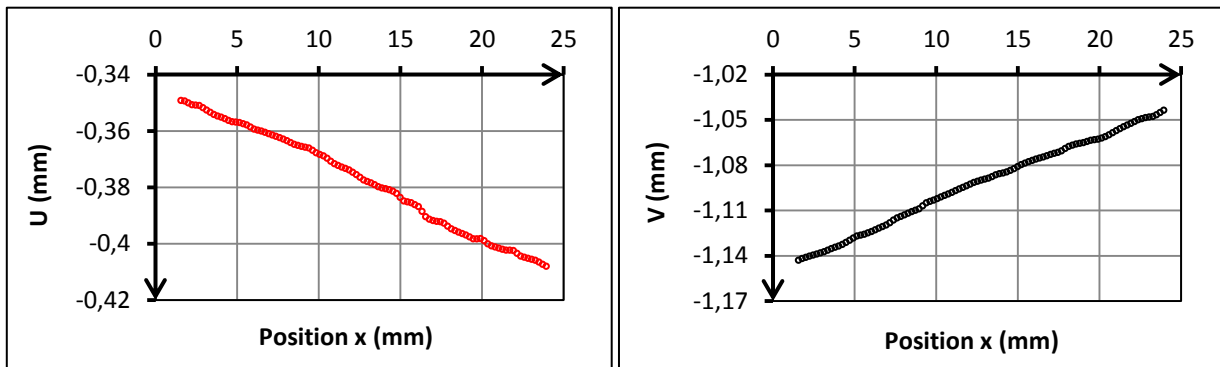
La comparaison des champs de déformations expérimentaux et simulés mène à deux observations :

- du point de vue de l'allure générale, les gradients de déformations se ressemblent. Cela indique que les paramètres du comportement superélastique identifiés décrivent bien la réponse du matériau lors d'essais hétérogènes.
- du point de vue des valeurs numériques : les constatations sont différentes suivant la déformation considérée. En effet, les valeurs des déformations  $\varepsilon_{xx}$  et  $\varepsilon_{yy}$ , sont très proches en tous points. Par contre, la déformation de cisaillement  $\varepsilon_{xy}$  laisse apparaître au bord des entailles un écart non négligeable entre les champs de déformations expérimentaux et simulés (1% de déformation expérimentale maximale contre 2,5 % pour le calcul numérique,  $\gamma_{xy} = 2\varepsilon_{xy} = 5\%$ ).

Il est à noter que le calcul par corrélation d'images près des contours de la zone de calcul est parfois biaisé. La convergence de la corrélation devient délicate voire impossible sur les bords libres de l'éprouvette. Les valeurs maximales des déformations de cisaillement se situent en fond d'entailles, elles ne sont pas accessibles par le calcul de corrélation d'images.

Les différences sur les déformations de cisaillement peuvent s'expliquer aussi par le choix des conditions aux limites utilisées pour les simulations. L'analyse des champs de déplacement expérimentaux montre que les déplacements aux frontières de l'éprouvette ne sont pas uniformes, car la géométrie de l'éprouvette Meuwissen provoque une légère rotation qui se

traduit par un gradient de déplacement (Figure 8-3). Dans un souci de simplification des calculs, seules les valeurs moyennes des champs de déplacements expérimentaux ont été imposées au lieu des déplacements réels (variables). Le fait de ne pas tenir compte et/ou d'empêcher les rotations est sans doute à l'origine des valeurs trop élevées des déformations de cisaillement.



a) Déplacement suivant  $x$

b) Déplacement suivant  $y$

Figure 8-3 : Variations des déplacements mesurés par corrélation d'images à la frontière supérieure de l'éprouvette Meuwissen suivant  $x$  (largeur).

Malgré la non prise en compte du gradient des déplacements expérimentaux, la réponse globale de l'éprouvette Meuwissen est parfaitement reproduite, comme le montre la Figure 8-4. Cette Figure présente la comparaison des courbes force-déplacement expérimentales et numériques des essais de traction sur éprouvette Meuwissen en NiTi à 50°C, 60°C et 70°C. Sur ces Figures l'abscisse est le déplacement moyen mesuré par corrélation d'images, qui est aussi celui qui a été imposé aux frontières de l'éprouvette simulée.

Pour affiner la comparaison entre les déformations mesurées (Vic-2D) et calculées (Abaqus), l'évolution temporelle des déformations en quatre points de l'éprouvette (Figure 8-5) est présentée Figures 8-6 et 8-7.

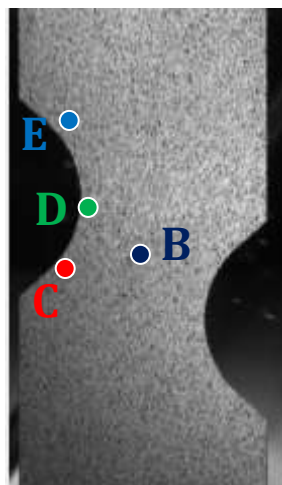


Figure 8-4 : Quatre points choisis de l'éprouvette Meuwissen.

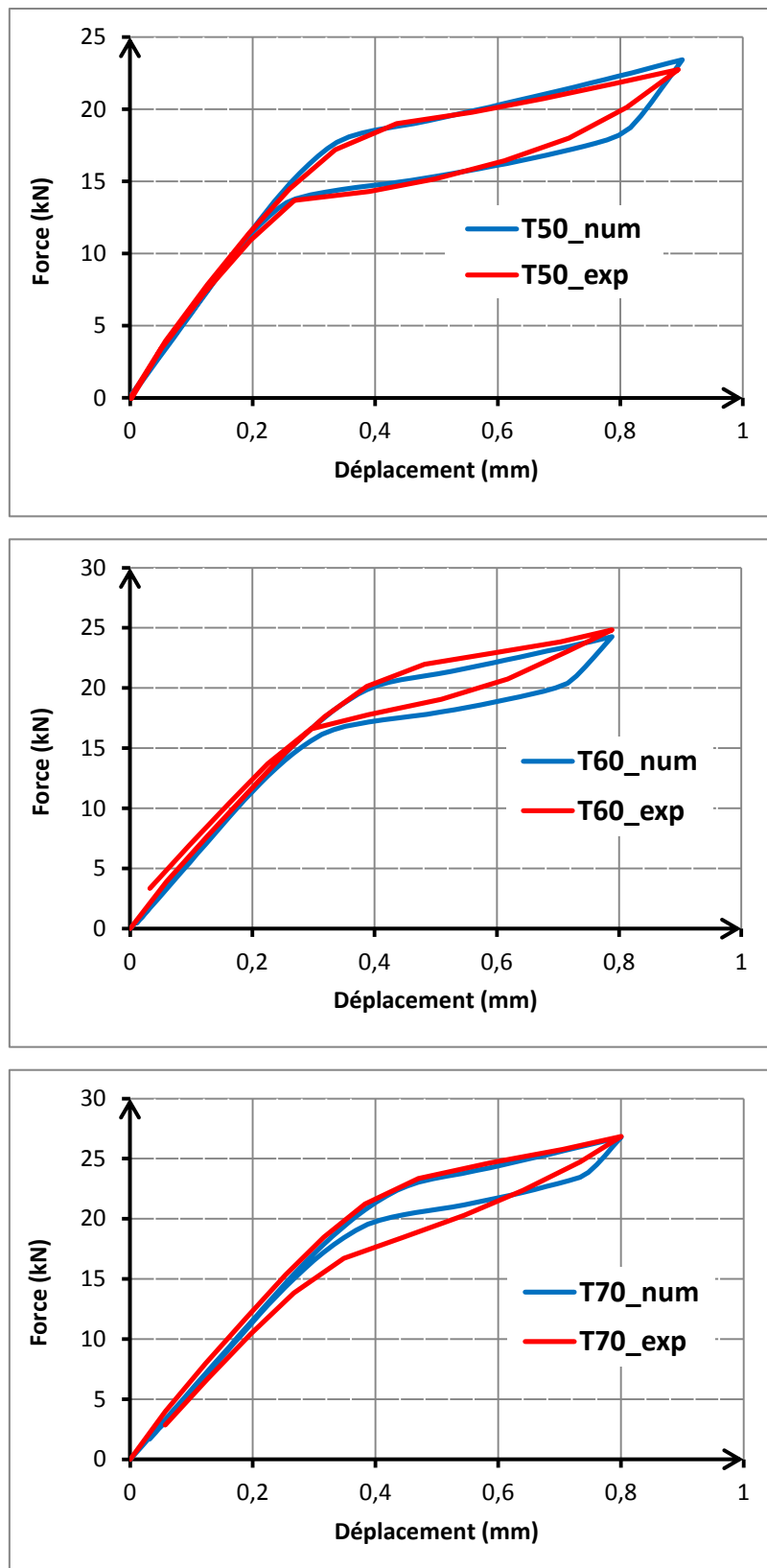
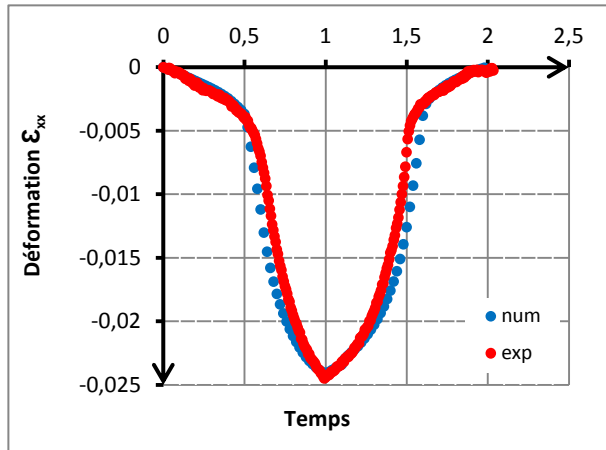
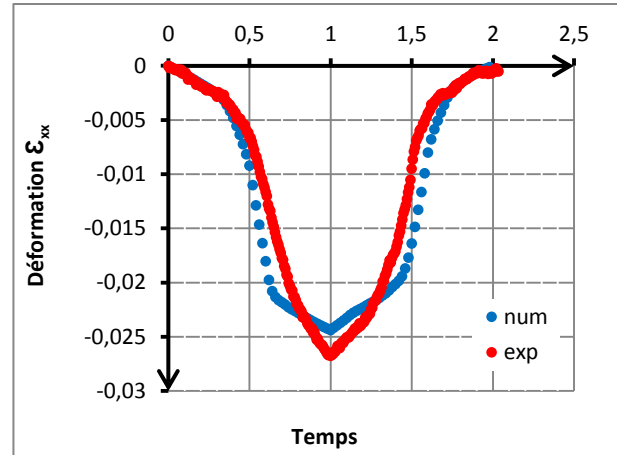


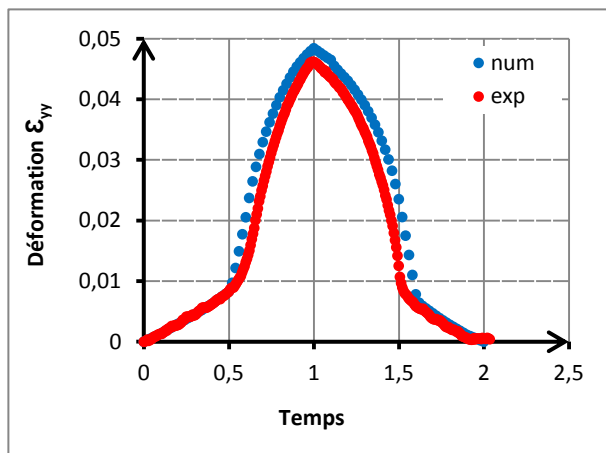
Figure 8-5 : Comparaison de courbes force-déplacement expérimentales et numériques d'essais de traction sur éprouvette Meuwissen en NiTi à 50°C, 60°C et 70°C.



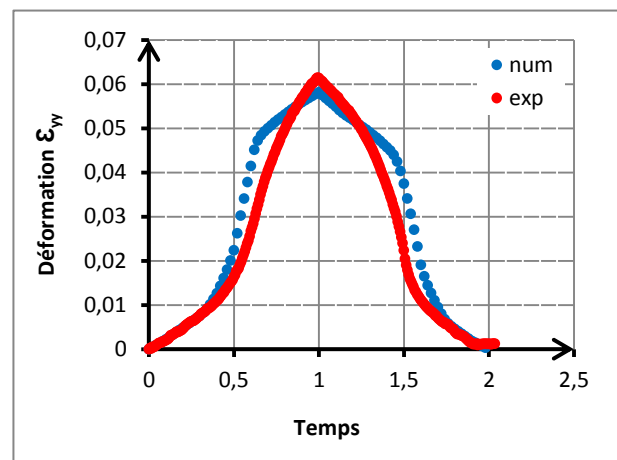
a)  $\varepsilon_{xx}$  en fonction du temps au point B



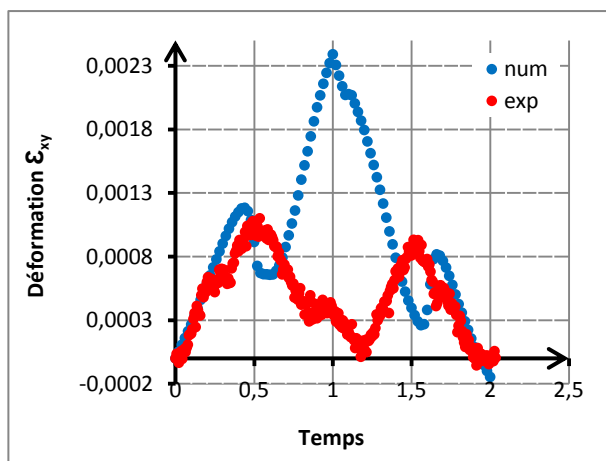
b)  $\varepsilon_{xx}$  en fonction du temps au point D



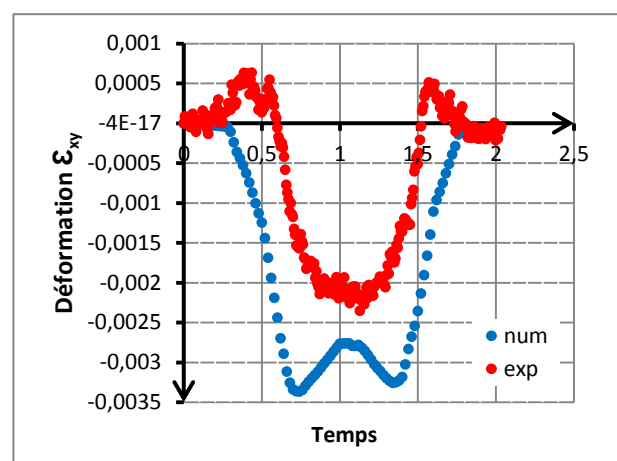
c)  $\varepsilon_{yy}$  en fonction du temps au point B



d)  $\varepsilon_{yy}$  en fonction du temps au point D

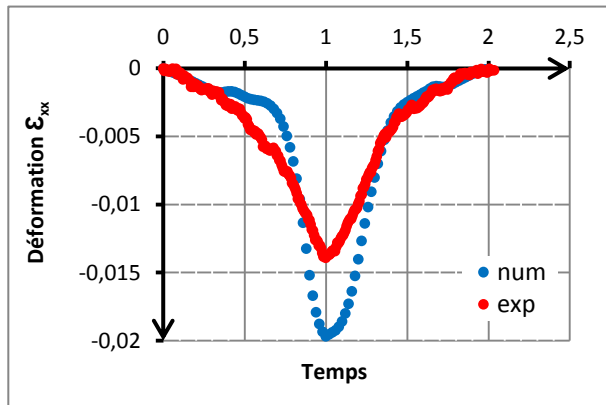


e)  $\varepsilon_{xy}$  en fonction du temps au point B

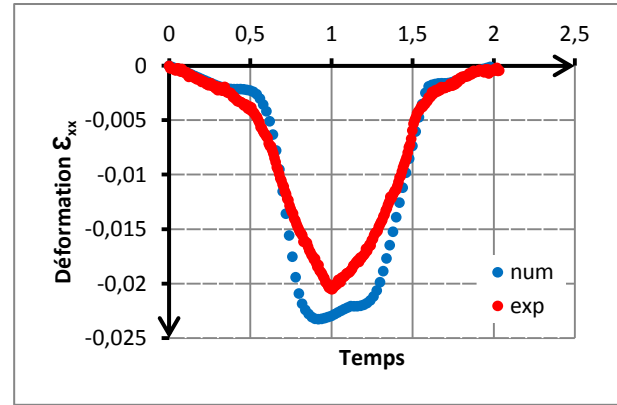


f)  $\varepsilon_{xy}$  en fonction du temps au point D

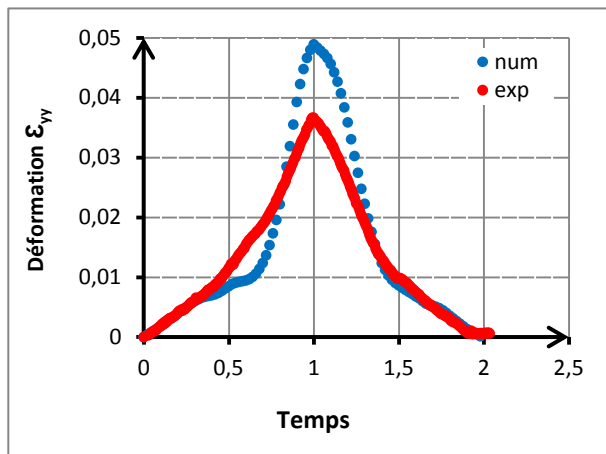
Figure 8-6 : Comparaison de l'évolution des déformations expérimentales et numériques, aux points B et D (Figure 8-5). Essai effectué sur éprouvette Meuwissen à 50°C.



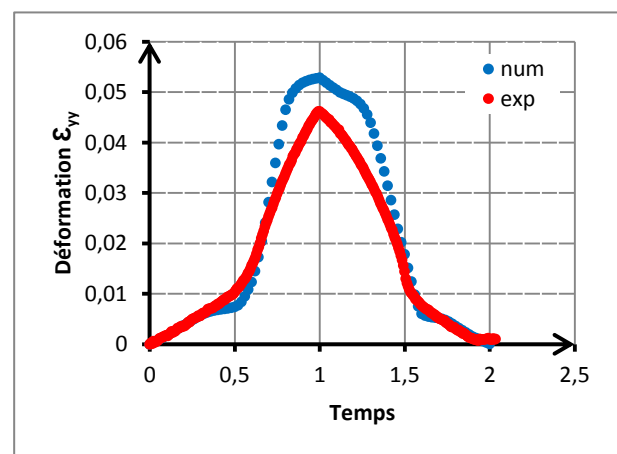
a)  $\varepsilon_{xx}$  en fonction du temps au point E



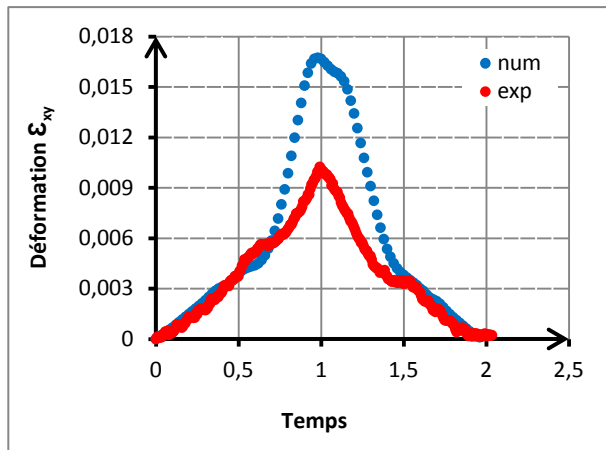
b)  $\varepsilon_{xx}$  en fonction du temps au point C



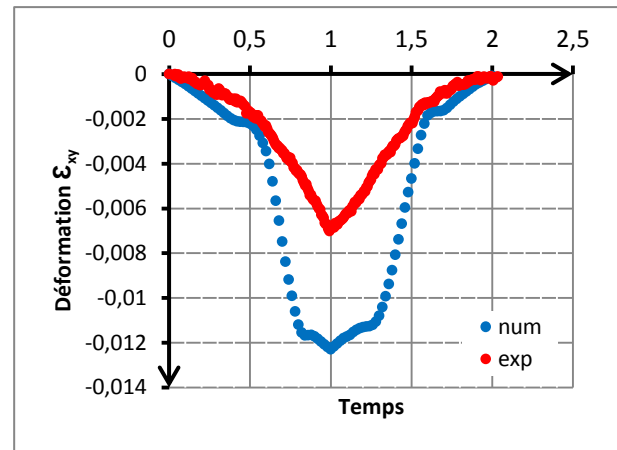
c)  $\varepsilon_{yy}$  en fonction du temps au point E



d)  $\varepsilon_{yy}$  en fonction du temps au point C



e)  $\varepsilon_{xy}$  en fonction du temps au point E



f)  $\varepsilon_{xy}$  en fonction du temps au point C

Figure 8-7 : Comparaison de l'évolution des déformations expérimentales et numériques, aux points E et C (Figure 8-5). Essai effectué sur éprouvette Meuwissen à 50°C.

L'observation des courbes Figures 8-6 et 8-7 confirme l'analyse des champs de déformation. Les courbes montrent généralement une bonne prédiction du modèle avec les paramètres identifiés du comportement superélastique. Il y a une quasi-concordance des réponses

expérimentales et numériques pour les déformations  $\varepsilon_{xx}$  et  $\varepsilon_{yy}$  et un écart relativement important pour les déformations de cisaillement  $\varepsilon_{xy}$ . Les meilleures prédictions se situent au milieu de l'éprouvette (point B) et en fond d'entaille (point D). Par ailleurs la zone de l'éprouvette où la prédiction est la moins bonne se situe au niveau des bords des entailles (point C et E), zones de fort cisaillement.

La comparaison entre les paramètres identifiés en utilisant les champs de déformation hétérogènes (Tableau 8-1) et les paramètres identifiés à partir des essais homogènes (sens L) présentés dans le chapitre B-7 au Tableau 7-2 amène à un certain nombre d'observations.

Les paramètres élastiques  $E$  et  $\nu$  sont très différents (67 GPa et 0,35 pour Meuwissen contre 47 GPa et 0,49). L'identification à partir des champs de déformation hétérogènes permet de mieux estimer la valeur de ces paramètres car une grande partie de l'éprouvette reste élastique et les déformations élastiques ont donc un poids plus important dans la fonction *objectif*.

Pour les paramètres de transformation identifiés :

- les déformations de transformation à saturation  $\varepsilon_{sat}^T$  sont quasiment identiques (Meuwissen 4,18 % contre 4,02 % : 3,98 % d'écart),
- les pentes de transformation directe  $b_d$  et inverse  $b_r$  définissant le diagramme  $(\sigma, T)$  sont du même ordre de grandeur (respectivement 8,54 MPa/°C et 10,6 MPa/°C pour Meuwissen contre 8,75 MPa/°C et 9,52 MPa/°C),
- les températures de début de transformation directe  $M_s$  et de fin de transformation inverse  $A_f$  sont légèrement différentes (-16°C et 10°C pour Meuwissen contre -21°C et 4°C).
- les valeurs du paramètre  $H_f$ , caractérisant la pente du plateau de transformation, sont très proches (1,85 MPa pour Meuwissen contre 1,45 MPa).

Sur la Figure 8-8 les courbes de traction simple simulées avec les deux jeux de paramètres identifiés d'une part à partir des essais homogènes sens L (Tableau 7-2) et d'autre part à partir des champs de déformations mesurés sur éprouvettes Meuwissen (Tableau 8-1) sont superposées avec la courbe expérimentale de l'essai à 30°C.

Les différences entre les paramètres identifiés engendrent essentiellement un écart de 10% sur les valeurs des contraintes de début et de fin de transformation, alors que la longueur et la pente du plateau de transformation ainsi que l'hystérésis sont similaires.

Comme le montre la Figure 8-9, une incertitude d'environ 2°C sur la mesure de la température de l'éprouvette lors des essais et la dépendance en température du comportement superélastique peut expliquer l'écart entre les paramètres identifiés. Sur cette Figure sont présentées la courbe du comportement à 28°C simulée avec les paramètres identifiés sur les essais homogènes et la courbe du comportement à 32°C simulée avec les paramètres identifiés à partir des essais hétérogènes.

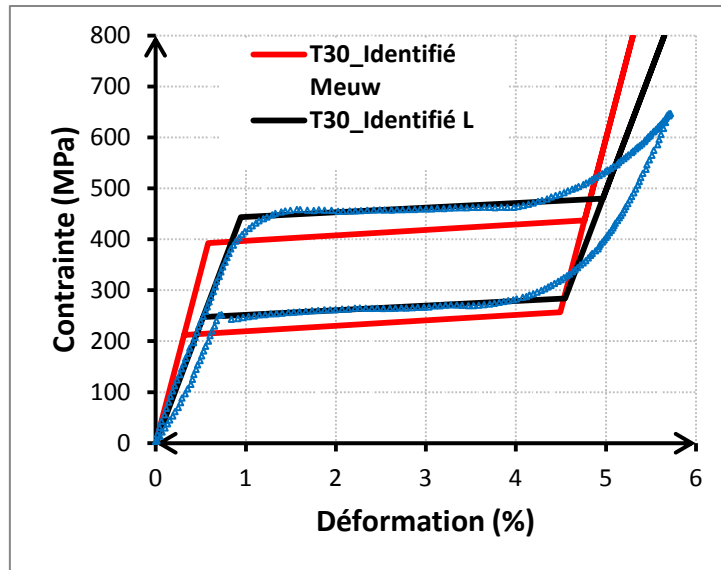


Figure 8-8 : Comparaison des courbes contrainte-déformation en traction simple simulées avec les jeux de paramètres identifiés à partir des essais homogènes sens L (Tableau 7-2) et à partir des champs de déformations mesurés sur éprouvettes Meuwissen (Tableau 8-1) et de la courbe expérimentale de l'essai à 30°C.

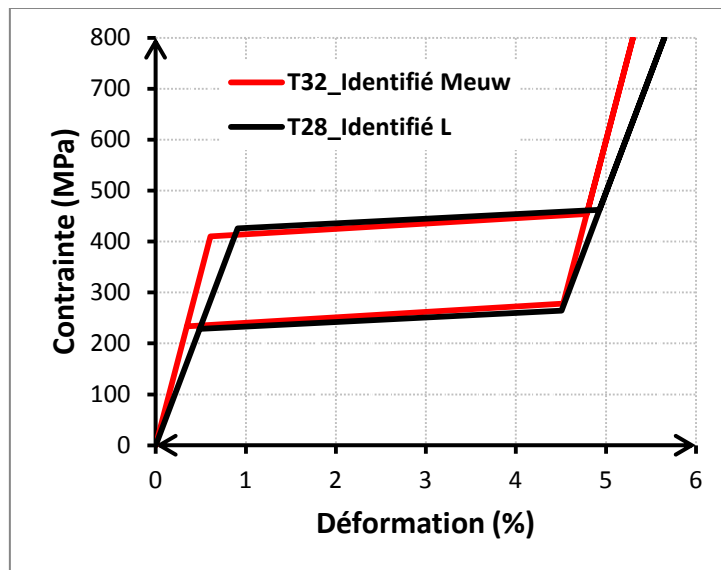


Figure 8-9 : Simulations d'un essai à 28°C en utilisant les paramètres identifiés à partir des essais homogènes sens L (Tableau 7-2) et d'un essai à 32°C avec les paramètres identifiés à partir des champs de déformations mesurés sur éprouvettes Meuwissen (Tableau 8-1).

#### 8.4. Simulation d'un essai de traction équi-biaxiale

La qualité des paramètres identifiés est évaluée en simulant le comportement d'autres essais, non utilisés lors de l'identification. C'est pourquoi les trois jeux de paramètres du comportement superélastique identifiés ont été utilisés pour simuler par éléments finis (Abaqus) des essais de traction équi-biaxiale et ainsi prédire les champs de déformations sur la surface de l'éprouvette.

La géométrie de l'éprouvette simulée correspond à la totalité de l'éprouvette réelle (Figure 4-14, sans les perçages), le maillage est présenté dans la Figure 8-10-a.

Pour que la simulation soit la plus conforme possible aux conditions expérimentales (en température et en déplacement), elle comporte deux étapes (step) :

- Dans la première étape il s'agit d'imposer les conditions en température. Pour cela, l'éprouvette initialement à 17°C est mise en contact d'une part avec un élément chauffant à 50°C et d'autre part avec les mors qui restent à 17°C. Les zones de contact où sont imposées les températures sont représentées sur les Figures 8-10-c 8-10-d. La conductivité thermique du matériau est de 22 W/m.K. La Figure 8-11 montre le champ de température stationnaire atteint à la fin de la première étape de la simulation, et un exemple de champ de température mesuré lors d'un essai à 50°C. Notons que c'est la simulation des champs de température et surtout la définition des conditions aux limites pour cette étape qui a justifié la modélisation de la totalité de l'éprouvette.

- Dans la seconde étape les déplacements sont imposés aux quatre extrémités de l'éprouvette. Des déplacements de 0,5mm sont imposés aux extrémités des bras (Figure 8-10-b). La face inférieure de l'éprouvette au contact des mors est bloquée en déplacement suivant l'axe z.

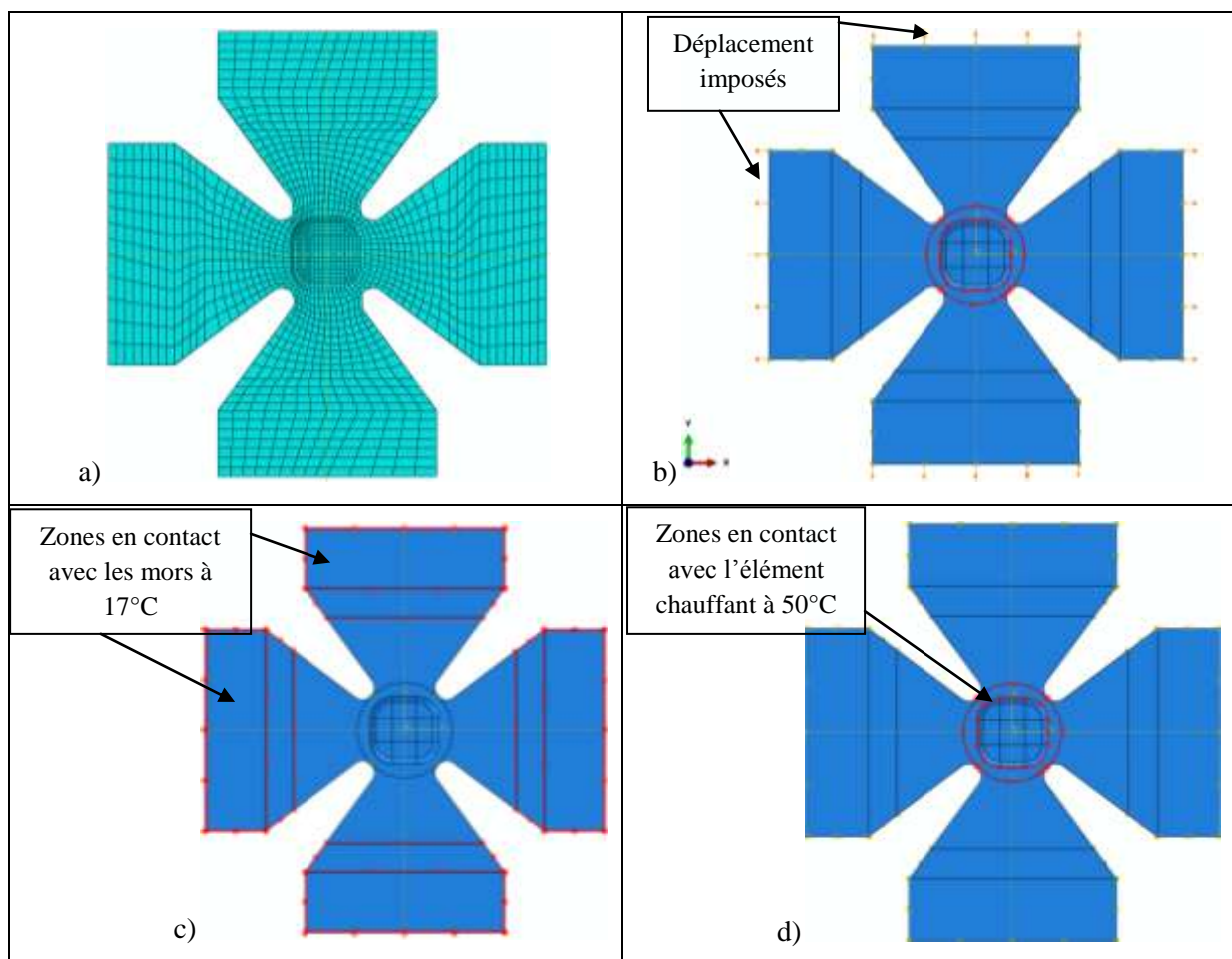


Figure 8-10 : Epreuve de traction équi-biaxiale a) maillage, b, c, d) conditions aux limites choisies.



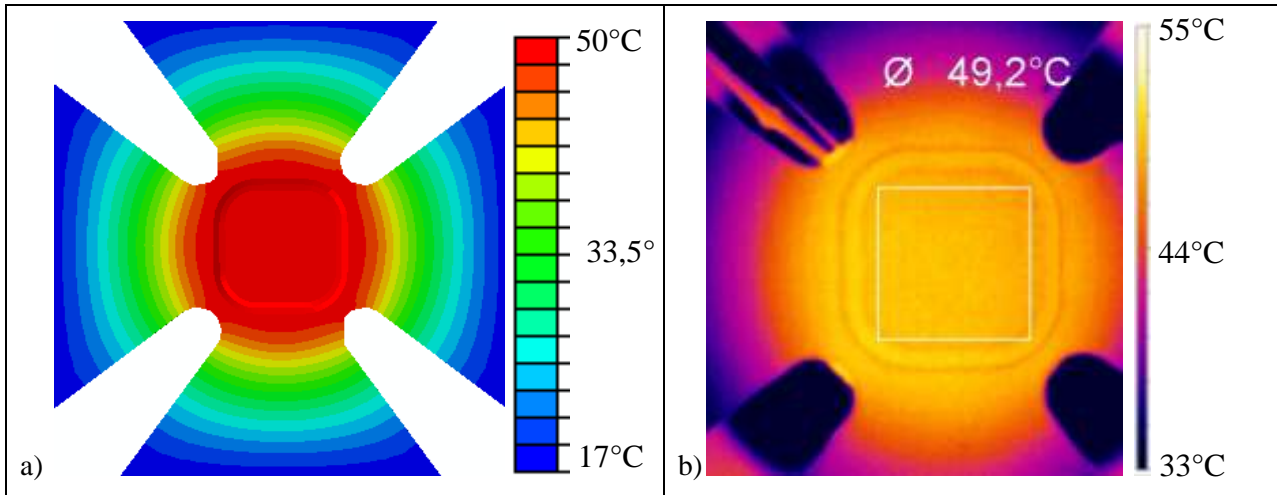


Figure 8-11 : Champs de température d'un essai de traction équi-biaxiale a) simulé, b) mesuré.

Trois simulations de la réponse de l'éprouvette cruciforme soumise à un essai de traction équi-biaxiale à 50°C ont été réalisées respectivement à partir des valeurs des différents jeux de paramètres identifiés à partir :

- des courbes de comportement moyen dans le sens L,
- des courbes de comportement moyen dans le sens T,
- des champs de déformations mesurés sur éprouvette Meuwissen.

Il est difficile de comparer les résultats des simulations et les résultats expérimentaux car les déplacements réellement imposés aux niveaux des extrémités des bras ne sont pas accessibles et les déplacements imposés par la machine ne sont pas transmis en totalité à l'éprouvette. L'allongement imposé par la machine dans chaque direction est d'environ 2,2 mm, alors que pour atteindre localement des niveaux de déformations équivalents (maximum local de 6%) l'allongement imposé dans la simulation est seulement de 1 mm. Ce décalage s'explique sans doute par les jeux et les compliances dans le dispositif expérimental. La zone de l'éprouvette filmée pendant l'essai n'est pas beaucoup plus grande que la zone amincie, c'est pourquoi les déplacements mesurés par corrélation d'images n'ont pas été introduits dans la simulation.

Plus les déplacements sont relevés près du centre, plus ils sont perturbés par la transformation et l'anisotropie du matériau. Les états qui sont comparés sur la Figure 8-12 ont donc été choisis car ils présentent des déformations maximales locales proches des valeurs mesurées. Cette Figure présente les champs de déformations mesurés par Vic-2D comparés aux résultats des calculs par éléments finis pour les trois jeux de paramètres (sens L, sens T et Meuwissen).

Les trois champs simulés correspondent au même déplacement imposé. Ils doivent être symétriques puisque le comportement est isotrope et les allongements imposés dans les deux directions sont égaux. Cependant ici le maillage n'est pas symétrique et donc les résultats dans les deux directions ne sont pas strictement identiques, ni symétriques par rapport aux axes vertical et horizontal de l'éprouvette. Ce qui différencie les champs simulés avec les trois jeux de paramètres, ce sont essentiellement les valeurs locales. Les déformations maximales atteintes dans la zone amincie sont respectivement 3,45%, 3,07% et 3,49% pour les paramètres sens L, sens T et Meuwissen.

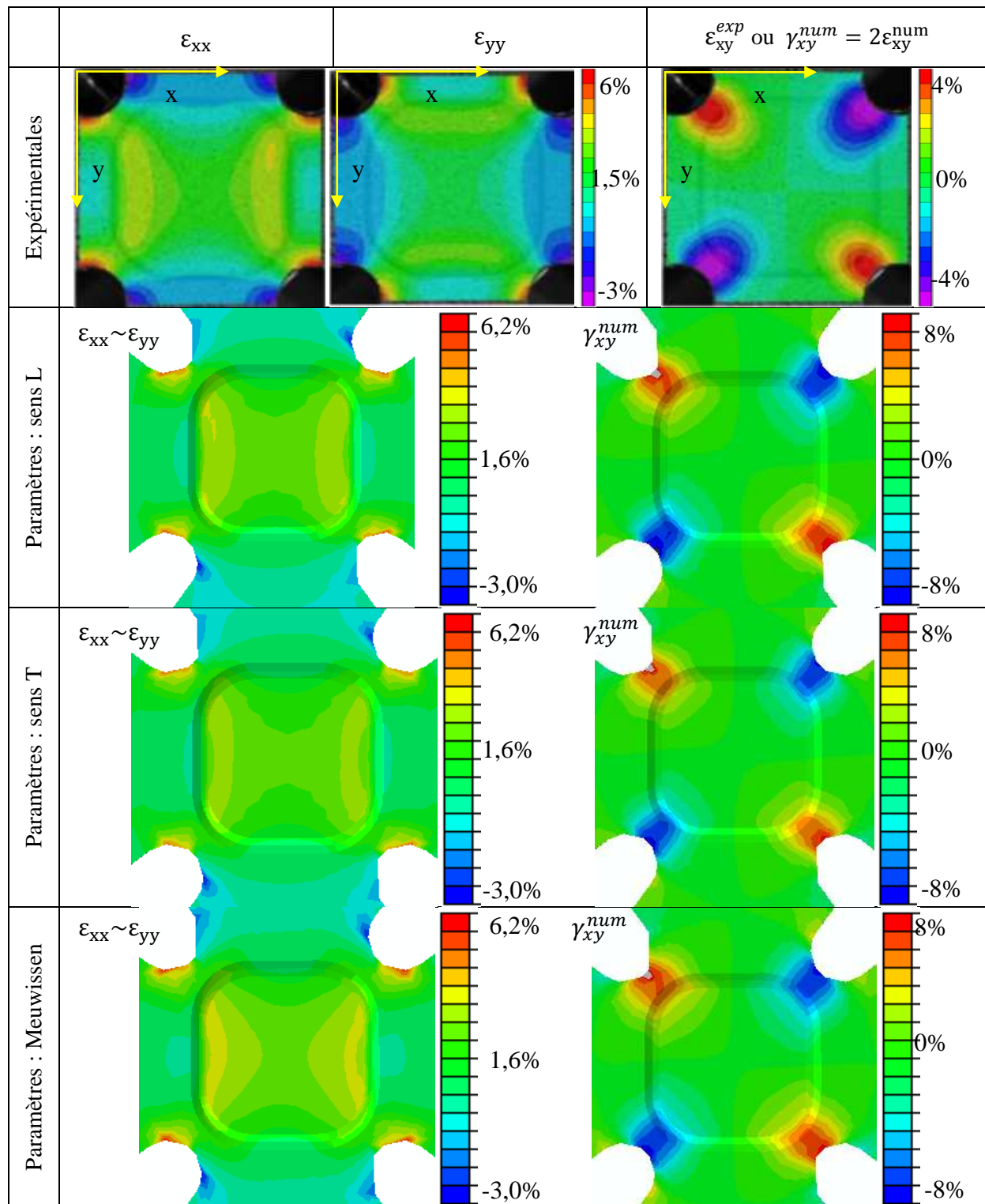


Figure 8-12 : Essai de traction équi-biaxiale sur un NiTi à 50°C. Champs de déformations ( $\epsilon_{xx}$ ,  $\epsilon_{yy}$ , et  $\epsilon_{xy}$ ) mesurés par corrélation d'images (Vic-2D) et champs de déformations calculés par Abaqus en utilisant les paramètres identifiés à partir d'essai de traction sens L Tableau 7-2, à partir d'essai de traction sens T Tableau 7-3, et à partir d'essai sur éprouvette Meuwissen Tableau 8-1. Etat de déformation correspondant au chargement maximal.

La comparaison entre valeurs expérimentales et valeurs simulées ne peut être faite que sur les gradients observés, en raison de l'impossibilité de relier les conditions aux limites imposées

au calcul aux valeurs expérimentales. Les gradients sont comparables, les maximums et minimums locaux sont situés aux mêmes endroits.

Pour une comparaison plus fine, il est nécessaire de relancer les simulations numériques avec des conditions aux limites plus proches de la réalité de l'essai. Pour cela, il est indispensable que les images enregistrées pendant les essais englobent la zone de l'éprouvette près des mors.

## 8.5. Conclusion

La seconde stratégie développée dans le cadre de ce travail profite de la richesse des informations recueillies lors des essais hétérogènes. Elle a permis, elle aussi, d'identifier les huit paramètres  $\{E, \nu, \varepsilon_{SAT}^T, b_d, b_r, H_f, M_s, A_f\}$  du modèle de Chemisky et al. (Chemisky et al. 2011).

La fonction *objectif* à minimiser est construite à partir des champs de déformations ( $\varepsilon_{xx}$ ,  $\varepsilon_{yy}$  et  $\varepsilon_{xy}$ ) et des efforts sur la frontière de l'éprouvette. Cette stratégie exploite l'hétérogénéité spatio-temporelle des champs de déformations expérimentaux mesurés par corrélation d'images lors des essais de traction sur éprouvette Meuwissen à trois températures.

L'emploi d'un algorithme d'optimisation hybride génétique – gradient (Levenberg-Marquardt) s'est révélé très avantageux. La partie génétique permet d'éviter qu'un minimum local ne soit adopté comme solution optimale, ce qui peut se produire avec les algorithmes de type gradient quand les paramètres initiaux sont trop éloignés de la solution. La partie à gradient permet de déterminer efficacement, aux alentours du minimum global, un jeu optimal de paramètres (un individu). L'emploi d'un algorithme hybride réduit le temps de calcul et assure la convergence vers un minimum global.

Les courbes contrainte-déformation simulées à partir des paramètres identifiés (sens L et Meuwissen) ont montré un écart au niveau des valeurs des contraintes de début et de fin de transformation. Par contre, l'amplitude de la déformation de transformation et le paramètre de pseudo-écrouissage de transformation ainsi que la différence  $A_f - M_s$  sont très proches.

La différence entre les niveaux de contrainte peut s'expliquer par l'imprécision sur la température d'essai. Une meilleure maîtrise des conditions d'essai, notamment de la température est nécessaire pour confirmer/infirmer cette hypothèse.

La comparaison entre les essais biaxiaux et la simulation numérique n'est pas aboutie, car la loi de comportement utilisée dans ce travail est isotrope, et n'intègre pas les effets d'anisotropie observés expérimentalement et analysés au chapitre 4. En effet, une grande différence de comportement est observée suivant une sollicitation dans le sens longitudinal ou transverse, bien que ce matériau soit faiblement texturé. Une meilleure compréhension des origines de ces effets d'anisotropie du comportement en transformation s'avère nécessaire pour étudier le comportement de structures en AMF sous sollicitations complexes.

Les essais réalisés durant ce travail de thèse serviront de base de données pour l'identification de modèles de comportement intégrant ces effets d'anisotropie. Ce travail est actuellement en cours au sein de l'équipe.

## **8.6. Bibliographie**

*(Chemisky et al. 2011) Chemisky Y., Duval A., Patoor E. et Ben Zineb T. (2011). Constitutive model for shape memory alloys including phase transformation, martensitic reorientation and twins accommodation. Mechanics of Materials. 43, 361-376.*

*(Meraghni et al. 2011) Meraghni F., Nouri H., Bourgeois N., Czarnota C. et P. Lory (2011). Parameters identification of fatigue damage model for short glass fiber reinforced polyamide (PA6-GF30) using digital image correlation. Procedia Engineering 10, 2110-2116.*

*(Mohammad Sadeghi 2010) Mohammad Sadeghi B. (2010). Analyse et Identification du comportement mécanique d'aciers à effet TRIP à partir de mesures de champs cinématiques. Thèse de doctorat, ARTS et METIERS PARIS TECH, Centre de Metz.*

*(Nouri 2009) Nouri H. (2009). Modélisation et identification de lois de comportement avec endommagement en fatigue polycyclique de matériaux composites à matrice thermoplastique. Thèse de doctorat, ARTS et METIERS PARIS TECH, Centre de Metz.*

## Conclusion générale

Les travaux présentés dans cette thèse constituent une avancée en direction du développement de stratégies d'identification performantes dédiées à la détermination des paramètres des lois de comportement des Alliages à Mémoire de Forme. Ces développements sont motivés par la nécessité de disposer d'une description plus robuste du comportement réel de ces matériaux afin de faciliter le dimensionnement des produits utilisant les AMF et donc étendre l'utilisation de ces matériaux à de nouveaux domaines d'application. Les stratégies développées au cours de ce travail concernent plus particulièrement l'identification des paramètres du comportement superélastique.

Le premier challenge de la thèse était de constituer une base de données expérimentales unifiée pour un matériau donné, ici un alliage de NiTi superélastique. Toutes les éprouvettes utilisées proviennent de plaques d'un même lot de matière et cela afin que l'histoire thermomécanique avant chargement soit strictement identique sur l'ensemble de la base de donnée. La très grande sensibilité du comportement du NiTi aux traitements thermomécaniques explique l'importance de cette condition. Le challenge était d'autant plus difficile à remplir que les essais uniaxiaux mais aussi multiaxiaux devaient inclure des sollicitations en compression, ce qui a conduit à l'utilisation de dispositifs antiflembement. Seconde difficulté, l'ensemble des essais a été réalisé à une température supérieure à la température ambiante pour obtenir le comportement superélastique souhaité et la plupart des essais ont été réalisés à différentes températures. Troisième difficulté, la plateforme multiaxiale utilisée dans ces travaux a été assemblée au cours de la thèse et les résultats présentés au paragraphe 4.4 constituent donc les premiers résultats de traction équibiaxiale et de traction-compression obtenus au LEM3.

Le matériau choisi pour cette étude est un alliage de NiTi. Cet AMF n'est pas superélastique à température ambiante, c'est pourquoi l'ensemble des essais effectués l'a été à des températures comprises entre 30°C et 70°C. La forte dépendance en température de la réponse superélastique des NiTi est une caractéristique importante du comportement de ces alliages, il en est de même concernant la dissymétrie du comportement observé entre la traction et la compression. Afin de disposer d'une base de données suffisamment riche pour caractériser l'ensemble de ces caractéristiques, les essais suivants ont été réalisés :

- essais de traction simple dans la direction de laminage (avec décharge) à 30°C, 40°C, 50°C, 60°C et 70°C,
- essais de traction simple dans la direction transversale (avec décharge) à 30°C et 40°C,
- essai de compression à 50°C,
- essais de traction (avec décharge) sur éprouvettes entaillées (Meuwissen) à 50°C, 60°C et 70°C,
- essai de traction équibiaxiale sur éprouvette cruciforme à 50°C,
- essai de traction - compression sur éprouvette cruciforme à 50°C.

Quelques essais ont été exploités de façon classique, comme des essais homogènes, mais la grande majorité des mesures de déformation a été obtenue en employant les techniques de mesures de champs de déformation par corrélation d'images. L'emploi de la corrélation d'images multiplie les informations expérimentales pouvant être utilisées pour l'identification des paramètres des lois de comportement. Les travaux de cette thèse ont permis de valider les mesures de déformations par corrélation d'images à travers la vitre (verre optique) d'une enceinte thermique.

L'analyse des résultats des essais uniaxiaux a confirmé des phénomènes connus tels que :

- des pentes élastiques différentes pour la martensite et l'austénite, mais qui varient peu avec la température,
- l'augmentation des contraintes de début et de fin de transformation avec la température,
- une évolution quasi linéaire de la contrainte avec la déformation pendant la transformation,
- une longueur du plateau de transformation indépendante de la température,
- la présence d'une dissymétrie entre traction et compression.

Les champs de déformation expérimentaux ont montré que la transformation martensitique n'est pas homogène dans la zone calibrée. Des bandes de localisation de la déformation ont été observées au cours des essais de traction effectués dans la direction de laminage.

La plus grande surprise est venue de l'importante différence de comportement observée entre les directions de laminage et transverse. Une telle différence est en général associée à la présence d'une texture cristallographique importante. L'utilisation de tôles laminées rend cette hypothèse fort plausible mais l'analyse par diffraction X a montré que la texture des tôles utilisées n'était que très peu marquée.

Les essais de traction équibiaxiale et de traction-compression sur éprouvette cruciforme et l'évolution des champs de déformations mesurés pendant ces sollicitations complètent la base de données expérimentales sur le comportement superélastique du matériau étudié.

Le deuxième challenge de la thèse portait sur le développement de procédures d'identification des paramètres de lois de comportement fiables et robustes. Dans ce domaine, d'autres travaux réalisés auparavant dans le laboratoire permettaient de présager par avance des difficultés qui seraient rencontrées. Cependant, dans les travaux antérieurs aucun ne portaient sur les modèles développés pour les AMF.

De très nombreux modèles phénoménologiques macroscopiques sont présents dans la littérature pour décrire le comportement superélastique des AMF. Le travail mené ici aurait pu l'être sur chacun d'entre eux. Cependant, le travail d'identification nécessite qu'au préalable la loi de comportement ait été implémentée dans un code de calculs par élément finis. C'est pourquoi, le choix de la loi de comportement s'est porté sur la loi de comportement de Chemisky et al. 2011 (Chemisky et al. 2011) disponible au sein du laboratoire et implémenté dans ABAQUS. Avant de développer une nouvelle stratégie d'identification, il est nécessaire de vérifier que les données expérimentales, qui serviront à l'identification, sont sensibles aux paramètres à identifier. Le modèle de Chemisky et al. ne prenant pas en compte que le comportement superélastique, il a été nécessaire de réécrire les équations en séparant la

superélasticité et la réorientation des variantes. L'analyse de sensibilité, qui a suivi la réécriture des équations, a permis de mettre en évidence le rôle de chacun des paramètres sur les courbes contrainte-déformation.

Deux procédures d'identification des paramètres par algorithme inverse, couplant calculs numériques et résultats expérimentaux ont été développées dans le cadre de ce travail. Elles sont basées toutes les deux sur une méthode de minimisation d'une fonction *objectif* (régularisée ou non), qui est un écart en termes de déformations au sens des moindres carrés. La première procédure est basée sur les courbes contrainte-déformation moyennes sous chargement homogène et uniaxial, alors que la seconde exploite la richesse des champs de déformations mesurés pendant un essai hétérogène. Dans les deux cas l'accès à des données expérimentales à plusieurs températures est indispensable. Les essais doivent comporter à la fois le chargement et la décharge de l'éprouvette.

Les deux stratégies ont permis d'identifier les huit paramètres gouvernant le comportement superélastique du modèle de Chemisky et al. (Chemisky et al. 2011).

Dans la première stratégie, la fonction *objectif* est construite en termes de déformations longitudinales et transversales et la matrice de sensibilité est calculée analytiquement. La procédure d'identification a abouti à deux jeux de paramètres identifiés, le premier obtenu à partir des courbes de traction dans la direction de laminage et le second dans la direction transversale. Les différences entre les deux jeux de paramètres reflètent naturellement les différences entre les courbes de comportement : des contraintes de début et de fin de transformation ainsi qu'une pente du plateau de transformation plus élevées dans le sens T, une déformation de transformation (longueur du plateau) plus importante dans la direction de laminage.

Dans la seconde stratégie d'identification basée sur les résultats des essais de traction hétérogène sur éprouvette entaillée (géométrie Meuwissen), la fonction *objectif* est construite en termes de déformations longitudinales, transversales et de cisaillement et régularisée par un terme d'efforts à la frontière. La matrice de sensibilité est calculée par différences finies à partir des simulations par éléments finis de l'essai hétérogène. Les différences entre les paramètres identifiés, à partir des essais homogènes ou des essais hétérogènes, engendrent essentiellement un écart sur les valeurs des contraintes de début et de fin de transformation. La longueur et la pente du plateau de transformation ainsi que l'hystérésis sont similaires. Il a été démontré que les écarts peuvent s'expliquer par l'incertitude sur les températures des essais.

La seconde stratégie, qui était la plus difficile à mettre en œuvre, profite de la richesse des informations recueillies lors d'un essai hétérogène, c'est à dire de l'hétérogénéité spatio-temporelle des champs de déformations expérimentaux mesurés par corrélation d'images et de la variété des trajets de chargement. Le succès de cette stratégie est très encourageant pour l'identification d'autres paramètres de la loi de comportement et en particulier celle de la surface de début de transformation à partir d'essais biaxiaux. L'utilisation d'essais hétérogènes permet de profiter du caractère multiaxial de la loi de comportement et de la variété des trajets de chargements expérimentaux. L'abondance des données expérimentales, qui comporte toujours une part d'erreur, rend aussi plus incertaine la convergence des

algorithmes de minimisation. Cependant, il a été montré dans ce travail que l'emploi d'un algorithme couplé génétique et de type gradient diminue sensiblement les temps de calcul et assure la stabilité de la convergence vers un minimum global.

Le travail réalisé et les résultats obtenus au cours de cette thèse ont généré de nouvelles interrogations qui permettent d'esquisser les problèmes les plus importants à résoudre pour aller vers une identification encore plus complète et robuste des paramètres des lois de comportement des Alliages à Mémoire de Forme. Ces problèmes concernent trois aspects distincts de ce travail : la loi de comportement, l'identification des paramètres et les données expérimentales.

Pour lever un des obstacles rencontrés lors de cette thèse, une nouvelle thèse est engagée (thèse de D. Chatziathanasiou) sur l'introduction d'une surface de transformation anisotrope dans le modèle de Chemisky et al. Une telle surface est indispensable pour pouvoir tenir compte des différences de comportement observées entre le sens de laminage et le sens travers. Le travail d'identification de la surface de début de transformation et des autres paramètres superélastiques pourra alors se poursuivre en utilisant différents essais biaxiaux.

L'enrichissement de la base de données expérimentales s'avère également nécessaire. La variété des trajets de chargement couverts par une éprouvette de type Meuwissen reste faible et ne permet pas de caractériser l'anisotropie du comportement. La réalisation d'essais biaxiaux sur éprouvettes cruciformes semble mieux adaptée mais en modifiant leur géométrie. Les déformations homogènes qui ont été recherchées aux centres de l'éprouvette au cours de cette étude ne constituent en effet peut-être pas la solution optimale.

Par ailleurs, il est important de bien maîtriser les conditions aux limites imposées sur les essais qui sont utilisés pour l'identification. L'introduction de conditions aux limites très proches des conditions réelles est un facteur déterminant pour la convergence des algorithmes d'identification à partir de champs de déformations expérimentales.

De plus, il est souhaitable de mettre en œuvre des moyens plus précis de mesure de la température, car il a été montré que les incertitudes sur la température de l'essai ont des conséquences directes sur la pertinence des paramètres identifiés.

Une fois que tous les problèmes liés à l'identification des paramètres du comportement superélastique seront résolus, il sera temps de s'intéresser aux autres paramètres, à ceux qui gèrent par exemple le comportement en réorientation. Les données expérimentales devront pour cela être enrichies des résultats d'essais à basse température.



## ANNEXE A

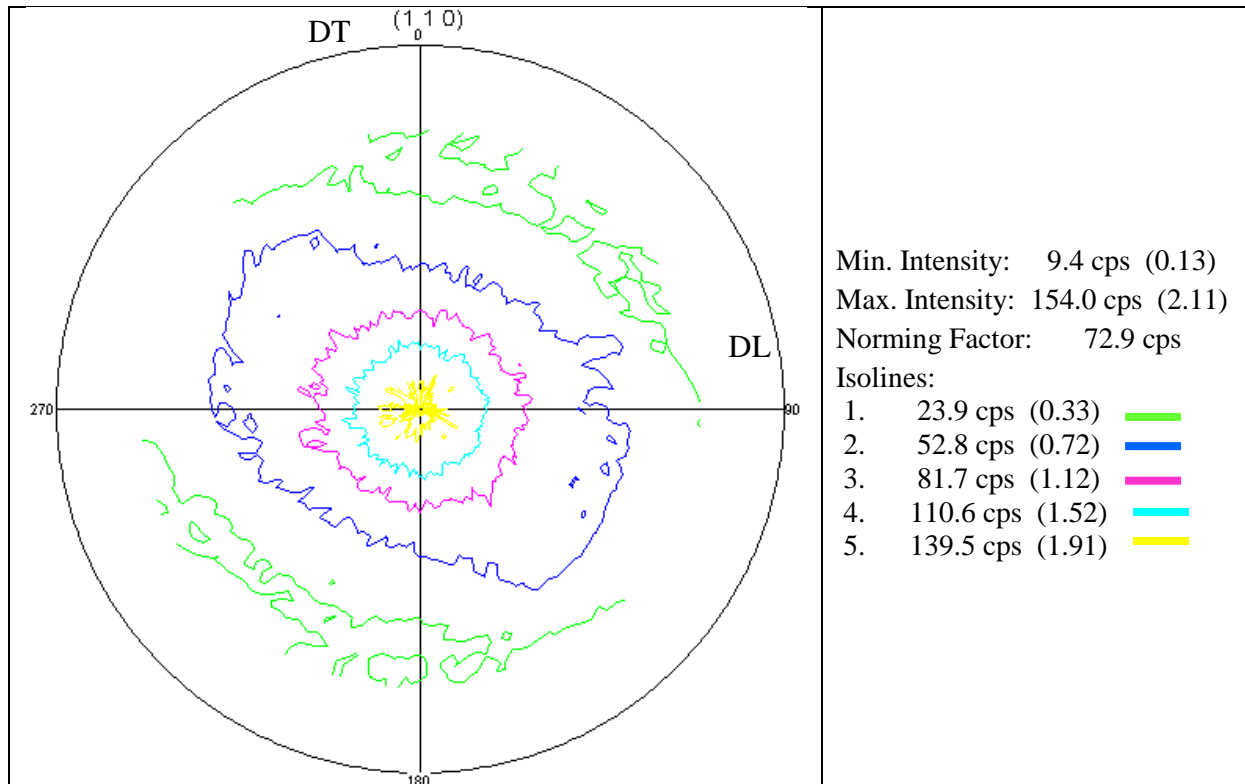


Figure A-1 : Figure de pôle de l'alliage de NiTi étudié.

Conditions de mesure de la figure de pôles {110} avec soustraction du bruit de fond :

$2\theta = 41.9^\circ$

Mode : Reflection circular

Ksi varie de  $0.0^\circ$  à  $69.0^\circ$  par pas de  $3.0^\circ$

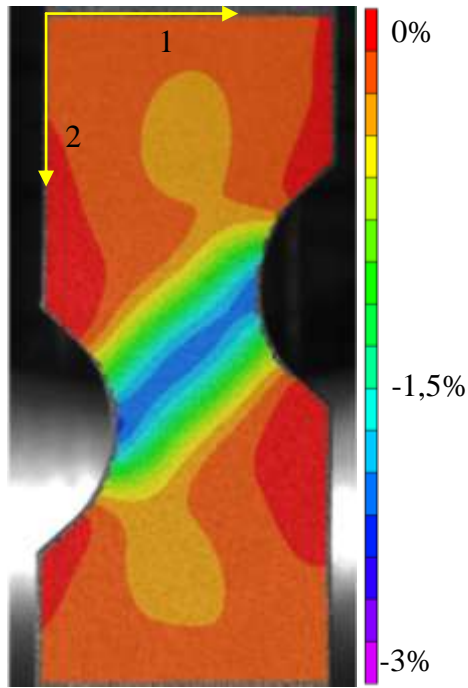
Phi varie de  $0.0^\circ$  à  $357.0^\circ$  par pas de  $3.0^\circ$

Temps de comptage par pas : 10.0 s

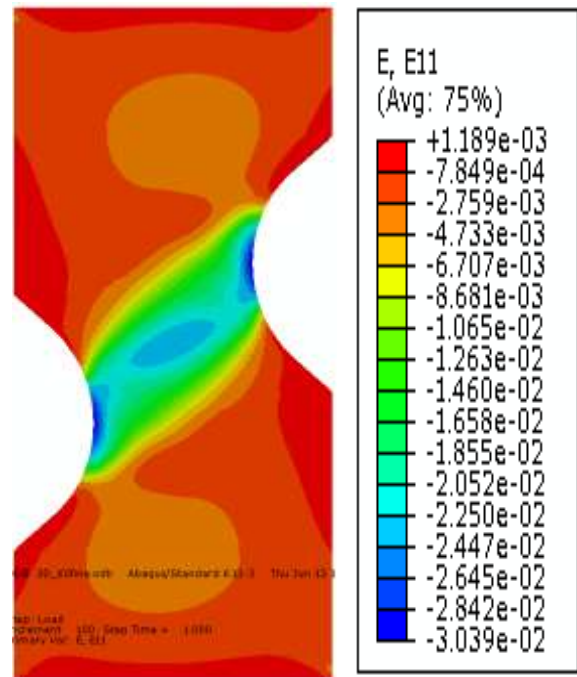
Background right :  $45.000^\circ$

Background Preset 10.0s , 0cts

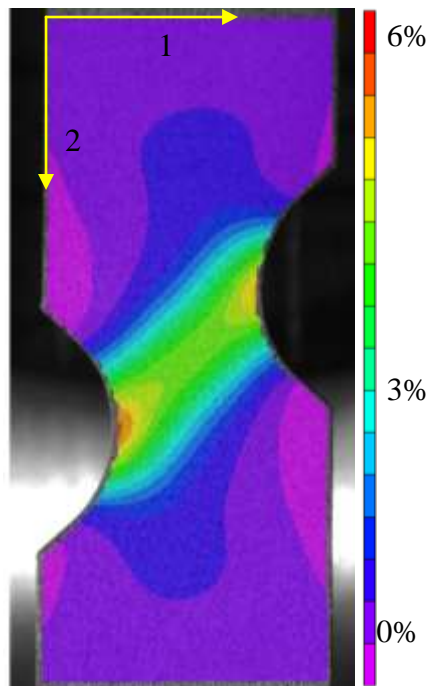
**ANNEXE B**



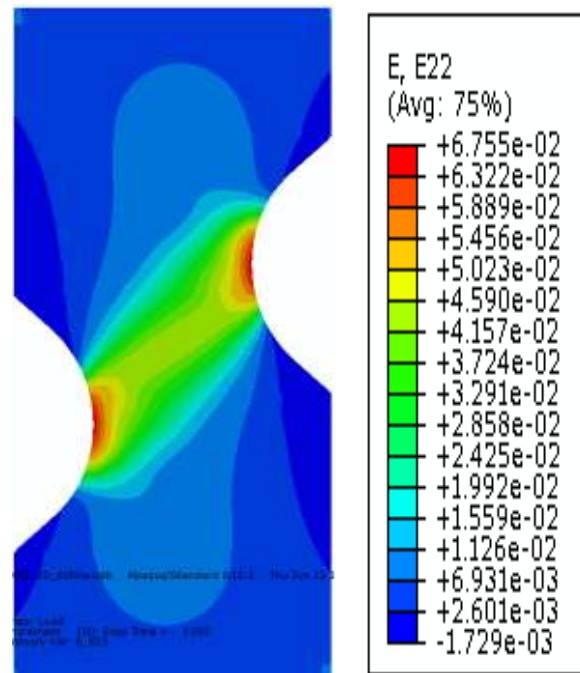
a)  $\epsilon_{11}$  – Vic-2D



b)  $\epsilon_{11}$  – Abaqus



c)  $\epsilon_{22}$  – Vic-2D



d)  $\epsilon_{22}$  – Abaqus

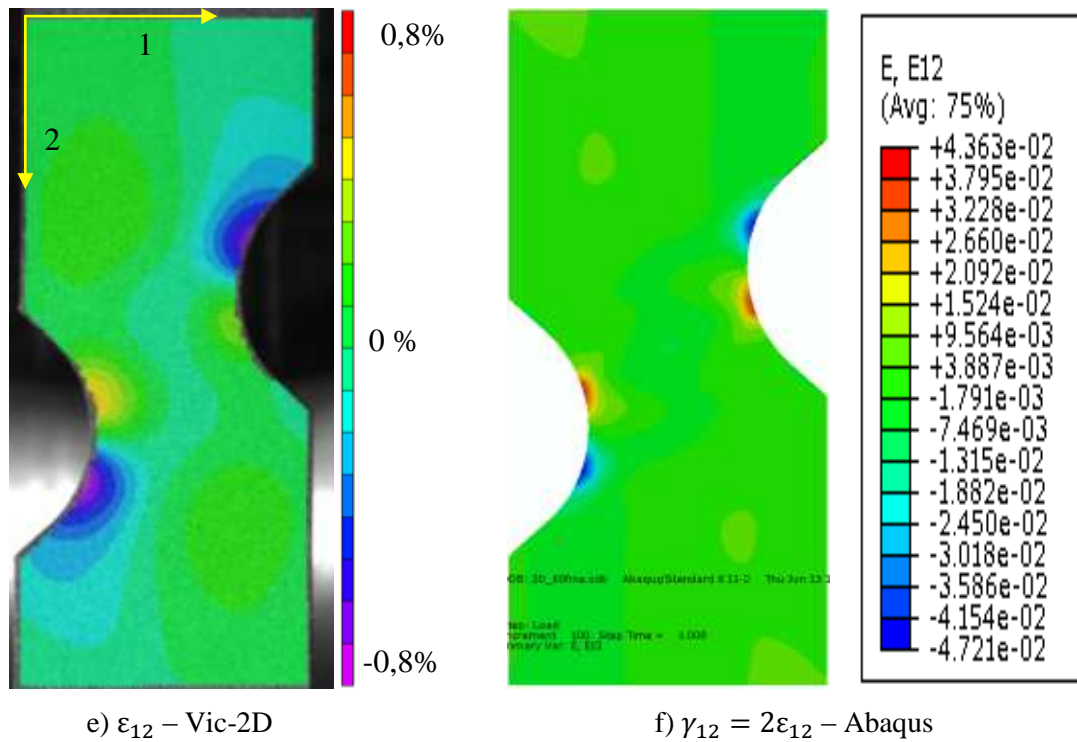
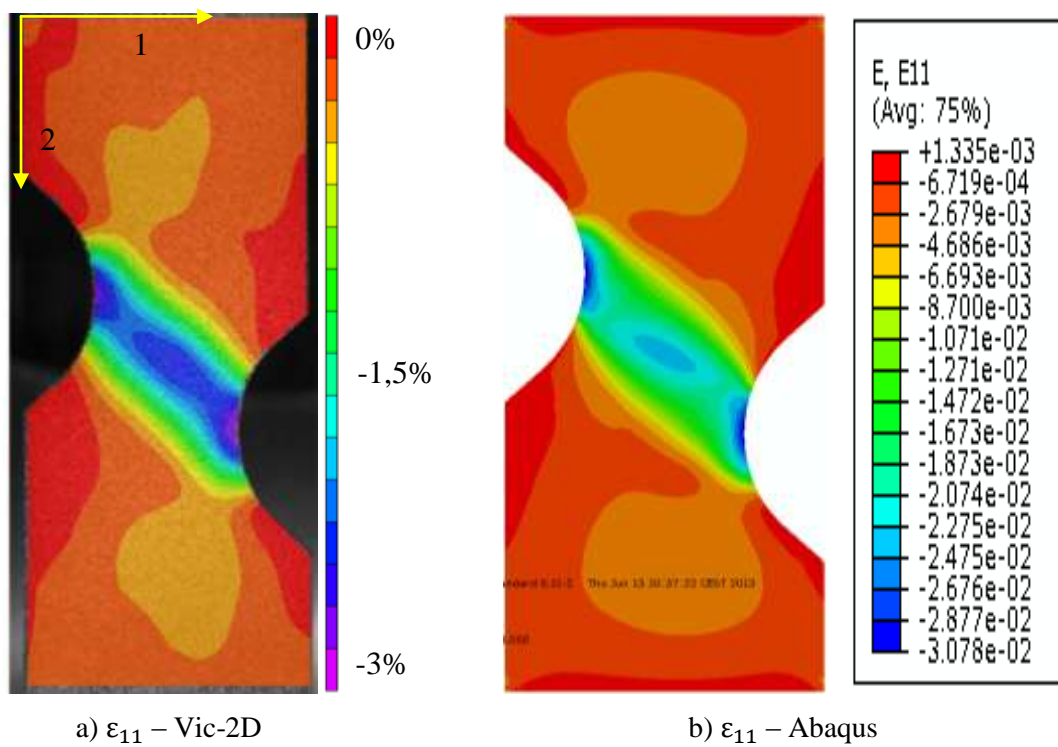


Figure B-1 : Essai de traction sur éprouvette Meuwissen en NiTi à 60°C a) c) e) Champs de déformations ( $\epsilon_{11}$ ,  $\epsilon_{22}$ , et  $\epsilon_{12}$ ) mesurés par corrélation d'images (Vic-2D), et b) d) f) champs de déformations calculés par Abaqus en utilisant les paramètres identifiés du Tableau 8-1. Etats de déformation correspondant au chargement maximal.



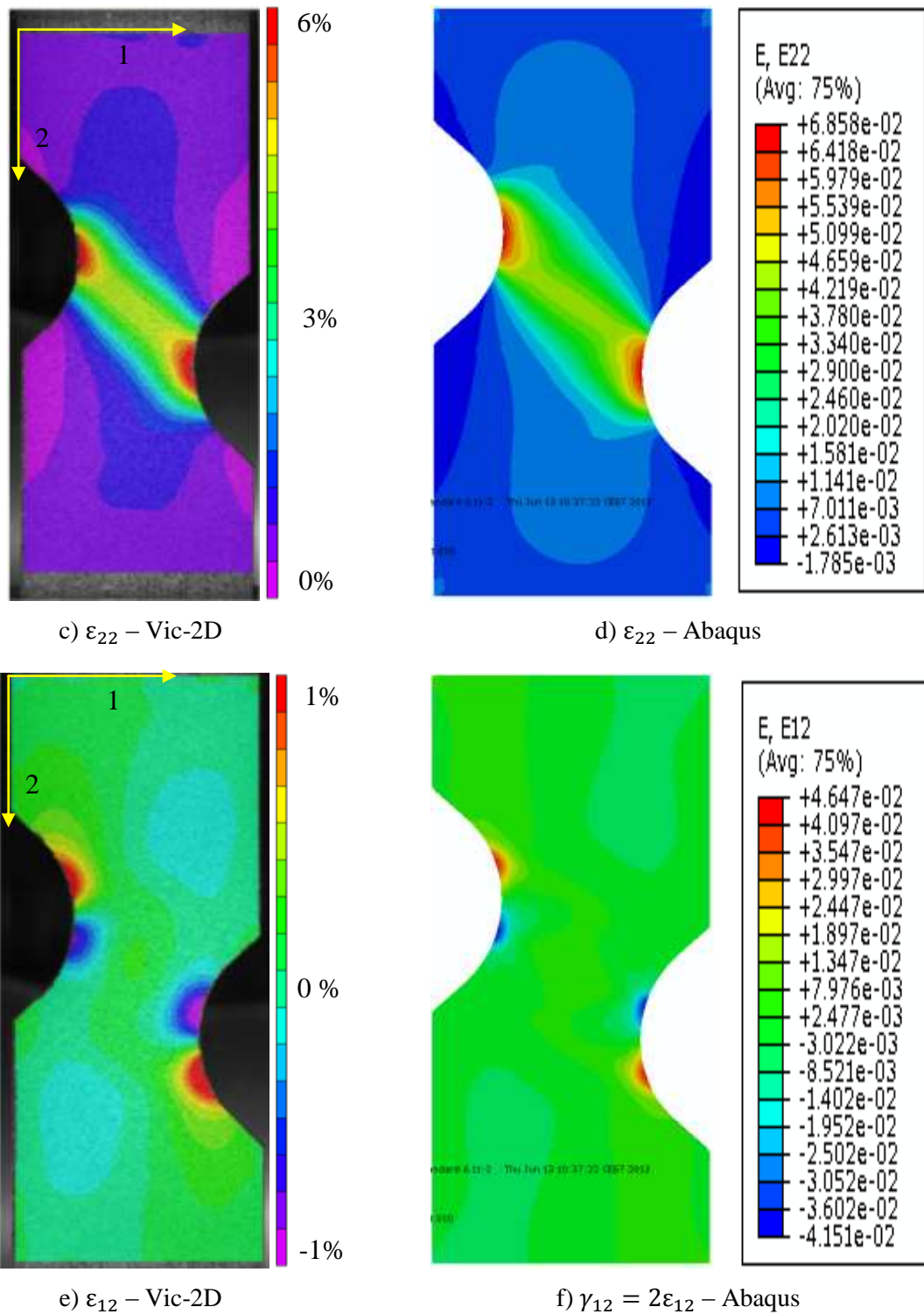
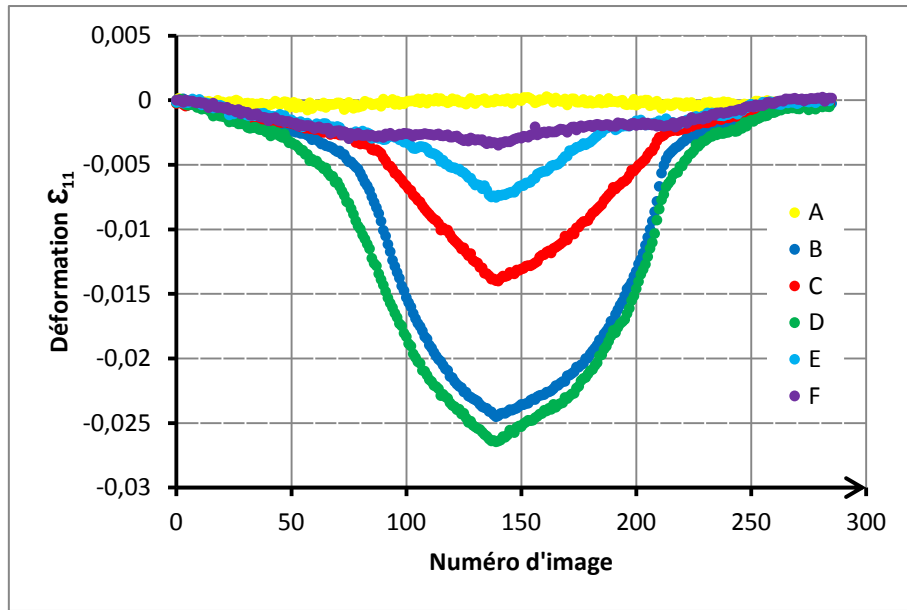
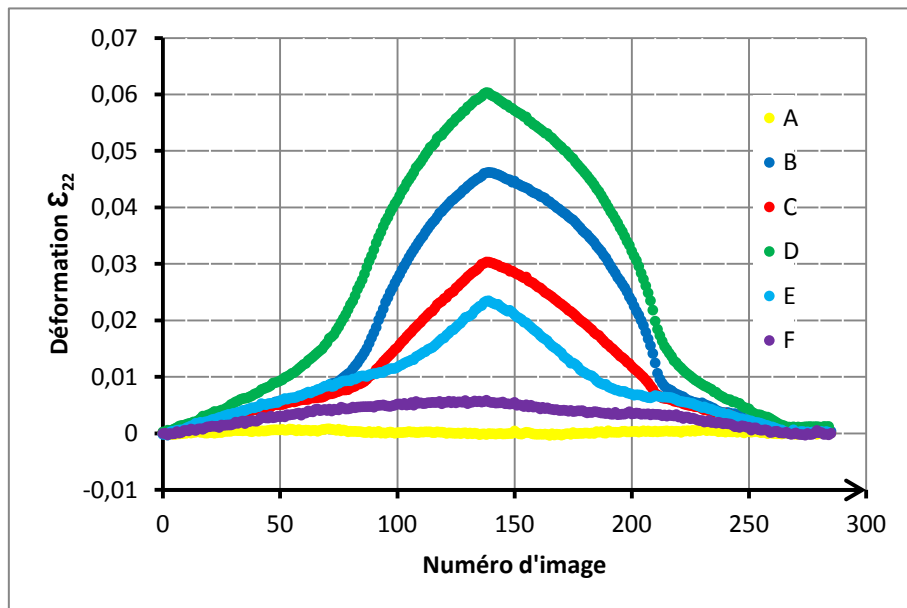


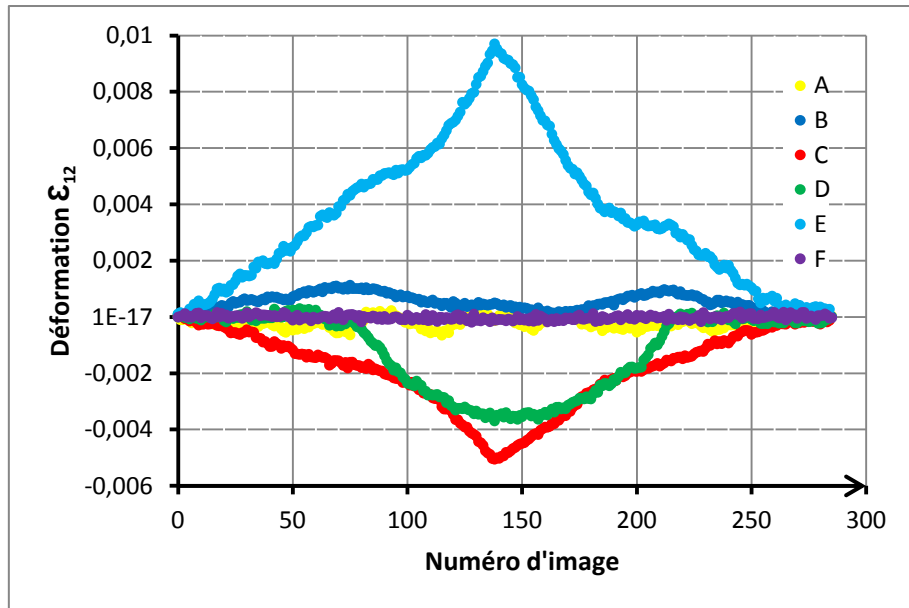
Figure B-2 : Essai de traction sur éprouvette Meuwissen en NiTi à 70°C a) c) e) Champs de déformations ( $\epsilon_{11}$ ,  $\epsilon_{22}$ , et  $\epsilon_{12}$ ) mesurés par corrélation d'images (Vic-2D), et b) d) f) champs de déformations calculés par Abaqus en utilisant les paramètres identifiés du Tableau 8-1. Etats de déformation correspondant au chargement maximal.



a)  $\epsilon_{11}$  en fonction du numéro d'image.



b)  $\epsilon_{22}$  en fonction du numéro d'image.



c)  $\epsilon_{12}$  en fonction du numéro d'image.

Figure B-3 : Évolution des déformations  $\epsilon_{11}$ ,  $\epsilon_{22}$  et  $\epsilon_{12}$ , en six points différents de l'éprouvette Meuwissen en NiTi (Figure 4-12-d). Essai effectué à 50°C.

## ANNEXE C

Les Figures C-1 et C-4 montrent l'allongement imposé par les vérins dans les deux directions en fonction du temps pour les essais de traction-traction et de traction-compression, les courbes sont linéaires et confondues : les allongements sont égaux ou opposés.

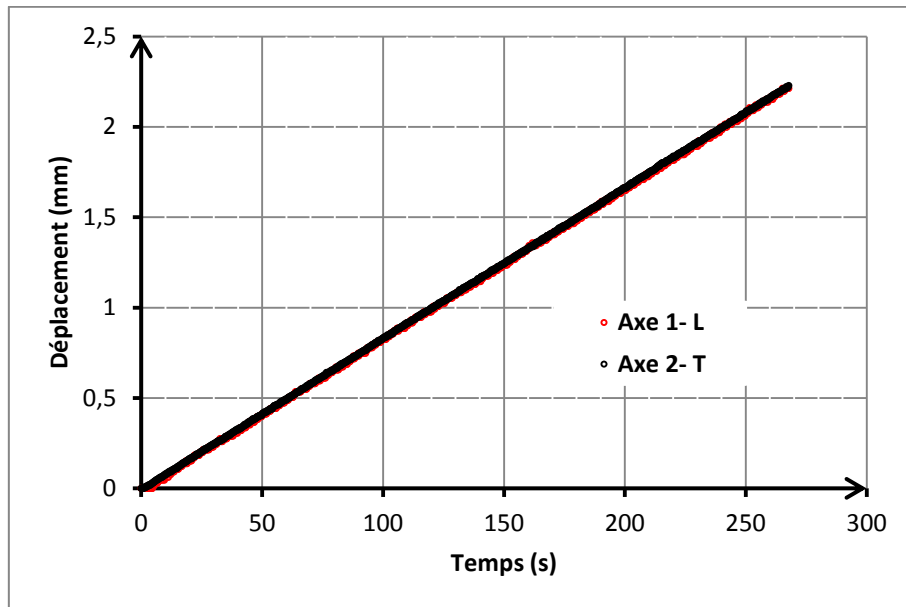


Figure C-1: Allongements imposés par les vérins dans les deux directions en fonction du temps, pour l'essai de traction-traction à 50°C.

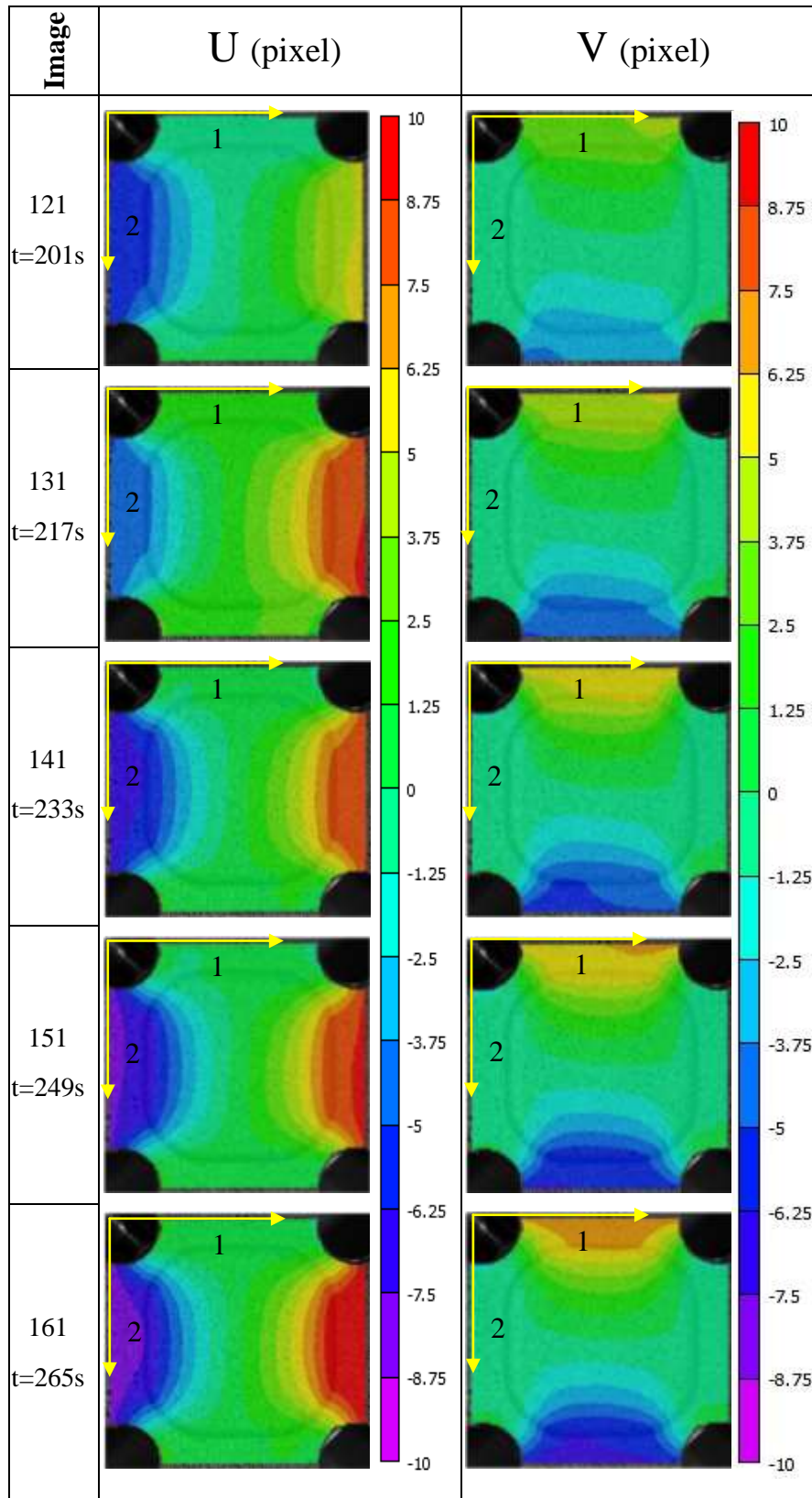
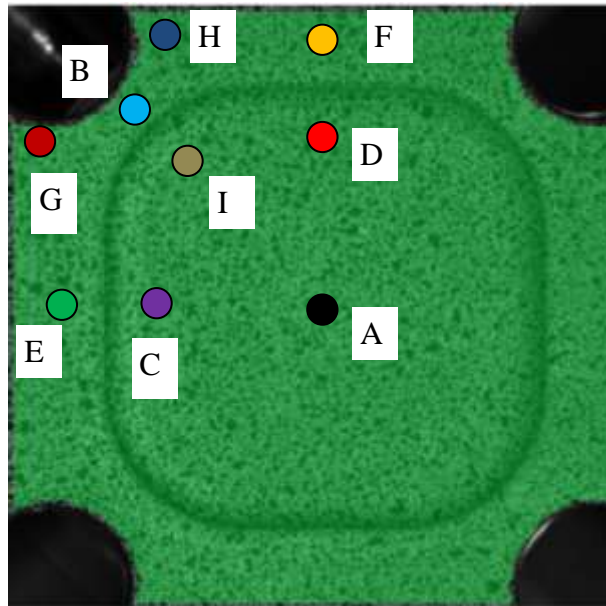
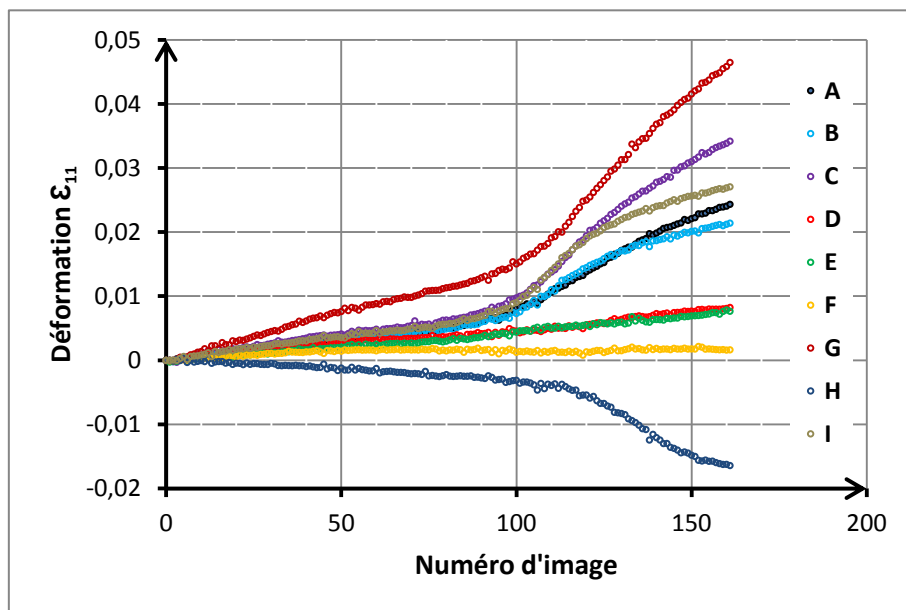


Figure C-2 : Champs de déplacements (U et V respectivement dans les directions 1 et 2) calculés par Vic-2D. Essai de traction-traction à 50°C sur NiTi. Allongement maximal dans les deux directions  $\delta_u=2,22\text{mm}$  et  $\delta_v=2,21\text{mm}$ . Taille de l'imagerie 16 pixels et espacement 8 pixels, taille du pixel 0,03 mm.





a) Points observés sur l'éprouvette où sont extraites les déformations.



b)  $\epsilon_{22}$  en fonction du numéro d'image.

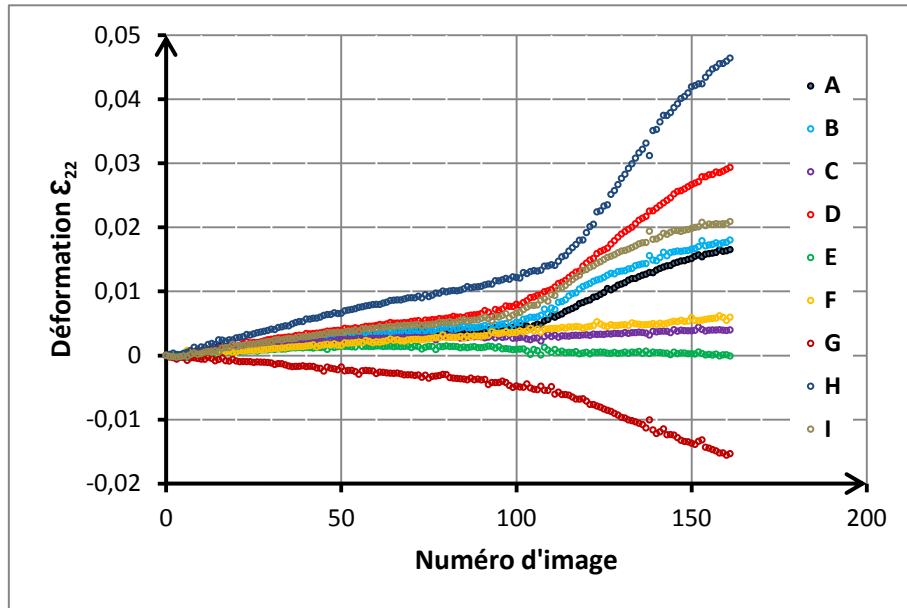
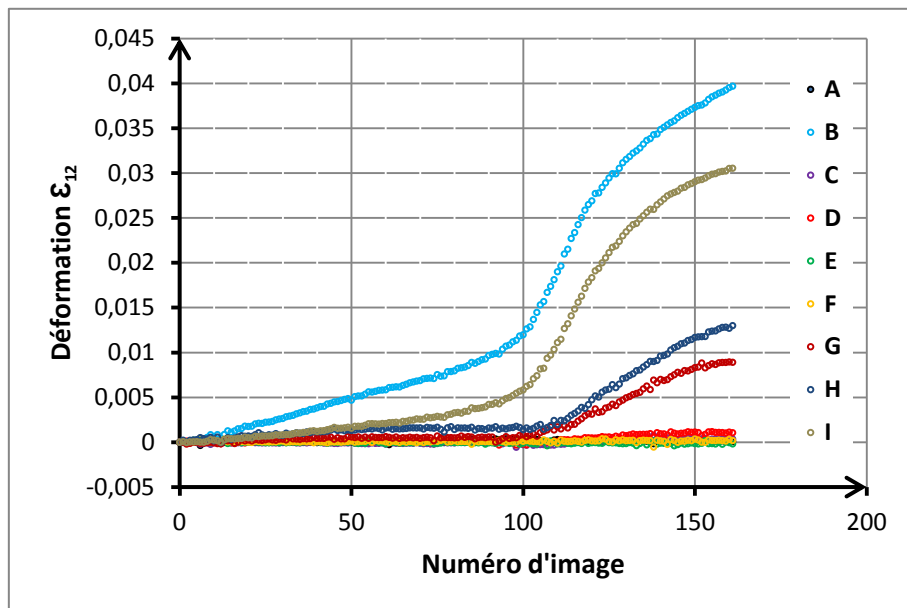
c)  $\epsilon_{11}$  en fonction du numéro d'image.d)  $\epsilon_{12}$  en fonction du numéro d'image.

Figure C-3 : Évolution des déformations en différents points de l'éprouvette pour un essai de traction-traction, à 50°.

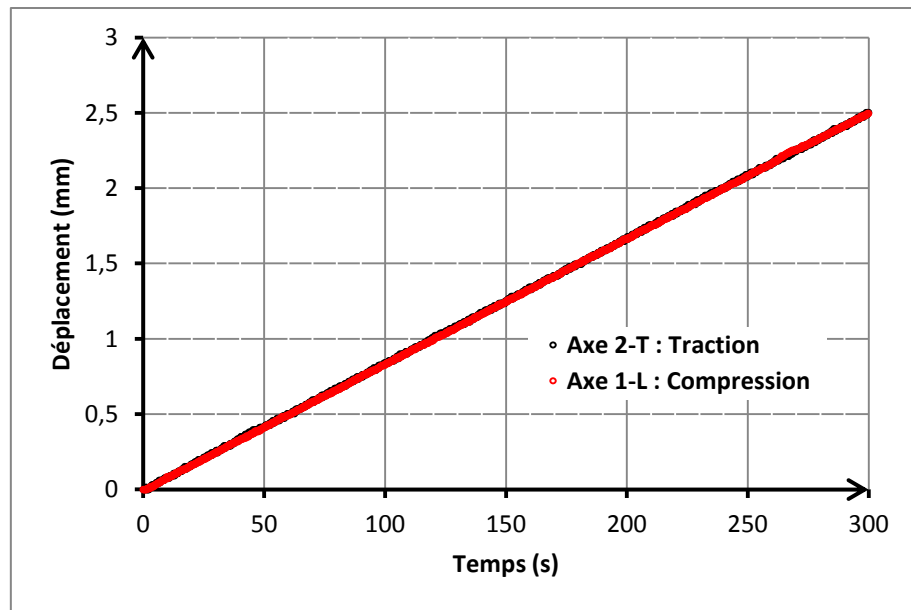


Figure C-4 : Allongements imposés par les vérins dans les deux directions en fonction de temps, pour l'essai de traction-compression à 50°C.

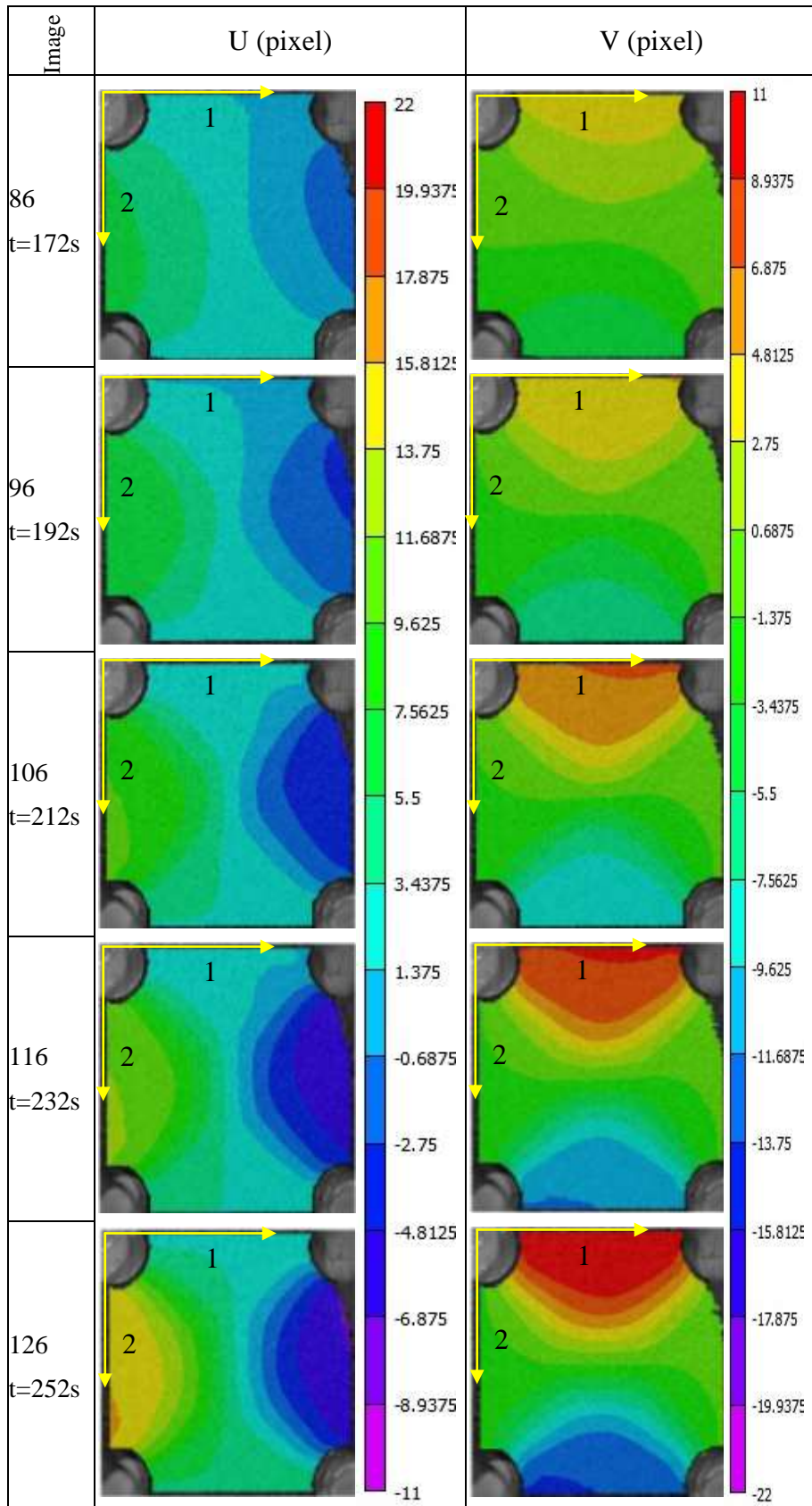
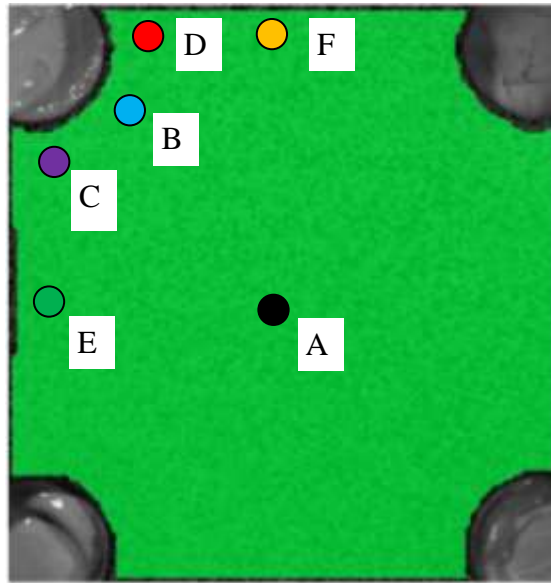
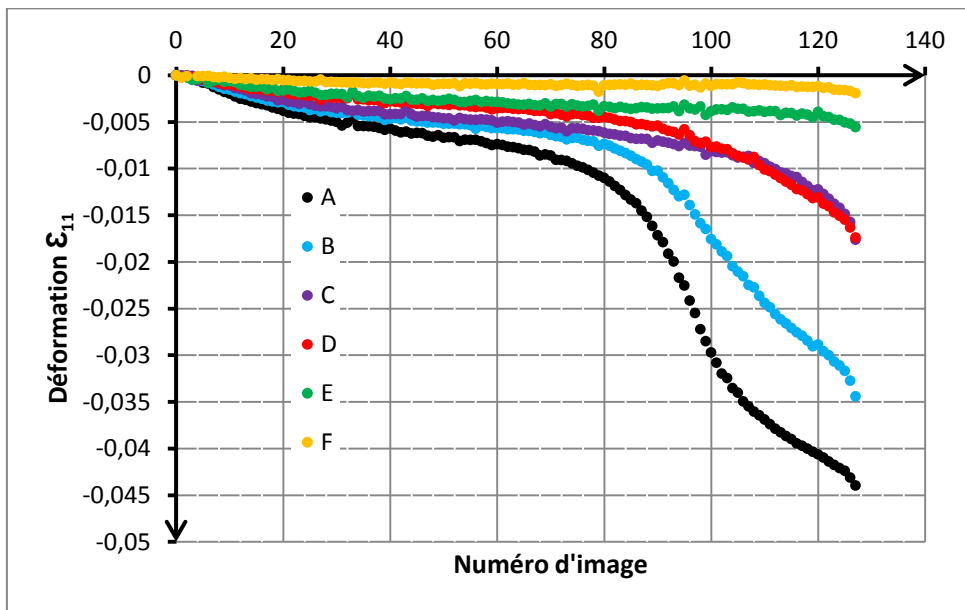


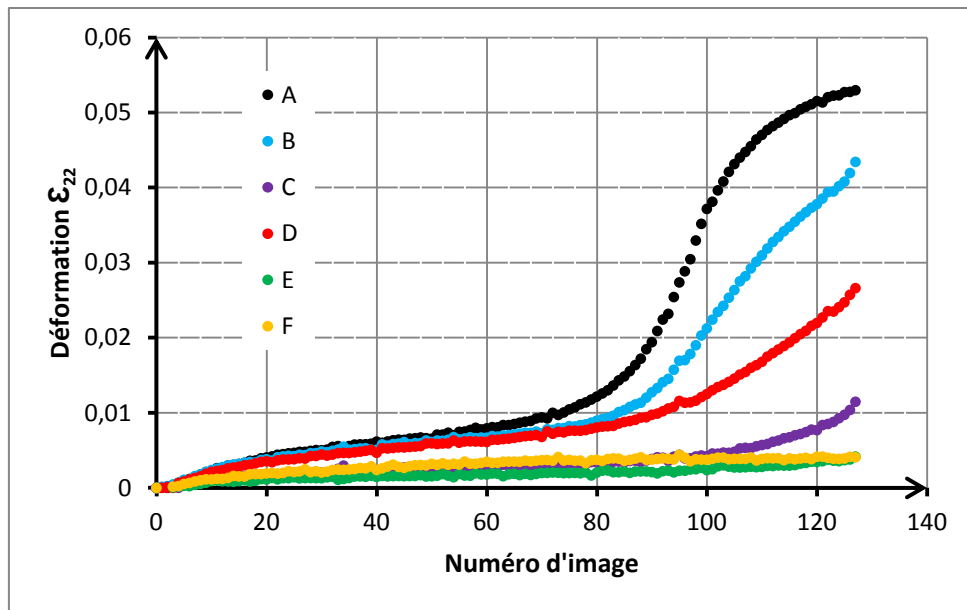
Figure C-5 : Champs de déplacements (U et V respectivement dans les directions de compression et de traction) calculés par Vic-2D. Essai de traction-compression sur NiTi à 50°C. Allongement maximal dans les deux directions  $\delta_u = -2,50\text{mm}$  et  $\delta_v = 2,51\text{mm}$ . Taille de l'imagette 16 pixels et espacement 8 pixels, taille du pixel 0,026mm.



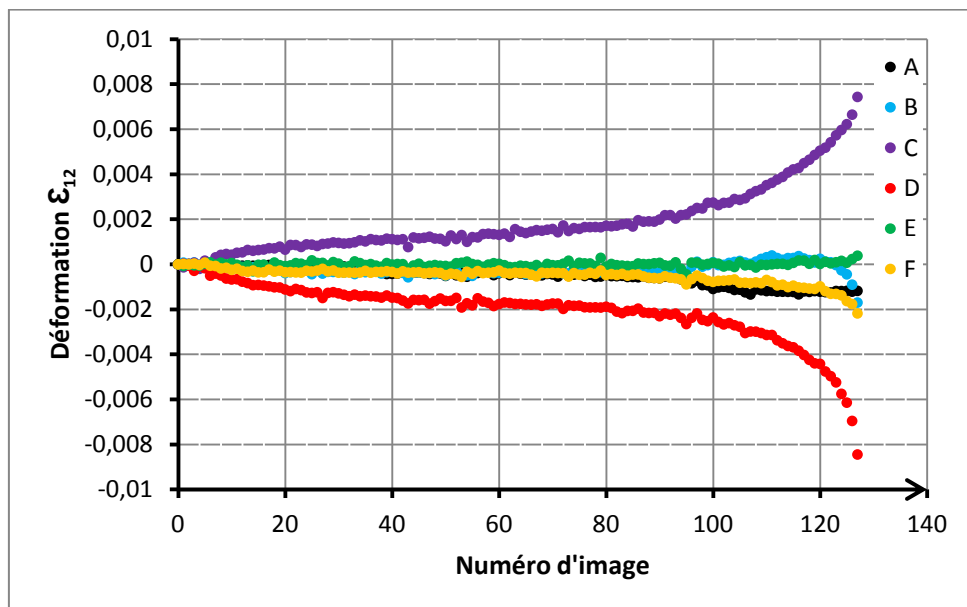
a) Points de l'éprouvette où sont extraites les déformations.



b)  $\epsilon_{11}$  en fonction du numéro de l'image.



c)  $\epsilon_{22}$  en fonction du numéro de l'image.



d)  $\epsilon_{12}$  en fonction du numéro de l'image.

Figure C-6 : Évolution des déformations en différents points de l'éprouvette pour un essai de traction-compression, à 50°C.



## DIALOGUE ESSAIS - SIMULATION ET IDENTIFICATION DE LOIS DE COMPORTEMENT D'ALLIAGE A MEMOIRE DE FORME EN CHARGEMENT MULTIAXIAL

**RESUME :** Les travaux présentés ont consisté à développer des stratégies d'identification performantes des paramètres des lois de comportement superélastique des Alliages à Mémoire de Forme (AMF). L'objectif est de disposer d'une solution complète de caractérisation, d'identification, et de simulation de structures en AMF soumises à des sollicitations complexes. Une base de données expérimentale unifiée pour un alliage de NiTi superélastique a été établie pour une multitude de trajets de déformation multiaxiaux et à différentes températures : en traction homogène, en compression, en traction-compression et en traction-traction. Une caractérisation expérimentale a été développée sur une plate-forme multiaxiale assemblée au laboratoire durant ce travail. L'emploi de la corrélation d'images a permis d'enrichir la base de données expérimentale en déterminant pour chaque essai les champs cinématiques. Cette collection d'essais a permis de montrer l'importante différence de comportement observée entre les directions de laminage et transverse, bien que le matériau soit faiblement texturé. Des procédures d'identification du comportement thermomécanique des AMF ont été mises en place, basées sur la construction et la minimisation d'une fonction objectif régularisée. La première est basée sur l'exploitation des courbes contrainte-déformation moyennes sous chargement homogène et uniaxial. La seconde exploite la richesse des champs de déformations mesurés en essai hétérogène. Les deux stratégies ont permis d'identifier les huit paramètres gouvernant le comportement superélastique du modèle de Chemisky et al. (Chemisky et al. 2011). Des différences entre les jeux de paramètres identifiés sont caractéristiques des effets d'anisotropie observés. Le succès de cette stratégie démontre sa pertinence et est encourageant pour l'identification de paramètres de lois de comportement anisotropes.

**Mots clés :** AMF – NiTi, Superélasticité, Identification inverse, Essais multiaxiaux, Corrélation d'images.

## COUPLED EXPERIMENTAL-NUMERICAL STUDY AND IDENTIFICATION OF MULTIAXIAL SMA CONSTITUTIVE BEHAVIOR

**ABSTRACT:** In this work, efficient identification strategies were developed to determine the characteristic parameters of the thermomechanical behavior of pseudoelastic Shape Memory Alloys (SMA). The aim is to obtain a complete solution for characterization, identification and numerical simulation of SMA structures undergoing multiaxial loading paths. A unified experimental database has been constructed to characterize the behavior of superelastic NiTi SMA. This database includes tension, compression, tension-tension and tension-compression multiaxial tests at different temperatures. A characterization methodology has been developed on a multiaxial testing setup, which has been assembled in the laboratory during this Ph.D. project. Vital information about the strain fields for each test is added to the experimental database through the use of Digital Image Correlation. A significant difference in the thermomechanical behavior between the rolling and transverse directions has been observed, even when the specimens are not strongly textured. Two strategies were developed that rely on the minimization of a regularized cost function for identification of thermomechanical constitutive law parameters. The first identification procedure is based on uniaxial homogeneous tests at different temperatures. In the other strategy the information of strain fields of heterogeneous tests are utilized. In each case, the eight material parameters of the constitutive law of Chemisky et al. (Chemisky et al. 2011) have been identified. A difference between the identified parameters in the rolling and transverse direction is noted and corresponds to the effect of anisotropy. Nevertheless, the capabilities of the relevant identification strategies shall allow the determination of the parameters of anisotropic constitutive laws.

**Keywords :** SMA – NiTi, Superelasticity, Inverse Identification Method, Multiaxial Testing, Digital Image Correlation.