



EDITE - ED 130

Doctorat ParisTech

THÈSE

pour obtenir le grade de docteur délivré par

TELECOM ParisTech

Spécialité « Electronique Et Communications »

présentée et soutenue publiquement par

AKL CHARAF

4 Avril 2012

Etude de récepteurs MIMO-LDPC itératifs

Directeur de thèse : **Georges RODRIGUEZ-GUISANTES**, E/C Département COMELEC

Jury

Mme Maryline HELARD,

Professeur, Institut d'Electronique et de Telecommunications de Rennes, INSA Rennes, Président du jury

M. Michel JEZEGUEL,

Professeur, Département Electronique, Telecom Bretagne Brest

Rapporteur

Mme Marie-Laure BOUCHERET,

Professeur, Groupe Signal et Communications, ENSEEIHT Toulouse

Rapporteur

M. Maurice CHARBIT,

Professeur, Département Traitement du Signal et des Images, Telecom ParisTech

Examineur

M. Pierre PENARD,

Ingénieur Recherche et Développement, RESA/WASA/CREM, Orange Labs Rennes

Encadrant

M. Laurent CARIOU,

Ingénieur Recherche et Développement, RESA/WASA/CREM, Orange Labs Rennes

Encadrant

« On fait la science avec des faits, comme on fait une maison avec des pierres : mais une accumulation de faits n'est pas plus une science qu'un tas de pierres n'est une maison. »

Henri Poincaré

Résumé

L'objectif de cette thèse est l'étude de récepteurs MIMO OFDM itératifs utilisant des codes LDPC. Les techniques MIMO permettent d'augmenter la capacité des réseaux sans fil sans la nécessité d'augmenter les ressources fréquentielles grâce à l'exploitation de la dimension spatiale. Associées aux schémas de modulations multiporteuses CP-OFDM les techniques MIMO sont ainsi devenues la pierre angulaire pour les nouveaux systèmes sans fil à haute efficacité spectrale.

La réception optimale peut être réalisée à l'aide d'une réception conjointe dans le sens que l'égalisation et le décodage sont réalisés en même temps. Étant très complexe la réception conjointe n'est pas envisagée en pratique et l'égalisation et le décodage sont réalisés disjointement au coût d'une dégradation significative en performance. Entre ces deux solutions, la réception itérative (Turbo-égalisation) trouve son intérêt pour sa capacité à s'approcher des performances optimales avec une complexité réduite.

L'optimisation de codes correcteurs d'erreurs pour les systèmes MIMO itératifs a été étudiée dans la littérature notamment pour les codes convolutifs, Turbo et LDPC. Dans cette thèse on s'intéresse particulièrement aux codes LDPC. Les optimisations basées sur l'évolution des densités des messages échangés ou sur les diagrammes EXIT consistent à optimiser les paramètres et la structure du code pour un récepteur itératif donné. La conception de récepteurs itératifs pour certaines applications, de type WiFi à titre d'exemple doit respecter la structure du code imposée par la norme. De tels codes ne sont généralement pas optimisés pour des récepteurs itératifs. En observant l'effet du nombre des itérations dans le processus itératif, on montre par simulation que l'ordonnancement des itérations LDPC/Turbo joue un rôle important dans la complexité et le délai du récepteur. Nous proposons de définir des ordonnancements des itérations internes (décodage LDPC) et des itérations externes (turbo-égalisation) afin de réduire la complexité globale du récepteur. Deux approches sont proposées, une approche statique basée sur des ordonnancements prédéfinis et une autre approche dynamique basée sur des métriques de fiabilité. Les résultats montrent une réduction significative de la complexité globale du récepteur en utilisant les ordonnancements.

Dans un deuxième temps nous considérons un système multi-utilisateur avec un accès multiple par répartition spatiale (SDMA). Nous nous proposons d'évaluer l'intérêt de la réception itérative dans ce contexte en tenant en compte la différence de puissance entre les signaux utile et interférent.

Abstract

The aim of this thesis is to address the design of iterative MIMO receivers using LDPC Error Correcting codes. MIMO techniques enable capacity increase in wireless networks without needing additional frequency resources due to their spatial dimension. The association of MIMO with multicarrier modulation techniques OFDM made them the cornerstone of emerging high rate wireless networks.

Optimal reception can be achieved using joint detection and decoding at the expense of a huge complexity making it impractical. Disjoint reception is then the most used scheme but this latter shows a significant degradation in performance due to the separation of detection and decoding. Between these solutions, turbo-equalization appeared to be an attractive solution able to approach the performance of joint reception with a reduced complexity.

Error correcting codes optimization for iterative receivers has been addressed notably convolutional, turbo and LDPC codes. We consider LDPC codes. The most known LDPC optimisation techniques are based on density evolution of the messages and EXIT charts. These techniques enable defining code structure and parameters to best fit with in an iterative receiver.

The design of iterative receivers for some applications using LDPC codes like Wifi (IEEE 802.11n) is constrained by the standard code structure which is generally not optimized such kind of receivers. By observing the effect of the number of iterations on performance and complexity we underline the interest of scheduling LDPC decoding iterations and turbo-equalization iterations. We propose to define schedules for the iterative receiver in order to reduce its complexity while preserving its performance. Two approaches are used : static scheduling based on predefined fixed rules and dynamic scheduling based on stopping criteria using reliability metrics. The results show significant reduction in complexity.

The second part of this work is concerns Multiuser MIMO using Spatial Division Multiple Access. We explore and evaluate the interest of using iterative reception to cancel residual inter-user interference.

Remerciements

Je remercie d'abord les membres du jury qui m'ont accordé l'honneur d'examiner ce travail, Mme M. HELARD d'avoir présider le jury, Mr. M. JÉZEQUEL et Mme M.L. BOUCHERET d'avoir rapporté ce travail ainsi que Mr. M. CHARBIT d'avoir participé au jury en tant qu'examineur.

J'adresse mes remerciements à l'équipe CREM qui m'a accueilli pendant ces trois ans durant lesquels j'ai beaucoup appris au niveau technique mais également partagé de très beaux moments conviviaux et sportifs. Je remercie particulièrement notre chef d'équipe Jean-Christophe RAULT qui m'a soutenu, motivé et facilité l'accès à plusieurs événements et formations intéressantes pour ma formation et mon projet professionnel. Je salue mon collègue de bureau Jean-luc Sicre avec qui j'ai eu des échanges et des discussions très riches.

Je remercie spécialement mon directeur de thèse Georges RODRIGUEZ-GUISANTES pour son précieux apport et sa bienveillance pour le bon déroulement de ma thèse, il a toujours été présent pour m'aider à surmonter les difficultés durant ces trois ans. J'adresse également mes sincères remerciements à mes encadrants à Orange Labs Pierre PENARD et Laurent CARIOU qui m'ont beaucoup apporté et qui m'ont toujours soutenu et conseillé. Georges, Pierre et Laurent, ont réussi à instaurer dans cette petite équipe un agréable climat professionnel, coopératif et convivial.

Je n'oublie pas de dire GRAND MERCI à mes collègues et amis Ali, Nahla, Gaetan, Moussa, Dominique, Sanae, Lin, Christian, Rodolphe, Bruno, Jean-Claude, Bruno, Mohamed, Pierre, Redietab, Sinda, Alina, Lounes, Jean, Soline, Duy, Pierre-Antoine, Ibrahim, Khalid et Serhal.

Je présente mes sentiments de reconnaissance les plus profonds à mes parents Ali et Mona qui m'ont permis de poursuivre ce long chemin et qui m'ont transmis la passion d'apprendre.

J'adresse mes remerciements à ma fiancée Kayane pour son inestimable amour et pour tout ce qu'elle a fait pour moi.

Malgré les milliers de kilomètres qui nous ont séparés de l'autre côté de l'Atlantique de l'autre côté la Méditerranée, mon frère Edriss et mes soeurs Roua, Malak et Zeinab ont toujours été à mes côtés.

Table des matières

Introduction	15
1 Les systèmes MIMO-OFDM	21
1.1 Avant-propos	21
1.2 Généralités	21
1.2.1 Canal de propagation	21
1.2.1.1 Bande de cohérence : définitions ajustées	23
1.2.1.2 Temps de cohérence	24
1.2.1.3 Canal de rayleigh	25
1.2.2 Égalisation	25
1.2.2.1 Détection à maximum de vraisemblance	25
1.2.2.2 Détection linéaire	26
1.2.3 La modulation OFDM	26
1.2.4 Les systèmes multi antennes : le principe du MIMO	31
1.2.5 Canal MIMO	31
1.2.6 Transmission MIMO	32
1.2.6.1 Le Multiplexage spatial	33
1.2.6.2 Le Codage spatio-temporel	34
1.2.6.3 Techniques MIMO avec connaissance du canal en émission et réception	35
1.2.6.4 Techniques MIMO sans connaissance du canal	36
1.2.7 MIMO-OFDM	36
1.3 Détecteurs MIMO	38
1.3.1 Détecteurs à maximum de vraisemblance	38
1.3.1.1 Détecteurs ML à complexité réduite - Le <i>Sphere Decoding</i>	38
1.3.2 Détecteurs à filtrage linéaire	40
1.3.3 Détecteurs à annulation d'interférence	41
1.4 Conclusion	41
2 Système MIMO itératif et codage LDPC	43
2.1 Introduction	43
2.2 Codage canal	43
2.2.1 Codes linéaires en bloc	44
2.2.2 Turbo codes	45

2.3	Les Codes LDPC	45
2.3.1	Les codes LDPC réguliers	47
2.3.2	Les codes LDPC irréguliers	47
2.3.3	Encodage LDPC	48
2.3.4	Décodage LDPC	49
2.3.4.1	Algorithmes de décodage dérivés	50
2.3.4.2	Ordonnancement du décodage LDPC	51
2.4	Construction et optimisation des codes LDPC	52
2.4.1	Évolution de densité - Profils de connexion	52
2.4.2	Les Diagrammes EXIT	52
2.4.3	Optimisation des codes LDPC par le diagramme EXIT	54
2.5	codes LDPC en Expansion	56
2.6	Les codes LDPC non binaires	57
2.7	Turbo-égalisation	57
2.7.1	Détection MIMO MMSE-IC	57
2.7.1.1	Solution exacte	58
2.7.1.2	Approximation MMSE-IC1	59
2.8	Conclusion	60
3	Ordonnancement statique du récepteur	63
3.1	Introduction	63
3.2	Contexte	63
3.3	Récepteur itératif MMSE-IC LDPC	64
3.4	Entrelacement	64
3.5	Complexité	65
3.5.1	Complexité LDPC	65
3.5.2	Complexité MMSE-IC	66
3.5.3	Application numérique	67
3.6	Ordonnancement du récepteur	69
3.7	Ordonnancement statique	70
3.7.1	Nombre d'itérations externes	70
3.7.2	Diagrammes EXIT du code LDPC	71
3.7.3	Ordonnancement proposé	72
3.8	Conclusion	74
4	Ordonnancement dynamique du récepteur	79
4.1	Introduction	79
4.2	Ordonnancement dynamique	79
4.3	Évolution de la fiabilité avec les itérations	80
4.4	Critères d'arrêt	82
4.4.1	Critère du premier maximum - FMRR	82
4.4.2	Critère de la fiabilité moyenne constante - CMR	82
4.4.3	Pondération de la fiabilité moyenne	82
4.4.3.1	Mean Reliability On Information bits - MRI	83

4.4.3.2	Weighted Mean Reliability - WMR	83
4.4.3.3	Weighted Penalized Mean Reliability - WPMR	83
4.5	Simulations	84
4.5.1	Première itération externe	88
4.5.2	Quatrième itération externe	89
4.5.3	Comparaison des ordonnancements	89
4.6	Conclusion	89
5	Le MIMO multi-utilisateur (Xuser MIMO)	91
5.1	Introduction	91
5.2	Accès Multiple par Division Spatiale ou MU-MIMO	91
5.2.1	Précodage et beamforming	92
5.3	Scénarios d'interférence	94
5.3.1	Retour d'information sur l'interférence	94
5.3.2	Annulation itérative de l'interférence entre utilisateurs	95
5.3.2.1	Schéma PIC-SIC	96
5.4	La connaissance des MCS des interféreurs	97
5.4.1	Classification de modulation	97
5.4.2	Classification du rendement de codage	98
5.5	Simulations	98
5.5.1	Cas 2x2	98
5.5.2	Cas 4 x 4	100
5.6	Effet du décodage LDPC sur les performances du récepteur multi-utilisateur	101
5.7	Conclusion	102
6	Conclusions et Perspectives	107
	Glossaire	111
	Notations	113
6.1	Notations mathématiques	113
6.2	Variables	113
A	Calcul des vecteurs d'égalisation optimaux selon le critère MMSE	115
A.1	Minimum Mean Square Error	115
A.2	Égalisation linéaire	116
A.3	Minimum Mean Square Error - Interference Canceler	117
B	Codes LDPC	121
B.1	Codes LDPC de Gallager	121
B.2	Density Evolution	123
B.3	Matrices de codes LDPC de la norme IEEE 802.11n	124
C	Publications	127

Index	129
Bibliographie	138

Table des figures

1.1	Chaîne de transmission numérique	22
1.2	Bande de cohérence du canal radio	24
1.3	Intervalle de garde	27
1.4	Modulation/Démodulation OFDM	28
1.5	Système MIMO (N_t, N_r)	32
2.1	Turbo Encodage/décodage	46
2.2	Graphes de Tanner de codes LDPC régulier ($d_v = 2, d_c = 4$) et irrégulier ($\lambda(x) = (1/12).x + 8/12.x^2 + 3/12.x^3, \rho(x) = (3/12).x^3 + (4/12).x^4 + (5/12).x^5$)	48
2.3	Décodage LDPC par propagation de croyance	50
2.4	La fonction $f(x) = f^{-1}(x) = -\ln[\tanh(x/2)]$	51
2.5	Representation du décodeur en deux sous-blocs VND et VND	54
2.6	Representation du détecteur et deux sous-blocs VND et VND	54
2.7	Diagramme EXIT de deux entités	55
3.1	Récepteur MIMO OFDM itératif	65
3.2	Performance du récepteur MMSE-IC 4x4 pour différentes valeurs de N_e avec 50 itérations LDPC dans boucle externe	70
3.3	Calcul des caractéristiques EXIT	71
3.4	Courbe EXIT du code LDPC, Rendement 1/2, 1296 bits pour différents nombres d'itérations	72
3.5	Courbe EXIT du code LDPC, Rendement 2/3, 1296 bits pour différents nombres d'itérations	73
3.6	Courbe EXIT du code LDPC, Rendement 1/2, 1944 bits pour différents nombres d'itérations	74
3.7	Diagramme EXIT du MMSE-IC 4x4 QPSK, pour différentes valeurs SNR	75
3.8	Itérations LDPC	75
3.9	Performances des ordonnancements, composante N_1	76
3.10	Performances des ordonnancements, composante N_2	76
3.11	Performances des ordonnancements, composante N_3	77
4.1	Évolution de la fiabilité MR au cours des itérations à $-4dB$	80
4.2	Évolution de la fiabilité MR au cours des itérations à $-2dB$	81
4.3	Évolution de la fiabilité MR au cours des itérations à $-1 dB$	81

4.4	Performances des différents critères d'arrêt dans un récepteur non itératif, MIMO 4x4, LDPC $R = 1/2$, $N = 1296$ bits	85
4.5	Performances des différents critères d'arrêt dans un récepteur itératif, MIMO 4x4, LDPC $R = 1/2$, $N = 1296$ bits	85
4.6	Nombre moyen d'itérations à la 1 ^{re} boucle externe pour les critères FMMR, CWMR et CWPMR	86
4.7	Nombre moyen d'itérations à la 1 ^{re} boucle externe pour les critères SC, CMR et CMRI	87
4.8	Nombre moyen d'itérations à la 4 ^{me} boucle externe pour les critères FMMR, CWMR and CWPMR	87
4.9	Nombre moyen d'itérations à la 4 ^e boucle externe pour les critères SC, CMR and CMRI	88
5.1	Transmission SDMA	92
5.2	Accès multiple SDMA	94
5.3	Interférence entre utilisateurs	95
5.4	Récepteur MIMO-OFDM multi-utilisateur itératif	97
5.5	2x2 MU-MIMO, SIR 0 dB	99
5.6	2x2 MU-MIMO, SIR 1 dB	99
5.7	2x2 MU-MIMO, SIR 3 dB	100
5.8	4x4 MU-MIMO, SIR 0 dB	101
5.9	4x4 MU-MIMO, SIR 1 dB	103
5.10	4x4 MU-MIMO, SIR 2 dB	103
5.11	4x4 MU-MIMO, SIR 3 dB	104
5.12	4x4 MU-MIMO SIR 0 dB, décodage LDPC pour l'interfèreux activé à partir de la quatrième itération externe uniquement	104
5.13	4x4 MU-MIMO SIR 2 dB, décodage LDPC pour l'interfèreux activé à partir de la quatrième itération externe uniquement	105
5.14	4x4 MU-MIMO SIR 0 dB, décodage LDPC pour l'interfèreux à partir de la dernière itération externe uniquement	105

Liste des tableaux

3.1	Complexité du décodage LDPC	65
3.2	Complexité du décodage LDPC	66
3.3	Algorithme MMSE-IC sous sa forme exacte pour un bloc de Q symboles égalisés	66
3.4	Complexité (nombre d'opérations) de la mise en oeuvre du MMSE-IC sous sa forme exacte pour un bloc de Q symboles égalisés	67
3.5	Algorithme MMSE-IC1 pour un bloc de Q symboles égalisés	67
3.6	Complexité (nombre d'opérations) de la mise en oeuvre du MMSE-IC1 pour un bloc de Q symboles égalisés	68
3.7	Nombre d'opérations effectuées pendant une seule itération BP puis 50 itérations de décodage	68
3.8	Complexité de calcul des algorithmes MMSE-IC et MMSE-IC1 pour un bloc de Q symboles égalisés	68
3.9	Complexité de calcul des algorithmes MMSE-IC et MMSE-IC1 pour un bloc de $N/(Q.m)$ symboles égalisés	69
4.1	Complexité de calcul des métriques de fiabilité	84
A.1	Règles de dérivation vectorielle	115

Introduction

Le secteur des télécommunications vit dans ces dernières années des avancées spectaculaires. De nouveaux concepts apparaissent soutenus par des technologies de plus en plus performantes et miniaturisées. Il est désormais connu que les services « data » dominent largement le service « parole » traditionnel qui devient un simple élément parmi une large gamme de services commercialisés. Bien que les modes de transmission en paquets existaient dans les premières générations du mobile (2G, GPRS, EDGE..), leur usage est resté relativement limité. D'une part les débits offerts étaient insuffisants pour l'usage d'applications de données avec une qualité de service acceptable, et d'autre part les terminaux mobiles avaient des ressources très limitées vis-à-vis de l'exigence des ces applications. Aujourd'hui les réseaux mobiles de troisième génération sont capables de répondre aux besoins de ces applications. Derrière cette montée de la consommation des services numériques se tient essentiellement la nouvelle génération de terminaux du type *Smartphones* ou aussi les « tablettes ». En effet, ces nouveaux terminaux portables équipés de nouveaux processeurs de plus en plus puissants en terme de capacité de traitement sont comparables aux ordinateurs portables. Ils deviennent les terminaux préférés des professionnels, des étudiants et des voyageurs.

Cette demande en augmentation continue conduira, dans le court terme, à la saturation des réseaux de communications. Ainsi, l'augmentation des capacités des réseaux devient impérative. L'arrivée sur les marchés des nouveaux réseaux haut débit du type LTE/LTE-A, répond à cette réalité. Les opérateurs profitent des performances satisfaisantes des réseaux locaux sans fil, comme le WiFi, qui permettent le déploiement de réseaux locaux, pouvant contribuer à une diminution de la charge des réseaux mobiles. De même, les réseaux de télédiffusion peuvent aujourd'hui soutenir les réseaux mobiles en assurant des services vidéo lors de grands événements. Ces solutions de convergence entre les réseaux restent transparentes pour l'utilisateur. Elles sont devenues possibles grâce à des terminaux multi-standards.

La conception de systèmes radio à plus grande capacité était envisageable par l'augmentation des ressources spectrales qui lui sont allouées. Avec la multiplicité des technologies et des systèmes de communications radio et leur régulation, le spectre fréquentiel est devenu une ressource rare et en conséquence chère. L'optimisation de l'efficacité spectrale devient un enjeu majeur du secteur et des organismes de standardisation.

Des considérations d'ordre environnemental et/ou sanitaire ajoutent des nouvelles contraintes de conception. La consommation électrique des équipements et des terminaux devient un double enjeu, les constructeurs s'intéressent de plus en plus à concevoir des équipements à faible consommation labellisés *green*. En mobilité, la consommation électrique et

l'autonomie des terminaux restent parmi les principaux facteurs de succès.

Dans ce contexte multicontraint, l'usage des techniques à antennes multiples du type « MIMO » reçoivent un grand intérêt grâce à leur dimension spatiale. En effet, cette dimension peut être exploitée pour augmenter la capacité et/ou la fiabilité des systèmes radio grâce à des schémas de multiplexage et de codage espace-temps adéquats, sans avoir besoin de ressources fréquentielles additionnelles ni d'une augmentation de la puissance de transmission. L'association des techniques MIMO à des modulations multiporteuses de type OFDM perfectionnées est la pierre angulaire des nouveaux réseaux d'accès (LTE, WiMax, WiFi...). Ceci est dû d'une part à la robustesse de l'OFDM vis-à-vis des interférences sur le canal radio, et d'autre part à la possibilité d'utiliser des schémas d'accès multiple qui combinent la dimension spatiale et fréquentielle.

La mise en œuvre des techniques de réception MIMO optimales et leur association avec des schémas de codage correcteur d'erreurs introduisent des contraintes d'ordre pratique, notamment la complexité et la latence de traitement. Des solutions alternatives performantes, mais surtout très complexes, sont devenues possibles grâce à la généralisation du principe « turbo », appliqué au décodage itératif ou à l'égalisation. Le principe « turbo » a également permis de remettre en vie certains codes correcteurs notamment les codes *Low Density Parity Check* (LDPC), avec des performances proches aux limites fondamentales. Ces types de codes reçoivent aujourd'hui un grand intérêt, et prennent une place de plus en plus importante dans les nouvelles normes. Bien que moins complexe, la turbo-égalisation nécessite d'être optimisée pour devenir envisageable dans des applications pratiques.

★

Dans ce travail de thèse, nous nous sommes intéressés à la conception des récepteurs itératifs pour des systèmes du type MIMO-OFDM auxquels on associe un codage correcteur d'erreur du type LDPC. Nous étudions les techniques d'optimisation de ce type de récepteur notamment son association au codage. Dans un premier temps nous avons étudié le cas mono-utilisateur, en ciblant en particulier l'épineux problème de l'optimisation des itérations. Dans un deuxième temps, nous avons exploré le cas MIMO multi-utilisateurs, et plus précisément l'égalisation multi-utilisateur en liaison descendante.

Ce rapport de thèse présente les résultats obtenus de cette analyse. Il est organisé de la façon suivante.

Dans le chapitre 1, nous rappelons certaines notions de base liées au canal radio. Nous introduisons les techniques de modulation multiporteuses OFDM, les systèmes MIMO et l'association de ces deux techniques, en les comparant par rapport aux techniques existantes.

Dans le chapitre 2 nous considérons d'abord le codage correcteur d'erreur, nous rappelons certaines notions de codage et nous nous intéressons aux codes LDPC, leur construction, leurs algorithmes de codage/décodage et leur optimisation. Ensuite nous introduisons la réception MIMO itérative, en considérant son association avec le codage LDPC. Nous décrivons les techniques d'optimisation notamment celles basées sur les diagrammes EXIT.

Nous analysons dans le chapitre 3 la complexité globale du récepteur et nous introduisons la notion d'ordonnement des itérations de décodage et de turbo-égalisation afin de réduire le nombre d'itérations effectuées diminuant ainsi la complexité, le délai et la consommation électrique du récepteur. Une approche statique basée sur les diagrammes EXIT est utilisée dans ce chapitre.

Une approche d'ordonnement dynamique flexible est introduite dans le chapitre 4. En utilisant des métriques de fiabilité, le décodeur LDPC est amené à prendre une décision d'arrêt, pour profiter d'une nouvelle étape d'égalisation. Cette approche sera comparée à l'approche statique du chapitre 3 en termes de performances et de complexité.

Dans le chapitre 5, nous explorons la possibilité d'utiliser la détection multi-utilisateur dans la voie descendante pour un système MIMO multi-utilisateur, afin de supprimer ou réduire l'impact de l'interférence entre les utilisateurs. La connaissance de certains paramètres de la transmission peut être nécessaire, nous discuterons ces cas de figure ainsi que deux scénarios de réduction de l'interférence.

Nous terminons ce manuscrit par une conclusion générale sur les idées proposées dans les chapitres. Nous présenterons aussi quelques perspectives pouvant conduire à des futurs travaux.

Chapitre 1

Les systèmes MIMO-OFDM

1.1 Avant-propos

Dans ce premier chapitre, nous rappelons quelques notions théoriques de base sur les communications numériques, ainsi que les modèles théoriques des canaux de propagation. On reprend également la modulation multi-porteuse OFDM en considérant un canal à entrée et sortie uniques (SISO). Dans la suite on considère les systèmes multiantenne (MIMO), leur apport, les différents algorithmes de détection ainsi que leur association avec la modulation OFDM.

1.2 Généralités

La transmission fiable d'un message nécessite une série de traitements en émission afin de préparer le signal et l'adapter au canal de propagation, ainsi qu'une série de traitements inverses en réception afin de retrouver le message d'origine et de supprimer les différentes nuisances causées par la transmission et la propagation.

La figure (1.1) montre une chaîne de transmission avec les principales opérations en bande de base, le codage, la modulation, l'égalisation ainsi que les opérations de conversion et d'amplification permettant le passage en haute fréquence. Le choix des techniques de transmission dans les systèmes numériques est surtout imposé par le canal de propagation correspondant, et par certaines contraintes de mise en oeuvre et de coût de fabrication. En plus, la conception des traitements en bande de base et de l'interface analogique/numérique ne peut pas être faite d'une manière complètement disjointe. En effet le traitement en bande de base doit faire face à des phénomènes susceptibles d'apparaître dans le domaine analogique dont on cite, à titre d'exemple, les effets de la non-linéarité des amplificateurs de puissance. On s'intéresse dans ce qui suit uniquement aux effets du canal radio.

1.2.1 Canal de propagation

Le modèle de canal le plus simple est le modèle additif blanc gaussien (AWGN) dans lequel un bruit aléatoire complexe \mathbf{n}_k s'ajoute au symbole émis. Les parties réelle et imaginaire

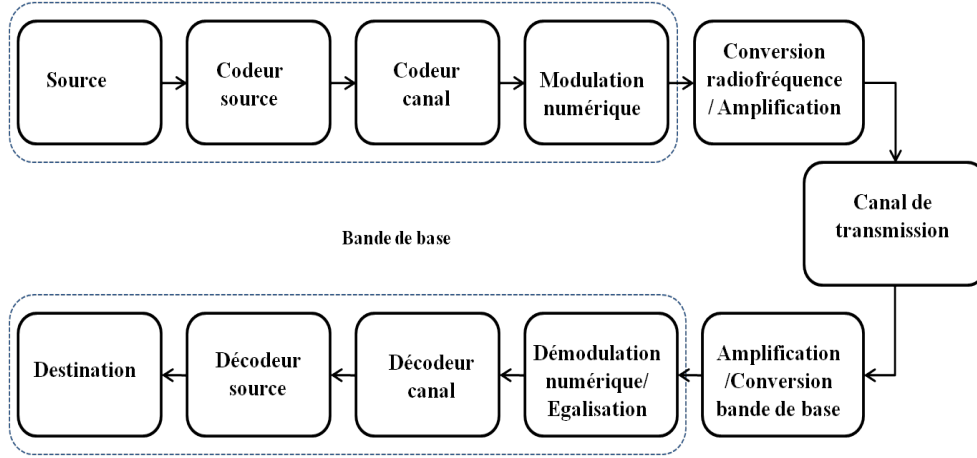


FIGURE 1.1 – Chaîne de transmission numérique

de n_k sont décorréliées et ont une distribution gaussienne $\mathcal{N}(0, \sigma_n^2/2)$.

$$r_k = s_k + n_k \quad (1.1)$$

Le modèle gaussien n'est pas adapté au canal radio, et d'autres modèles plus représentatifs de la réalité ont été considérés et peuvent être classés en deux grandes catégories, les modèles théoriques et les modèles physiques construits à partir de mesures.

Pour les transmissions à courte distance et faible puissance, le canal peut être modélisé par un filtre linéaire de réponse impulsionnelle $h(t)$:

$$h(t) = \sum_{l=0}^{L_c-1} h_l \cdot \delta(t - \tau_l) \quad (1.2)$$

h_l sont les coefficients du canal caractérisés par leurs coefficients d'atténuation $|h_l|$ et leurs phases α_l , τ_l sont les retards respectifs et L_c la durée de la réponse impulsionnelle correspondant à la dispersion temporelle en durées symboles. Dans le domaine fréquentiel le canal peut être décrit et sous forme discrète par :

$$H(f, k) = \sum_{l=0}^{L_c-1} h_{l,k} \cdot e^{-j2\pi l f T_s} \quad (1.3)$$

Le gain du canal est défini par : $\|h_k\|^2 = \sum_{l=0}^{L_c-1} |h_{l,k}|^2$.

Si des symboles indépendants s_k de variance $\sigma_s^2 = \mathbb{E}(|s_k|^2)$ et de durée T_s chacun sont transmis sur le canal, en présence de bruit additif gaussien $N(0, \sigma_n^2)$, le signal reçu en sortie du canal s'écrit :

$$r_k = \sum_{l=0}^{L_c-1} h_{l,k} \cdot s_{k-l} + n_k \quad (1.4)$$

Considérons les symboles r_k reçus durant N durées symbole. Les N équations correspondantes s'écrivent sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} r_k \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ r_{k-N+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{0,k} & \dots & h_{L_c-1,k} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & h_{0,k+1} & h_{1,k+1} & h_{L_c-1,k} & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & h_{0,k+N-1} & h_{1,k+N-1} & \dots & h_{L_c-1,k+N-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s_k \\ s_{k-1} \\ \vdots \\ s_{k-N-L_c+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_k \\ n_{k-1} \\ \vdots \\ \vdots \\ n_{k-N+1} \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

$$\mathbf{r}_k = \mathbf{H}_k \cdot \mathbf{s}_k + \mathbf{n}_k \quad (1.6)$$

où :

$$\mathbf{s}_k \in \mathbb{C}^{N+L_c \times 1},$$

$$\mathbf{n}_k \in \mathbb{C}^N,$$

$$\mathbf{r}_k \in \mathbb{C}^N,$$

$$\mathbf{H}_k \in \mathbb{C}^{N \times (N+L_c)}$$

En réception, le rapport signal sur bruit SNR s'écrit :

$$SNR = \frac{\mathbb{E} \left| \sum_{l=0}^{L_c-1} h_{l,k} \cdot s_{k-l}^2 \right|}{\mathbb{E} |n_k|^2} = \frac{\|h_k\|^2 \cdot \sigma_s^2}{\sigma_n^2} \quad (1.7)$$

1.2.1.1 Bande de cohérence : définitions ajustées

La dispersion temporelle du canal peut être définie comme étant le retard maximal $\tau_{max} = L_c \cdot T_s$. Cette dispersion fait que les différentes composantes fréquentielles d'un même signal subissent des atténuations et des déphasages différents, on parle alors de sélectivité fréquentielle. On définit la *bande de cohérence* B_c d'un canal comme étant le plus grand intervalle fréquentiel dans lequel la réponse fréquentielle du canal peut être considérée constante. Plus la dispersion temporelle du canal est importante plus le canal est sélectif et plus la bande de cohérence est étroite.

La figure (1.2) montre un exemple de la réponse fréquentielle d'un canal radio. À cause des trajets multiples pris par le signal, des évanouissements peuvent avoir lieu induisant une

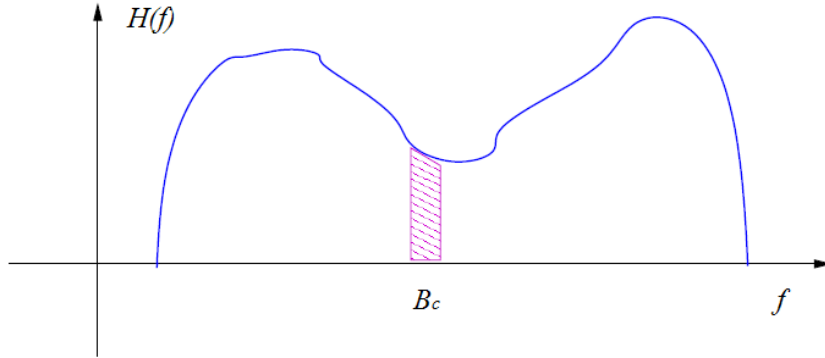


FIGURE 1.2 – Bande de cohérence du canal radio

variation importante de l'atténuation en fonction de la fréquence. La bande de cohérence B_c est définie comme l'intervalle fréquentiel sur lequel la réponse du canal est quasi constante :

$$B_c \simeq \frac{1}{\tau_{max}}$$

D'autres évaluations de la bande de cohérence existent en fonction du taux de corrélation entre les différentes composantes fréquentielles [1]. Pour un signal dont la bande passante est B , le canal de propagation est considéré comme non sélectif si :

$$B \ll B_c \quad i.e. \quad \tau_{max} \ll T_s$$

1.2.1.2 Temps de cohérence

La réponse impulsionnelle du canal peut varier en fonction du temps. En effet, dans un canal radio, les mouvements des obstacles, de l'émetteur et/ou du récepteur sont à l'origine de cette variation on parle donc de canal sélectif en temps. Dans le cas où le canal varie, la fréquence du signal émis n'est pas la même que celle du signal reçu. Cette différence de fréquence appelée fréquence Doppler f_d , dépend de la vitesse v du mobile, de la fréquence porteuse f_p , et de l'angle entre le faisceau reçu et l'axe de déplacement du récepteur.

$$f_d = \frac{f_p \cdot v \cdot \cos \theta}{c}.$$

Le temps de cohérence T_c est l'intervalle temporel durant lequel les paramètres du canal ($|h_l|$, α_l et τ_l) restent invariants [2]. Plusieurs définitions du temps de cohérence en fonction de la fréquence Doppler existent selon l'ordre de sélectivité du canal, une des définitions utiles est :

$$T_c \simeq \frac{1}{f_d}.$$

1.2.1.3 Canal de rayleigh

Le canal radio induit des trajets multiples. Avec un grand nombre de signaux réfléchis on peut modéliser ce phénomène par un gain instantané h_l , un coefficient complexe dont les parties réelle et imaginaire sont des variables aléatoires gaussiennes, centrées, indépendantes et de même variance σ^2 . L'effet multitrajet est effectivement un inconvénient, mais c'est aussi un avantage très important puisque la présence de réflexions et de diffractions très nombreuses permet de réaliser une transmission radio même si le récepteur et l'émetteur ne disposent pas de trajet direct entre eux. Le module ρ de h_l suit une distribution de Rayleigh avec densité de probabilité :

$$P(\rho) = \frac{\rho}{\sigma^2} \cdot \exp\left(-\frac{\rho^2}{\sigma^2}\right) \quad (1.8)$$

1.2.2 Égalisation

La transmission sur un canal dispersif induit des interférences entre les symboles. En réception une étape d'égalisation devient indispensable à fin de réduire l'impact de ces interférences. L'usage d'une modulation multi-porteuse permet d'éviter les interférences entre symboles, mais une étape d'égalisation reste nécessaire pour supprimer les résidus d'interférence surtout dans le cas où le canal est très sélectif ou le nombre de sous-porteuses n'est pas suffisamment élevé pour considérer que le canal rencontré par chaque sous-porteuse est plat. Nous exposerons dans la suite les principaux détecteurs utilisés dans la pratique.

1.2.2.1 Détection à maximum de vraisemblance

Le critère de détection optimale est le maximum de vraisemblance (ML) qui consiste à déterminer la séquence $\tilde{\mathbf{s}}$ la plus proche de la séquence émise \mathbf{s} à partir de l'observation \mathbf{r} de taille M symboles appartenant à une constellation A . En présence de bruit AWGN, ce critère se réduit à la condition suivante :

$$\tilde{\mathbf{s}} = \arg \min_{\mathbf{s} \in \mathcal{A}^M} \|\mathbf{r} - \mathbf{s}\|^2 \quad (1.9)$$

Le critère de détection Maximum A-Posteriori (MAP) d'une séquence \mathbf{s} consiste à maximiser la probabilité de détecter \mathbf{s} étant reçue la séquence \mathbf{r} .

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{s}}^{\text{MAP}} &= \arg \min_{\mathbf{s} \in \mathcal{A}^M} Pr(\mathbf{s}/\mathbf{r}) \\ \tilde{\mathbf{s}}^{\text{MAP}} &= \arg \min_{\mathbf{s} \in \mathcal{A}^M} P(\mathbf{r}/\mathbf{s}) \cdot P(\mathbf{s})/P(\mathbf{r}) \\ \tilde{\mathbf{s}}^{\text{MAP}} &= \arg \min_{\mathbf{s} \in \mathcal{A}^M} P(\mathbf{r}/\mathbf{s}) \cdot P(\mathbf{s}) \\ \tilde{\mathbf{s}}^{\text{MAP}} &= \arg \min_{\mathbf{s} \in \mathcal{A}^M} P(\mathbf{r}/\mathbf{s}) \\ \tilde{\mathbf{s}}^{\text{MAP}} &= \tilde{\mathbf{s}}^{\text{ML}} \end{aligned}$$

Ceci veut dire que quand les séquences \mathbf{s} sont équiprobables, les critères MAP et ML sont équivalents. Le calcul du MAP est possible à partir de l'algorithme BCJR [3]. Bien que plus complexe que le ML, l'algorithme MAP est particulièrement intéressant grâce à l'information souple disponible en sortie, nécessaire pour la concaténation avec le décodage canal. Notons que le critère ML ne minimise pas la probabilité d'erreur par symbole [4], [5].

1.2.2.2 Détection linéaire

À cause de la grande complexité de la recherche exhaustive, la détection linéaire a gagné beaucoup d'intérêt. Elle consiste en un filtrage linéaire du signal reçu, offrant ainsi une simplicité de mise en oeuvre au coût d'une perte en performances. Les principales techniques de détection linéaire sont le Forçage à Zéro (ZF) et le Minimum de l'Erreur Quadratique Moyenne (MMSE).

Le forçage à zéro garantit la suppression de l'interférence entre symboles (ISI) aux instants d'échantillonnage en appliquant un filtre linéaire P_{ZF} à la séquence reçue \mathbf{r} avec \mathbf{h} la réponse impulsionnelle du canal :

$$P_{ZF} = (\mathbf{h} \cdot \mathbf{h}^h)^{-1} \cdot \mathbf{h} \quad (1.10)$$

Ses principaux avantages sont sa simplicité et la non-nécessité d'estimer le rapport signal sur bruit. Cependant le forçage à zéro amplifie aussi le bruit ce qui dégrade les performances.

La détection MMSE consiste à appliquer au signal reçu un filtre linéaire P_{MMSE} qui minimise l'erreur quadratique moyenne aux instants d'échantillonnage entre les symboles égalisés et les symboles transmis.

$$P_{MMSE} = (\mathbf{h} \cdot \mathbf{h}^h + \frac{\sigma_n^2}{\sigma_s^2})^{-1} \cdot \mathbf{h} \quad (1.11)$$

Les expressions détaillées de ces types d'égalisation seront présentées plus en détails plus tard dans ce chapitre.

1.2.3 La modulation OFDM

Par rapport aux modulations monoporteuses, les modulations multiporteuses présentent l'avantage d'améliorer l'efficacité spectrale. Les premières études ([6] et [7]) sur les modulations multiporteuses ont vu le jour à la fin des années 50. Quelques années plus tard R.W. Chang et R.A. Gibby [8] introduisirent les signaux orthogonaux à bande limitée ce qui sera appelé « OFDM », . Ce moyen de transmission fut ignoré pendant de nombreuses années, pour des raisons de complexité de mise en oeuvre. L'usage d'algorithmes rapides de type (IFFT/FFT) ne sera proposé que plus tard [9], avec des réductions très significatives en complexité. Peled et Ruiz [10] proposeront une version modifiée (CP-OFDM) consistant à allonger la durée du symbole OFDM par l'insertion d'un intervalle de garde (cyclique). Grâce à ses bonnes performances et à sa complexité raisonnable, l'OFDM a été retenue dans plusieurs standards tels que les standards de diffusion numérique (DAB, DVB), les normes filaires (ADSL, PLC) et les réseaux locaux sans fil (WiFi, WiMax, etc).

Le principe de l'OFDM consiste à diviser le flux binaire à haut débit en N sous-flux binaires bas débit, portés par N_{sp} sous-porteuses, ayant chacune une largeur de bande inférieure à la bande de cohérence du canal (figure 1.2). Sur chaque sous-porteuse, le canal peut être considéré comme non sélectif. La répartition des symboles sur ($N = N_{sp} = N_{FFT}$) sous-porteuses revient donc à multiplier la durée d'un symbole par N_{sp} , donc réduire le rapport (étalement du canal/durée symbole). Naturellement, certaines sous-porteuses seront fortement atténuées alors que d'autres le seront moins.

Lors d'une transmission sur un canal à trajets multiples, la simple division de la bande passante en sous-bandes (OFDM) ne suffit pas à mitiger ces effets. Ainsi, une version modifiée de l'OFDM a été proposée. Elle consiste à attendre la fin de la transmission du k -ième symbole OFDM avant d'émettre le symbole suivant ($k+1$). Ceci revient à insérer un intervalle de garde de taille supérieure ou égale au délai de propagation maximal du canal, cet intervalle ne contient pas d'information utile.

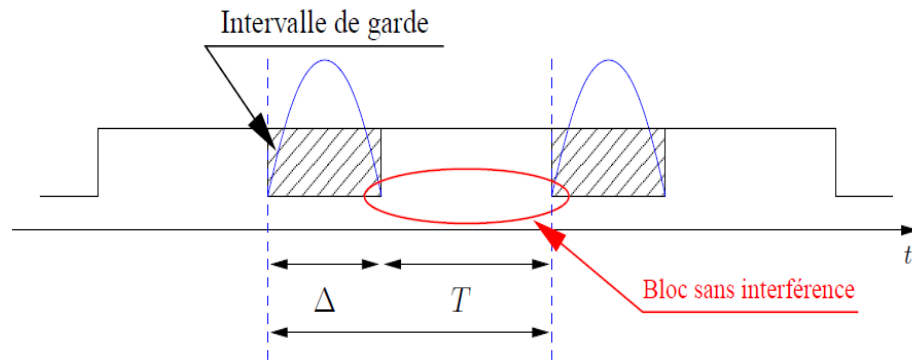


FIGURE 1.3 – Intervalle de garde

L'insertion d'un intervalle de garde de durée supérieure à l'étalement maximum des retards du canal permet de s'affranchir de l'interférence entre symboles (ISI) en absorbant l'interférence provenant du bloc $p - 1$ (figure 1.3).

Dans [10], les auteurs proposent l'insertion d'un préfixe cyclique dans cet intervalle de garde, afin de supprimer l'interférence entre porteuses. Ceci consiste à recopier la fin du symbole OFDM et la placer au début du bloc. La matrice de canal devient alors circulante. Cette forme circulante de la matrice permet de la transformer en une matrice diagonale dans la base de Fourier et simplifie ainsi l'égalisation.

La figure (1.4) montre le schéma du principe de modulation et de démodulation OFDM. En émission une conversion série/parallèle de taille N est nécessaire afin de produire des blocs de N symboles. Ensuite, une transformée de Fourier inverse (IFFT) de taille N_{FFT} est appliquée. Finalement, un intervalle de garde cyclique de taille Δ est inséré en début de chaque bloc OFDM. Cet intervalle de garde contient une copie des derniers symboles du bloc. Ceci induit évidemment une perte en efficacité spectrale et constitue le principal inconvénient de cette technique. À part sa robustesse aux effets d'interférences, l'OFDM offre

une flexibilité dans l'allocation des ressources (ex : OFDMA), cependant elle reste sensible à la synchronisation et souffre du facteur de crête (PAPR) [11].

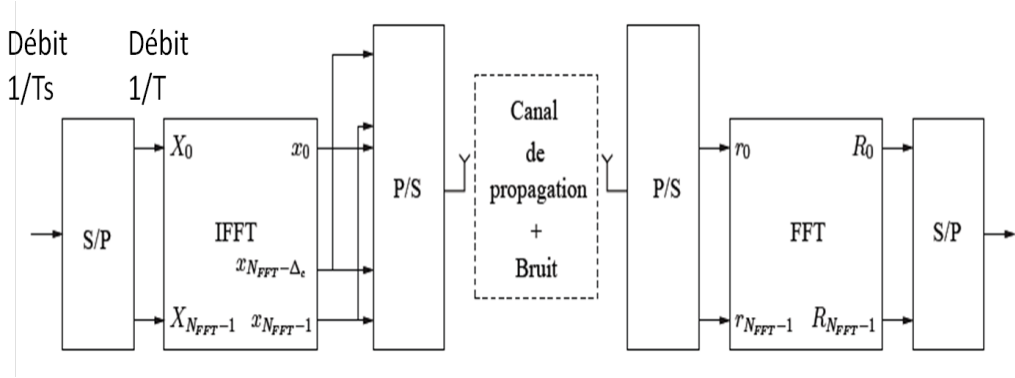


FIGURE 1.4 – Modulation/Démodulation OFDM

Soit \mathbf{X}_p le vecteur de symboles en entrée du modulateur OFDM. En utilisant une représentation matricielle de la (IFFT)[12], on peut établir :

$$\mathbf{x}_p = \mathbf{F}^H \cdot \mathbf{X}_p \quad (1.12)$$

où :

$$\mathbf{X}_p = [X_0 \dots X_{N_{FFT}-1}]$$

$$\mathbf{x}_p = [x_0 \dots x_{N_{FFT}-1}]$$

et \mathbf{F}^H représente la matrice de Fourier

Le signal OFDM à la cadence $1/T = N/T_s$ s'écrit :

$$x(m) = \sum_{k=0}^{N-1} X_k e^{j2\pi km/N} \quad 0 \leq m \leq N-1 \quad (1.13)$$

Après l'ajout du préfixe cyclique au début du bloc, le vecteur transmis est :

$$\overline{\mathbf{x}}_p = \begin{bmatrix} x_p(N - \Delta + 1) \\ \vdots \\ x_p(N) \\ x_p(1) \\ \vdots \\ x_p(N) \end{bmatrix} \quad (1.14)$$

Reprenons le modèle SISO appliqué à un canal sélectif en fréquence, soit l'équation (1.5). On considère la transmission de bloc d'information de taille $N + \Delta$. En supposant que le

canal de propagation est constant dans le temps ($h_{l,k} = h_l$), le p^{ieme} bloc de symboles reçu $\bar{\mathbf{r}}(p) \in \mathbb{C}^{N+\Delta \times 1}$ après transmission sur un canal à L trajets correspond au produit matriciel entre la matrice de Toeplitz représentative du canal et le vecteur de symboles dépendant à la fois du bloc p et du bloc précédent $p - 1$:

$$\begin{bmatrix} \bar{r}_p(1) \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \bar{r}_p(N + \Delta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h(L-1) & \dots & h(0) & 0 & & \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & \ddots & \ddots & & 0 \\ & & & 0 & h(L-1) & \dots & h(0) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_{p-1}(N + \Delta - L + 1) \\ \vdots \\ x_{p-1}(N + \Delta) \\ x_p(1) \\ \vdots \\ x_p(N + \Delta) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_p(1) \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ n_p(N + \Delta) \end{bmatrix} \quad (1.15)$$

L'insertion du préfixe cyclique rend la matrice du canal circulante et l'équation (1.15) s'écrit comme suit :

$$\begin{bmatrix} \bar{r}_p(1) \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \bar{r}_p(N + \Delta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h(0) & 0 & \dots & h(L-1) & \dots & h(1) \\ \vdots & \ddots & \ddots & & & \vdots \\ h(L-1) & & \ddots & \ddots & & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & & \ddots & 0 \\ 0 & \ddots & 0 & h(L-1) & \ddots & h(0) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_p(1) \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ x_p(N + \Delta) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_p(1) \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ n_p(N + \Delta) \end{bmatrix} \quad (1.16)$$

En réception, l'intervalle de garde situé en début de bloc est d'abord supprimé. Il est donc possible d'éliminer les symboles provenant des blocs antérieurs si $\Delta \geq L$. On obtient dans ce cas le vecteur $\mathbf{r}(p)$ suivant :

$$\begin{bmatrix} r_p(1) \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ r_p(N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{r}_p(\Delta + 1) \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \bar{r}_p(N + \Delta) \end{bmatrix} \quad (1.17)$$

Comme \mathbf{H} est une matrice circulante, elle est diagonale dans la base de Fourier.

$$\mathbf{R}_p = \mathbf{F} \cdot \mathbf{r}_p + \mathbf{n}_p \quad (1.18)$$

$$\mathbf{R}_p = \mathbf{F} \cdot \mathbf{H} \cdot \mathbf{F}^H \cdot \mathbf{X}_p + \mathbf{n}_p \quad (1.19)$$

$$\mathbf{R}_p = \begin{bmatrix} H_0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & H_1 & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & H_{N-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_p(1) \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ X_p(N) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_p(1) \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ n_p(N) \end{bmatrix} \quad (1.20)$$

où les H_k sont les échantillons de la réponse fréquentielle du canal :

$$H_k = \sum_{l=0}^{L_t-1} h_l \cdot \exp\left(\frac{-j2\pi lk}{N}\right)$$

Le symbole reçu sur la k -ième porteuse du bloc p vaut :

$$R_p(k) = H_k X_p(k) + n_k \quad (1.21)$$

où n_k est un terme de la FFT du bruit. La transformée de Fourier étant une opération unitaire, le signal n_k suit la loi $N(0, \sigma_n^2)$. On obtient ainsi une relation linéaire entre le signal émis et le signal reçu, signifiant que l'ISI ainsi que l'ICI ont bien été supprimés. En supposant que le récepteur possède une estimation \hat{h}_k de h_k , une estimation du signal émis, $\tilde{x}_k(p)$ s'obtient facilement en procédant à une égalisation ZF :

$$\tilde{X}_p(k) = \frac{H_k^*}{|H_k|^2} R_p(k) \quad (1.22)$$

Comme on peut le voir, une simple égalisation ZF permet de récupérer les symboles OFDM sans le besoin d'estimer le rapport SNR.

Dans la démonstration précédente, nous avons supposé le canal constant dans le temps. Les équations présentées restent valables si le canal ne varie pas sur la durée d'un symbole OFDM. Cette hypothèse peut être vérifiée en dimensionnant la taille de la FFT en fonction du temps de cohérence du canal. Si cette hypothèse n'est plus vérifiée, la matrice résultante ne sera plus diagonale et des termes d'ICI apparaîtront. Le dimensionnement de l'intervalle de garde est également fonction du canal. On doit avoir :

$$\frac{\tau_{max}}{T_s} \leq \Delta < N \quad (1.23)$$

Évidemment plus l'intervalle de garde sera choisi grand plus la perte en efficacité spectrale sera importante. On trouvera dans [13] une optimisation du choix des paramètres OFDM.

Les performances optimales d'un système OFDM sur un canal de Rayleigh multitrajets sont équivalentes aux performances d'un système monoporteuse sur canal théorique de Rayleigh i.i.d. à évanouissements plats.

1.2.4 Les systèmes multi antennes : le principe du MIMO

Le principe de diversité a fait ses preuves d'augmentation de la robustesse et de la fiabilité des liens radio. Lorsque le récepteur reçoit plusieurs versions (aussi appelées branches) du signal émis, on parle de diversité. Sur un canal à évanouissements indépendants, la probabilité que les évanouissements arrivent en même temps devient nettement inférieure ce qui rend le lien plus robuste et plus fiable. Les évanouissements peuvent être dépendants du temps (sélectivité temporelle), de la fréquence (sélectivité fréquentielle) ou de l'espace ; il est alors possible d'utiliser la diversité d'une manière adaptée à chaque cas. Les diversités, temporelle (ajout de redondance par codage) et fréquentielle coûtent une perte en efficacité spectrale d'où l'intérêt de la diversité spatiale apportée par l'usage d'antennes multiples en émission et en réception. L'intérêt remarquable des systèmes MIMO réside dans le fait qu'il permet de réaliser des gains sans aucune ressource fréquentielle ou temporelle additionnelle ce qui signifie une meilleure exploitation du spectre.

Jusqu'au début des années 90, l'usage d'antennes multiples était dans le but de l'exploitation du rapprochement des antennes afin d'adapter les diagrammes de rayonnement de l'ensemble (*Smart Antennas*) ainsi que pour l'estimation des angles d'arrivée des ondes. En émission ceci permet de concentrer la puissance dans la direction du récepteur. En réception ceci permet également de favoriser certaines directions d'arrivée et d'ignorer d'autres (rejet d'interférences). Quand l'espacement entre les antennes est suffisamment grand (typiquement supérieur à une demi-longueur d'onde), les différents canaux deviennent décorrélés et il est donc possible d'avoir des canaux parallèles et par la suite, d'augmenter le débit de transmission par multiplexage et de renforcer le rapport signal sur bruit.

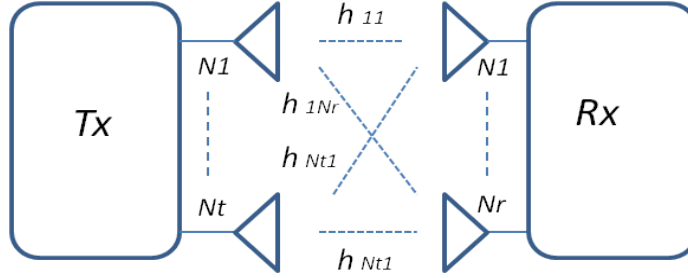
Dans [14], Winters montre la possibilité de créer des canaux parallèles en utilisant plusieurs antennes dans des configurations, mono et multi-utilisateur (en liaison descendante) et donne les premiers résultats sur la capacité. En 1995, E. Telatar montre que sous certaines conditions, la capacité des systèmes MIMO croît avec le minimum du nombre d'antennes d'émission et de réception [15]. Simultanément les Bell Labs présentent l'architecture appelée **BLAST**¹ [16] qui permet d'obtenir des efficacités spectrales importantes avec un système de 8 antennes en émission et en réception. En 1998, les premières architectures de codage spatio-temporel apparaissent [17]. Dès lors, le MIMO reçoit un grand intérêt et constitue la pierre angulaire des réseaux locaux sans fil et des nouvelles normes de communication radio mobile (3GPP LTE) ainsi le système LTE-A promet un débit de 1Gbps (en fixe) et 100 Mbps (en mobilité), utilisant une configuration d'antennes 8×8 .

1.2.5 Canal MIMO

La figure (1.5) représente un système multiantenne avec N_t antennes de transmission et N_r antennes de réception.

Sous l'hypothèse d'un canal non sélectif en fréquence le signal reçu sur la j -ième antenne, $j \in \{1, \dots, N_r\}$, s'écrit :

1. Bell labs **LA**yered **S**pace **T**ime

FIGURE 1.5 – Système MIMO (N_t, N_r)

$$r_j = \sum_{i=1}^{N_t} h_{ij} \cdot s_i + n_j \quad (1.24)$$

$$\mathbf{r} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{s} + \mathbf{n} \quad (1.25)$$

avec h_{ij} les coefficients du canal : $i \in \{1, \dots, N_r\}$, $j \in \{1, \dots, N_t\}$:

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} & \dots & h_{1N_t} \\ h_{21} & h_{22} & \dots & h_{2N_t} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N_r 1} & h_{N_r 2} & \dots & h_{N_r N_t} \end{pmatrix}$$

\mathbf{r} est le vecteur de symboles reçus du canal, \mathbf{s} le vecteur de symboles émis, \mathbf{H} la matrice du canal de dimensions $N_t \times N_r$ et \mathbf{n} le vecteur de bruit gaussien.

1.2.6 Transmission MIMO

L'usage de la dimension spatiale ajoute de nouveaux degrés de liberté. Suivant le type d'application voulue, la diversité ou le multiplexage spatial peut être privilégié. Nous distinguons deux types de gain apportés par les antennes multiples. Le gain d'antennes (*array gain*) correspond à l'amélioration du rapport SNR à l'entrée du détecteur en comparaison avec le cas où une seule antenne est utilisée. Grâce à l'usage d'antennes multiples, la courbe du taux d'erreur bit en fonction du SNR montre une pente plus raide par rapport au cas d'une seule antenne, l'augmentation de cette pente correspond à un gain appelé *gain de diversité* et noté d ,

$$d = -\frac{\log(P_{\text{erreur}})}{SNR_{\text{moyen}}}, \quad (1.26)$$

où SNR_{moyen} représente évidemment le rapport signal sur bruit moyen exprimé en dB. Plus les trajets sont décorrélés, plus le gain de diversité est important. La diversité maximale qu'on peut obtenir est égale à $N_t \cdot N_r$.

Un autre paramètre clé pour mesurer la performance d'un système de type MIMO, est le *gain de multiplexage*. Intuitivement, ce gain mesure la pente de la performance du taux

de coupure du canal, en fonction du rapport SNR moyen (voir le référence [18] pour une définition de taux de coupure du canal à évanouissements) :

$$r = \frac{\log(C_{coupure})}{SNR_{moyen}}. \quad (1.27)$$

On peut démontrer que le gain de multiplexage maximal est donné par $\min(N_t, N_r)$. En pratique, il est déterminé par le nombre minimum de sous canaux décorrés, qui correspond aussi au rang de la matrice du canal. Dans [19] une méthode a été proposée pour établir un compromis entre la diversité et le multiplexage sur un canal de Rayleigh à coefficients i.i.d. Pour une configuration ayant un gain de multiplexage r , le gain de diversité maximal est donné par :

$$d(r) = (N_t - r) \cdot (N_r - r) \quad (1.28)$$

D'autre part, la connaissance de l'état du canal en émission et/ou en réception est un facteur décisif sur la technique de transmission à utiliser dans une application réelle, et permet d'exploiter au mieux le canal MIMO. En pratique, l'information sur l'état du canal peut être estimée au niveau du récepteur en ajoutant des symboles pilotes dans les trames, au prix d'une perte en efficacité spectrale. On parle dans ce cas de système cohérent. Ceci permet la mise en place d'un récepteur moins complexe. L'information sur l'état du canal peut éventuellement être communiquée à l'émetteur si le système dispose d'une voie de retour, mais ceci n'est efficace que sous l'hypothèse d'un canal non sélectif dans le temps.

Dans le cas idéal, les sous canaux h_{ij} de l'équation (1.25) sont parfaitement décorrés. En pratique, ce n'est pas le cas notamment quand les antennes d'émission ou de réception ne sont pas suffisamment éloignées. L'effet de la corrélation entre antennes est une baisse de la capacité [20]. Plusieurs modèles ont été proposés afin de modéliser cette corrélation dont le modèle statistique proposé dans [21] et le modèle donné dans [22] qui considère que les réflexions ont lieu principalement près du récepteur.

1.2.6.1 Le Multiplexage spatial

En 1996, G. Foschini introduit le premier schéma multiantennes réalisant du multiplexage spatial, qui permet la transmission d'autant de symboles différents que d'antennes en émission [16]. Le flux de bits d'information est divisé en N_t flux parallèles qui seront ensuite codés, puis entrelacés et modulés séparément. Les symboles sont transmis sur les antennes d'émission suivant une répartition diagonale qui confère au code son nom : *diagonal-BLAST*. La séparation des flux codés et la structure diagonale du multiplexage ajoutent une complexité considérable à l'émetteur. Woliansky [23] propose en 1998, un autre schéma, plus simple, connu sous le nom de *Vertical-BLAST*. Dans le schéma V-BLAST, la séparation des symboles en N_t flux n'a lieu qu'après le codage et la modulation.

Aucun codage spatio-temporel n'étant effectué entre les symboles à l'émission, les techniques de multiplexage spatial ne bénéficient que de la diversité de réception. Afin de bénéficier de la diversité en émission, de la redondance peut être insérée à l'émission, on parle donc de codage espace-temps. L'ajout de redondance ne permet pas directement l'augmentation du débit, mais l'amélioration de la transmission par l'exploitation de la diversité. Le

système pourra dans ce cas ainsi utiliser des modulations d'ordre plus élevé permettant ainsi une augmentation de l'efficacité spectrale atteignable à un rapport signal à bruit donné.

1.2.6.2 Le Codage spatio-temporel

On distingue deux familles de codage espace-temps : le codage espace-temps en treillis (STTC), où les symboles à transmettre sont liés de proche en proche à travers un treillis de codage, et le codage espace-temps en bloc (STBC) qui consiste à coder un bloc de symboles modulés. On définit le rendement d'un code espace-temps, transmettant Q symboles utiles sur N_t antennes pendant une durée de T (temps symboles) par :

$$R_{ST} = \frac{Q}{T} \quad (1.29)$$

Le développement des techniques de codage espace-temps commence avec le concept STTC introduit par V. Tarokh et al. en 1998 [17]. Le principe du système consiste à déterminer les symboles à transmettre sur les différentes antennes à l'aide d'un treillis. On peut rapprocher cette technique des modulations codées en treillis (TCM) [24][25]. Dans [17], les auteurs montrent que ces codes permettent d'obtenir une diversité égale au nombre d'antennes d'émission et un gain de codage qui dépend du nombre d'états du treillis. Ces techniques de codage espace-temps ajoutent une complexité de décodage importante vu la nécessité d'utiliser un algorithme de Viterbi dont la complexité croît exponentiellement avec la diversité du canal et le rendement du code spatio-temporel. Ceci fait que le codage STTC est peu considéré pour la définition des futurs systèmes de communication.

En 1998, Alamouti propose un codage espace-temps en bloc optimal pour deux antennes en émission et une antenne en réception [26]. Le code d'Alamouti consiste à transmettre deux symboles sur deux temps symboles consécutifs. Il s'agit donc d'un code de rendement unitaire (soit une efficacité spectrale équivalente à celle d'un système SISO). L'intérêt de ce code réside dans la simplicité de détection qui permet, par simple filtrage adapté en réception d'atteindre les performances optimales. Ceci rend le code d'Alamouti attractif pour exploiter la diversité d'émission. Cette particularité définit la famille des codes espace-temps en bloc orthogonaux (OSTBC).

Le schéma de codage ST proposé par Alamouti a été généralisé par Tarok à un nombre d'antennes d'émission plus élevé [27]. Contrairement au code d'Alamouti, ces schémas ont un rendement de codage inférieur à 1. Le code d'Alamouti est donc le seul OSTBC qui permet d'atteindre la capacité maximale du canal MIMO [28].

La définition d'un code pour un plus grand nombre d'antennes impose une perte d'orthogonalité spatiale, et une diminution du rendement ou de la diversité. Afin de conserver un rendement unitaire et un maximum de diversité spatiale, il est donc obligatoire d'introduire de l'interférence coantenne (**CAI**). Certains codes de rendement unitaire non orthogonaux, introduisant une faible CAI ont été proposés [29], [27] pour un nombre d'antennes d'émission supérieur à 2. On parle alors de codes espace-temps quasi orthogonaux. Cependant, l'ajout d'une composante de CAI même faible impose l'utilisation d'un récepteur plus complexe pour atteindre les performances optimales.

Les codes STBC ont initialement été développés dans un contexte MISO pour garantir l'exploitation de la diversité d'émission.

L'extension de ces codes au contexte MIMO permet d'augmenter la diversité de réception, mais ne permet pas une augmentation des rendements de codage. Ainsi, d'autres STBC ont été développés spécifiquement pour le contexte MIMO, permettant d'obtenir des rendements de codage supérieurs à un.

L'augmentation du rendement conjointement à l'exploitation de la diversité, passe par la transmission sur chaque antenne de combinaisons des symboles modulés.

Parmi les codes ST étudiés dans la littérature, la famille de codes à dispersion linéaire (**LD**) proposés par Hassibi et Hochwald [30], permet de profiter du gain apporté par le multiplexage spatial et de la diversité des antennes en émission. Cette famille définit de manière générale l'ensemble des STBC construits à partir de combinaisons linéaires de symboles ou de leurs conjugués. Ainsi, les techniques de multiplexage spatial, ou de codage espace-temps orthogonal, peuvent être représentées avec la formulation proposée.

D'autres codes, basés sur la formulation générale de Hassibi et Hochwald [30], ont été proposés pour optimiser les paramètres des combinaisons linéaires suivant les configurations d'utilisation. Parmi ces codes, on notera les codes DAST de rendement unitaire [31], les codes Golden [32], optimaux vis-à-vis du compromis multiplexage-diversité, les codes DTST [33], les codes STBC basés sur une allocation diagonale des signaux précodés, ou encore les codes TAST [34], généralisation des codes DAST avec rendements supérieurs.

1.2.6.3 Techniques MIMO avec connaissance du canal en émission et réception

L'ensemble des techniques présentées précédemment ne nécessite pas une connaissance du canal à l'émetteur.

L'exploitation optimale de la capacité du canal MIMO nécessite la connaissance du canal MIMO pour définir le signal à transmettre. Il est possible d'utiliser la matrice représentative du canal à l'émission pour créer un ensemble de sous-canaux SISO parallèles, et de transmettre des données indépendantes sur chacun de ces sous-canaux. La décomposition en valeurs singulières de la matrice de canal fait apparaître une matrice diagonale contenant les valeurs propres du canal ainsi que deux matrices unitaires. On pourra ainsi transmettre des symboles sur les valeurs propres du canal.

Les matrices unitaires sont alors utilisées à l'émission (pré-traitement) et à la réception (post-traitement) pour obtenir les canaux SISO indépendants correspondants à la matrice des valeurs propres. Cette solution est communément appelée *beamforming*.

La connaissance de la puissance de chacun de ces sous-canaux SISO permet également d'adapter la puissance des signaux à transmettre sur chaque sous-canal. Dans le cas d'une connaissance parfaite du canal, la solution optimale est connue, et consiste à l'application de la technique de *waterfilling* [15].

La transmission à l'émetteur par voie de retour de la totalité de la matrice de canal est cependant très coûteuse.

On retrouve donc dans la littérature des études sur des solutions ne considérant qu'une connaissance statistique du canal. Deux statistiques du canal sont généralement considérées dans les techniques proposées : la moyenne, on parle de *mean feedback* [35][36], et la covariance, on parle de *covariance feedback* [35][37].

1.2.6.4 Techniques MIMO sans connaissance du canal

Il existe des techniques de transmission s'affranchissant de l'étape d'estimation de canal en réception grâce à l'usage d'un codage différentiel à l'émission. Dans [38], Marzetta et Hochwald ont étudié la capacité des systèmes MIMO dans ce contexte. Ils montrent que la capacité tend vers celle avec connaissance du canal à la réception, lorsque le temps de cohérence du canal augmente. En d'autres mots, dans le cas où les variations du canal sont suffisamment lentes, les performances atteignables sans connaissance du canal sont équivalentes à celles avec connaissance du canal.

Plusieurs techniques MIMO dont le décodage ne nécessite pas la valeur du canal ont été proposées. Dans [39], les auteurs proposent des codes espace-temps unitaires pour lesquels des signaux orthogonaux sont transmis sur les différentes antennes et en réception aucune information sur le canal n'est nécessaire. Ce système, noté USTM (*Unitary Space Time Modulation*), est étendu à un schéma de codage en émission de type différentiel noté DUSTM, pour lequel le signal émis est égal au produit du signal précédemment émis et d'une matrice portant l'information (contenant les symboles émis obtenus à partir des bits utiles) [40][41], [42].

Le codage espace-temps différentiel représente en fait la majorité des schémas MIMO proposés sans estimation de canal. On distingue principalement deux familles de codes : les codes en groupe, pour lesquels la matrice de symboles transmis et la matrice différentielle appartiennent à un même ensemble [43][44], et les codes non en groupe. Parmi les codes proposés dans la littérature on notera l'extension des codes orthogonaux cohérents aux techniques différentielles [45][46]. Leur décodage s'avère cependant plus difficile que dans le cas cohérent.

Dans l'ensemble, les techniques MIMO sans connaissance du canal sont peu considérées dans les standards. Premièrement l'utilisation d'une transmission différentielle occasionne une dégradation des performances par rapport à un système cohérent, même si l'écart de performances est réduit ou inexistant, ou même aussi si l'estimation de la matrice de canal n'est pas fiable dans le cas cohérent [42]. Par ailleurs, les récepteurs non cohérents nécessaires s'avèrent, pour la plupart, relativement complexes.

1.2.7 MIMO-OFDM

L'association de la modulation OFDM avec les systèmes MIMO consiste à appliquer la modulation CP-OFDM au signal transmis sur chaque antenne d'émission. À la réception, l'intervalle de garde est supprimé et une démodulation OFDM (FFT) sur chaque antenne de réception est réalisée.

Soit \mathbf{r}_{jp} le vecteur reçu sur l'antenne j juste avant la démodulation OFDM. Le signal correspondant au p^e bloc reçu sur chaque antenne s'écrit comme suit. En reprenant l'équation (1.16) du cas SISO multitrajets :

$$\mathbf{r}_{jp} = \begin{bmatrix} r_{jp}(1) \\ \vdots \\ r_{jp}(N + \Delta) \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^{N_T} \begin{bmatrix} h_{ij}(0) & 0 & \dots & h_{ij}(L-1) & \dots & h_{ij}(1) \\ \vdots & \ddots & \ddots & & & \vdots \\ h_{ij}(L-1) & & \ddots & \ddots & & \vdots \\ 0 & \ddots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & h_{ij}(L-1) & \dots & h_{ij}(0) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_{ip}(1) \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ x_{ip}(N) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_{jp}(1) \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ n_{jp}(N + \Delta) \end{bmatrix} \quad (1.30)$$

Ainsi, après calcul d'une transformée de Fourier inverse sur chaque antenne d'émission et d'une transformée de Fourier en réception, le vecteur obtenu s'écrit :

$$\bar{\mathbf{r}}_{jp} = \sum_{i=1}^{N_T} \begin{bmatrix} \bar{h}_{ij}(1) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \bar{h}_{ij}(N) \end{bmatrix} \bar{\mathbf{x}}_{ip} + \bar{\mathbf{n}}_{jp} \quad (1.31)$$

On peut donc représenter le vecteur reçu sur chaque sous porteuse k sous la forme suivante :

$$\bar{\mathbf{r}}_p(k) = \bar{\mathbf{H}}_p(k) \bar{\mathbf{x}}_p(k) + \bar{\mathbf{n}}_p(k) \quad (1.32)$$

avec :

$$\bar{\mathbf{H}}_p(k) = \begin{bmatrix} \bar{h}_{11}(k) & \dots & \bar{h}_{N_T 1}(k) \\ \vdots & & \vdots \\ \bar{h}_{1 N_R}(k) & \dots & \bar{h}_{N_T N_R}(k) \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{r}}_p(k) &= [\bar{r}_{1p}(k), \dots, \bar{r}_{N_R p}(k)]^T, \\ \bar{\mathbf{x}}_p(k) &= [\bar{x}_{1p}(k), \dots, \bar{x}_{N_T p}(k)]^T, \\ \bar{\mathbf{n}}_p(k) &= [\bar{n}_{1p}(k), \dots, \bar{n}_{N_R p}(k)]^T. \end{aligned}$$

Dans des conditions identiques à celles du cas SISO, les performances optimales d'un schéma MIMO-OFDM sont données par une transmission MIMO mono-porteuse sur canaux de Rayleigh indépendants à évanouissements plats. On se ramènera donc le plus souvent à une étude des performances des différentes techniques MIMO et des récepteurs associés sur ce type de transmission mono-porteuse.

1.3 Détecteurs MIMO

La réception optimale consiste en un traitement conjoint du codage canal et du codage espace-temps. La grande complexité d'une telle solution la rend non envisageable dans une application réelle, il est donc nécessaire de choisir une solution sous-optimale en effectuant les deux tâches de décodage séparément.

Dans le cas d'un codage espace-temps orthogonal, la détection optimale consiste à appliquer un filtre adapté. Ceci revient à multiplier le vecteur reçu, par la matrice \mathbf{H}^H , matrice transconjugée de la matrice de canal. Dans ce cas le vecteur filtré $\tilde{\mathbf{s}}_{MF}$ est donné par :

$$\tilde{\mathbf{s}}_{MF} = \mathbf{H}^H \mathbf{H} \mathbf{s} + \mathbf{H}^H \mathbf{n} \quad (1.33)$$

Dans le cas d'un code orthogonal, la matrice $\mathbf{H}^H \mathbf{H}$ est diagonale à coefficients réels positifs. Chaque symbole égalisé correspond donc à un symbole transmis pondéré auquel est ajouté un bruit gaussien (il n'y a pas de CAI). Dans le cas où le code n'est pas orthogonal, la matrice $\mathbf{H}^H \mathbf{H}$ n'est plus diagonale, le filtrage adapté n'est plus optimal.

1.3.1 Détecteurs à maximum de vraisemblance

La solution optimale en terme de taux d'erreurs est donnée par un détecteur à maximum de vraisemblance. Ce critère minimise la puissance de bruit sur le vecteur reçu et s'exprime de la façon suivante :

$$\tilde{\mathbf{s}}_{ML} = \arg \min_{\mathbf{s}} \|\mathbf{r} - \mathbf{H} \mathbf{s}\|^2 \quad (1.34)$$

La recherche du vecteur solution nécessite le calcul de la norme au carré pour toutes les combinaisons possibles de symboles. Ainsi la complexité de l'algorithme croît exponentiellement avec la taille du vecteur \mathbf{s} et l'ordre de la modulation.

1.3.1.1 Détecteurs ML à complexité réduite - Le *Sphere Decoding*

Dans le but de préserver l'optimalité du critère ML, tout en réduisant la complexité, plusieurs solutions ont été proposées. En règle générale, elles consistent à limiter l'espace de recherche dans la détection. En d'autres mots, on ne considère que les vecteurs qui sont à l'intérieur d'une sphère construite autour du vecteur reçu, d'où le nom *Sphere Decoding* (SD). La recherche d'algorithmes de décodage par sphères repose sur deux critères : les performances doivent être le moins dégradées possible par rapport à la solution ML et le nombre de vecteurs testés doit être le plus petit possible. Le moyen le plus répandu d'effectuer le décodage par sphère consiste à représenter le problème sous la forme d'un arbre. À chaque branche de l'arbre est associée la composante réelle ou imaginaire d'un des symboles transmis. À chaque noeud de l'arbre, on vérifie que le vecteur testé est toujours contenu dans la sphère des solutions envisageables. Si oui, les branches associées à ce noeud sont étudiées, sinon ce candidat est abandonné.

La première difficulté consiste à déterminer l'ordre de traitement des candidats. M. Pohst propose une stratégie de restriction des candidats utilisant une décomposition QR pour limiter les candidats à chaque étage de l'arbre de recherche [47]. Cette solution a ensuite été

améliorée par C.P. Schnorr et M. Euchner en 1994 qui instaurent un ordre de traitement des candidats au niveau de chaque étage de l'arbre selon la distance par rapport à un point de référence.

Le paramètre principal du décodage par sphère est le rayon de la sphère. Plus le rayon est grand, meilleures sont les performances, mais le nombre de candidats testés est plus important. À l'inverse, plus le rayon sera petit, moins il y aura de candidats testés engendrant une dégradation des performances. Par ailleurs, la complexité de la détection dépend également de l'ordonnement de colonnes de la matrice \mathbf{H} et du vecteur de référence à partir duquel l'énumération des candidats de Schnorr-Euchner est effectuée.

On distingue principalement deux familles de décodage par sphère : les algorithmes de type *depth-first-search* ou *breath-first-search*. Dans le premier cas, il s'agit de minimiser le nombre de nœuds considérés en effectuant le traitement total d'une branche de treillis avant de traiter les autres. Dans ce cas, le nombre de candidats traités n'est pas constant et dépend du signal reçu et du rapport signal à bruit (moins il y a de bruit moins il y a de candidats traités). Afin de répondre à des critères d'implémentation, le second type d'algorithme traite un nombre limité de candidats à chaque étage du treillis puis considère l'étage suivant. Ainsi le nombre de candidats visités est constant au cours du temps. Les performances de ce type de détecteurs sont cependant moins bonnes à nombre de candidats traités équivalents.

Bien que la solution ML soit optimale lorsqu'elle est considérée sans décodage de canal, ces détecteurs ne sont pas adaptés à l'utilisation de techniques de codage avancées dont le décodeur nécessite une information pondérée sur les bits. On utilise alors un détecteur à maximum *a posteriori*. Dans ce cas la solution optimale consiste à déterminer pour chaque bit b_i transmis le rapport de vraisemblance $R_V(b_i)$ suivant :

$$R_V(b_i) = \frac{P(b_i = 1|\mathbf{r})}{P(b_i = 0|\mathbf{r})} = \frac{\sum_{\mathbf{s} \in \mathcal{S}_1^i} P(\mathbf{s}|\mathbf{r})}{\sum_{\mathbf{s} \in \mathcal{S}_0^i} P(\mathbf{s}|\mathbf{r})} = \frac{\sum_{\mathbf{s} \in \mathcal{S}_1^i} P(\mathbf{r}|\mathbf{s})P(\mathbf{s})}{\sum_{\mathbf{s} \in \mathcal{S}_0^i} P(\mathbf{r}|\mathbf{s})P(\mathbf{s})} \quad (1.35)$$

Avec \mathcal{S}_k^i l'ensemble des vecteurs \mathbf{s} pour lesquels le bit b_i a la valeur k .

Le bruit additif \mathbf{n} étant blanc gaussien, la probabilité conditionnelle $P(\mathbf{r}|\mathbf{s})$ est donnée par :

$$P(\mathbf{r}|\mathbf{s}) = \frac{1}{(\pi\sigma_n^2)^{NR}} \exp\left(-\frac{\|\mathbf{r} - \mathbf{H}\mathbf{s}\|^2}{\sigma_n^2}\right) \quad (1.36)$$

De plus, aucune information n'étant connue sur le vecteur \mathbf{s} , la probabilité de chaque vecteur est identique, on obtient alors le rapport de vraisemblance R_V suivant [33] :

$$R_V(b_i) = \frac{\sum_{\mathbf{s} \in \mathcal{S}_1^i} \exp\left\{-\frac{\|\mathbf{r} - \mathbf{H}\mathbf{s}\|^2}{\sigma_n^2}\right\}}{\sum_{\mathbf{s} \in \mathcal{S}_0^i} \exp\left\{-\frac{\|\mathbf{r} - \mathbf{H}\mathbf{s}\|^2}{\sigma_n^2}\right\}} \quad (1.37)$$

Le logarithme de ce rapport est connu sous le nom de *Log Likelihood Ratio* (LLR) :

$$LLR_i = \ln(R_V(b_i)).$$

On peut facilement le calculer selon :

$$LLR_i = \ln \frac{\sum_{\mathbf{s} \in \mathcal{S}_1^i} \exp \left\{ -\frac{\|\mathbf{r} - \mathbf{H}\mathbf{s}\|^2}{\sigma_n^2} \right\}}{\sum_{\mathbf{s} \in \mathcal{S}_0^i} \exp \left\{ -\frac{\|\mathbf{r} - \mathbf{H}\mathbf{s}\|^2}{\sigma_n^2} \right\}} \quad (1.38)$$

Une solution approchée peut être obtenue avec l'approximation **max-log**. On a alors :

$$LLR_i = \max_{\mathbf{s} \in \mathcal{S}_1^i} \left(-\frac{\|\mathbf{r} - \mathbf{H}\mathbf{s}\|^2}{\sigma_n^2} \right) - \max_{\mathbf{s} \in \mathcal{S}_0^i} \left(-\frac{\|\mathbf{r} - \mathbf{H}\mathbf{s}\|^2}{\sigma_n^2} \right) \quad (1.39)$$

Avec ou sans approximation, il est nécessaire de connaître la distance associée à chaque vecteur candidat pour obtenir l'information pondérée de chaque bit. De la même manière que pour la détection ML, il est possible de réduire le nombre de candidats testés. Le processus est équivalent au décodage par sphère. Cependant, on ne détermine pas uniquement le vecteur le plus vraisemblable, mais une liste des vecteurs les plus vraisemblables. On parle alors de décodage de liste par sphère (LSD). Comme pour les algorithmes de décodage par sphère, la complexité et les performances dépendent du rayon de la sphère, du vecteur de référence, de l'ordre des colonnes de la matrice de canal et du type d'algorithme considéré (*depth-first-search* ou *breath-first-search*). On retrouvera dans [48],[49] et [50], des algorithmes de décodage par sphère appliqués aux systèmes MIMO.

1.3.2 Détecteurs à filtrage linéaire

Les récepteurs basés sur le maximum de vraisemblance souffrent d'une grande complexité. C'est pourquoi, malgré leurs bonnes performances, des alternatives sont étudiées dans la littérature. Un moyen de détection a priori moins complexe consiste à appliquer un filtrage linéaire sur le signal reçu. On parle alors d'égalisation du signal reçu. Deux types de filtrage sont communément utilisés pour la détection MIMO : le filtrage par minimisation de l'erreur quadratique moyenne (MMSE) et le filtrage par forçage à zéro (ZF).

Le filtrage MMSE consiste à appliquer au vecteur reçu une matrice de filtrage $\mathbf{P}_{MMSE} \in \mathbb{C}^{Q \times N_{RT}}$, minimisant l'erreur quadratique moyenne sur les vecteurs égalisés $\tilde{\mathbf{s}}$. Cette matrice de filtrage vérifie alors l'équation :

$$\mathbf{P}_{MMSE} = \arg \min_{\mathbf{P}} \mathbb{E} \{ \|\mathbf{P}\mathbf{r} - \mathbf{s}\|^2 \} \quad (1.40)$$

La solution \mathbf{P}_{MMSE} de cette équation est définie en fonction de la matrice de canal équivalente de la manière suivante :

$$\mathbf{P}_{MMSE} = \left(\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \frac{\sigma_n^2}{\sigma_s^2} \mathbf{I}_Q \right)^{-1} \mathbf{H}^H \quad (1.41)$$

Dans le cas où le rapport signal à bruit ne peut pas être estimé, il est possible d'appliquer un filtrage ZF. Dans ce cas, la matrice de filtrage déterminée permet d'annuler l'interférence entre les symboles transmis. L'opération de filtrage s'écrit alors :

$$\tilde{\mathbf{s}}_{ZF} = \mathbf{P}_{ZF} \mathbf{r} = (\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{r} \quad (1.42)$$

Cependant l'annulation de l'interférence entre symboles sans prise en compte du bruit gaussien peut entraîner une augmentation du niveau de bruit après égalisation, et donc une dégradation des performances.

Pour l'ensemble des détecteurs à filtrage linéaires, chaque symbole égalisé \tilde{s}_k (avec $k = 1 \dots Q$) s'exprime de la manière suivante :

$$\tilde{s}_k = \beta_k s_k + \eta_k \quad (1.43)$$

avec β_k une composante réelle et η_k un bruit additif gaussien.

La détection des bits constituant les symboles s_k est ensuite effectuée suivant le critère ML, si des décisions dures sont suffisantes, ou suivant le critère MAP, si une information pondérée est nécessaire.

1.3.3 Détecteurs à annulation d'interférence

Entre les solutions avec filtrage linéaire peu coûteuses, mais peu performantes, et les solutions à maximum de vraisemblance performantes, mais très complexes, il existe des algorithmes intermédiaires définis à partir de filtrages linéaires, mais utilisant l'information préalablement détectée pour améliorer la détection des symboles à venir. Une annulation successive d'interférence (SIC) peut être réalisée à partir des symboles préalablement estimés. Selon ce procédé, une erreur effectuée lors de l'estimation d'un symbole entraînera des erreurs sur les symboles estimés par la suite. Ainsi, de manière équivalente aux techniques de décodage par sphère, les performances du système vont dépendre de l'ordre selon lequel les symboles vont être détectés. Il est alors préférable d'ordonner les symboles avant d'effectuer la détection, on parle de détecteur OSIC. La deuxième caractéristique principale du détecteur est le type d'égalisation considérée.

L'utilisation de la détection SIC ou OSIC pour les systèmes multiantennes a été initiée par les chercheurs des Bell Labs pour des systèmes de multiplexage spatial [16][23] sous le nom de récepteur V-BLAST. D'autres articles ont ensuite proposé d'autres algorithmes SIC permettant notamment de ne pas recalculer les filtres d'égalisation après chaque annulation d'interférence. On retiendra parmi ces algorithmes, la technique SQRD qui permet l'annulation successive d'interférence à partir d'une unique décomposition QR [51] ou encore la technique V-BLAST square root qui réduit également fortement la complexité [52]. Bien qu'initialement appliqués à un contexte de multiplexage spatial, les détecteurs SIC peuvent être considérés pour traiter l'interférence de n'importe quelle nature et donc de n'importe quel code espace-temps non orthogonal.

1.4 Conclusion

Dans ce chapitre, on a rappelé les principaux axes des systèmes MIMO-OFDM. La solution optimale à base de maximum de vraisemblance étant non envisageable dans notre contexte qui tend plus vers des applications réelles, on s'intéressera dans la suite aux solutions sous-optimales à complexité raisonnable notamment la solution MMSE qu'on utilisera dans un récepteur itératif. D'autre part, et par rapport aux configurations MIMO, on s'intéressera particulièrement au multiplexage spatial.

Chapitre 2

Systeme MIMO iteratif et codage LDPC

2.1 Introduction

Dans ce chapitre on rappelle brievement quelques notions du codage canal et on introduit les codes LDPC, leur construction, optimisation et decodage. Ensuite on considere l'egalisation MIMO iterative et les methodes et outils d'optimisation des codes LDPC pour ce genre de recepteur notamment les methodes basees sur les diagrammes EXIT.

2.2 Codage canal

Le codage canal est un composant essentiel des systemes de communication numerique. Bien que les techniques de modulation et d'egalisation avancees existantes permettent de combattre les effets d'interference et l'ajout de bruit par le canal de propagation, le codage canal reste incontournable pour l'obtention de performances acceptables dans un systeme reel. En ajoutant de l'information redondante a la trame transmise, le codage canal permet d'assurer une certaine diversite temporelle. Le decodeur sous certaines conditions liees a la structure du code doit etre capable d'exploiter cette diversite afin de recuperer l'information originale de l'emetteur.

A part les systemes de telecommunications, on trouve egalement le codage canal dans un nombre d'applications comme les systemes de transfert et de stockage de donnees pour garantir la fiabilite et l'integrite de l'information. Suivant l'application visee, les enjeux sont tres differents et le codage canal choisi doit s'y adapter. A titre d'exemple, dans un systeme de telecommunication radio mobile, le decodeur permet durant un temps tres petit d'ameliorer la qualite percue de la voix avec un taux d'erreur raisonnable par rapport a la qualite de service requise. Cependant dans un systeme de stockage, les erreurs sont beaucoup plus critiques, mais la contrainte de temps d'encodage/decodage est moins importante.

En 1948, Shannon a etabli les limites theoriques du debit d'information (capacite) qu'on peut transmettre sur un canal. Il a aussi demontre que pour une probabilite d'erreur bit arbitrairement petite (ϵ), il existe un code correcteur capable d'assurer une transmission avec

une probabilité d'erreur inférieure à ϵ . Il suffit de choisir une longueur de code suffisamment grande pour assurer les performances requises. Depuis, la recherche de codes correcteurs fonctionnant près de la limite de Shannon a commencé.

2.2.1 Codes linéaires en bloc

Les symboles transmis appartiennent à un alphabet de q symboles dans le cas général, on se limitera au cas d'éléments binaires dans $F = \{0, 1\}$, ($q = 2$). Un mot de code (aussi appelé bloc) est une séquence de bits constituée par une séquence originale de taille K qu'on appelle mot d'information, à partir de laquelle on ajoute M bits de redondance. L'ajout de bits de redondance est régi par le code correcteur choisi. Le rendement du code est défini comme le taux d'information utile dans la séquence transmise et est donné par :

$$R = \frac{K}{N} \quad (2.1)$$

Soit F^N l'espace vectoriel de dimension N qui contient les 2^N mots de code éléments dans F . Pour construire un code, on choisit 2^K mots parmi les 2^N . On les appellera les mots de code.

Un code en bloc $C(K,N)$ est dit linéaire si :

$$\forall x, y \in C, \forall a, b \in F : a.x + b.y \in C \quad (2.2)$$

Parmi les 2^K mots de C , on choisit K mots linéairement indépendants qui définissent une base de dimension K de l'espace de dimension N . On note par G la matrice contenant les K éléments de cette base, $G_{K \times N}$ est donc une matrice génératrice du code C .

$$C = \{x \in F^N : x = u.G, \text{ avec } u \in F^K\} \quad (2.3)$$

Au code C on associe son dual C^\perp dont tous les mots de codes sont orthogonaux à ceux de C . C^\perp est un sous-espace de F^N de dimension $N - K$. On note par H sa matrice génératrice, H est donc orthogonale à G :

$$C^\perp = \{x \in F^N, \forall u \in C : x.v^T = 0\} \quad (2.4)$$

$$G.H^T = 0 \quad (2.5)$$

La distance minimale d'un code linéaire est définie comme étant le minimum du nombre de positions dont les bits sont différents entre chaque deux mots de code. Elle correspond donc au poids minimal de tous les mots de code non nuls aussi appelé poids de Hamming.

$$d_{min} = \min_x d(x, (0, 0, 0, \dots, 0)) \quad x \in C \quad (2.6)$$

Pour un code linéaire systématique, la matrice génératrice et la matrice de contrôle de parité associée s'écrivent :

$$G = [I_K \quad P]$$

$$H = [-P^T \quad I_{N-K}]$$

I est la matrice identité P est la matrice permettant de calculer les bits de redondance. Lors d'une transmission, le décodeur se sert de la matrice de parité H pour détecter la présence d'erreurs. On définit le syndrome d'un mot reçu y , par :

$$e = H.y^T \quad (2.7)$$

Dans le codage classique, la distance minimale est l'un des principaux critères de choix des codes vu qu'elle détermine sa capacité de correction. Cependant, il faudra que le décodeur associé soit capable d'exploiter le schéma de codage. Le codage correcteur d'erreur a été largement exploré depuis les travaux de Shannon et plusieurs familles de codes ont été élaborées, prenant surtout la distance minimale, et la convergence, comme principaux critères de choix. D'autres critères pratiques doivent aussi être considérés dans le choix d'un code comme la complexité du décodeur associé, la latence de décodage et sa flexibilité vis-à-vis des variations des paramètres du code comme son rendement ou sa taille.

Au début des années 90, une approche différente au problème de codage a vu le jour avec l'introduction du décodage itératif. (technique appliquée au décodage des turbocodes) [53], suivi de la redécouverte des codes à matrice de parité à faible densité (*Low Density Parity Check-LDPC*) [54]. Ces derniers constituent les bases du codage moderne.

2.2.2 Turbo codes

En 1993, C. Berrou et al. [53], ont proposé un schéma de codage/décodage appelé « Turbo Codes ». Ce nouveau schéma est construit à partir d'une concaténation parallèle de deux codes convolutifs séparés par un entrelaceur afin d'assurer une certaine décorrélation entre les entrées des deux codeurs et assurer ainsi une meilleure diversité temporelle. Le principal intérêt des Turbo Codes n'est pas dans le schéma de codage, mais plutôt dans le schéma de décodage lequel introduit un échange itératif de l'information permettant d'exploiter au mieux la diversité temporelle. La figure (2.1) montre les schémas du Turbo codage/décodage. L'information souple entrelacée fournie par un décodeur est exploitée par le second comme information *a priori*. Ceci permet à l'ensemble de fournir au final des performances très proches de la limite de Shannon. Un grand intérêt a été rattaché aux turbocodes, on en cite les travaux de Benedetto et Montorsi [55], [56] et les travaux de Perez [57] qui ont permis de mieux comprendre le fonctionnement de ces codes. D'autres travaux ont permis d'étendre le décodage turbo des codes convolutifs aux codes en blocs [58], [59],[60]. Plus tard le principe turbo a été généralisé à l'ensemble de la chaîne de réception pour introduire la Turbo-égalisation, turbo-estimation et turbo-synchronisation changeant ainsi la manière dont on conçoit les récepteurs.

2.3 Les Codes LDPC

Les codes LDPC (*Low Density Parity Check*) sont parmi les codes binaires les plus performants connus, ils furent inventés en 1963 par Gallager [54]. Les LDPC appartiennent à la famille des codes linéaires en bloc. Ils sont caractérisés par le faible nombre de « 1 » (densité de « uns ») de leurs matrices de contrôle de parité. En effet, cette propriété permet de

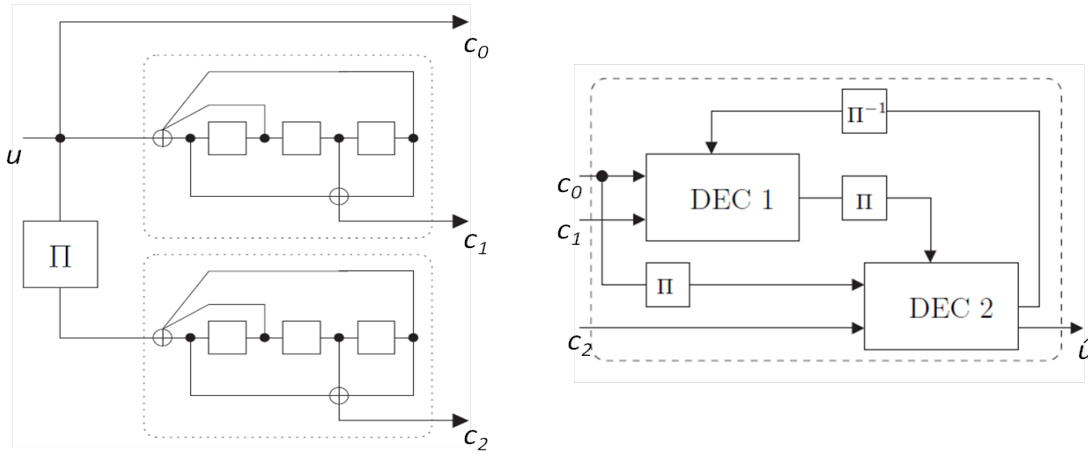


FIGURE 2.1 – Turbo Encodage/décodage

définir la structure d'un code en utilisant un espace de mémoire de faible volume. Jugés très complexes par rapport aux moyens de l'époque, les codes LDPC ont été négligés jusqu'aux années 90. Ils présentent un certain nombre d'avantages et leurs nombreux degrés de liberté rendent facile leur optimisation et adaptation à des contextes applicatifs très différents. Ainsi, ils ont été adoptés dans plusieurs normes de diffusion DVB-S2, DVB-NGH, les normes radio mobile IEEE 802.16m, et les réseaux radio locaux (IEEE 802.11n, 802.11 ac).

Gallager a également proposé dans [54] un algorithme de décodage pour ses codes mettant en oeuvre des fonctions de vérification de parité. En 1981, Tanner [61] introduit les graphes pour décrire ces codes, et étend les opérations de vérification de parité vers des fonctions plus générales. Ceci a permis le développement d'un algorithme générique « Somme-Produit » puis « Min Sum » par Wiberg [62]. Cette famille d'algorithmes a été étudiée plus tard, et il a été démontré que d'autres algorithmes de décodage tels que l'algorithme de Viterbi, ou l'algorithme BCJR, sont des cas particuliers de l'algorithme somme-produit [63]. Les graphes factoriels [64] sont aujourd'hui un outil puissant pour différentes applications en traitement du signal. Les graphes factoriels permettent d'effectuer des calculs complexes d'une manière plus efficace en transformant des fonctions de plusieurs variables en un produit de facteurs localement **indépendants** (2.8). En effet, ceci permet d'utiliser l'algorithme somme-produit par échange de messages entre les noeuds du graphe :

$$f(u, w, x, y, z) = f_1(u, w, x) \cdot f_2(x, y, z) \cdot f_3(z), \quad (2.8)$$

où f est la fonctions globale et f_1 , f_2 , et f_3 sont appelés les facteurs locaux. Dans cette factorisation, on suppose implicitement que chaque variable n'apparaît pas dans plus que deux facteurs. Cette hypothèse n'est pas toujours vérifiée, mais peut être contournée dans la pratique. En 1996, Mackay [65] et Spielman [66] remettent les codes LDPC en vie ; ensuite les premiers codes LDPC non binaires sont apparus [67] ainsi que les codes LDPC irréguliers [68].

2.3.1 Les codes LDPC réguliers

En utilisant la représentation de Tanner, on définit les **noeuds de variable**, les noeuds qui représentent les bits (information et redondance) du mot de code. On définit également les **noeuds de parité**, ceux représentant la contrainte placée sur les noeuds de variable auxquels il est connecté. Les premiers codes LDPC proposés par Gallager dans [54] ont une structure régulière. Les noeuds de variable et les noeuds de parité ont des degrés de connexion d_v (respectivement d_c) constants (voir figure 2.2). Toutes les colonnes ont alors le même nombre de positions non nulles. Cette condition est valable aussi pour les lignes. Le nombre total de positions non nulles dans la matrice est égal au nombre d'arêtes du graphe. On en dérive :

$$N.d_v = (N - K).d_c \quad \Rightarrow \quad \frac{K}{N} = R = 1 - \frac{d_v}{d_c} \quad (2.9)$$

Avec le même couple (d_v, d_c) , plusieurs codes réguliers peuvent être définis selon le choix des positions non nulles dans la matrice H .

2.3.2 Les codes LDPC irréguliers

Au lieu d'avoir des degrés de connexion fixes, les noeuds du graphe d'un code LDPC peuvent avoir des degrés de connexion différents, d'où l'appellation de « codes irréguliers ». Dans [68], Luby et al. , donnent une extension de l'étude de Gallager sur des graphes irréguliers. Ils montrent que les performances des codes irréguliers sont meilleures et donnent une première approche de construction de codes irréguliers. Cette approche a été développée plus tard pour obtenir des performances proches de la limite de capacité de Shannon. La structure du code est définie à l'aide des deux polynômes $\lambda(x)$ et $\rho(x)$:

$$\lambda(x) = \sum_{i=2}^{d_v} \lambda_i \cdot x^{i-1} \quad 0 \leq \lambda_i \leq 1 \quad \sum_{i=2}^{d_v} \lambda_i = 1 \quad (2.10)$$

$$\rho(x) = \sum_{i=2}^{d_c} \rho_i \cdot x^{i-1} \quad 0 \leq \rho_i \leq 1 \quad \sum_{i=2}^{d_c} \rho_i = 1 \quad (2.11)$$

λ_i et ρ_i sont les proportions des branches du graphe connectées à des noeuds de variable (respectivement de parité) dont le degré de connexion est égal à i . La figure (2.2) montre deux graphes de codes LDPC régulier et irrégulier.

Soit t le nombre total d'arêtes dans le graphe, on note par v_i (resp c_i) le nombre de noeuds de variable (resp de parité) de degré i . Les égalités suivantes lient alors les paramètres du code à sa structure :

$$v_i = \frac{t \cdot \lambda_i}{i} \quad N = l \cdot \sum_{i=1}^{d_v} \frac{\lambda_i}{i} = l \cdot \int_1^0 \lambda(x) dx \quad (2.12)$$

$$c_i = \frac{t \cdot \rho_i}{i} \quad M = l \cdot \sum_{i=1}^{d_c} \frac{\rho_i}{i} = l \cdot \int_1^0 \rho(x) dx \quad (2.13)$$

$$R = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{d_c} \frac{\rho_i}{i}}{\sum_{i=1}^{d_c} \frac{\lambda_i}{i}} \quad (2.14)$$

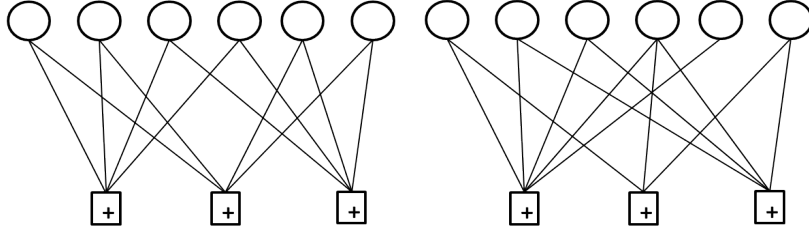


FIGURE 2.2 – Graphes de Tanner de codes LDPC régulier ($d_v = 2, d_c = 4$) et irrégulier ($\lambda(x) = (1/12).x + 8/12.x^2 + 3/12.x^3, \rho(x) = (3/12).x^3 + (4/12).x^4 + (5/12).x^5$)

2.3.3 Encodage LDPC

L'encodage LDPC est une opération classique qui consiste à engendrer un mot de code $x = [u, p]$ à partir du mot d'information u , de la matrice génératrice G ou de la matrice de contrôle de parité $H = [H_s H_p]$.

$$[H_s \quad H_p] \cdot [u \quad p]^T = 0^T \quad (2.15)$$

$$p^T = H_p^{-1} \cdot H_s \cdot u^T \quad (2.16)$$

L'encodage LDPC est très lié à la structure du code, ainsi si la partie H_p de la matrice possède une structure triangulaire la complexité de l'encodage peut être réduite significativement. En effet le calcul des bits de redondance devient une simple substitution. Plus particulièrement, avec une structure bi-diagonale de H_p le code LDPC peut être considéré comme un code de la famille *Repeat and Accumulate* ([69] [70]) ou une concaténation d'un code de parité et d'un accumulateur [71]. Des codes LDPC de ce type ont été retenus dans les normes WiFi 802.11n et Wimax 802.16e, et leur encodage revient à une simple accumulation de bits.

$$p_i = p_{i-1} + v_i \quad (2.17)$$

où :

$$v^T = H_s \cdot u^T \quad (2.18)$$

On cite également la famille de codes LDPC quasi cycliques (QC-LDPC) dont le codage se fait à partir de registres à décalages [72]. Des exemples de ces matrices sont donnés en annexe B. Dans le cas où la matrice H_p n'est pas triangulaire, la complexité d'encodage est d'ordre $O(N^2)$, où N représente la longueur du code. Cependant, il est possible de réduire cette complexité en effectuant une opération de triangulation (pivot de Gauss).

Le résultat est une matrice partiellement triangulaire. Plus la partie triangulaire est grande moins complexe est l'encodage. Une description détaillée de cet algorithme peut être trouvée dans [5].

On note que l'encodage LDPC peut aussi être réalisé en utilisant l'algorithme de décodage somme produit et en remplaçant les bits de parité inconnus par des effacements, mais cette méthode n'est pas intéressante à cause de sa grande complexité.

2.3.4 Décodage LDPC

Le décodage LDPC utilise la propagation de la croyance [73] entre les noeuds du graphe. Les messages de croyance échangés, sont calculés par un algorithme l'algorithme somme-produit ou l'un de ses algorithmes dérivés. Comme le montre l'équation (2.8), si le graphe est acyclique, la fonction conjointe devient un produit de facteurs complètement indépendants et le décodage est alors optimal.

Au départ, les seules informations disponibles sont celles reçues du canal, elles sont passées aux noeuds de variable qui les diffusent aux noeuds de parité de leur voisinage.

$$v_0 = \log \frac{P(y/x = 0)}{P(y/x = 1)}$$

Nous définissons le voisinage d'un noeud par l'ensemble des noeuds auxquels il est directement connecté. Nous désignons par V_v le voisinage du noeud de variable v et par V_c le voisinage d'un noeud de parité c . L'algorithme de propagation de croyance peut se décomposer en deux étapes, la mise à jour de l'ensemble des noeuds de parité et la mise à jour de l'ensemble des noeuds de variable. Ces deux étapes constituent une itération. Nous verrons dans la suite que ces mises à jour peuvent avoir des ordres différents.

A la i -ème itération (figure 2.3), chaque noeud de parité utilise les messages reçus de son voisinage V_v pour calculer des messages m_{cv}^i adressés aux noeuds de variable de V_c selon l'équation (2.20). Notons que le calcul d'un message m_{cv}^i ne prend pas en compte le message fourni préalablement par v .

$$\text{sign}(m_{cv}^i) = \prod_{v' \in V_c/v} \text{sign}(m_{v'c}^i) \quad (2.19)$$

$$|m_{cv}^i| = f \left(\sum_{v' \in V_c/v} f(|m_{v'c}^i|) \right) \quad (2.20)$$

avec :

$$f(x) = -\log [\tanh(x/2)].$$

Après la mise à jour des noeuds de variable, ces derniers calculent des messages de croyance m_{vc}^i qui seront envoyés aux noeuds de parité dans V_c selon l'équation (2.21).

$$m_{vc}^i = v_0 + \sum_{c' \in V_v/c} m_{c'v}^{i-1} \quad (2.21)$$

Après chaque itération, une décision peut être prise sur l'information *a posteriori* associée au noeud de données v :

$$AP_v^i = v^0 + \sum_{c' \in C_v} m_{c'v}^i \quad (2.22)$$

La décision sur la valeur binaire de chaque noeud de données est donc calculée en fonction du signe de l'information *a posteriori*. Le décodage itératif s'arrête après un certain nombre d'itérations. Le décodage doit être également être arrêté dès qu'un syndrome nul est trouvé. Afin de réduire le nombre de messages échangés sur les arêtes du graphe, plusieurs alternatives sous-optimales ont été élaborées.

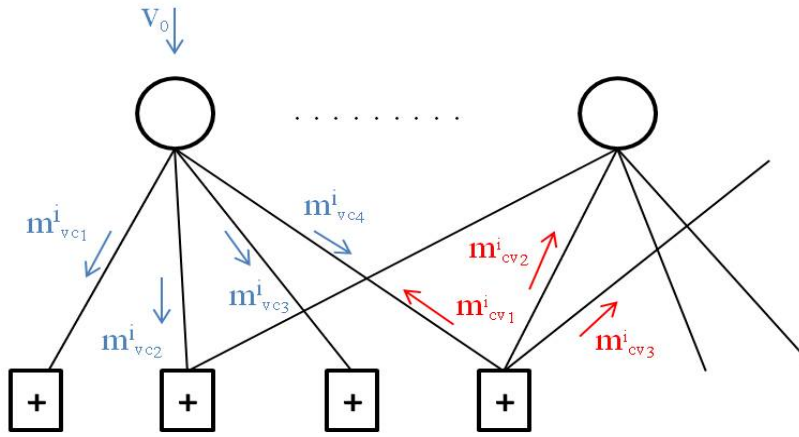


FIGURE 2.3 – Décodage LDPC par propagation de croyance

2.3.4.1 Algorithmes de décodage dérivés

Le décodage itératif reste un processus complexe. Afin de réduire sa complexité, plusieurs algorithmes ont été dérivés, comme par exemple, l'algorithme « Min-Sum ». Soit m l'amplitude minimum des messages reçus par un noeud de parité. Les amplitudes des messages calculés par les noeuds de parité dépendent essentiellement de m . La fonction f est une fonction positive décroissante (figure 2.4).

$$\sum_{c' \in C_v} f|m_{c'v}^i| \geq f(m) \quad (2.23)$$

$$f\left(\sum_{c' \in C_v} f|m_{c'v}^i|\right) \leq m \quad (2.24)$$

Le calcul est une simple fonction **minimum** permettant de réaliser une réduction importante de la complexité, aux dépens d'une dégradation des performances. Il existe plusieurs autres algorithmes sous-optimaux, [74, 75, 76]. On trouve un résumé dans [77].

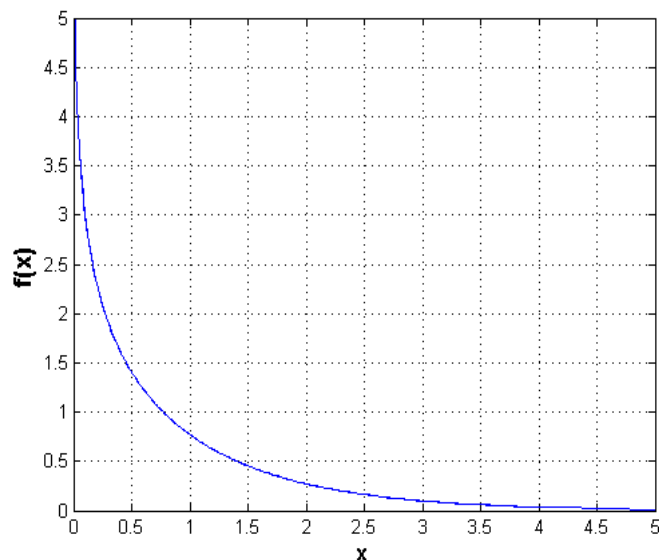


FIGURE 2.4 – La fonction $f(x) = f^{-1}(x) = -\ln[\tanh(x/2)]$

2.3.4.2 Ordonnement du décodage LDPC

La propagation de la croyance décrite par les équations (2.21) et (2.20), ou bien ses versions dérivées, peut être mise en oeuvre suivant plusieurs **ordonnements** de décodage différents. L'ordonnement désigne l'ordre de mise à jour des noeuds de variable et de parité. L'ordonnement choisi joue un rôle important dans la complexité ainsi que dans les performances. Il existe plusieurs ordonnements possibles :

L'inondation « *flooding* » Durant chaque itération, une première étape consiste à mettre à jour tous les noeuds de variable, puis dans une deuxième étape les noeuds de parité sont successivement mis à jour. Chaque noeud envoie des messages à tous les noeuds de son voisinage d'où son appellation. L'inondation peut être facilement mise en oeuvre vu que le décodage se fait d'une manière séquentielle, chaque noeud est mis à jour une seule fois durant chaque itération.

Le brassage « *shuffle* » Au lieu de mettre à jour tous les noeuds du même genre successivement, l'ordonnement par brassage consiste à fournir à chaque noeud la dernière information (mise à jour) disponible. Ainsi, durant une itération, chaque noeud est mis à jour autant de fois que son degré de connexion. L'information se propage plus rapidement et le décodeur converge en moins d'itérations, cependant une itération de décodage par brassage est bien plus complexe qu'une itération de décodage par inondation à cause de la multiplicité des mises à jour. Les performances dépendent de l'ordre de traitement des noeuds ainsi d'autres ordonnements ont été proposés (e.g [78]) permettant d'accélérer la convergence

au détriment d'une augmentation de la complexité.

2.4 Construction et optimisation des codes LDPC

Dans ce qui suit, on considère uniquement les codes LDPC irréguliers. La construction d'un code LDPC irrégulier revient à définir sa structure, c'est-à-dire, déterminer les degrés des noeuds de variable et de parité par les polynômes $\lambda(x)$ et $\rho(x)$, et puis déterminer les positions non nulles dans la matrice. L'optimisation des polynômes a pour but d'obtenir le code le plus performant possible, avec la plus grande vitesse de convergence. Pour ce faire, il existe des techniques analytiques comme l'**évolution de densité**(DE), et des techniques heuristiques comme l'usage des diagrammes **EXIT**. D'autre part le choix des positions non nulles de la matrice cherche à éviter les cycles courts dans le graphe. D'autres phénomènes peuvent affecter les performances d'un code LDPC comme l'existence de séquences pièges aussi appelées **pseudo mots de code** [79]. En effet, ces séquences présentent un syndrome de poids faible et font diverger l'algorithme de décodage.

2.4.1 Évolution de densité - Profils de connexion

L'évolution de la densité (ED) [5] est une technique générique qui permet d'analyser les processus itératifs. Plus particulièrement l'ED permet de prédire les performances d'un code LDPC et donc de construire et optimiser la structure (les profils d'irrégularité) pour obtenir les meilleures performances. Dans le cas d'un mot de code de longueur infinie, le graphe LDPC peut être assimilé à un arbre. Le « théorème de la concentration », démontré par Richardson [80], montre que sous cette hypothèse, les performances des codes LDPC aléatoires convergent vers les performances moyennes. Les hypothèses de symétrie et de consistance des densités de probabilité des messages, permettent de simplifier le problème en se limitant à l'émission du mot $(0, 0, \dots, 0)$. Sous ces hypothèses, la technique DE permet de définir un seuil de bruit au-dessous duquel la probabilité d'erreur tend vers zéro. La recherche de la structure optimale du code revient donc à rechercher les profils d'irrégularité qui permettent d'atteindre ce seuil. L'ED reste une méthode complexe vu le nombre important de combinaisons possibles. Elle est valable surtout dans le cas asymptotique et rarement utilisée en pratique. Une description plus détaillée de l'ED est donnée en Annexe B.

2.4.2 Les Diagrammes EXIT

La technique d'évolution de densité nécessite le calcul de l'évolution des densités de probabilité des messages fournis par le décodeur. Le calcul de ces densités est une opération très coûteuse en complexité. Une solution alternative consiste à suivre l'évolution d'une fonction statistique des messages. Ainsi Divsalar et al. [81], proposent l'usage du rapport signal sur bruit (SNR) équivalent en entrée et en sortie du décodeur (SNR_{in}/SNR_{out}) pour prédire le comportement d'un récepteur itératif. Dans [82] et [83] S.T. Brink introduit l'outil **EXIT** pour l'analyse du décodage itératif des turbo-codes, en se basant sur l'information mutuelle comme substitut de la densité de probabilité des messages en entrée et en sortie. L'observation empirique a montré que pour un ensemble de messages extrinsèques, caractérisés

en entrée par une information mutuelle I_{in} , l'information mutuelle en sortie I_{out} , dépend principalement de I_{in} , mais elle est très légèrement dépendante de la densité de probabilité des messages en entrée, ceci permet de caractériser un décodeur par la relation liant son information mutuelle en entrée et sortie. Ceci donne sa courbe caractéristique **EXIT** :

$$I_{out} = f(I_{in}).$$

L'information mutuelle permet que calculer la quantité d'information moyenne entre un bit du mot de code et le message qui lui correspond. Notons par $x \in 0, 1$ l'entrée d'un bloc de décodage. La sortie souple (LLR) est notée par $y \in \mathbb{R}$. Alors, l'information mutuelle est donnée par :

$$I(x, y) = \sum_{x \in \{0,1\}} \int_{-\infty}^{+\infty} p(y/x)p(x) \log\left(\frac{p(y/x)}{p(x)}\right) dy \quad (2.25)$$

La densité de probabilité étant la plupart du temps inconnue, l'information mutuelle peut être estimée à l'aide d'une simulation de type Monte Carlo.

L'IM détermine la quantité d'information qu'apporte un message souple sur un bit donné. Ainsi quand $IM = 1$ le bit est retrouvé correctement et une fonction déterministe le relie à son message correspondant. En considérant les hypothèses suivantes :

- y suit une distribution gaussienne
- la distribution des messages est consistante :

$$p(y/x) = p(y/ - x) \cdot \exp(-x) \quad (2.26)$$

- la densité de probabilité $p(m)$ des messages m suit une distribution gaussienne $N(0, 2.E(m))$,
- le mot tout zéro $(0, 0, \dots, 0)$ est émis.

L'information mutuelle $J(\sigma)$ entre le message x et le bit correspondant peut alors être estimée [84] par :

$$J(\sigma) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(x - \sigma^2/2)^2}{2\sigma^2}\right) \log_2 \frac{2}{1 + \exp(-x)} dx \quad (2.27)$$

où σ représente l'écart-type des messages.

Pour un processus itératif faisant intervenir deux ou trois entités dont les courbes EXIT sont connues, un diagramme EXIT peut être tracé en prenant la sortie d'un bloc comme l'entrée de l'autre et inversant le rôle des informations mutuelles. L'échange d'information consiste alors à suivre la trajectoire de décodage d'information mutuelle entre les blocs. En plus de l'information mutuelle, il existe d'autres métriques servant à l'analyse du processus itératif comme la fidélité, la moyenne, la probabilité d'erreur, etc. Une comparaison de ces métriques est donnée dans [85]. En se basant sur la pertinence de ces métriques dans la prédiction du processus itératif, l'information mutuelle permet donc de mieux prédire cette convergence sous les hypothèses d'une longueur de code infinie, de l'indépendance des messages et de distribution gaussienne.

2.4.3 Optimisation des codes LDPC par le diagramme EXIT

L'optimisation de codes LDPC en utilisant la technique d'évolution de densité reste une tâche complexe et très sensible à la taille du code. Bien que moins précise, l'optimisation par diagrammes EXIT est beaucoup moins complexe. Lors de l'optimisation d'un code LDPC, il est nécessaire de tenir compte du canal de propagation ainsi que certains éléments du récepteur. Ceci fait qu'un code LDPC optimal pour un canal AWGN n'est pas nécessairement optimal pour un canal de Rayleigh multitrajet, ou pour un récepteur itératif.

Afin d'optimiser le code LDPC pour un canal gaussien, le décodeur est considéré comme deux sous-blocs regroupant d'une part les noeuds de variable (*Variable Node Decoder*, VND), et d'autre part les noeuds de parité (*Check Node Decoder*, CND) comme le montre la figure (2.5). Les courbes **EXIT** du VND et du CND sont ensuite tracées pour un profil d'irrégularité :

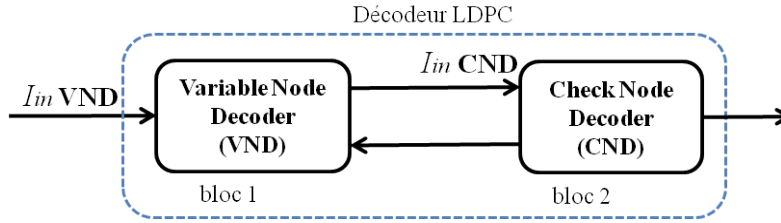


FIGURE 2.5 – Representation du décodeur en deux sous-blocs VND et CND

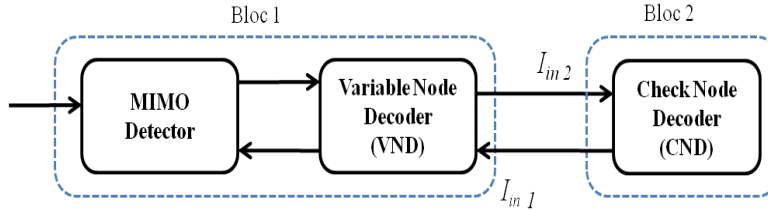


FIGURE 2.6 – Representation du détecteur et deux sous-blocs VND et CND

L'évolution de la variance des message est suffisante pour suivre leur évolution. On reprend l'équation de décodage (2.21). Pour un noeud de variable recevant d_v messages (LLR), ayant une distribution gaussienne, la variance du message sortant du noeud est la somme des variances des messages entrants ($\sigma^2 = (J^{-1}(I))^2$) et la variance du message sortant du noeud de variable est donnée par :

$$\sigma_{out} = \sqrt{(d_v - 1) \cdot (J^{-1}(I_{in}))^2 + (J^{-1}(I_0))^2} \quad (2.28)$$

L'information mutuelle I_{out} en sortie, associée à ce même noeud, et donc égale à $J(\sigma_{out})$, vaut :

$$I_{out} = J(\sigma_{out}) = J(\sqrt{(d_v - 1) \cdot (J^{-1}(I_{in}))^2 + (J^{-1}(I_0))^2}) \quad (2.29)$$

Par conséquence, l'information mutuelle moyenne associée à l'ensemble des noeuds de variable d'un code irrégulier ($\lambda(x) = \sum_{i=1}^{d_v} \lambda_i \cdot x^i$) s'écrit :

$$I_{VND_{out}} = \sum_i \lambda_i \cdot J(\sqrt{(i-1)(J^{-1}(I_{in}))^2 + (J^{-1}(I_0))^2}) \quad (2.30)$$

De la même manière pour un noeud de variable dont le degré de connexion est d_c , l'information mutuelle en sortie du noeud de parité (d_c), et celle moyennée sur l'ensemble des noeuds de parité, sont données par les équations (2.31) et (2.32) [86], [87] :

$$I_{out} = 1 - J(\sqrt{(d_c-1) \cdot (J^{-1}(1-I_{in}))}) \quad (2.31)$$

$$I_{out_{CND}} = 1 - \sum_j \rho_j J(\sqrt{(j-1) \cdot (J^{-1}(1-I_{VND_{out}}))}) \quad (2.32)$$

La même méthode est utilisée pour l'optimisation du code pour un détecteur MIMO donné. Dans la figure (2.6) le détecteur MIMO et le décodeur VND sont vu comme une seule entité (bloc 1), de la même manière l'information mutuelle du bloc (MIMO-VND) peut être déterminée, l'étude détaillée est donnée par Brink et al. dans [84].

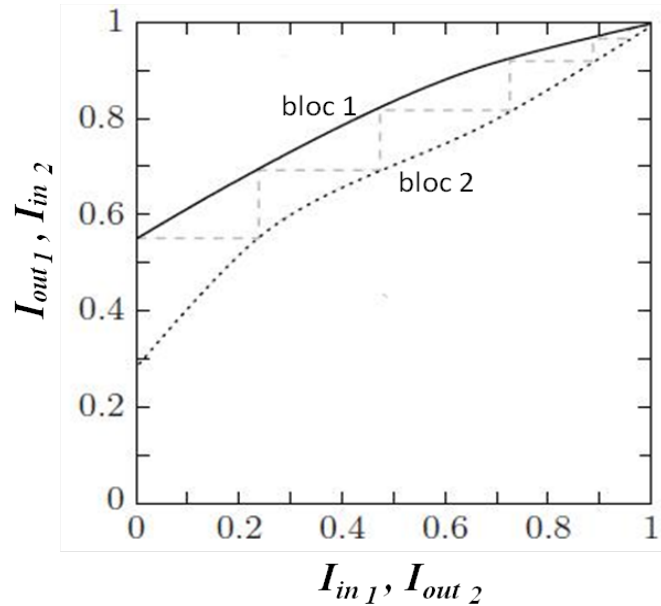


FIGURE 2.7 – Diagramme EXIT de deux entités

La figure (2.7) donne un exemple général d'un diagramme EXIT où deux entités échangent l'information itérativement. Dans cette figure le bloc 1 peut représenter le VND (cas AWGN) ou aussi le bloc MIMO-VND. L'optimisation consiste à modifier les degrés de connexion des noeuds (leurs polynômes) de sorte que les courbes des blocs (1) et (2) soient proches tout en évitant les intersections. En effet il faut garantir un écart minimum (tunnel)

entre les deux courbes EXIT pour que le système puisse converger. Dans le cas contraire, la convergence ne peut pas être atteinte. Grâce aux travaux de Franceschini, Yang et al. [88], [89], il est aussi possible de choisir une structure de code qui lui permet de converger en un nombre donné d'itérations.

2.5 codes LDPC en Expansion

Les codes en expansion ont initialement été proposés par Gallager dans [54]. Ces codes permettent d'engendrer la matrice de parité à partir d'une matrice de base en remplaçant chaque élément de cette dernière par une matrice d'*expansion*. Dans [90] et [91], les matrices d'expansion sont des matrices identités de taille $z \times z$ permutées aléatoirement ou suivant des contraintes particulières[92]. Plus généralement on parle de codes à base de **protographes** [93]. Ces codes constituent une famille particulièrement intéressante pour la réalisation matérielle. En effet, cette forme de matrice permet également d'appliquer des ordonnancements parallèles servant à réaliser un décodage parallèle en groupes de noeuds de variable. Le facteur d'expansion z permet de modifier la taille du mot de code pour l'adapter à la transmission sans avoir besoin à changer toute la matrice[94]. Les codes *Repeat-Accumulate* construits à partir de protographes et ayant une matrice de redondance bi-diagonale sont d'un intérêt particulier. Ils permettent d'une part un encodage simple, et d'autre part, un décodage parallèle. La matrice (2.33) montre un exemple :

$$H = \begin{pmatrix} I_{\delta_{21}} & \dots & \dots & \dots & \dots & 0_{z \times z} & I_0 & I_0 & 0_{z \times z} & 0_{z \times z} \\ \vdots & \dots & \delta_{ij} & \dots & \dots & 0_{z \times z} & 0_{z \times z} & I_0 & I_0 & 0_{z \times z} \\ \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0_{z \times z} & 0_{z \times z} & 0_{z \times z} & I_0 & 0_{z \times z} \\ I_{\delta_{\frac{M}{z}1}} & \dots & \dots & \dots & I_{\delta_{\frac{M}{z}\frac{K}{z}}} & 0_{z \times z} & 0_{z \times z} & 0_{z \times z} & 0_{z \times z} & I_0 \end{pmatrix} \quad (2.33)$$

$I_{\delta_{ij}}$ est une matrice $z \times z$:

- nulle = $0_{z \times z}$ si $\delta_{ij} < 0$,
- identité permutée de δ_{ij} positions vers la droite si $\delta_{ij} \geq 0$.

L'optimisation des coefficients de permutation δ_{ij} dépend de l'ordonnement de décodage choisi [95][96][97]. Une étude poussée de la relation entre les coefficients de permutation et les pseudomots de code est donnée dans la thèse de J.B Doré [77]. Un algorithme de sélection pseudoaléatoire des coefficients de permutation est proposé dans [77] afin d'éviter les cycles de faible longueur. Une liste de coefficients interdits est formée et les coefficients sont choisis en dehors de cette liste. Une autre contrainte existe, celle de l'apparition de séquences pièges ou pseudomots de code. Un pseudo-mot de code associé à une matrice de contrôle de parité H , est un vecteur x de dimension N et de poids w_p , dont le syndrome défini est de poids v . w_p et v ont des valeurs relativement faibles, et peuvent être des ensembles pièges qui font diverger le décodeur. Les pseudomots de code de poids faibles sont principalement engendrés par des combinaisons de noeuds où apparaissent des noeuds de données de degrés faibles [98], [99], [100]. L'existence de pseudomots de code de poids faibles est liée à la présence de cycles courts faisant intervenir des noeuds de données de degré faible. Il faut

donc garantir que les cycles faisant intervenir des noeuds de données de degré faible soient d'une longueur suffisamment élevée. Sur cette base, on trouve la construction *Progressive Edge Growing*(PEG) dans [101].

2.6 Les codes LDPC non binaires

Les codes LDPC binaires sont définis dans le corps de Galois $GF(2)$. En se servant des corps de Galois $GF(q)$, il est possible de définir des codes à éléments non binaires $\in GF(q)$ (avec $q \in 0, 2^m - 1$). Le codage se fait dans $GF(q)$, en utilisant l'addition et la multiplication dans $GF(q)$. Les codes non binaires offrent des performances très intéressantes. Du côté du décodeur, il est nécessaire d'évaluer q probabilités ou $q - 1$ rapports LLR pour chaque noeud de variable, les messages échangés sont donc des vecteurs de vraisemblance, ce qui augmente la complexité du décodage.

2.7 Turbo-égalisation

Dans [102] Muller et Gerstacker déterminent la perte de capacité causée par la séparation de l'égalisation et du décodage. Cependant cette séparation s'avère nécessaire afin de rendre la complexité du récepteur raisonnable. L'application du principe turbo à l'égalisation (turbo-égalisation) permet de compenser cette perte avec une complexité limitée. Elle consiste à réinjecter l'information souple en sortie du décodeur canal à l'entrée de l'égaliseur afin de l'utiliser comme une information *a priori* et reconstitue une version améliorée des symboles transmis. Les premiers travaux sur la turbo-égalisation sont apparus dans [103], notamment avec un détecteur ML, puis dans [104]. Une solution à faible complexité utilisant la détection MMSE a été proposée. Dans le cas MIMO on en trouve également des travaux dans [105], [106], [33], [107]. Dans la suite on s'intéresse uniquement à la turbo-égalisation utilisant une détection MIMO de type MMSE-IC.

2.7.1 Détection MIMO MMSE-IC

L'annulation d'interférence consiste à reconstruire les symboles d'interférence afin de les supprimer, puis estimer le signal utile. Le filtre MMSE-IC annulateur d'interférence, consiste en l'association de deux filtres : un premier filtre \mathbf{p}_k qui traite le vecteur \mathbf{r} reçu, tandis que le deuxième \mathbf{q}_k traite le vecteur de symboles estimés $\hat{\mathbf{s}}_k$ durant l'itération précédente. Le couple $(\mathbf{p}_k, \mathbf{q}_k)$ optimal est celui qui minimise l'erreur quadratique moyenne entre \mathbf{r} et $\hat{\mathbf{s}}_k$ [33]. L'optimisation des filtres \mathbf{p}_k et \mathbf{q}_k au sens du critère MMSE revient à résoudre le problème suivant :

$$(\mathbf{p}_k^{\text{opt}}, \mathbf{q}_k^{\text{opt}}) = \arg \min_{\mathbf{p}_k, \mathbf{q}_k} \mathbb{E} \left[|s_k - \tilde{s}_k|^2 \right] \quad (2.34)$$

$$\tilde{s}_k = \mathbf{p}_k^H \mathbf{r} - \mathbf{q}_k^H \hat{\mathbf{s}}_k \quad (2.35)$$

où $\hat{\mathbf{s}}_k \in \mathbb{C}^{Q \times 1}$ est le vecteur défini comme suit :

$$\hat{\mathbf{s}}_k = [\hat{s}_1 \quad \dots \quad \hat{s}_{k-1} \quad 0 \quad \hat{s}_{k+1} \quad \dots \quad \hat{s}_Q]^T \in \mathbb{C}^{Q \times 1}$$

Il est important de noter que chaque filtrage est effectué par bloc : ceci s'explique par le fait que, dans le modèle utilisé, le canal est matriciel. Nous avons également imposé à l'égaliseur une structure telle que l'entrée \hat{s}_k n'ait pas d'effet sur le calcul de \tilde{s}_k dans le but de reconstruire seulement les interférences provenant des autres symboles. Lorsque les filtres avant et arrière de l'égaliseur sont optimisés au sens du critère MMSE, nous parlerons d'« annulateur d'interférences MMSE ».

Afin de fournir une information souple par bit au décodeur canal, il est nécessaire de calculer la probabilité $P(\tilde{s}/s)$. Nous écrivons le symbole égalisé sous la forme suivante :

$$\tilde{s}_k = \beta_k \cdot s_k + \nu_k \quad (2.36)$$

β_k représente le biais de l'égaliseur et ν_k contient le bruit gaussien et le reste d'interférence (supposée gaussienne $N(0, \gamma_k^2)$). Nous pouvons ainsi calculer le rapport de vraisemblance pour chaque bit i du symbole s_k :

$$LLR_{b_i,k} = \ln \frac{\sum_{s \in S_0^i} \exp\left(-\frac{|\tilde{s}_k - \beta_k \cdot s|^2}{2\gamma_k^2}\right)}{\sum_{s \in S_1^i} \exp\left(-\frac{|\tilde{s}_k - \beta_k \cdot s|^2}{2\gamma_k^2}\right)} \quad (2.37)$$

En utilisant l'approximation Max-log l'équation (2.37) s'écrit :

$$LLR_{b_i,k} = \text{Max}_{s \in S_0^i} \left(-\frac{|\tilde{s}_k - \beta_k \cdot s|^2}{2\gamma_k^2}\right) - \text{Max}_{s \in S_1^i} \left(-\frac{|\tilde{s}_k - \beta_k \cdot s|^2}{2\gamma_k^2}\right) \quad (2.38)$$

2.7.1.1 Solution exacte

La solution de l'équation (2.34) est donnée dans les références [108, 85, 109]. Nous en donnons une démonstration en annexe C. Les deux vecteurs optimaux s'écrivent comme suit :

$$\mathbf{p}_k^{\text{opt}} = \sigma_s^2 \left[\mathbf{H} \mathbf{V}_k \mathbf{H}^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{TN_r} \right]^{-1} \mathbf{H} \mathbf{e}_k \quad (2.39)$$

$$\mathbf{q}_k^{\text{opt}} = \mathbf{H}^H \mathbf{p}_k^{\text{opt}} \quad (2.40)$$

avec,

$$\mathbf{V}_k = \sigma_s^2 \mathbf{e}_k \mathbf{e}_k^T + \sum_{q=1, q \neq k}^Q \nu_n^2 \mathbf{e}_q \mathbf{e}_q^T \quad (2.41)$$

où σ_s^2 la puissance des symboles transmis et $\mathbf{V}_k \in \mathbb{C}^{Q \times Q}$ une matrice diagonale dépendant de l'erreur résiduelle sur chacun des symboles \hat{s} qui a pour expression :

$$\mathbf{V}_k = \begin{bmatrix} d_1 = \nu_1^2 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \ddots & d_k = \sigma_s^2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & d_Q = \nu_Q^2 \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

avec,

$$\nu_k^2 = \mathbb{E} \{ |s_k - \tilde{s}_k|^2 | LLR(b_i), i = kQ + 1..(k+1)Q \} \quad (2.43)$$

$$\nu_k^2 = \sum_{s \in \mathcal{S}} |s|^2 P(s_k = s | LLR(b_i), i = kQ + 1..(k+1)Q) - |\hat{s}_k|^2 \quad (2.44)$$

où \mathcal{S} représente l'ensemble des symboles s et $LLR(b_i)$ est l'information A-priori provenant du décodeur canal.

Pour ces valeurs optimales, sont également démontrés les résultats suivants :

$$\beta_k = \mathbf{p}_k^H \mathbf{H} \mathbf{e}_k \quad (2.45)$$

$$\gamma_k^2 = \sigma_s^2 \beta_k (1 - \beta_k) \quad (2.46)$$

$$\varepsilon_k^2 = \sigma_s^2 (1 - \beta_k) \quad (2.47)$$

On déduit facilement l'expression du rapport signal sur interférences plus bruit :

$$\text{SINR} = \frac{\sigma_s^2 \beta_k^2}{\gamma_k^2} = \frac{\beta_k}{1 - \beta_k} \quad (2.48)$$

D'un point de vue complexité d'implémentation, on note que le calcul des deux vecteurs d'égalisation optimaux nécessite une inversion matricielle de dimension $TN_r \times TN_r$ relativement coûteuse en temps de calcul. De plus le calcul de la matrice \mathbf{V}_k nécessite l'évaluation de ν_k^2 à chaque instant d'échantillonnage. Cette opération augmente encore la complexité globale du récepteur. Pour remédier à ces différents problèmes, nous donnons deux approximations des vecteurs optimaux.

2.7.1.2 Approximation MMSE-IC1

Afin de simplifier le calcul des filtres, Tüchler propose dans [110], de remplacer les variances dans la matrice V_k par leurs moyennes :

$$\nu^2 = E(\nu_k^2) \quad (2.49)$$

Ceci nous permet de calculer les coefficients des filtres une seule fois pour chaque bloc.

Une autre simplification apportée par Laot et al. [109, 105], permet de calculer ν^2 à partir de la puissance des symboles transmis et des symboles estimés :

$$\begin{aligned} \nu^2 = \mathbb{E}\{\nu_k^2\} &= \mathbb{E} \left\{ \sum_{s \in \mathcal{S}} |s|^2 P(s_k = s | LLR(b_i), i = kQ + 1..(k+1)Q) - |\hat{s}_k|^2 \right\} \\ &\simeq \mathbb{E}\{|s|^2\} - \mathbb{E}\{|\hat{s}_k|^2\} \\ &\simeq \sigma_s^2 - \sigma_{\hat{s}}^2 \end{aligned} \quad (2.50)$$

De manière identique à la solution exacte, les paramètres liés au symbole égalisé sont donnés par :

$$\beta_k = \mathbf{p}_k^H \mathbf{h}_k = \frac{\sigma_s^2 \check{\beta}_k}{1 + \sigma_s^2 \check{\beta}_k} \quad (2.51)$$

$$\sigma_{\eta_k}^2 = \sigma_s^2 \beta_k (1 - \beta_k) \quad (2.52)$$

$$(2.53)$$

Les expressions des filtres s'écrivent :

$$\mathbf{p}_k^{\text{opt}} = \sigma_s^2 \left[\mathbf{H} [(\sigma_s^2 - \sigma_s^2) I_Q + \sigma_s^2 \mathbf{e}_k \mathbf{e}_k^T] \mathbf{H}^H + \sigma_n^2 I_{TNr} \right]^{-1} \mathbf{H} \mathbf{e}_k \quad (2.54)$$

$$\mathbf{q}_k^{\text{opt}} = \mathbf{H}^H \mathbf{p}_k^{\text{opt}} \quad (2.55)$$

En utilisant l'égalité de Sherman-Morrison-Woodbury, l'équation (2.54) peut être transformée et simplifiée sous la forme suivante :

$$\mathbf{p}_k^{\text{opt}} = \lambda_k \bar{\mathbf{p}}_k \quad (2.56)$$

$$\lambda_k = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_s^2 + \sigma_s^2 \mathbf{e}_k^T \mathbf{H}^H \bar{\mathbf{p}}_k} \quad \beta_k = \lambda_k \cdot \bar{\beta}_k \quad \bar{\beta}_k = \bar{\mathbf{p}}_k^H \mathbf{H} \mathbf{e}_k \quad (2.57)$$

$$\bar{\mathbf{p}}_k = \sigma_s^2 (H \cdot H^H (\sigma_s^2 - \sigma_s^2) + \sigma_n^2 \cdot I_{T.Nr})^{-1} \cdot \mathbf{H} \cdot \mathbf{e}_k \quad (2.58)$$

Il est possible de simplifier encore les expressions précédentes du MMSE-IC en supposant avoir une estimation parfaite des symboles transmis. Cette hypothèse se traduit par :

$$\nu_k^2 = 0, \forall k.$$

Cette deuxième approximation ne sera pas considérée dans la suite, on en trouve une première référence dans [111].

2.8 Conclusion

Dans ce chapitre on a introduit les codes LDPC, leur encodage, leur décodage ainsi que leurs techniques de construction et d'optimisation, nous avons aussi souligné l'importance particulière de certaines familles et structures de codes qui les rend attractifs pour les applications pratiques.

Nous avons également décrit les détecteurs MIMO MMSE-IC et leur association avec les codes LDPC. La structure optimale et es performances d'un code LDPC sont étroitement liées au canal de propagation ainsi qu'à la configuration du récepteur. Il est donc difficile de construire un code optimal en performances et qui remplit en même temps plusieurs autres contraintes comme la complexité, l'architecture du récepteur et la rapidité convergence. En pratique, bien que les normes imposent plusieurs contraintes aux systèmes, le constructeur

dispose de plusieurs choix lors de la conception d'un récepteur, ainsi le choix d'utiliser une égalisation itérative ou non, ou le choix d'un certain algorithme de détection ou de décodage reste lié à l'objectif mis par le constructeur et remet en question l'optimalité du code relativement à ses choix.

Dans ce contexte, nous pouvons envisager de rechercher des moyens de réduction de la complexité permettant d'utiliser des récepteurs itératifs avec des codes LDPC non optimisés spécialement pour ce type de récepteurs. Dans les chapitres suivants, nous étudions ces possibilités sous deux approches en nous intéressant à leur effet sur la complexité et les performances du récepteur.

Chapitre 3

Ordonnancement statique du récepteur

3.1 Introduction

Le principe Turbo a révolutionné la conception des systèmes et notamment les récepteurs, il est possible de réaliser des gains considérables en performance en utilisant des récepteurs itératifs permettant de s'affranchir des récepteurs optimaux complexes. Bien que la complexité d'un récepteur itératif soit généralement inférieure à celle d'un récepteur ML optimal, cette première peut rester un point délicat et doit être prise en considération surtout dans le contexte actuel de réseaux à haut débit, d'applications temps réel et surtout d'équipement à basse consommation énergétique.

3.2 Contexte

En utilisant les techniques décrites dans le chapitre 2, il est possible d'optimiser la structure (profils d'irrégularité) ainsi que le graphe d'un code LDPC (DE, EXIT Charts, PEG) d'une manière adaptée au canal de propagation, ainsi qu'à la configuration du récepteur et aux paramètres de transmission. L'optimisation du code peut être orientée pour répondre à certaines exigences comme un taux d'erreur binaire minimal ou aussi répondre à certaines contraintes comme un nombre maximum d'itérations dans un récepteur itératif.

L'ensemble de ces techniques suppose certaines conditions asymptotiques comme un graphe sans cycles, une longueur infinie du code, etc. Par conséquent lors de la construction d'un code pour une application pratique, certains phénomènes liés à la non-réalisation de ces conditions asymptotiques peuvent être observés comme l'existence de cycles de faible longueur et de séquences piège, etc.

Dans les systèmes réels, les codes LDPC doivent aussi répondre à certaines contraintes associées à leur décodage, ainsi les codes LDPC normalisés ont une structure particulière assurant des délais d'encodage et de décodage moindres. On trouve dans [77] des constructions de codes optimisant l'architecture de décodage et les performances conjointement. À titre d'exemple les codes LDPC définis dans certaines normes comme (IEEE 802.16m, IEEE

802.11n, IEEE 802.11ac etc) ont des structures choisies pour respecter les requis en termes de délai et de débit selon nature de l'application visée et les obligations imposées par les normes.

En réception les constructeurs disposent d'une liberté de choix de leurs techniques d'égalisation et de leur algorithme de décodage LDPC. Cependant, l'optimisation du code en utilisant les diagrammes EXIT est très dépendante du détecteur utilisé (SD, MMSE, ZE, etc). Les codes LDPC définis dans les normes ne sont pas optimisés pour des détecteurs donnés ni selon les critères de construction spécifiques à la réception itérative. Il est donc difficile qu'un code LDPC normalisé soit optimal pour plusieurs schémas de réception. Nous verrons plus tard dans ce chapitre que pour un code LDPC, le nombre d'itérations joue un rôle primordial dans la convergence du décodage et par suite le diagramme EXIT du code en dépend. Il convient donc d'optimiser le jeu des itérations externes/internes afin de réduire la complexité globale du récepteur.

3.3 Récepteur itératif MMSE-IC LDPC

Le système étudié est un système de transmission MIMO OFDM mono-utilisateur en mode multiplexage spatial utilisant un codage correcteur LDPC. Grâce à la modulation CP-OFDM, le canal est transformé en un canal à évanouissements plats sur chaque sous-porteuse. Une connaissance parfaite du canal en réception est supposée. L'objectif de ce chapitre est d'explorer les possibilités de la réduction de la complexité du récepteur itératif MIMO LDPC associé.

La figure (3.1) montre la configuration du système étudié. On note par « boucle externe » la boucle reliant la sortie souple du décodeur de canal à l'entrée du détecteur MIMO (boucle d'égalisation turbo) en passant par un bloc de *re-mapping* souple permettant de reconstruire les symboles complexes à partir de l'information souple sortant du décodeur LDPC. On note d'autre part par « boucle interne » la boucle de décodage itératif LDPC. Dans cette configuration, chaque boucle d'égalisation externe engage à nouveau une série d'itérations de décodage interne (LDPC) permettant d'améliorer l'information sur les bits, mais qui augmente aussi le délai et la complexité. On se propose d'exploiter les itérations externes et internes afin de trouver une solution permettant de réaliser un récepteur itératif avec une complexité comparable avec celle d'un récepteur simple.

Notre proposition consiste à établir un ordonnancement du jeu des itérations internes et externes afin de permettre au décodeur d'itérer suffisamment pour converger et éviter les itérations qui ne rapportent pas de gains significatifs. Ceci est équivalent à une modification de la trajectoire de décodage (EXIT curves) de sorte à limiter le nombre d'itérations. On se propose dans ce qui suit de chercher les ordres d'itérations internes/externes qui optimisent la complexité et les performances.

3.4 Entrelacement

Un schéma BICM général ([112], [113]) consiste à entrelacer les bits codés avant la phase de modulation. Dans le cas d'un code LDPC dont la structure est aléatoire, on peut

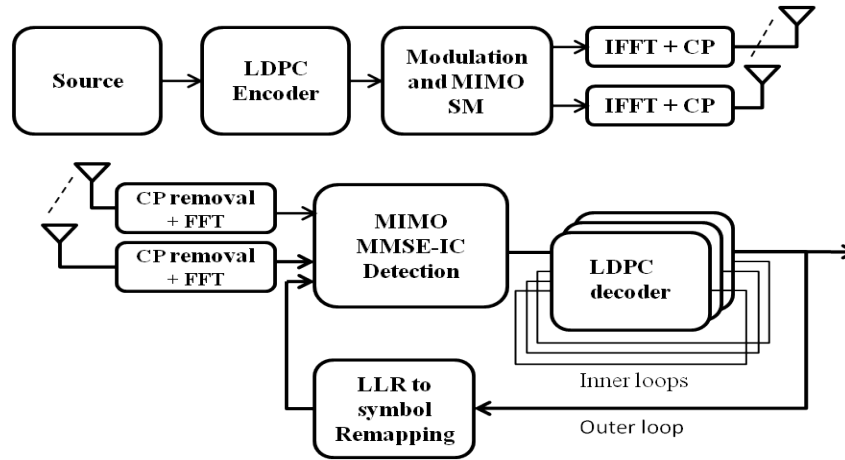


FIGURE 3.1 – Récepteur MIMO OFDM itératif

considérer que l’entrelaceur est implicitement présent dans le code LDPC. Si le code LDPC est structuré, il sera préférable d’utiliser un entrelaceur. Cependant, l’entrelacement peut ajouter des délais considérables notamment pour un récepteur itératif puisque deux phases de désentrelacement et d’entrelacement seront nécessaires à chaque boucle externe.

3.5 Complexité

Afin de réduire la complexité du récepteur itératif, il est nécessaire d’analyser et déterminer le poids de chacun des deux principaux traitements en réception, la détection et le décodage.

3.5.1 Complexité LDPC

Nous donnons les expressions des nombres d’opérations effectuées lors du décodage LDPC selon les équations du chapitre 2, Eqs (2.21) et (2.20) pour le décodage BP (Flooding). Les tables (3.1) et (3.2) donnent ces expressions littérales en fonction des paramètres du code précisément les degrés de connexion des noeuds de variable (resp de parité) d_{v_i} (resp d_{c_i}), sa longueur N et son rendement $1 - M/N$. Les fonctions f et f^{-1} sont réalisées sous formes de Lookup tables.

Algo	Additions et Soustractions
BP	$\sum_{i=1}^M (d_{c_i} - 1) + \sum_{j=1}^N (d_{v_j}) \quad + \quad \sum_{i=1}^M (d_{c_i}) + \sum_{j=1}^N (d_{v_j})$

TABLE 3.1 – Complexité du décodage LDPC

Algo	Accès mémoire, Lookup tables, RW
BP	$\sum_{i=1}^M(d_{c_i}) + \sum_{j=1}^N(d_{v_j}) + \sum_{i=1}^M(d_{c_i}) +$ $+ \sum_{j=1}^N(d_{v_j}) - 1 + \sum_{i=1}^M(d_{c_i}) + \sum_{j=1}^N(d_{v_j}) - 1$

TABLE 3.2 – Complexité du décodage LDPC

D'après les tables (3.1) et (3.2), la structure du code joue un rôle important dans la complexité du décodage. Plus les degrés de connexions sont élevés, plus le décodage est complexe à cause du nombre élevé de messages à calculer au niveau des noeuds. Les codes standards (IEEE 802.11) qu'on a choisis sont des codes en expansion (construits à partir de matrices identités permutées) appartenant à la famille Repeat-Accumulate dont la partie H_p de la matrice de contrôle est bidiagonale (voir Annexe B).

3.5.2 Complexité MMSE-IC

On trouve dans [33] une estimation littérale de la complexité MMSE-IC ainsi que sa version approximative MMSE-IC1 en fonction du nombre d'antennes en réception N_r , de la durée T d'un bloc espace-temps et du nombre de symboles utiles Q par durée symbole. Les étapes de calcul des filtres \mathbf{p}_k et \mathbf{q}_k nécessite des produits matriciels, des additions ainsi qu'une opération d'inversion. Les tables (3.3) et (3.4) donnent ces différentes étapes et leurs complexités pour l'algorithme exact MMSE-IC, les tables (3.5) et (3.6) donnent aussi ces estimations pour l'algorithme MMSE-IC1.

En comparaison avec l'algorithme exact MMSE-IC, l'algorithme simplifié MMSE-IC1 permet de réduire le nombre de produits matriciels ainsi que le nombre d'appels des deux premières étapes les plus exigeantes en complexité.

Étape	Expression	Nombre d'appels
1	$\mathbf{A} = \mathbf{H}\mathbf{V}_k\mathbf{H}^H + \sigma_n^2\mathbf{I}_{TN_r}$	Q
2	$\mathbf{B} = \mathbf{A}^{-1}$	Q
3	$\mathbf{p}_k = \sigma_s^2\mathbf{B}\mathbf{H}\mathbf{e}_k$	Q
4	$\mathbf{q}_k = \mathbf{H}^H\mathbf{p}_k$	Q
5	$\tilde{\mathbf{s}}_k = \mathbf{p}_k^H\mathbf{r} + \mathbf{q}_k^H\hat{\mathbf{s}}_k$ pour $k = [1, \dots, Q]$	Q

TABLE 3.3 – Algorithme MMSE-IC sous sa forme exacte pour un bloc de Q symboles égalisés

La complexité totale du récepteur (MMSE et LDPC) s'écrit formellement :

$$C_{totale} = \frac{N}{Q.m} \cdot C_{MMSE} \cdot N_e + C_{LDPC} \cdot N_{LDPC} \cdot N_e \quad (3.1)$$

C_{MMSE} : la complexité de l'algorithme MMSE utilisé,

Étape	multiplication réelle	addition réelle	div. réelle	LUT
1	$TN_r Q(1 + 4TN_r)$	$TN_r(4TN_r Q + 1)$	0	0
2	$2(TN_r)^2(TN_r + 1)$	$2(TN_r)^2(TN_r + 1)$	$(TN_r)^2$	TN_r
3	$4(TN_r)^2 + TN_r$	$4(TN_r)^2$	0	0
4	$4QTN_r$	$4QTN_r$	0	0
5	$4TN_r + 4Q$	$4TN_r + 4Q + 1$	0	0
Total	$4Q^2TN_r^2 + 5Q^2TN_r + 4Q^2$ $+ 2Q(TN_r)^3 + 6Q(TN_r)^2$ $+ 5QTN_r$	$4Q^2(TN_r)^2 + 4Q^2TN_r + 4Q^2$ $+ 2Q(TN_r)^3 + 6Q(TN_r)^2$ $+ 5QTN_r + Q$	$Q(TN_r)^2$	QTN_r

TABLE 3.4 – Complexité (nombre d’opérations) de la mise en oeuvre du MMSE-IC sous sa forme exacte pour un bloc de Q symboles égalisés

Étape	Expression	Nombre d’appels
1	$\mathbf{A} = \mathbf{H}\mathbf{H}^H(\sigma_s^2 - \sigma_{\tilde{s}}^2) + \sigma_n^2\mathbf{I}_{TN_r}$	1
2	$\mathbf{B} = \mathbf{A}^{-1}$	1
3	$\bar{\mathbf{p}}_k = \sigma_s^2\mathbf{B}\mathbf{H}\mathbf{e}_k$	Q
4	$\lambda_k = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_s^2 + \sigma_{\tilde{s}}^2 \mathbf{e}_k^T \mathbf{H}^H \bar{\mathbf{p}}_k}$	Q
5	$\mathbf{p}_k = \lambda_k \bar{\mathbf{p}}_k$	Q
6	$\mathbf{q}_k = \mathbf{H}^H \mathbf{p}_k$	Q
7	$\tilde{s}_k = \mathbf{p}_k^H \mathbf{r} + \mathbf{q}_k^H \hat{\mathbf{s}}_k$ pour $k = [1, \dots, Q]$	Q

TABLE 3.5 – Algorithme MMSE-IC1 pour un bloc de Q symboles égalisés

C_{LDPC} : la complexité d’une itération de décodage LDPC pour Q symboles,

N_{LDPC} : le nombre d’itérations internes (LDPC) utilisé.

N_e : le nombre d’itérations externes (boucle turbo-égalisation).

3.5.3 Application numérique

Prenons une application numérique des expressions de complexité données ci-devant. La table (3.7) donne les nombres d’opérations pour différentes longueurs de code et différents rendements pour une seule itération et pour 50 itérations (nombre couramment utilisé dans la littérature).

La complexité croît évidemment avec la longueur du code, cependant elle varie légèrement avec la variation du rendement du code. En effet l’augmentation du rendement du code signifie la diminution du nombre des bits de parité pour être remplacés par des bits d’information. Sachant que la matrice de contrôle H_{LDPC} a une structure bidiagonale (section 2.5, annexe B), le nombre de bits dont le degré de connexion est élevé augmente. Cependant le nombre d’équations de parité diminue ce qui compense l’augmentation du nombre de connexions. Ceci fait que la complexité LDPC n’est pas très sensible à la variation du rendement du code.

Nous rappelons que les expressions de complexité MMSE sont données pour un bloc de Q symboles utiles. Afin de comparer la complexité MMSE avec la complexité LDPC

Étape	multiplication réelle	addition réelle	div. réelle	LUT
1	$4(TN_r)^2Q + TN_r$	$4(TN_r)^2Q + TN_r$	0	0
2	$2(TN_r)^2(TN_r + 1)$	$2(TN_r)^2(TN_r + 1)$	$(TN_r)^2$	TN_r
3	$4(TN_r)^2 + TN_r$	$4(TN_r)^2$	0	0
4	$4TN_r + 2$	$4TN_r + 1$	1	0
5	$2TN_r$	0	0	0
6	$4QTN_r$	$4QTN_r$	0	0
7	$4TN_r + 4Q$	$4TN_r + 4Q + 1$	0	0
Total	$4Q^2TN_r + 4Q^2 + 8QTN_r^2 + 11QTN_r + 2Q + 2(TN_r)^3 + 2(TN_r)^2 + TN_r$	$4Q^2TN_r + 4Q^2 + 8Q(TN_r)^2 + 8QTN_r + 2Q + 2(TN_r)^3 + 2(TN_r)^2 + TN_r$	$(TN_r)^2 + Q$	TN_r

TABLE 3.6 – Complexité (nombre d’opérations) de la mise en oeuvre du MMSE-IC1 pour un bloc de Q symboles égalisés

Paramètres	Adds	accès mémoire (RW f et f^{-1})	×50	×50
$N = 1296, R = 1/2$	17928	27863	896400	1393150
$N = 1296, R = 2/3$	18576	28511	928800	1425550
$N = 1296, R = 3/4$	18684	28511	934200	1425550
$N = 1296, R = 5/6$	18144	27539	907200	1376950
$N = 1944, R = 1/2$	26892	41795	1344600	2089750
$N = 1944, R = 2/3$	27864	42767	1393200	2138350
$N = 1296, R = 3/4$	27054	41309	1352700	2065450
$N = 1944, R = 5/6$	25272	38393	1263600	1919650

TABLE 3.7 – Nombre d’opérations effectuées pendant une seule itération BP puis 50 itérations de décodage

pour un même nombre de bits, il est nécessaire de multiplier la complexité du MMSE par un coefficient prenant en compte le nombre de symboles et la modulation. Les symboles appartiennent à une constellation de type (Quadrature Amplitude Modulation) QAM (m bits, 2^m symboles). Un mot de code LDPC de taille N contient donc N/m symboles ou aussi $N/(Q * m)$ blocs espace-temps. Les tables (3.8) et (3.9) en donnent une application numérique ($N_T = 4, N_R = 4, \text{QPSK } m = 2, Q = 4, T = 1, N = 1296$).

Algorithme	multiplication réelle	addition réelle	div. réelle	LUT
<i>MMSE – IC</i>	2384	2324	64	16
<i>MMSE – IC1</i>	1180	1132	20	4

TABLE 3.8 – Complexité de calcul des algorithmes MMSE-IC et MMSE-IC1 pour un bloc de Q symboles égalisés

Dans la suite, la solution approximative MMSE-IC1 sera utilisée grâce à sa complexité largement inférieure à celle de la solution exacte MMSE-IC.

Algorithme	multiplication réelle	addition réelle	div. réelle	LUT
$MMSE - IC$	386208	376488	10368	2592
$MMSE - IC1$	191160	183384	3240	648

TABLE 3.9 – Complexité de calcul des algorithmes MMSE-IC et MMSE-IC1 pour un bloc de $N/(Q.m)$ symboles égalisés

Le décodage LDPC nécessite nettement plus d'opérations d'additions et d'accès mémoire tandis que la complexité de la détection MMSE réside essentiellement dans les opérations de multiplication. La complexité de la détection MMSE est constante tandis que l'aspect itératif du décodage LDPC fait que sa complexité est proportionnelle au nombre d'itérations de décodage.

3.6 Ordonnancement du récepteur

À partir, des symboles reçus et des symboles estimés *a priori*, le détecteur MIMO MMSE-IC reconstitue les symboles transmis. Ces derniers sont démodulés et entrés au décodeur LDPC. Après un certain nombre d'itérations N_{LDPC} , une décision dure *a posteriori* est prise sur chaque bit et l'information extrinsèque sur chaque bit en sortie est remodulée pour fournir les symboles *a priori*, \hat{s} . Ce processus se répète N_e fois. À la fin de chaque itération de décodage LDPC d'un bloc y le syndrome $e = H_{LDPC}.y^t$ est calculé. Le décodage s'arrête si un syndrome nul est trouvé ou si un maximum d'itérations est atteint (un maximum suffisamment élevé pour permettre au décodeur de converger).

Ceci fait du nombre d'itérations de décodage LDPC un degré de liberté qu'on peut exploiter pour réduire la complexité. La complexité du décodeur LDPC étant pesante dans la complexité du récepteur, on se propose de minimiser le nombre d'itérations LDPC nécessaires en définissant un ordonnancement des itérations internes et externes. Le but de cet ordonnancement est d'établir un ordre de déroulement du décodage de sorte que le gain du récepteur itératif soit réalisé avec un nombre d'itérations minimum comparable à celui d'un récepteur simple (non itératif).

L'idée consiste d'une part à ne faire de décodage LDPC que lorsqu'il y a un gain significatif à réaliser puis réutiliser la boucle externe le plus tôt possible. Il est donc nécessaire d'introduire un ordre de déroulement des itérations externes et internes afin de minimiser ces itérations en gardant les mêmes performances, le nombre d'itérations N_{LDPC} sera variable d'une itération externe à l'autre. Pour se faire, deux types d'ordonnancement sont proposés, l'ordonnancement statique et l'ordonnancement dynamique. Nous traiterons dans la suite l'ordonnancement statique. L'ordonnancement dynamique étant bien plus intéressant, mais plus complexe à cerner, sera relayé au chapitre suivant. Notons que bien que le terme ordonnancement a déjà utilisé dans le chapitre 2 pour le décodage LDPC même, dans les chapitres 3 et 4 il s'agit de l'ordonnancement des itérations internes/externes. Sans abus de langage nous utiliserons les deux termes équivalents « itération » et « boucle ».

3.7 Ordonnancement statique

3.7.1 Nombre d'itérations externes

D'après l'expression de la complexité de l'équation (3.1), il est nécessaire de fixer le nombre d'itérations externes N_e . Il est possible de se servir des diagrammes EXIT pour estimer le nombre d'itérations nécessaires. Cependant une telle estimation suppose d'une part, l'utilisation d'un entrelaceur à la sortie du détecteur MMSE-IC, et d'autre part dépend du rapport signal sur bruit en réception (figure 3.7). On peut cependant fixer N_e en se basant sur des simulations *off-line*. On trouve dans la littérature des valeurs allant jusqu'à 10 itérations externes. La figure (3.2) montre les performances d'un récepteur MIMO (MMSE-IC) 4×4 QPSK pour différentes valeurs de N_e . Le nombre d'itérations internes (LDPC) est cependant maintenu constant et suffisamment élevé afin de déterminer une limite de performance de la configuration proposée. On observe un gain de 0.5 dB après 4 itérations externes, après cette quatrième itération aucun gain n'est réalisable.

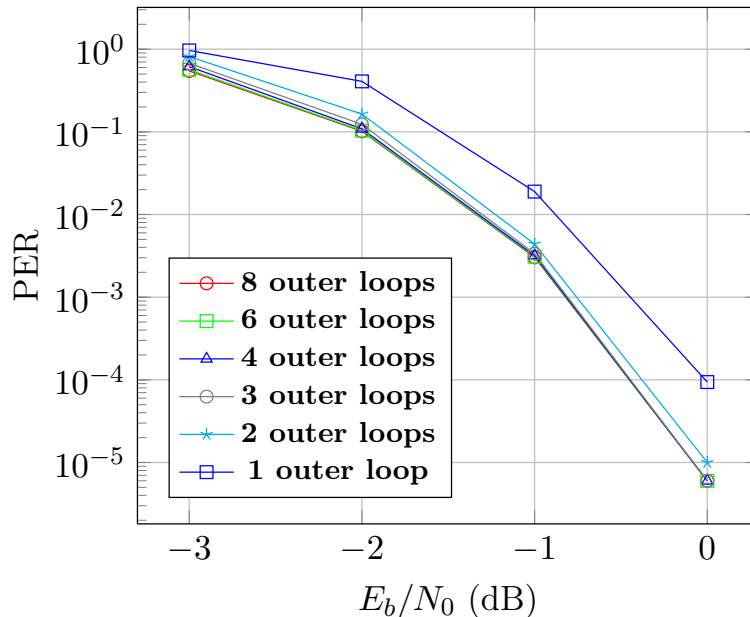


FIGURE 3.2 – Performance du récepteur MMSE-IC 4x4 pour différentes valeurs de N_e avec 50 itérations LDPC dans boucle externe

Le nombre d'itérations externes N_e est fixé. À la i^e itération externe, le décodeur LDPC effectue N_{LDPC_i} itérations internes. Nous utiliserons dans la suite la notation en N_e - *uplets* ($N_{LDPC_1}, N_{LDPC_2}, \dots, N_{LDPC_{N_e}}$) pour représenter les ordonnancements. On se propose de minimiser le nombre total d'itérations LDPC soit la somme ($\sum_{i=1}^{N_e} N_{LDPC_i}$) en préservant les mêmes performances limites de la figure (3.2).

3.7.2 Diagrammes EXIT du code LDPC

Chaque message (LLR) transmis au décodeur correspond un bit $x \in \{-1, +1\}$. Après un certain nombre d'itérations de décodage, le message sortant du décodeur est plus fiable. I_{in} représente l'information mutuelle entre le message entrant au décodeur et son bit x correspondant, calculée en moyenne pour un nombre élevé de bits (Eq (2.25)). De même, I_{out} représente l'information mutuelle moyenne entre le message sortant du décodeur et son bit correspondant (figure 3.3). Ceci permet de caractériser le décodeur par sa caractéristique $I_{in} = f(I_{out})$. Cette caractéristique permettra donc de comparer les codes et leurs sensibilités aux variations des paramètres.

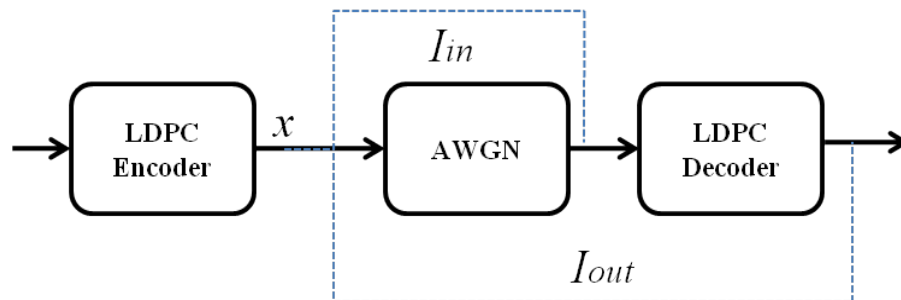


FIGURE 3.3 – Calcul des caractéristiques EXIT

Les figures (3.4), (3.5) et (3.6) donnent les courbes EXIT, $I_{in} = f(I_{out})$ du code LDPC standard, pour les longueurs de code (1296 et 1944), pour les rendements (1/2 et 2/3) et aussi pour différents nombres d'itérations. Pour une même information mutuelle en entrée I_{in} : plus la taille du code est élevée plus l'information mutuelle I_{out} est élevée (figures 3.4 et 3.6), moins le rendement du code est élevé plus l'information I_{out} est élevée (figures 3.4 et 3.5).

On s'intéresse aussi à l'effet du nombre d'itérations de décodage sur les caractéristiques EXIT. L'effet de l'augmentation du nombre d'itérations se traduit par une augmentation de l'information mutuelle en sortie. Cependant cet effet n'apparaît qu'après un seuil I_{in} d'information mutuelle (e.g $[I_{in} = 0.55, N= 1296, R=1/2]$, $[I_{in} = 0.5, N=1944, R =1/2]$, $[I_{in} = 0.6, N= 1296, R= 2/3]$). Aussi, l'augmentation de l'information mutuelle en sortie I_{out} n'est pas constante (linéaire) en fonction des itérations. En effet, à faible rapport SNR les caractéristiques $I_{out} = f(I_{in})$ sont superposées quelque soit le nombre d'itérations utilisé. Pour $0 < I_{in} < 0.55$ l'information mutuelle en sortie reste inchangée, il conviendra donc de ne faire que peu d'itérations à faible SNR. Pour I_{in} plus élevée, I_{out} devient plus sensible au nombre d'itérations. les courbes EXIT $I_{out} = f(I_{in})$ du détecteur MIMO MMSE-IC (4x4) sont dépendantes du SNR, la figure (3.7) en donne les courbes pour différentes valeurs SNR.

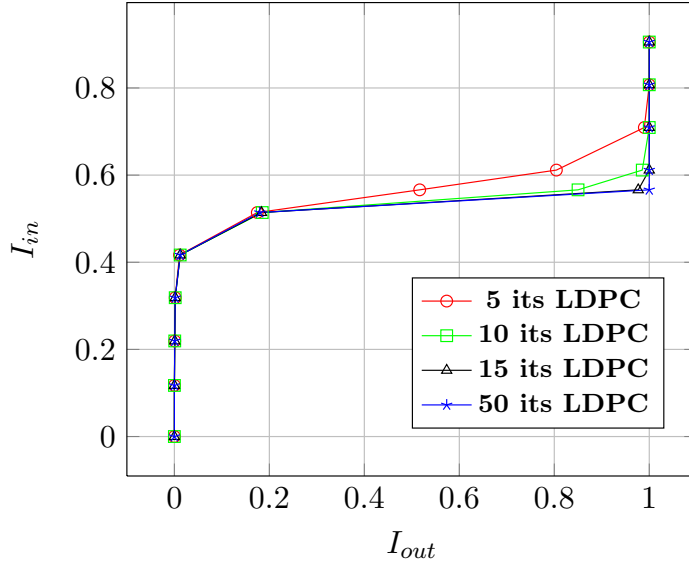


FIGURE 3.4 – Courbe EXIT du code LDPC, Rendement 1/2, 1296 bits pour différents nombres d’itérations

3.7.3 Ordonnancement proposé

On se réfère à nouveau aux courbes EXIT des codes LDPC (3.4, 3.5 et 3.6). On observe (d’après les pentes des courbes) que les quelques premières itérations LDPC sont celles qui apportent le plus de gain. La figure (3.8) montre l’effet du nombre d’itérations LDPC sur les performances. Après la 9^e itération, les courbes *PER* se superposent et aucun gain significatif ne peut être apporté par un excès d’itérations LDPC. Cette valeur sera fixée comme borne supérieure du nombre d’itérations LDPC, N_{LDPC}

Au cours des itérations externes, la fiabilité des symboles est améliorée, et à chaque boucle externe, l’information mutuelle en entrée du décodeur LDPC est plus élevée. Ceci veut dire (d’après les courbes EXIT) que le nombre d’itérations LDPC doit augmenter entre deux itérations externes :

$$N_{LDPC_i} \leq N_{LDPC_{i+1}} \leq N_{LDPC_{N_e}}$$

N_{LDPC_i} représente le nombre d’itérations LDPC effectuées à la i^{eme} itération externe.

Les meilleurs ordonnancements sont ceux pour lesquels la somme $\sum_{i=1}^{N_e} N_{LDPC_i}$ est réduite et les performances PER sont préservées.

Nous commencerons par minimiser la première composante N_{LDPC_1} , en gardant toutes les autres composantes à 9 (valeur choisie ci-avant) itérations. La figure (3.9) donne les performances pour des valeurs $1 \leq N_{LDPC_1} \leq 9$. Pour $N_{LDPC_1} = 3$ le taux d’erreur paquet

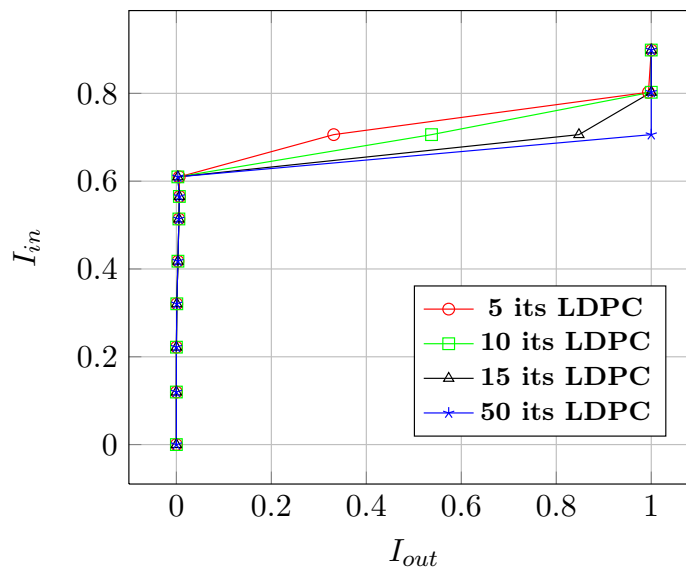


FIGURE 3.5 – Courbe EXIT du code LDPC, Rendement 2/3, 1296 bits pour différents nombres d’itérations

est minimum, en outre l’augmentation de N_{LDPC_1} à ce stade peut dégrader le taux d’erreur paquet, ceci est le cas des quadruplets (1, 3, 7, 9) et (1, 3, 7, 9). Ceci peut être expliqué par la présence de cycles courts dans le graphe du code. En effet, vu que la taille du code est relativement faible et en présence de cycles courts, l’augmentation du nombre d’itérations propage les erreurs dans le graphe.

De la même manière on détermine les autres composantes N_{LDPC_2} et N_{LDPC_3} (figures 3.10 et 3.11) et l’ordonnement (3, 7, 7, 9) peut dans ce cas être choisi comme ayant un nombre d’itérations LDPC total relativement faible sans dégradation remarquable des performances.

D’après les courbes EXIT des codes LDPC (section 3.7.2), on peut voir qu’en variant le rendement du code ou sa taille le nombre d’itérations nécessaires varie. Ceci veut dire que l’ordonnement doit être calculé pour chaque variation des paramètres du code et aussi pour la variation de l’ordre de modulation. En outre, l’ordonnement proposé est obtenu par simulation sur un nombre élevé de paquets et sur plusieurs valeurs SNR, il correspond donc à une moyenne et le même jeu d’itérations s’applique également à tous les blocs reçus quelque soient leurs fiabilités (SNR en réception). Certains paquets seront donc sanctionnés par les limites fixées par cet ordonnement. Ceci nous motive à rechercher des méthodes d’ordonnement plus flexibles.

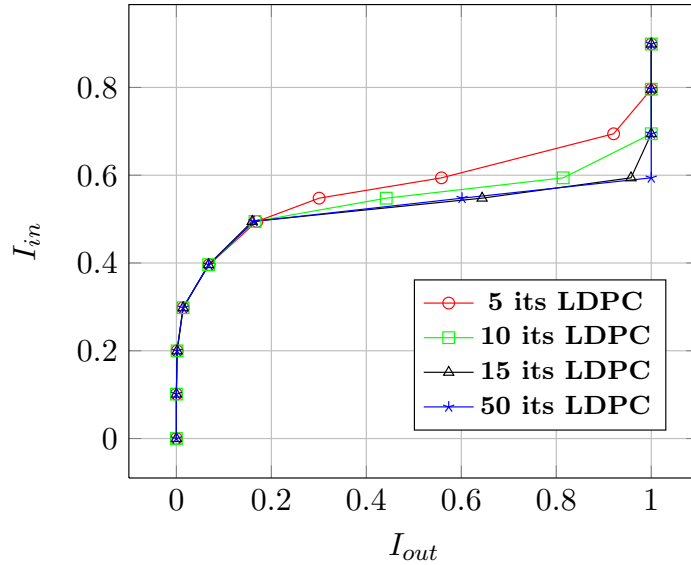


FIGURE 3.6 – Courbe EXIT du code LDPC, Rendement 1/2, 1944 bits pour différents nombres d’itérations

3.8 Conclusion

Dans ce chapitre on a analysé la complexité du récepteur itératif MMSE-IC LDPC. La complexité MMSE est fixe tandis que le nombre d’itérations de décodage LDPC peut être exploité pour réduire la complexité du récepteur en introduisant la notion d’ordonnement interne/externe des itérations. L’observation de la sensibilité des diagrammes EXIT du code au nombre d’itérations de décodage nous permet de déterminer des ordonnancements statiques à faible nombre total d’itérations. L’avantage des ordonnancements statiques est le fait d’avoir une complexité et un délai constants, cependant ils manquent de flexibilité et doivent être modifiés pour chaque variation des paramètres du système. Dans le chapitre suivant, nous explorons des possibilités d’utiliser des ordonnancements dynamiques flexibles.

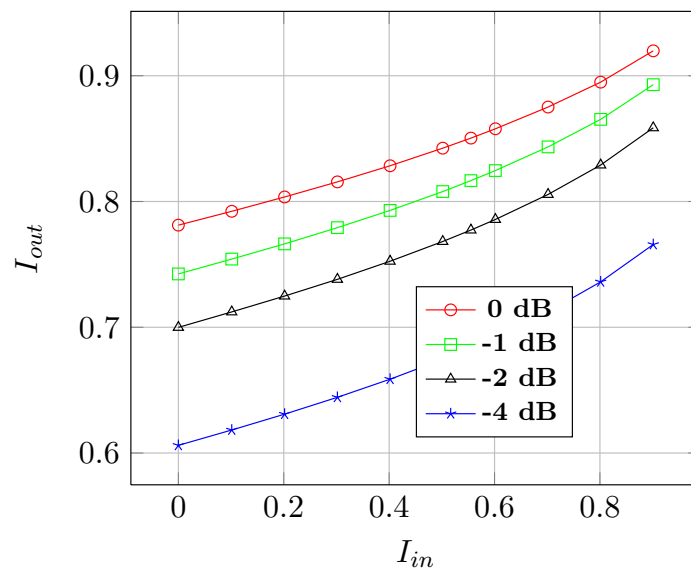


FIGURE 3.7 – Diagramme EXIT du MMSE-IC 4x4 QPSK, pour différentes valeurs SNR

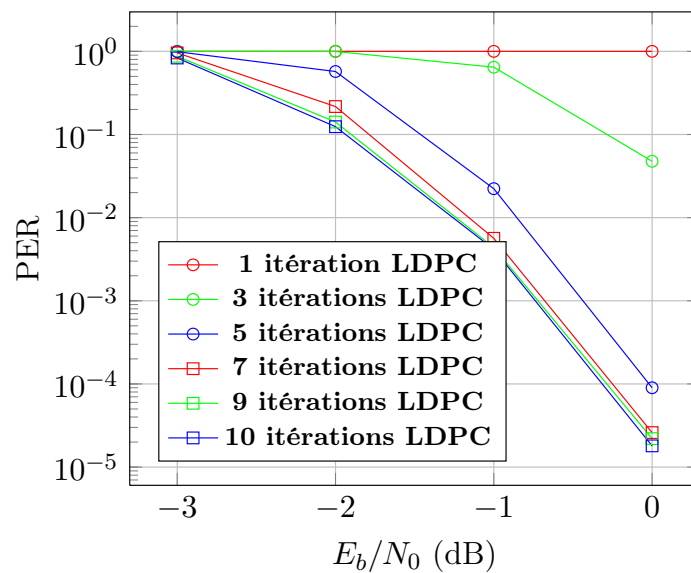
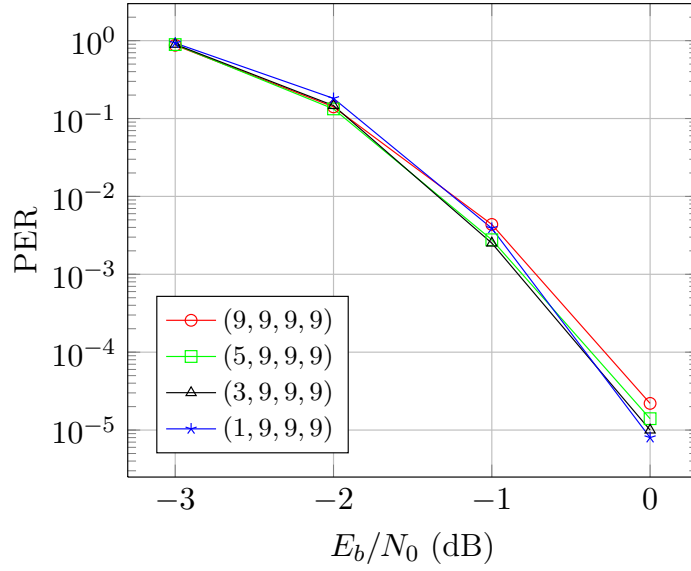
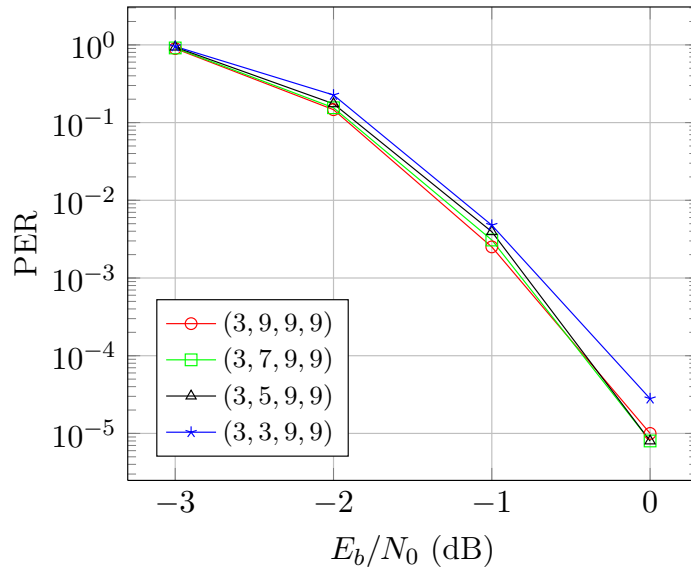


FIGURE 3.8 – Itérations LDPC

FIGURE 3.9 – Performances des ordonnancements, composante N_1 FIGURE 3.10 – Performances des ordonnancements, composante N_2

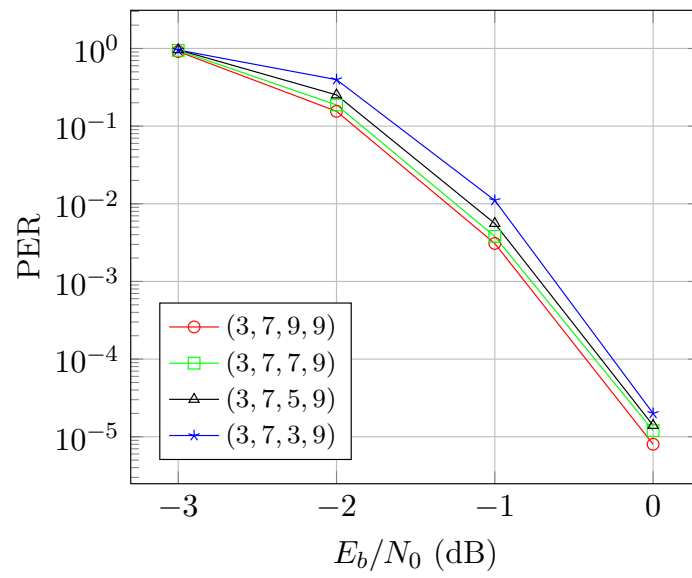


FIGURE 3.11 – Performances des ordonnancements, composante N_3

Chapitre 4

Ordonnancement dynamique du récepteur

4.1 Introduction

Afin de réduire la complexité du récepteur itératif MIMO LDPC, la notion d'ordonnancement a été introduite dans le chapitre 3, afin de réduire le nombre d'itérations de décodage LDPC en s'appuyant sur les diagrammes EXIT du code. Dans ce chapitre nous explorons les possibilités d'utiliser des ordonnancements dynamiques en se basant sur des métriques de fiabilité de l'information disponible au niveau des noeuds du code.

4.2 Ordonnancement dynamique

L'aspect itératif de l'algorithme de décodage LDPC permet d'exploiter le nombre d'itérations pour réduire la complexité du récepteur itératif. Dans le chapitre précédent, nous avons introduit la notion d'ordonnancement des itérations externes et internes, une première solution d'ordonnancement statique a été proposée. Elle permet en s'appuyant sur les courbes EXIT d'un code donné de déterminer un ordonnancement à faible nombre d'itérations.

L'ordonnancement statique est sensible à la longueur du code, son rendement ainsi que d'autres paramètres du système. Nous proposons dans ce chapitre d'utiliser des ordonnancements dynamiques dans le sens que le nombre d'itérations LDPC effectuées à chaque boucle externe est variable et dépendant de la fiabilité des vraisemblances des bits du bloc en cours de décodage. En d'autres mots, au lieu d'utiliser un ordonnancement prédéfini calculé comme une moyenne sur une plage SNR, chaque bloc LDPC reçu sera traité selon la fiabilité de ses bits permettant ainsi de prendre en compte les variations du canal et les variations des paramètres du code.

4.3 Évolution de la fiabilité avec les itérations

L'utilisation d'ordonnements dynamiques nécessite de déterminer le nombre d'itérations N_{LDPC_i} à effectuer lors de la i -ème boucle externe. Ceci revient à décider si le décodage LDPC doit s'arrêter en se basant sur une métrique donnée avant commencer une nouvelle phase d'égalisation, on parle donc de critère d'arrêt.

On définit la métrique de fiabilité moyenne (*Mean Reliability*) (**MR**) sur les bits b_i d'un mot de code de taille N par :

$$MR = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |LLR(b_i)| \quad (4.1)$$

où $LLR(b_i)$ désigne le rapport de vraisemblance extrinsèque d'un bit.

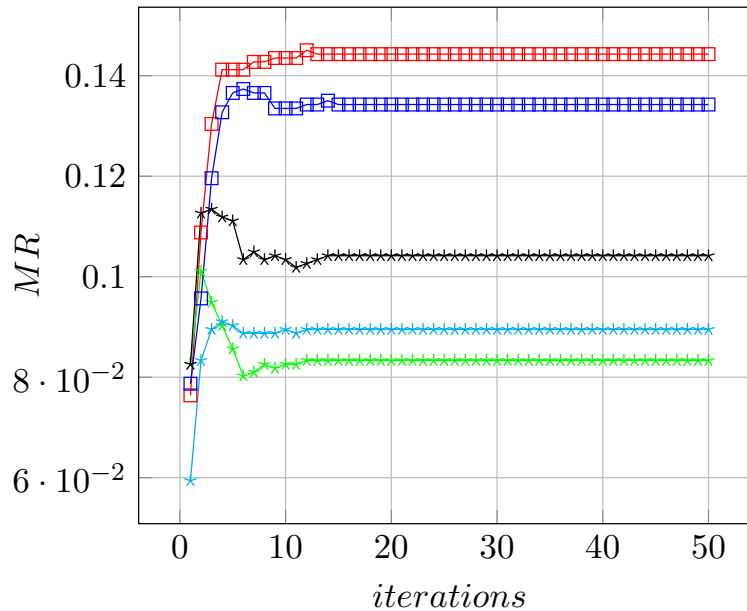
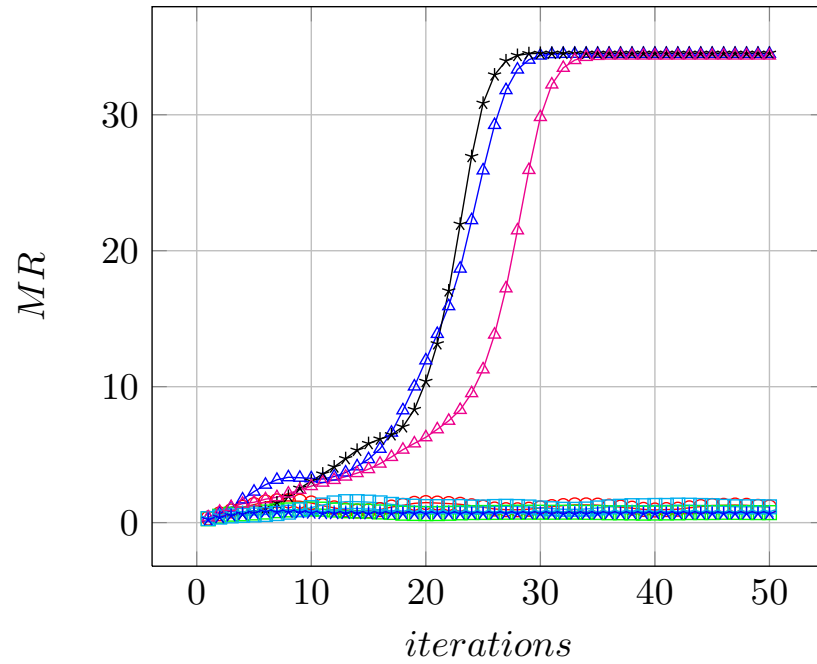
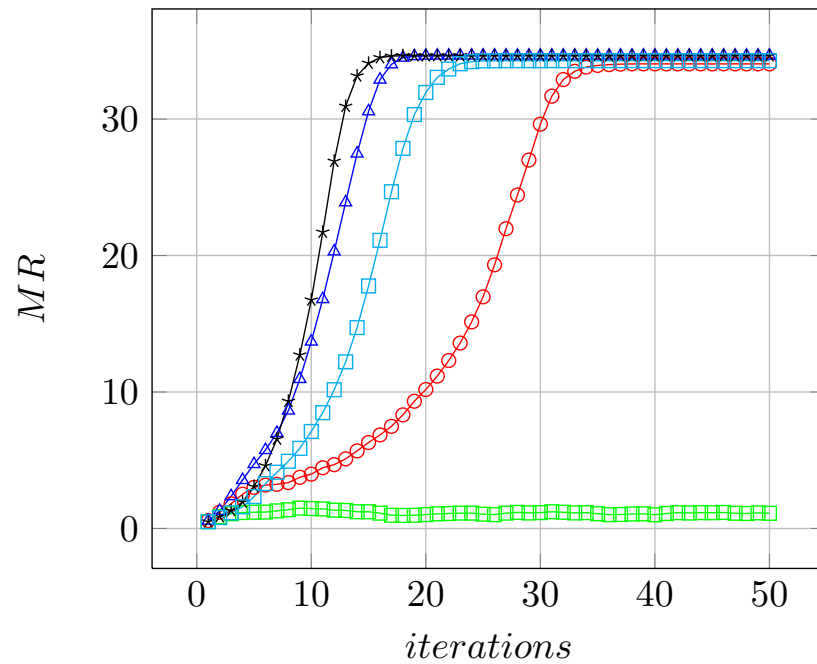


FIGURE 4.1 – Évolution de la fiabilité MR au cours des itérations à $-4dB$

La figure (4.1) montre l'évolution de la fiabilité moyenne de plusieurs paquets échantillons au cours des itérations pour un faible rapport signal sur bruit, e.g $-4 dB$. La fiabilité moyenne augmente très légèrement au cours des premières itérations puis se stabilise sur une valeur toujours très faible. Pour un rapport SNR plus élevé (e.g $-2 dB$) (4.2), certains blocs arrivent à converger après un certain nombre d'itérations, tandis d'autres n'y arrivent pas. Pour un SNR encore plus élevé (4.3) la majorité des blocs montre une convergence et une évolution rapides de leurs fiabilités moyennes.

FIGURE 4.2 – Évolution de la fiabilité MR au cours des itérations à $-2dB$ FIGURE 4.3 – Évolution de la fiabilité MR au cours des itérations à $-1 dB$

Ces observations montrent qu'au lieu des ordonnancements statiques il serait plus astucieux d'utiliser des ordonnancements dynamiques flexibles pouvant prendre en compte la particularité de chaque bloc.

Dans [114], [115] and [116], des critères d'arrêt du décodage LDPC sur canal AWGN sont proposés afin de réduire le nombre d'itérations. Les auteurs classent les blocs reçus grossièrement sous trois catégories. Certains blocs convergent rapidement après quelques itérations, d'autres convergent lentement ou oscillent sans converger (blocs non décodables) même après un nombre élevé d'itérations. Nous analyserons dans la suite plusieurs critères d'arrêt.

4.4 Critères d'arrêt

L'ordonnancement dynamique est régi par le critère d'arrêt du décodage LDPC. Les critères d'arrêts recherchés utilisent des métriques de fiabilité pour prendre une décision d'arrêt, une telle décision permet de réduire le nombre d'itérations quand on estime que le décodage ne peut plus apporter de gain. La métrique de fiabilité est calculée à la fin de chaque itération LDPC, il faut donc qu'elle soit simple à calculer.

4.4.1 Critère du premier maximum - FMMR

La fiabilité moyenne croît au cours des itérations, la constatation d'une baisse peut très probablement signifier une difficulté de convergence. Selon le critère FMMR¹, dès qu'une baisse est constatée entre deux itérations i et $i + 1$, le décodage s'arrête et une nouvelle boucle externe commence permettant ainsi d'éviter les itérations inutiles. Ce critère est particulièrement convenable à faible SNR et son principal.

$$MR(it_i) > MR(it_{i+1}) \quad (4.2)$$

4.4.2 Critère de la fiabilité moyenne constante - CMR

Lorsque la fiabilité moyenne devient constante durant deux ou plusieurs itérations (fenêtre d'itérations) on peut estimer qu'aucune amélioration significative ne peut être espérée. Une décision d'arrêt de décodage sera prise et une nouvelle boucle externe est déclenchée.

$$MR(it_i) = MR(it_{i+1}) \quad (4.3)$$

4.4.3 Pondération de la fiabilité moyenne

La fiabilité moyenne telle que définie dans l'équation (4.1) associe le même poids à tous les bits du bloc décodé. Les bits d'un mot de code LDPC irrégulier n'ont pas le même niveau de protection, l'affectation de poids différents aux bits a pour effet de modifier l'évolution de

1. First Maximum Mean Reliability

la métrique de fiabilité et par suite modifier le nombre d'itérations avant l'arrêt du décodage. Dans cette section nous proposons de pondérer les fiabilités (LLR) des bits lors du calcul d'une métrique de fiabilité moyenne et nous analysons par la suite son effet sur le nombre d'itérations.

4.4.3.1 Mean Reliability On Information bits - MRI

Nous proposons de s'intéresser uniquement à la fiabilité des bits d'information. En effet selon la structure nous définissons la fiabilité moyenne sur les bits d'information (MRI) en associant un poids nul aux bits de parité et un même poids aux K bits d'information. Cette métrique est simple à calculer puisqu'elle ne concerne qu'une partie (K bits) du bloc.

$$MRI = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K |LLR(b_i)| \quad (4.4)$$

4.4.3.2 Weighted Mean Reliability - WMR

Dans un code LDPC irrégulier, les noeuds ont des degrés de connexion différents. Les noeuds les plus connectés (d_{v_i} plus élevé) reçoivent plus d'informations et convergent avant les autres noeuds. Afin de prendre en compte les degrés de connexion des noeuds, nous définissons la métrique de fiabilité pondérée WMR par :

$$WMR = \frac{1}{\sum_{i=1}^N d_{v_i}} \sum_{i=1}^N d_{v_i} |LLR(b_i)| \quad (4.5)$$

Selon cette définition les noeuds les plus protégés sont plus pesants dans la décision d'arrêt. En effet dès que ces derniers convergent on peut espérer une amélioration importante grâce à une nouvelle boucle externe.

4.4.3.3 Weighted Penalized Mean Reliability - WPMR

Contrairement à la métrique **WMR**, les noeuds les plus protégés sont pénalisés afin de permettre aux noeuds de faibles degrés de mieux contribuer à la décision d'arrêt. On définit la métrique **WMPR** par :

$$WPMR = \frac{1}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{d_{v_i}}} \cdot \sum_{i=1}^N \frac{1}{d_{v_i}} |LLR(b_i)|, \quad (4.6)$$

En utilisant ces métriques pondérées, on définit les critères (**CMRI**), (**CWMR**) et (**CWPMR**) par la stabilité de leurs métriques respectives durant deux itérations consécutives.

$$CMRI^2 : MRI(it_i) = MRI(it_{i+1}) \quad (4.7)$$

$$CWMR^3 : WMR(it_i) = WMR(it_{i+1}) \quad (4.8)$$

$$CWPMR^4 : WPMR(it_i) = WPMR(it_{i+1}) \quad (4.9)$$

Métrique	Additions	Multiplications	Divisions
MR	N-1	0	1
MRI	K-1	0	1
WMR	N-1	N	1
WPMR	N-1	N	N+1

TABLE 4.1 – Complexité de calcul des métriques de fiabilité

Le calcul d'une métrique est nécessaire à la fin de chaque itération il est donc nécessaire de comparer les complexités de calcul des métriques. La table 4.1 donne une estimation littérale des nombres d'opérations nécessaires pour les différentes métriques. La métrique MRI nécessite le moins de calcul vu qu'elle ne concerne que les bits d'informations. Les métriques WMR et WPMR nécessitent bien plus d'opérations à cause de la pondération. Les facteurs de normalisation $\sum_{i=1}^N d_{v_i}$ et $\sum_{i=1}^N \frac{1}{d_{v_i}}$ peuvent être calculé une seule fois pour un même code vu qu'ils dépendent uniquement des degrés de connexion des noeuds et ne seront pas pris en compte dans la table 4.1. Dans ce qui suit, nous comparons la complexité et les performances des différents critères basés sur les métriques ci-devant.

4.5 Simulations

Les critères d'arrêt définis dans la section 4.2 sont appliqués au décodeur LDPC associé au récepteur MIMO itératif. Nous considérons les mêmes paramètres de simulation que ceux du chapitre 3 pour les mêmes paramètres de modulation et de codage (QPSK, $R = 1/2$, $N = 1296$) et 4 itérations externes. Les figures (4.4) et (4.5) montrent respectivement les performances des différents critères dans les cas de récepteur non itératif et itératif.

Tous les critères utilisés à l'exception du critère FMMR offrent les mêmes performances, il en est de même pour le critère du syndrome (SC^5 eq (2.7)). En comparaison avec un récepteur simple (**Non-Iter**, figure (4.5)), on observe un gain de 0.5 dB. Le critère FMMR montre une dégradation de 0.25 dB par rapport aux autres critères. En effet, le critère FMMR arrête le décodage même pour certains blocs décodables dont la convergence est lente à cause d'une évolution non monotone de leur fiabilité moyenne (e.g figure 4.1).

3. Constant Weighted Mean Reliability
4. Constant Weight Penalized Mean Reliability
5. Syndrome Criterion

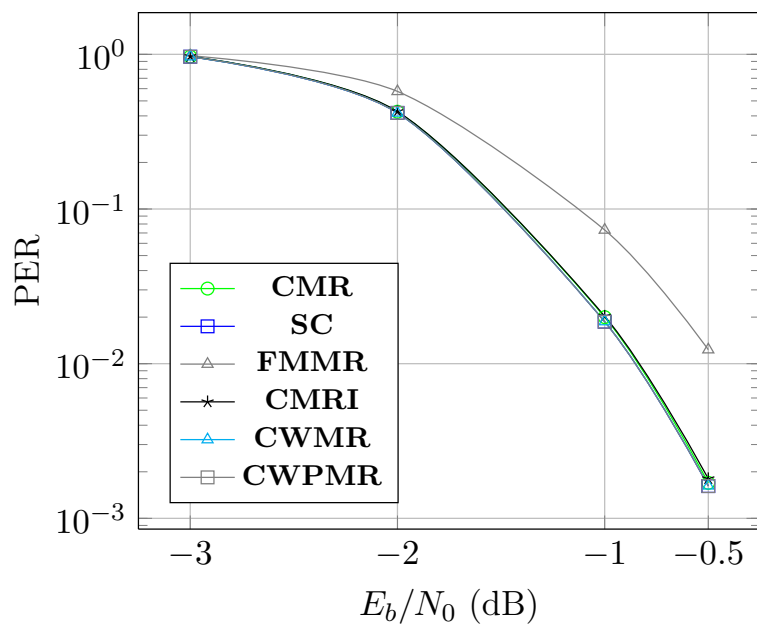


FIGURE 4.4 – Performances des différents critères d'arrêt dans un récepteur non itératif, MIMO 4x4, LDPC $R = 1/2$, $N = 1296$ bits

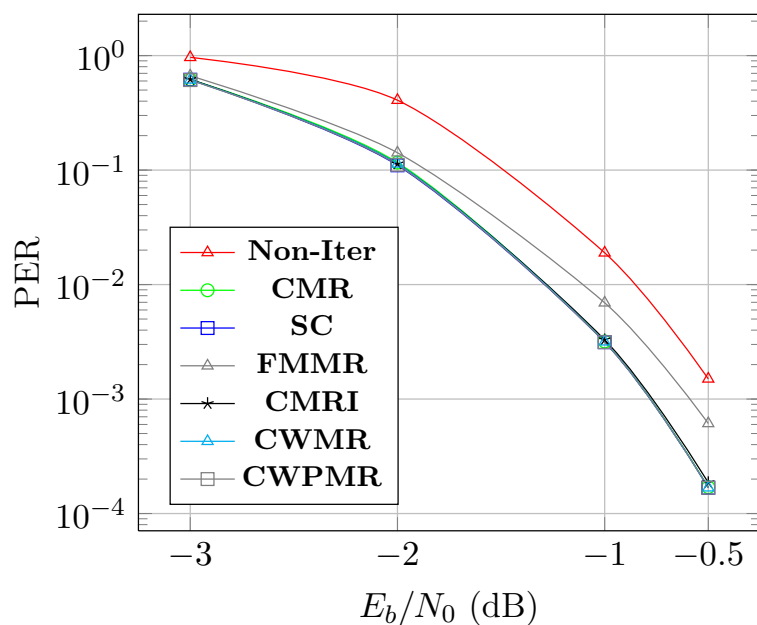


FIGURE 4.5 – Performances des différents critères d'arrêt dans un récepteur itératif, MIMO 4x4, LDPC $R = 1/2$, $N = 1296$ bits

Afin de comparer l'impact des différents critères sur la complexité du décodeur LDPC dans le récepteur MIMO itératif, nous avons choisi de comparer le nombre moyen d'itérations effectuées. L'écart-type du nombre d'itérations (σ_{it}) est également un indicateur important pour avoir une estimation des bornes de leur nombre. Cette borne doit être prise en compte lors d'une réalisation matérielle du décodeur. Les courbes du nombre moyen d'itérations en fonction du rapport SNR sont données dans les figures (4.7), (4.6), (4.9) et (4.8). Pour la clarté des figures, seule la borne supérieure de l'intervalle ($+\sigma_{it}$) est représentée.

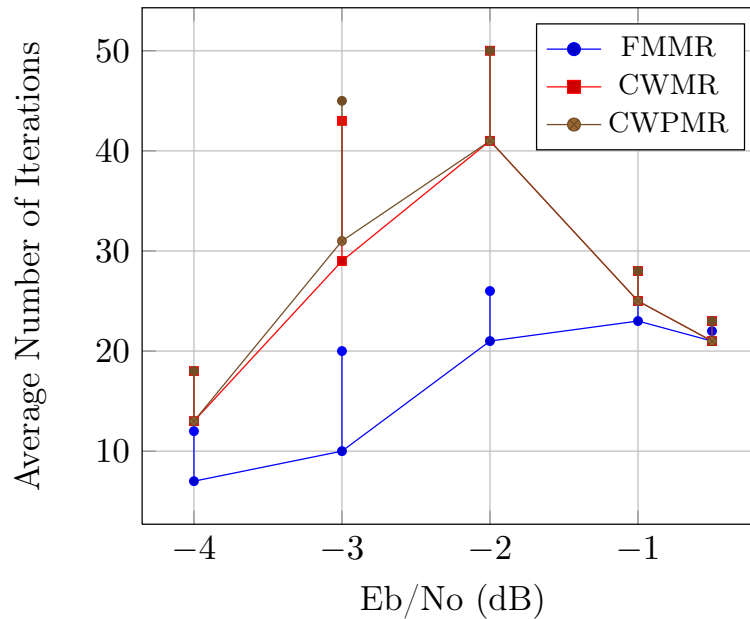


FIGURE 4.6 – Nombre moyen d'itérations à la 1ere boucle externe pour les critères FMMR, CWMR et CWPMR

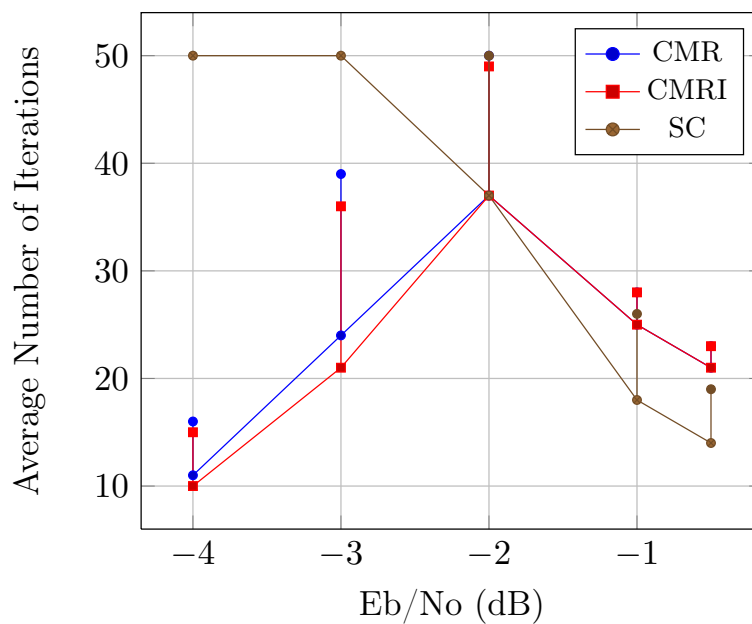


FIGURE 4.7 – Nombre moyen d'itérations à la 1^{re} boucle externe pour les critères SC, CMR et CMRI

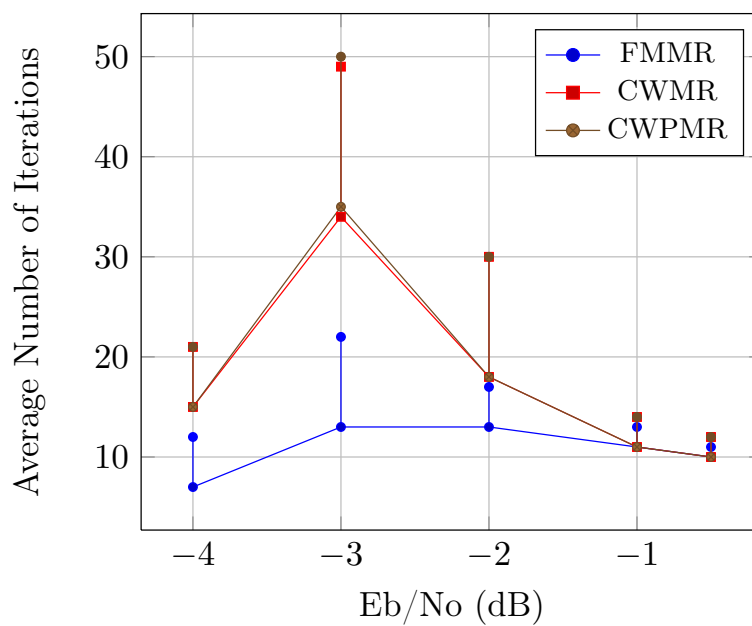


FIGURE 4.8 – Nombre moyen d'itérations à la 4^{me} boucle externe pour les critères FM MR, CW MR and CW PMR

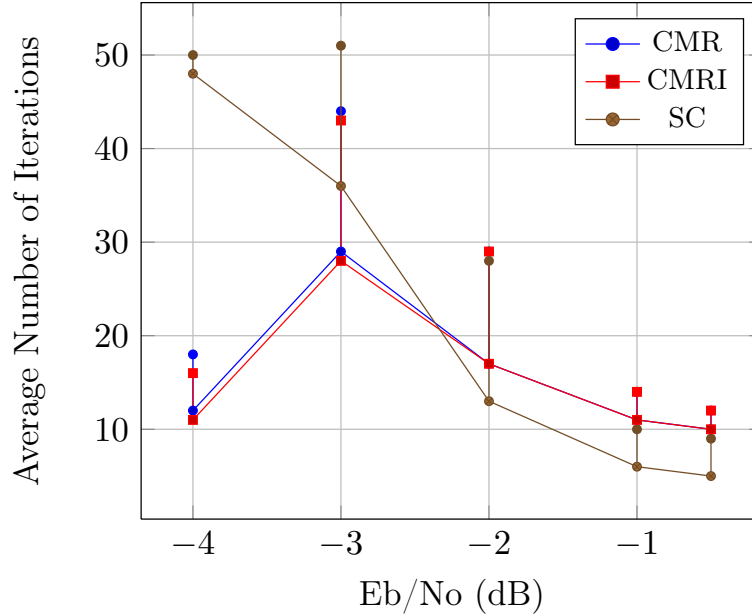


FIGURE 4.9 – Nombre moyen d’itérations à la 4e boucle externe pour les critères SC, CMR and CMRI

Les critères **CWMR** et **CWPMR** offrent des performances très proches malgré qu’ils sont définis sur des principes opposés, le premier favorise les noeuds dont les degrés de connexion sont élevés dans le calcul de la métrique tandis que le second favorise les noeuds les moins connectés. En effet les poids associés $\frac{d_i}{\sum_{i=1}^N d_i}$ et $\frac{1}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{d_i}}$ ont des valeurs très faibles relativement au $LLR(b_i)$, ce qui cache l’effet de la différence des degrés de connexion dans le calcul de la métrique et rend leurs performances très proches. Cependant on observe une moyenne d’itérations plus élevée pour le critère **CWPMR** que pour le critère **CWMR**.

4.5.1 Première itération externe

À la 1^{re} itération externe (figures (4.6) et (4.7)), les nombres moyens d’itérations augmentent avec le rapport signal sur bruit E_b/N_0 et atteignent leurs pics à -2 dB (sauf le critère **FMMR** dont le pic apparaît à -1 dB). Les moyennes décroissent après et convergent à -0.5 dB. Pour critère du syndrome **SC**.

Pour les faibles valeurs d’ E_b/N_0 tous les critères montrent des moyennes inférieures à celle du critère du syndrome **SC**. D’autre part les moyennes des critères **CMRI** and **CMR** sont inférieures à celles des critères **CWMR** and **CWPMR**. Le critère **FMMR** paraît très convenable pour cette première itération externe à cause de sa moyenne et son écart type bas, à fort E_b/N_0 (> -2 dB) ses performances se dégradent. Au point -2 dB, les courbes **CMRI** et **SC** se croisent et la courbe **SC** montre une diminution.

4.5.2 Quatrième itération externe

À la 4^e itération externe (figures (4.8) et (4.9)). Par rapport à la 1^{re} itération externe, ses pics sont plus bas et sont déplacés de -2 dB à -3 dB ce qui signifie qu'une partie des mots de code non fiables à la première itération sont devenus fiables après 4 itérations externes. Il en est de même pour le point de croisement des courbes **SC** et **CMRI**. Les écart-types montrent un comportement semblable.

D'après ce qui précède le critère CMRI semble être le plus intéressant grâce à son nombre d'itérations et aussi à la simplicité de calcul de sa métrique (Table 4.1). Notons que lorsque l' E_b/N_0 devient très élevé, le nombre moyen d'itérations pour critères basés sur les métriques de fiabilité montre un pallier supérieur à la courbe du critère du syndrome. En effet, ceci peut être justifié par le fait que la fiabilité moyenne continue à avoir des variations même trop minimales qui empêchent l'arrêt du décodage. Si les messages LLR sont quantifiés cet effet disparaîtra et les nombres moyens d'itérations convergeront vers un même point.

Parmi les intérêts de l'ordonnancement dynamique est la capacité du décodeur à estimer qu'un bloc est décodable ou non à partir de sa fiabilité moyenne, ceci est particulièrement intéressant pour un système utilisant une voie de retour (e.g ARQ⁶), dans ce cas le récepteur peut décider de renvoyer une demande de retransmission plutôt, ou aussi demander la transmission de nouveaux bits de redondance dans le cas (HARQ)⁷.

4.5.3 Comparaison des ordonnancements

L'avantage de l'approche statique est qu'elle permet de déterminer un ordonnancement avec une complexité et une latence constantes en ayant un nombre d'itérations LDPC total relativement faible et comparable au nombre d'itérations LDPC utilisé dans un récepteur non itératif. Cependant d'une part, le décodeur ne dispose pas toujours d'un nombre suffisamment élevé d'itérations et certains blocs peuvent être sanctionnés. D'autre part les ordonnancements statiques sont liés aux paramètres du code et doivent être déterminés pour chaque ensemble de paramètres.

En utilisant l'ordonnancement dynamique, le décodeur LDPC dispose de plus liberté dans la décision d'arrêter au détriment d'une complexité plus élevée et variable en comparaison avec les ordonnancements statiques. Les critères d'arrêt dynamique sont cependant plus flexibles et permettent de s'affranchir des variations des paramètres du code ou de la modulation.

4.6 Conclusion

En utilisant l'information souple disponible à la sortie du décodeur. Il est possible de définir des critères d'arrêt permettant de prendre une décision d'arrêt du décodage canal et

6. *Automatic Retransmission Request*

7. *Hybrid Automatic Retransmission Request*

de recommencer l'égalisation MIMO. À faible SNR, une réduction relativement importante du nombre d'itérations est réalisée. La comparaison des ordonnancements statiques et dynamiques montre que l'intérêt de chacun restera lié à l'application visée et ses contraintes de complexité et de flexibilité.

Chapitre 5

Le MIMO multi-utilisateur (Xuser MIMO)

5.1 Introduction

Dans les chapitres précédents, on s'est intéressé à la turbo-égalisation et son ordonnancement dans un système MIMO mono-utilisateur. L'objectif de ce chapitre est d'étudier le cas MIMO multi-utilisateur avec un accès multiple par division spatiale (SDMA). Dans le cas idéal, l'usage de l'accès multiple SDMA établit une orthogonalité entre les faisceaux destinés aux différents utilisateurs et aucune interférence n'aura lieu. Ceci se ramène au cas du chapitre précédent (cas mono-utilisateur). Malgré la formation des faisceaux d'une manière adaptée au canal rencontré, l'interférence interutilisateur reste susceptible d'augmenter à cause de la dynamique du canal ou à cause des déplacements du récepteur ou de l'émetteur. Cette interférence peut atteindre un niveau important pouvant dégrader significativement la qualité de la transmission. Une première solution consiste à refaire l'estimation du canal et adapter les faisceaux à ces nouvelles conditions. Une deuxième solution consiste à supprimer l'interférence en profitant de la connaissance des conditions de propagation (*Channel Side Information*)(CSI) rencontrées par l'utilisateur interférent. On s'intéresse dans ce chapitre à étudier cette deuxième solution.

5.2 Accès Multiple par Division Spatiale ou MU-MIMO

L'accès multiple SDMA constitue aujourd'hui une technique d'accès particulièrement intéressante pour les systèmes MIMO. En effet cette technique permet d'exploiter la dimension spatiale (antennes multiples) pour séparer les différents utilisateurs qui partagent la même bande de fréquence. Ceci constitue un atout très fort pour l'accès multiple SDMA vis-à-vis des enjeux des nouveaux systèmes de communication sans fil pour lesquels l'amélioration de l'efficacité spectrale est l'un des objectifs essentiels. Le SDMA a récemment été choisi dans les nouvelles normes de réseaux radio mobile (3GPP LTE) et de réseaux locaux sans fil (WiFi 802.11n, 802.11ac). En utilisant l'information sur l'état du canal (CSI) disponible à l'émission grâce à une voie de retour, des faisceaux (aussi appelés « modes ») sont formés pour être destinés aux différents utilisateurs de sorte à éviter les interférences. Idéalement

les faisceaux sont orthogonaux en émission et chaque récepteur ne reçoit que le faisceau qui lui est destiné. Dans ces conditions, une simple égalisation en réception permet de récupérer les symboles transmis et le système multi-utilisateur se transforme en plusieurs systèmes mono-utilisateur. On note l'intérêt de la combinaison de l'accès SDMA avec l'OFDM en appliquant un précodage par sous-porteuse OFDM.

La mise en oeuvre d'une transmission avec un accès multiple SDMA nécessite deux phases. Dans une première phase (phase de *feedback*), les récepteurs estiment leurs canaux respectifs et renvoient cette information à l'émetteur. Durant la deuxième phase, l'émetteur utilise ces informations pour établir l'accès multiple par précodage (*beamforming*) et commencer la transmission de données utiles (phase de transmission). La figure (5.1) montre les différentes phases d'une transmission SDMA. Tant que le canal de propagation n'a pas changé, la transmission de données utiles peut continuer. Quand le canal varie, les interférences entre utilisateurs prennent lieu causant ainsi une dégradation des performances (taux de rejet de paquets élevé). Une nouvelle phase de *feedback* s'avère nécessaire afin d'adapter les faisceaux à ces variations. Ceci implique évidemment l'arrêt de la transmission de données utiles en attendant que les nouvelles informations CSI et schémas de précodage soient calculés. L'effet de la répétition des phases de *feedback* est évidemment une diminution du débit total du système, d'où l'intérêt de minimiser leur nombre.

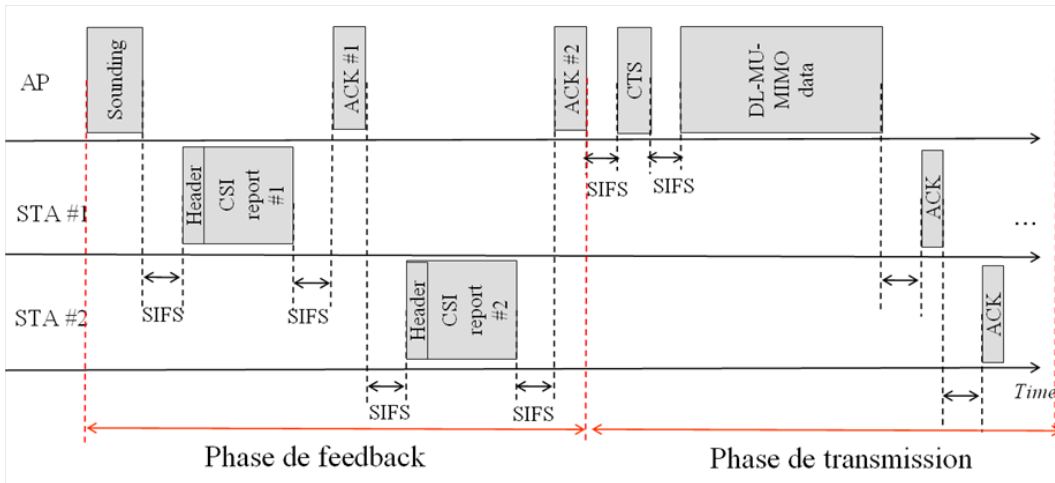


FIGURE 5.1 – Transmission SDMA

5.2.1 Précodage et beamforming

En émission une opération de précodage permet de séparer les différents faisceaux. Il existe dans la littérature plusieurs techniques de précodage linéaire et non linéaire. Le précodage théorique optimal est obtenu à l'aide de la méthode *Dirty Paper Coding* (DPC) [117], [118], mais reste une solution non pratique à cause de sa forte complexité ce qui fait du précodage linéaire la solution la plus envisageable et la plus connue, bien que sous-optimale.

On considère la transmission MIMO dans la voie descendante entre un point d'accès et un ensemble de K utilisateurs (figure 5.2). Pour le $k^{\text{ième}}$ utilisateur M_k flux sont envoyés et le vecteur de symboles qui lui correspond est noté \mathbf{s}_k (de dimensions $M_k \times 1$). Soit \mathbf{s} le vecteur contenant l'ensemble des vecteurs \mathbf{s}_k concaténés destinés aux K utilisateurs.

$$\mathbf{s} = [\mathbf{s}_1 \dots \mathbf{s}_k \dots \mathbf{s}_K]^T$$

$$\mathbf{s}_k = [s_1 \dots s_{M_k}]$$

\mathbf{s} est donc de dimensions $M \times 1$ où $M = \sum_{k=1}^K M_k$.

Une matrice de précodage \mathbf{F} de dimensions $N_t \times M$ est appliquée au vecteur \mathbf{s} . \mathbf{F} est composée de sous-matrices \mathbf{F}_k de dimensions $N_t \times M_k$. Le vecteur précodé transmis \mathbf{x} de dimensions $N_t \times 1$ est donné par :

$$\mathbf{x} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{s} \quad (5.1)$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_{N_t} \end{bmatrix} = [\mathbf{F}_1 \quad \dots \quad \mathbf{F}_k \quad \dots \quad \mathbf{F}_K] \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{s}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{s}_k \\ \vdots \\ \mathbf{s}_K \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

Chaque utilisateur possède N_k antennes de réception et reçoit donc un vecteur \mathbf{r}_k de dimensions $N_k \times 1$:

$$\mathbf{r}_k = \mathbf{H}_k \cdot \mathbf{F} \cdot \mathbf{s} + \mathbf{n}_k \quad (5.3)$$

$$\mathbf{r}_k = \underbrace{\mathbf{H}_k \cdot \mathbf{F}_k \cdot \mathbf{s}_k}_{\text{symboles utiles}} + \overbrace{\mathbf{H}_k \sum_{j \neq k} \mathbf{F}_j \cdot \mathbf{s}_j}^{\text{interference entre utilisateurs}} + \mathbf{n}_k \quad (5.4)$$

\mathbf{H}_k est la matrice du canal entre le point d'accès et le $k^{\text{ème}}$ utilisateur. L'annulation des interférences revient à satisfaire la condition $\mathbf{H}_k \cdot \mathbf{F}_j = 0$ pour $j \neq k$. Pour ce faire plusieurs critères de précodage linéaire existent, comme le précodage ZF ([119], [120]) qui est particulièrement intéressant dans le cas d'une seule antenne en réception (pas de corrélation), le précodage MMSE ainsi que d'autres critères répondant aux contraintes de QoS ([121], [122]).

Il est aussi possible de réaliser la condition $\mathbf{H}_k \cdot \mathbf{F}_j = 0$ pour $j \neq k$ en utilisant la diagonalisation donnée dans [123].



FIGURE 5.2 – Accès multiple SDMA

5.3 Scénarios d'interférence

Dans le cas idéal où les conditions théoriques sont parfaitement remplies, les différents flux destinés aux utilisateurs sont orthogonaux de sorte que chaque récepteur ne reçoit que le flux qui lui est destiné. En réalité il est difficile de remplir les conditions théoriques et les interférences persistent malgré le précodage. Notamment quand l'émetteur ou le récepteur se déplace, ou quand d'autres changements dans l'environnement auront lieu comme l'entrée d'un nouvel obstacle (personne, objet, etc.). Le canal rencontré peut être très différent du canal estimé durant la phase de *feedback* et sur lequel se base la transmission. Dans ces conditions, l'interférence interutilisateur peut augmenter dramatiquement (figure 5.3). Ceci est notamment le cas en MIMO où la multiplicité des antennes de réception peut rendre le système plus sensible aux interférences.

Afin de combattre l'interférence entre utilisateurs plusieurs solutions existent dont l'ajustement de la transmission par une mise à jour de l'état du canal (CSI) et du précodage, et aussi la solution d'annulation de l'interférence en réception. Dans la suite nous discuterons ces deux possibilités et on s'intéressera particulièrement à l'annulation itérative de l'interférence entre utilisateurs.

5.3.1 Retour d'information sur l'interférence

La mise à jour de l'information du canal nécessite le lancement d'une nouvelle phase de *feedback*. Certaines normes (notamment le WiFi 802.11ac) autorisent à un utilisateur d'estimer, en plus de son propre canal, les canaux des autres utilisateurs. Ainsi un utilisateur devient capable d'estimer l'interférence provenant des données transmises aux autres utilisateurs et de la réduire ou supprimer. Dans la plupart des cas, une grande partie de l'in-

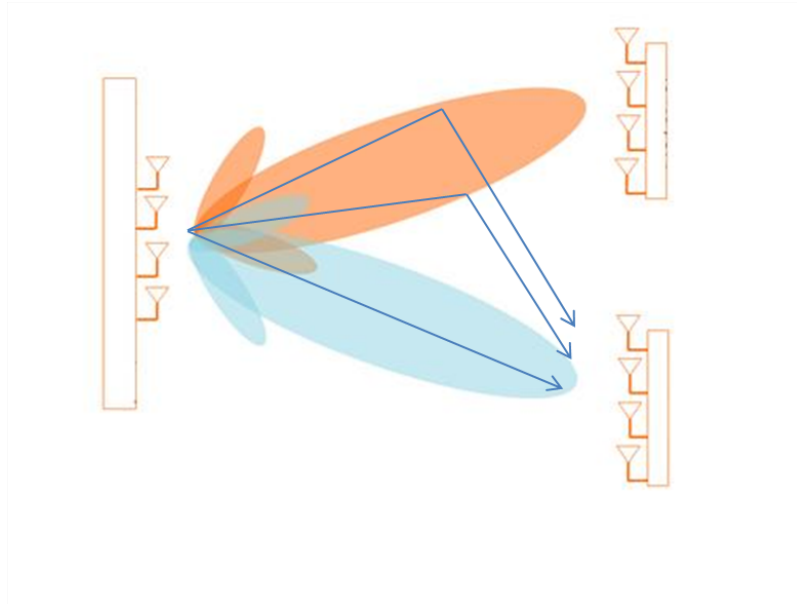


FIGURE 5.3 – Interférence entre utilisateurs

terférence provient d'un seul interféreur. Une première solution consiste à utiliser l'estimation de l'interférence afin de déterminer l'utilisateur qui l'engendre et renvoyer cette information à l'émetteur afin de relancer une nouvelle phase de *feedback* ou bien d'introduire un multiplexage temporel entre ces deux utilisateurs [124]. Cette solution est réalisable en utilisant des champs disponibles dans la trame de retour d'acquiescement.

L'avantage de cette solution est qu'elle peut rapidement mettre fin à la transmission selon des CSI obsolètes et permet au système de les corriger en lançant une nouvelle phase de *feedback*. Cependant quand l'interférence est due à un changement ponctuel du canal suivi d'un rétablissement, cette solution paraît coûteuse en termes de débit total du système.

5.3.2 Annulation itérative de l'interférence entre utilisateurs

Une autre solution consiste à éviter le lancement d'une nouvelle phase de *feedback* et à exploiter la connaissance du canal de l'interfereur afin de supprimer l'interférence à l'aide d'une détection multi-utilisateur itérative. La détection multi-utilisateur a été largement explorée dans la littérature notamment pour la voie montante. Elle est par contre rarement envisagée en voie descendante. En effet, un tel schéma de détection peut nécessiter un nombre très élevé d'opérations de calcul, les terminaux sont alimentés par des batteries et disposent donc d'une autonomie énergétique limitée. Cependant quand le nombre d'utilisateurs considérés en réception est faible, cette solution devient envisageable.

D'autre part, quand le nombre d'utilisateurs est élevé, l'interférence est supposée suivre une distribution gaussienne [125], [126]. Cette hypothèse est connue comme étant le pire

cas. À faible nombre d'utilisateurs, l'interférence ne peut pas être assimilée à une variable aléatoire gaussienne surtout si les modulations utilisées appartiennent à des constellations discrètes non gaussiennes de type QAM¹. Ceci est mis en évidence par Ghaffar et al. dans [127] en utilisant l'information mutuelle comme mesure, en fonction du rapport de la puissance utile à la puissance d'interférence. Les auteurs proposent aussi dans [127] un récepteur ML à complexité réduite tenant compte de la structure de l'interférence (*Interference Aware Receiver*) pour la suppression de l'interférence intercellule. Ils montrent que les meilleures performances sont observées à très faible interférence, mais aussi à très forte interférence. En effet quand la puissance d'interférence est élevée le récepteur proposé est capable détecter cette interférence correctement et de la supprimer sous condition de connaissance parfaite de la modulation utilisée. Plus l'ordre de modulation de l'interférence augmente moins le récepteur est performant.

Dans la référence [128], les auteurs étudient la sensibilité du récepteur (IA)² proposé dans [127], en connaissance des modulations utilisées par les interféreurs. Ils constatent une faible dégradation des performances en assimilant les modulations inconnues à une modulation 16-QAM. Ceci est justifié par le fait que la modulation 16-QAM constitue un intermédiaire qui contient la constellation QPSK et qui est contenue par la constellation 64-QAM.

Dans notre cas, l'interférence est supposée être engendrée essentiellement par un seul utilisateur et nous supposons que l'ordre de modulation de cet interféreur est connu. Bien que la complexité du récepteur proposé dans [127] soit diminuée, cette solution reste non envisageable pour un terminal (voie descendante). Nous proposons dans la suite d'explorer l'annulation d'interférence en utilisant un récepteur itératif MMSE-IC, auquel on associera un décodeur LDPC. Nous définissons le rapport *SIR* comme étant le rapport entre la puissance du signal utile destiné à un utilisateur et la puissance du signal d'interférence provenant d'un autre utilisateur :

$$SIR = 10. \log_{10} \frac{\sigma_s^2}{\sigma_I^2} \quad (5.5)$$

5.3.2.1 Schéma PIC-SIC

L'annulation itérative d'interférence entre utilisateurs/flux peut être réalisée à l'aide d'un schéma parallèle PIC (*Parallel Interference Cancellation*), ou à travers un schéma série SIC (*Successive Interference Cancellation*). Une description détaillée des deux méthodes est donnée dans [129]. La solution PIC nous paraît plus intéressante vis-à-vis du délai important que peut entraîner la solution SIC. La figure (5.4) montre le schéma bloc du récepteur.

Dans les chapitres 3 et 4, nous avons utilisé la détection MMSE dans sa version approximative (MMSE-IC1 section 2.7.1.2) pour des raisons de complexité. Cette version suppose que la puissance d'interférence est la même pour tous les symboles. Dans le cas de la figure (5.4), il est nécessaire d'estimer les puissances d'interférences des deux branches séparément.

1. Quadrature Amplitude Modulation
2. Interference Aware

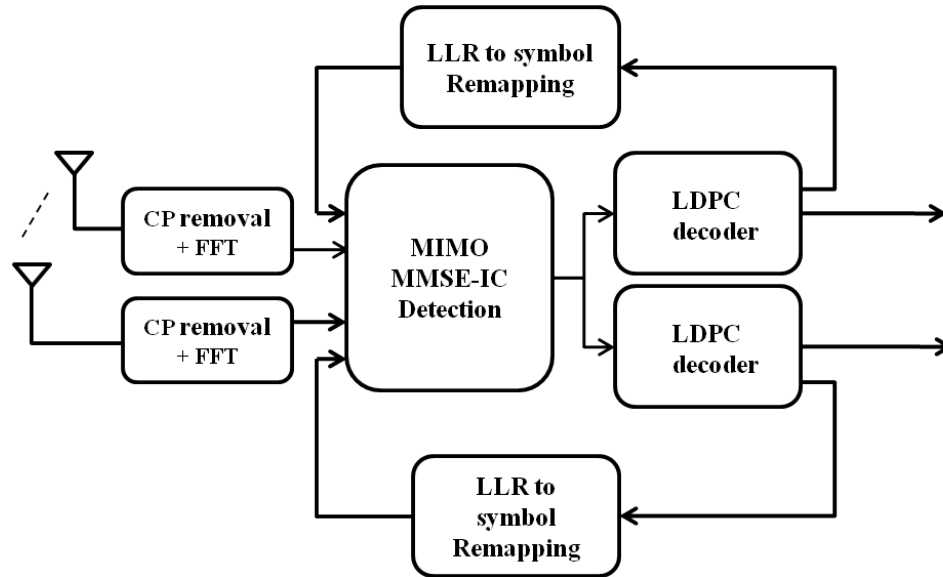


FIGURE 5.4 – Récepteur MIMO-OFDM multi-utilisateur itératif

Nous utilisons donc la version MMSE-IC exacte (section 2.7.1.1). Ceci impose le calcul des filtres \mathbf{p}_k et \mathbf{q}_k à chaque itération externe afin de prendre en compte la nouvelle interférence résiduelle. Le détecteur MMSE estime N_t symboles qui seront démodulés et dé-multiplexés vers deux décodeurs LDPC qui effectuent un certain nombre d'itérations chacun avant de reconstruire les symboles complexes et recommencer une nouvelle itération externe.

5.4 La connaissance des MCS des interféreurs

Les différents utilisateurs peuvent utiliser des schémas de modulation et de codage (MCS) différents. Selon le schéma du récepteur de la figure (5.4), il est indispensable pour un utilisateur de connaître, en plus de son ordre de modulation, celui de l'interfereur. Il en est de même pour le rendement de codage. Si le système transmet à chaque utilisateur tous les MCS des autres utilisateurs, chacun devient capable d'exploiter cette information pour la détection multi-utilisateur. Si le système ne transmet pas cette information, un utilisateur peut l'estimer (MCS) en utilisant des algorithmes de détection et de classification durant la phase de *feedback* (figure 5.1).

5.4.1 Classification de modulation

La classification aveugle de modulation joue un rôle important dans les systèmes de communication militaires et commerciaux. À titre d'exemple la classification de modulation s'avère nécessaire pour la radio logicielle à cause de la multiplicité des systèmes et des technologies. Elle a été largement explorée dans la littérature [130],[131]. Un algorithme

d'estimation de modulation efficace doit être fiable, de faible complexité et doit aussi être capable de fonctionner à faible puissance (seuil SNR).

Ces techniques peuvent être classées en deux grandes familles : les techniques basées sur la vraisemblance (*Likelihood based* LB) [132] et les techniques basées sur les caractéristiques des signaux et des constellations (*Feature based* FB), surtout certaines propriétés statistiques comme les moments d'ordre élevé et les cumulants ([133], [134], [135], [136]). On trouve également certains travaux sur la classification de modulation pour le cas MIMO ([137], [138]).

5.4.2 Classification du rendement de codage

L'estimation du rendement du codage reste cependant plus difficile à réaliser. On trouve dans la littérature des travaux portant notamment sur l'estimation du rendement des codes LDPC à rendement variable (RC-LDPC). Dans [139], Kita propose un algorithme pour un décodage LDPC de type *bit flipping*. Dans [140], [141], [142], les auteurs considèrent également une estimation aveugle du rendement des codes RC-LDPC dans le cas de retransmission incrémentale HARQ, en utilisant des fonctions basées sur la vraisemblance.

En pratique, les utilisateurs peuvent avoir des modulations différentes, mais utilisent généralement le même rendement de codage et ceci dans un souci de minimisation de la complexité du récepteur, c'est par exemple le cas de la norme WiFi 802.11ac. Dans ce qui suit, on considère que le récepteur dispose d'une connaissance parfaite des MCS des interféreurs.

5.5 Simulations

On considère un système de transmission MU-MIMO ayant à l'émission deux faisceaux destinés à deux utilisateurs sont formés et transmis sur N_t antennes en raison de $Q = N_t$ symboles par utilisation canal. En réception, nous utilisons $N_r = N_t$ antennes et une détection multi-utilisateur parallèle (PIC) avec l'algorithme MMSE-IC exact (section 2.7.1.1). L'intensité des interférences est simulée à l'aide du rapport *SIR* (Equation(5.5)). Le canal est de type Rayleigh à évanouissements plats (hypothèse rendue possible grâce à l'utilisation de la CP-OFDM). La détection/suppression d'interférences est donc réalisée pour chaque sous-porteuse OFDM. Le récepteur utilise la connaissance du canal de l'interfèreurs pour effectuer une détection parallèle de la totalité des symboles. Il est donc nécessaire que le nombre d'antennes de réception soit au moins égal au nombre d'antennes d'émission. Dans les simulations qui suivent, les flux utile et interférent utilisent la même modulation (QPSK).

5.5.1 Cas 2x2

Les figures (5.5), (5.6) et (5.7), donnent les performances du récepteur MMSE itératif avec un décodage LDPC ($N = 1296$ bits, $R = 1/2$, 50 itérations internes). Chaque utilisateur reçoit un flux $Q = 1$ symbole/utilisateur et reçoit aussi un flux interférent dont la puissance

est donnée par le rapport SIR ($SIR = 0$ dB puissance d'interférence égale à la puissance utile, 1dB et 3dB).

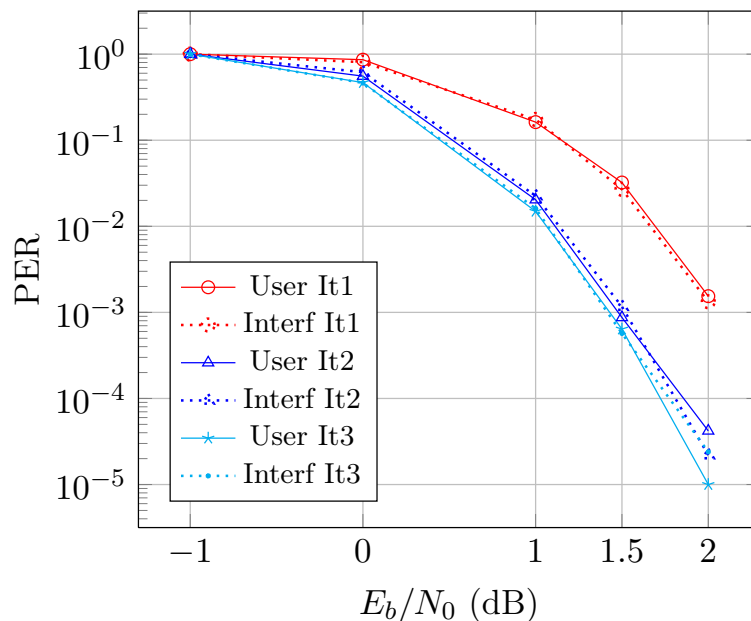


FIGURE 5.5 – 2x2 MU-MIMO, SIR 0 dB

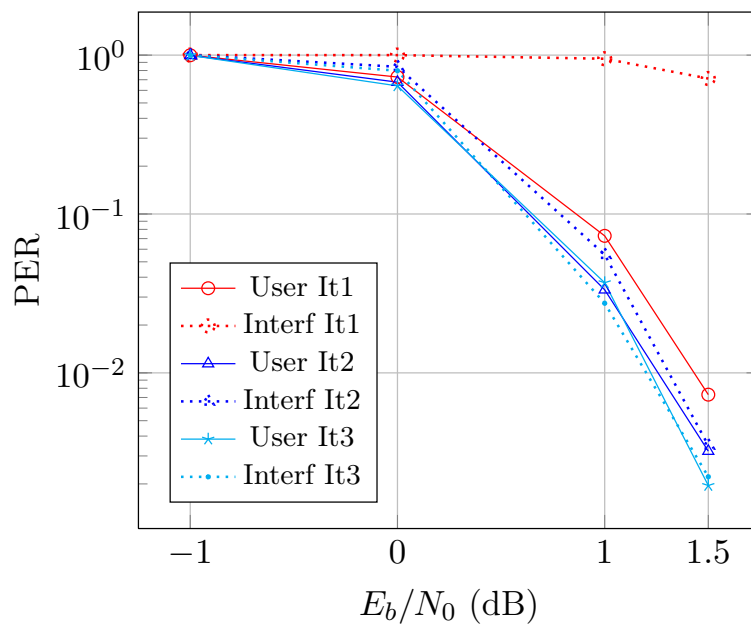


FIGURE 5.6 – 2x2 MU-MIMO, SIR 1 dB

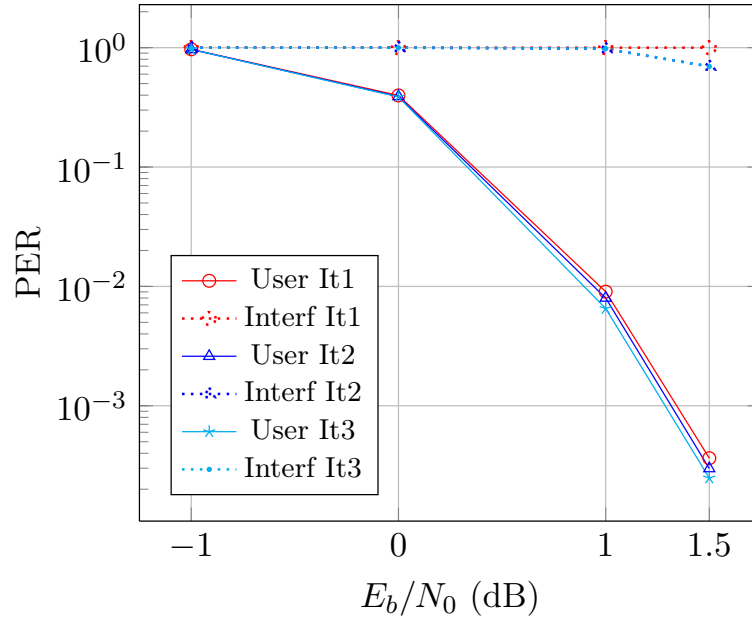


FIGURE 5.7 – 2x2 MU-MIMO, SIR 3 dB

À $SIR = 0dB$, le récepteur montre un gain de 0.5 dB au bout de 3 itérations, et comme prévu, les performances en taux d'erreur par paquet (PER) de l'utilisateur et de l'interfèreux sont les mêmes. À puissance d'interférence plus faible ($SIR = 1dB$), dès la première itération les performances sont supérieures au cas $SIR = 0dB$, mais le gain final après 3 itérations externes devient faible ($\sim 0.25dB$). Les performances pour l'interfèreux convergent aussi vers celles de l'utilisateur. À puissance d'interférence plus élevée ($SIR = 3dB$) aucun gain significatif n'est réalisé.

5.5.2 Cas 4 x 4

Dans le cas d'un système (DL) 4×4 à deux utilisateurs, chaque utilisateur reçoit deux flux ($Q = 2$ symboles/utilisateur), et aussi l'interférence provenant des deux flux de l'interfèreux. Nous rappelons que les variances des symboles utiles et des symboles interférents sont estimées séparément. Nous donnons les performances en taux d'erreur paquet pour différentes valeurs du rapport de puissance ($SIR = 0, 1, 2, 3 dB$), après 5 itérations externes, pour le même code LDPC avec 50 itérations de décodage.

La figure (5.8) montre les performances à des puissances d'interférence de l'ordre de la puissance utile. Comme prévu, à la première itération les mêmes performances sont observées pour l'utilisateur et l'interfèreux vu qu'aucune information a priori n'est disponible. Au cours des itérations un gain de $\sim 0.5 dB$ est observé. Mais nous observons aussi un phénomène d'oscillation : les performances atteintes par l'utilisateur d'intérêt (courbes en trait plein) à la troisième itération externe se dégradent durant la quatrième tandis que celles de l'interfèreux s'améliorent. Durant la cinquième itération, le positionnement des courbes est inversé.

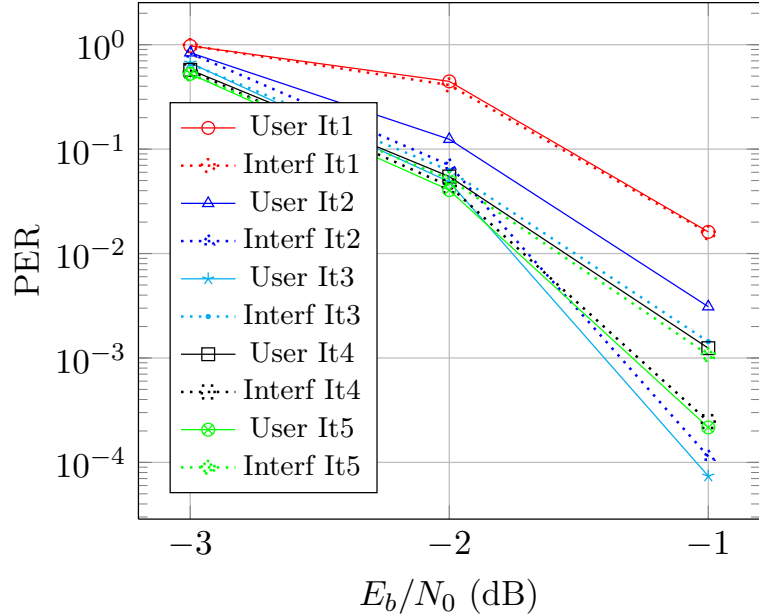


FIGURE 5.8 – 4x4 MU-MIMO, SIR 0 dB

La figure (5.9) donne les performances pour une puissance d'interférence plus faible ($SIR = 1dB$). À la première itération les performances sont meilleures par rapport au cas $SIR = 0dB$ cependant, au cours des itérations les performances de l'utilisateur se dégradent tandis que celles de l'interfèreux s'améliorent. Cette observation est confirmée par les figures (5.10) et (5.11) pour des puissances d'interférence encore plus faibles.

5.6 Effet du décodage LDPC sur les performances du récepteur multi-utilisateur

Quand la puissance d'interférence est comparable à la puissance utile, un phénomène d'oscillation est observé, montrant l'incapacité du récepteur à converger. Afin de mieux comprendre ce phénomène qui peut être lié au décodage LDPC, nous proposons de traiter les flux de l'utilisateur et de l'interfèreux sortant du MMSE différemment. Les symboles de l'interfèreux sont directement réinjectés au détecteur MMSE-IC sans utiliser de décodage LDPC durant les quelques premières boucles externes (les 3 premières par exemple). À partir de la quatrième itération, les symboles de l'interfèreux seront décodés avant d'être injectés dans le détecteur. En d'autres mots, le décodeur LDPC est court-circuité durant les trois premières itérations externes.

La figure (5.12) donne les performances de cette configuration pour $SIR = 0dB$. Les performances associées au flux utile s'améliorent au cours des itérations montrant un gain de $\sim 1dB$ sans apparition du phénomène d'oscillation observé dans la figure (5.8). Le flux interférent est également détecté avec les mêmes performances. Les performances de cette même

configuration pour une puissance d'interférence plus faible ($SIR = 2dB$) sont présentées dans la figure (5.13).

Finalement la figure (5.14) donne les performances pour une configuration similaire pour laquelle le décodage LDPC est activé uniquement à la cinquième (dernière) itération. Par rapport à la figure (5.12), et pour le même rapport $SIR = 0dB$, une dégradation de l'ordre de $0.3dB$ des performances est notée. Ceci montre que le décodage LDPC du flux interférent aux deux dernières itérations permet de mieux détecter le flux utile.

Dans [143], les auteurs donnent une étude de l'optimisation des codes LDPC pour des schémas multi-utilisateurs. On montre qu'il est nécessaire d'optimiser conjointement le code LDPC et le détecteur multi-utilisateur. Cette référence peut constituer un bon point de départ afin d'analyser et de comprendre les observations ci-devant.

5.7 Conclusion

Dans ce chapitre nous nous sommes intéressés à la réduction de l'interférence entre utilisateurs dans un système MIMO-OFDM précodé utilisant un codage LDPC. Nous avons essentiellement considéré l'annulation itérative parallèle de l'interférence en profitant de la connaissance du canal rencontré par le flux interférent. Le comportement du récepteur est variable en fonction du rapport de puissance entre le signal utile et l'interférence et aussi en fonction de la configuration du récepteur notamment le décodage LDPC du flux interférent. Sous certaines conditions un phénomène d'oscillations des performances apparaît tandis qu'un gain considérable est observé dans d'autres conditions liées au décodage LDPC. Ces observations peuvent être analysées avec des outils comme les diagrammes EXIT afin de mieux comprendre le rôle du décodage LDPC dans la convergence et les performances finales du récepteur proposé. Il est aussi envisageable d'étudier le comportement du récepteur quand l'utilisateur et l'interfèreux utilisent des modulations différentes.

★

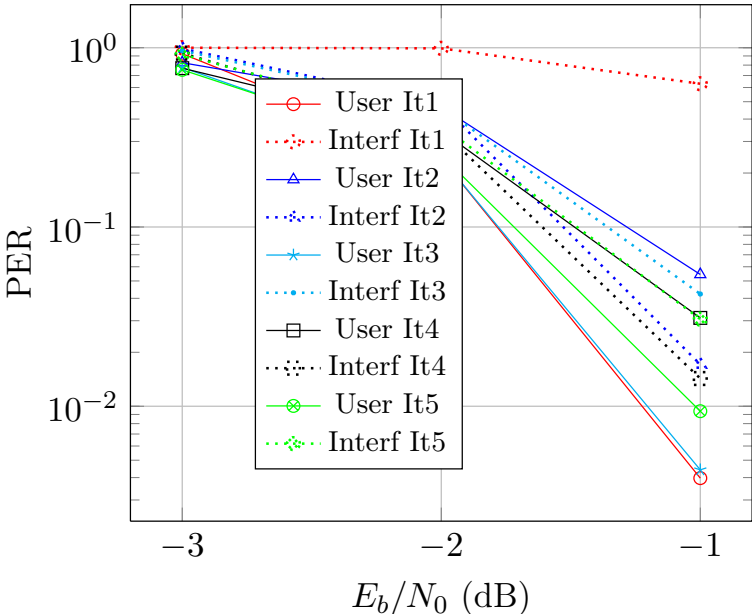


FIGURE 5.9 – 4x4 MU-MIMO, SIR 1 dB

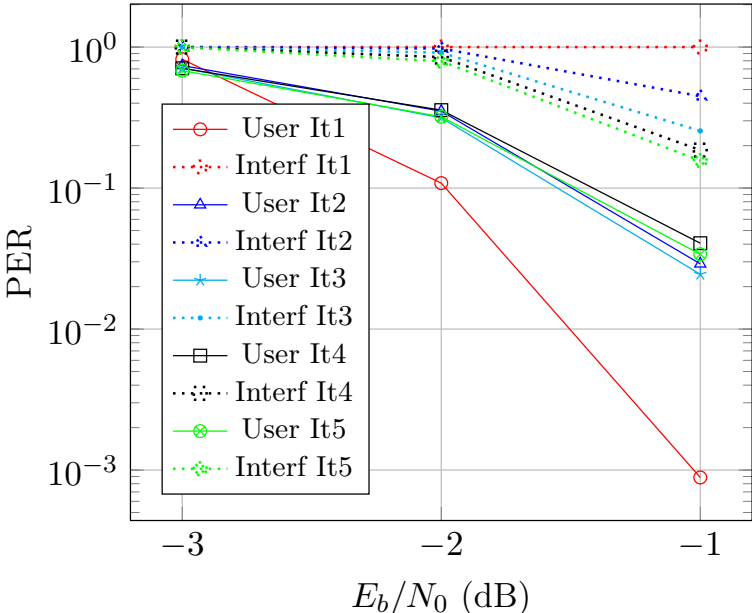


FIGURE 5.10 – 4x4 MU-MIMO, SIR 2 dB

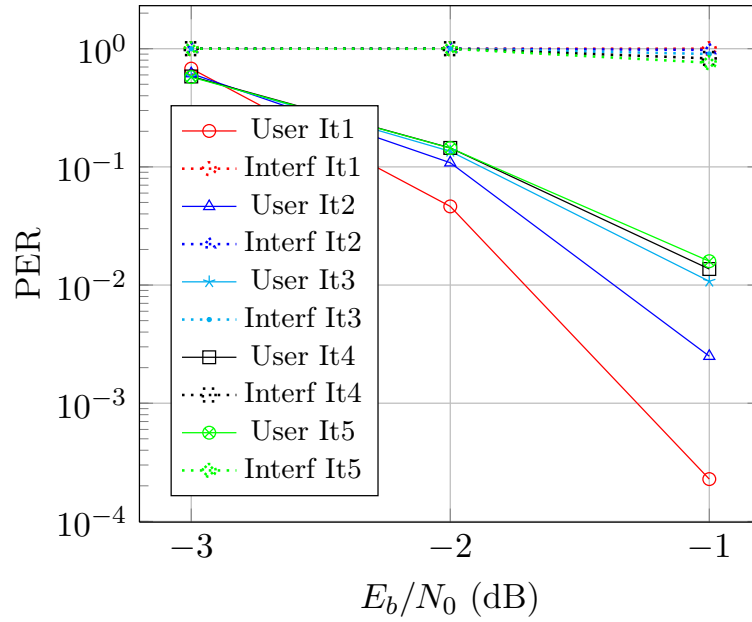


FIGURE 5.11 – 4x4 MU-MIMO, SIR 3 dB

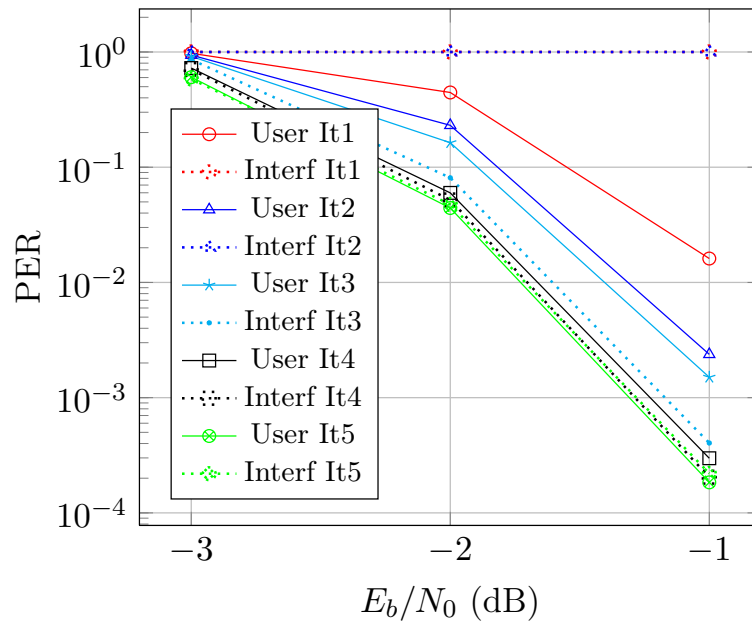


FIGURE 5.12 – 4x4 MU-MIMO SIR 0 dB, décodage LDPC pour l'interfèreneur activé à partir de la quatrième itération externe uniquement

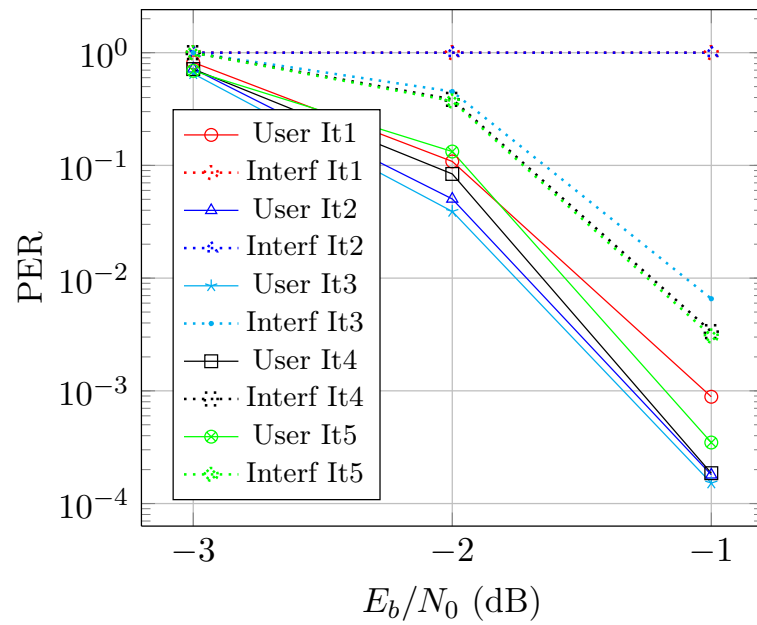


FIGURE 5.13 – 4x4 MU-MIMO SIR 2 dB, décodage LDPC pour l’interfèreux activé à partir de la quatrième itération externe uniquement

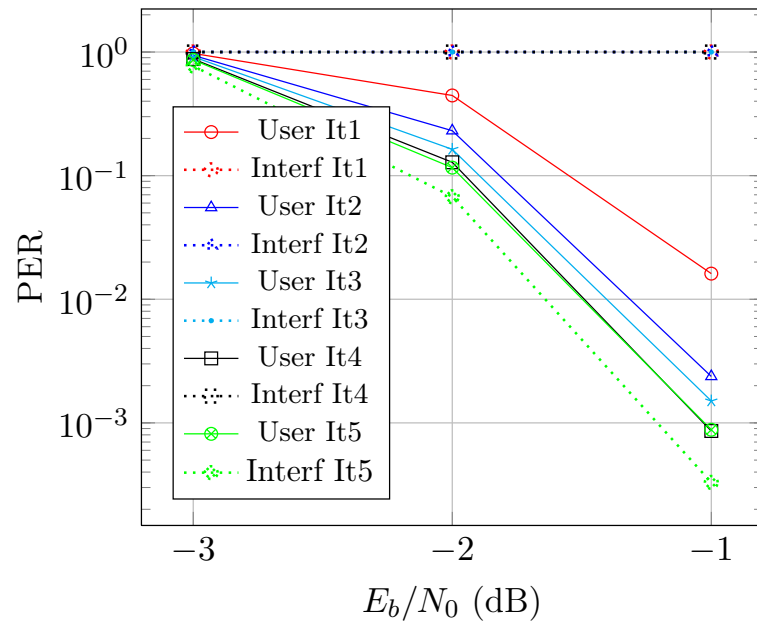


FIGURE 5.14 – 4x4 MU-MIMO SIR 0 dB, décodage LDPC pour l’interfèreux à partir de la dernière itération externe uniquement

Chapitre 6

Conclusions et Perspectives

Cette thèse est consacrée à l'étude de la conception de récepteurs itératifs pour des systèmes du type MIMO-OFDM utilisant des codes correcteurs correcteurs à faible densité, LDPC. L'égalisation itérative offre un compromis entre les performances et la complexité. Après avoir discuté les algorithmes de détection MIMO, nous nous sommes intéressés à l'algorithme MMSE-IC. Il existe des versions approximatives pour cet algorithme comme le MMSE-IC1 permettant de réduire encore la complexité, et offrant de bonnes performances.

Les codes LDPC ont l'avantage d'avoir des matrices de contrôle de parité creuses, mais leur importance réside surtout dans le fait qu'ils sont « facilement » décodable en utilisant le principe « turbo ». Les codes LDPC ont un grand nombre de degrés de liberté rendant leur optimisation facilement adaptable à différentes contraintes. Les techniques asymptotiques d'évolution de densité et d'optimisation par diagrammes EXIT ont été décrites. Parmi les familles de codes LDPC on distingue les familles de codes en expansion, construites à partir de matrices identité permutées. Leurs structures les rendent particulièrement intéressants pour l'implémentation matérielle du décodeur. Les familles de codes LDPC de type *Repeat-Accumulate* présentent l'avantage d'une grande simplicité de codage. La combinaison de ces deux familles fournit des codes très adéquats aux applications pratiques.

L'optimisation des codes LDPC pour un récepteur itératif en utilisant les diagrammes EXIT sont très dépendantes de l'algorithme d'égalisation, du rapport signal sur bruit, ainsi que d'autres paramètres de transmission. Ceci rend difficile de construire des codes optimaux pour plusieurs schémas. Les constructeurs de récepteurs sont généralement dans la liberté de choisir leurs propres techniques de réception ce qui rend la définition de codes standards plus liée aux aspects pratiques de réalisation matérielle. Ainsi les codes LDPC définis dans plusieurs normes ne sont pas particulièrement optimisés pour les récepteurs généralement utilisés.

Tel qu'on a pu le constater, le détecteur MMSE a une complexité constante, tandis que celle du décodeur LDPC dépend du nombre d'itérations de décodage (itérations internes) effectuées. Le nombre d'itérations LDPC est donc exploitable pour réduire la complexité globale. D'autre part, nous avons observé que les premières itérations de décodage LDPC apportent la majeure partie du gain. Il est donc possible de se contenter des itérations les

plus fructueuses, et puis recommencer l'égalisation (itération externe) en fournissant de nouvelles informations *a priori* au détecteur MMSE. Afin de déterminer le nombre d'itérations internes dans chaque itération externe nous avons introduit la notion d'ordonnement interne/externe des itérations et deux approches ont été étudiées.

L'approche statique consiste à établir un ordonnancement prédéfini des itérations. Nous avons remarqué que l'effet du nombre d'itérations sur le diagramme EXIT d'un code révèle qu'à faible et moyen rapport signal sur bruit, il est inutile d'effectuer un nombre élevé d'itérations vu qu'aucun gain significatif n'est réalisable. La sensibilité de l'information mutuelle au nombre d'itérations varie selon le rapport signal sur bruit pour différents rendements et longueurs du code. Ceci nous a permis d'élaborer des ordonnancements dont le nombre d'itérations LDPC croît d'une boucle externe à l'autre. L'ordonnement statique permet de réduire la complexité totale du récepteur mais aussi de la fixer. Cependant son inconvénient est le manque de flexibilité vu que les ordonnancements sont sensibles aux paramètres du codage et de la modulation.

L'observation de l'évolution de la fiabilité moyenne au cours des itérations de décodage montre que les blocs reçus peuvent avoir des comportements très différents. Il est donc plus convenable d'adapter le nombre d'itérations à l'état actuel de chaque bloc décodé. Plusieurs métriques ont été proposées pour mieux représenter la fiabilité globale du bloc décodé et plusieurs critères d'arrêt ont été proposés. Ainsi le nombre d'itérations varie d'une boucle externe à l'autre en fonction de la fiabilité observée. La complexité de calcul des différentes métriques est aussi évaluée. L'ordonnement dynamique permet de s'affranchir des paramètres du code, et offre une certaine flexibilité. Cependant, sa complexité est variable en comparaison avec la complexité constante des ordonnancements statiques.

Les techniques de détection multi-utilisateur en voie descendante sont rarement envisageables à cause de sa complexité et de l'autonomie limitée des terminaux. Quand l'interférence est essentiellement engendrée par un seul interférent, dont le canal est connu, il est possible d'utiliser une annulation itérative de l'interférence dont la complexité peut être acceptable. L'étude de la détection multi-utilisateur dans le cas SDMA montre que les performances du récepteur et sa convergence sont très dépendantes du rapport entre la puissance utile et la puissance d'interférence et aussi de la configuration du récepteur notamment le décodage LDPC du flux interférant durant les premières boucles externes.

★

Les idées et les résultats présentés dans cette thèse nous permettent d'envisager plusieurs perspectives :

- L'ordonnement interne/externe peut être étudié pour d'autres algorithmes de décodage LDPC comme le décodage brassé (LBP) pour lequel les noeuds sont mis à jour autant de fois que leurs degrés de connexion pendant le décodage. Notamment dans le cas d'ordonnement dynamique, ceci peut affecter les performances et la complexité

et nous pourrions être amené à définir de nouvelles métriques pour les critères d'arrêt. Il est aussi nécessaire d'étudier la quantification et ses effets aux ordonnancements proposés.

- Il est également envisageable d'étudier l'utilisation des ordonnancements avec un autre type de détecteur notamment le détecteur par sphère (SD). En effet l'information fournie par le décodeur peut être utile au décodeur SD pour adapter le rayon de recherche ou l'ordre de traitement des candidats, étant connu que ces deux éléments sont dans la détermination de sa complexité.
 - Le schéma de détection MIMO itérative multi-utilisateur peut d'abord être étudié dans le cas où les flux utiles et interférents ont des modulations différentes afin de le comparer aux schémas existants. Il est aussi envisageable d'utiliser des outils analytiques comme les diagrammes EXIT afin d'analyser le comportement du récepteur étudié. Le système étudié suppose une décorrélation spatiale parfaite des sous-canaux, il conviendra donc d'étudier le comportement du récepteur vis à vis de cette décorrélation.
-

Glossaire

- **AP** : *Access Point* ;
 - **ARQ** : *Automatic Retransmission Request* ;
 - **BCJR** : *Bahl Cocke Jelinek Raviv* ;
 - **BER** : *Bit Error Rate* ;
 - **BP** : *Belief Propagation* ;
 - **CDMA** : *Code Division Multiple Access* ;
 - **CMR** : *Constant Mean Reliability* ;
 - **CP** : *Cyclic Prefix* ;
 - **CSI** : *Channel State Information* ;
 - **DAST** : *Diagonal Algebraic Space-Time* ;
 - **DE** : *Density Evolution* ;
 - **DPC** : *Dirty Paper Coding* ;
 - **DUSTM** : *Differential Unitary Space Time Modulation* ;
 - **DVB** : *Digital Video Broadcasting* ;
 - **EXIT** : *Extrinsic Information Transfer Chart* ;
 - **FFT** : *Fast Fourier Transform* ;
 - **FMMR** : *First Maximum Mean Reliability* ;
 - **FB** : *Feature Based* ;
 - **HARQ** : *Hybrid Automatic Retransmission Request* ;
 - **ICI** : *Inter Carrier Interference* ;
 - **IFFT** : *Inverse Fast Fourier Transform* ;
 - **IRA** : *Irregular Repeat Accumulate* ;
 - **ISI** : *Inter Symbol Interference* ;
 - **LB** : *Likelihood Based* ;
 - **LBP** : *Layered Belief Propagation* ;
 - **LD** : *Linear Dispersive* ;
 - **LDPC** : *Low Density Parity Check* ;
 - **LLR** : *Logarithmic Likelihood Ratio* ;
 - **LSD** : *List Sphere Decoding* ;
 - **LTE** : *Long Term Evolution* ;
 - **MAP** : *Maximum A Posteriori* ;
 - **MIMO** : *Multiple Input Multiple Output* ;
 - **ML** : *Maximum Likelihood* ;
-

- **MMSE** : *Minimum Mean Square Error* ;
 - **MMSE-IC** : *Minimum Mean Square Error Interference Canceller* ;
 - **MR** : *Mean Reliability* ;
 - **OFDM** : *Orthogonal Frequency Division Multiplexing* ;
 - **OFDMA** : *Orthogonal Frequency Division Multiple Access* ;
 - **OSIC** : *Ordered Successive Interference Cancellation* ;
 - **OSTBC** : *Orthogonal Space Time Block Coding* ;
 - **PEG** : *Progressive Edge Growing* ;
 - **PER** : *Packet Error Rate* ;
 - **PIC** : *Parallel Interference Cancellation* ;
 - **QAM** : *Quadrature Amplitude Modulation* ;
 - **QC-LDPC** : *Quasi-Cyclic LDPC* ;
 - **RA** : *Repeat Accumulate* ;
 - **SC** : *Syndrome Criterion* ;
 - **SD** : *Sphere Decoding* ;
 - **SDMA** : *Spatial Division Multiple Access* ;
 - **SIC** : *Successive Interference Cancellation* ;
 - **SISO** : *Single Input Single Output* ;
 - **SM** : *Spatial Multiplexing* ;
 - **SNR** : *Signal to Noise Ratio* ;
 - **SPA** : *Sum Product Algorithm* ;
 - **STBC** : *Space Time Block Coding* ;
 - **SQRD** : *Sorted QR Decomposition* ;
 - **TAST** : *Threaded Algebraic Space-Time* ;
 - **USTM** : *Unitary Space Time Modulation* ;
 - **VBLAST** : *Vertical Bell Labs Space Time* ;
 - **WiFi** : *Wireless Fidelity* ;
 - **WMR** : *Weighted Mean Reliability* ;
 - **WPMR** : *Weight Penalized Mean Reliability* ;
 - **ZF** : *Zero Forcing*.
-

Notations

6.1 Notations mathématiques

- x scalaire
- x^* conjugué de x
- \mathbf{x} Vecteur
- \mathbf{x}^T Vecteur transposé
- \mathbf{x}^H Vecteur transconjugué
- \mathbf{X} Matrice
- \mathbf{X}^{-1} Inverse de la matrice \mathbf{X}
- $\mathbb{E}\{Y\}$ Espérance mathématique de la variable aléatoire Y
- $\text{var}(X)$ Variance de la variable aléatoire $X : \mathbb{E}\{|X - \mathbb{E}(X)|^2\}$
- $\|\mathbf{x}\|^2$ Norme Euclidienne du vecteur \mathbf{x}
- $\|\mathbf{X}\|^2$ Norme de Froebenius de la matrice \mathbf{X}
- \mathbf{e}_k Vecteur de 0 de taille arbitraire avec un 1 à la k -ième composante
- $\bar{\mathbf{e}}_k$ Vecteur de 1 de taille arbitraire avec un 0 à la k -ième composante

6.2 Variables

- T_s Durée symbole
 - σ_s^2 Variance des symboles de modulation
 - σ_n^2 Variance du bruit blanc additif gaussien
 - \mathcal{S} Constellation de la modulation
 - M Ordre de la modulation
 - m Nombre de bits par symbole de modulation
 - δ_{ij} Coefficient de permutation circulaire dans la ligne i et la colonne j de la matrice de base
 - \mathbf{R}_{ST} Rendement du codage espace temps
 - Q Longueur du bloc pris en entrée du codage espace temps en bloc
 - T Latence du codage espace temps en bloc
 - R Rendement du codage de canal
 - L_c Longueur de la réponse impulsionnelle discrète du canal en temps symbole
 - K Nombre d'utilisateurs
 - N_t Nombre d'antennes d'émission
-

- N_r Nombre d'antennes de réception
- \mathbf{H} Matrice de canal MIMO à évanouissements plats de taille $N_r \times N_t$
- $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ Loi normale de moyenne μ et de variance σ
- $\mathcal{N}_{\mathbb{C}}(\mu, \sigma^2)$ Loi normale complexe de moyenne μ et de variance totale σ
- β_k Biais de l'égaliseur
- γ_k^2 Puissance des termes interférents plus bruit en sortie de l'égaliseur
- ε_k^2 Erreur quadratique moyenne
- d_c Degré de connexion d'un noeud de parité
- d_v Degré de connexion d'un noeud de variable
- N_e Nombre d'itérations externes
- N_{LDPC} Nombre d'itérations LDPC

★

Annexe A

Calcul des vecteurs d'égalisation optimaux selon le critère MMSE

A.1 Minimum Mean Square Error

Considérons le système de transmission MIMO représenté par l'équation suivante :

$$\mathbf{r} = \mathbf{H}\mathbf{s} + \mathbf{n} \quad (\text{A.1})$$

$\mathbf{s} = [s_1, \dots, s_{N_t}]^T$, $\mathbf{s} \in \mathcal{S}^{N_t \times 1}$ est le vecteur de symboles transmis, $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{N_r \times N_t}$ est la matrice de canal et $\mathbf{n} \in \mathbb{C}^{N_r \times 1}$ est un vecteur équivalent de bruit tels que :

$$\mathbb{E}[\mathbf{s}\mathbf{s}^H] = \sigma_s^2 \mathbf{I}_{N_t} \quad (\text{A.2})$$

$$\mathbb{E}[\text{Tr}[\mathbf{H}\mathbf{H}^H]] = N_t N_r \mathbf{I}_{N_r} \quad (\text{A.3})$$

$$\mathbb{E}[\mathbf{n}\mathbf{n}^H] = \sigma_n^2 \mathbf{I}_{N_r} \quad (\text{A.4})$$

Les échantillons de bruit sont supposés parfaitement décorrélés des signaux émis i.e. $\mathbb{E}[\mathbf{n}\mathbf{s}^H] = \mathbb{E}[\mathbf{s}\mathbf{n}^H] = \mathbf{0}$. la table A.1 rappelle les règles de dérivations par rapport à un vecteur.

$f(\mathbf{x})$	$\frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}}$
$\mathbf{u}^H \mathbf{x} + \mathbf{p}^H \mathbf{u}$	\mathbf{u}
$x^H \mathbf{M} \mathbf{x}$	$\mathbf{M} \mathbf{x}$

TABLE A.1 – Règles de dérivation vectorielle

A.2 Égalisation linéaire

Soit $\mathbf{P}_k \in \mathbb{C}^{N_r \times 1}$, le vecteur d'égalisation. Le symbole \tilde{s}_k sortant de l'égaliseur linéaire s'écrit :

$$\tilde{s}_k = \mathbf{P}_k^H \mathbf{r} \quad (\text{A.5})$$

Le critère MMSE appliqué au vecteur \mathbf{P}_k impose la minimisation de l'erreur quadratique :

$$\mathbf{P}_k^{\text{opt}} = \arg \min_{\mathbf{P}_k} \varepsilon_k^2 \quad (\text{A.6})$$

avec :

$$\begin{aligned} \varepsilon_k^2 &= \mathbb{E} \left[|s_k - \tilde{s}_k|^2 \right] \\ &= \mathbb{E} \left[(s_k - \mathbf{P}_k^H \mathbf{r}) \cdot (s_k - \mathbf{P}_k^H \mathbf{r})^* \right] \\ &= \mathbb{E} [s_k s_k^*] - \mathbb{E} [s_k \mathbf{P}_k^T \mathbf{r}^* - \mathbf{P}_k^H \mathbf{r} s_k + \mathbf{P}_k^H \mathbf{r} \mathbf{P}_k^T \mathbf{r}^*] \\ &= \sigma_s^2 - \mathbb{E} [s_k \mathbf{r}^H \mathbf{P}_k - \mathbf{P}_k^H \mathbf{r} s_k + \mathbf{P}_k^H \mathbf{r} \mathbf{r}^H \mathbf{P}_k] \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

En prenant le gradient par rapport à \mathbf{P}_k , il vient :

$$\frac{\partial \varepsilon_k^2}{\partial \mathbf{P}_k} = \mathbf{0} - \mathbb{E} [\mathbf{r} s_k^*] + \mathbb{E} [\mathbf{r} \mathbf{r}^H] \mathbf{P}_k \quad (\text{A.8})$$

avec :

$$\mathbb{E} [\mathbf{r} s_k^*] = \sigma_s^2 \mathbf{H} \mathbf{e}_k \quad (\text{A.9})$$

$$\mathbb{E} [\mathbf{r} \mathbf{r}^H] = \sigma_s^2 \mathbf{H} \mathbf{H} + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{N_r} \quad (\text{A.10})$$

La minimisation de l'erreur quadratique moyenne revient à trouver le vecteur d'égalisation pour lequel $\frac{\partial \varepsilon_k^2}{\partial \mathbf{P}_k} = \mathbf{0}$, il correspond donc au vecteur d'égalisation optimal au sens du critère MMSE :

$$\mathbf{P}_k^{\text{opt}} = \left(\mathbf{H} \mathbf{H}^H + \frac{\sigma_n^2}{\sigma_s^2} \mathbf{I}_{N_r} \right)^{-1} \mathbf{H} \mathbf{e}_k \quad (\text{A.11})$$

L'expression du signal égalisé en fonction du signal utile, des termes interférents et du bruit résiduel s'écrit :

$$\tilde{s}_k = \underbrace{\mathbf{P}_k^H \mathbf{H} \mathbf{e}_k s_k}_{\text{signal utile}} + \underbrace{\mathbf{P}_k^H \mathbf{H} \mathbf{s}_k}_{\text{interférences}} + \underbrace{\mathbf{P}_k^H \mathbf{n}}_{\text{bruit}} \quad (\text{A.12})$$

où $\mathbf{s}_k \in \mathbb{C}^{N_t \times 1}$ est le vecteur défini comme suit :

$$\mathbf{s}_k = [s_1 \quad \dots \quad s_{k-1} \quad 0 \quad s_{k+1} \quad \dots \quad s_{N_t}]^T \quad (\text{A.13})$$

Le biais de l'égaliseur β_k introduit dans la section 2.7.1 et nécessaire pour la conversion M-aire/binaire devient :

$$\beta_k = \mathbf{P}_k^H \mathbf{H} \mathbf{e}_k \quad (\text{A.14})$$

En développant cette dernière expression, on peut montrer que β_k est un scalaire réel. Le terme γ_k^2 , correspond à la puissance des termes interférents plus celle du bruit. En utilisant (A.12), on obtient :

$$\begin{aligned}
\gamma_k^2 &= \mathbb{E}[|\tilde{s}_k - \beta_k s_k|^2] \\
&= \mathbb{E}[|\tilde{s}_k|^2] - \beta_k^2 \mathbb{E}[|s_k|^2] \\
&= \mathbb{E}\left[\mathbf{P}_k^H (\mathbf{H}\mathbf{s} + \mathbf{n}) (\mathbf{s}^H \mathbf{H}^H + \mathbf{n}^H) \mathbf{P}_k\right] - \beta_k^2 \sigma_s^2 \\
&= \mathbf{P}_k^H (\sigma_s^2 \mathbf{H}\mathbf{H}^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{N_r}) \mathbf{P}_k - \beta_k^2 \sigma_s^2 \\
&= \sigma_s^2 \mathbf{P}_k^H \mathbf{H} \mathbf{e}_k - \beta_k^2 \sigma_s^2
\end{aligned} \tag{A.15}$$

En remplaçant par (A.14), il vient :

$$\boxed{\gamma_k^2 = \sigma_s^2 \beta_k (1 - \beta_k)} \tag{A.16}$$

Enfin on calcule l'erreur quadratique moyenne optimale :

$$\begin{aligned}
\varepsilon_k^2 &= \mathbb{E}[|s_k - \beta_k s_k + \beta_k s_k - \tilde{s}_k|^2] \\
&= \mathbb{E}[|(1 - \beta_k) s_k|^2] + \gamma_k^2 \\
&= (1 - \beta_k^2) \sigma_s^2 + \gamma_k^2
\end{aligned} \tag{A.17}$$

En utilisant (A.16), l'expression de l'erreur devient :

$$\boxed{\varepsilon_k^2 = \sigma_s^2 (1 - \beta_k)} \tag{A.18}$$

A.3 Minimum Mean Square Error - Interference Canceler

L'algorithme de détection linéaire MMSE-IC consiste à appliquer les deux filtres $\mathbf{p}_k \in \mathbb{C}^{N_r \times 1}$ et $\mathbf{q}_k \in \mathbb{C}^{N_t \times 1}$ au signal reçu et au signal égalisé respectivement, la sortie de l'égaliseur d'interférences s'écrit :

$$\tilde{s}_k = \mathbf{p}_k^H \mathbf{r} - \mathbf{q}_k^H \hat{s}_k \tag{A.19}$$

L'application du critère MMSE implique la minimisation suivante :

$$(\mathbf{p}_k^{\text{opt}}, \mathbf{q}_k^{\text{opt}}) = \arg \min_{\mathbf{p}_k, \mathbf{q}_k} \mathbb{E}[|s_k - \tilde{s}_k|^2] \tag{A.20}$$

L'expression du signal égalisé faisant apparaître le signal utile, les termes interférents et le bruit résiduel :

$$\tilde{s}_k = \underbrace{\mathbf{p}_k^H \mathbf{H} \mathbf{e}_k s_k}_{\text{signal utile}} + \underbrace{\mathbf{p}_k^H \mathbf{H} \mathbf{s}_k - \mathbf{q}_k^H \hat{s}_k}_{\text{interférences}} + \underbrace{\mathbf{p}_k^H \mathbf{n}}_{\text{bruit}} \tag{A.21}$$

où $\mathbf{s}_k \in \mathbb{C}^{N_t \times 1}$ est le vecteur défini comme suit :

$$\mathbf{s}_k = [s_1 \quad \dots \quad s_{k-1} \quad 0 \quad s_{k+1} \quad \dots \quad s_{N_t}]^T \tag{A.22}$$

À partir de cette relation, on en déduit le rapport signal sur interférences plus bruit (*SINR*) :

$$\text{SINR} = \frac{\mathbb{E}[\mathbf{p}_k^H \mathbf{H} \mathbf{e}_k \mathbf{e}_k^H \mathbf{H}^H \mathbf{p}_k] \sigma_s^2}{\mathbb{E}\left[(\mathbf{p}_k^H \mathbf{H} \mathbf{s}_k - \mathbf{q}_k^H \hat{\mathbf{s}}_k + \mathbf{p}_k^H \mathbf{n}) \cdot (\mathbf{p}_k^H \mathbf{H} \mathbf{s}_k - \mathbf{q}_k^H \hat{\mathbf{s}}_k + \mathbf{p}_k^H \mathbf{n})^H\right]} = \frac{\beta_k^2 \sigma_s^2}{\gamma_k^2} \quad (\text{A.23})$$

où β_k et γ_k^2 sont les variables introduites dans le paragraphe 2.7.1. Remarquons tout d'abord que l'égaliseur optimal au sens du critères MMSE maximise le SNIR. Comme seul le dénominateur de ce dernier dépend de \mathbf{q}_k , le vecteur optimal $\mathbf{q}_k^{\text{opt}}$ s'obtient en minimisant la quantité γ_k^2 . Prenons le gradient relativement à \mathbf{q}_k , il vient :

$$\frac{\partial \gamma_k^2}{\partial \mathbf{q}_k} = -\mathbb{E}[\hat{\mathbf{s}}_k \mathbf{s}_k^H] \mathbf{H}^H \mathbf{p}_k - \mathbb{E}[\hat{\mathbf{s}}_k \mathbf{n}^H] \mathbf{p}_k + \mathbb{E}[\hat{\mathbf{s}}_k \hat{\mathbf{s}}_k^H] \mathbf{q}_k \quad (\text{A.24})$$

Si l'on admet que $\mathbb{E}[\hat{\mathbf{s}}_k \mathbf{s}_k^H] = \mathbb{E}[\hat{\mathbf{s}}_k \hat{\mathbf{s}}_k^H]$, il suffit de fixer $\frac{\partial \gamma_k^2}{\partial \mathbf{q}_k} = \mathbf{0}$ pour trouver l'expression du premier vecteur d'égalisation optimal :

$$\boxed{\mathbf{q}_k^{\text{opt}} = \mathbf{H}^H \mathbf{p}_k} \quad (\text{A.25})$$

L'expression de l'erreur quadratique moyenne devient :

$$\varepsilon_k^2 = \mathbb{E}\left[\left(s_k - \mathbf{p}_k^H (\mathbf{r} - \mathbf{H} \hat{\mathbf{s}}_k)\right) \cdot \left(s_k - \mathbf{p}_k^H (\mathbf{r} - \mathbf{H} \hat{\mathbf{s}}_k)\right)^H\right] \quad (\text{A.26})$$

Dérivons maintenant ε_k^2 par rapport à \mathbf{p}_k :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon_k^2}{\partial \mathbf{p}_k} &= \mathbb{E}\left[(\mathbf{r} - \mathbf{H} \hat{\mathbf{s}}_k) (\mathbf{r} - \mathbf{H} \hat{\mathbf{s}}_k)^H\right] \mathbf{p}_k - \mathbb{E}\left[(\mathbf{r} - \mathbf{H} \hat{\mathbf{s}}_k) s_k^*\right] \\ &= \left(\mathbf{H} \mathbb{E}[(\mathbf{s} - \hat{\mathbf{s}}_k) \cdot (\mathbf{s} - \hat{\mathbf{s}}_k)^H] \mathbf{H}^H + \mathbb{E}[\mathbf{n} \mathbf{n}^H]\right) \mathbf{p}_k - \mathbb{E}\left[(\mathbf{H} \mathbf{s} + \mathbf{n} - \mathbf{H} \hat{\mathbf{s}}_k) s_k^*\right] \\ &= \left(\mathbf{H} \mathbb{E}[(\mathbf{s} - \hat{\mathbf{s}}_k) \cdot (\mathbf{s} - \hat{\mathbf{s}}_k)^H] \mathbf{H}^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{N_r}\right) \mathbf{p}_k - \sigma_s^2 \mathbf{H} \mathbf{e}_k \end{aligned} \quad (\text{A.27})$$

et posons :

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_k &= \mathbb{E}\left[(\mathbf{s} - \hat{\mathbf{s}}_k) \cdot (\mathbf{s} - \hat{\mathbf{s}}_k)^H\right] \\ &= \mathbb{E}\left[(\mathbf{e}_k \mathbf{e}_k^T s_k + \mathbf{s}_k - \hat{\mathbf{s}}_k) \cdot (\mathbf{e}_k \mathbf{e}_k^T s_k + \mathbf{s}_k - \hat{\mathbf{s}}_k)^H\right] \\ &= \mathbb{E}[s_k s_k^*] \mathbf{e}_k \mathbf{e}_k^T + \sum_{n=1, n \neq k}^{N_t} \mathbb{E}\left[(s_n - \hat{s}_n) \cdot (s_n - \hat{s}_n)^*\right] \mathbf{e}_n \mathbf{e}_n^T \\ &= \sigma_s^2 \mathbf{e}_k \mathbf{e}_k^T + \sum_{n=1, n \neq k}^{N_t} \nu_n^2 \mathbf{e}_n \mathbf{e}_n^T \end{aligned} \quad (\text{A.28})$$

On obtient l'expression du deuxième vecteur optimal en fixant $\frac{\partial \varepsilon_k^2}{\partial \mathbf{p}_k} = \mathbf{0}$:

$$\boxed{\mathbf{p}_k^{\text{opt}} = \sigma_s^2 (\mathbf{H} \mathbf{V}_k \mathbf{H}^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{N_r})^{-1} \mathbf{H} \mathbf{e}_k} \quad (\text{A.29})$$

À partir de la relation (A.21), on peut calculer le biais de l'égaliseur :

$$\boxed{\beta_k = \mathbf{p}_k^H \mathbf{H} \mathbf{e}_k} \quad (\text{A.30})$$

De même on calcule la puissance des termes interférents résiduels :

$$\begin{aligned} \gamma_k^2 &= \mathbb{E}[|\tilde{s}_k - \beta_k s_k|^2] \\ &= \mathbb{E}\left[\mathbf{p}_k^H (\mathbf{H}(\mathbf{s} - \hat{\mathbf{s}}_k) + \mathbf{n}) ((\mathbf{s}^H - \hat{\mathbf{s}}_k^H) \mathbf{H}^H + \mathbf{n}^H) \mathbf{P}_k\right] - \beta_k^2 \sigma_s^2 \\ &= \mathbf{p}_k^H (\sigma_s^2 \mathbf{H} \mathbf{V}_k \mathbf{H}^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{N_r}) \mathbf{P}_k - \beta_k^2 \sigma_s^2 \\ &= \sigma_s^2 \mathbf{p}_k^H \mathbf{H} \mathbf{e}_k - \beta_k^2 \sigma_s^2 \end{aligned} \quad (\text{A.31})$$

En remplaçant par (A.30), il vient :

$$\boxed{\gamma_k^2 = \sigma_s^2 \beta_k (1 - \beta_k)} \quad (\text{A.32})$$

Enfin, en utilisant le même raisonnement que dans le paragraphe A.1, il vient :

$$\boxed{\varepsilon_k^2 = \sigma_s^2 (1 - \beta_k)} \quad (\text{A.33})$$

Annexe B

Codes LDPC

B.1 Codes LDPC de Gallager

Dans cette section, nous nous intéressons au décodage itératif souple des codes LDPC. L'algorithme de décodage itératif présenté initialement par Gallager [54], revu ensuite par MacKay [65] dans le cadre de la théorie des graphes, est connu sous le nom d'algorithme de propagation de croyance (*Belief Propagation* BP). Cet algorithme peut être vu comme un algorithme d'échange d'information entre les noeuds du graphe à travers les branches. Ces messages transitant de noeud en noeud portent une information probabiliste sur l'état des noeuds.

Le principe de la propagation de croyance est l'application directe de la règle de Bayes sur chaque bit d'une équation de parité. La vérification de parité permet de calculer une estimation de chaque bit. Ces estimations, formant des messages se propageant sur les branches du graphe, sont alors échangées itérativement afin de calculer une information a posteriori sur chaque bit. Dans le cas d'une propagation de croyance sur un graphe sans cycle, les messages échangés sont indépendants, ce qui conduit au calcul simple et exact des probabilités a posteriori : l'algorithme est dans ce cas optimal. Dans le cas des codes LDPC, le graphe factoriel présente des cycles. Dans ces conditions, l'hypothèse de messages indépendants n'est plus valide. Cependant, plus le graphe est creux (c'est à dire, moins la matrice de contrôle de parité est dense), plus l'approximation d'un graphe sans cycle devient valide. C'est donc sous cette hypothèse que l'algorithme de décodage est décrit.

Si on considère une équation de parité c faisant intervenir un ensemble de bits V_c , la règle de Bayes appliquée au bit v permet d'exprimer les probabilités suivantes :

$$Pr(v = 0) = Pr\left(\sum_{v' \in V_c/v} v' = 0\right) \quad (\text{B.1})$$

$$Pr(v = 1) = Pr\left(\sum_{v' \in V_c/v} v' = 1\right) \quad (\text{B.2})$$

où la somme est réalisée modulo 2. Gallager a démontré dans [54] que ces deux probabilités

sont égales à :

$$Pr(v = 0) = \frac{1 + \prod_{v' \in V_c/v} (1 - 2Pr(v' = 1))}{2} \quad (\text{B.3})$$

$$Pr(v = 1) = \frac{1 - \prod_{v' \in V_c/v} (1 - 2Pr(v' = 1))}{2} \quad (\text{B.4})$$

En utilisant la relation :

$$\tanh\left(\frac{1}{2} \ln \frac{1 - Pr(v' = 1)}{Pr(v' = 1)}\right) = 1 - 2Pr(v' = 1) \quad (\text{B.5})$$

on peut calculer le rapport de vraisemblance suivant :

$$\frac{Pr(v = 0)}{Pr(v = 1)} = \frac{1 + \prod_{v' \in V_c/v} \tanh\left(\frac{1}{2} \ln \frac{Pr(v'=0)}{Pr(v'=1)}\right)}{1 - \prod_{v' \in V_c/v} \tanh\left(\frac{1}{2} \ln \frac{Pr(v'=0)}{Pr(v'=1)}\right)} \quad (\text{B.6})$$

qui peut être simplifié par :

$$\tanh\left(\frac{1}{2} \ln \frac{Pr(v = 0)}{Pr(v = 1)}\right) = \prod_{v' \in V_c/v} \tanh\left(\frac{1}{2} \ln \frac{Pr(v' = 0)}{Pr(v' = 1)}\right) \quad (\text{B.7})$$

La fonction tanh étant une fonction monotone impaire, on peut décomposer la relation précédente de la manière suivante :

$$\text{sign}\left(\ln \frac{Pr(v = 0)}{Pr(v = 1)}\right) = \prod_{v' \in V_c/v} \text{sign}\left(\ln \frac{Pr(v' = 0)}{Pr(v' = 1)}\right) \quad (\text{B.8})$$

$$\tanh\left|\frac{1}{2} \ln \frac{Pr(v = 0)}{Pr(v = 1)}\right| = \prod_{v' \in V_c/v} \tanh\left|\frac{1}{2} \ln \frac{Pr(v' = 0)}{Pr(v' = 1)}\right| \quad (\text{B.9})$$

En utilisant le fait que :

$$f(x) = -\ln \tanh\left(\frac{x}{2}\right) = \ln \frac{\exp x + 1}{\exp x - 1} = f^{-1}(x) \quad (\text{B.10})$$

on peut exprimer la valeur absolue du rapport de vraisemblance dans l'espace logarithmique par :

$$\left|\ln \frac{Pr(v = 0)}{Pr(v = 1)}\right| = f\left(\sum_{v' \in V_c/v} f\left(\left|\ln \frac{Pr(v' = 0)}{Pr(v' = 1)}\right|\right)\right) \quad (\text{B.11})$$

Cette relation va servir de base pour la description de l'algorithme de propagation de croyance.

B.2 Density Evolution

On considère un code LDPC irrégulier $(\lambda(x), \rho(x))$ décodé par l'algorithme BP. Notons par m_i^l le $i^{\text{ème}}$ message calculé par un noeud de degré d à l'itération l . m_i^l est une fonction des messages reçus à l'itération $l-1$:

$$m_i^l = f(m_1^{l-1}, m_2^{l-1}, \dots, m_d^{l-1}) \quad (\text{B.12})$$

La densité de probabilité de m_i^{l-1} notée $p(m_i^{l-1})$ dépend donc de la densité de probabilité conjointe des messages $m_1^{l-1}, m_2^{l-1}, \dots, m_d^{l-1}$ sauf m_i^{l-1} . Selon l'équation (2.21) le message sortant est la somme de plusieurs variables aléatoires. En supposant que le graphe est localement sans cycles, ces messages deviennent indépendants et la d.d.p du message sortant est une convolution des d.d.p des autres messages :

$$p^l(m_i) = p(v_0) \otimes p^{l-1}(m_1^{l-1}) \otimes p^{l-1}(m_2) \otimes \dots \otimes p^{l-1}(m_d) \quad (\text{B.13})$$

Afin de simplifier le calcul une deuxième approximation consiste à considérer que les d.d.p des différents messages sont égales à une d.d.p moyennée sur l'ensemble des messages.

On note par p_{vc}^l (resp p_{cv}^l) la d.d.p des messages m_{vc} (resp m_{cv}) à l'itération l . p_{cv}^0 représente la d.d.p des messages observés à la sortie du canal.

En supposant que la d.d.p p_{vc} est symétrique :

$$p(y/x = 0) = p(-y/x = 1)$$

on peut se restreindre au mot de code $(0, 0, \dots, 0)$ et la probabilité d'erreur devient indépendante du mot de code [80]. Pour un noeud de variable de degré i la d.d.p du message m_{vc} sortant à l'itération l est donnée par :

$$p_{vc_i}^l = p_{cv}^0 \otimes (p_{cv}^l)^{\otimes(i-1)} \quad (\text{B.14})$$

Une branche du graphe est connectée à un noeud de variable de degré i avec une probabilité λ_i , la d.d.p des messages m peut alors être écrite sous forme moyennée par :

$$p_{vc}^l = \sum_{i=2}^{d_{vmax}} \lambda_i p_{cv}^l p_{vc}^l = p_{cv}^0 \otimes \sum_{i=2}^{d_{vmax}} \lambda_i (p_{cv}^l)^{\otimes(i-1)} \quad (\text{B.15})$$

L'écriture logarithmique (B.16) permet de transformer le produit en une somme, dans [144], on définit la fonction $\gamma(x)$ qui permet de suivre l'évolution du signe ($sgn(x)$) et de la valeur absolue de la fiabilité séparément :

$$f :]-\infty, +\infty[\rightarrow GF(2) \times [0, +\infty[$$

$$f(x) = (f_1(x), f_2(x)) = (\text{sgn}(x), -\ln(\tanh(\frac{|x|}{2}))) \quad (\text{B.16})$$

Le message de mise à jour calculé par les noeuds de contrôle :

$$m_{cv} = f^{-1}\left(\sum_{v' \in V_c/v} f(m_{vc})\right)$$

Soit F la densité de probabilité correspondant au changement de variable $x \rightarrow f(x)$. La densité de probabilité d'un message sortant d'un noeud de contrôle s'écrit donc :

$$p_{cv}^l = F^{-1}(F(p_{vc}^{l-1})^{\otimes j-1}) \quad (\text{B.17})$$

Compte tenu de l'irrégularité ρ_i des noeuds de variable :

$$p_{cv}^l = F^{-1}\left(\sum_{i=2}^{d_{cmax}} \rho_i F(p_{vc}^{l-1})^{\otimes j-1}\right) \quad (\text{B.18})$$

On en déduit finalement la d.d.p des messages m_{vc} envoyés par les noeuds de variable aux noeuds de parité :

$$p_{vc}^l = p_{cv}^0 \otimes \sum_{i=2}^{d_{vmax}} \lambda_i (F^{-1}\left(\sum_{j=2}^{d_{cmax}} \rho_i F(p_{vc}^{l-1})^{\otimes j-1}\right)) \quad (\text{B.19})$$

La propriété de consistance également démontrée dans [144] $f(x) = \exp(x)f(-x)$ fait que la probabilité d'erreur soit une fonction décroissante au cours des itérations et que la d.d.p des messages tend vers une impulsion de Dirac. Ceci permet de définir le seuil de convergence ϵ comme étant la puissance de bruit au-dessous de laquelle la probabilité tend vers zéro. Ce seuil constitue un critère de comparaison des performances des codes LDPC, les profils d'irrégularité $\lambda(x)$ et $\rho(x)$ peuvent ainsi être choisis afin d'optimiser le seuil de convergence.

B.3 Matrices de codes LDPC de la norme IEEE 802.11n

Les matrices suivantes sont les matrices de base du code LDPC standard de longueur 1296 bits auquel est associé un facteur d'expansion $z = 54$. La partie H_p de la matrice $H = [H_s \quad H_p]$ est bidiagonale. Afin de construire la matrice de parité correspondante, les chiffres δ_{ij} de ces matrices de base seront remplacées par des matrices identités $I_{z \times z}$ permutées δ_{ij} fois à droite tandis que les positions marquées par "-" seront remplacées par des matrices carrés $z \times z$ nulles.

Annexe C

Publications

Conférences internationales

- *Turbo-equalization of LDPC coded MIMO inner-outer scheduling*, **A. Charaf**, P. Pénard, L. Cariou, G. R-Guisantes, IEEE International Conference on Wireless Communications and Signal Processing (WCSP), Octobre 2010.
- *Study of Stopping Criteria in LDPC coded iterative MIMO-OFDM receiver*, **A. Charaf**, P. Pénard, L. Cariou, G. R-Guisantes, 7th IEEE International Conference on Wireless and Mobile Computing, Networking and Communications (WiMob), Octobre 2011.
- *Downlink Multi-User MIMO Iterative Interference Cancellation* , **A. Charaf**, P. Pénard, L. Cariou, G. R-Guisantes, (En préparation).

Brevet

- *Métrique de feedback pour les transmissions en MIMO multi-utilisateur*, L. Cariou, **A. Charaf**, FR 12 5682.

Article de revue

- *Low Complexity Schedules For LDPC Coded Iterative MIMO OFDM Receiver*, **A. Charaf**, P. Pénard, L. Cariou, G. R-Guisantes, (En préparation), à soumettre à IEEE Transactions on Circuits and Systems.
-

Bibliographie

- [1] M. Al-Nuaimi and A. Siamarou, "Coherence bandwidth characterisation and estimation for indoor rician multipath wireless channels using measurements at 62.4 ghz," *IEE Proceedings - Microwaves, Antennas and Propagation*, vol. 149, no. 3, pp. 181–187, 2002.
 - [2] B. Sklar, "Rayleigh fading channels in mobile digital communication systems. i. characterization," *IEEE Communications Magazine*, vol. 35, no. 7, pp. 90–100, Jul. 1997.
 - [3] L. Bahl, J. Cocke, F. Jelinek, and J. Raviv, "Optimal decoding of linear codes for minimizing symbol error rate (corresp.)," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 20, no. 2, pp. 284–287, Mar. 1974.
 - [4] J. G. Proakis, *Digital Communications*, 3rd ed. McGraw-Hill Inc., 1995.
 - [5] T. Richardson and R. Urbanke, *Modern Coding Theory*. Cambridge University Press, 2008, ch. 7, pp. 382–421.
 - [6] M. Doelz, E. Heald, and D. Martin, "Binary data transmission techniques for linear systems," *Proceedings of the IRE*, vol. 45, no. 5, pp. 656–661, May 1957.
 - [7] R. R. Mosier and R. G. Clabaugh, "Kineplex, a bandwidth-efficient binary transmission system," *American Institute of Electrical Engineers*, vol. 76, pp. 723–728, 1958.
 - [8] R. Chang and R. Gibby, "Synthesis of band-limited orthogonal signals for multi-channel data transmission," *Bell System Technical Journal*, vol. 45, Dec. 1966.
 - [9] S. Weinstein and P. Ebert, "Data transmission by frequency-division multiplexing using the discrete fourier transform," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 628–634, no. 5, pp. 628–634, Oct. 1971.
 - [10] A. Peled and A. Ruiz, "Frequency domain data transmission using reduced computational complexity algorithms," in *International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, vol. 5, 2008.
 - [11] A. Skrzypczak, "Contribution à l'étude de modulations multiporteuses ofdm/oqam et ofdm suréchantillonnées," Ph.D. dissertation, Université de Rennes 1, 2007.
 - [12] A. V. Oppenheim and R. W. Schaffer, *Discrete-time signal processing*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J. :, 1975.
 - [13] D. Lacroix-Penther and D. Castelain, "A study of OFDM parameters for high data rate radio LANs," in *VTCS-00*, vol. 2, 2000.
-

-
- [14] J. Winters, "On the capacity of radio communication systems with diversity in a rayleigh fading environment," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 5, no. 5, pp. 871–878, Jun. 1987.
- [15] E. Telatar, "Capacity of multiantenna gaussian channel," *Bell System Technical Memorandum*, Jun. 1995.
- [16] G. J. Foschini, "Layered space-time architecture for wireless communication in a fading environment when using multielement antennas," *Bell System Technical Journal*, vol. 1, pp. 41–59, Oct. 1996.
- [17] V. Tarokh, N. Seshadri, and A. Calderbank, "Space-time codes for high data rate wireless communication : performance criterion and code construction," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 44, no. 2, pp. 744–765, Mar. 1998.
- [18] E. Biglieri and et al., *MIMO Wireless Communications*. Cambridge University Press, 2007.
- [19] L. Zheng and D. Tse, "Diversity and multiplexing : a fundamental tradeoff in multiple-antenna channels," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 49, no. 5, pp. 1073–1096, May 2003.
- [20] C.-N. Chuah, J. Kahn, and D. Tse, "Capacity of multi-antenna array systems in indoor wireless environment," in *Global Telecommunications Conference, 1998. GLOBECOM 98. The Bridge to Global Integration. IEEE*, vol. 4, 1998.
- [21] R. Ertel, P. Cardieri, K. Sowerby, T. Rappaport, and J. Reed, "Overview of spatial channel models for antenna array communication systems," *Personal Communications, IEEE*, vol. 5, no. 1, pp. 10 –22, Feb. 1998.
- [22] D.-S. Shiu, G. Foschini, M. Gans, and J. Kahn, "Fading correlation and its effect on the capacity of multielement antenna systems," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 48, no. 3, pp. 502 –513, mar 2000.
- [23] P. Wolniansky, G. J. Foschini, G. Golden, and R. Valenzuela, "V-blast : an architecture for realizing very high data rates over the rich-scattering wireless channel," in *URSI International Symposium on Signals, Systems, and Electronics, ISSSE, 1998*.
- [24] G. Ungerboeck, "Trellis-coded modulation with redundant signal sets part I : Introduction," *IEEE Communications Magazine*, vol. 25, no. 2, pp. 5–11, Feb. 1987.
- [25] —, "Trellis-coded modulation with redundant signal sets part II : State of the art," *IEEE Communications Magazine*, vol. 25, no. 2, pp. 12–21, Feb. 1987.
- [26] S. M. Alamouti, "A simple transmit diversity technique for wireless communications," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 16, no. 8, pp. 1451–1458, Oct. 1998.
- [27] V. Tarokh, H. Jafarkhani, and R. Calderbank, "Space-time block codes from orthogonal designs," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 45, no. 4, pp. 1456–1467, Jul. 1999.
- [28] E. Telatar, "Capacity of multiantenna gaussian channel," *European Transactions on Telecommunications*, no. 6, pp. 585–595, Nov. 1999.
-

-
- [29] O. Tirkkonen, A. Boariu, and A. Hottinen, "Minimal non-orthogonality rate 1 space-time block code for 3+ tx antennas," in *IEEE Sixth International Symposium on Spread Spectrum Techniques and Applications*, 2000, pp. 429–432.
- [30] B. Hassibi and B. M. Hochwald, "High-rate codes that are linear in space and time," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 48, no. 7, pp. 1804–1824, Jul. 2002.
- [31] M. O. Damen, K. Abed-Meraim, and J.-C. Belfiore, "Diagonal algebraic space-time block codes," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 48, no. 3, pp. 628–636, Mar. 2002.
- [32] J.-C. Belfiore, G. Rekaya, and E. Viterbo, "The golden code : A 2 x 2 full-rate space-time code with non-vanishing determinants," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 51, Apr. 2005.
- [33] P.-J. Bouvet, "Récepteurs itératifs pour systèmes multi-antennes," Ph.D. dissertation, insa-re, 2005.
- [34] H. E. Gamal and M. O. Damen, "Universal space-time coding," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 49, pp. 1097–1119, May 2003.
- [35] E. Visotsky and U. Madhow, "Space-time transmit precoding with imperfect channel feedback," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 47, pp. 2632–2639, 2001.
- [36] S. Zhou and G. Giannaki, "Optimal transmitter eigen-beamforming and space-time block coding based on channel mean feedback," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 50, pp. 2599–2613, Oct. 2002.
- [37] S. Jafar, S. Vishwanath, and A. Goldsmith, "Channel capacity and beamforming for multiple transmit and receive antennas with covariance feedback," *International Conference on Communications*, Jun. 2001.
- [38] T. Marzetta and B. Hochwald, "Capacity of a mobile multiple-antenna communication link in rayleigh flat fading," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 45, Jan. 1999.
- [39] B. Hochwald and T. Marzetta, "Unitary space-time modulation for multiple-antenna communications in rayleigh flat fading," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 46, Mar. 2000.
- [40] B. Hochwald and W. Sweldens, "Differential unitary space-time modulation," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 48, Dec. 2000.
- [41] A. Moustakas, S. Simon, and T. Marzetta, "Capacity of differential versus nondifferential unitary space-time modulation for MIMO channels," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 52, pp. 3622–3634, Aug. 2006.
- [42] B. Le Saux, "Estimation de canal pour systèmes multi-antennes multi-porteuses," Ph.D. dissertation, Institut National de Sciences Appliquées de Rennes, 2007.
- [43] B. Hassibi, W. Shokrollahi, and B. Hassibi, "Representation theory for high-rate multiple-antenna code design," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 47, Sep. 2001.
- [44] B. Hughes, "Differential space-time modulation," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 46, Nov. 2000.
-

-
- [45] V. Tarokh and H. Jafarkhani, "A differential detection scheme for transmit diversity," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 18, no. 7, pp. 1169–1174, Jul. 2000.
- [46] H. Jafarkhani and V. Tarokh, "Multiple transmit antenna differential detection from generalized orthogonal designs," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 47, pp. 2626–2631, Sep. 2001.
- [47] M. Pohst, "On the computation of lattice vectors of minimal length, successive minima and reduced basis with applications," *ACM SIGSAM*, vol. 15, pp. 37–44, 1981.
- [48] B. M. Hochwald and S. Ten Brink, "Achieving near-capacity on a multiple-antenna channel," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 51, no. 3, pp. 389–399, Mar. 2003.
- [49] J. J. Boutros, N. Gresset, L. Brunel, and M. Fossorier, "Soft-input–soft-output lattice sphere decoder for linear channels," in *IEEE Global Communications Conference*, 2003.
- [50] Z. Guo and P. Nilsson, "Algorithm and implementation of the k-best sphere decoding for MIMO detection," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 24, no. 3, pp. 491–503, Mar. 2006.
- [51] D. Wubben, R. Bohnke, V. Kuhn, and K.-D. Kammeyer, "Mmse extension of v-blast based on sorted qr decomposition," *Vehicular Technology Conference*, vol. 1, pp. 508–512, Oct. 2003.
- [52] B. Hassibi, "An efficient square-root algorithm for V-BLAST," in *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, ICASSP '00*, 2000.
- [53] A. G. C. Berrou and P. Thitimajshima, "Near shannon limit error-correcting coding and decoding : Turbo-codes," in *IEEE International Conference on Communications*, 1993.
- [54] R. G. Gallager, "Low-density parity-check codes." Ph.D. dissertation, M.I.T., 1963.
- [55] S. Benedetto and G. Montorsi, "Design of parallel concatenated convolutional codes," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 44, no. 5, pp. 591–600, May 1996.
- [56] S. Benedetto and G. Montorsi, "Unveiling turbo codes : some results on parallel concatenated coding schemes," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 42, no. 2, pp. 409–428, Mar. 1996.
- [57] L. Perez, J. Seghers, and D. J. Costello, "A distance spectrum interpretation of turbo codes," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 42, no. 6, pp. 1698–1709, Nov. 1996.
- [58] J. Hagenauer, E. Offer, and L. Papke, "Iterative decoding of binary block and convolutional codes," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 42, no. 2, pp. 429–445, Mar. 1996.
- [59] P. Jung and M. Nasshan, "Performance evaluation of turbo codes for short frame transmission systems," *Electronics Letters*, vol. 30, no. 2, pp. 111–113, Jan. 1994.
- [60] R. Pyndiah, "Iterative decoding of product codes : Block turbo codes," in *International Symposium on Turbo Codes and related topics*, 1997.
-

-
- [61] R. Tanner, "A recursive approach to low complexity codes," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 27, no. 5, pp. 533–547, Sep. 1981.
- [62] N. Wiberg, "Codes and decoding on general graphs," Ph.D. dissertation, Department of electrical engineering, Linköping, Sweden. Linköping studies in sciences and technology, 1996.
- [63] F. R. Kschischang, B. J. Frey, and H. A. Loeliger, "Factor graphs and the sum-product algorithm," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 47, no. 2, pp. 498–519, Feb. 2001.
- [64] H.-A. Loeliger, "An introduction to factor graphs," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 21, no. 1, pp. 28–41, Jan. 2004.
- [65] D. MacKay and R. Neal, "Near shannon limit performance of low density parity check codes," *Electronics Letters*, vol. 32, no. 18, p. 1645, Aug. 1996.
- [66] M. Sipser and D. Spielman, "Expander codes," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 42, no. 6, pp. 1710–1722, Nov. 1996.
- [67] M. Davey and D. MacKay, "Low density parity check codes over $\text{GF}(q)$," in *Information Theory Workshop*, 1998.
- [68] M. Luby, M. Mitzenmacher, A. Shokrollahi, and D. Spielman, "Analysis of low density codes and improved designs using irregular graphs," in *Proceeding of 30th ACM Symp. on Theory of Computing.*, 1998.
- [69] H. Jin, A. Khandekar, and R. McEliece, "Irregular repeat-accumulate codes," in *Second International Conference on Turbo Codes*, 2000.
- [70] D. Divsalar, H. Jin, and R. McEliece, "Coding theorems for turbo-like codes," in *Proceeding of the 36th Allerton conference on communication, control and computing*, 1998.
- [71] J. Fan, "Array codes as low-density parity-check codes," in *Second International Conference on Turbo Codes*, 2000.
- [72] L. Chen, "Construction of structured low-density-parity-check codes : Combinatorial and algebraic approaches," Ph.D. dissertation, University of California at Davis, 2004.
- [73] R. McEliece, D. MacKay, and J.-F. Cheng, "Turbo decoding as an instance of Pearl's belief propagation algorithm," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 16, no. 2, pp. 140–152, Feb. 1998.
- [74] M. Fossorier, M. Mihaljevic, and H. Imai, "Reduced complexity iterative decoding of low-density parity check codes based on belief propagation," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 47, no. 5, pp. 673–680, May 1999.
- [75] J. Chen and M. Fossorier, "Density evolution for two improved BP-based decoding algorithms of LDPC codes," *IEEE Communications Letters*, vol. 6, no. 5, pp. 208–210, May 2002.
- [76] C. Jones, E. Valles, M. Smith, and J. Villasenor, "Approximate-min constraint node updating for ldpc code decoding," in *IEEE Military Communications Conference, MILCOM*, vol. 1, Oct. 2003.
-

-
- [77] J. B. Doré, “Optimisation conjointe de codes ldpc et de leurs architectures de décodage et mise en oeuvre sur fpga,” Ph.D. dissertation, insa-re, 2007.
- [78] J. Zhang, Y. Wang, M. Fossorier, and J. Yedidia, “Replica shuffled iterative decoding,” in *International Symposium on Information Theory - ISIT*, 2005.
- [79] D. J. C. MacKay and M. J. Postol, “Weaknesses of Margulis and Ramanujan–Margulis low-density parity-check codes,” in *Proceedings of MFCSIT2002, Galway*, vol. 74, 2003.
- [80] “The capacity of low-density parity-check codes under message-passing decoding,” 2001.
- [81] D. Divsalar, S. Dolinar, and F. Pollara, “Iterative turbo decoder analysis based on density evolution,” *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 19, no. 5, pp. 891–907, May 2001.
- [82] S. ten Brink, “Convergence of iterative decoding,” *Electronics Letters*, vol. 35, no. 10, May 1999.
- [83] S. T. Brink, “Convergence behaviour of iteratively decoded parallel concatenated codes,” *IEEE Transactions on Communications*, vol. 49, no. 10, Oct. 2001.
- [84] S. ten Brink, G. Kramer, and A. Ashikhmin, “Design of low-density parity-check codes for modulation and detection,” *IEEE Transactions on Communications*, vol. 52, no. 4, Apr. 2004.
- [85] M. Tüchler, R. Koetter, and A. C. Singer, “Minimum mean squared error equalization using a priori information,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 50, no. 3, pp. 673–683, Mar. 2002.
- [86] E. Sharon, A. Ashikhmin, and S. Litsyn, “Analysis of low-density parity-check codes based on EXIT functions,” *IEEE Transactions on Communications*, vol. 54, no. 8, pp. 1407–1414, Aug. 2006.
- [87] E. Sharon, A. Ashikhmin, and S. Litsyn, “EXIT functions for binary input memoryless symmetric channels,” *IEEE Transactions on Communications*, vol. 54, no. 7, pp. 1207–1214, Jul. 2006.
- [88] X. Ma and E. Yang, “Low-density parity-check codes with fast decoding convergence speed,” in *IEEE Symposium on Information Theory (ISIT)*, vol. 1, 2004.
- [89] M. Franceschini, G. Ferrari, and R. Raheli, “LDPC-Coded modulations : Performance bounds and a novel design criterion,” in *4th International Symposium on Turbo Codes Related Topics*, Apr. 2006, pp. 1–6.
- [90] R. Tanner, D. Sridhara, A. Sridharan, T. Fuja, and J. Costello, D.J., “LDPC block and convolutional codes based on circulant matrices,” *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 50, no. 12, pp. 2966–2984, Dec. 2004.
- [91] M. Fossorier, “Quasicyclic low-density parity-check codes from circulant permutation matrices,” *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 50, no. 8, pp. 1788–1793, Aug. 2004.
- [92] Y. Kou, S. Lin, and M. Fossorier, “Low-density parity-check codes based on finite geometries : a rediscovery and new results,” *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 47, no. 7, pp. 2711–2736, Nov. 2001.
-

-
- [93] J. Thorpe, "Low density parity check (LDPC) codes constructed from protographs," Jet Propulsion Laboratory - INP Progress Report 42-154, Tech. Rep., 2003.
- [94] A. Roumy, S. Guemghar, G. Caire, and S. Verdu, "Design methods for irregular repeat-accumulate codes," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 50, no. 8, pp. 1711–1727, Aug. 2004.
- [95] K. Shimizu, T. Ishikawa, N. Togawa, T. Ikenaga, and S. Goto, "Partially-parallel LDPC decoder based on high-efficiency message-passing algorithm," *IEEE International Conference on Computer Design*, Oct. 2005.
- [96] F. Kienle and N. Wehn, "Design methodology for IRA codes," in *Proceedings of the Asia and South Pacific Design Automation Conference*, 2004.
- [97] M. Rovini and L. F. N. E. L'Insalata, F. Rossi, "VLSI design of a high-throughput multi-rate decoder for structured LDPC codes," in *8th Euromicro Conference on Digital System Design*, 2005.
- [98] L. Dinoi, F. Sottile, and S. Benedetto, "Design of variable-rate irregular LDPC codes with low error floor," in *IEEE International Conference on Communications*, 2005.
- [99] G. Richter and A. Hof, "On a construction method of irregular LDPC codes without small stopping sets," in *IEEE International Conference on Communications*, Jun. 2006.
- [100] D. J. MacKay and M. S. Postol, "Weaknesses of margulis and ramanujan-margulis low-density parity-check codes," in *Electronic Notes in Theoretical Computer Science*, 2003.
- [101] X.-Y. Hu, E. Eleftheriou, and D.-M. Arnold, "Progressive edge-growth Tanner graphs," in *IEEE Global Telecommunications Conference - GLOBECOM*, vol. 2, 2001.
- [102] R. R. Muller and W. H. Gerstacker, "On the capacity loss due to separation of detection and decoding," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 50, no. 8, pp. 1769–1778, Aug. 2004.
- [103] C. Douillard, A. Picart, P. Didier, M. Jezequel, C. Berrou, and A. Glavieux, "Iterative correction of intersymbol interference : Turbo-equalization," *European Transactions on Telecommunications*, vol. 6, no. 5, Sep. 1995.
- [104] A. Glavieux, C. Laot, and J. Labat, "Turbo equalization over a frequency selective channel," in *First Symposium on Turbo Codes*, 1997, pp. 96–102.
- [105] R. Le Bidan, "Turbo-equalization for bandwidth-efficient digital communications over frequency-selective channels," Ph.D. dissertation, Institut National de Sciences Appliquées de Rennes, 2003.
- [106] L. Boher, "Étude et mise en œuvre de récepteurs itératifs pour les systèmes mimo," Ph.D. dissertation, Institut National de Sciences Appliquées de Rennes, 2008.
- [107] L. Boher, R. Rabineau, and M. Helard, "Fpga implementation of an iterative receiver for mimo-ofdm systems," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2008.
- [108] D. Reynolds and X. Wang, "Low-complexity turbo-equalization for diversity channels," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 81, no. 5, pp. 989–995, 2001.
-

-
- [109] C. Laot and R. LeBidan, "Low complexity linear turbo equalization : A possible solution for edge with iterative receivers," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, May 2005.
- [110] M. Tüchler, R. Koetter, and A. C. Singer, "Turbo equalization : principles and new results," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 50, no. 5, pp. 754–767, May 2002.
- [111] H. Omori, T. Asai, and T. Matsumoto, "A matched filter approximation for SC/MMSE iterative equalizers," *IEEE Communications Letters*, vol. 5, no. 7, pp. 310–312, Jul. 2001.
- [112] E. Zehavi, "8-PSK trellis codes for a Rayleigh channel," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 40, no. 5, pp. 873–884, May 1992.
- [113] G. Caire, G. Taricco, and E. Biglieri, "Bit-interleaved coded modulation," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 44, no. 3, pp. 927–946, May 1998.
- [114] D. Shin, K. Heo, S. Oh, and J. Ha, "A stopping criteria for low density parity check codes," in *IEEE 65th Vehicular Technology Conference, VTC2007-Spring*, vol. 1, 2007.
- [115] F. Kienle and N. Wehn, "Low complexity stopping criterion for LDPC code decoders," in *IEEE 61st Vehicular Technology Conference*, vol. 1, 2005.
- [116] F. Pereira and J. Ascenso, "Complexity efficient stopping criterion for LDPC based Distributed Video Coding," in *Mobimedia'09*, 2009.
- [117] M. Costa, "Writing on dirty paper," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 29, no. 3, pp. 439–441, May 1983.
- [118] G. Caire and S. Shamai, "On achievable rates in a multi-antenna broadcast downlink," in *Proceedings of of annual Allerton conference on communication, control and computing*, October 2000.
- [119] M. Kountouris, "Multi-users multi-antennas systems with limited feedback," Ph.D. dissertation, Institut EURECOM, 2007.
- [120] T. Yoo and A. Goldsmith, "On the optimality of multiantenna broadcast scheduling using zero-forcing beamforming," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 24, no. 3, pp. 528–541, Mar. 2006.
- [121] H. Sampath, P. Stoica, and A. Paulraj, "Generalized linear precoder and decoder design for MIMO channels using the weighted MMSE criterion," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 49, no. 12, pp. 2198–2206, Dec. 2001.
- [122] C. Peel, B. Hochwald, and A. Swindlehurst, "A vector-perturbation technique for near-capacity multiantenna multiuser communication-part I : channel inversion and regularization," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 53, no. 1, pp. 195–202, Jan. 2005.
- [123] Q. Spencer, A. Swindlehurst, and M. Haardt, "Zero-forcing methods for downlink spatial multiplexing in multiuser mimo channels," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 52, no. 2, pp. 461–471, Feb. 2004.
- [124] L. Cariou and A. Charaf, "Métrique de feedback pour les transmissions mimo multi-utilisateurs," French Patent 5682, 2011.
-

-
- [125] ETSI, “LTE, requirements for Evolved UTRA (E-UTRA) and Evolved UTRAN (E-UTRAN),” in *3GPP TR 25.913 v.7.3.0 2006*, 2006.
- [126] H. Poor and S. Verdú, “Probability of error in mmse multiuser detection,” *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 43, no. 3, pp. 858–871, May 1997.
- [127] R. Ghaffar and R. Knopp, “Interference suppression for next generation wireless systems,” in *Vehicular Technology Conference, 2009. VTC Spring 2009. IEEE 69th*, 2009.
- [128] J. Duplity, B. Badic, R. Balraj, R. Ghaffar, P. Horvath, F. Kaltenberger, R. Knopp, I. Z. Kovacs, H. T. Nguyen, D. Tandur, and G. Vivier, “MU-MIMO in LTE systems,” *EURASIP journal on wireless communications and networking, MU-MIMO Special Issue*, Nov. 2010.
- [129] G. Berardinelli, C. Manchon, L. Deneire, T. Sorensen, P. Mogensen, and K. Pajukoski, “Turbo receivers for single user MIMO LTE-A uplink,” in *IEEE 69th Vehicular Technology Conference - VTC*, 2009.
- [130] O. Dobre, A. Abdi, Y. Bar-Ness, and W. Su, “Blind modulation classification : a concept whose time has come,” in *IEEE/Sarnoff Symposium on Advances in Wired and Wireless Communication*, 2005.
- [131] —, “Survey of automatic modulation classification techniques : classical approaches and new trends,” *Institution of Engineering and Technology, Communications*, vol. 1, no. 2, pp. 137–156, Apr. 2007.
- [132] M. Rakhshanfar, “Maximum likelihood approach to classification of digitally frequency-modulated signals,” in *7th International Symposium on Wireless Communication Systems (ISWCS)*, 2010.
- [133] C. Le Martret and D. Boiteau, “Modulation classification by means of different orders statistical moments,” in *MILCOM 97*, vol. 3, 1997.
- [134] Q. Zhang, O. Dobre, S. Rajan, and R. Inkol, “On the second-order cyclostationarity for joint signal detection and classification in cognitive radio systems,” in *Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering - CCECE*, 2009.
- [135] N. Ahmadi and R. Berangi, “Modulation classification of QAM and PSK from their constellation using Genetic Algorithm and hierarchical clustering,” in *3rd International Conference on Information and Communication Technologies - ICTTA*, 2008.
- [136] A. Swami and B. Sadler, “Hierarchical digital modulation classification using cumulants,” *IEEE Transactions on Communications*, vol. 48, no. 3, pp. 416–429, Mar. 2000.
- [137] V. Choqueuse, S. Azou, K. Yao, L. Collin, and G. Burel, “Modulation recognition for MIMO systems,” *ATM review*, 2008.
- [138] K. Hassan, C. Nzéza, M. Berbineau, W. Hamouda, and I. Dayoub, “Blind modulation identification for MIMO systems,” in *IEEE Global Telecommunications Conference - GLOBECOM2010*, 2010.
- [139] K. Kita and T. Tsujioka, “Rate estimation scheme for weighted bit-flipping decoding of rate compatible LDPC codes,” in *International Symposium on Information Theory and Its Applications - ISITA*, 2008.
-

- [140] M. Tsuji and T. Tsujioka, "A study on Hybrid-ARQ system with blind rate estimation of RC-LDPC codes," in *Taiwan-Japan Joint Conference on Communications Technology 2007*, 2007.
 - [141] Y. Tomoyasu, T. Tetsuo, S. Hisayoshi, and M. Masashi, "Comparison of rate estimation techniques for rate-compatible LDPC codes," *IEIC Technical Report (Institute of Electronics, Information and Communication Engineers)*, vol. 105, no. 83, pp. 19–24, 2005.
 - [142] Y. Tomoyasu, T. Tetsuo, S. Hisayoshi, and M. Masashi, "Rate estimation techniques for rate-compatible ldpc codes," *IEIC – Institute of Electronics, Information and Communication Engineers, Tech. Rep.*, 2006.
 - [143] A. Sanderovich, M. Peleg, and S. Shamai, "LDPC coded MIMO multiple access with iterative joint decoding," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 51, no. 4, pp. 1437 – 1450, Apr. 2005.
 - [144] T. Richardson, M. Shokrollahi, and R. Urbanke, "Design of capacity-approaching irregular low-density parity-check codes," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 47, no. 2, pp. 619–637, Feb. 2001.
-