

## **UNIVERSITE PARIS-SUD**

ECOLE DOCTORALE MIPEGE

Laboratoire Fluides, Automatique et Systèmes Thermiques (FAST)

**SPECIALITÉ PHYSIQUE**

**THÈSE DE DOCTORAT**

Soutenue le 18/12/2013

par

**Francisco MARTINEZ**

# **Force de résistance au mouvement d'un objet dans un milieu granulaire**

Devant le jury composé de:

<i>Président :</i>	Yoël FORTERRE	Directeur de Recherche CNRS (IUSTI, Marseille)
<i>Rapporteurs :</i>	Jean-Christophe GEMINARD	Directeur de Recherche CNRS (ENS Lyon)
	François CHEVOIR	Directeur de Recherche IFSTTAR (Champs/Marne)
<i>Examineurs :</i>	Yacine AMAROUCHENE	Chargé de Recherche CNRS (LOMA, Bordeaux)
	Harold AURADOU	Directeur de Recherche CNRS (FAST, Orsay)
<i>Directeurs:</i>	Philippe GONDRET	Professeur Université Paris-Sud (FAST, Orsay)
	Yann BERTHO	Maitre Conférences Univ. Paris-Sud (FAST, Orsay)



# REMERCIEMENTS

Au cours de ces quatre années en France, j'ai eu la chance de rencontrer de nombreuses personnes que je tiens à remercier et auxquelles je souhaite exprimer ma gratitude. C'est sans doute grâce à leur collaboration et leur soutien permanent que j'ai pu mener à bien mes travaux de recherche au laboratoire FAST. J'y fus accueilli chaleureusement, moi venant d'un pays lointain tant géographiquement que culturellement, et j'y ai développé mes connaissances dans une ambiance d'excellence scientifique et humaine.

Tout d'abord, je remercie mon directeur de thèse, Philippe Gondret. Il m'a montré les exigences et la rigueur propre du monde de la recherche, ainsi que certains aspects de la mécanique des milieux granulaires lesquels m'étaient encore inconnus il y a quelques années. Je lui suis très reconnaissant pour son soutien, depuis notre première rencontre lors de mon stage de M2 jusqu'à ce jour. Il a facilité mon accès à tous les moyens nécessaires afin que cette thèse se déroule dans les meilleures conditions. A Philippe donc, ma reconnaissance la plus sincère pour son amabilité et son esprit critique scientifique. Tu as largement contribué à ce que ce manuscrit atteigne un niveau que je n'aurais jamais imaginé. Un grand merci pour ta patience et ta compréhension!

Mes remerciements vont également aux autres membres de "l'équipe granulaire" du FAST, qui ont fait partie de cette thèse et ont su m'aider, notamment pendant la difficile étape de la rédaction. Dans ce contexte, je tiens à remercier mon codirecteur de thèse Yann Bertho dont j'ai beaucoup apprécié l'aide précieuse aux moments opportuns. (Yann, crois-moi, ton espagnol est beaucoup mieux que mon français !). Je remercie également la collaboration toujours efficace d'Antoine Seguin et j'ai apprécié la compagnie de Sarah ma collègue de la salle de manip. Ma pensée va encore vers le personnel technique du laboratoire pour sa convivialité et sa collaboration dans les montages expérimentaux. De même, je tiens à remercier Corentin Coulais et le personnel technique qui collabore avec le groupe SPHYNX, pour son aide dans la réalisation des expériences de photoélasticimétrie que j'ai menées au CEA Saclay en 2012.

Je dédie quelques lignes aussi aux autres membres de mon laboratoire : Marc Rabaud, Jean-Pierre Hulin, Georges Gauthier, Jérôme Martin, Frédéric Moisy, parmi d'autres. Je leur suis très reconnaissant pour leur accueil chaleureux, leur disponibilité et leur passion de la recherche. Je souhaite d'une manière spéciale adresser quelques mots à Frédéric Moisy. Frédéric, ma venue en France t'est due en grande partie et au soutien inconditionnel que tu as donné à ma candidature : déjà en 2009 pour réaliser mes études de M2, j'ai bénéficié d'une bourse d'accueil pour étudiants étrangers et ensuite pour mes études de Doctorat en 2010 j'ai reçu une Allocation de Recherche. Mon admiration sincère t'est acquise, pour la qualité de ton enseignement et tes capacités de chercheur. Tu as cru au parcours d'un étudiant qui tu ne connaissais pas et qui venait du bout du monde. Encore une fois, merci !

Je tiens à remercier Jean-Christophe Geminard et François Chevoir d'avoir accepté d'être les rapporteurs de cette thèse. Mes remerciements vont aussi bien pour les autres membres du jury : Yacin Amarouchene, Harold Auradou et Yoël Forterre qui a présidé le jury le jour de ma soutenance. Merci beaucoup à tous vous, pour votre regard critique du manuscrit ainsi que les suggestions que vous avez apportées. C'est sans doute un privilège d'avoir pu compter sur vous pour la constitution de ce jury de thèse.

Ces remerciements ne seraient pas complets sans une pensée aux certaines personnes que j'ai pu également rencontrer et avec qui j'ai partagé tout au long de ces quatre années. Elles ont rendu mon séjour enrichissant et agréable. Dans mon laboratoire, j'ai eu la chance de travailler aux côtés de collègues dont certains sont devenus des amis : Sandeep, Anna, Thomas, Floriane, Cyril, Ching, Symphony, Jessica Benito, pour en nommer quelques-uns. Et aussi hors du labo, un grand merci à Jesica Ayala, Ahmed Bellil, Jorge mon "coloc" avec qui j'ai partagé les joies et les échecs de la vie quotidienne. Je ne peux pas me permettre d'oublier mes coéquipiers des équipes de basket de la Fac d'Orsay et du Club Bures-sur-Yvette avec qui j'ai eu la grande chance de jouer dans de diverses compétitions partout en Ile de France. A vous tous, un grand merci, pour m'avoir permis de vivre tant de moments agréables, pour m'avoir accueilli si chaleureusement et m'avoir ouvert les portes de vos vies. Tout ce que je peux vous dire encore est que vous avez en moi un ami et que je me souviendrai de vous tous longtemps.

Enfin, je dédie ces dernières lignes aux gens qui ont été à mes côtés dès le départ : ma famille. Merci beaucoup à vous tous pour votre encouragement inconditionnel. Je sais que je peux compter sur vous alors que commence une nouvelle étape dans ma vie. A mon père, à ma mère, à mon frère, à ma compagne, à ma petite fille qui est sur le point de voir le jour, j'exprime ma fierté, ma foi et mon espoir.

GRACIAS A TODOS !

<b>INTRODUCTION GENERALE .....</b>	<b>6</b>
<b>1 ETAT DE L'ART .....</b>	<b>8</b>
<b>1.1 DEPLACEMENT D'UN OBJET DANS UN FLUIDE .....</b>	<b>8</b>
1.1.1 ÉCOULEMENT EN FLUIDE NEWTONIEN .....	8
1.1.2 ÉCOULEMENT EN FLUIDE COMPLEXE .....	10
<b>1.2 DEPLACEMENT D'UN OBJET DANS UN MILIEU GRANULAIRE.....</b>	<b>12</b>
1.2.1 UNE BREVE INTRODUCTION.....	12
1.2.2 FORCES PONCTUELLES A LA SURFACE D'UN EMPILEMENT GRANULAIRE .....	12
1.2.3 CARACTERISTIQUES DE L'ÉCOULEMENT AUTOUR D'UN OBJET .....	15
1.2.4 FORCE DE TRAINEE A REGIME DE FAIBLE VITESSE .....	20
1.2.5 INFLUENCE DES CONDITIONS AU LIMITES .....	29
1.2.6 CAS BIDIMENSIONNEL .....	33
1.2.7 FORCE DE RESISTANCE A FORTE VITESSE .....	40
<b>1.3 CONCLUSION .....</b>	<b>44</b>
<b>2 FORCE EN PENETRATION.....</b>	<b>46</b>
<b>2.1 DISPOSITIFS EXPERIMENTAUX .....</b>	<b>46</b>
2.1.1 DESCRIPTION DES INSTALLATIONS.....	46
2.1.2 PROTOCOLE EXPERIMENTAL.....	49
<b>2.2 DEFORMATION DE L'INTERFACE .....</b>	<b>50</b>
2.2.1 DESCRIPTION QUALITATIVE.....	50
2.2.2 DEFORMATION DU CRATERE.....	53
<b>2.3 MESURES DE FORCE.....</b>	<b>62</b>
2.3.1 TRAITEMENT DU SIGNAL DE FORCE.....	62
2.3.2 COURBE DE FORCE ET REPRODUCTIBILITE .....	63
2.3.3 FORCE VERSUS PROFONDEUR .....	64
2.3.4 INFLUENCE DE LA TAILLE DE L'OBJET .....	66
2.3.5 INFLUENCE DE LA TAILLE DES GRAINS .....	68
<b>2.4 COEFFICIENT DE FRICTION EFFECTIF .....</b>	<b>69</b>
2.4.1 ANALYSE DIMENSIONNELLE .....	69
2.4.2 RESULTATS EXPERIMENTAUX .....	70
2.4.3 INFLUENCE DE LA VITESSE.....	71
2.4.4 INFLUENCE DE LA COMPACTE .....	72
2.4.5 INFLUENCE DU RAPPORT DE TAILLE OBJET/GRAINS.....	74
<b>2.5 MODELISATION DE LA FORCE .....</b>	<b>75</b>
2.5.1 COEFFICIENT DE FRICTION DANS L'HYPOTHESE HYDROSTATIQUE.....	75
2.5.2 THEORIE DE PRANDTL.....	76
<b>2.6 CONCLUSION .....</b>	<b>79</b>
<b>3 EFFETS DES CONDITIONS DE FOND ET DE SURFACE .....</b>	<b>82</b>
<b>3.1 EFFETS DU FOND .....</b>	<b>83</b>
3.1.1 INFLUENCE DE LA DISTANCE AU FOND .....	83
3.1.2 PENETRATION CONTRE UN FOND DEFORMABLE .....	83
<b>3.2 PENETRATION VERSUS EXTRACTION .....</b>	<b>93</b>
3.2.1 CARACTERISTIQUES GENERALES DE LA COURBE DE RESISTANCE.....	93

3.2.2	INFLUENCE DE L'AMPLITUDE DE DEPLACEMENT .....	95
3.2.3	PENETRATION-EXTRACTION VERSUS EXTRACTION-PENETRATION .....	96
3.2.4	CYCLES SUCCESSIFS DE PENETRATION-EXTRACTION .....	97
3.2.5	VARIATION DU VOLUME DE GRAINS .....	98
3.2.6	DEFORMATION DE L'INTERFACE EN EXTRACTION.....	103
<b>3.3</b>	<b>EFFET D'UN COUVERCLE CHARGE EN SURFACE.....</b>	<b>107</b>
3.3.1	MONTAGE EXPERIMENTAL ET DEFINITION DES PARAMETRES .....	107
3.3.2	VARIATION DE LA FORCE ET DU COEFFICIENT DE FRICTION.....	109
3.3.3	VARIATION DE LA « RAIDEUR » .....	114
3.3.4	CYCLES SUCCESSIFS .....	115
<b>3.4</b>	<b>CONCLUSION .....</b>	<b>116</b>
<b>4</b>	<b><u>EFFETS D'UN CONFINEMENT LATERAL.....</u></b>	<b><u>117</u></b>
<b>4.1</b>	<b>INTRODUCTION.....</b>	<b>117</b>
<b>4.2</b>	<b>PENETRATION / EXTRACTION EN CONFINEMENT LATERAL .....</b>	<b>118</b>
4.2.1	MONTAGE ET CONDITIONS EXPERIMENTALES.....	118
4.2.2	INFLUENCE DES PAROIS LATERALES SUR LA PENETRATION .....	119
4.2.3	INFLUENCE DES PAROIS LATERALES SUR L'EXTRACTION .....	125
<b>4.3</b>	<b>PAROIS LATERALES DEFORMABLES .....</b>	<b>126</b>
<b>4.4</b>	<b>CONCLUSION .....</b>	<b>129</b>
<b>5</b>	<b><u>PHOTOELASTICIMETRIE DE L'ECOULEMENT GRANULAIRE AUTOUR D'UN DISQUE .....</u></b>	<b><u>130</u></b>
<b>5.1</b>	<b>INTRODUCTION.....</b>	<b>130</b>
<b>5.2</b>	<b>BIREFRINGENCE ET PHOTOELASTICIMETRIE.....</b>	<b>130</b>
5.2.1	QU'EST-CE QUE C'EST?.....	130
5.2.2	TENSEUR LOCAL DES CONTRAINTES .....	132
<b>5.3</b>	<b>DISPOSITIF EXPERIMENTAL .....</b>	<b>134</b>
<b>5.4</b>	<b>FORCE DE TRAINEE EN GRANULAIRE VIBRE.....</b>	<b>135</b>
5.4.1	VISUALISATION DES CHAINES DE FORCE .....	135
5.4.2	FORCE GLOBALE SUR L'INTRUS .....	137
<b>5.5</b>	<b>RHEOLOGIE LOCALE EN GRANULAIRE NON VIBRE.....</b>	<b>144</b>
5.5.1	INVARIANTS DES TENSEURS DE CONTRAINTE ET DE DEFORMATION .....	144
5.5.2	CALIBRATION .....	144
5.5.3	ÉTUDE DES INVARIANTS .....	145
5.5.4	VISCOSITE LOCALE ET COEFFICIENT DE FRICTION LOCAL .....	148
<b>5.6</b>	<b>CONCLUSION .....</b>	<b>149</b>
	<b><u>CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES .....</u></b>	<b><u>150</u></b>
	<b><u>BIBLIOGRAPHIE.....</u></b>	<b><u>152</u></b>

# INTRODUCTION GENERALE

Les milieux granulaires sont omniprésents dans notre environnement dans des situations aussi simple que celle d'un enfant jouant avec du sable, ou plus complexes comme la manipulation et le stockage de grains dans l'industrie agroalimentaire ou le transport solide par les rivières ou le vent. Un milieu granulaire est un ensemble de particules solides athermiques, de taille supérieure à environ 100 microns. Ces milieux sont l'objet de recherches actives notamment depuis quelques années, avec de remarquables progrès dans leur compréhension et leur modélisation tant dans les états « fluides » que « solide », avec la prise en compte des mécanismes importants de dissipation tant collisionnels que frictionnels entre les grains. Pourtant, certains phénomènes restent encore mal compris, notamment à la transition entre ces états.

Nous nous intéresserons ici à la compréhension de la force de résistance au mouvement d'un objet dans un milieu granulaire dense et sec. Le terme *dense* désigne des grains en contact avec une compacité d'empilement de l'ordre de 60% voisine de la compacité maximale. Le terme *sec* désigne la situation où les effets des forces du fluide interstitiel sur les grains sont négligeables par rapport aux forces de friction-collision entre les grains. La force de résistance associée au mouvement d'un objet dans un fluide classique newtonien a été très étudiée depuis longtemps compte tenu de son importance au quotidien et est maintenant bien connue. Cependant dans les milieux granulaires elle soulève encore de nombreuses questions dans des domaines aussi variés que le génie civil et génie des procédés, ou encore la géophysique et la biomécanique.

En génie civil, dans des situations liées à la construction de bâtiments, ponts ou barrages, il est fondamental de caractériser convenablement les propriétés de résistance et de stabilité mécanique des sols (figures 1a et 1b). La réalisation de fondations adaptées au terrain empêche la détérioration prématurée de la construction (tassement, effondrement). Par exemple, en Italie, les fondations de la célèbre Tour de Pise ont dû être refaites afin de stopper son inclinaison. Dans ce domaine, des essais de *pénétrométrie* sont habituellement utilisés afin de caractériser la résistance du sol en mesurant la force nécessaire pour enfoncez un objet (le *pénétromètre*) à une certaine profondeur en fonction du nombre de coups (Fig. 1a).

En Sciences de la Terre et de l'Univers, existe la problématique intéressante liée à l'impact des météorites sur des planètes ou astéroïdes (Fig. 1c). Ce phénomène est caractérisé non seulement par l'énorme quantité d'énergie libérée au cours de l'impact mais aussi par sa grande capacité de transformer l'environnement du point de vue morphologique. Ici, la force de résistance à la pénétration de l'objet influence directement la profondeur du cratère et le temps d'arrêt de la météorite avant sa fusion.



(a)



(b)



(c)

**Figure 1** - Différents exemples d'interactions entre un « objet » avec un milieu granulaire (a) Test du pénétromètre permettant de caractériser la résistance d'un sol, (b) Effondrement d'une maison au Mexique. Ceci est un exemple de l'importance de la détermination correcte de la résistance d'un sol au cisaillement et (c) Cratère "Barringer Meteor" en Arizona, USA (source USGS).



(a)



(b)

**Figure II** – (a) Véhicule d'exploration spatiale "Pathfinder". Son dessin a conduit à des recherches sur l'interaction entre un objet solide et un milieu granulaire (b) La biomécanique nous offre d'autres exemples qui ont mené à la réalisation d'expériences de pénétration d'un bras mécanique dans un lit granulaire afin de comprendre les mécanismes utilisés par ces animaux pour se déplacer dans le désert ou dans la plage. Sur la photo un lézard repose sur un lit de sable.

Dans les domaines de la biomécanique et de la robotique, la compréhension de l'interaction entre un animal ou un robot et un terrain sableux est fondamentale. Des recherches ont alors contribué à la modélisation et au dessin des machines complexes utilisées pour les explorations martiennes tel que *Pathfinder* (Fig. IIa). Quels sont les mécanismes utilisés par les animaux (Fig. IIb) afin de se déplacer rapidement sur un terrain de ce type ? Quelles sont les forces à vaincre pour initier le mouvement ? Ces questions sont entre autres à la base de nos recherches.

Cette thèse sera constituée de 5 chapitres organisés comme suit :

Au chapitre 1, seront décrites les principales études ayant déjà porté sur la force de résistance (ou de traînée) sur un objet dans un milieu granulaire et sur les caractéristiques de l'écoulement autour de l'objet.

Au chapitre 2, nous montrerons nos résultats concernant la pénétration à vitesse imposée d'un cylindre et d'une sphère dans un milieu granulaire modèle constitué de billes de verre. Nous nous intéresserons particulièrement aux caractéristiques et à l'identification des paramètres qui affectent cette force et aussi à la déformation de la surface au cours de la pénétration.

Au chapitre 3, nous nous intéresserons aux effets conditions aux limites de fond et de surface sur la force de résistance non seulement dans la situation de pénétration mais aussi dans celle d'extraction.

Au chapitre 4, nous étudierons cette fois l'effet de conditions aux limites de parois latérales proches.

Enfin, au chapitre 5, nous aborderons par photoélasticimétrie notamment la distribution du champ de contraintes autour de l'objet en mouvement permettant de remonter à la rhéologie locale du milieu.



# 1 ETAT DE L'ART

La résistance au mouvement des objets est un sujet qui a été étudié depuis longtemps aussi bien théoriquement qu'expérimentalement dans différentes situations. Ces types de forces se rencontrent dans de nombreux domaines de la vie quotidienne et industrielle dont plusieurs exemples ont été décrits dans l'introduction générale de ce manuscrit.

Dans ce premier chapitre, nous présentons les études que nous considérons les plus pertinentes pour notre travail et qui ont servi d'inspiration pour la compréhension des mécanismes qui interviennent dans l'origine de la force de résistance ressentie par un objet se déplaçant dans un milieu granulaire dense et sec. Tout d'abord, nous allons nous immerger brièvement dans la littérature qui concerne le déplacement des objets dans les fluides où nous trouvons des exemples bien connus qui portent sur la détermination de la force de résistance ou de *traînée*. Ces exemples peuvent nous aider à établir quelques similitudes et différences par rapport au déplacement d'objets dans les milieux granulaires.

## 1.1 DEPLACEMENT D'UN OBJET DANS UN FLUIDE

### 1.1.1 Écoulement en fluide newtonien

C'est sans doute de notre formation dans le domaine de la mécanique des fluides que résulte cette première approche du cas de mouvement d'objets dans un fluide newtonien. Dans les fluides newtoniens, la force de résistance ressentie par un objet en déplacement a été largement explorée aussi bien théoriquement qu'expérimentalement dans le régime à bas nombre de Reynolds (aussi connu comme régime laminaire) et à haut nombre de Reynolds (cas turbulent). Le nombre de Reynolds est un nombre sans dimension et il est défini par  $Re = \frac{V_0 l_0}{\nu}$ , où  $V_0$  est la vitesse moyenne de l'écoulement,  $\nu$  la viscosité cinématique du fluide et  $l_0$  une échelle de longueur caractéristique de l'écoulement. Ce paramètre est très important en mécanique des fluides et représente le rapport entre les forces d'origine inertielle et les forces d'origine visqueuse.

Pour le cas d'un objet qui se déplace à une certaine vitesse dans un fluide, la force de résistance peut être mise sous la forme:

$$F = \frac{1}{2} C_D \rho A_0 V_0^2 \quad (1-1)$$

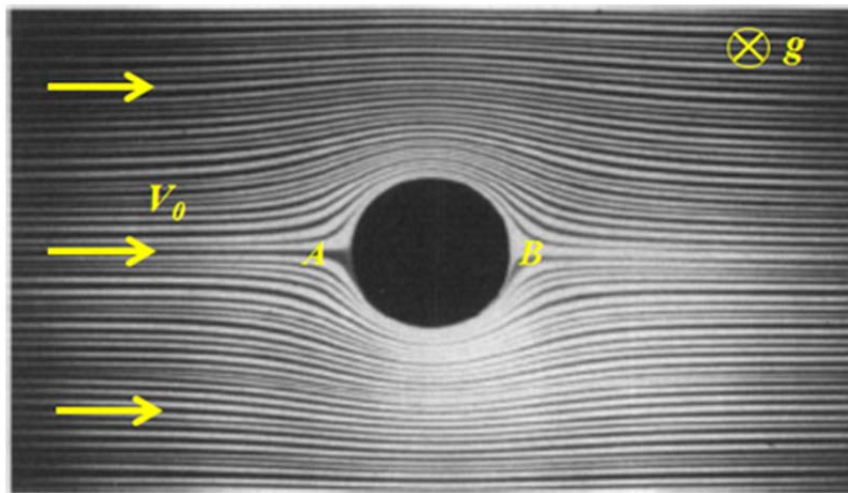
où  $\rho$  est la masse volumique du fluide,  $A_0$  l'aire de l'objet transversale à la direction de l'écoulement et  $C_D$  un coefficient dit de traînée hydrodynamique qui dépend principalement du nombre de Reynolds, mais aussi d'autres paramètres comme la forme de l'objet ou encore sa rugosité.

Pour la situation d'un écoulement d'un fluide newtonien à bas nombre de Reynolds autour d'une sphère à vitesse constante  $V_0$ , il a été montré théoriquement que  $C_D = \frac{24}{Re}$  et la force de résistance s'exprime alors comme  $F = 3\pi\eta d_s V_0$ , où  $d_s$  est le diamètre de la sphère et  $\eta$  la viscosité dynamique du fluide. Cette formule, connue habituellement comme la *loi de Stokes*, correspond à l'un des premiers cas de mécanique des fluides résolus théoriquement (Batchelor, 1967; Lamb, 1932).

Pour un cylindre allongé de diamètre  $d_c$  et de longueur  $b$  dans un écoulement de vitesse  $V_0$ , la force de résistance dépend en plus de l'orientation de son axe longitudinal par rapport à la direction de l'écoulement. Par exemple, pour le cas d'un écoulement perpendiculaire au cylindre, ce coefficient prend la forme suivante (Guyon, Hulin et Petit, 2001):

$$C_D \left( Re, \frac{b}{d_c} \right) \approx \frac{\frac{4\pi}{Re}}{\text{Log} \left( 2 \frac{b}{d_c} \right) + \frac{1}{2}} \quad (1-2)$$

La figure 1.1 montre la situation d'un écoulement à bas nombre de Reynolds autour d'un cylindre. La distribution de vitesses est uniforme loin de l'objet, égale à  $V_0$ . Sur cette figure, nous observons l'existence de deux points de stagnation ( $A$  et  $B$ ) avec une symétrie amont/aval intrinsèque aux écoulements à faible  $Re$  autour d'objets symétriques amont/aval.

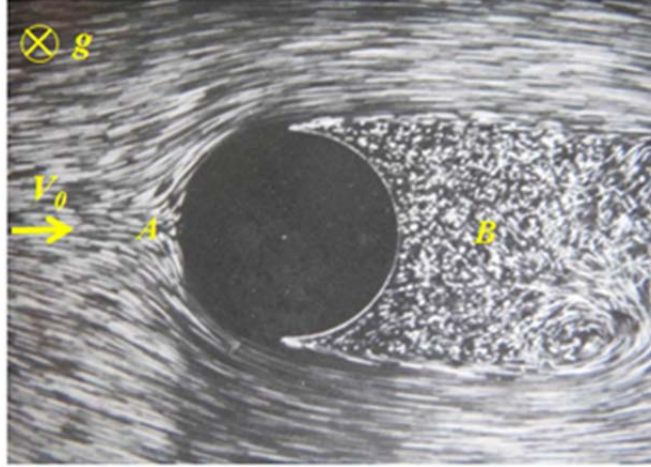


**Figure 1.1** – Visualisation de l'écoulement d'un fluide newtonien autour d'un cylindre à bas nombre de Reynolds. La vitesse  $V_0$  est uniforme en amont du cylindre. Les points  $A$  et  $B$  correspondent aux points d'arrêt de l'écoulement (extrait du livre "An Album of Fluid Motion", M. Van Dycke).

On remarque que la force de traînée dépend d'une longueur caractéristique de l'objet ainsi que des propriétés du milieu (masse volumique ou viscosité) et d'autre part l'influence directe des propriétés cinématiques de l'écoulement sur la force (la vitesse), lesquelles interviennent implicitement dans le coefficient de traînée et explicitement dans l'expression qui définit la force elle-même.

La relation force-vitesse a été étudiée en détail dans le cas fluide dans une grande gamme de nombres de Reynolds. À grand  $Re$ , la structure de l'écoulement change et nous passons à une situation où les forces d'origine inertielle ne sont plus négligeables devant les forces d'origine visqueuse. Une situation de cette nature est caractérisée par un nombre de Reynolds élevé, typiquement  $Re \gg 10^3$ . Pour cette condition le coefficient de traînée ne dépend plus de  $Re$  et la force de traînée ne dépend donc plus linéairement de la vitesse mais quadratiquement ( $F \propto V_0^2$ ).

Une photo de l'écoulement d'un fluide newtonien autour d'un cylindre à grand nombre de Reynolds est reportée sur la figure 1.2. Une observation immédiate est la perte de symétrie amont/aval de l'écoulement. Deux régions caractéristiques apparaissent: un point de stagnation en amont du cylindre ( $A$ ) et une zone de stagnation en aval ( $B$ ). Dans cette dernière région la pression est faible à cause de la perte d'énergie de l'écoulement par la présence de l'objet. Les caractéristiques de cette région ont été décrites en détail dans les expériences de S. Taneda (1982).



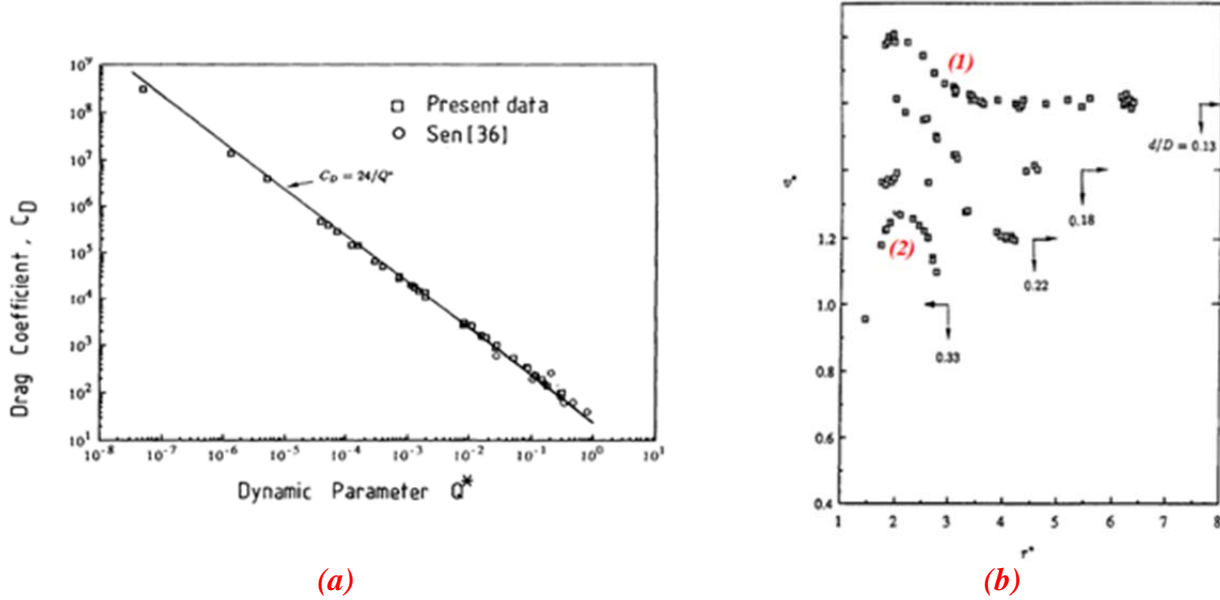
**Figure 1.2** – Visualisation de l'écoulement autour d'un cylindre à haut nombre de Reynolds. On observe un point de stagnation en amont (A) et une zone de stagnation à l'aval de l'objet (B). L'écoulement perd clairement sa symétrie par rapport à la situation de régime laminaire comme observé dans la figure 1.1 (extraite du livre "An Album of Fluid Motion", M. Van Dycke).

### 1.1.2 Écoulement en fluide complexe

Bien que moins nombreuses, nous trouvons des études qui abordent la détermination de la force de résistance sur des cylindres et des sphères dans des fluides non newtoniens. Par exemple, dans le cas d'une sphère qui sédimente dans un fluide à seuil, le coefficient de traînée dépend non seulement de  $Re$  mais aussi des propriétés rhéologiques du fluide (Ansley et Smith, 1967 ; Tabuteau et al, 2007).

Atapattu *et al.* (1995) ont montré la variation du coefficient de traînée pour une sphère qui sédimente dans un fluide à seuil de type Herschel-Bulkley, à une vitesse  $V_0$  constante. À la différence du cas d'un fluide newtonien, ils montrent que ce coefficient varie comme  $C_D = \frac{24}{Q^*}$  (figure 1.3a), avec un paramètre sans dimensions  $Q^*$  qui dépend du nombre de Reynolds ( $Re$ ) et du nombre de Bingham ( $Bi$ ). Le nombre de Bingham  $Bi = \frac{\tau_y d}{V_0 \mu_B}$  est un paramètre sans dimension qui rend compte de la relation entre la contrainte seuil  $\tau_y$  et la contrainte visqueuse  $\frac{V_0 \mu_B}{d}$ , où  $\mu_B$  est la viscosité de Bingham au-delà du seuil. Pour des fluides de rhéologie newtonienne  $Bi = 0$  car  $\tau_y = 0$ .

D'ailleurs, le paramètre dynamique  $Q^*$  s'exprime de la manière suivante  $Q^* = \frac{Re^*}{(1+kBi^*)}$  avec  $k \simeq 1$  et  $Re^* = \frac{V^{2-n} d^n \rho}{m}$  et  $Bi^* = \frac{\tau_y}{m(\frac{V}{d})^n}$ , versions adimensionnées de  $Re$  et  $Bi$  respectivement. Les paramètres  $m, n$  sont des coefficients numériques qui découlent du modèle rhéologique du fluide complexe.



**Figure 1.3** – Sphère en sédimentation dans un fluide complexe du type Herschel-Bulkley d'après l'étude d'Atapattu et al (1995) (a) Evolution du coefficient de traînée  $C_D$  en fonction du paramètre dynamique  $Q^*$ . En (b) est montré le profil de vitesse adimensionnée  $v^*$  mesuré sur l'axe de la sphère perpendiculaire au sens de mouvement en fonction de  $r^* = \frac{2r}{d}$  pour des différentes valeurs du rapport d'aspect  $\frac{d}{D}$ .

La figure 1.3b représente le profil de vitesse adimensionné  $v^* = \frac{\|\vec{v}\|}{V_0}$  autour d'une sphère de diamètre  $d$  en fonction de la distance radiale  $r^* = \frac{2r}{d}$  pour plusieurs rapports d'aspect  $\frac{d}{D}$ , où  $D$  est le diamètre du récipient. La courbe (1) correspond à la situation  $\frac{d}{D} \ll 1$  où l'on peut négliger les effets de parois sur la résistance.

On constate que le profil de vitesse n'est pas influencé par l'objet dès lors que le rayon d'influence adimensionné de la vitesse  $r^* = 2r/d \gtrsim 3$ , indiquant une forte localisation du cisaillement autour de l'objet. La courbe (2) correspond à la situation où  $\frac{d}{D} \approx 1$ . Dans cette situation, la forme du profil est fortement modifiée par rapport à la courbe (1) et la vitesse décroît beaucoup plus rapidement avec la distance radiale.

Des études de la force de traînée dans des fluides complexes ont été aussi conduites sur un cylindre. Par exemple, De Besses *et al.* (2003) ont étudié numériquement l'évolution du coefficient de traînée d'un fluide viscoplastique qui s'écoule autour d'un cylindre immergé dans un milieu infini. Comme Atappattu *et al.* l'ont fait pour une sphère, l'auteur détermine la cinématique de l'écoulement avec la localisation et les caractéristiques physiques de zones de stagnation, où les contraintes sont inférieures à la contrainte seuil.

Il existe beaucoup d'autres études sur la force de résistance dans des fluides de rhéologie non-newtonienne que nous ne détaillerons pas ici, pour aborder maintenant les travaux traitant de la force de résistance dans des milieux granulaires secs.

## **1.2 DEPLACEMENT D'UN OBJET DANS UN MILIEU GRANULAIRE**

### **1.2.1 Une brève introduction**

Les milieux granulaires présentent des problématiques complexes liées aux phénomènes collectifs des grains pouvant engendrer des comportements du type solide ou bien fluide. Ces phénomènes collectifs sont usuellement observés lors de la *dilatation* de l'empilement, des effets de *taille finie*, des *effets d'histoire* de l'application de contraintes comme souvent observé dans la mécanique des sols (par exemple la propriété de *pré-consolidation* des sols) et aussi à partir des techniques de *photoélasticimétrie* qui nous permettent de visualiser les contraintes dans un empilement de « grains » biréfringents.

En général, la plupart des études qui portent sur la détermination de la force de traînée sur un objet dans un milieu granulaire montrent que la force ne dépend pas de la vitesse de pénétration de l'objet à suffisamment basse vitesse, ce qui établit déjà une différence importante par rapport au cas d'un fluide où la force est proportionnelle à la vitesse dans le régime visqueux (*Re* petit) comme nous l'avons vu précédemment.

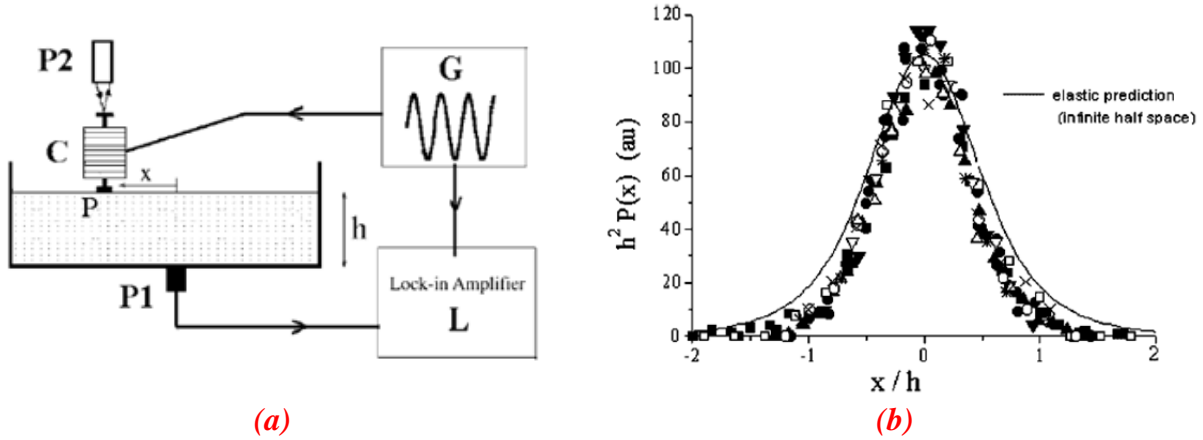
Les premières études que l'on trouve sur le sujet ont été conduites essentiellement dans des géométries tournantes. Dans ce type d'installations, un objet (généralement une tige) est placé verticalement face à un écoulement de grains à vitesse angulaire constante. Des expériences plus récentes, notamment dans les années 90, ont commencé à aborder ce sujet systématiquement en utilisant soit les géométries que nous venons de décrire, soit à travers la réalisation d'expériences de mouvement vertical d'objet (pénétration) dans l'empilement à vitesse constante.

Ce dernier type d'expériences est beaucoup plus proche de problèmes de génie civil ou de situations liées à la géophysique, dont quelques exemples ont été présentés dans l'introduction de cette thèse. Ces études ont été menées aussi bien expérimentalement que numériquement, cependant nous ne trouvons pas actuellement une approche théorique du sujet vraiment convainquante malgré quelques tentatives.

Dans cette partie du manuscrit nous aborderons essentiellement quatre aspects de la force. En premier lieu, nous nous intéresserons à la réponse d'un milieu granulaire devant l'application d'une force ponctuelle et les caractéristiques de l'écoulement des grains autour d'un objet qui se déplace dans un empilement granulaire. Ensuite, nous aborderons les études proches du sujet de cette thèse et qui portent sur les mesures de force ressentie par l'objet et l'influence des différents paramètres sur cette force. Finalement nous aborderons la problématique du déplacement d'un objet dans des géométries bidimensionnelles ou quasi-bidimensionnelles qui permettent notamment d'accéder aux contraintes générées au sein de l'empilement (photoélasticimétrie). Enfin, nous finirons par décrire quelques aspects morphologiques de l'impact d'objets sur des lits granulaires et ses éventuelles conséquences pour notre situation.

### **1.2.2 Forces ponctuelles à la surface d'un empilement granulaire**

Des expériences d'application ponctuelle de forces sur un empilement granulaire nous semblent intéressantes comme une première étape à la caractérisation de la force de traînée. Des expériences de ce type nous permettent de regarder la réponse en contrainte du milieu à l'application d'une force ponctuelle normalement à la surface.

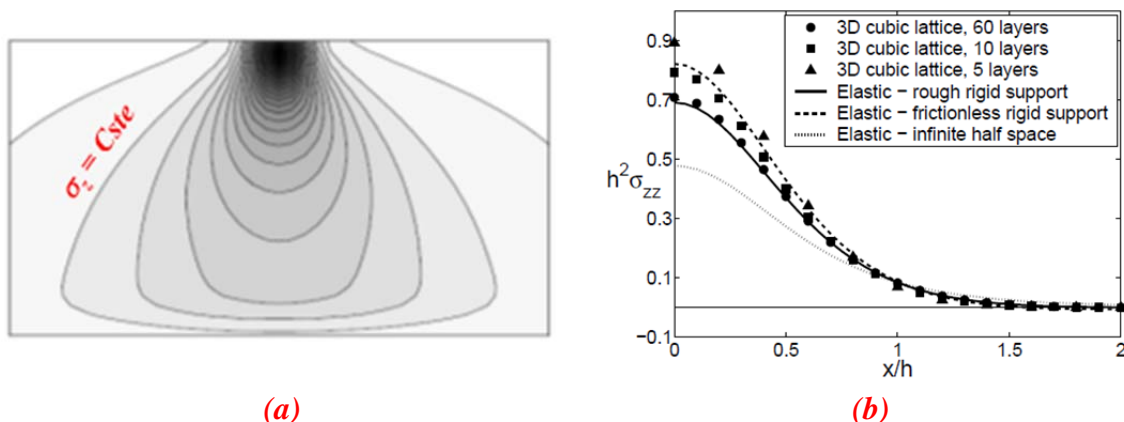


**Figure 1.4** – (a) Montage expérimental utilisé par Reydellet *et al.* (2002). Ici  $x$  est la distance horizontale au point d'application de la charge. (b) Réponse du milieu à la charge  $P$  présentée comme une fonction du type  $h^2 P(x)$  en fonction du paramètre  $\frac{x}{h}$ .

Expérimentalement, on trouve des études réalisées sur un empilement granulaire quasi-bidimensionnel (Reydellet, 2002). Le dispositif utilisé par l'auteur (figure 1.4a) consiste en un récipient rectangulaire dont la largeur est très petite devant la longueur et la hauteur. Ce type de géométrie ressemble beaucoup aux cellules de Hele-Shaw d'usage fréquent dans les expériences de mécanique des fluides. Reydellet trouve d'abord que la réponse en pression mesurée au fond du récipient suit une distribution en cloche (figure 1.4b). Cette distribution montre un maximum sur l'axe d'application de la force ce qui est un résultat intuitif. L'auteur trouve qu'une approche de type milieu élastique basée sur le modèle de Boussinesq (modèle qui considère l'application d'une charge ponctuelle sur la surface d'un massif continu semi-infini) est cohérente avec la réponse observée.

Ce résultat est surprenant compte tenu du caractère hétérogène du milieu dont l'état de déformations est normalement loin de pouvoir être considéré comme élastique. Des essais avec différents types de billes montrent que la pression au fond du récipient ne dépend pas des grains utilisés mais peut dépendre de la présence des parois.

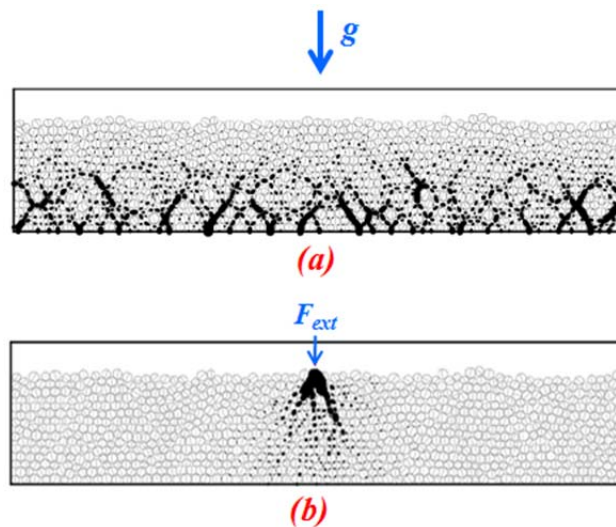
Une description phénoménologique des résultats précédents a été publiée par Bouchaud *et al.* (2002) en utilisant un modèle de propagation de chaînes de force. Les résultats de Reydellet *et al.* ont été validés par Goldhirsch (2001) via des simulations numériques avec des réseaux ordonnés de disques, avec ou sans friction.



**Figure 1.5** – Simulations de Goldhirsch *et al.* (2001). (a) Lignes isobares  $\sigma_z = cste$  au-dessous du point d'application de la force. (b) Évolution de la grandeur  $h^2 \sigma_{zz}$  en fonction de la distance horizontale adimensionnée  $\frac{x}{h}$  au point d'application de la force pour une assemblée 3D des disques.

La figure 1.5a montre que les lignes iso-contrainte verticale  $\sigma_z = cste$  adoptent une forme de « bulbe » dont le point bas se situe sur l'axe d'application de la force, avec un maximum de contrainte sur cet axe. Les simulations montrent un bon accord par rapport aux prédictions issues de la théorie de milieu élastique isotrope (théorie de Boussinesq), comme observé sur la figure 1.5b. Le cas des milieux granulaires désordonnés polydisperses a été abordé par le même auteur en considérant à nouveau des disques avec et sans friction (Goldhirsch, 2008).

La figure 1.6a montre le réseau de forces obtenu uniquement par l'action de la gravité et sur la figure 1.6b le réseau obtenu par l'application d'une force ponctuelle  $F_{ext}$  sur la surface en ayant soustrait le champ de contrainte obtenu par effets de la pesanteur. On observe l'existence de lignes privilégiées de propagation des forces vers les régions plus profondes de l'empilement.

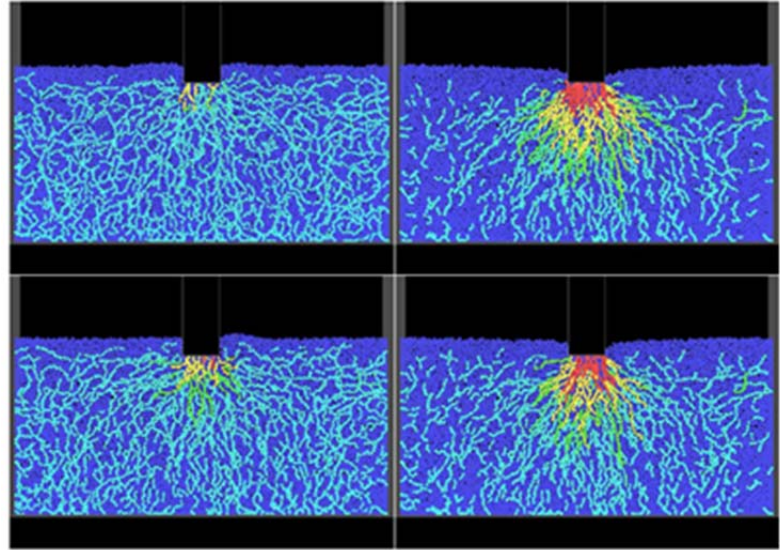
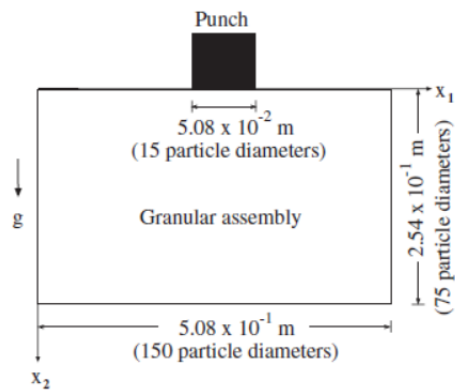


**Figure 1.6** - Réseau de forces obtenues avec des simulations numériques basées sur des codes de dynamique moléculaire en considérant a) seulement l'effet de la gravité et b) seulement l'effet d'une charge ponctuelle  $F_{ext}$  (figures extraites de Goldhirsch, 2008).

Un modèle a été proposé par Claudin (1999) pour décrire la distribution des forces à l'échelle des grains. D'après ce modèle, les chaînes de contraintes générées à partir d'un point quelconque au sein du milieu se propagent en suivant deux directions principales. Ces chaînes peuvent éventuellement atteindre les bords de la géométrie qui confine le milieu nous le montrerons dans la suite. Cette observation nous indique que les parois rigides du récipient peuvent alors modifier l'état des contraintes induit par la présence d'une force extérieure.

Tordesillas (2006) a abordé aussi numériquement le cas de la pénétration d'un bloc sur un empilement granulaire polydispersé en étudiant l'évolution spatiale des chaînes de forces qui se forment sous le bloc au cours de sa pénétration (figure 1.7b).

Dans ses expériences de type indentation, il s'est intéressé à la réponse du milieu pour des petites profondeurs de pénétration. Ses résultats montrent l'existence d'une région de forte intensité des contraintes localisée en bas de l'objet et la manière dont les chaînes de forces sont distribuées dans l'empilement au-fur et à-mesure que l'objet s'enfonce.



(a)

(b)

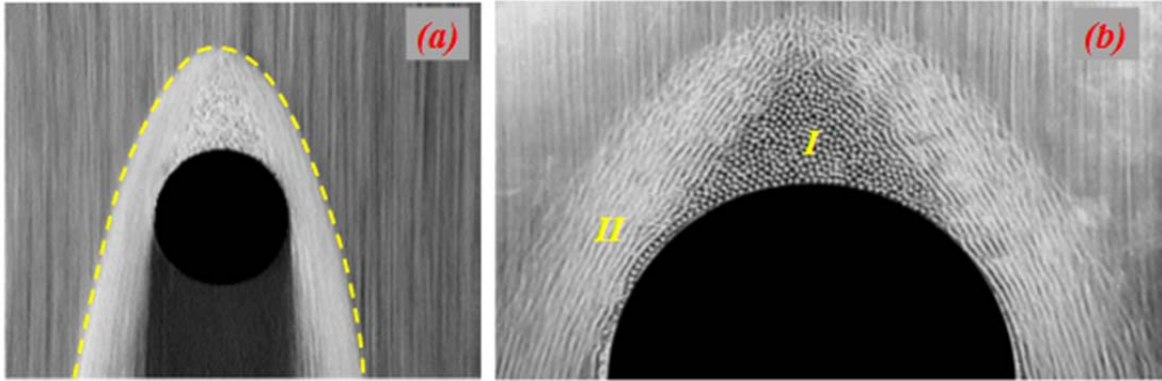
**Figure 1.7** - (a) Schéma du montage et (b) réseau de forces généré au cours de l'enfoncement du bloc (figures extraites de Tordesillas *et al.*, 2006).

### 1.2.3 Caractéristiques de l'écoulement autour d'un objet

Les études précédentes rendent compte de la réponse d'un milieu granulaire devant l'application d'une force ponctuelle et des caractéristiques des chaînes des forces générées. Nous allons nous concentrer maintenant sur les caractéristiques de l'écoulement granulaire autour d'un objet. Afin de caractériser cet écoulement, certains auteurs ont mené des expériences avec un flux de grains s'écoulant à vitesse uniforme loin de l'objet. Ces études utilisent généralement des montages avec des parois transparentes afin d'observer le mouvement des grains au voisinage de l'objet.

Amarouchene *et al.* (2000) ont étudié un écoulement vertical de grains autour d'objets de différentes géométries dans une cellule de Hele-Shaw. Bien que les gammes de vitesses issues de ces expériences soient supérieures à celles de notre étude (0-700 mm/s), les caractéristiques de l'écoulement observé nous donnent des informations importantes d'un point de vue qualitatif. Les auteurs ont identifié en général deux zones caractéristiques: une région statique (ou de dépôt des grains) de forme triangulaire juste au-dessus de l'objet et une région d'écoulement continu (figure 1.8). Cette dernière région adopte une forme de type parabolique que les auteurs décrivent à partir d'une équation d'advection-diffusion.

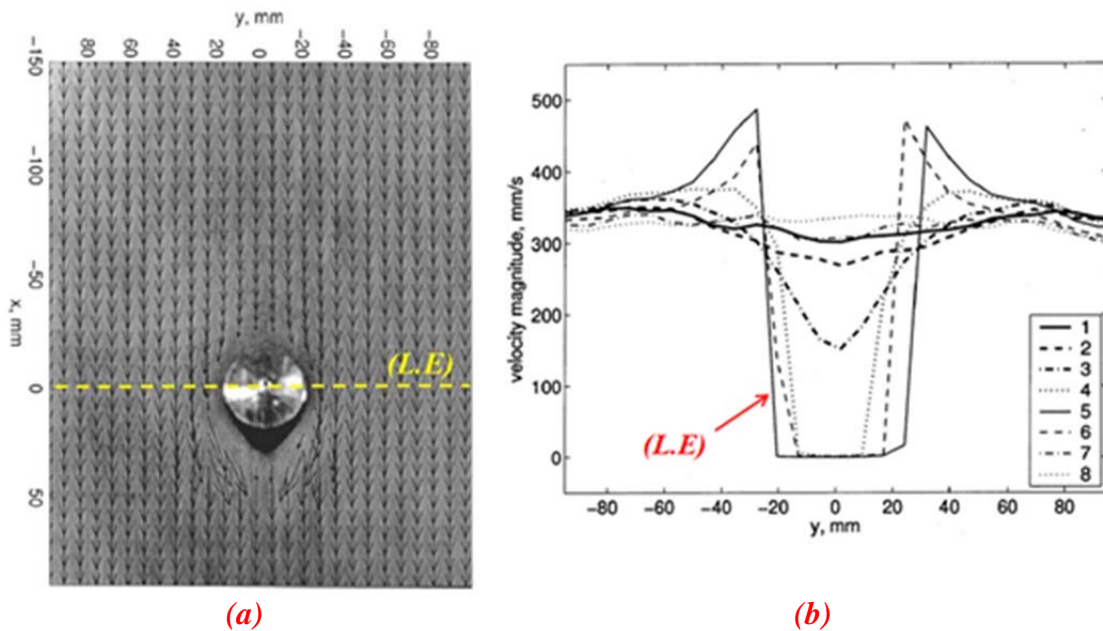




**Figure 1.8** – Forme d'un écoulement des grains autour d'un cylindre d'après l'étude d'Amarouchene *et al.* (2000) pour (a) un écoulement de billes de verre dont on arrive à observer la forme parabolique de l'écoulement (ligne jaune en pointillé) (b) un écoulement de billes d'acier où l'on observe clairement la formation d'une région statique au-dessus du cylindre (I) et une région d'écoulement continu (II).

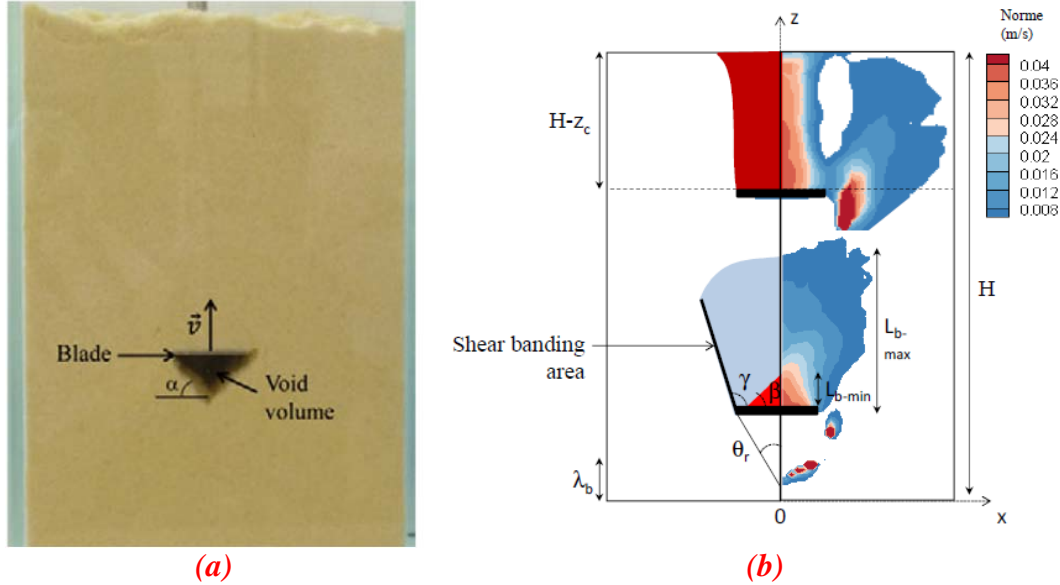
Dans le même esprit, Chehata *et al.* (2003) ont monté une expérience d'écoulement dense et stationnaire de grains généré dans une conduite verticale de section rectangulaire. L'écoulement impacte un cylindre situé à l'intérieur et les parois frontales de la conduite permettent d'étudier le mouvement des grains (figure 1.9a). Dans la gamme de la vitesse explorée, l'écoulement montre la formation d'une région de décollement en aval du cylindre sur laquelle nous reviendrons plus en détail.

Par l'utilisation de la PIV les auteurs obtiennent le profil de vitesse qui montre des valeurs maximales à une distance de l'objet de l'ordre de 1.5 fois son diamètre (figure 1.9b). Leurs résultats montrent clairement la localisation du cisaillement. Des expériences du même type avec des milieux plus dilués (c'est-à-dire avec des fractions volumiques de l'ordre de 58% ou moins) ont également été menées par les mêmes auteurs mais nous ne les détaillerons pas ici, car plus éloignées de l'objectif de notre étude (Chehata *et al.*, 2003).



**Figure 1.9** – Expériences de Chehata *et al.* (2003). (a) Champ de vitesse autour d'un cylindre pour un écoulement vertical dense de grains. (b) Profils de vitesse obtenus pour différentes positions verticales. La flèche indique le profil de vitesse mesurée sur la ligne équatoriale (L.E) du cylindre.

La région de décollement décrite par Chehata *et al.* est également observée dans l'étude de Mandato *et al.* (2013) en réalisant des expériences d'extraction d'une plaque horizontale d'un milieu granulaire. Le milieu est composé de grains de semoule ou de billes de verre dont la taille moyenne est de l'ordre de  $270 \mu\text{m}$ . La plaque horizontale se déplace à des vitesses pouvant aller jusqu'à  $40 \text{ mm/s}$ . Les auteurs déterminent que la forme de la région de décollement est corrélée avec la forme de l'objet et pas nécessairement avec la forme des grains (figure 1.10a). En revanche, la taille de cette région peut être influencée par le diamètre des grains.



**Figure 1.10** – Expériences d'extraction d'une plaque plane d'après l'étude de Mandato *et al.* (2013) dont nous observons en (a) le montage expérimental et la visualisation de la zone vide laissée derrière l'objet. La photo a été prise en considérant une vitesse de la plaque  $\|\vec{v}\| = 40 \text{ mm/s}$ . L'empilement est constitué de grains de semoule. Sur la figure (b) l'auteur identifie trois régimes de vitesse des grains en fonction de la profondeur  $H$  de l'empilement.

Le profil de vitesse varie en fonction de la distance par rapport à la surface (figure 1.10b). Pour de larges profondeurs d'enfoncement, une région de forme triangulaire apparaît au-dessus de l'objet et se déplace solidairement avec lui. En revanche, près de la surface c'est toute la colonne de grains au-dessus de l'objet qui se déplace en bloc, comme si c'était un solide. Ainsi la profondeur d'enfoncement, ou la proximité d'une surface libre, semble avoir un rôle majeur sur la cinématique de l'écoulement et donc sur la dynamique de l'objet.

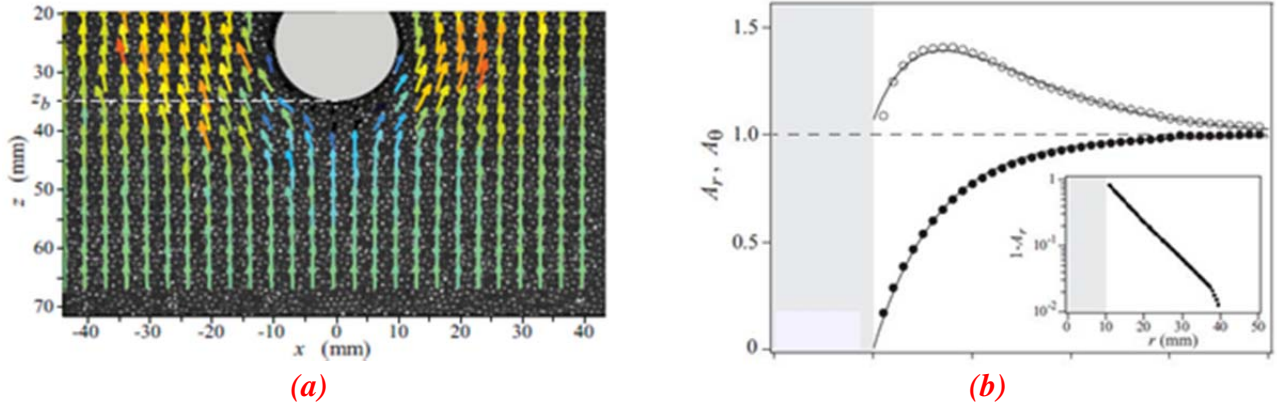
Par ailleurs, les études que nous venons de présenter indiquent l'existence de régions dans lesquelles le cisaillement est fortement localisé. Ces régions sont usuellement appelées *bandes de cisaillement* et s'étendent sur des distances de l'ordre de la taille de l'objet. Plusieurs études se sont concentrées sur la caractérisation de ces bandes en suivant essentiellement des approches de type expérimental.

Seguin *et al.* (2013) ont réalisé des essais de pénétration à vitesse imposée d'un cylindre horizontal dans un empilement de billes de verre. Ces expériences ont été menées dans le montage expérimental que nous avons utilisé pour la présente thèse. Dans cette étude, la cinématique de l'écoulement des grains a été caractérisée en détail par PIV en décomposant le champ de vitesse en coordonnées polaires  $(r, \theta)$ . Cette décomposition s'écrit de la façon suivante:

$$\vec{V}(r, \theta) = u_r(r, \theta)\hat{r} + u_\theta(r, \theta)\hat{\theta} \tag{1-3}$$

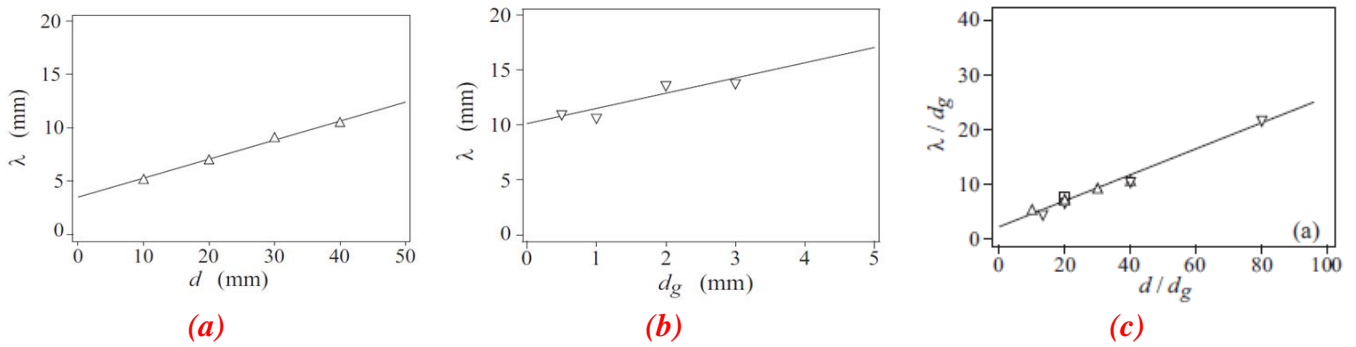
$$\text{avec } u_r(r, \theta) = -A_r(r)V_0 \cos \theta \text{ et } u_\theta(r, \theta) = A_\theta(r)V_0 \sin \theta$$

où  $V_0$  est la vitesse du cylindre dans le référentiel du laboratoire et  $A_r(r)$  et  $A_\theta(r)$  sont des fonctions qui ne dépendent que de la coordonnée radiale. L'allure de ces fonctions est montrée sur la figure 1.11b.



**Figure 1.11** – Expériences de Seguin *et al.* (2013). (a) Champ de vitesse des grains autour de l'objet. (b) Variation des fonctions  $A_r(r)$  et  $A_\theta(r)$  en fonction de la coordonnée radiale  $r$ .

L'aspect le plus remarquable de cette description est qu'elle fait intervenir deux longueurs caractéristiques intrinsèques au milieu granulaire: une longueur de glissement  $\lambda_s$  qui rend compte de la condition de glissement ou non entre le cylindre et les grains, et une longueur  $\lambda$  traduisant la longueur caractéristique d'influence du cylindre sur le champ de vitesse des grains. Cette dernière longueur est trouvée dépendre de la taille de billes  $d_g$  et du diamètre du cylindre  $d$  comme indiqué sur les figures 1.12a et 1.12b.



**Figure 1.12** – (a) Variation de  $\lambda$  en fonction de la taille du cylindre  $d$  à  $d_g$  constant et (b) Variation de  $\lambda$  en fonction de la taille des grains  $d_g$  à  $d$  constant. La figure (c) montre la variation du paramètre adimensionné  $\frac{\lambda}{d_g}$  en fonction de  $\frac{d}{d_g}$ .

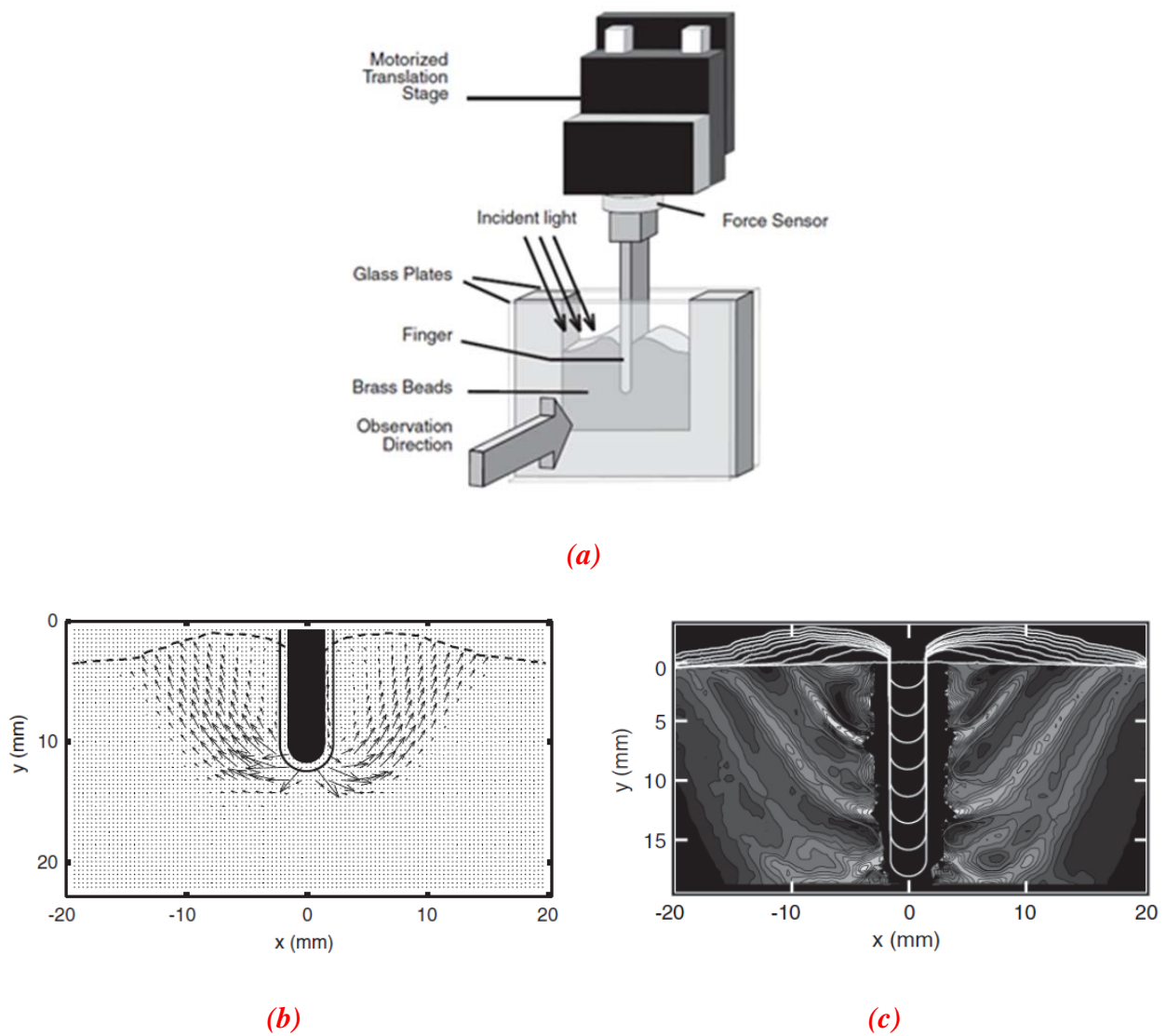
Les figures 1.12a et 1.12b suggèrent que la longueur caractéristique de la variation radiale de la vitesse peut s'exprimer sous la forme:

$$\lambda = \alpha d + \beta d_g \tag{1-4}$$

avec  $\alpha = 2.3 \pm 0.5$  et  $\beta = 0.24 \pm 0.03$ . La figure 1.12c montre le tracé entre  $\frac{\lambda}{d_g}$  et  $\frac{d}{d_g}$ . La longueur de glissement  $\lambda_s$  s'exprime quant à elle d'une façon linéairement dépendant du diamètre du cylindre,  $\lambda_s = 0.44d$ .

Des études du même type dans une géométrie plus proche de celles utilisées généralement dans le génie civil ont été conduites en examinant par exemple l'écoulement autour d'un doigt qui entre verticalement dans un milieu granulaire constitué de billes de verre de l'ordre de  $50\ \mu\text{m}$  (Hamm *et al.*, 2011). La géométrie est telle que l'écoulement est bidimensionnel. Le champ de déplacement (et donc de vitesse) obtenu par PIV est montré sur la figure 1.13b.

Les auteurs trouvent que des régions de cisaillement sont successivement créées autour de l'objet au fur et à mesure qu'il entre dans l'empilement (figure 1.13c). À partir du traitement d'images, les auteurs parviennent à déterminer la géométrie des plans de rupture interne du matériau, aussi connus comme *lignes de glissement*. D'après cette étude, ces lignes suivent un comportement de type *spirale logarithmique* issu de la théorie de Prandtl qui prédit la localisation des régions en rupture dans le milieu (voir par exemple Terzaghi, 1943 ou Davis, 2001 pour plus de détails)



**Figure 1.13** – Étude expérimentale de Hamm *et al.* (a) Schéma du dispositif expérimental. (b) Champ de déplacement des grains au cours du déplacement du doigt. (c) Visualisation des bandes de cisaillement à différents instants au cours de la pénétration. Sur l'image on observe également la déformation de la surface. La vitesse de déplacement de l'objet est  $1.2\ \mu\text{m/s}$ .

### 1.2.4 Force de traînée à régime de faible vitesse

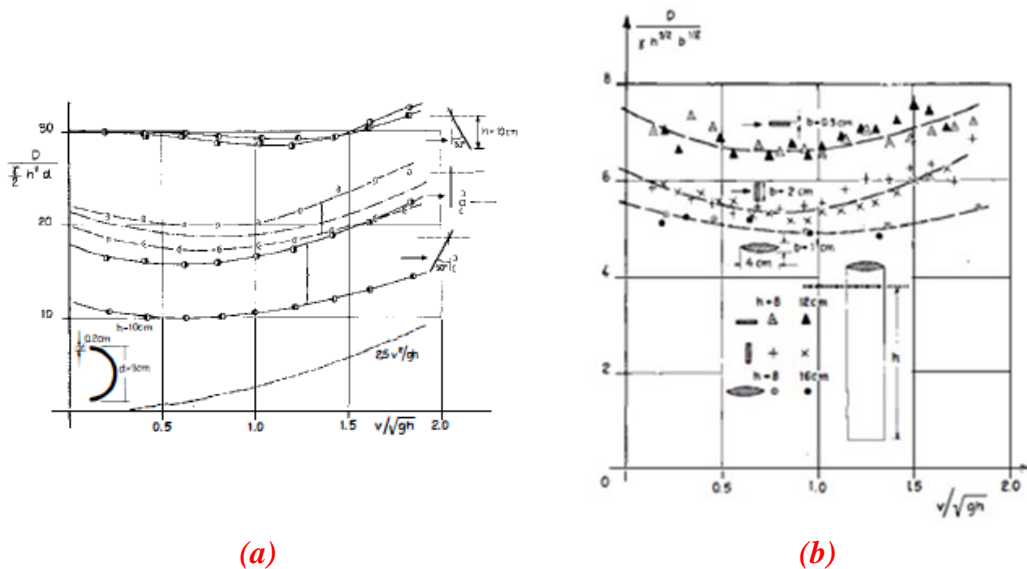
Dans les études précédentes d'objet en mouvement dans un milieu granulaire, dont la plupart sont expérimentales, nous avons pu observer la formation de bandes de cisaillement et quelques caractéristiques comme le profil de vitesse de l'écoulement ou l'existence d'échelles de longueur intrinsèques. Un autre aspect intéressant concerne la force ressentie par l'objet durant son déplacement. Dans ce cadre, des études portant sur la mesure de force sur un objet en mouvement à vitesse imposée dans un empilement granulaire ont été réalisées tant à faible qu'à grande vitesse. Ici, nous nous concentrerons essentiellement sur le premier cas.

Un travail pionnier sur ce sujet a été publié par Wiegardt (1973). Cet auteur a étudié la résistance exercée sur une tige, de sections ovale, circulaire et même rectangulaire, enfoncée dans un milieu sableux contenu dans un tambour tournant à vitesse angulaire constante. La vitesse  $V_0$  a été variée dans la gamme  $20 \text{ cm/s} \leq V_0 \leq 180 \text{ cm/s}$  avec des tiges de différents diamètres, pouvant aller à des profondeurs d'enfoncement  $h \approx 150 \text{ mm}$ .

Pour le cas de section circulaire, Wiegardt propose un paramètre sans dimension rendant compte de la traînée et qui s'exprime par  $\frac{F}{\frac{1}{2}\rho gh^2 d_c}$ , avec  $F$  la force de traînée sur la tige et  $d_c$  le diamètre de la tige. Ce paramètre est tracé en fonction du nombre de Froude de l'écoulement  $Fr = \frac{V_0}{\sqrt{gh}}$  (figure 1.14a). En régime à faible vitesse de rotation, c.-à-d.  $0.5 < Fr < 1$ , l'auteur trouve un comportement de type plateau entre ces paramètres indiquant que la traînée sur la tige ne dépend pas significativement de la vitesse. Des concepts liés à la mécanique des sols furent appliqués par Wiegardt pour expliquer ce résultat, en obtenant des résultats cohérents avec les observations expérimentales valables dans la situation où les forces de friction sont dominantes devant les forces d'origine inertielle dans l'écoulement. Ce résultat établit sans doute l'une des premières différences importantes vis-à-vis du comportement observé dans les fluides. Il attribue ce comportement à la nature solide de la friction entre grains par opposition à la friction visqueuse dans un fluide.

Dans un régime à forte vitesse de rotation, Wiegardt trouve un effet significatif de la vitesse qui peut être pris en compte par une relation en loi de puissance entre ces paramètres. Cette relation est du type  $\frac{F}{\rho gh^2 d_c} \approx \left(\frac{V_0}{\sqrt{gh}}\right)^2$  ce qui entraîne la relation  $F = k\rho h d_c V_0^2$ , avec  $k \approx 2.5$ . Deux caractéristiques intéressantes découlent de cette relation. La première est liée au fait que c'est le nombre de Froude ( $Fr$ ) et non plus le nombre de Reynolds ( $Re$ ) qui intervient dans cette dynamique ce qui entraîne la dépendance  $F \propto V_0^2$  pour  $Fr > 1$ . Le deuxième aspect d'intérêt est lié à la similitude entre cette expression et celle qui caractérise la traînée dans les fluides newtoniens en régime turbulent (conséquence de la relation (1-1)), c'est-à-dire  $F \propto \rho S V_0^2$  avec  $S = h d_c$  la surface de la tige.

Des mesures de la force de traînée pour des tiges de section ovale et d'autres géométries sont montrées dans la figure 1.14b dans un tracé  $\frac{F}{\rho gh^{5/2} b^{1/2}}$  en fonction de  $Fr$ , où  $b$  est une longueur principale de la section de la tige.

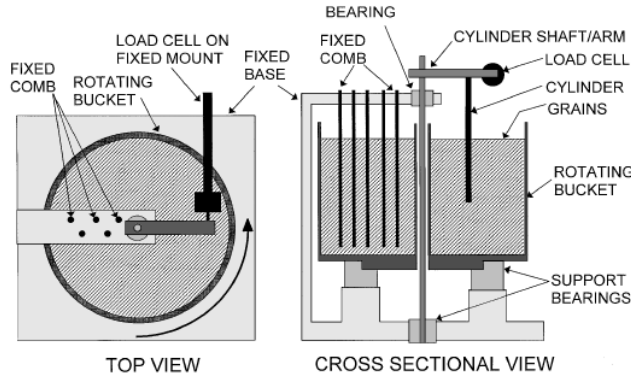


**Figure 1.14** – Force de traînée adimensionnée sur une tige en fonction du nombre de Froude  $\frac{v}{\sqrt{gh}}$  d'après l'étude de Wieghardt (1993). Les mesures présentées sont faites sur une tige (a) de section circulaire et (b) de section ovale. Ici la force de traînée est notée par  $D$  et  $\gamma = \rho g$ .

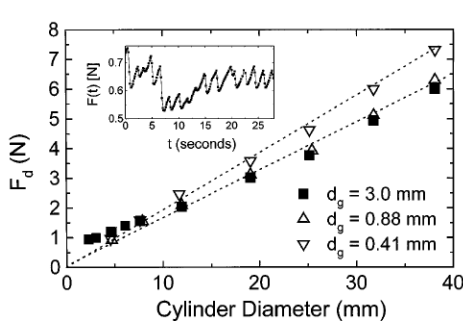
Ce travail a été sans doute une source d'inspiration pour plusieurs études postérieures. Des mesures de la traînée dans un montage expérimental similaire (figure 1.15a) ont été faites plus récemment sur une tige rigide de section circulaire et de diamètre  $d_c$  placée à l'intérieur d'un empilement constitué de billes de verre (Albert, 1998). Le tambour tourne à une vitesse constante assez faible pour négliger les effets d'inertie des grains. Encore une fois, la force de résistance sur la tige, notée  $F_d$ , ne semble pas dépendre fortement de la vitesse de rotation.

De la même manière, des essais avec plusieurs diamètres de tiges montrent, comme Wieghardt, que la force varie linéairement avec le diamètre de la tige (figure 1.15b) avec cependant un léger effet d'augmentation de la force pour des petits grains. Albert *et al.* trouvent également que dans un régime à faible vitesse de rotation, la traînée sur le cylindre varie avec le carré de la profondeur  $h$  d'enfoncement. La combinaison des deux effets précédents montre alors que  $F_d \propto h^2 d_c$ . Cette relation semble cohérente avec l'hypothèse d'une pression hydrostatique  $\rho gh$  appliquée sur la surface de la tige  $h d_c$ . On remarque que Albert *et al.* arrivent à la même relation  $F_d = \eta \rho g h^2 d_c$  en utilisant des arguments de la

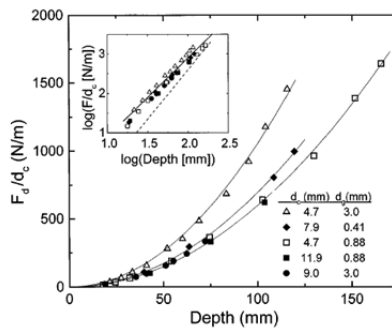
théorie de probabilités dans un modèle collisionnel (figure 1.15c). Dans cette relation,  $\eta = A \frac{4\pi}{3e} \sqrt{\frac{2}{3}}$ , avec  $A$  une constante qui dépend des propriétés de la surface et  $e$  le coefficient de restitution des grains. Ce coefficient est un coefficient de friction effectif qui joue peut-être un rôle similaire à la viscosité dynamique dans la formule de Stokes. La figure 1.15d montre une faible influence du diamètre de grains sur  $\eta$  avec des valeurs qui varient entre 2 et 3.5 avec une moyenne de 2.5. Cette valeur est très proche de celle déterminée par Wieghardt (1973) dans ce régime de vitesse.



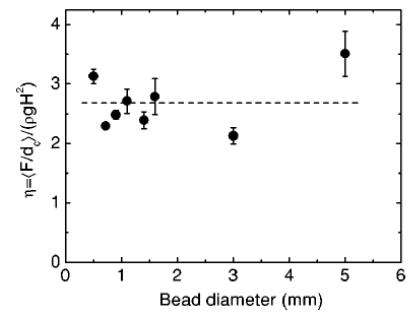
(a)



(b)



(c)

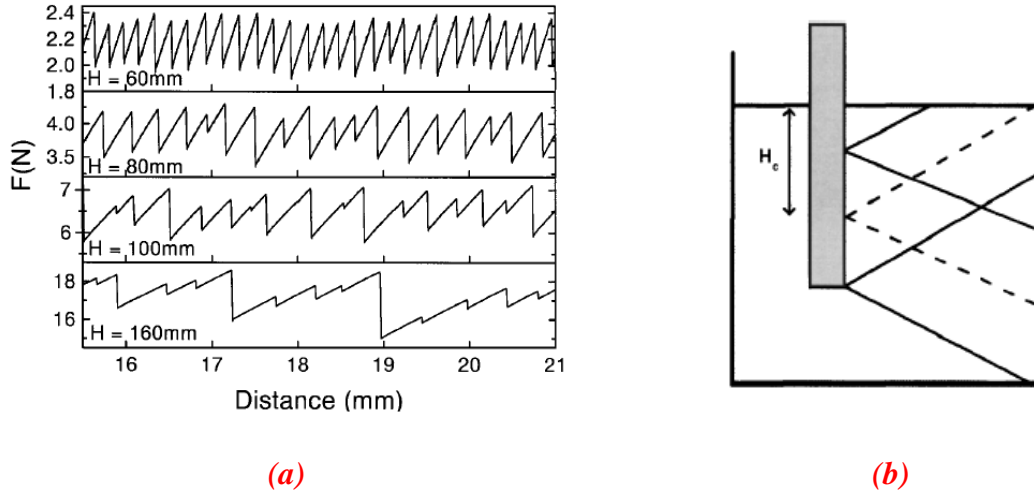


(d)

**Figure 1.15** – Etude expérimentale d'Albert *et al.* (1998) dont on observe (a) le montage expérimental utilisé et (b) la variation de la force sur la tige  $F_d$  pour plusieurs diamètres  $d_c$  de l'objet et plusieurs diamètres  $d_g$  de grains. La courbe (c) montre par contre une variation de type quadratique entre  $\frac{F_d}{d_c}$  et la profondeur de la tige  $h$  et en (d) la variation du coefficient  $\eta$  en fonction de la taille de billes. La ligne en pointillés correspond à la valeur moyenne  $\langle \eta \rangle$ .

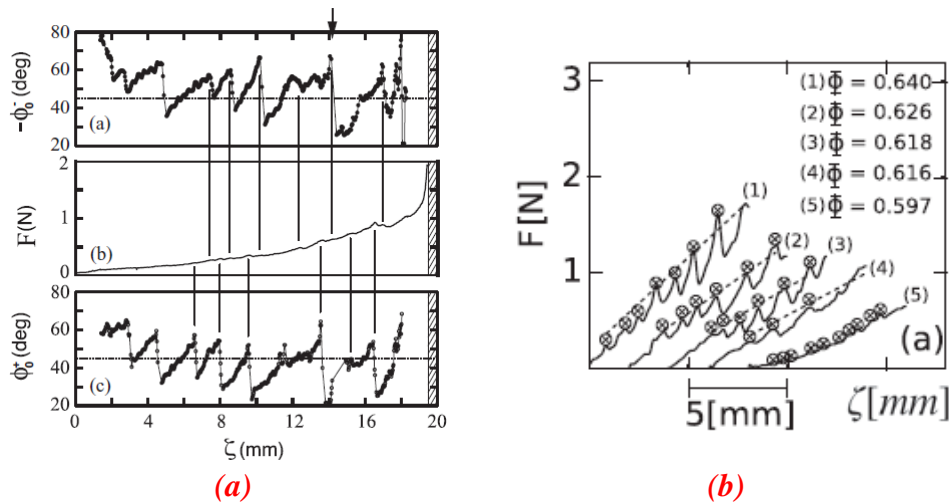
L'insert de la figure 1.15b montre aussi une petite partie du signal temporel de force enregistré par le capteur. Ce signal montre des fluctuations de forces distribuées d'une façon plus ou moins régulière, semblable au phénomène de *stick-slip* dans la friction solide. L'existence de ce phénomène a été attribuée d'après plusieurs études au fait que le milieu doit se réorganiser pour permettre le passage de l'objet. Cette réorganisation induit alors la création et le casement successif de chaînes de forces générées au sein du milieu qui se traduit alors en fluctuations de la force ressentie par l'objet.

Une étude systématique sur la nature de ces fluctuations a été réalisée par Albert *et al.* (2001) en utilisant le même dispositif expérimental que Albert *et al.* (1998). Les auteurs ont déterminé que la profondeur d'enfoncement de la tige  $H$  influence la régularité et l'amplitude de ces fluctuations comme observé dans la figure 1.16a. Ce résultat est expliqué par le fait que les chaînes de force générées à la surface de l'objet peuvent éventuellement atteindre les parois du récipient, une situation plus probable pour des grandes profondeurs d'enfoncement d'où l'augmentation de la force. La figure 1.16b illustre ce scénario avec l'existence d'une sorte de profondeur critique  $H_c$  à partir de laquelle toutes les chaînes de force vont atteindre la paroi de la cuve.



**Figure 1.16** – Étude de Albert *et al.* (1998). En (a) on observe les différents types de fluctuations observés en fonction de la profondeur de la tige. En revanche, sur la figure (b) on observe un schéma qui montre la manière hypothétique dont la propagation des chaînes de contraintes se fait. Le paramètre  $H_c$  note la hauteur critique à partir de laquelle les chaînes de forces générées par la présence de la tige n'atteignent plus la surface mais touchent la paroi du récipient.

L'origine de ces fluctuations a aussi été abordée dans l'étude de Hamm *et al.* (2011). Ils se sont intéressés surtout aux caractéristiques des bandes de cisaillement en réalisant des mesures de force sur un doigt qui rentre verticalement à vitesse imposée dans un empilement dense de billes de verre. Hamm propose que les évènements du type stick-slip sont liés à la création (appelé "nucléation" dans l'étude) et destruction continue de ces bandes générées au voisinage du doigt. Les angles qui suivent l'évolution de la bande de cisaillement à droite et à gauche du doigt ( $\phi_0^+$  et  $\phi_0^-$ ) montrent des sommets successifs à des intervalles quasi-réguliers de temps (figure 1.17a). Ces sommets sont corrélés avec ceux montrés par le signal de force ressentie par l'objet. La flèche verticale en haut de cette figure indique la position à partir de laquelle ces bandes atteignent éventuellement le fond d'où la forte augmentation de la force.

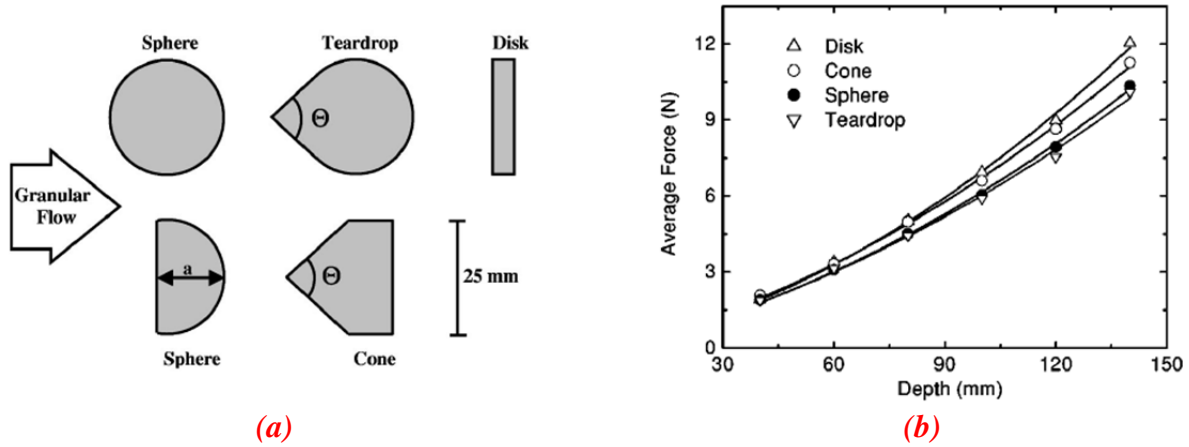


**Figure 1.17** – Expériences de Hamm *et al.* (2011) qui correspondent à la pénétration d'un doigt dans un empilement granulaire dense. On observe la variation de  $F$  versus le déplacement  $\zeta$  (a) corrélée avec les courbes de variation des angles  $\phi_0^+$  et  $\phi_0^-$  liées à la création-destruction successive des bandes de cisaillement et en (b) pour différents compacités initiales  $\Phi$  de l'empilement.



Sur la même installation, Tapia *et al.* (2013) a mesuré la force de résistance sur le "doigt" en faisant varier la fraction volumique initiale  $\Phi$  de l'empilement. La figure 1.17b montre l'effet de ce paramètre sur la force durant le déplacement  $\zeta$  du doigt. On constate que des fractions volumiques plus élevées induisent des valeurs de force plus élevées mais aussi des fluctuations de force plus importantes. Dans leur vision, la fraction volumique influence essentiellement l'état de contraintes de l'empilement dans le sens qu'elle intervient sur la facilité (ou difficulté) à casser les chaînes de forces.

L'influence de la forme de l'objet sur la force de traînée a été étudiée en détail par Albert *et al.* (2008). Dans le cas fluide par exemple, nous avons vu que le coefficient de traînée dépend de la géométrie de l'objet. Dans le cas granulaire, des expériences de traînée réalisées avec des objets de différentes formes nous révèlent que la géométrie de l'objet n'affecte pas significativement la force de traînée (Albert, 2001). Les objets présentés par Albert *et al.* sont détaillés sur la figure 1.18a. La géométrie de l'objet joue apparemment un rôle plus important seulement pour des grandes profondeurs d'enfoncement où on observe des variations non négligeables de la force moyenne (figure 1.18b). Les auteurs ont trouvé qu'il existe une partie non-linéaire de la force qui dépend de la géométrie de l'objet. Nous croyons que ces variations sont probablement attribuables au fait que les chaînes de force générées sur la surface de l'objet s'étendent jusqu'aux parois du récipient ce qui dépend en quelque sorte de la forme de l'objet.



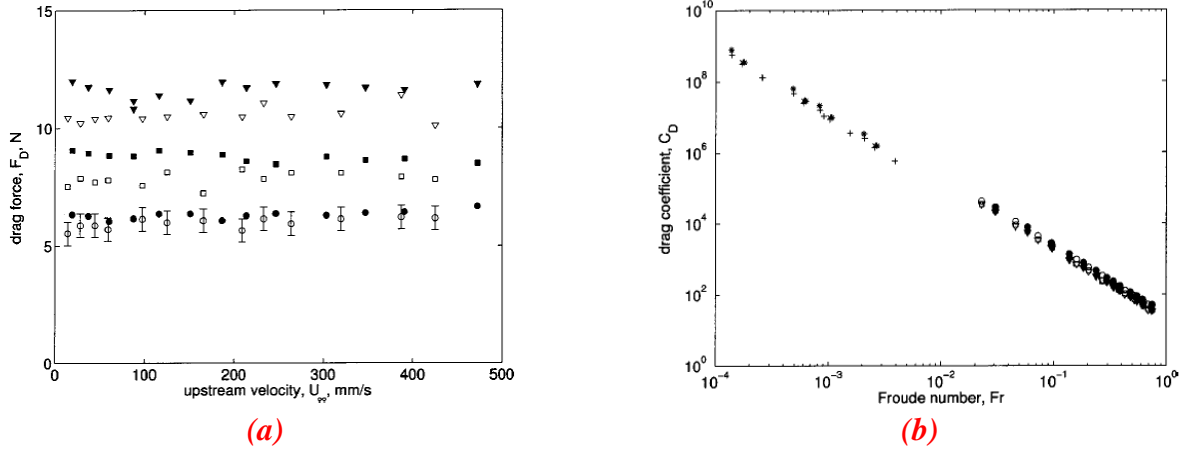
**Figure 1.18** – (a) Différentes géométries testées dans l'étude d'Albert *et al.* (2001) et la direction de l'écoulement auquel ces objets sont confrontés. Sur la courbe (b) on observe les valeurs moyennes du signal de la force ressentie par les objets en fonction de sa profondeur  $h$  d'enfoncement.

Dans les paragraphes précédents, nous avons exploré quelques études qui représentent les premières tentatives de compréhension de l'origine de la force de résistance dans des milieux granulaires. Dans la suite, nous explorons une autre série d'études qui traitent du même sujet pour des conditions qui se rapprochent beaucoup plus de celles de cette thèse.

Des mesures de la force de traînée  $F_D$  sur un cylindre en régime stationnaire ont été aussi réalisées par Chehata (2003). Le diamètre du cylindre  $D$  est compris entre 12.7 mm et 38.1 mm et l'auteur a utilisé deux diamètres de billes différents  $d = 3\text{mm}$  et  $d = 6\text{mm}$ . La gamme de vitesses de l'écoulement  $U_\infty$  est comprise entre 0 mm/s et 470 mm/s. Dans cette gamme, l'auteur n'observe pas une variation significative de  $F_D$  par rapport à  $U_\infty$  (figure 1.19a). Par ailleurs, l'ensemble des mesures de force est bien représenté à travers deux paramètres: le coefficient de traînée  $C_D$  et (encore une fois) le nombre de Froude  $Fr$ . Chehata propose pour  $C_D$  l'expression suivante:

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2} \rho \phi_{max} U_\infty^2 (D + d)(L - d)} \quad (1-5)$$

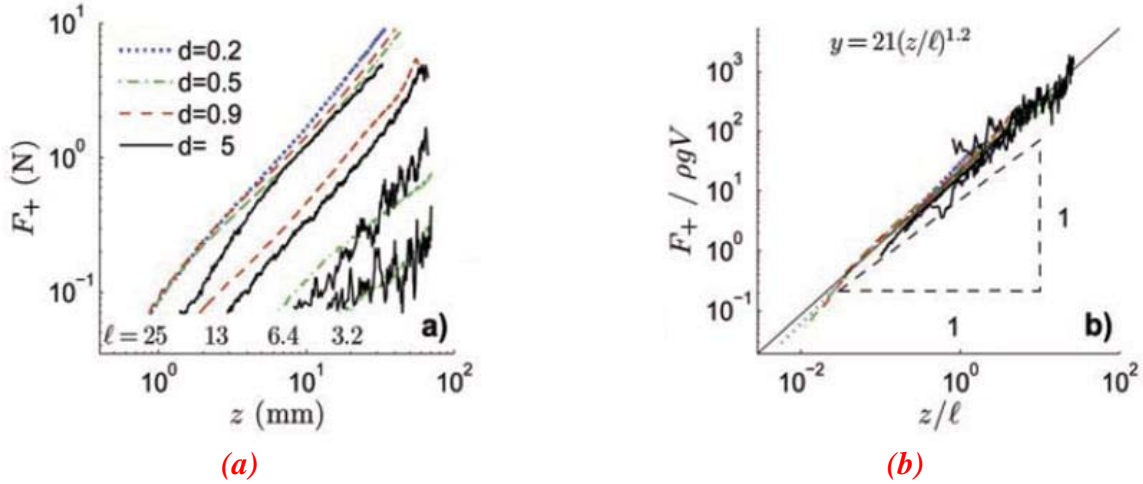
où  $\phi_{max}$  correspond à la fraction volumique maximale des grains et  $L$  la longueur du cylindre. Le paramètre  $(D + d)$  joue le rôle d'un rayon d'influence effectif de l'objet. De la même manière, l'auteur propose un nombre de Froude  $Fr = \frac{U_\infty}{\sqrt{gD_h}}$  qui dépend du diamètre hydraulique effectif du conduit  $D_h$  dans lequel a lieu l'écoulement de grains. Ces définitions permettent le regroupement des mesures (figure 1.19b) et le comportement décroissant observé pour  $C_D$  montre alors que la force de traînée n'est pas du tout analogue à celle dans les fluides classiques. La pente -2 des données dans le tracé logarithmique  $C_D(Fr)$  montre que  $F_D$  ne dépend pas de  $U_\infty$ .



**Figure 1.19** – Résultats de l'étude de Chehata *et al.* (2003). (a) Variation de force sur le cylindre  $F_D$  en fonction de la vitesse en aval de l'écoulement  $U_\infty$  dont les valeurs (en mm) en noir correspondent à (cercles)  $D = 12.7, d = 3$ , (carrés)  $D = 25.4, d = 3$ , (triangles)  $D = 38.1, d = 3$  et en blanc (cercles)  $D = 12.7, d = 6$ , (carrés)  $D = 25.4, d = 6$  et (triangles)  $D = 38.1, d = 6$ . (b) Variation du coefficient de traînée  $C_D$  en fonction du nombre de Froude  $Fr$ .

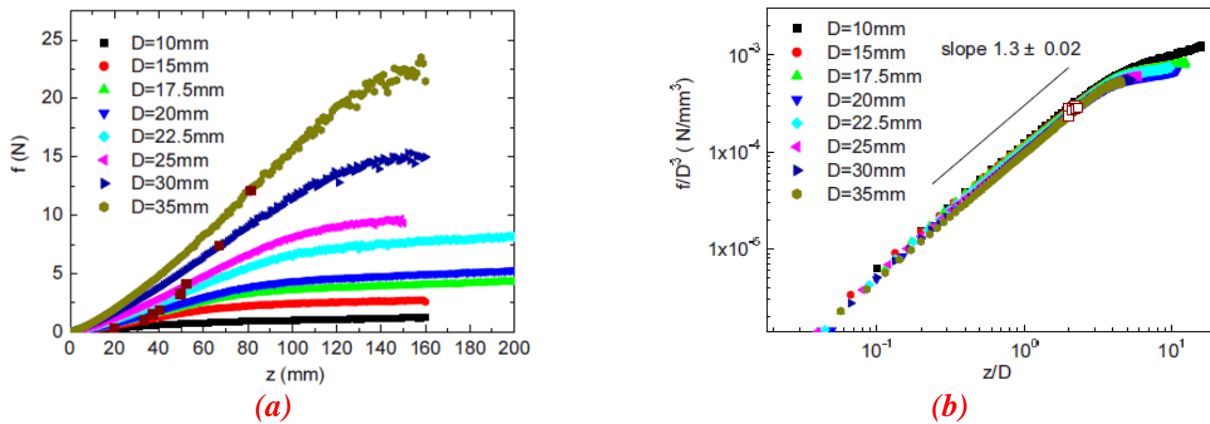
Hill *et al.* (2005) ont mesuré directement la force de pénétration verticale sur un objet dans un empilement dense de grains. L'auteur a testé différents types d'objets (cubes, cylindres, sphères et cônes) et les expériences ont été conduites avec des billes de verre ou grains de sable à des vitesses pouvant aller jusqu'à 5 mm/s. La figure 1.20a montre l'évolution de la force en fonction de la profondeur  $z$  de pénétration pour des cylindres de différents diamètres ( $l$ ) et plusieurs diamètres de billes ( $d$ ). On constate que les fluctuations de force deviennent de plus en plus importantes lorsque  $l \approx d$ .

Sur la figure 1.20b on observe la courbe obtenue du tracé entre les quantités  $\frac{F}{\rho g V}$  et  $\frac{z}{l}$  où  $l$  correspond à la longueur caractéristique de l'objet et  $V = Al$  son volume, le terme  $\rho g V$  correspondant à la force d'Archimède. Les données montrent une loi de puissance avec un exposant 1.2 suggérant une dépendance quasi-linéaire de  $F$  avec la profondeur  $z$  et avec la surface  $A$  du cylindre



**Figure 1.20** – Force de traînée  $F_+$  lors du mouvement vertical d'un cylindre d'après l'étude de Hill et al (2005). a) Effet du diamètre du cylindre ( $l$ ) sur la force pour différents diamètres de billes ( $d$ ) b) Idem sans dimensions. La ligne continue correspond à une loi de puissance qui ajuste bien les données.

Des mesures de résistance au déplacement vertical d'une sphère ont été aussi faites par Peng *et al.* (2009). Les résultats de Peng, montrent un comportement croissant de la force jusqu'à des profondeurs de l'ordre de deux fois le diamètre de l'objet  $D$  (figure 1.21a). Au-delà de cette profondeur un point d'inflexion apparaît sur la courbe et la force montre un plateau. De même que Hill *et al.* (2005), le fait de diviser la traînée  $F$  par le volume de l'objet (et donc la force d'Archimède  $\rho g D^3$ ) permet de regrouper les données dans un tracé  $\frac{F}{D^3}$  en fonction de  $\frac{z}{D}$  comme observé dans la figure 1.21b. Peng et al propose alors une loi de puissance pour décrire la force ressentie par l'objet du type  $\frac{F}{\rho g D^3} = C \left(\frac{z}{D}\right)^\kappa$  avec  $\kappa = 1.3$  et  $C$  une constante, avec donc également une petite déviation par rapport à une dépendance linéaire de  $F$  avec la profondeur  $z$  et la surface  $D^2$  de la sphère.

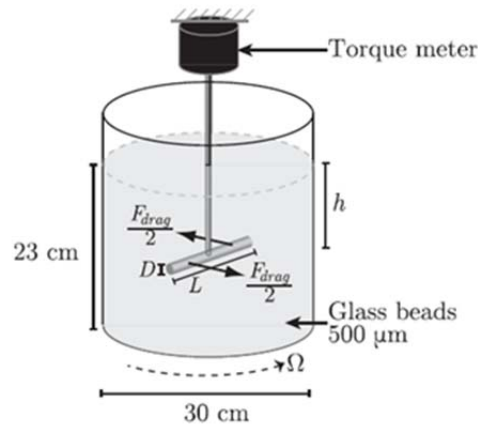


**Figure 1.21** – Etude expérimentale de Peng et al (2012). Les courbes en a) correspondent à la variation de la force  $f$  en fonction de la profondeur  $z$  de la sphère pour différents diamètres de l'objet  $D$ . Les petits carrés en marron correspondent aux points d'inflexion de chacune des courbes. b) Variation de  $\frac{f}{D^3}$  versus  $\frac{z}{D}$  en format log-log qui montre la valeur de la pente globale égale à 1.3 environ.

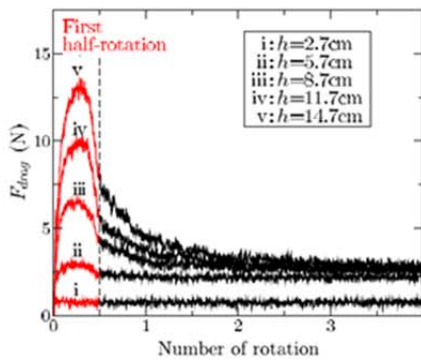
Les relations obtenues tant par Peng et al (2013) que par Hill et al (2005) montrent que la relation  $F(z)$  obtenue tant pour une sphère que pour un cylindre n'est pas tout à fait linéaire, pas plus que la variation de  $F$  avec la surface de l'objet.

Pour finaliser cette partie, nous allons décrire deux études novatrices par rapport au type d'installation utilisée et aux expériences réalisées. La première de ces études concerne des mesures de la force de traînée sur un cylindre horizontal de longueur  $L$  et diamètre  $D$  initialement enfoncé dans un empilement granulaire et qui peut tourner à vitesse angulaire constante autour d'un axe vertical (Guillard *et al.*, 2013). La mesure de force est réalisée avec un capteur de couple (figure 1.22a).

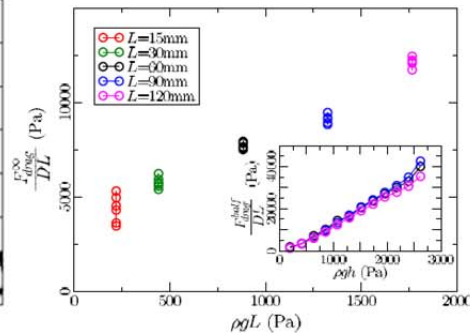
Les auteurs ont observé qu'à partir d'un demi-tour du cylindre la force de résistance  $F_{drag}$  décroît très rapidement vers une valeur de saturation  $F_{drag}^{\infty}$  qui ne dépend plus de la profondeur  $h$ , notamment à partir de  $h \simeq L$  (figure 1.22b), alors que la force transitionnelle en dépend.



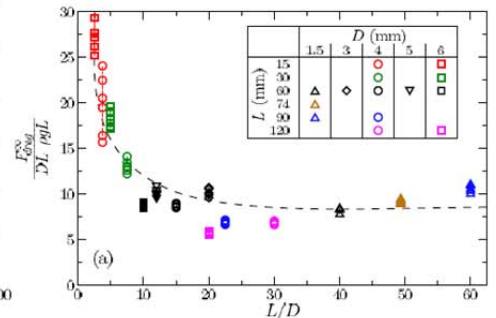
(a)



(b)



(c)



(d)

**Figure 1.22** – Etude expérimentale de Guillard *et al.* (2013). (a) Montage expérimental utilisé par l'auteur qui montre aussi le paramétrage adopté. (b) Variation de la force de traînée en fonction de nombre de tours du cylindre pour différents profondeurs  $h$  du cylindre. La valeur asymptotique de la force de traînée (courbes en noir) est notée  $F_{drag}^{\infty}$ . (c) Variation de  $\frac{F_{drag}^{\infty}}{DL}$  versus  $\frac{L}{D}$  pour différents dimensions du cylindre et (d) variation de  $\frac{F_{drag}^{\infty}}{DL\rho gL}$  en fonction de  $\frac{L}{D}$  pour tous les diamètres et longueurs du cylindre.

Les auteurs trouvent aussi que  $F_{drag}^{1/2 \text{ tour}} \simeq 15(DL)(\rho gh)$ , ce qui nous permet de tirer dans cette situation un coefficient de friction effectif de l'ordre de 15 environ, très supérieur aux valeurs classiques. Les auteurs déterminent aussi que pour un diamètre de cylindre donné un regroupement raisonnable des

mesures est observé dans un tracé  $\frac{F_{drag}^\infty}{DL}$  en fonction de  $\rho gL$  avec  $DL$  la surface du cylindre perpendiculaire à l'écoulement (figure 1.22c). Des expériences menées avec plusieurs diamètres du cylindre leur ont permis de généraliser ce résultat en déterminant alors que  $F_{drag}^\infty \simeq DL\rho gL f\left(\frac{L}{D}\right)$ , où  $f\left(\frac{L}{D}\right)$  est une fonction décroissant vers une valeur de l'ordre de 10 lorsque  $\frac{L}{D} \geq 20$  (figure 1.22d).

Une caractéristique intéressante qui découle alors de cette étude est l'effet apparent d'écrantage des grains au-voisinage de l'objet, qui amène vers cette étonnante indépendance entre  $F_{drag}^\infty$  et  $h$ . Dans cette situation la force est montrée dépendre seulement du rapport  $\frac{L}{D}$  avec une valeur de saturation  $\frac{F_{drag}^\infty}{DL\rho gL} \simeq cte \Rightarrow F_{drag}^\infty \simeq \rho gDL^2$  qui peut s'interpréter comme une espèce de force d'Archimède avec un volume effectif  $DL^2$  balayé par le cylindre.

La deuxième étude porte sur des expériences de mesure du coefficient de friction sur un fil métallique nu (cylindre très fin) tirant une sphère de diamètre  $D$  qui se déplace horizontalement dans un empilement granulaire à vitesse imposée (Caballero-Robledo et Clément, 2009). L'empilement est constitué de billes de verre de deux diamètres différents afin d'empêcher l'apparition d'effets de cristallisation, ce qui détermine un diamètre moyen des grains égal à  $d = 1.2 \text{ mm}$ .

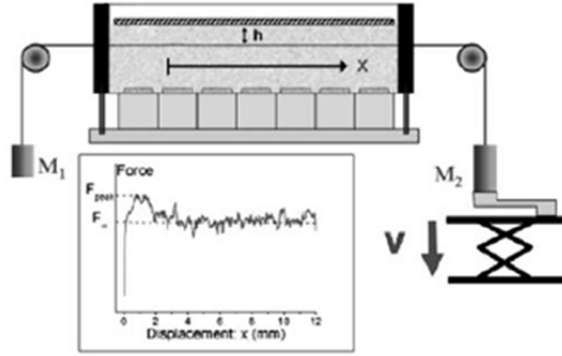
La caractéristique la plus intéressante de ces expériences est que les grains sont vibrés par le fond avec des transducteurs piézoélectriques à une fréquence maximale  $f = 400 \text{ Hz}$ . Ces vibrations permettent de tester l'influence de l'agitation « thermique » sur la force de résistance et donc sur le coefficient de friction effectif de l'intrus. La vitesse de déplacement  $V$  de l'objet a été variée dans la gamme  $0.001 \text{ mm/s} \leq V \leq 5 \text{ mm/s}$ . Les caractéristiques de l'installation se trouvent sur la figure 1.23a.

Nous nous concentrerons essentiellement sur les résultats obtenus avec la sphère qui sont les plus pertinents pour cette thèse. Des mesures de la force de traînée  $F_b$  sans vibration montrent que celle-ci varie linéairement avec le rapport d'aspect  $D/d$  et ne dépend pas ou peu de la vitesse de déplacement comme attendu (figure 1.23b). À l'exception du cas à faible vitesse, on n'observe pas une différence significative entre les valeurs de  $F_b$  avec et sans vibrations. Cependant une perte systématique de la linéarité de la relation  $F_b$  vs  $D/d$  est observée lorsque la vitesse  $V \geq 0.5 \text{ mm/s}$  (figure 1.23c).

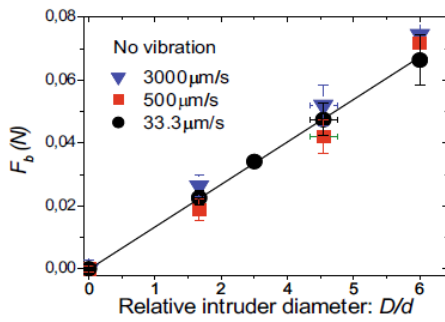
Dans le but de construire un coefficient de friction caractéristique du phénomène, les auteurs définissent la pression de confinement sur la sphère comme  $P(h) = P_0 + \rho g\phi h$  où  $P_0$  représente la pression à l'interface ( $\simeq 150 \text{ Pa}$ ),  $h$  la profondeur de l'intrus (13 mm) et  $\phi$  la fraction volumique initiale de l'empilement ( $\simeq 0.60$ ). De même, ils déterminent la contrainte tangentielle sur l'objet à partir des mesures de force tout simplement comme  $\sigma_t = \frac{F_b}{S_t}$  avec  $S_t = \pi D^2$  la surface de la sphère. Les auteurs construisent alors un coefficient de friction effectif objet-grains de la manière suivante:

$$\mu_{eff} = \frac{\sigma_t}{P(h)}. \quad (1-6)$$

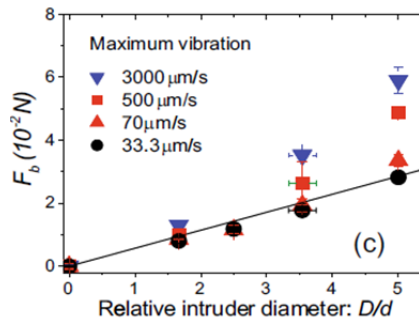
La figure 1.23d montre qu'en présence des vibrations,  $\mu_{eff}$  varie d'une manière logarithmique avec  $V$  sur quatre décades de variation de la vitesse. En revanche, sans vibrations il semble que  $\mu_{eff}$  ne dépend pas significativement de la vitesse avec des valeurs de l'ordre de 6, c.à.d. 3 fois environ plus grand que le cas vibré ce qui nous suggère alors un effet importante de l'agitation des grains et donc de la *température granulaire*. Dans cette situation, les auteurs ont observé que ce coefficient augmente quand  $D$  diminue, sans fournir d'explication à ce résultat.



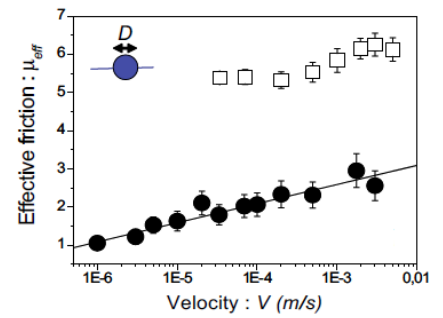
(a)



(b)



(c)

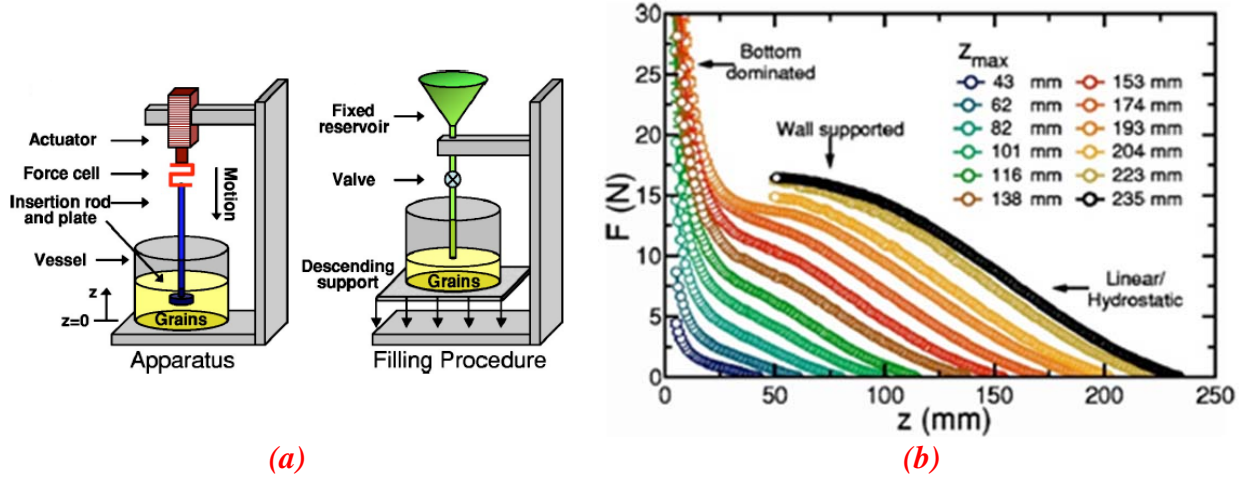


(d)

**Figure 1.23** – Étude expérimentale de Caballero-Robledo et Clément (2009). (a) Montage expérimental utilisé par les auteurs et le paramétrage adopté. L'insert montre un signal typique de la force. Variation de la force de traînée  $F_b$  en fonction du diamètre relatif de l'intrus  $D/d$  pour différents vitesses dans la situation (b) sans vibration et (c) avec vibration maximale. (d) Variation du coefficient de friction effectif  $\mu_{eff}$  en fonction de la vitesse de l'intrus  $V$ , sans vibration (carrés blancs) et avec vibration (cercles noirs).

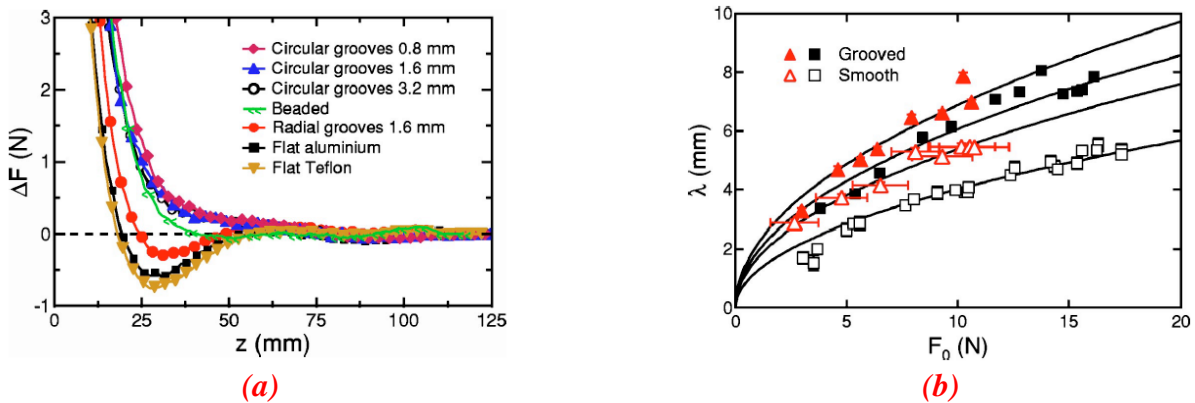
### 1.2.5 Influence des conditions au limites

Les expériences décrites dans les paragraphes précédents ne considèrent pas les effets de confinement sur la force. L'origine de ces effets peut être due à l'influence des parois rigides proches, à l'asymétrie des conditions de bord et aussi aux variations de la pression de confinement. Par rapport au premier cas, des mesures de force sur un disque qui se rapproche verticalement d'une paroi rigide ont été réalisées par Stone *et al.* (2004) avec un dispositif schématisé sur la figure 1.24a avec différentes tailles de billes en faisant varier la rugosité de la paroi. Ces résultats se trouvent sur la figure 1.24b. Ces courbes révèlent l'existence d'une gamme très riche de comportements: un premier comportement "hydrostatique" où la variation est presque linéaire avec la profondeur d'enfoncement  $z$ , un deuxième comportement où la force montre une tendance vers une valeur de saturation attribuable selon l'auteur à un *effet Janssen*, et finalement un troisième comportement où la force augmente violemment à l'approche de la paroi rigide au fond de récipient.



**Figure 1.24** – Étude de Stone *et al.* (2004). (a) Schéma du montage expérimental (b) Force sur l'objet  $F$  en fonction de  $z$  pour différentes hauteurs des grains  $z_{max}$ . A partir d'une certaine valeur de  $z_{max}$  il est possible d'observer les trois régimes mentionnés dans le texte.

L'auteur n'observe pas un effet important de la vitesse de pénétration sur la force ni un effet significatif de la taille des billes. Une partie importante de son étude est consacrée à la détermination de la déviation  $\Delta F$  de la force par rapport au comportement hydrostatique lorsque l'objet se trouve proche de la paroi. Cette déviation ne dépend pas du diamètre des grains mais de la rugosité des parois comme il est observé dans la figure 1.25a. Un ajustement de type exponentiel pour cette déviation révèle l'existence d'une longueur caractéristique  $\lambda$ . Cette longueur ne dépend pas de la taille de billes mais de la pression au fond du récipient (figure 1.25b).



**Figure 1.25** - a) Force déviatrice  $\Delta F$  en fonction de la position de l'objet  $z$  pour différentes conditions de rugosité de paroi. b) Longueur caractéristique  $\lambda$  en fonction de la force au fond de l'empilement  $F_0$

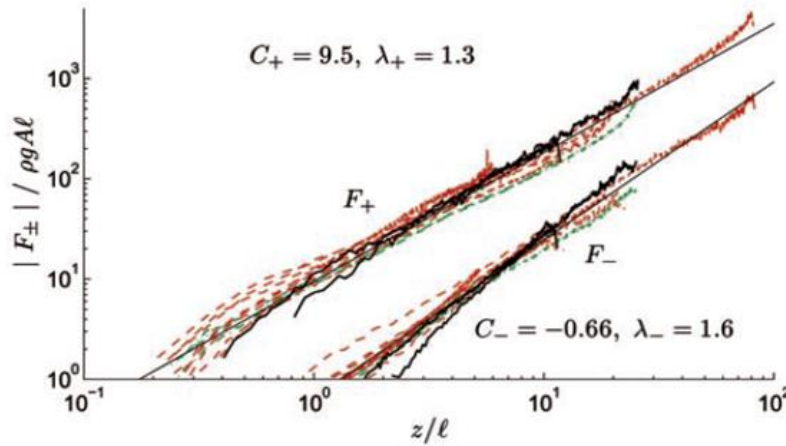
Un aspect intéressant de la dynamique décrite préalablement, est liée aux effets transitoires de la force observés juste au départ du mouvement. Ces effets ont été étudiés par Constantino *et al.* (2008) sur la même installation que l'on vient de décrire. L'auteur a mesuré la force nécessaire  $F_{init}$  pour déplacer un disque sur des distances de l'ordre de quelques billes. Cette force dépend fortement du diamètre  $d_p$  du disque et varie linéairement avec le diamètre des billes, comportement résumé par l'expression  $F_{init} = Ad_p + Bd_p^2$  avec  $A, B$  des constantes dépendant essentiellement du diamètre des grains.

Dans les études détaillées ci-dessus, la force a été étudiée systématiquement mais en considérant toujours seulement un sens de mouvement: celui de la pénétration. Des études de la force de traînée ont cependant été faites en pénétration (dans le sens de la gravité) et en extraction (sens inverse). Ces études révèlent l'existence d'un comportement fortement asymétrique.

Hill et al (2008) ont caractérisé en détail la force de résistance devant des cycles de pénétration-extraction. Ses résultats montrent que la force mesurée en extraction est d'un ordre de grandeur plus petite que celle mesurée durant l'enfoncement. Ils proposent une relation du type loi de puissance pour décrire la force de résistance dans les deux sens du mouvement:

$$\frac{F_{\pm}}{\rho g A l} = C_{\pm} \left(\frac{z}{l}\right)^{\lambda_{\pm}} \quad (1-7)$$

où le signe + (resp. -) fait référence à la pénétration (resp. extraction) et  $\{C_{\pm}, \lambda_{\pm}\}$  sont des coefficients numériques. Ces lois de puissance rendent bien compte des mesures expérimentales avec des puissances légèrement différentes dans les deux cas (figure 1.26). Une comparaison simple entre les valeurs obtenues pour le coefficient  $C$  nous donne  $\frac{|C_{+}|}{|C_{-}|} = \frac{9.5}{0.66} \sim 15$  qui est du même ordre que le rapport  $\frac{|F_{+}|}{|F_{-}|}$ . Par ailleurs, cette figure nous montre aussi qu'en extraction la force n'est pas très loin de correspondre au poids de la colonne de grains au-dessus de l'objet.

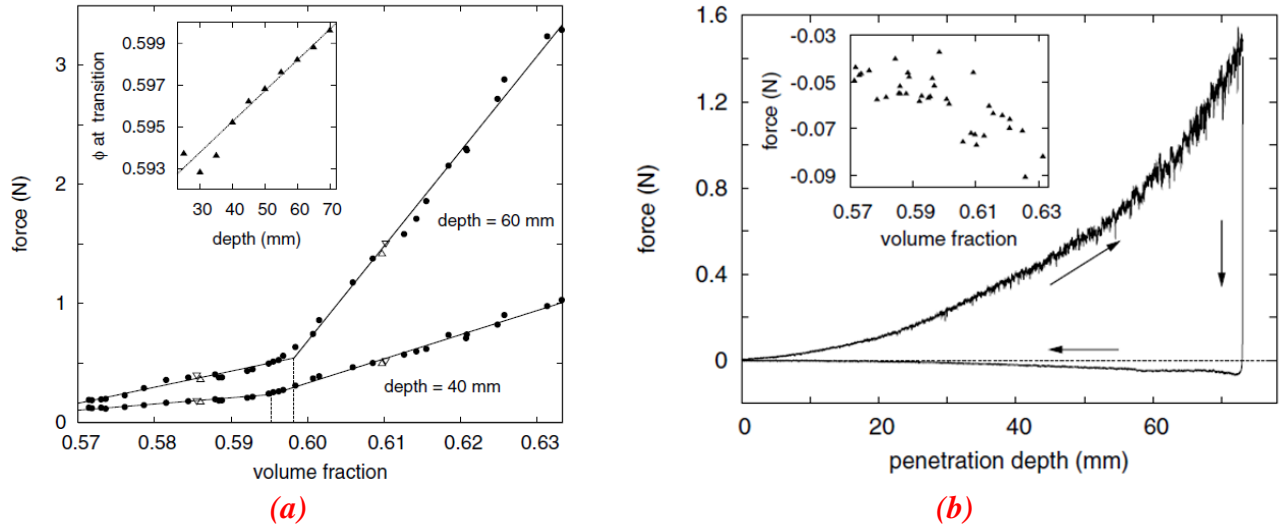


**Figure 1.26** – La force de traînée pour la pénétration et l'extraction d'un cylindre d'après l'étude de Hill et al. Le signe (+) désigne la pénétration et le signe (-) l'extraction. Les différentes courbes correspondent à différents diamètres du cylindre.

Schröter *et al.* (2007) ont publié un travail du type expérimental consacré à l'étude des effets de la compacité des grains sur la force de traînée en situation de pénétration et d'extraction d'une tige dans des billes de verre de diamètre moyen  $265 \pm 15 \mu m$ , similaire à celle utilisée dans les études de Stone *et al.* (2004) et Hill *et al.* (2005). Leurs résultats montrent que la force de traînée augmente fortement au-delà d'une fraction volumique critique  $\phi^*$  comme observé sur la figure 1.27a. Ce changement de comportement est accompagné aussi d'un changement du niveau de l'interface de l'empilement. Cette fraction critique dépend aussi de la profondeur d'enfoncement de la tige comme montré sur la même figure.

De même que Hill et al, Schröter et al trouve un comportement asymétrique de la force de traînée devant des cycles de pénétration-extraction avec une force lors de l'extraction 10 fois environ plus petite que celle mesurée en pénétration (figure 1.27b). Cette différence est expliquée par l'auteur par le fait qu'en extraction la force de résistance correspond essentiellement à la friction sur la surface de la tige, à la différence de la pénétration dont la plupart de la force vient de la « compression » de l'empilement des grains sous la tige.



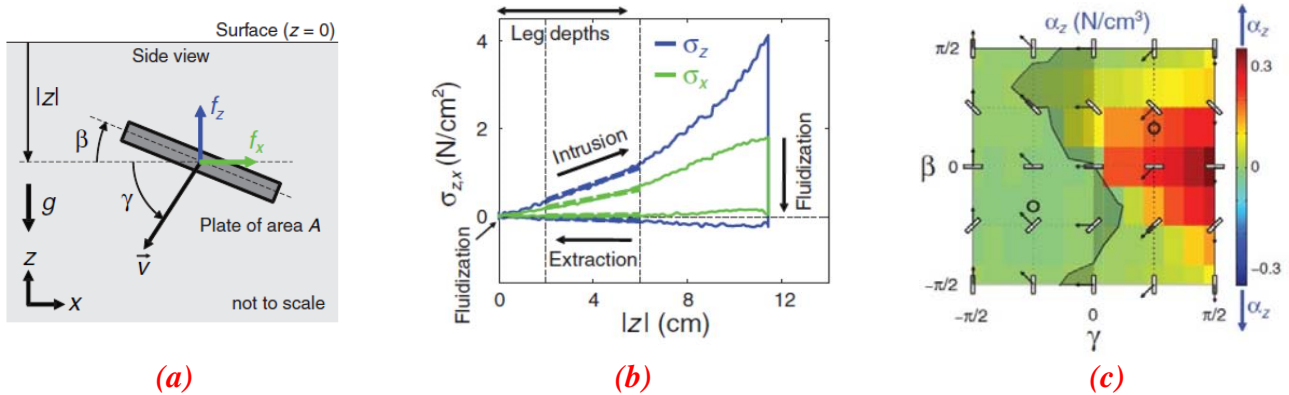


**Figure 1.27** – Etude expérimentale de Schröter *et al.* (2007). (a) Variation de la force sur une tige en pénétration en fonction de la compacité pour deux valeurs différentes de la hauteur de l'empilement des grains. (b) Comportement asymétrique de la force devant un cycle de pénétration-extraction de la tige. La vitesse de la tige est 0.17 mm/s environ.

Récemment, une étude motivée par la compréhension des mécanismes physiques utilisés par certains animaux qui se déplacent sur des terrains sableux a porté aussi sur ce phénomène (Li *et al.*, 2013). Des cycles d'aller-retour réalisés avec un disque supporté par une tige révèlent encore une fois que la contrainte en pénétration  $\sigma_z$  est autour de 8 fois plus grande que celle mesurée en extraction comme l'on observe sur la figure 1.28b. Le fait que la force en extraction soit négligeable devant les valeurs mesurées en pénétration et le comportement quasi-linéaire observé dans les deux phases conduit à Li et al à modéliser  $\sigma_z$  comme une fonction linéaire de la position  $z$ :

$$\sigma_z(|z|, \beta, \gamma) = \begin{cases} \alpha_z(\beta, \gamma)|z|, & \text{si } z < 0 \\ 0, & \text{si } z > 0 \end{cases} \quad (1-8)$$

Avec un coefficient  $\alpha_z(\beta, \gamma)$  dépendant aussi bien de l'orientation de l'objet  $\beta$  que de la direction  $\gamma$  du mouvement. Une étude systématique donne accès aux valeurs de ce coefficient pour toutes les orientations (figure 1.28c). Ces valeurs sont de l'ordre de 0.3 pour la pénétration et légèrement inférieures à zéro pour l'extraction. La force sur l'objet se détermine alors comme  $F_z(|z|, \beta, \gamma) = \int_S \sigma_z(|z|, \beta, \gamma) dS = \int_S \alpha_z(\beta, \gamma)|z| dS$ .



**Figure 1.28** – Etude expérimentale de Li et al (2013). (a) Schéma du montage expérimental et du paramétrage adopté pour ces expériences (b) Asymétrie de la force sur un disque horizontal en pénétration-extraction dans du sable (c) Valeurs du coefficient  $\alpha_z$  pour les différentes orientations du disque et de la vitesse.

Les études numériques ou expérimentales exposées jusqu'ici, ont été réalisées en considérant que la pression dans le milieu a le même ordre de grandeur que la pression hydrostatique. Cependant, dans la littérature on trouve des études où la pression sur les grains est loin d'être considérée comme hydrostatique. Dans ce contexte, des essais de pénétration d'un cylindre à vitesse imposée dans un milieu granulaire soumis à des pressions de confinement très élevées ont été réalisées par Advani *et al.* (2004). La cuve utilisée par l'auteur lui permet d'explorer une gamme de pressions pouvant aller jusqu'à 10 MPa. Les caractéristiques de cette installation se trouvent sur la figure 1.29a. Encore une fois, l'auteur trouve que la force ne dépend pas de la vitesse de pénétration de l'objet pour des vitesses pouvant aller jusqu'à 0.5 mm/s. En revanche, la force  $F$  dépend du diamètre  $D$  du cylindre et elle est sensible aussi aux variations du diamètre de grains  $D_g$ .

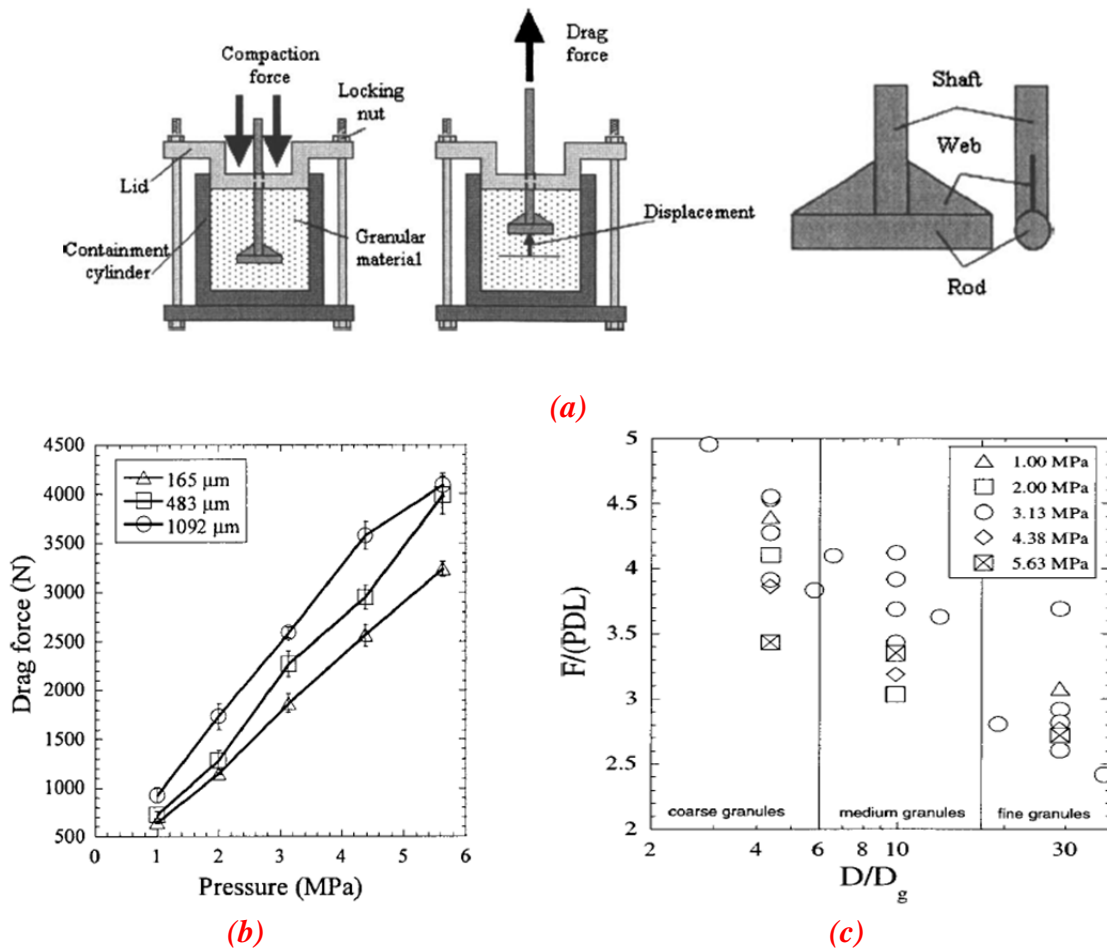
La figure 1.29b montre qu'en dépit de la pression élevée,  $F$  augmente linéairement avec la pression de confinement  $P$  et aussi avec  $D_g$ , contrairement au phénomène d'incrément de la force pour des petits grains observé dans les études précédentes. Les résultats obtenus par Advani et al montrent que la pression de confinement a une influence significative sur la force de traînée mais aussi le type des grains.

La figure 1.29c correspond à un tracé entre la force adimensionnée  $\frac{F}{PDL}$  en fonction du rapport d'aspect  $\frac{D}{D_g}$ . Ici  $DL$  est une mesure de la surface du cylindre et le rapport  $\frac{F}{PDL}$  peut ainsi être interprété encore une fois comme un coefficient de friction effectif. Les valeurs de ce coefficient tombent bien dans les valeurs trouvées dans les études précédentes (Cabellero-Robledo et Clément, 2009 ; Guillard et al, 2013; Albert et al, 1998).

A titre simplement de commentaire, le même auteur a aussi exploré les effets de poly-dispersion des grains sur la force de traînée (Advani et al, 2005). Advani trouve que les fractions volumiques de chacune des espèces qui constituent le milieu a une influence qui n'est pas systématique mais en même temps, non négligeable sur la force de traînée.

### **1.2.6 Cas bidimensionnel**

Les études précédentes nous ont bien montré l'évolution de la force de traînée sur l'objet, l'influence de l'état de contraintes dans le milieu sur cette force et la caractérisation de la cinématique de l'écoulement des grains autour de l'objet. Dans cette partie du présent chapitre nous allons montrer un ensemble d'études dont l'objectif est aussi de caractériser et comprendre l'origine la force de résistance dans les milieux granulaires mais à travers une approche expérimentale différente à deux dimensions. Dans ces études, le point d'intérêt est la dynamique d'un objet (un disque rigide) qui se déplace à deux dimensions à vitesse ou à force imposée dans un empilement constitué usuellement de disques de deux tailles différentes afin d'empêcher des effets de cristallisation. Le mouvement observé dans ces expériences correspond à un déplacement à deux dimensions où normalement on peut s'affranchir des effets d'asymétrie induites par la gravité quand on renverse le sens de déplacement.



**Figure 1.29** – Expériences d'Advani et al (2004) (a) Montage expérimental et direction de mouvement de l'objet (b) Variation de la force de traînée  $F$  en fonction de la pression de confinement pour plusieurs diamètres de billes  $D_g$ . (c) Effets de la pression de confinement  $P$  sur les paramètres sans dimensions  $\frac{F}{PDL}$  en fonction de  $\frac{D}{D_g}$ , où  $D$  est le diamètre du cylindre et  $L$  sa longueur. Les effets de la pression de confinement sont plus notoires pour des gros grains que pour des grains plus fins.

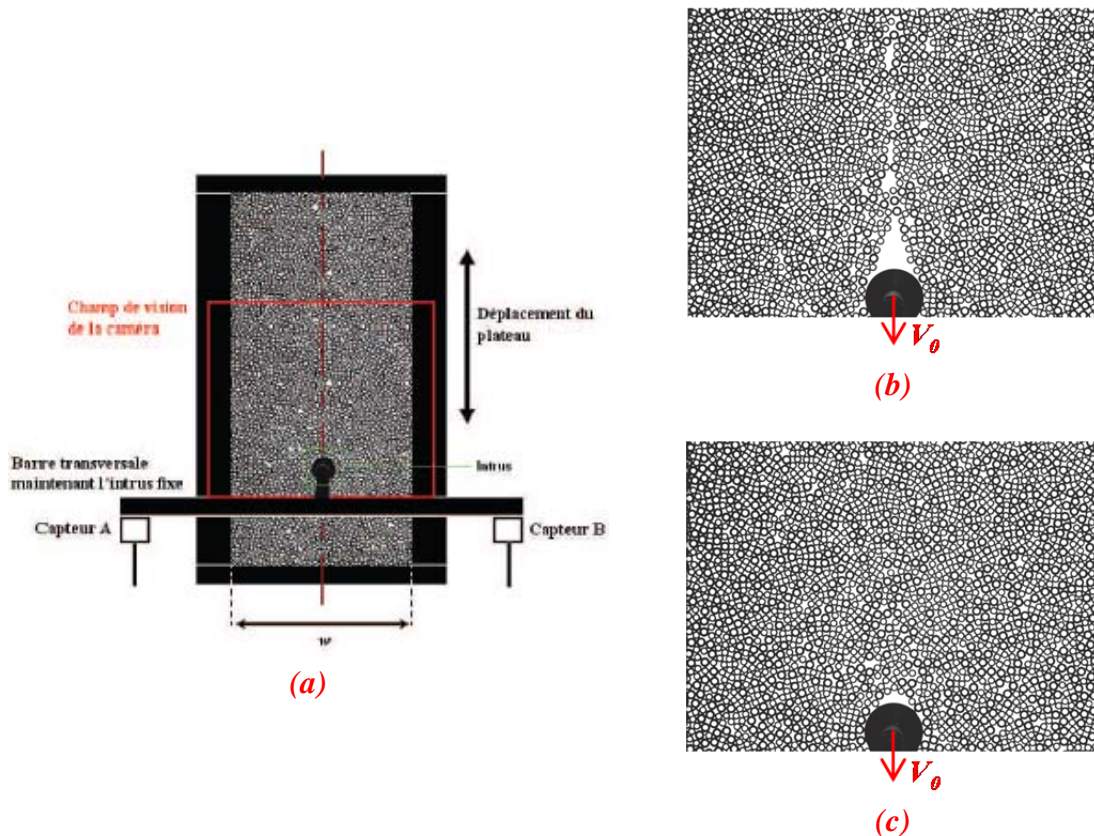
Les disques utilisés dans ces expériences sont parfois biréfringents c'est-à-dire changent la polarisation de la lumière lorsqu'une contrainte mécanique est appliquée sur eux. Il est alors possible de corrélérer ce changement de la polarisation avec la contrainte appliquée sur les points de contact et ainsi accéder à l'état de contraintes en ces points durant le déplacement de l'objet. Une image de l'état des forces à un instant donné permet d'étudier le réseau des contraintes dans l'empilement d'où l'intérêt évident de ce type d'expériences. Cette technique est connue sous le nom de photoélasticimétrie.

Comme on le verra dans la suite, les forces générées aux points de contact sont capables de se transmettre sur des longues distances dans l'empilement en créant de véritables structures souvent appelées *chaînes de forces*. Cependant, l'application de cette technique reste restreinte principalement à l'étude des phénomènes à deux dimensions (malgré quelques tentatives en 3 dimensions) et la nature tant du matériau que de la géométrie des particules, se situent loin des situations réelles.

On commencera par citer le travail de thèse de Cixous (2009) qui a essentiellement étudié la cinématique d'un flux de disques rigides non biréfringents s'écoulant autour d'un intrus (rigide aussi). L'intrus fixe dans le référentiel du laboratoire est un disque aussi de diamètre  $D$  compris entre 11 mm et

40 mm. L'empilement est constitué de disques de diamètres  $D = 4$  et  $5$  mm. Les grains sont confinés dans une cellule rectangulaire qui se déplace à vitesse imposée  $V_0$  pouvant aller jusqu'à 1.7 mm/s environ. La fraction volumique de l'empilement  $\phi$  est comprise entre 80.5% et 82.5%.

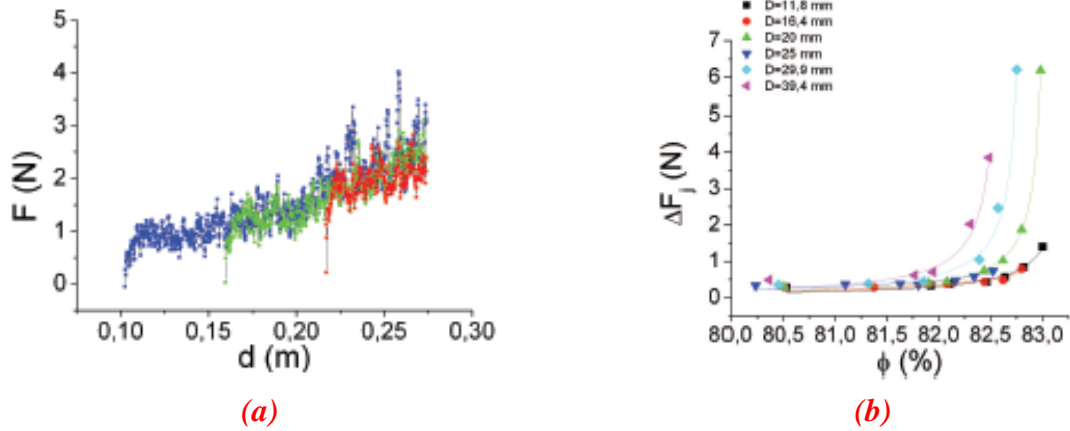
Un schéma de l'installation expérimentale est rapporté sur la figure 1.30a. Par ailleurs, sur les figures 1.30b et 1.30c il est possible de voir les caractéristiques de l'écoulement des grains à l'arrière de l'intrus pour deux conditions différentes de  $\phi$ . Dans le premier cas  $\phi < \phi^*$  où  $\phi^*$  est une fraction critique de l'empilement, une cavité apparaît derrière l'objet similaire au phénomène de décollement observé dans l'écoulement d'un fluide newtonien autour d'un cylindre en régime de forte vitesse. Le deuxième cas correspond à  $\phi > \phi^*$ , c.à.d. un écoulement très dense où la cavité disparaît. Ces deux images montrent que la compacité des grains joue un rôle important sur les caractéristiques de l'écoulement autour de l'objet.



**Figure 1.30** – Etude expérimentale de Cixous *et al.* (2012). Schéma du montage (a) et effets de la fraction de l'empilement  $\phi$  sur la formation de la cavité créée à l'arrière de l'objet dans deux situations (b)  $\phi < \phi^*$  et (c)  $\phi > \phi^*$ , où  $\phi^*$  est une fraction critique définie par l'auteur.

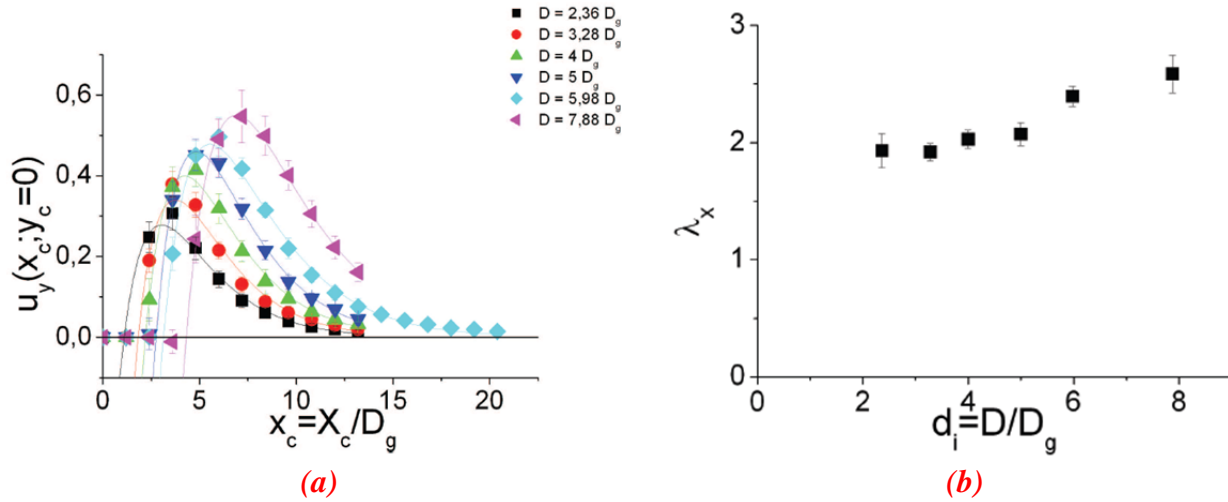
Les mesures de la force sur l'intrus montrent que celle-ci augmente légèrement et linéairement avec la distance parcourue  $d$  (figure 1.31a). Le signal de force est très fluctuant ce qui ressemble à un mouvement du type stick-slip. Des essais réalisés en partant de différentes positions initiales révèlent que la position initiale de l'objet n'influence pas la force comme montré sur la même figure.

Cixous a aussi caractérisé les fluctuations de force  $\Delta F_j$  en trouvant que celles-ci augmentent fortement avec la compacité des grains à partir d'une certaine fraction  $\phi(D)$  qui dépend de la taille de l'objet; pour des valeurs de  $\phi < \phi(D)$  on n'observe pas une variation significative de  $\Delta F_j$  (figure 1.31b). Selon l'auteur, ces fluctuations pourraient être liées à un phénomène de dilatance locale à l'échelle du grain.



**Figure 1.31** – Étude expérimentale de Cixous (2009). (a) Mesure de la force de résistance  $F$  sur un disque en fonction du déplacement  $d$  pour différentes positions initiales (bleu, rouge et vert). (b) Influence de  $\phi$  sur l'amplitude moyenne des fluctuations de force  $\Delta F_j$  pour différents diamètres de l'intrus  $D$ .

Dans cette étude, des mesures du champ de déplacement des grains autour de l'objet ont été réalisées pour plusieurs diamètres du cylindre et fractions d'empilement. La grandeur  $y_c$  correspond à la coordonnée de l'axe de déplacement et  $x_c$  à la coordonnée transversale. La figure 1.32a montre la variation de la composante de ce champ déterminée le long de l'axe de mouvement  $u_y(x_c, y_c = 0)$  pour plusieurs diamètres d'intrus. L'allure de ces profils indique, encore une fois, des maximums de déplacement localisés très proches de l'objet, sur des distances de l'ordre de quelques diamètres de grains, comme observé aussi dans les études précédentes.



**Figure 1.32** – (a) Déplacement dans la direction de l'écoulement  $u_y(x_c, y_c = 0)$  en fonction de la coordonnée adimensionnée  $x_c$  pour plusieurs diamètres d'intrus  $D$ . (b) Longueur caractéristique adimensionnée  $\lambda_x$  en fonction de  $\frac{D}{D_g}$  (figures extraites de la thèse de Cixous, 2009).

L'auteur propose des ajustements mathématiques du type exponentiel décroissant pour décrire la forme de ces profils, c'est-à-dire:

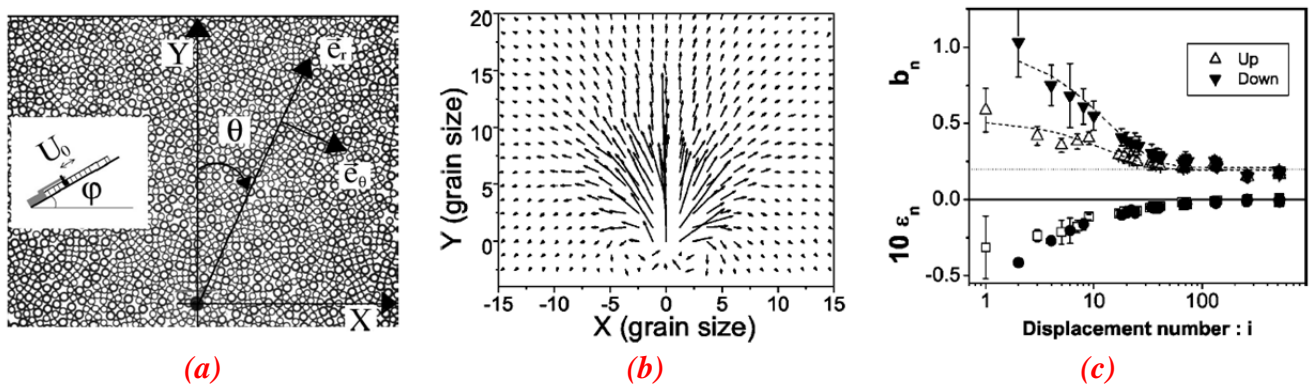
$$u_y(x_c, y_c = 0) = U_0 a_x (x - x_0) \exp\left(-\frac{(x - x_0)}{\lambda_x}\right) \quad (1-9)$$

où  $U_0$  est l'avancée imposée par l'intrus ( $\sim V_0 \Delta t$ ) et  $x_0$ ,  $a_x$  et  $\lambda_x$  sont des paramètres ajustables sans dimensions. L'aspect le plus intéressant de ces profils de déplacement est lié à  $\lambda_x$  qui représente une échelle de longueur caractéristique du déplacement des grains de l'objet similaire à celle obtenue dans l'étude de Seguin *et al.* (2013) pour la pénétration d'un cylindre dans un empilement des billes de verre. Un tracé de  $\lambda_x$  en fonction de  $\frac{D}{D_g}$  est observée dans la figure 1.32b. Ces données suggèrent alors que  $\lambda_x$  puisse s'exprimer sous la forme  $\lambda_x = \alpha + \beta \frac{D}{D_g}$  avec  $\alpha = 1.5 \pm 0.1$  et  $\beta = 0.14 \pm 0.02$ .

On constate que ces valeurs ne sont pas très différentes de celles issues de l'étude de Seguin et al (2013) qui rapportent  $\alpha = 2.3$  et  $\beta = 0.24$ . Cette étude a des conséquences intéressantes pour cette thèse puisqu'elle établit une similitude entre les comportements dynamiques observés lors d'expériences de déplacement vertical d'un cylindre dans un empilement de billes et le déplacement horizontal d'un disque dans une monocouche de disques rigides.

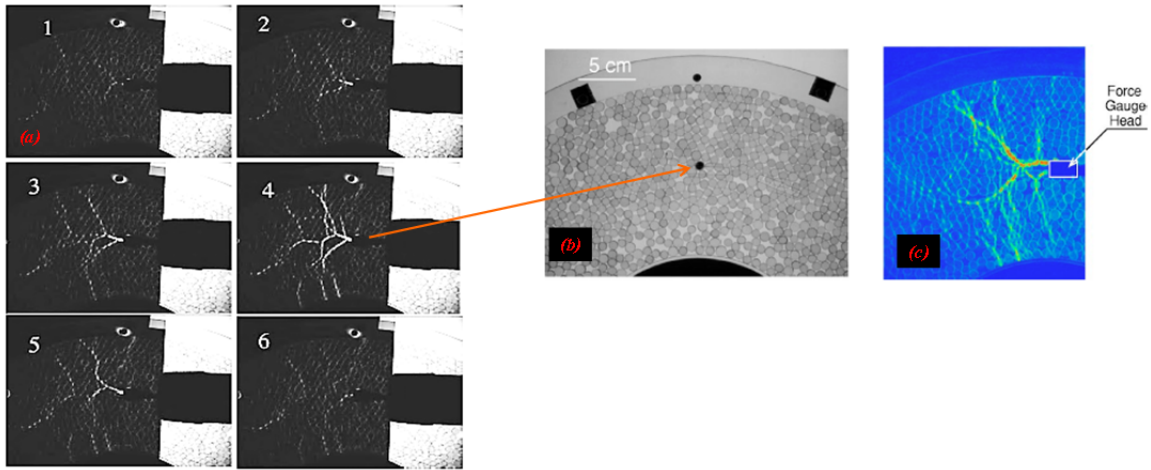
Kolb *et al.* (2004) ont aussi étudié le champ de déplacement des grains durant le mouvement d'un disque à vitesse constante pendant des cycles d'aller-retour. Dans ces expériences, l'objet se déplace à vitesse très petite ( $U_0 = 156 \mu m/s$ ) pour négliger les possibles effets d'inertie. L'amplitude de déplacement pour chacun des cycles n'est pas plus grande que quelques diamètres de grains. Le montage est observé sur la figure 1.33a. La figure 1.33b montre un exemple du champ de déplacement moyen obtenu en "aller-simple". Ces expériences montrent que la réponse du milieu peut être à longue portée, c'est-à-dire, des déplacements non négligeables peuvent être mesurés sur distances équivalentes à plusieurs diamètres d'intrus.

Kolb *et al.* définissent le champ de déplacements rémanent  $\vec{a}_n = \vec{u}_n^{(aller)} - \vec{u}_n^{(retour)}$ . Ce champ montre qu'à partir d'un nombre suffisamment élevé de cycles, il tend en moyenne vers une valeur très petite comme observé dans la figure 1.33c qui montre la variation de  $\varepsilon_n$  en fonction du nombre de cycles. Le paramètre  $\varepsilon_n$  correspond à l'amplitude maximale de  $\vec{a}_n$ , adimensionnée par le déplacement imposée par l'intrus. Ce paramètre présente un comportement décroissant en fonction du nombre de déplacements. Ce résultat étonnant, nous indique que si le comportement mécanique de ce milieu ne peut pas d'abord être considéré comme réversible (ou élastique), au moins son comportement est proche de cet état sous certaines conditions.



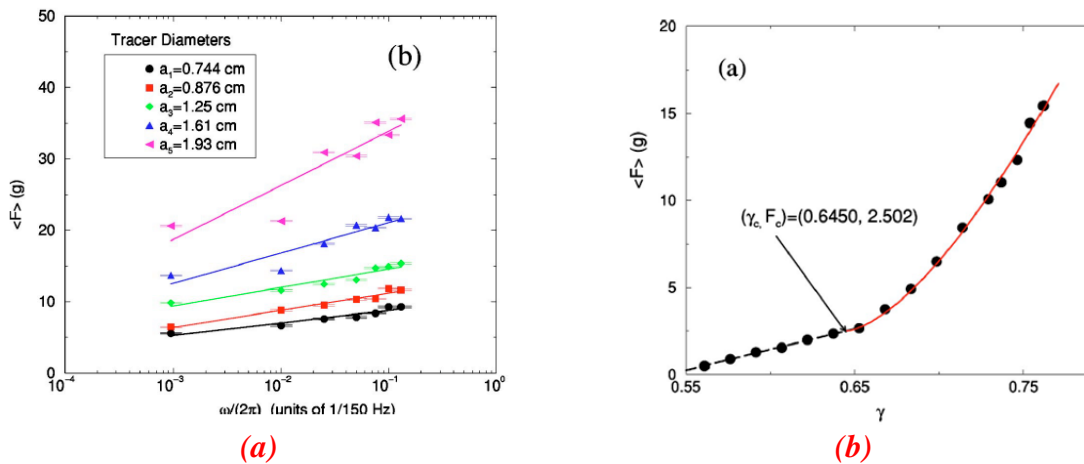
**Figure 1.33** – Etude expérimentale de Kolb et al (2004). (a) Schéma du montage expérimental où  $U_0$  est la vitesse de déplacement de l'objet. (b) Champ de déplacements obtenu lors du mouvement d'aller simple de la pastille. Des mouvements de recirculation de grains sont observés autour de l'objet. (c) Amplitude rémanente de déplacement adimensionnée des grains  $\varepsilon_n$  en fonction du nombre de nombre d'aller-retour  $i$  de la pastille.

D'égale manière, Geng et Behringer (2005) ont étudié le mouvement d'un disque dans une couche de disques biréfringents confinée dans une géométrie de type annulaire où le cylindre interne tourne à vitesse constante avec des vitesses pouvant aller jusqu'à 1 mm/s. Ce type de géométrie génère un écoulement stationnaire autour de l'objet relié à un capteur de forces afin d'enregistrer la force exercée par les grains. Une caméra montée par-dessus l'objet permet de visualiser l'évolution des chaînes de forces générées par l'obstacle au cours de la rotation du cylindre (figure 1.34).



**Figure 1.34** – Étude expérimentale de Geng et Behringer (2005) avec des disques biréfringents (a) Visualisation des chaînes de force en différents étapes du mouvement. (b) Position de l'objet dans la géométrie. (c) Position du capteur des forces.

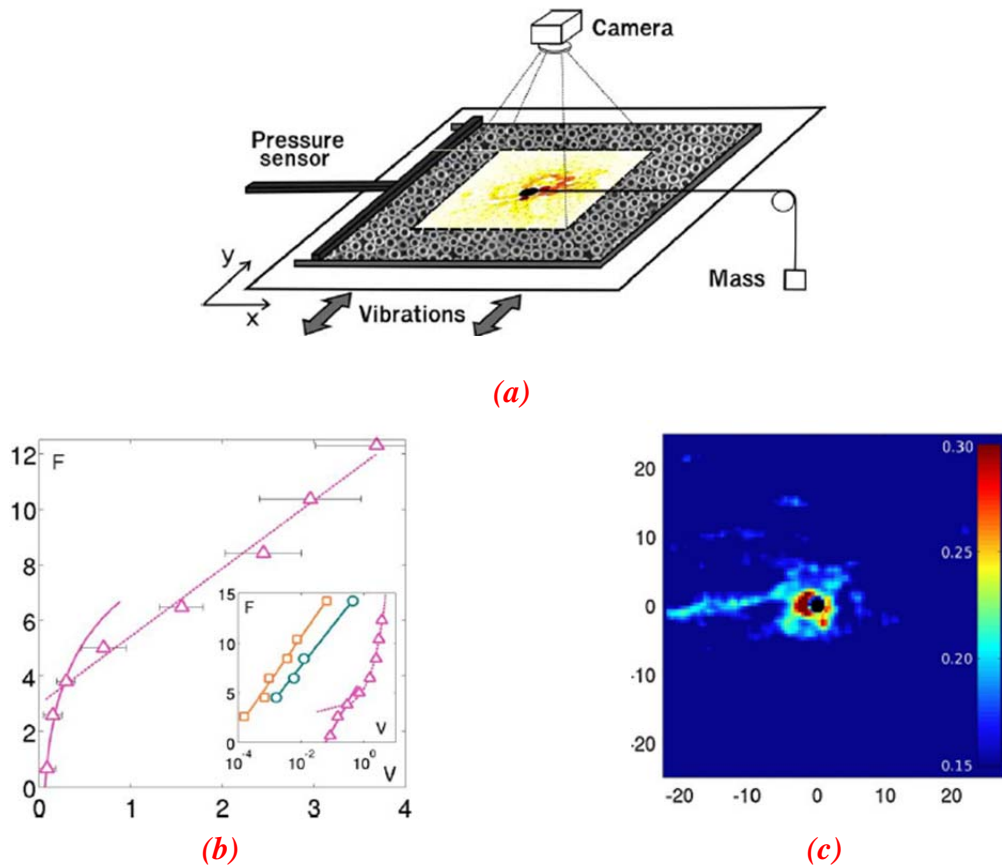
À partir du signal de force, Geng et Behringer trouvent que la force moyenne adimensionnée par la gravité  $\frac{\langle F \rangle}{g}$  varie d'une manière logarithmique avec la vitesse angulaire sur trois décades de la vitesse (figure 1.35a). Ce résultat est, bien évidemment, différent de celui obtenu dans des fluides classiques mais cohérent avec des modèles de friction indépendante du taux de cisaillement. D'après cette étude, cette force est essentiellement dominée par la création et le cassé continu des chaînes de contraintes et varie significativement avec la fraction d'empilement  $\gamma$  comme attendu. Sur la figure 1.35b, il est montré l'existence d'une compacité critique  $\gamma_c \sim 0.645$  au-delà de laquelle on observe une forte augmentation de  $\langle F \rangle$  comme a été observé aussi dans l'étude de Schröter *et al.* (2007).



**Figure 1.35** – (a) Variation de la moyenne temporelle de la force  $\langle F \rangle$  en fonction de la vitesse angulaire de rotation  $\frac{\omega}{2\pi}$  pour plusieurs diamètres de l'intrus  $a_i$  (b) Variation de  $\langle F \rangle$  en fonction de la compacité de l'empilement  $\gamma$  qui montre l'existence d'une compacité critique  $\gamma_c$  (figures extraites de Geng et Behringer, 2005).

Dans la même rubrique, Candelier et Dauchot (2009) ont inclus un nouveau paramètre dans ce type d'études: l'influence des vibrations. Ces auteurs ont étudié le mouvement d'un disque de diamètre  $D$  qui est tiré à force imposée dans une couche de disques biréfringents soumis à des vibrations externes. L'empilement est constitué de grains de diamètres  $d = 4$  et  $5 \text{ mm}$  et le diamètre de l'intrus est  $D = 8 \text{ mm} \sim 2d$ . Les grains sont placés sur une plaque horizontale qui peut vibrer horizontalement à une fréquence  $f = 10 \text{ Hz}$  et amplitude  $A = 10 \text{ mm}$ . La figure 1.36a montre un schéma de l'installation expérimentale.

À l'exception des premières données (obtenues à très faible vitesse de déplacement), les mesures de force sur l'objet  $F$  montrent une dépendance linéaire avec la vitesse  $V$  de l'objet (figure 1.36b). Ce comportement, équivalent à la loi de Stokes dans un fluide newtonien, nous suggère alors un comportement rhéologique du type "fluide visqueux" dans la gamme de vitesses explorée. Ces mesures de force sont accompagnées de mesures de la fraction volumique  $\phi$  dans tout l'empilement. La cartographie de  $\phi$  nous révèle que les grains sont plutôt concentrés à l'avant de l'objet (figure 1.37c). Derrière lui, une région de faible compacité apparaît (cavité) comme a été également observé dans la thèse de Cixous (2009).



**Figure 1.36** – Étude expérimentale de Candelier et Dauchot (2009) (a) Un schéma du montage expérimental. La plaque est vibrée dans la direction transversale au mouvement de l'objet (b) Variation de la force de traînée  $F$  en fonction de la vitesse de déplacement de l'intrus. L'insert montre l'effet de différentes valeurs de la compacité  $\phi$ . (c) Cartographie de la variation de la fraction d'empilement libre des grains ( $1 - \phi$ ) déterminé sur tout l'espace de l'empilement.



De même que les études précédentes, le caractère biréfringent des disques permet aussi de regarder l'évolution des chaînes de contraintes durant le "voyage" de l'objet dans l'empilement. En plus, la présence de vibrations nous permet de comprendre les effets d'agitation thermique des grains sur la force ressentie par l'objet. Une image de l'état d'agitation thermique du milieu est quantifiée par la *température granulaire*. Cette grandeur est usuellement définie à partir des fluctuations de vitesse des particules individuelles par  $T = (\sum_i (u_i - \langle u_i \rangle)^2)^{1/2}$ , où  $u_i$  est la vitesse instantanée de la  $i^{\text{ème}}$  particule et  $\langle u_i \rangle$  la moyenne temporelle des vitesses instantanées. Ces définitions sont issues de la théorie cinétique des milieux granulaires dont les fondements sont inspirés de la théorie cinétique des gaz.

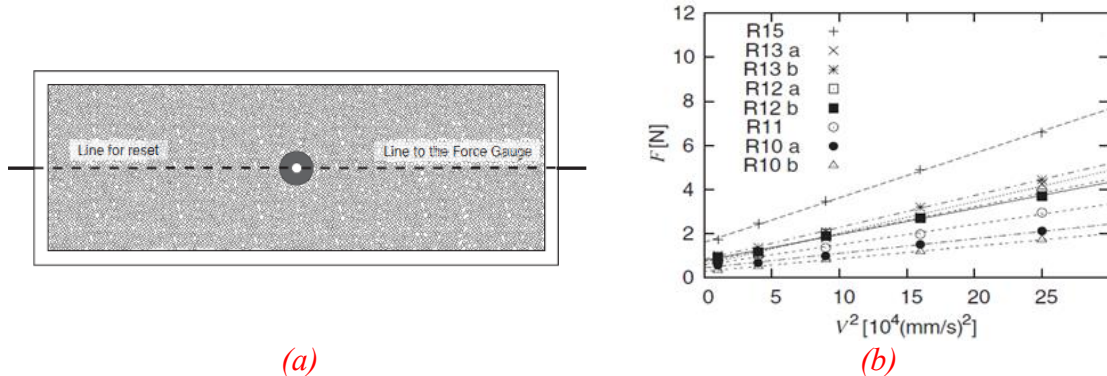
Ce travail nous montre alors des perspectives nouvelles pour la présente thèse: d'un côté la présence de vibrations modifie localement la rhéologie de l'empilement et nous amène vers un comportement plus proche des fluides classiques, ce qui a été déjà observé en quelque sorte dans les expériences de tirage d'une sphère menées par Caballero-Robledo et Clément (2009).

Par ailleurs, l'existence d'une région de forte compacité localisée devant l'intrus nous suggère que la plupart de la force de résistance se concentre dans cette région où les grains sont essentiellement soumis à des compressions. Un tel phénomène pourrait aussi avoir lieu dans la situation du déplacement vertical des objets dans des empilements denses de billes. Finalement, une campagne d'expériences sur cette installation a été réalisée dans notre étude afin de visualiser l'évolution des chaînes de force et les effets des vibrations sur la force ressentie par un intrus se déplaçant à vitesse imposée dans l'empilement. Ces résultats seront au-cœur du chapitre 5 comme on le verra par la suite.

### 1.2.7 Force de résistance à forte vitesse

Des études de la force de traînée sous régime d'écoulement à forte vitesse ont été conduites aussi dans le cas granulaire. Dans ce contexte, on trouve aussi le cas de déplacement d'objets à deux dimensions et, bien sûr, de situations d'impact d'objets. Dans le premier cas, on peut citer notamment le travail de Takehara *et al.* (2010) qui a étudié la dynamique d'un disque rigide qui se déplace horizontalement à des vitesses  $V_0$  allant jusqu'à 500 mm/s. Ses résultats montrent que pour cette gamme de variation de la vitesse, la force de résistance sur le disque  $F$  évolue comme  $F = F_0 + kV_0^2$ , où  $F_0$  est une constante qui dépend de la taille de l'objet et  $k$  la raideur des courbes de force versus vitesse (figure 1.37b).

La similitude par rapport au cas de la force de traînée sur un objet qui se déplace dans un fluide en régime turbulent est évidente. Dans cette situation, le coefficient de traînée n'évolue presque plus avec le nombre de Reynolds ( $Re$ ) et la force est proportionnelle à  $V_0^2$  et non à  $V_0$  comme observé à bas  $Re$ .



**Figure 1.37** – Étude expérimentale de Takehara *et al.* (a) Montage expérimental utilisé par l'auteur vu par-dessus. L'objet se trouve au centre de l'installation. (b) Variation de la force de traînée  $F$  en fonction de  $V_0^2$  pour différents diamètres de l'intrus.

Par rapport au deuxième cas, l'impact des objets sur un lit granulaire nous révèle que la détermination des forces de résistance est une problématique importante pour la caractérisation de la dynamique de l'objet. Dans le phénomène d'impact, la force motrice est imposée par la gravité et la vitesse de l'intrus est la variable mesurée comme réponse à l'interaction entre l'objet et le milieu granulaire. La gamme de vitesses dans ces expériences est souvent plus élevée (de l'ordre de quelques m/s) que les vitesses typiques issues des expériences de pénétration que nous avons montrées jusqu'ici.

Par rapport à ce sujet, nous aborderons essentiellement deux aspects d'intérêt. Le premier concerne l'influence de la force de résistance sur les modèles phénoménologiques qui ont été proposés pour décrire la dynamique de pénétration du projectile et l'influence du confinement sur cette dynamique. Le deuxième aspect correspond à la morphologie du cratère créé lors de l'impact, dont nous détaillerons brièvement quelques caractéristiques.

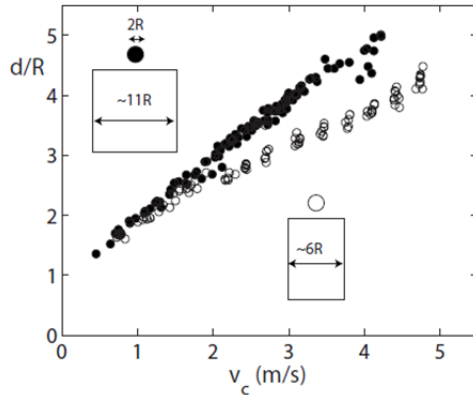
Par rapport au premier aspect, l'un des premiers modèles a été proposé par Poncelet. Ce modèle détermine la variation temporelle de la vitesse de l'intrus durant l'impact d'après l'équation différentielle suivante :

$$-\frac{du_p}{dt} = \beta u_p^2 + F_r \quad (1-10)$$

où  $u_p$  est la vitesse du projectile et le terme  $\beta u_p^2$  est la composante inertielle de la force de résistance qui domine lors des premiers instants de l'impact. Au contraire, le terme  $F_r$  indépendant de la vitesse domine dans le régime de faible vitesse aux instants ultérieurs. C'est précisément cette situation qui nous concerne directement d'où l'intérêt d'avoir accès à une description correcte des propriétés de la force de résistance. Plusieurs études ont tenté de modéliser cette force dont les études que nous venons de décrire. D'autres auteurs ont essayé de caractériser ce terme en proposant une vitesse critique au-delà de laquelle cette force  $F_r$  s'annule (Allen et al, 1930).

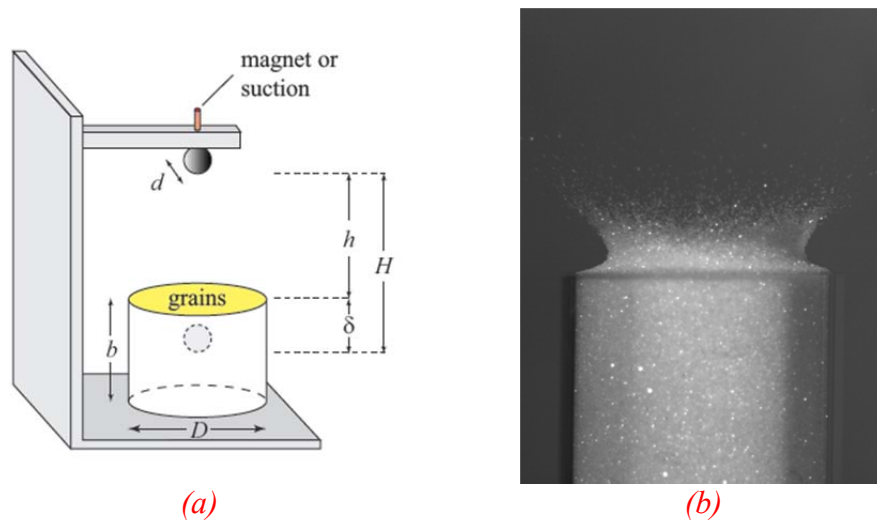
D'autres descriptions dans des milieux granulaires peu denses tiennent compte des effets de masse ajoutée comme dans les fluides, mais ils négligent le terme quadratique proposé par Poncelet (Lohse et al, 2004). Dans ce modèle apparaît aussi un terme de force qui varie linéairement avec la profondeur d'enfoncement  $F_r = kz$ , où  $k$  dépend des propriétés de l'empilement granulaire mais pas de la vitesse, comme a été révélé par les études de pénétration verticale à vitesse imposée (cf. R. Albert et al, 1999; Stone et al, 2004; Seguin et al, 2013). La validation a été faite en comparant les mesures expérimentales de la position de l'objet avec celles obtenues à partir du modèle en obtenant un excellent accord.

Cependant, ces modèles ne considèrent pas les effets des parois. Goldman et Umbanhowar (2008) ont étudié expérimentalement l'impact d'une sphère rigide sur un milieu granulaire constitué par des billes de diamètres variables dans la gamme 0.25 - 1 mm. La gamme de vitesse du projectile varie typiquement entre 0 et 5 m/s. Les auteurs ont analysé l'influence du diamètre du récipient sur la profondeur de pénétration  $d$  de l'objet en trouvant que pour un taille de objet ( $R$ ) et un diamètre de billes donnés, cette distance diminue avec le diamètre du récipient comme montré dans la figure 1.38. Les différences entre la situation "confinée" et "non confinée" sont évidentes pour des vitesses d'impact au-delà de 2 m/s. Ces résultats nous invitent à penser que les bords du récipient jouent un rôle important dans la dynamique de pénétration et dans le cas d'impact les parois apparemment exercent une action répulsive sur l'objet.



**Figure 1.38** – Expériences d’impact de Goldman et Umbanhowar (2008) où on observe les effets de confinement sur la profondeur de pénétration de l’intrus  $d$  en fonction de la vitesse d’impact  $v_c$  pour différents tailles du récipient.

Seguin *et al.* (2009) ont abordé également cette thématique en étudiant l’impact d’une bille en acier ou polyamide sur un lit granulaire mono-disperse sec et dense constitué de billes de verre. Le diamètre du projectile est compris dans la gamme  $5\text{ mm} - 40\text{ mm}$  et le diamètre des billes varie entre  $300\ \mu\text{m} - 400\ \mu\text{m}$ . Le montage expérimental utilisé par l’auteur est schématisé sur la figure 1.39a. Le paramétrage indiqué sur cette figure correspond au diamètre du récipient ( $D$ ), la hauteur du récipient rempli à ras bord de grains ( $b$ ), le diamètre du projectile ( $d$ ), la hauteur de lâché ( $h$ ), la profondeur de pénétration ( $\delta$ ) et la hauteur totale parcourue ( $H = h + \delta$ ). Une image obtenue lors de l’impact de la sphère est aussi observée dans la figure 1.39b.

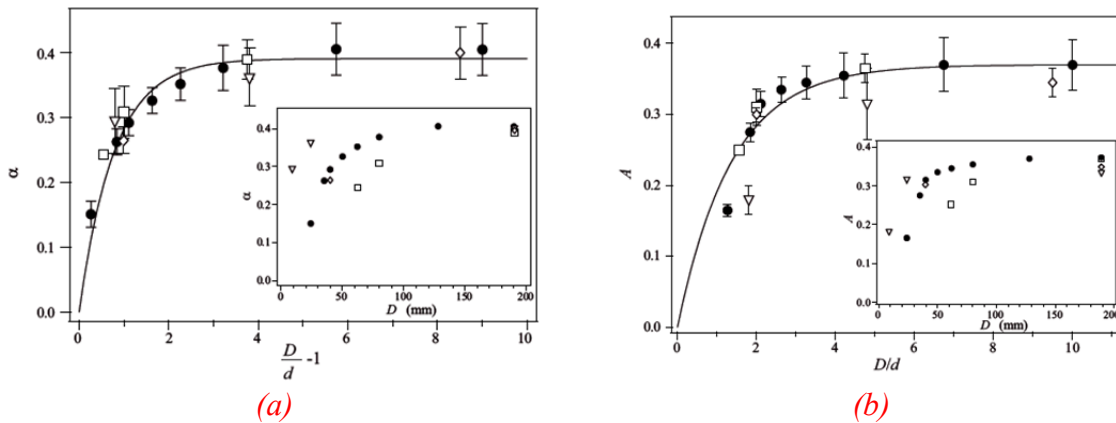


**Figure 1.39** – Étude de Seguin *et al.* (2008) où on observe (a) un schéma du dispositif expérimental utilisé par l’auteur et (b) une photo prise au moment de l’impact qui montre l’éjection des grains. L’objet qui impacte est une bille d’acier de  $40\text{ mm}$  de diamètre et le lit granulaire est constitué de billes de verre de diamètre  $200\ \mu\text{m}$ .

Seguin *et al.* ont aussi exploré l’influence du diamètre du récipient sur la profondeur de pénétration du projectile et le *temps d’arrêt*. L’expression que les auteurs proposent pour décrire la dépendance entre la profondeur maximale de pénétration  $\delta$  et le reste des paramètres s’exprime de la façon suivante:

$$\frac{\delta}{d} = A \left( \frac{\rho}{\rho_g} \right)^\beta \left( \frac{H}{d} \right)^\alpha \quad (1-11)$$

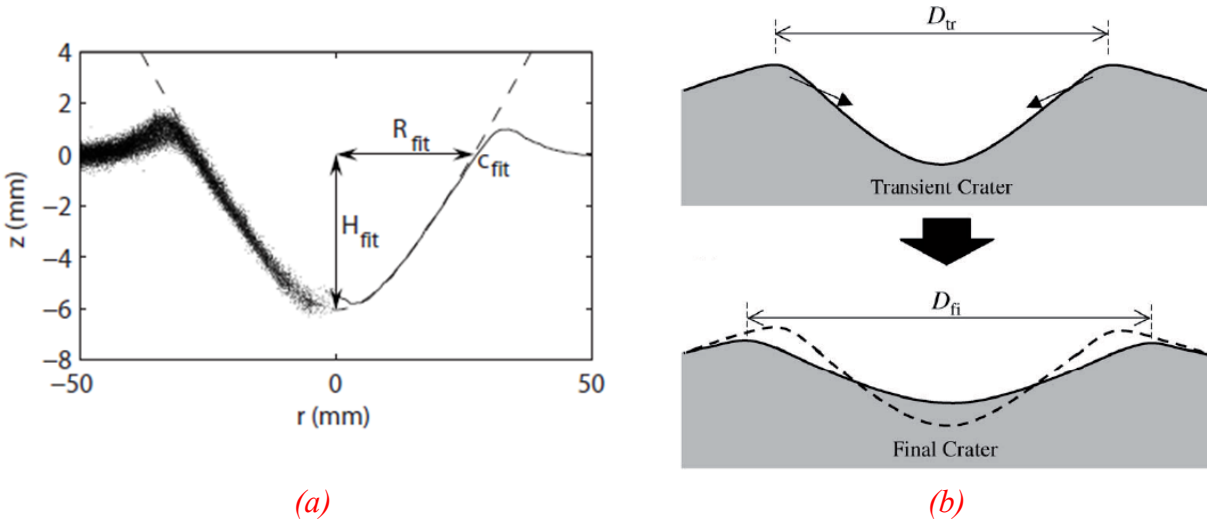
où la paire  $(\rho, \rho_g)$  correspond à la masse volumique du projectile et des grains et le triplet  $(A, \alpha, \beta)$  des coefficients numériques qui contrôlent la profondeur d'enfoncement. L'évolution de  $A$  et  $\alpha$  est montrée sur la figure 1.40a et 1.40b en fonction de la distance effective de séparation entre la bille et les parois du récipient  $\left(\frac{D}{d} - 1\right)$ . Des variations significatives de ces deux paramètres sont observées pour des valeurs de  $\frac{D}{d} < 4$ . Dans cette situation  $A$  et  $\alpha$  décroissent d'une manière exponentielle avec  $\frac{D}{d}$ . Un comportement similaire est observé pour la distance de pénétration  $\delta$ .



**Figure 1.40** – (a) Variation du paramètre  $\alpha$  en fonction du  $\left(\frac{D}{d} - 1\right)$ . (b) Variation du paramètre  $A$  en fonction de  $\frac{D}{d}$ . Ces deux courbes ont été obtenues en variant le diamètre des billes et du récipient. La ligne continue correspond à un ajustement de type exponentiel. Les inserts dans les deux cas montrent la variation de  $\alpha$  et  $A$  en fonction du diamètre du récipient  $D$ , ce qui montre que le rapport  $\frac{D}{d}$  permet de regrouper les données.

Ce résultat nous suggère que l'objet ne perçoit pas la présence des parois verticales, sauf quand il en est suffisamment proche. La valeur précise peut dépendre de plusieurs autres propriétés qui n'ont pas été explorées en détail comme la rugosité et la forme des grains, et la rugosité des parois.

Finalement, la morphologie et la forme qu'adopte la surface d'un lit granulaire lors de l'impact d'un objet a été aussi l'objet de nombreuses études. Par exemple, S. De Vet et J. de Bruyn (2007) ont caractérisé la morphologie du cratère d'impact en fonction de l'énergie du projectile et des autres paramètres comme la masse de l'objet, son rayon, etc (figure 1.41a). On verra que la forme du cratère a une similitude avec la déformation de la surface lors de la pénétration d'une sphère que nous avons observée dans nos expériences. Yamamoto et al (2006) s'est intéressé aussi à l'évolution du profil de cratère en trouvant que la nature des particules constituant l'empilement influence le processus de formation notamment lors des étapes d'excavation (régime transitoire) et collapse de cette structure (étape finale du cratère). La figure 1.41b montre un schéma de ces étapes.



**Figure 1.41** – Morphologie de la région d'impact. (a) Evolution de la profondeur  $H_{fit}$  et du rayon du cratère  $R_{fit}$  d'après l'étude de De Vet et De Bruyn (2007) pour le cas de l'impact d'une sphère sur un lit granulaire. (b) Régime transitoire et final dans la formation d'un cratère d'après l'étude de Yamamoto *et al.* (2006). Le paramètre  $D_{tr}$  désigne le diamètre du cratère dans le premier régime et  $D_{fi}$  le diamètre dans la situation finale.

### 1.3 CONCLUSION

Nous nous intéresserons dans cette thèse à la compréhension des différences importantes de force en pénétration et en extraction qui ont été rapportées récemment. Nous étudierons en particulier l'origine possible de cette asymétrie par le champ de gravité et les conditions aux limites. Nous caractériserons par ailleurs la déformation de l'interface associée à la pénétration et à l'extraction. Enfin, nous tenterons de relier la force globale de résistance de mouvement d'un objet au champ de contrainte local engendré par son mouvement.

Après la description des dispositifs expérimentaux, nous présenterons au prochain chapitre des mesures systématiques de force de résistance à la pénétration d'un cylindre et d'une sphère que nous analyserons ensuite en termes de coefficient de frottement effectif avant de terminer par deux tentatives de modélisation.

Nous exposerons au chapitre suivant l'influence des conditions aux limites de fond et de surface au moyen d'une part d'un fond déformable en mousse et d'autre part d'un couvercle rigide chargé disposé en surface.

Le chapitre 4 portera sur l'influence de conditions aux limites cette fois latérales par des parois rigides proches.

Nous terminerons enfin par un chapitre consacré à l'étude du champ de contrainte local obtenu par technique photoélastique sur des petits disques biréfringents en écoulement bidimensionnel autour d'un plus gros disque intrus tracté à l'horizontale. Nous nous intéresserons à la caractérisation de la rhéologie locale du milieu granulaire par l'extraction des invariants des tenseurs contrainte et déformation et des coefficients de friction et de viscosité locaux à partir d'une vision mécanique des milieux continus solides ou fluides.



## **2 FORCE EN PENETRATION**

Dans le chapitre précédent nous avons présenté un certain nombre d'études en lien avec le déplacement d'un objet dans un milieu granulaire. Dans ce chapitre, nous allons détailler les dispositifs expérimentaux utilisés pour notre étude ainsi que les résultats obtenus concernant les mesures de force sur un objet en déplacement dans un empilement de grains dense et sec.

### **2.1 DISPOSITIFS EXPERIMENTAUX**

#### **2.1.1 Description des installations**

Pour ce travail expérimental, nous avons utilisé essentiellement deux types d'installations différentes contenant le milieu granulaire: une cellule rectangulaire et un récipient cylindrique.

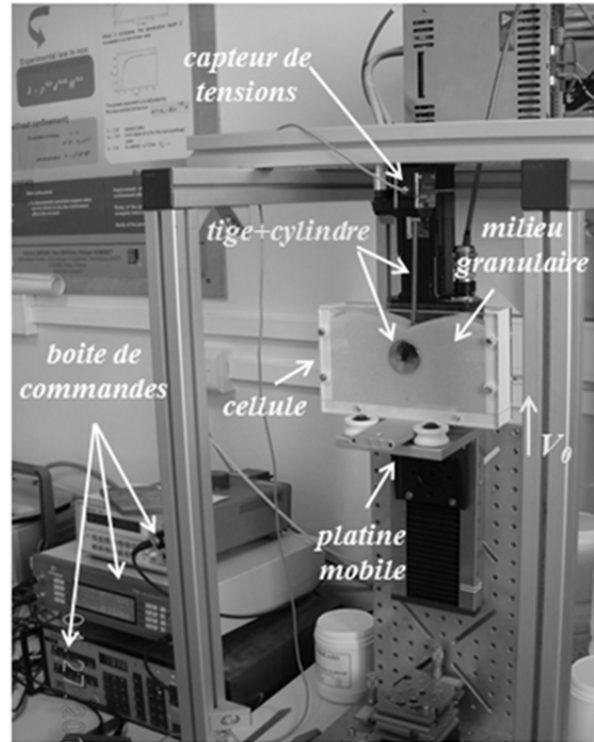
##### **a) Récipient rectangulaire**

Le récipient rectangulaire est une cellule de dimensions  $b \times L \times H = 40 \times 200 \times 115 \text{ mm}$ ,  $b$  étant l'épaisseur de la cellule,  $L$  sa longueur et  $H$  la hauteur utile. L'épaisseur  $b$  de la cellule étant petite par rapport à sa longueur  $L$ , on peut considérer ce récipient comme une cellule de type Hele-Shaw (fig. 2.1a).

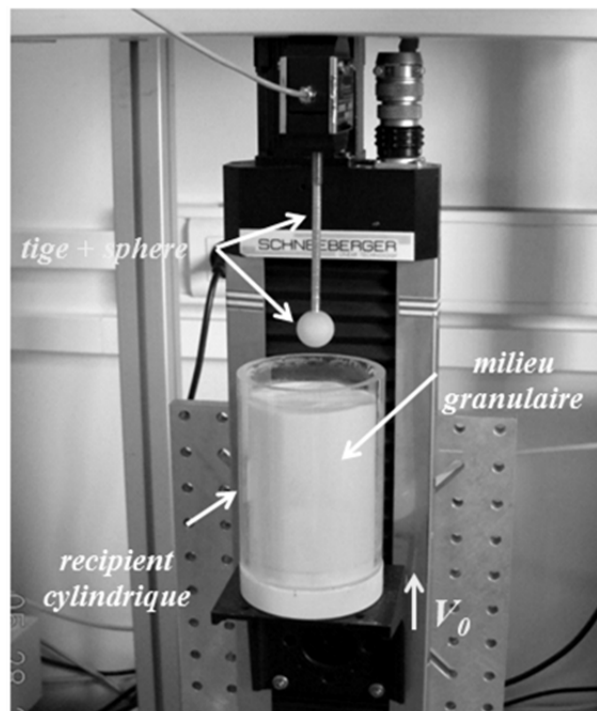
Les parois latérales et le fond du récipient sont des parois rigides en PVC. Les parois de devant et de derrière sont en verre ce qui permet la visualisation de l'écoulement des grains autour de l'objet et d'une éventuelle déformation de la surface. Le récipient est fixé à une platine de déplacement, contrôlée par ordinateur, qui peut monter ou descendre à vitesse constante  $V_0$ . Pour cela, l'installation est équipée d'un moteur pas à pas de type BLS-55 fabriqué par la société MAVILOR. Sa vitesse nominale de rotation est de 3000 tr/min. La platine de déplacement, de type TMF3 fabriquée par la société SCHNEEBERGER, possède une course de 200 mm environ.

Le récipient contenant les grains est ouvert au-dessus de sorte que les grains sont en contact direct avec le fluide ambiant (ici l'air). L'objet qui rentre dans le milieu est un cylindre en laiton de diamètre  $d_c$  compris dans la gamme  $10\text{mm} \leq d_c \leq 40\text{mm}$ . L'axe principal du cylindre est toujours perpendiculaire aux parois en verre. La longueur du cylindre est très légèrement inférieure à l'épaisseur de la cellule afin d'éviter un frottement important sur les parois en verre et le coincement de grains entre le cylindre et les parois. Le diamètre  $d_g$  des grains varie dans la gamme  $1\text{mm} \leq d_g \leq 4\text{mm}$ . La hauteur  $H$  du lit des grains dans ces expériences peut aller jusqu'à 100 mm.

Un guidage précis du cylindre lors de son déplacement entre les parois est réalisé afin d'éviter la possibilité que des grains trop petits puissent se coincer dans l'entrefer créé entre le cylindre et les parois en verre, ce qui risquerait d'endommager la cellule (thèse d'Antoine Seguin, 2011).



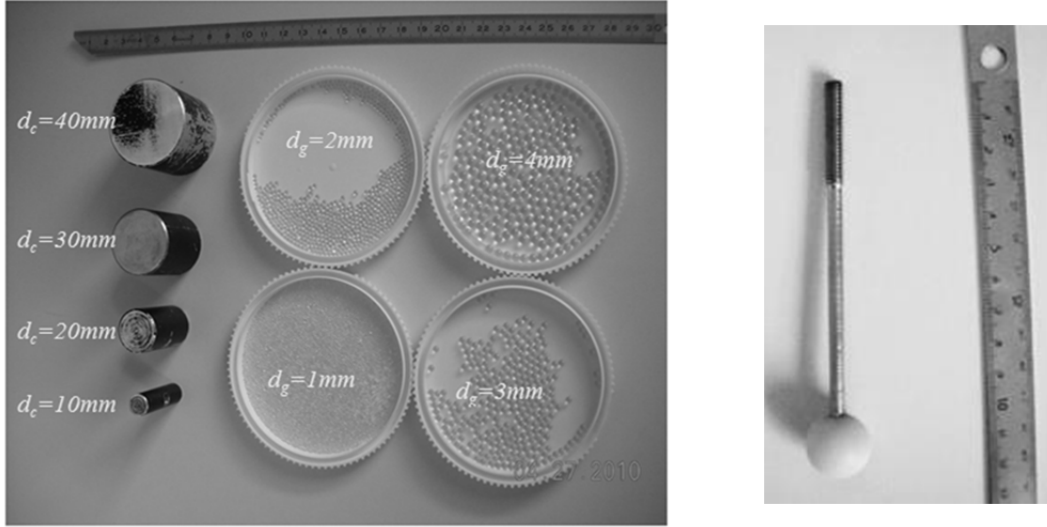
(a)



(b)

**Figure 2.1** – Dispositif expérimental avec (a) la cellule rectangulaire et (b) le récipient cylindrique.





**Figure 2.2** – Objets cylindriques (à gauche), objet sphérique (à droite) et les billes utilisées dans les deux dispositifs.

## b) Récipient cylindrique

Avec le récipient cylindrique, l'objet est une sphère en polyamide de diamètre  $d_s$  variable dans la gamme  $20\text{ mm} \leq d_s \leq 40\text{ mm}$ . Le diamètre intérieur du récipient  $D$  est variable dans la gamme  $40\text{ mm} \leq D \leq 70\text{ mm}$  et sa hauteur utile pour ces expériences peut aller jusqu'à  $H = 100\text{ mm}$ . Dans ce cas la taille des grains a été variée dans la gamme  $125\text{ }\mu\text{m} \leq d_g \leq 4\text{ mm}$ . Les éléments décrits dans le paragraphe précédent concernant le guidage de l'objet ne s'appliquent pas dans cette situation, car en trois dimensions, les coincements éventuels de grains entre l'objet et les parois ainsi que les frottements objets/parois sont inexistantes.

Dans les deux types de géométries, la vitesse de déplacement du récipient  $V_0$  (ou de l'objet selon le système de référence choisi) varie dans la gamme  $130\text{ }\mu\text{m/s} \leq V_0 \leq 50\text{ mm/s}$ .

La compacité  $\phi$  des grains est mesurée au début de chacune de nos expériences. Ce paramètre est défini par l'expression suivante:

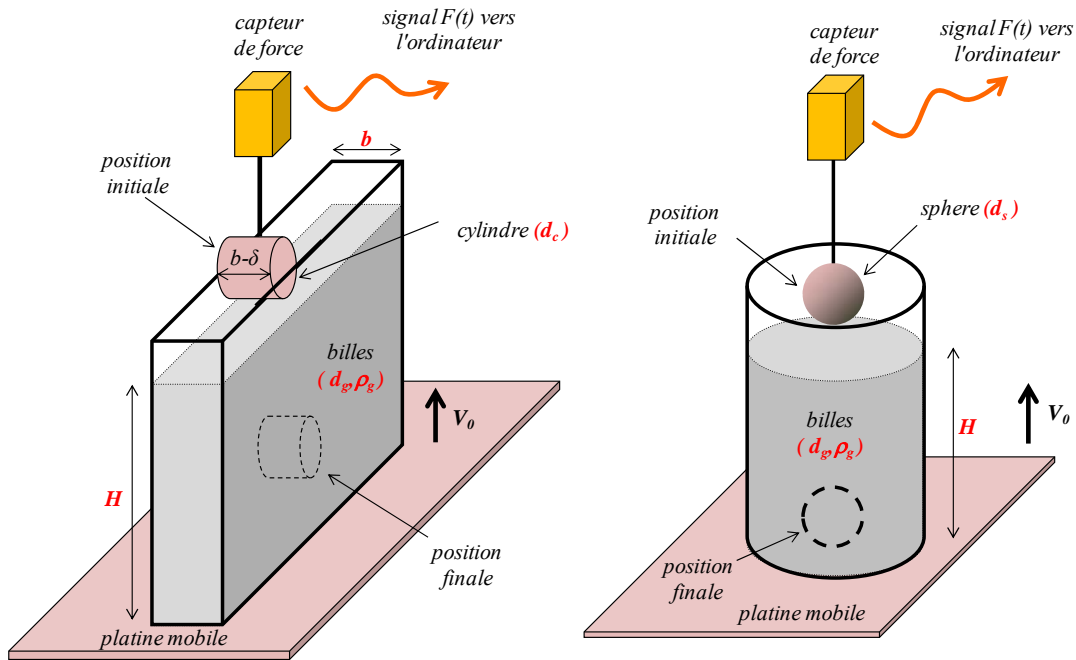
$$\phi = \frac{m}{\rho_g V_{tot}} \quad (2-1)$$

où  $m$  est la masse des grains et  $\rho_g = 2.50\text{ g/cm}^3$  leur masse volumique. Le paramètre  $V_{tot}$  représente le volume total du récipient offert aux grains. Ainsi  $V_{tot} = bLH$  pour la cellule rectangulaire et  $V_{tot} = \pi \frac{D^2}{4} H$  pour le récipient cylindrique. La compacité des grains a été variée dans la gamme  $0.58 \leq \phi \leq 0.62$ .

Pour la mesure de la force de traînée exercée sur l'objet, nous avons utilisé deux capteurs de force piézoélectriques, l'un fonctionnant dans la gamme 0-10N et l'autre dans la gamme 0-50N.

## 2.1.2 Protocole expérimental

Les expériences de pénétration sont réalisées de la façon suivante. On verse un certain volume de grains, de diamètre donné, à l'intérieur du récipient jusqu'à atteindre la hauteur d'empilement voulue. On remue les grains avec une tige afin de casser la structure des chaînes des forces créée spontanément lors du versement des grains. A la fin de cette phase de mélange, la surface des grains est égalisée doucement avec une réglette afin d'obtenir une surface lisse horizontale bien définie. Cette procédure nous donne des compacités typiques de l'ordre de  $\phi \approx 0.59$  à  $\phi \approx 0.62$ . Ensuite, les positions initiale et finale de déplacement de la cellule sont définies depuis l'ordinateur. Le mouvement des grains peut alors être enregistré avec une caméra placée en face de la cellule.



**Figure 2.3** – Schéma des dispositifs expérimentaux et notations utilisées pour la cellule rectangulaire (à gauche) et pour le récipient cylindrique (à droite).

L' "équipage" monté sur le capteur de force est constitué d'une tige et de l'objet lui-même (cylindre ou sphère). L'objet est relié par une tige verticale au capteur de force piézoélectrique situé juste au-dessus et qui peut travailler aussi bien en compression qu'en traction.

Le capteur se trouve initialement en légère traction à cause du poids de l'équipage (objet + tige). Une fois l'objet entré dans l'empilement, le capteur se retrouve en compression. L'ordinateur enregistre simultanément la position de la platine mobile et la tension fournie par le capteur de force. On obtient ainsi comme données de ces expériences la force exercée sur l'objet, la position de la platine et le temps. Les mesures de tension sont acquises par l'ordinateur et traduites en unités de force via un étalonnage préalable du capteur à l'aide de masses connues.

## 2.2 DEFORMATION DE L'INTERFACE

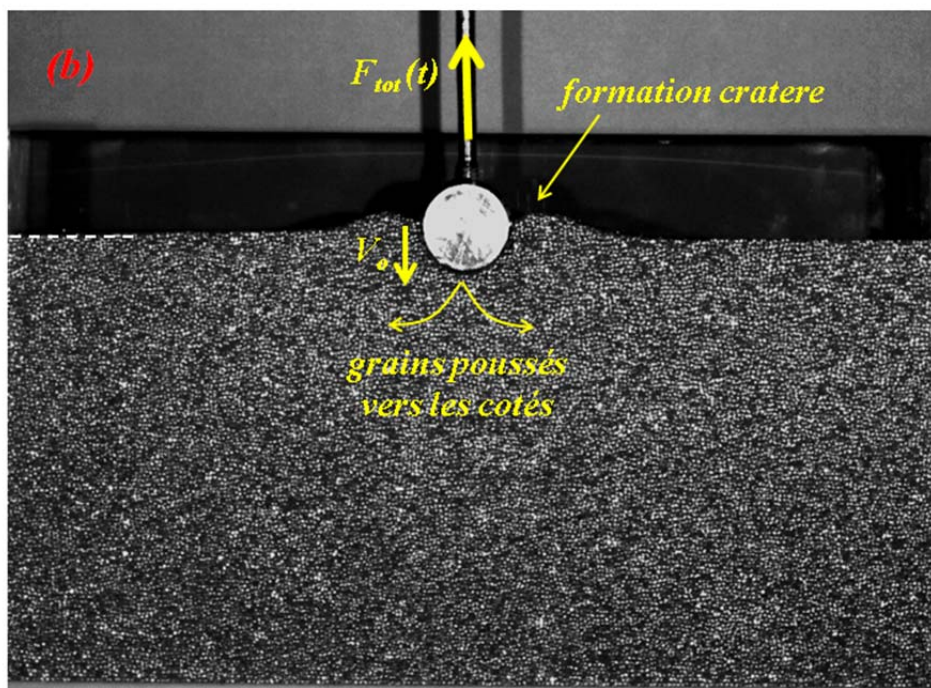
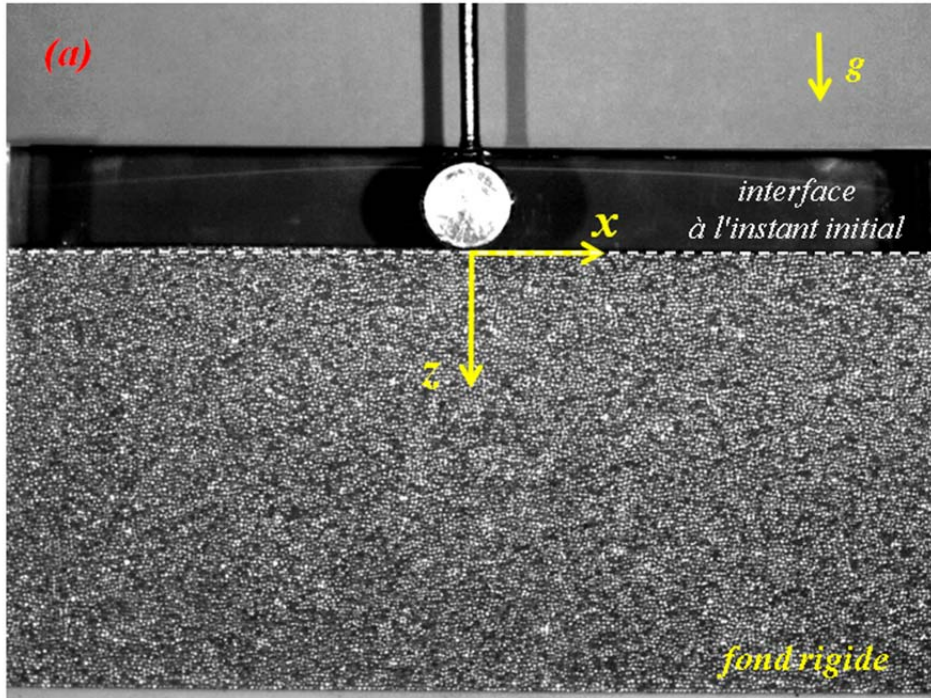
### 2.2.1 Description qualitative

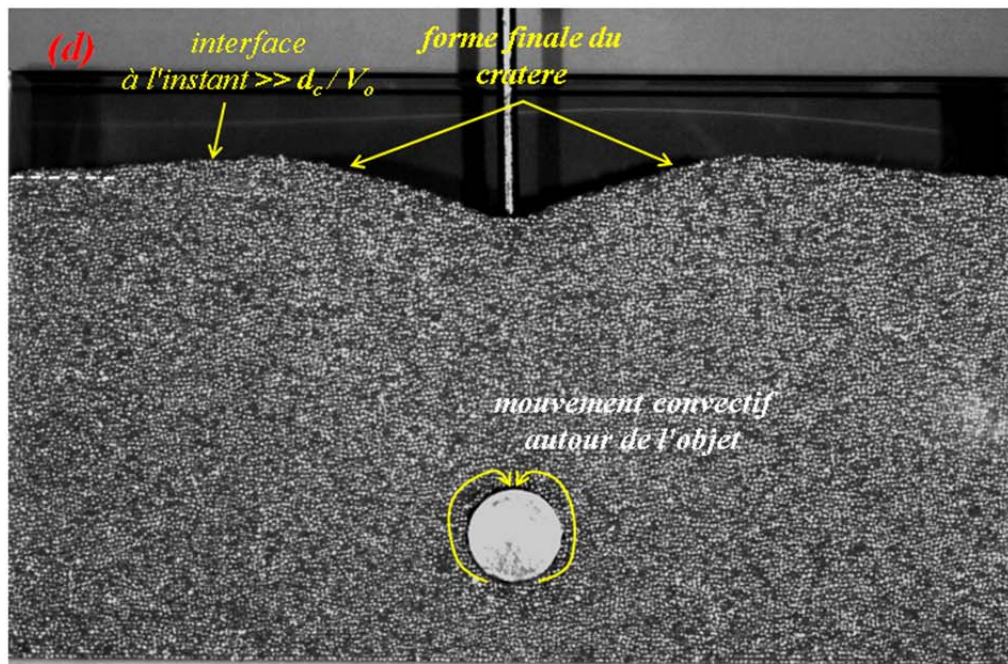
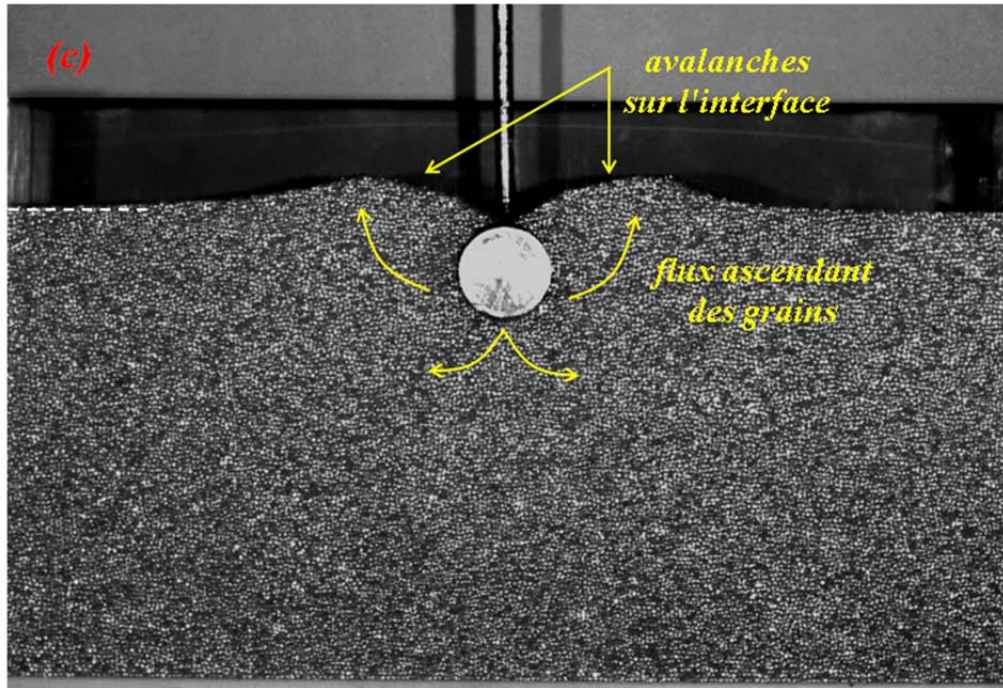
Dans cette partie du manuscrit, nous allons nous consacrer essentiellement aux expériences de pénétration d'un cylindre dans le récipient rectangulaire. La figure 2.4a montre la définition des axes cartésiens  $(x, z)$  où  $z = 0$  correspond à la surface libre initiale, et  $x = 0$  au centre de l'objet dont l'extrémité inférieure sera notée  $z_b$ .

La figure 2.4b montre la déformation de la surface libre lorsque l'objet a parcouru une distance  $z_b \simeq \frac{d_c}{2}$ . On observe les premières étapes de la formation d'un cratère autour de l'objet. De même, les images enregistrées montrent l'apparition d'un flux de grains qui remonte jusqu'à la surface. Nous verrons par la suite comment cette déformation peut s'expliquer à partir des profils de vitesse caractérisés lors de la thèse d'Antoine Seguin (2011) et présentés en introduction (cf. § 1.1).

La figure 2.4c montre une photo de l'expérience pour la profondeur  $z_b \simeq d_c$ . Le cylindre est alors presque complètement immergé dans le milieu granulaire et le cratère commence à prendre sa forme définitive. Des avalanches en surface contribuent notamment à la formation de cette structure.

Finalement, la figure 2.4d montre la situation où le cylindre se trouve très éloigné de la surface ( $z_b \gg d_c$ ) et proche du fond ( $H - z_b \simeq d_c$ ). Dans cette situation des rouleaux de circulation des grains apparaissent autour de l'objet et la forme de la surface libre n'évolue plus, caractérisée par une forme de cratère définitive. Ces rouleaux sont localisés au voisinage du cylindre (Seguin *et al.*, 2013) ce qui explique qu'au-delà d'une certaine profondeur du cylindre, leur rayon d'influence n'atteint plus la surface libre.





**Figure 2.4** – Photos de l'empilement à différents instants de la pénétration (a)  $z_b = 0$  (b)  $z_b = d_c/2$  (c)  $z_b = d_c$  (d)  $z_b \gg d_c$ . La ligne en pointillés représente l'interface à l' instant initial. Ici  $d_c = 20 \text{ mm}$ ,  $d_g = 1 \text{ mm}$  et  $V_0 = 3 \text{ mm/s}$ .

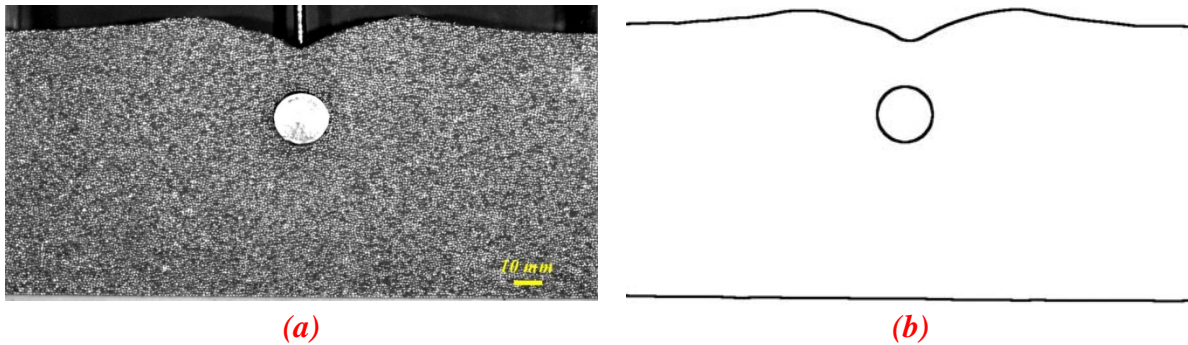
### 2.2.2 Déformation du cratère

Un apport important du travail de Seguin *et al.* (2011) est la caractérisation du champ de vitesse des grains autour d'un objet se déplaçant dans un milieu granulaire. Nous nous proposons de mettre à profit ce modèle afin de voir s'il permet de rendre compte de la déformation de la surface libre observée sur les figures 2.4.

#### Description des expériences et détection de l'interface

Dans nos essais, l'objet est un cylindre qui se déplace à une vitesse  $V_0 = 2 \text{ mm/s}$  dans un empilement de grains de diamètre  $d_g = 1 \text{ mm}$ . Tant le protocole de préparation des grains que le protocole pour la mesure de force restent les mêmes que ceux décrits au début de ce chapitre. Une caméra placée en face de la cellule et fixe dans le repère du laboratoire nous permet d'enregistrer la déformation du milieu à tout instant. Les images sont enregistrées à la fréquence  $f = 20 \text{ Hz}$ . Cette fréquence conduit à un déplacement moyen du cylindre entre deux images consécutives de  $\Delta z = V_0 f = 0.1 \text{ mm}$ .

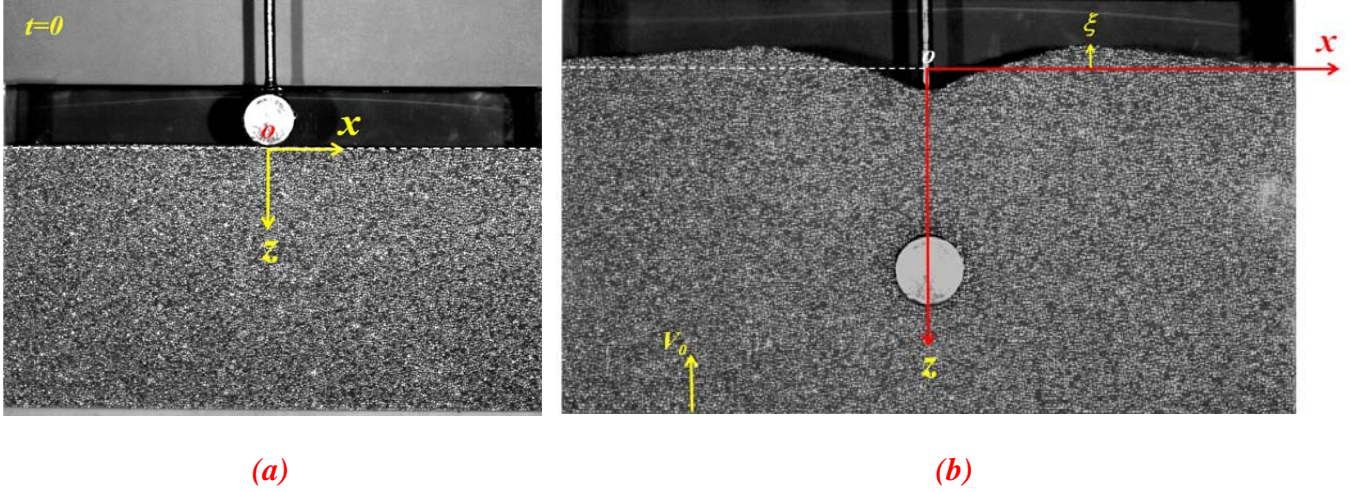
En ce qui concerne le traitement d'images, nous avons suivi une procédure qui consiste essentiellement à supprimer de l'image originale les particules pouvant la « polluer », puis à la binariser. Pour cela, nous avons utilisé les dispositifs de traitement fournis par le logiciel libre ImageJ. La figure 2.5a montre l'image originale et la figure 2.5b montre le résultat après traitement et détection de l'interface.



**Figure 2.5** – Traitement d'images adopté pour la détection de l'interface, où nous avons (a) l'image originale et (b) l'image obtenue après le traitement à partir du logiciel ImageJ.

#### Paramétrage et calcul du champ de déplacements

Le déplacement de l'interface (et sa vitesse) au cours du temps va être déterminé à partir des acquisitions vidéo. Les figures 2.6 présentent les notations utilisées: un point quelconque sur l'interface sera caractérisé par ses coordonnées  $(x, z)$  définies dans le référentiel du récipient, où  $x$  est la position horizontale de ce point et  $z = \xi$  la déformation de l'interface par rapport à l'état initial.



**Figure 2.6** – Définition des paramètres caractéristiques de notre expérience de pénétration d'un cylindre dans le référentiel du récipient. (a) Situation correspondant à l'instant initial  $t = 0$ . (b) Situation correspondant à un instant ultérieur  $t > 0$ . La ligne en pointillés représente l'état de l'interface air/grains à l' instant initial.

Dans le référentiel du cylindre (référentiel du laboratoire) la position de ce même point sera caractérisée par les coordonnées  $(x, z)$ , où  $z = \xi + V_0 t$ , avec  $V_0$  la vitesse de remontée du milieu granulaire. Par ailleurs, la vitesse  $\vec{V}$  (dans le repère du cylindre) d'un point quelconque à l'intérieur du milieu granulaire est donnée par le modèle cinématique proposé par Seguin *et al.* (2011, 2013). D'après ce modèle, la vitesse  $\vec{V}$  d'un point du milieu granulaire est décrite en coordonnées polaires de la manière suivante:

$$\vec{V} = u_r \hat{r} + u_\theta \hat{\theta} \quad (2-2)$$

$$\text{avec } u_r = -V_0 A_r(r) \cos \theta \quad \text{et} \quad u_\theta = V_0 A_\theta(r) \sin \theta$$

où  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$  est la coordonnée radiale,  $\theta$  la coordonnée angulaire et  $A_r(r)$  et  $A_\theta(r)$  sont des fonctions d'amplitude qui ne dépendent que de  $r$ . La détermination de ces fonctions révèle l'existence d'une échelle de longueur intrinsèque à la pénétration  $\lambda$  qui rend compte du rayon d'influence du cylindre et d'une longueur de glissement  $\lambda_s$ . Elles s'écrivent de la façon suivante :

$$A_r(r) = \frac{r - \frac{d_c}{2} + \lambda_s}{r} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{r - \frac{d_c}{2}}{\lambda}\right) \right] \quad (2-3)$$

$$A_\theta(r) = 1 + \frac{r - \frac{d_c}{2} + \lambda_s - \lambda}{\lambda} \exp\left(-\frac{r - \frac{d_c}{2}}{\lambda}\right)$$

Une transformation matricielle, nous permet alors de ré-exprimer les composantes horizontale et verticale de  $\vec{V}$  dans un repère cartésienne solidaire du cylindre:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{V_0}{2} \sin \theta (A_\theta(r) - A_r(r)) \quad (2-4)$$

$$v_z = \frac{dz}{dt} = V_0(A_r(r) \sin^2 \theta + A_\theta(r) \cos^2 \theta) \quad (2-5)$$

Il nous reste alors à déterminer la vitesse verticale dans le repère du laboratoire. Cette composante s'écrit simplement:

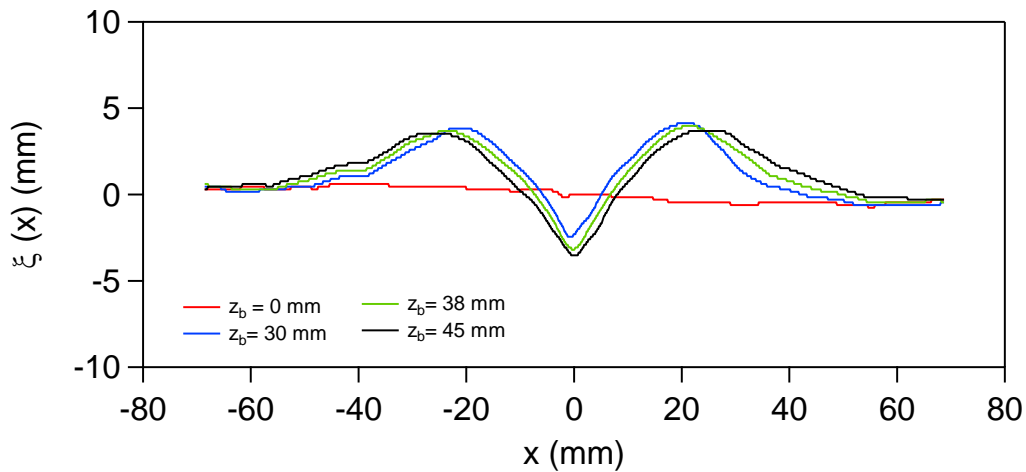
$$\frac{d\xi}{dt} = v_z - V_0 \quad (2-6)$$

Cette approche de type lagrangienne nous amène alors à un système d'équations différentielles du premier ordre qui peut être intégré numériquement de façon à calculer la position de l'interface à tout instant. Pour cela, nous avons choisi d'utiliser une méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 pour la résolution de ces équations, qui nous permet d'obtenir des erreurs d'approximation de l'ordre  $O(\Delta t^5)$ .

### Résultats

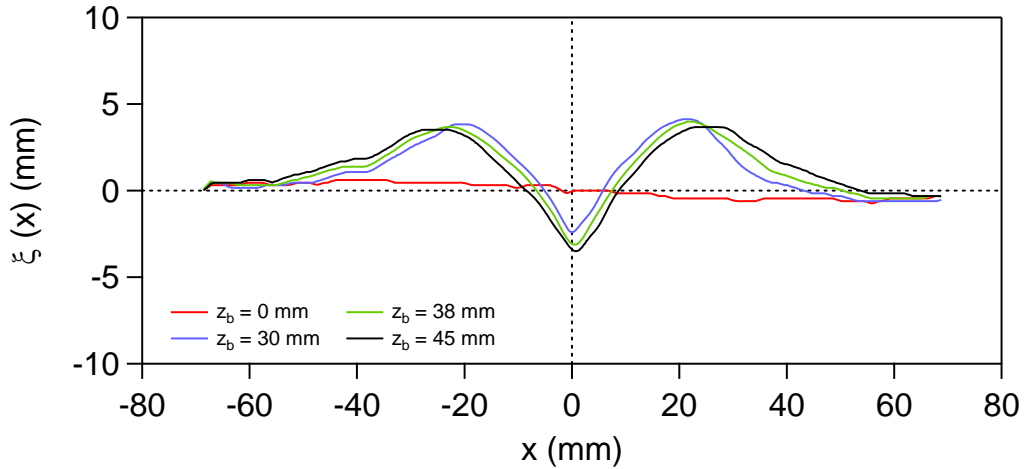
Les résultats qui seront présentés dans la suite ont été déterminés pour un cylindre de diamètre  $d_c = 20 \text{ mm}$ , des grains de taille  $d_g = 1 \text{ mm}$  et une vitesse de remontée de la cellule  $V_0 = 3 \text{ mm/s}$ .

La figure 2.7a montre les profils expérimentaux de l'interface obtenus à partir des acquisitions vidéo, pour différentes profondeurs  $z_b$  du cylindre. Les mesures « brutes » pixellisées peuvent être lissées par filtrage en effectuant une moyenne glissante sur des intervalles de taille 10 pixels. Ce sont ces profils que nous utiliserons par la suite pour caractériser la surface (hauteur maximale des bosses, diamètre du cratère et angles d'avalanche). Les profils ainsi obtenus sont montrés sur la figure 2.7b.



(a)

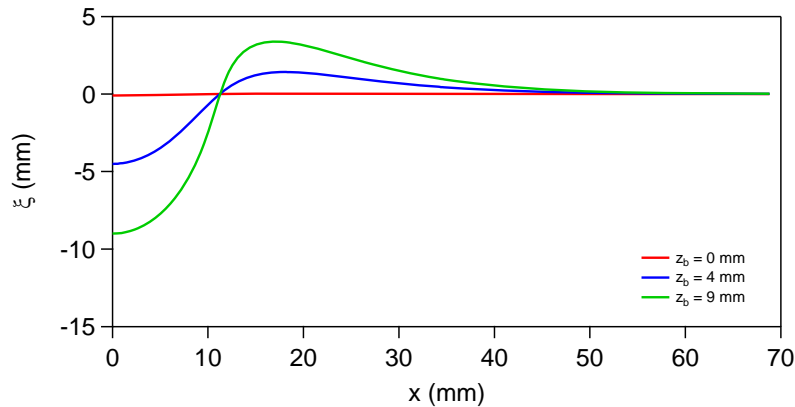




(b)

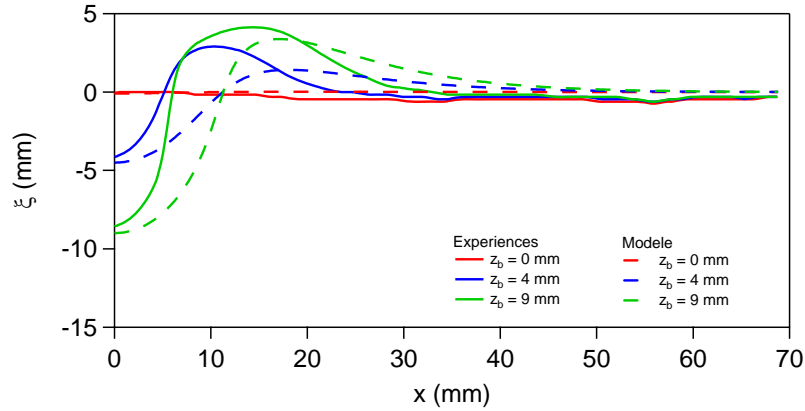
**Figure 2.7** – Résultats de la détection de l'interface pour quatre instants différents de la pénétration du cylindre ( $d_c = 20\text{ mm}$ ,  $V_0 = 3\text{ mm/s}$  et  $d_g = 1\text{ mm}$ ). Pour  $z_b = 0\text{ mm}$  (rouge),  $z_b = 30\text{ mm}$  (bleu),  $z_b = 38\text{ mm}$  (vert) et  $z_b = 45\text{ mm}$  (noir), avec (a) les profils bruts et (b) les profils obtenus à l'aide d'une moyenne glissante sur 10 pixels des données brutes.

L'ensemble des équations (2-2) à (2-6) permet par ailleurs de calculer les profils de l'interface à différents instants (fig. 2.8). Compte tenu de la symétrie du problème, on se restreindra à  $x > 0$ .



**Figure 2.8** – Interfaces obtenues numériquement à partir du modèle cinématique de Seguin *et al.* (2011, 2013) pour quatre positions différentes du cylindre  $z_b$ .

Sur l'intervalle  $0\text{ mm} \leq x \leq 10\text{ mm}$ , on observe que le profil détecté suit la forme du cylindre. Pour  $x > 10\text{ mm}$  l'interface atteint un maximum localisé très proche du cylindre puis décroît lentement vers la valeur  $\xi = 0$ . La figure 2.9 compare ces profils avec nos profils expérimentaux à différents instants. On observe en général un accord raisonnable entre les valeurs maximales des profils, mais un décalage par rapport aux abscisses.

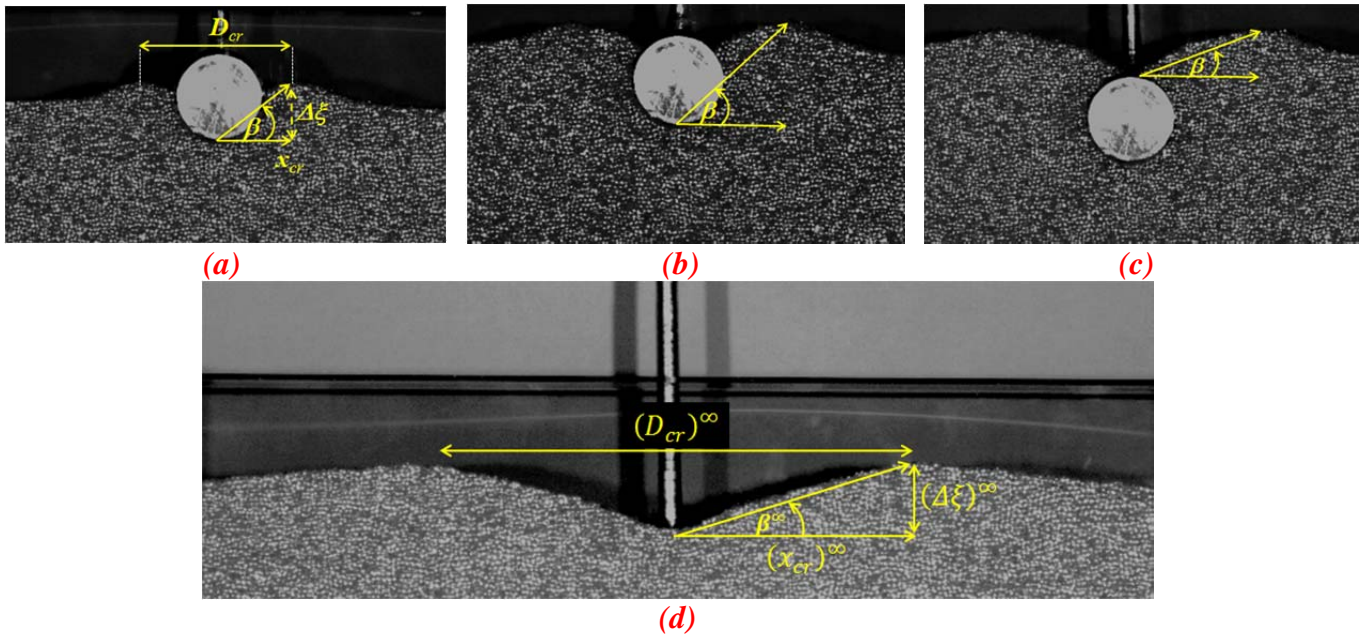


**Figure 2.9** – Comparaison entre les interfaces obtenues numériquement (lignes en pointillés) et expérimentalement (lignes pleines) pour trois positions différentes du cylindre  $z_b$ .

### Étude du cratère créé par le cylindre

À partir du champ de déplacement  $\xi(x, t)$  que nous venons de déterminer, on peut accéder également aux paramètres permettant de caractériser le cratère créé à la surface lors de la pénétration du cylindre. Ces variables sont essentiellement le diamètre du cratère  $D_{cr}$ , sa profondeur  $\Delta\xi$  et sa pente moyenne  $\tan \beta = 2\Delta\xi/D_{cr}$  qui dépendra de l'amplitude maximale (ou sommet) de l'interface  $\Delta\xi = \xi(x_{cr}) - \xi(0)$ . Les paramètres  $D_{cr}$ ,  $\Delta\xi$  et l'angle  $\beta$  sont représentés sur la figure 2.10a. Tous ces paramètres ont été calculés à droite et à gauche de l'axe de pénétration, et sont fonction du temps.

La séquence d'images 2.10a-c montre l'évolution de l'angle  $\beta$  au cours de la pénétration du cylindre. La figure 2.10d correspond à la situation où le cylindre est entré profondément dans l'empilement. Dans cette situation, les variables que nous venons de définir seront indiquées par le symbole  $\infty$ .



**Figure 2.10** – Définition des paramètres pour la caractérisation du cratère.

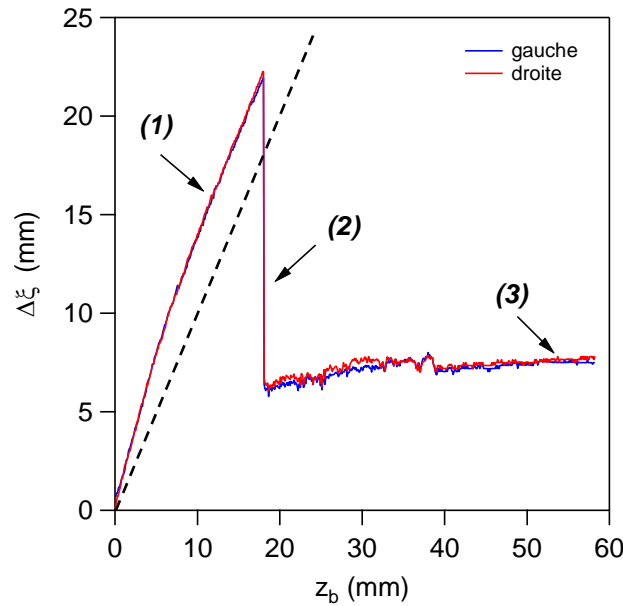
Compte tenu de la symétrie du problème, ces variables sont déterminées aisément par les formules suivantes:

$$D_{cr} \simeq |x_{cr}^{(g)}| + |x_{cr}^{(d)}| \quad (2-7)$$

$$\tan(\beta) \simeq \frac{\Delta\bar{\xi}}{\bar{x}_{cr}} \quad (2-8)$$

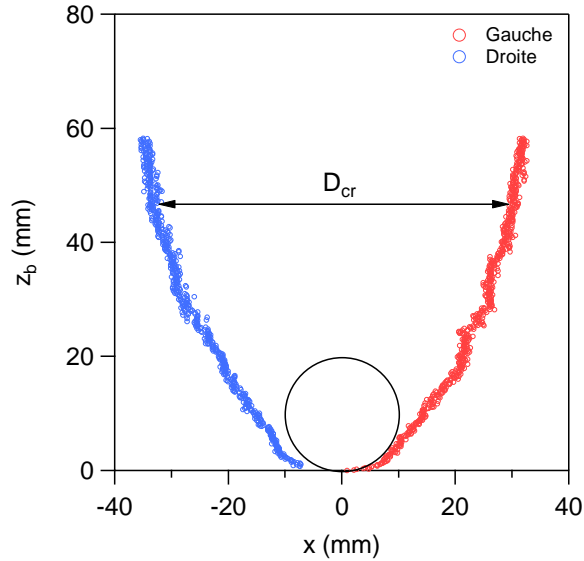
où les notations (d) et (g) font respectivement référence aux grandeurs déterminées à droite et à gauche de l'axe de pénétration et  $\Delta\bar{\xi} = (\Delta\xi^{(g)} + \Delta\xi^{(d)})/2$

La figure 2.11 montre l'évolution de l'amplitude du sommet  $\Delta\xi$  en fonction de la profondeur du cylindre  $z_b$  à droite et à gauche de l'axe de pénétration. Ces courbes montrent une symétrie évidente droite/gauche. La partie (1) correspond à la situation transitoire où l'objet commence à entrer dans l'empilement. Ici, l'amplitude du cratère est pilotée essentiellement par la partie du cylindre qui est entrée dans le milieu granulaire. Le fait que  $\Delta\xi > z_b$  montre que les bosses sont créés par le cylindre et que le cratère ne s'est pas encore refermé au-dessus du cylindre. La refermeture du cratère se traduit par la partie (2) de la courbe à  $z_b \simeq 18mm$ , soit  $z_b \simeq d_c$ . Ce comportement, de très courte durée, voit l'amplitude  $\Delta\xi$  tomber violemment d'une valeur de l'ordre de 23 mm ( $> d_c$ ) vers une valeur autour de 6 mm ( $< d_c$ ). Au-delà,  $\Delta\xi$  montre un comportement asymptotique vers la valeur de saturation  $(\Delta\xi)^\infty \simeq 8 mm$  (partie (3)).



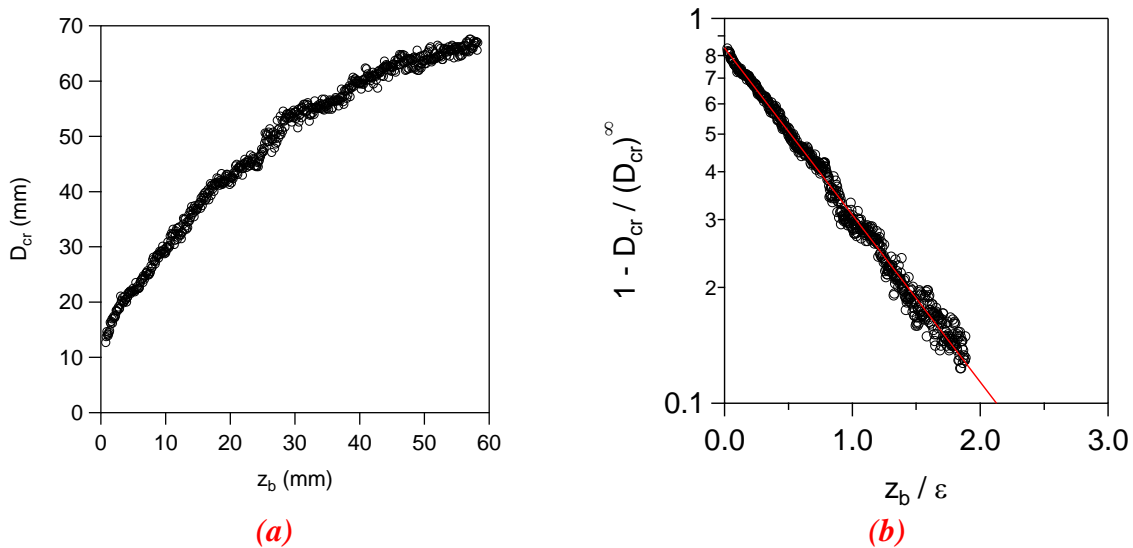
**Figure 2.11** – Variation de l'amplitude de la bosse à droite (rouge) et à gauche (bleu) du cylindre. La ligne pointillée représente la droite de pente 1.

Nous avons réalisé un suivi de la variation de la coordonnée horizontale des sommets,  $x_{cr}^{(g)}$  et  $x_{cr}^{(d)}$ , en fonction de  $z_b$  (fig. 2.12). Pour une profondeur donnée, l'écart entre les courbes définit le diamètre du cratère  $D_{cr}$ . Ces courbes montrent que la valeur de saturation  $(x_{cr})^\infty \sim 35mm$  est atteinte pour une profondeur déterminée ici à  $z_b \gtrsim 50 mm$  (lignes en pointillés).



**Figure 2.12** – Variation de la coordonnée horizontale des sommets à droite (rouge) et à gauche (bleu) en fonction de  $z_b$ . On observe clairement la symétrie des courbes et l'évolution du diamètre du cratère.

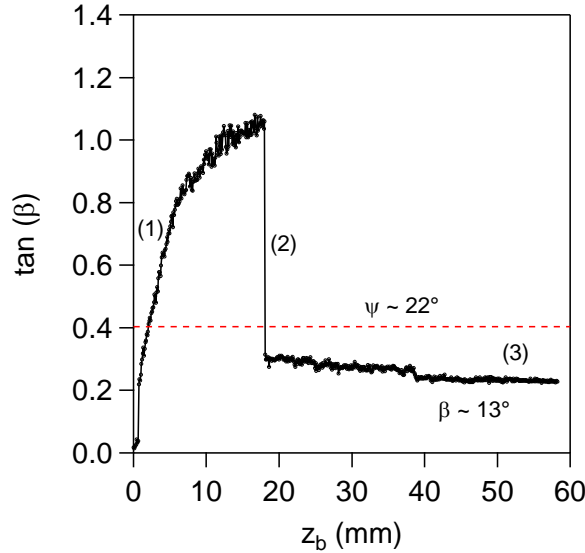
L'évolution du diamètre du cratère  $D_{cr}$  en fonction de  $z_b$  est montrée sur la figure 2.13a. Cette évolution peut être représentée par un ajustement exponentiel de la forme  $D_{cr} = (D_{cr})^\infty \left(1 - \exp\left(-\frac{z_b}{\epsilon}\right)\right)$ , avec  $(D_{cr})^\infty = (77.1 \pm 0.3)mm$  et  $\epsilon \approx 30.9mm$ , mis en évidence dans un tracé semi-logarithmique entre les grandeurs  $1 - \frac{D_{cr}}{(D_{cr})^\infty}$  versus  $\frac{z_b}{\epsilon}$  (fig. 2.13b).



**Figure 2.13** – Variation du diamètre du cratère  $D_{cr}$  en fonction de  $z_b$  dans un tracé (a) linéaire et (b) semi-logarithmique. La ligne continue représente un ajustement exponentiel de pente 1.

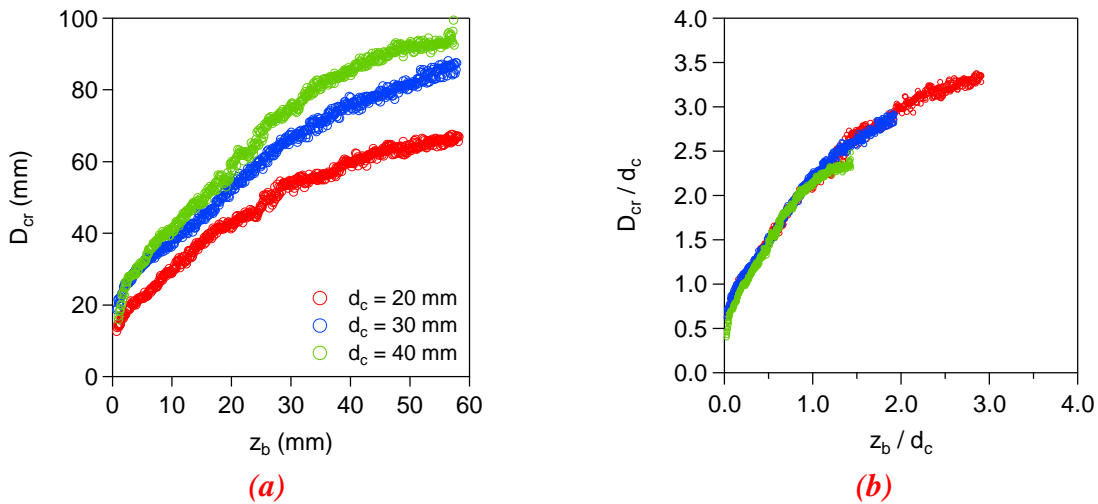
À partir de  $x_{cr}$  et  $\Delta\bar{\xi}$  nous pouvons déterminer la pente moyenne  $\beta$  du cratère. La figure 2.14 montre une forte croissance initiale sur la partie (1) de la courbe. L'angle peut alors dépasser l'angle d'avalanche interne du matériau  $\tan \psi$  avec  $\psi \approx 22^\circ$  car le cylindre « retient » les avalanches.  $\beta$  décroît ensuite

rapidement à la profondeur  $z_b \approx d_c$  lors de la refermeture du cratère (partie (2)) par avalanches à une valeur significativement inférieure à l'angle de repos usuel ( $22^\circ$ ) car le cratère se trouve alors très hors d'équilibre avec une pente moyenne d'environ  $45^\circ$ , très supérieure à l'angle de démarrage usuel ( $25^\circ$ ) d'avalanches. Au-delà de cette profondeur, la pente du cratère n'évolue plus que faiblement, avec une légère décroissance jusqu'à une valeur asymptotique d'environ  $13^\circ$  (partie (3)).



**Figure 2.14** – Variation de la pente moyenne  $\tan\beta$  en fonction de  $z_b$ . On observe l'existence d'un régime transitoire au début de la pénétration et puis un comportement rapidement décroissant au-delà de  $z_b \approx d_c$  vers une valeur de saturation. La ligne en pointillés correspond à l'angle de friction théorique du matériau calculé ici à  $\psi \approx 22^\circ$

Pour étudier jusqu'à quel point la taille du cylindre influence ces résultats, nous avons réalisé plusieurs expériences de pénétration en variant  $d_c$  dans la gamme  $20\text{ mm} \leq d_c \leq 40\text{ mm}$ . Dans la figure 2.15a, nous montrons la variation de  $D_{cr}$  en fonction de  $z_b$  pour plusieurs valeurs  $d_c$ . Afin de déterminer le rôle joué par le diamètre du cylindre sur cette relation, nous avons divisé le diamètre du cratère et la profondeur  $z_b$  du cylindre par  $d_c$ . Ceci est tracé sur la figure 2.15b où l'on observe un regroupement des courbes montrant que  $d_c$  est naturellement la bonne échelle dans la formation du cratère.

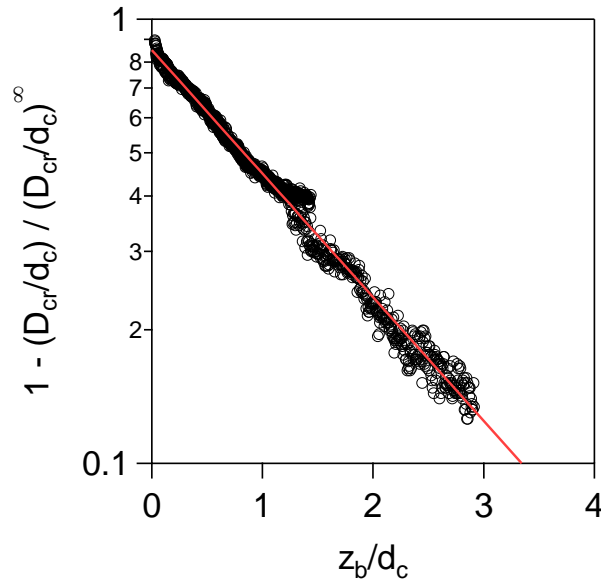


**Figure 2.15** – Effets de  $d_c$  sur le diamètre du cratère, où nous avons représenté (a)  $D_{cr}$  en fonction de  $z_b$  et (b)  $D_{cr}/d_c$  versus  $z_b/d_c$ .

Les données de la figure 2.15b peuvent être ajustées par une relation exponentielle du type:

$$\frac{D_{cr}}{d_c} = \left(\frac{D_{cr}}{d_c}\right)^\infty \left[1 - \exp\left(-\tau \frac{z_b}{d_c}\right)\right] \quad (2-9)$$

avec  $\left(\frac{D_{cr}}{d_c}\right)^\infty \simeq 3.9$  et  $1/\tau \simeq 1.6$  comme le montre le tracé semi-log de la figure 2.16.



**Figure 2.16** –Variation de  $1 - \frac{(D_{cr}/d_c)}{(D_{cr}/d_c)^\infty}$  versus  $z_b/d_c$  dans un tracé semi-log. La ligne continue (rouge) est un ajustement exponentiel.

Si nous n'avons pas réellement testé l'effet de la vitesse de déplacement de l'objet, nous sommes persuadés qu'elle n'a pas d'influence significative sur les résultats précédents, tant que cette vitesse n'est pas trop élevée.

## 2.3 MESURES DE FORCE

Cette partie du chapitre est consacrée aux mesures de la force de résistance. Dans une première étape, nous aborderons le problème de la pénétration d'un point de vue de l'analyse dimensionnelle afin d'identifier les variables qui contrôlent la valeur de la force de frottement.

Dans une seconde étape, nous montrerons les résultats effectifs de la force de résistance et sa dépendance avec la position de l'objet, les tailles des grains et de l'objet, de sa vitesse et la construction d'un coefficient de friction effectif qui nous aidera à représenter la plupart des résultats de cette thèse.

### 2.3.1 Traitement du signal de force

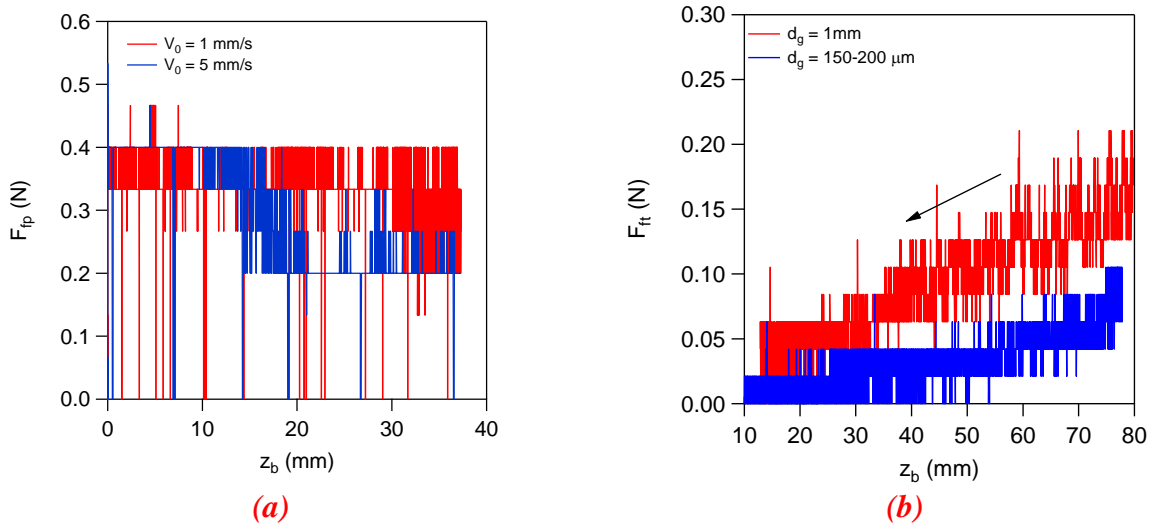
Une fois acquis le signal de force, un traitement est réalisé sur ce signal afin d'obtenir la force nette ressentie par l'objet. Pour le cas d'un cylindre, le signal de force total  $F_{tot}(t)$  prend en compte le poids de l'équipage (tige+objet)  $F_{eq}$ , la force de friction entre l'objet et les parois en verre  $F_{fp}(t)$ , la force de frottement sur la surface de la tige  $F_{ft}(t)$  et bien sûr la force ressentie par l'objet  $F(t)$ . C'est précisément cette dernière composante qui nous intéressera dans la suite de ce manuscrit. Comme le mouvement est fait à vitesse constante, la profondeur de l'objet  $z_b$  est directement proportionnelle au temps :  $z_b = V_0 t$ , où  $t = 0$  correspond à l'instant où l'objet touche la surface de l'empilement. Dans la suite, nous allons exprimer (sauf dans quelques rares cas particuliers) tous nos résultats en fonction de la profondeur de l'objet  $z_b$ . Ainsi, la force sur l'objet est déterminée par la relation:

$$F(z_b) = F_{tot}(z_b) - F_{fp}(z_b) - F_{ft}(z_b) - F_{eq} \quad (2-10)$$

Des mesures de la force entre le cylindre et les parois en verre  $F_{fp}(z_b)$  ont été faites à deux vitesses différentes, dans le récipient sans grains. La figure 2.17a montre que la valeur moyenne de cette force varie autour de 0.32 N pour une vitesse de 1 mm/s et 0.24 N pour une vitesse de déplacement de 5 mm/s. Ces valeurs sont très petites en comparaison des valeurs trouvées pour la force totale (de l'ordre de 10N ou plus) et on les considèrera donc comme négligeables pour toutes nos expériences. Ces données fournissent ainsi comme information supplémentaire la résolution du capteur, estimée ici à 0.07N.

La force de friction sur la surface de la tige  $F_{ft}(z_b)$  est déterminée en réalisant des expériences d'extraction de la tige seule. Nous avons réalisé ces expériences avec deux tailles de billes différentes ( $d_g = 1mm$  et  $d_g = 150 - 200 \mu m$ ) conduisant dans les deux cas à des valeurs de force inférieures à 0.2N (fig. 2.17b), c'est-à-dire négligeables devant  $F_{tot}$ .

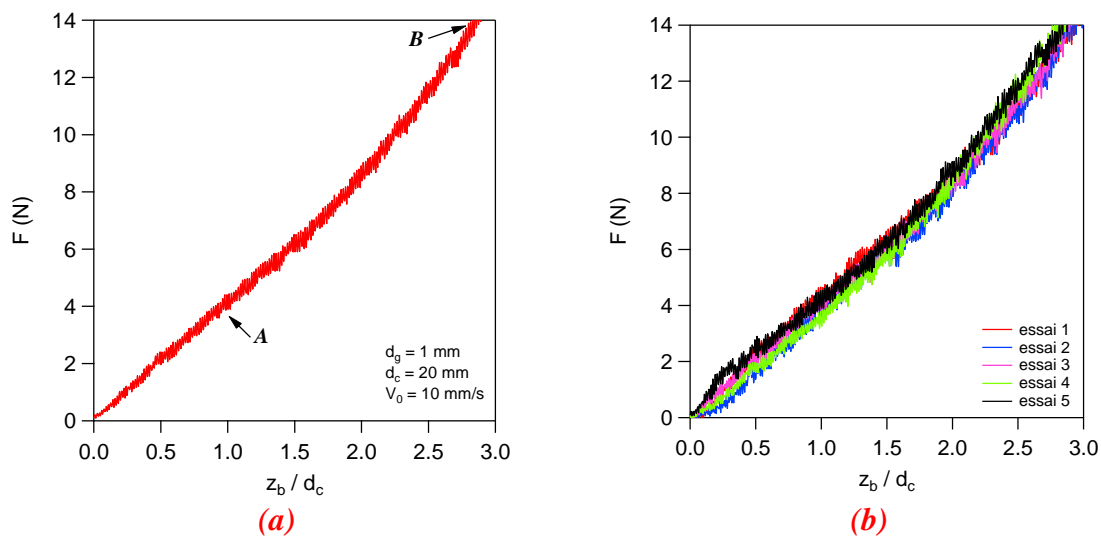
Le poids de l'équipage  $F_{eq}$  comporte le poids de l'objet et le poids de la tige. Cette force étant une constante dans chacune des expériences, elle est retirée systématiquement du signal de force. Dans la suite du manuscrit, on s'affranchira donc des termes  $F_{fp}$ ,  $F_{ft}$  et  $F_{eq}$ .



**Figure 2.17** – (a) Force de frottement sur les parois  $F_{fp}$  pour un cylindre de diamètre  $d_c = 40$  mm à la vitesse  $V_0 = 1$  mm/s (en rouge) et  $V_0 = 5$  mm/s (en bleu). (b) Force de frottement  $F_{ft}$  sur la tige de diamètre  $d_t = 4$  mm, pour deux tailles de billes différentes et  $V_0 = 5$  mm/s.

### 2.3.2 Courbe de force et reproductibilité

L'allure de la dépendance de la force de pénétration avec la profondeur est bien illustrée sur la figure 2.18a et montre que la force augmente de façon monotone avec la profondeur. Deux points caractéristiques ressortent de cette courbe. Au point A, l'objet a pénétré d'une distance de l'ordre de son diamètre ( $z_b \approx d_c$ ) et la force mesurée dans cette position est de l'ordre de 4 N. Le poids du volume de grains déplacé par le cylindre à cette profondeur, qui correspondrait à la force d'Archimède pour un fluide classique  $F_{arch} = \rho g \pi d_c^2 b / 4$ , est de l'ordre de 0.2 N et donc 20 fois plus petit que  $F$ . Ceci indique donc que dès les premiers instants de la pénétration, la force sur l'objet est très grande devant la force archimédienne classique. Le point B correspond à la situation où l'objet se trouve loin de la surface ( $z_b/d_c \gg 1$ ) mais proche du fond.



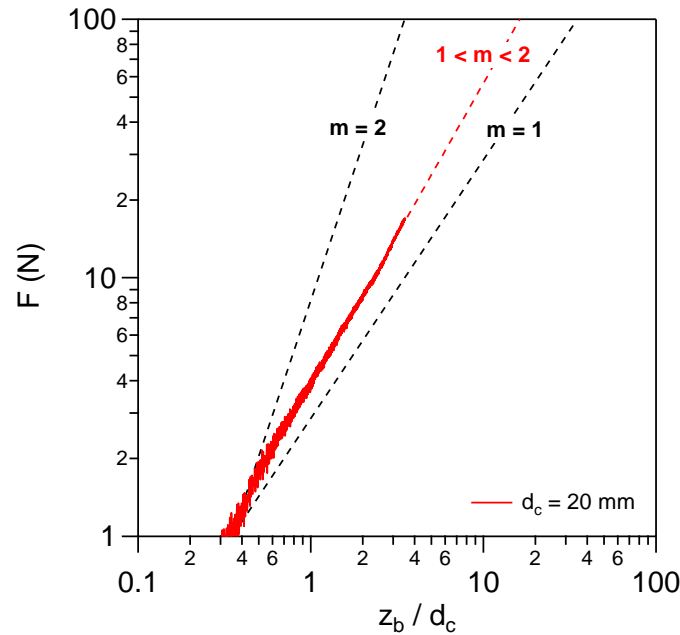
**Figure 2.18** – Force sur un cylindre ( $d_c = 20$  mm) en fonction de la profondeur avec  $d_g = 1$  mm et  $V_0 = 10$  mm/s. (a) Courbe de résistance typique. (b) Courbes issues de 5 essais identiques.



La figure 2.18b montre cinq courbes de pénétration obtenues à partir du même protocole expérimental. Ces courbes se superposent les unes sur les autres, ce qui montre que la méthode de préparation suivie assure la reproductibilité de nos mesures de forces.

### 2.3.3 Force versus profondeur

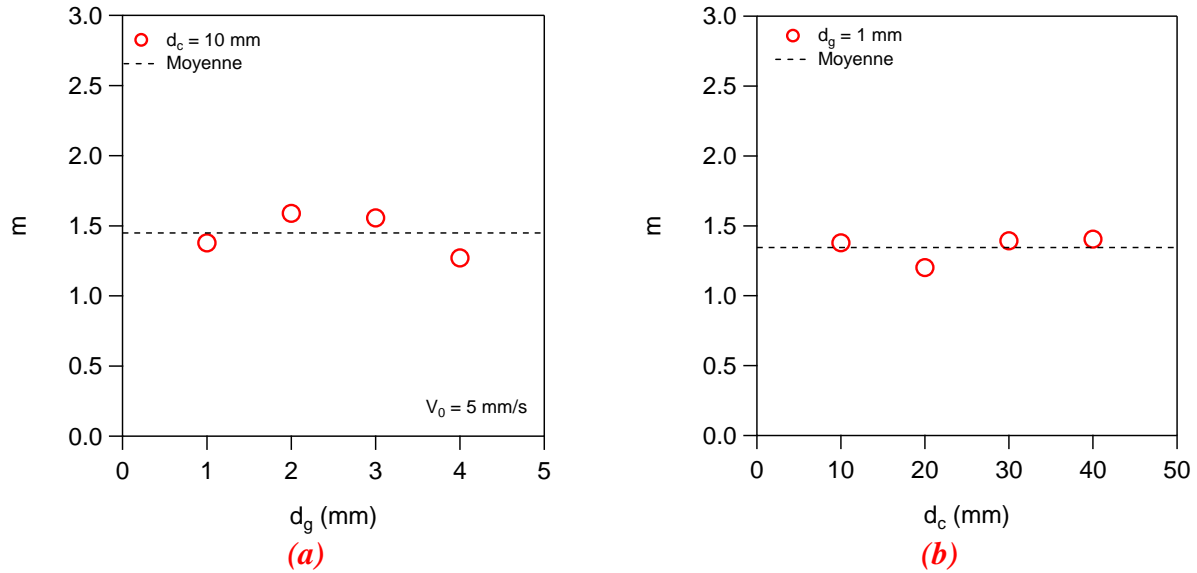
Sur la figure 2.19, nous mettons en évidence le comportement d'une courbe de force-profondeur dans un tracé logarithmique, obtenu lors d'une expérience avec un cylindre. Cette courbe nous permet de mettre mieux en évidence la non-linéarité.



**Figure 2.19** – Représentation logarithmique de la courbe force-profondeur obtenue pour un cylindre en pénétration. Les lignes en pointillés noirs correspondent aux ajustements en loi de puissance du type  $F = A \left(\frac{z_b}{d_c}\right)^m$  avec  $m = 1$  et  $m = 2$  et celle en rouge correspond à l'ajustement des données pour  $m = 1.4$  ( $d_c = 20$  mm,  $d_g = 1$  mm et  $V_0 = 5$  mm/s).

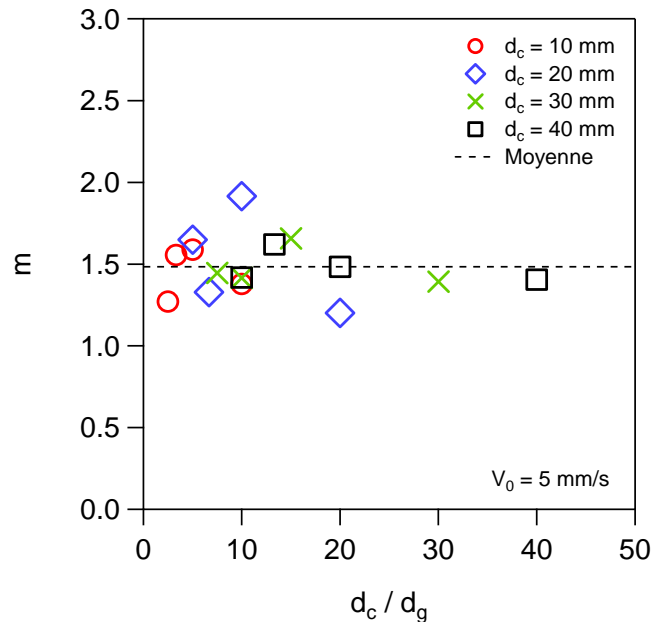
Les études de Schrotter *et al.* (2007) et plus récemment celles menées par Peng *et al.* (2009) ont montré ce caractère non linéaire entre la force de résistance et la profondeur de pénétration, en trouvant des expressions du type loi de puissance entre ces variables (adimensionnées) avec un exposant supérieur à 1, comme nous l'avons détaillé dans le chapitre 1. Ces études, ainsi que les courbes montrées sur la figure 2.19 suggèrent alors de chercher des relations en loi de puissance pour les courbes  $F(z_b)$ , c.-à-d.  $F = Az_b^m$ , avec  $A$  une constante et  $m$  la puissance. L'ajustement des données sans prendre en compte l'intervalle  $\left(0, \frac{d_c}{2}\right)$  du début de la pénétration, conduit à l'exposant  $m = 1.3$ .

L'analyse des données pour différentes tailles de cylindres et de grains conduit à la figure 2.20 où est représenté le comportement de  $m$  en fonction de la taille des billes à  $d_c$  fixe (fig. 2.20a) et en fonction du diamètre du cylindre à  $d_g$  fixe (fig. 2.20b). Dans les deux cas, ces valeurs varient autour de la valeur moyenne 1.4 et elles ne semblent dépendre ni de la taille des billes ni du diamètre du cylindre.



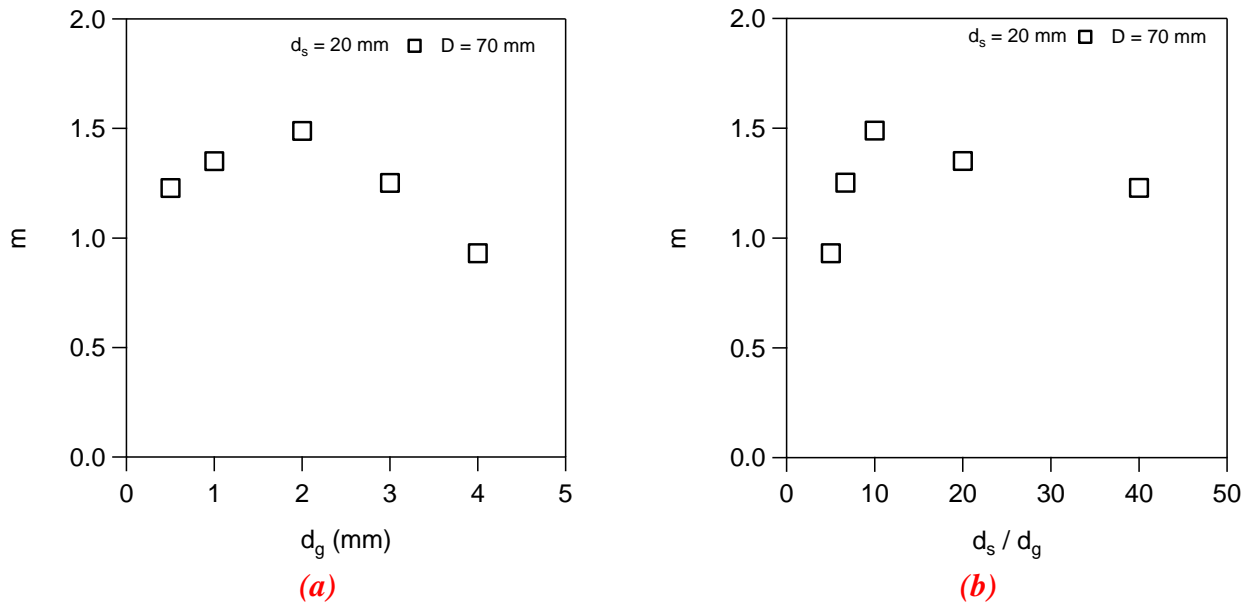
**Figure 2.20** – Exposant  $m$  de la loi de puissance force vs. déplacement pour un cylindre, pour différents (a) diamètres des billes et  $d_c = 10 \text{ mm}$  et (b) diamètres de cylindres et  $d_g = 1 \text{ mm}$ . Ici  $V_0 = 5 \text{ mm/s}$  et les lignes en pointillés indiquent les valeurs moyennes. Les barres d'erreur relatives de ces données, de l'ordre de 5%, n'ont pas été représentées dans les figures.

Les résultats montrés ci-dessus peuvent être combinés afin d'étudier l'évolution de  $m$  en fonction du rapport d'aspect  $\frac{d_c}{d_g}$ . La figure 2.21 montre alors que  $m$  ne dépend pas significativement de ce rapport d'aspect  $\frac{d_c}{d_g}$ .



**Figure 2.21** – Variation de l'exposant  $m$  en fonction du rapport d'aspect  $\frac{d_c}{d_g}$  pour des expériences avec différents diamètres du cylindre et  $V_0 = 5 \text{ mm/s}$

En analysant de la même manière nos résultats obtenus pour la pénétration d'une sphère, nous traçons l'évolution du coefficient  $m$  en fonction de  $d_g$  et de  $d_s/d_g$  (figs. 2.22a et 2.22b) :



**Figure 2.22** – Exposant  $m$  pour une sphère ( $d_s = 20 \text{ mm}$ ,  $D = 70 \text{ mm}$  et  $V_0 = 5 \text{ mm/s}$ ) en fonction (a) de la taille des billes  $d_g$  et (b) du rapport d'aspect  $\frac{d_s}{d_g}$ . Les barres d'erreur relatives de ces données, de l'ordre de 5%, n'ont pas été représentées dans les figures.

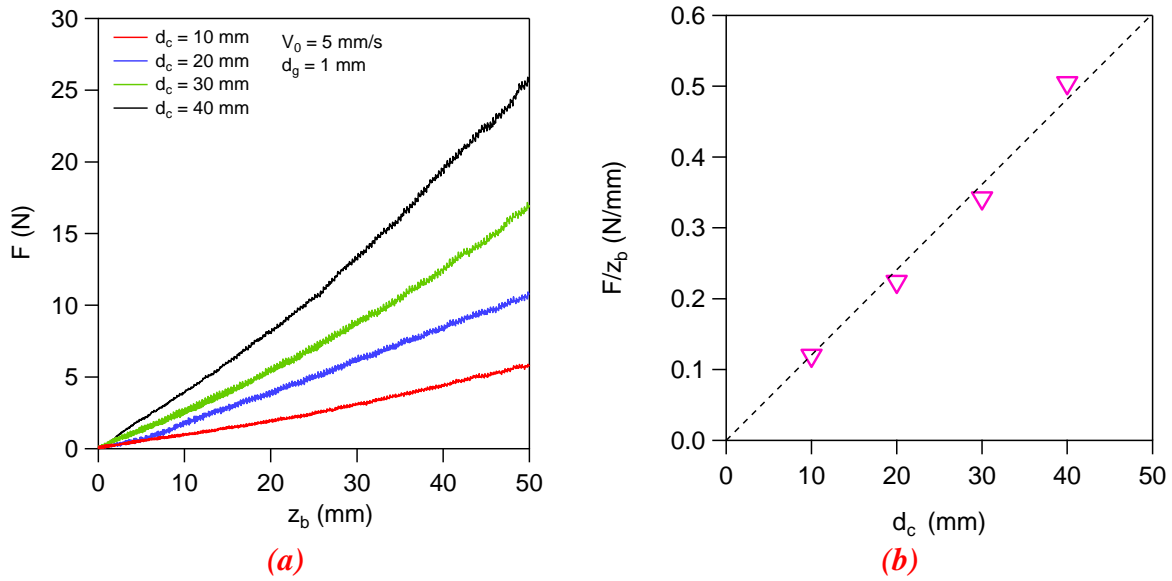
Ainsi, pour la sphère,  $m$  semble avoir un comportement croissant pour  $\frac{d_s}{d_g} \lesssim 10$  puis se stabilise autour d'une valeur asymptotique de l'ordre 1.3. En résumé, les exposants de la loi de puissance reliant la force à la profondeur de pénétration sont assez proches pour le cylindre ( $m = 1.5 \pm 0.2$ ) et pour la sphère ( $m = 1.3 \pm 0.2$ ).

Bien que les valeurs de  $m \neq 1$  nous indiquent que le comportement de la force est non-linéaire,  $m$  n'est néanmoins pas très différent de l'unité et nous considérerons donc souvent dans la suite une approximation linéaire pour le comportement de la force en fonction de la profondeur.

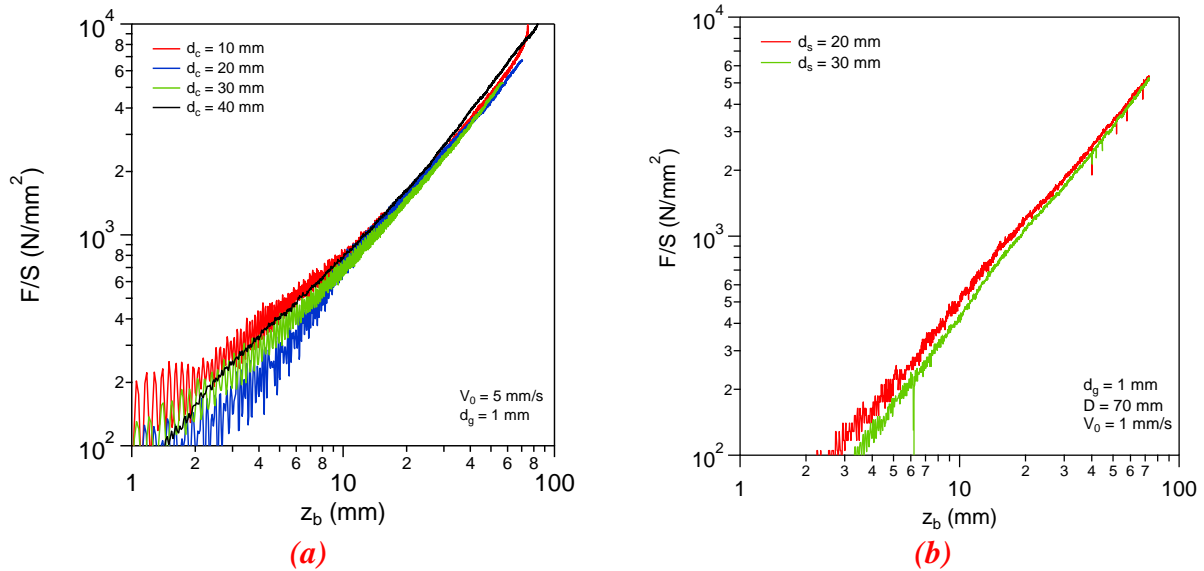
### 2.3.4 Influence de la taille de l'objet

Afin de tester l'influence de la taille de l'objet sur la force, nous avons réalisé des expériences avec différents diamètres  $d_c$  du cylindre. Le résultat de ces expériences est montré sur la figure 2.23a. La figure 2.23b montre que la pente de chacune de ces courbes  $\frac{F}{z_b}$  dépend linéairement de  $d_c$  et donc  $\frac{F}{z_b} \propto S$  (ou  $\frac{F}{S} \propto z_b$ ) avec  $S = \pi b d_c$  la surface du cylindre. Cette relation de proportionnalité entre la contrainte effective  $\frac{F}{S}$  et la profondeur  $z_b$  est mise en évidence dans un tracé logarithmique sur la figure 2.24a.

Nous montrons d'égale manière que pour une sphère, sa surface  $S = \pi d_s^2$  permet aussi le regroupement des données. Ce résultat est observé sur la figure 2.24b qui correspond à un tracé logarithmique entre la contrainte effective  $\frac{F}{S}$  et la profondeur  $z_b$  pour plusieurs diamètres de sphère.



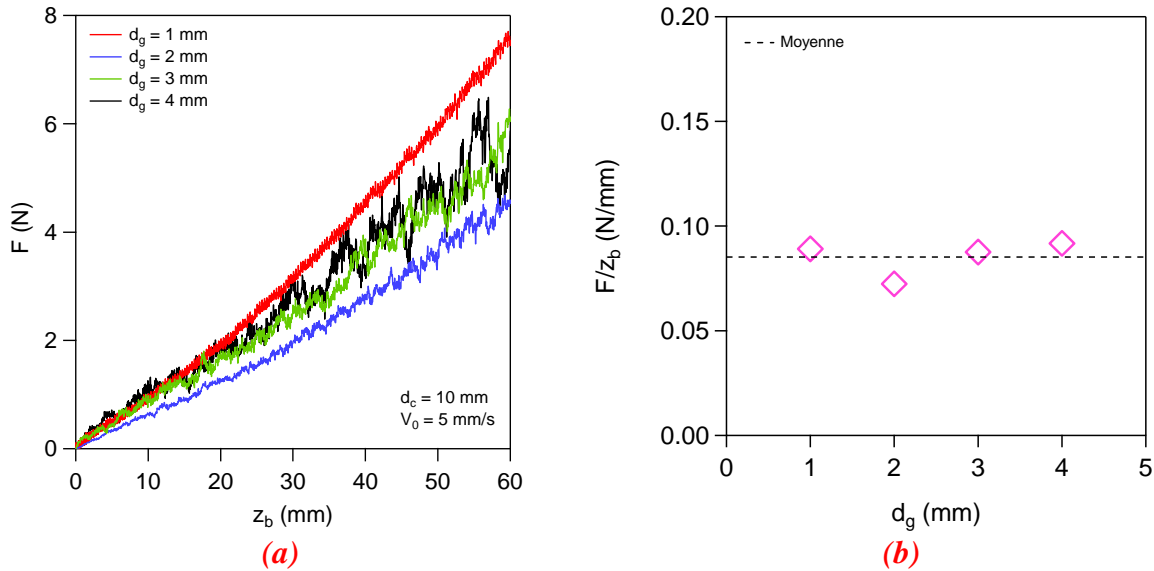
**Figure 2.23** – (a) Courbes de résistance  $F(z_b)$  obtenues pour différents diamètres du cylindre. (b) Pente moyenne  $F/z_b$  en fonction de la taille  $d_c$  du cylindre ( $d_g = 1 \text{ mm}$  et  $V_0 = 5 \text{ mm/s}$ ).



**Figure 2.24** – Contrainte  $F/S$  en fonction de la profondeur  $z_b$  (a) pour un cylindre de surface  $S = \pi b d_c$  et (b) pour une sphère de surface  $S = \pi d_s^2/4$  ( $d_g = 1 \text{ mm}$  et  $V_0 = 1 - 5 \text{ mm/s}$ ).

### 2.3.5 Influence de la taille des grains

Nous avons également testé l'influence du diamètre des billes sur les courbes de force (fig. 2.25a). Ces courbes ne semblent pas varier significativement avec  $d_g$ . Une conclusion similaire est obtenue dans un tracé de la pente  $F/z_b$  en fonction de  $d_g$  (fig. 2.25b) avec la valeur moyenne de ces pentes ( $0.085 \pm 0.009$ )  $N/mm$ .

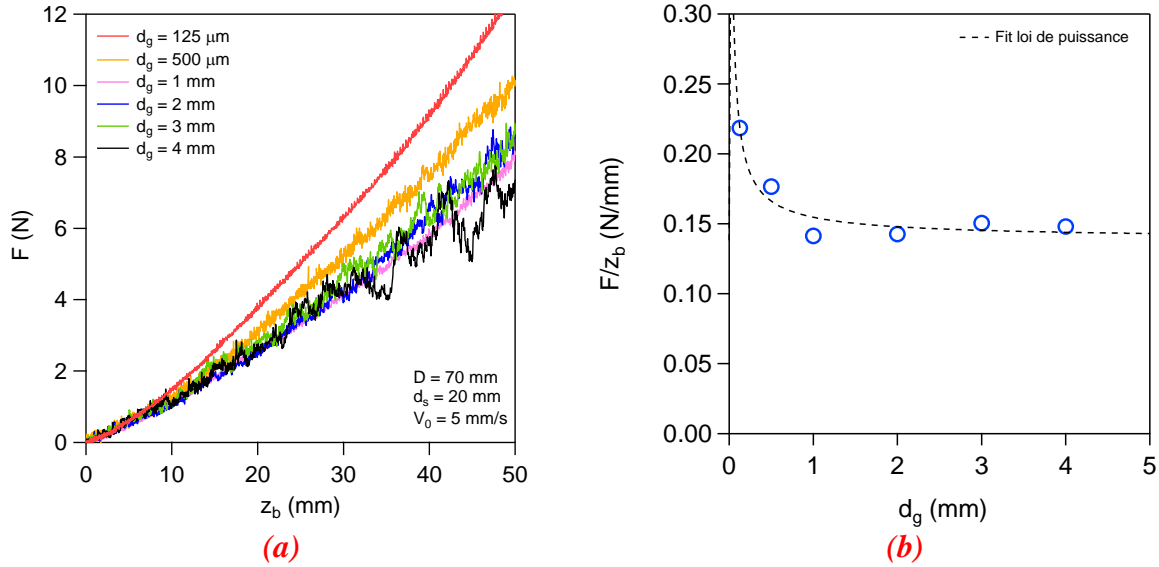


**Figure 2.25** – Effet de la taille des billes sur (a) les courbes de force en fonction de la profondeur de pénétration et (b) la pente moyenne  $F/z_b$  ( $d_c = 10$  mm,  $V_0 = 5$  mm/s et  $1$  mm  $\leq d_g \leq 4$  mm).

Certaines études comme celles de Stone *et al.* (2004) ou Albert *et al.* (1998), ont montré également que la force ressentie par l'objet ne semble pas dépendre fortement de la taille des billes constituant l'empilement. Nous avons mené aussi des expériences similaires avec une sphère. Dans ces expériences nous avons testé l'influence de grains de diamètre inférieur à 1 mm (fig. 2.26a). Cette figure montre un effet marqué du diamètre des billes en dessous de 1 mm.

Sur la figure 2.26b, nous avons tracé la pente  $F/z_b$  en fonction de  $d_g$  où l'on observe l'existence de deux régimes différents. Pour  $d_g > 1$  mm on retrouve essentiellement le même comportement que pour le cylindre, c.-à-d.  $F/z_b$  indépendant de  $d_g$ . Cependant, pour  $d_g < 1$  mm la valeur de  $\frac{F}{z_b}$  est d'autant plus grande que la taille des billes est petite. Nous croyons que ce résultat pourrait être lié au nombre croissant de grains en contact avec la surface de l'objet.

À titre d'information, le fait que nous n'observons pas d'effets significatifs de  $d_g$  pour un cylindre pour  $d_g < 1$  mm est dû à une limitation expérimentale. Des grains plus petits que 1 mm peuvent éventuellement se coincer entre le cylindre et les parois en verre et modifier alors fortement la valeur de la force de friction avec les parois autrement négligeable.



**Figure 2.26** – Effets de la taille des billes sur (a) les courbes de force versus profondeur et (b) la pente  $F/z_b$  ( $d_s = 20$  mm,  $V_0 = 5$  mm/s et  $125 \mu\text{m} \leq d_g \leq 4$  mm).

## 2.4 COEFFICIENT DE FRICTION EFFECTIF

### 2.4.1 Analyse dimensionnelle

L'analyse dimensionnelle est une technique puissante qui a d'innombrables exemples d'utilisation. Cependant, dans le cas granulaire l'application de cette technique reste encore un sujet délicat comme suggéré par plusieurs auteurs (par exemple Evesque, 2000). Les fondements mathématiques sur lesquels repose cette technique ne seront pas détaillés ici, mais le lecteur intéressé pourra se reporter par exemple à un ouvrage d'hydrodynamique avancée pour davantage de détails (par exemple Guyon *et al.*, 2001; Barenblatt, 2003).

Les paramètres expérimentaux déjà introduits au début du chapitre sont reliés entre eux à travers une fonction que nous appellerons  $\Psi$ :

$$\Psi(F, d_c, d_g, H, L_0, b, z, \rho, g, V_0) = 0 \quad (2-11)$$

L'étape suivante consiste à choisir une base de paramètres indépendants qui nous servira pour la construction des nombres sans dimensions qui interviennent dans notre problème. Par convenance, nous avons choisi de prendre comme base  $\mathbf{B} = \{\rho, V_0, d_c\}$ . D'après le théorème de Vaschy-Buckingham, nous pouvons alors construire 7 paramètres sans dimension. Ces paramètres, que nous noterons  $\pi_i$ , sont écrits ci-dessous:

$$\pi_1 = \frac{d_c}{d_g}, \pi_2 = \frac{z}{d_c}, \pi_3 = \frac{H}{d_c}, \pi_4 = \frac{L_0}{d_c}, \pi_5 = \frac{b}{d_c}, \pi_6 = \frac{g}{V_0^2/d_c}, \pi_7 = \frac{F}{\rho V_0^2 d_c^2} \quad (2-12)$$

Les cinq premiers paramètres correspondent à des rapports d'aspect. Le premier représente le rapport des tailles du cylindre et des grains. Les deuxièmes, troisièmes et quatrièmes nombres sans dimension

décrivent des rapports d'aspect géométriques liés aux dimensions de la cellule. Le sixième paramètre correspond au nombre de Froude, c.-à-d.  $Fr = \frac{1}{\sqrt{\pi_6}} = \frac{V_0}{\sqrt{gd_c}}$ . Ce nombre apparaît naturellement dans des situations où la pesanteur joue un rôle sur la dynamique, ce qui correspond à notre cas. Finalement, le septième paramètre correspond à la force adimensionnée par  $\rho V_0^2 d_c^2$ . Ce paramètre comporte deux termes: la section du cylindre, proportionnelle à  $d_c^2$ , et le terme  $\rho V_0^2$  qui correspond à une sorte de pression dynamique des grains. Le paramètre  $\pi_7$  peut donc être interprété comme un coefficient de traînée tel qu'il est connu dans les problèmes de traînée hydrodynamique. Nous allons montrer toutefois, à partir de calculs simples, que ce paramètre n'est pas forcément cohérent avec nos observations et conditions expérimentales.

Dans notre situation  $\rho = 1500 \text{ kg/m}^3$ ,  $H \simeq 100 \text{ mm}$  et  $V_0 \simeq 10^{-3} \text{ m/s}$  ce qui conduit à  $\rho V_0^2 \simeq 10^{-3} \text{ Pa} \ll \rho gH \simeq 10^3 \text{ Pa}$ , avec  $\rho gH$  la pression statique des grains. Nous pouvons donc nous attendre à ce que le terme  $\rho g z \simeq \rho gH$  joue un rôle plus important sur la pression granulaire totale et donc sur la force. Notre configuration nous suggère en plus que la surface du cylindre  $S \simeq b d_c$  en contact avec les grains est la surface d'intérêt, et non la surface transversale (proportionnelle à  $d_c^2$ ). Ces observations, nous conduisent à redéfinir le paramètre  $\pi_7$  en considérant alors  $P = \rho g z$  comme échelle de pression et  $S = \pi b d_c$  comme surface caractéristique de l'objet, soit :  $\pi'_7 = \frac{F}{(\rho g z)(\pi b d_c)} = \frac{F}{PS}$ .

Il reste alors à déterminer la dépendance de cette force adimensionnée ( $\pi'_7$ ) correspondant à un coefficient de friction effectif avec les autres paramètres sans dimensions:

$$\frac{F}{PS} = \Psi \left( \frac{z}{d_c}, \frac{d_c}{d_g}, \frac{H}{d_c}, \frac{L_0}{d_c}, \frac{b}{d_c}, \frac{V_0}{\sqrt{gd_c}} \right) \quad (2-13)$$

L'analyse réalisée ici est facilement extensible au cas d'une sphère de diamètre  $d_s$ . Dans cette situation la surface sera  $S = \pi d_s^2$ . Nous étudierons par la suite la dépendance effective de  $F$  en fonction de tous ces paramètres, sauf de  $\frac{b}{d_c}$ , à partir de nos expériences.

## 2.4.2 Résultats expérimentaux

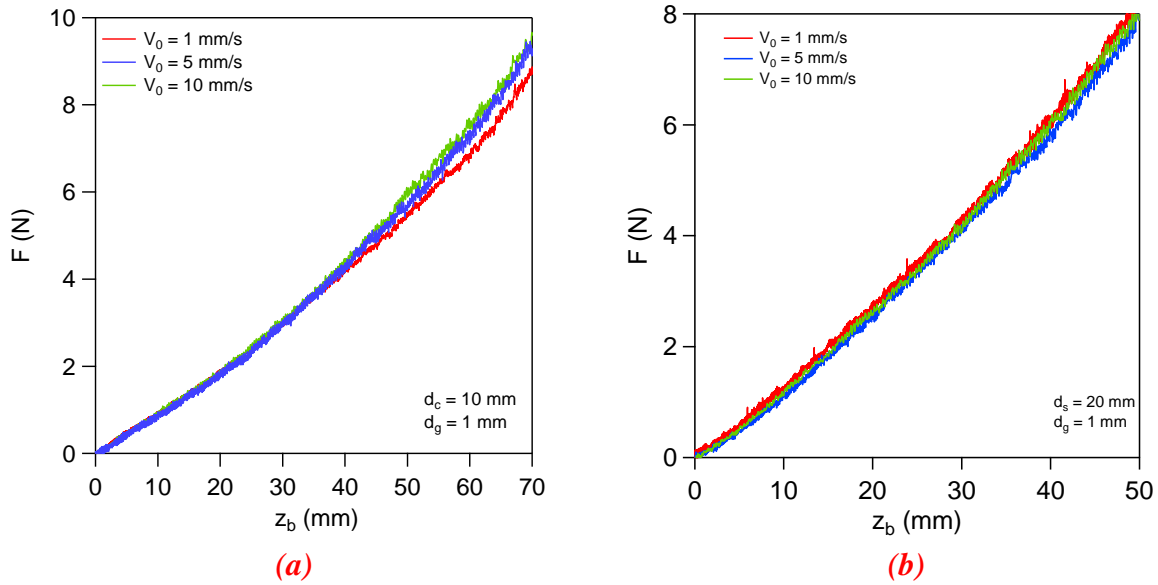
Les mesures de force réalisées jusqu'ici nous montrent que  $F$  varie presque linéairement avec la profondeur et qu'elle peut donc être vue comme proportionnelle à la pression hydrostatique  $P$  des grains, c'est-à-dire  $F \propto P = \rho g z_b$ . De même, nous avons montré que  $F \propto S$  ( $S$  étant la surface de l'objet) ce qui entraîne la relation  $F \propto PS$ . La grandeur  $PS$  représentant les forces pressantes (normale) à la surface de l'objet, nous pouvons alors définir un coefficient de friction solide effectif:

$$\mu_{eff} = \frac{F}{PS} \quad (2-14)$$

La quasi linéarité de la relation  $F(z_b)$  nous permet de constater que  $\mu_{eff}$  dépend peu du rapport  $\frac{z_b}{d_c}$ . Dans la suite, nous étudierons l'influence du reste des paramètres définis par la relation (2-13).

### 2.4.3 Influence de la vitesse

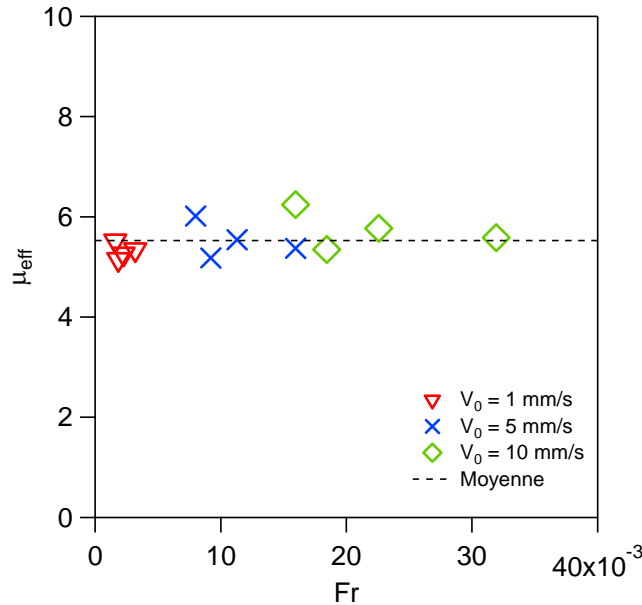
L'un des aspects d'intérêt de cette étude est lié au fait de savoir jusqu'à quel point la vitesse de déplacement de l'objet peut influencer la valeur de la force. Les courbes des figures 2.27 montrent l'évolution de  $F(z_b)$  pour un cylindre et pour une sphère, pour différentes vitesses de déplacement. Ces tracés montrent que la vitesse de l'objet n'a pas d'influence sur la force, dans la gamme de vitesses explorée ici, de 1 à 10 mm/s.



**Figure 2.27** – Effet de la vitesse de pénétration  $V_0$  sur les courbes force vs profondeur (a) pour un cylindre ( $d_c = 10\text{ mm}$ ) et (b) pour une sphère ( $d_s = 20\text{ mm}$ ). Dans les deux cas  $d_g = 1\text{ mm}$  et  $1\text{ mm/s} \leq V_0 \leq 10\text{ mm/s}$ .

Ces mesures de force nous permettent d'étudier l'influence du nombre de Froude  $Fr = \frac{V_0}{\sqrt{gd_c}}$ . La variation entre le coefficient de friction  $\mu_{eff}$  et  $Fr$  est observée dans la figure 2.28 pour différentes vitesses  $V_0$  et diamètres de cylindre  $d_c$ . Nous n'observons pas de variations significatives de  $\mu_{eff}$ , avec des valeurs fluctuant faiblement autour de  $5.5 \pm 0.3$  dans la gamme  $1 \leq Fr \leq 30$  explorée ici.





**Figure 2.28** – Coefficient de friction effectif pour un cylindre en pénétration en fonction du nombre de Froude  $= \frac{V_0}{\sqrt{g d_c}}$ . La ligne en pointillés correspond à la moyenne simple des données.

Le fait que la force ne dépende pas du nombre de Froude, peut être vu aussi comme une conséquence naturelle de la théorie cinétique appliquée aux milieux granulaires denses qui a été abordée durant la thèse de Seguin (2010). Dans cette situation, la force s'écrit comme une force hydrodynamique, c.-à-d.  $F \sim \eta V_0$ , où  $\eta$  est la viscosité du fluide effectif. Cette viscosité dépend de plusieurs paramètres, parmi eux la température granulaire  $T$  qui est une mesure de l'énergie cinétique des grains. Sans rentrer dans les détails, on peut dire que cette température varie alors avec la vitesse de l'objet comme  $T \approx V_0^2$ . Alors dans le cadre de cette théorie, la viscosité  $\eta \approx \frac{p}{\sqrt{T}} \approx \frac{p}{V_0}$  et donc la force ne dépend plus de la vitesse mais elle dépend de la pression  $p$  comme nous l'avons remarqué dans les résultats précédents.

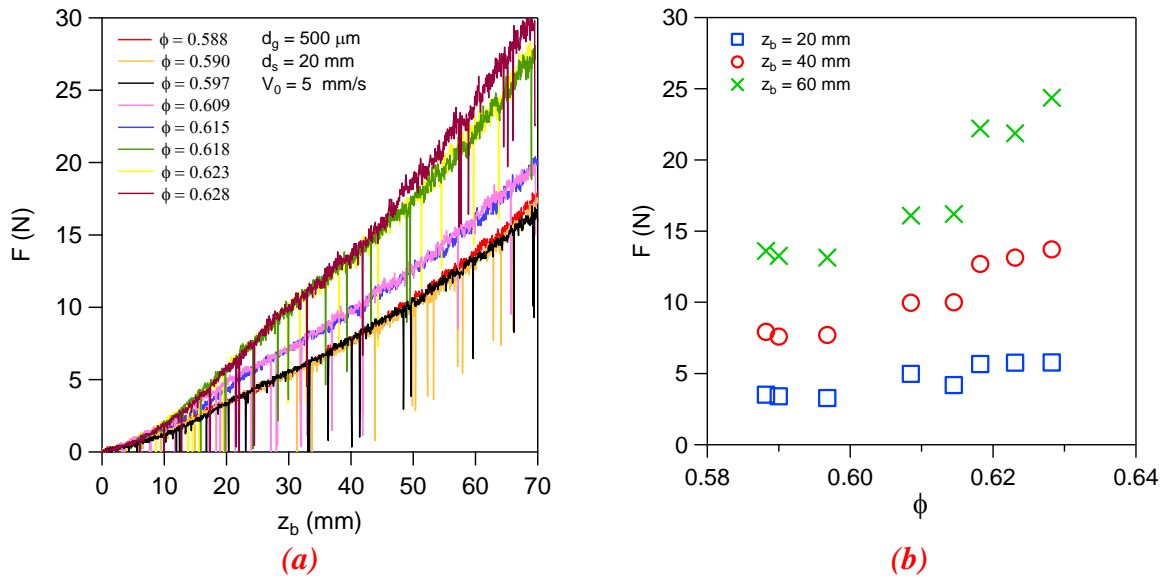
Cette faible variation tant de la force que du coefficient de friction avec la vitesse (ou le nombre de Froude) à suffisamment basse vitesse (bas  $Fr$ ) a déjà été observée (Chehata *et al.*, 2003; Stone *et al.*, 2004 et plus récemment Takehara *et al.*, 2010). Des études plus récentes, ont montré depuis qu'il existe une variation non négligeable de la force par rapport à la vitesse pour des vitesses de l'ordre de  $10^3$  mm/s et plus. Dans cette situation les auteurs ont observé une dépendance du type  $F \sim V_0^2$  similaire à celle trouvée dans le cas du déplacement d'un objet dans un écoulement turbulent d'un fluide newtonien.

#### 2.4.4 Influence de la compacité

La compacité  $\phi$  des grains peut aussi avoir une influence sur la valeur de la force. Pour tester ces effets des essais de pénétration ont été réalisés avec différentes fractions volumiques initiales de grains. Dans nos expériences, nous sommes capables de contrôler seulement cette fraction initiale. Une fois l'objet rentré dans le milieu, le volume des grains est libre de se déformer au cours de la pénétration et donc la compacité peut aussi évoluer temporellement.

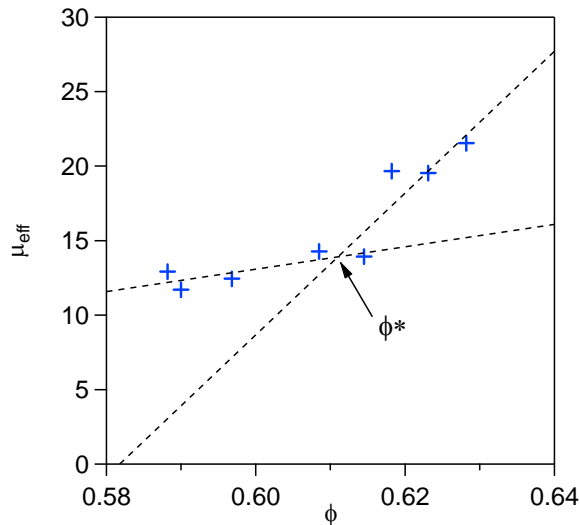
Pour augmenter la fraction volumique globale initiale, on a utilisé la méthode du *tap*. Cette méthode consiste à tapoter le récipient (d'où son nom) avec un objet rigide. Le volume total des grains diminue en fonction des nombre de *taps* en obtenant ainsi des fractions volumiques plus élevées pouvant aller jusqu'à 64%.

Les courbes de force de résistance à la pénétration d'une sphère obtenues en fonction de la compacité ainsi que la variation de la force pour quelques profondeurs d'enfoncement sont présentées sur les figures 2.29a et 2.29b respectivement. Ces résultats nous indiquent que la force augmente avec la compacité de l'empilement.



**Figure 2.29** –(a) Courbes de force  $F$  versus profondeur  $z_b$  pour différents fractions volumiques  $\phi$  et (b)  $F$  versus  $\phi$  pour différents profondeurs ( $d_s = 20$  mm et  $V_0 = 5$  mm/s).

La figure 2.30 alors montre la variation du coefficient de friction en fonction de la fraction volumique obtenue pour une sphère.



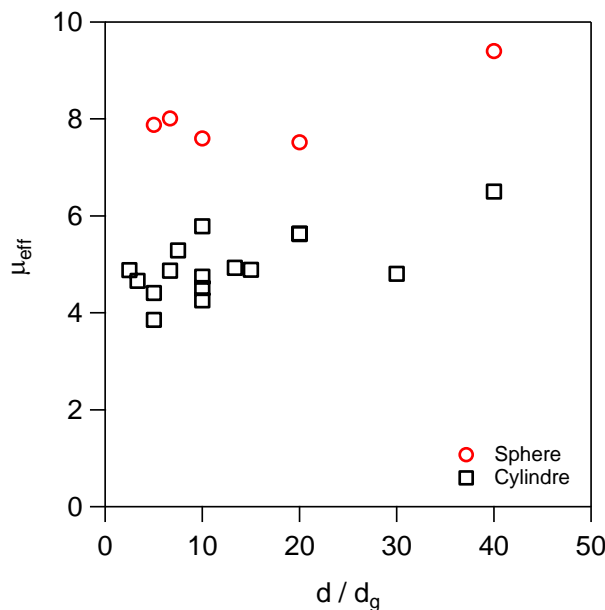
**Figure 2.30** – Évolution du coefficient de friction effectif d'une sphère en pénétration en fonction de la compacité de l'empilement ( $d_s = 20$  mm,  $d_g = 125$   $\mu$ m et  $V_0 = 5$  mm/s). Les lignes en pointillés correspondent aux ajustements linéaires de ces mesures. Le paramètre  $\phi^*$  décrit la compacité de transition.

La variation du coefficient de friction peut être divisée en deux régimes différents définis à partir d'une valeur de la compacité  $\phi^*$  que nous appelons compacité de transition. Le terme "transition" est utilisé ici pour faire référence stricte au passage d'un état de faible croissance vers un état de forte croissance du coefficient de friction et ne correspond pas aux valeurs critiques de « jamming » ou « transition vitreuse » que l'on peut trouver dans la littérature.

Pour des valeurs de la fraction volumique  $\phi < \phi^*$  nous observons que le coefficient de friction varie faiblement par rapport à  $\phi$ . Au cas contraire, dans le régime  $\phi > \phi^*$  le coefficient de friction montre une plus forte croissance avec la fraction volumique. Des ajustements linéaires des données dans les deux régimes déterminent la valeur  $\phi^* \simeq 0.61$ . Nos résultats sont semblables à ceux de Schröter *et al.* (2007) qui trouve aussi ces deux comportements sur la force avec une valeur de transition  $\phi^* \simeq 0.60$  pour la pénétration d'une tige.

### 2.4.5 Influence du rapport de taille objet/grains

Les expériences réalisées avec plusieurs diamètres du cylindre, de la sphère et des tailles de billes permettent d'étudier l'influence du rapport d'aspect  $\frac{d}{d_g}$  sur le coefficient de friction,  $d$  étant le diamètre de l'objet. Les résultats issus de ces expériences sont montrés sur la figure 2.31. Ce coefficient ne montre pas de variation significative sur la gamme explorée ici avec des valeurs fluctuant autour de la moyenne  $\mu_{eff} = 5.0 \pm 0.7$  pour le cas d'un cylindre et  $\mu_{eff} = 7.8 \pm 0.2$  pour la sphère (calculé sans considérer le point correspondant à  $\frac{d}{d_g} = 40$ ).



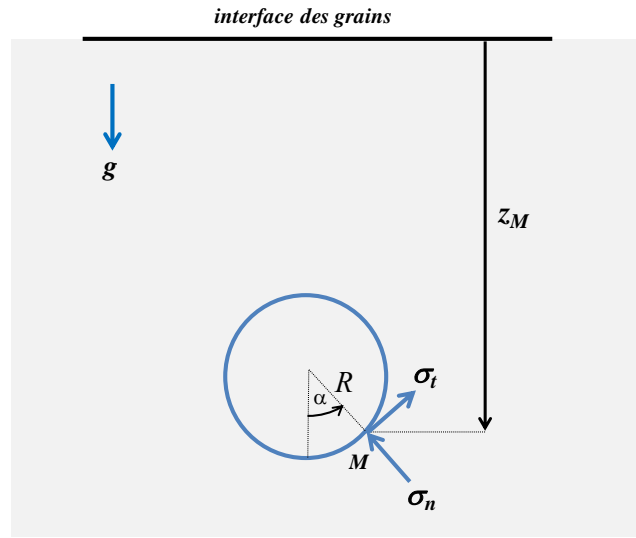
**Figure 2.31** – Coefficient de friction effectif  $\mu_{eff}$  en fonction du rapport d'aspect  $\frac{d_c}{d_g}$  pour une sphère (cercles rouges, récipient  $D=70\text{mm}$ ) et pour un cylindre (carres noirs, cellule rectangulaire  $b=40\text{mm}$ ).

En résumé, dans les résultats précédents, nous avons montré que le coefficient de friction ne dépend pas ou peu du rapport  $\frac{z_b}{d_c}$ , du nombre de Froude  $Fr$  ou du rapport d'aspect  $\frac{d}{d_g}$ . La dépendance  $\mu_{eff} = \Psi\left(\frac{H}{d_c}, \frac{L_0}{d_c}\right)$  par rapport à deux paramètres de confinement sans dimension sera étudiée au chapitre 3.

## 2.5 MODELISATION DE LA FORCE

### 2.5.1 Coefficient de friction dans l'hypothèse hydrostatique

La première constatation que nous avons faite à partir des courbes de force est que ses valeurs sont bien au-delà de celles obtenues lors de l'intégration du champ de pression sur la surface du cylindre. Pour vérifier ce fait, nous avons défini le paramétrage sur la figure 2.32 qui correspond à la situation de l'enfoncement d'un cylindre dans un empilement granulaire dense. Ici,  $\sigma_n = \rho g z_M$  correspond à la contrainte normale ressentie par l'objet en supposant que la pression dans le milieu est hydrostatique et  $\sigma_t$  est la contrainte tangentielle. Ces deux contraintes étant appliquées en un point  $M$  quelconque de la surface du cylindre.



**Figure 2.32** – Paramétrage pour la détermination de la force verticale nette sur un cylindre qui se déplace dans un empilement granulaire homogène. Le point  $M$  à la profondeur  $z_M$  correspond au point d'application des contraintes et  $d_c = 2R$  est le diamètre du cylindre.

Nous supposons que la contrainte tangentielle  $\sigma_t$  est due essentiellement à deux contributions: l'une de type quasi-statique  $\sigma_t^{(qs)}$  et l'autre de type dynamique  $\sigma_t^{(dyn)}$  reliée au champ de vitesse de l'écoulement. Le caractère faible de notre régime de vitesses nous permet de négliger la partie dynamique et  $\sigma_t$  restera donc gouverné par  $\sigma_t^{(qs)}$ . Au moment de la rupture du matériau granulaire, le critère de rupture de Mohr-Coulomb nous permet de relier cette partie statique et la contrainte normale à travers la relation  $\sigma_t \simeq \sigma_t^{(qs)} = \mu_0 \sigma_n$ , avec  $\mu_0$  un coefficient de frottement des billes qui l'on peut considérer variable dans la gamme 0.5-1.0.

En définissant l'élément de surface du cylindre  $dS = bRd\alpha$ , les hypothèses que nous venons de d'expliquer nous amènent facilement à la détermination d'une force verticale totale  $F$  en intégrant le champ de contrainte hydrostatique. Cette force peut s'exprimer de la façon suivante:

$$F = 2 \int_0^{\pi} (\sigma_t \sin\alpha + \sigma_n \cos\alpha) dS = \frac{2\mu_0}{\pi} (\rho g z_b) (\pi b d_c) + \frac{\rho g \pi d_c^2 b}{4} = F_P(z_b) + F_A \quad (2-15)$$

Le premier terme  $F_p(z_b) = \frac{2\mu_0}{\pi}(\rho g z_b)(\pi b d_c)$  peut être mis sous la forme  $F_p = kPS$  avec  $P = \rho g z_b$  la pression,  $S = \pi b d_c$  la surface du cylindre et le paramètre  $k_1 = \frac{2}{\pi}\mu_0$  qui correspond à un coefficient de friction effectif. Les caractéristiques de  $F_p(z_b)$  nous l'avons étudiée en détail au cours de ce chapitre. Le deuxième terme,  $F_A = \rho g \frac{\pi d_c^2 b}{4}$ , correspond à la force d'Archimède issue du volume des grains déplacé par l'objet. Comme nous l'avons déjà montré,  $F_A \ll F_p$  dès les premiers instants de la pénétration (cf. §2.3.2) et donc la force totale  $F$  peut s'affranchir de ce terme et s'exprimer comme:

$$F = k_1 PS \tag{2-16}$$

$$\text{avec } k_1 = \frac{2}{\pi}\mu_0, P = \rho g z_b \text{ et } S = \pi b d_c$$

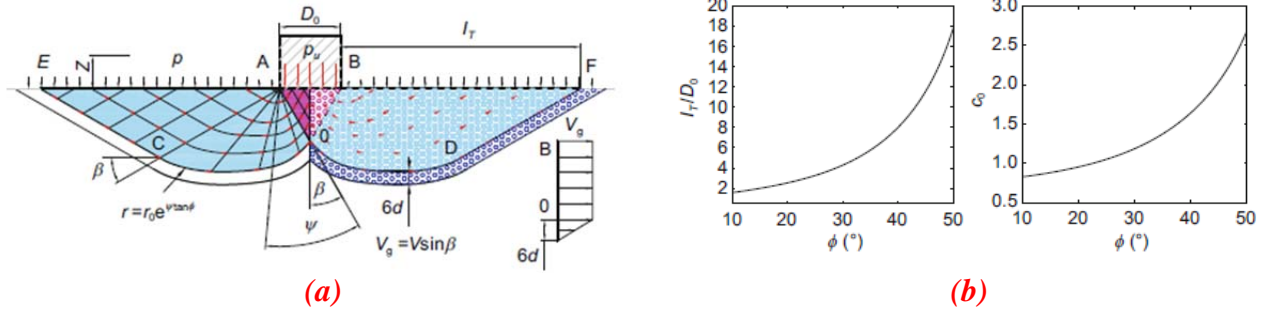
### 2.5.2 Théorie de Prandtl

L'hypothèse principale sur laquelle repose le calcul précédent et qui nous a conduit à la formule (2-16), ne considère pas les effets de localisation des contraintes ni de la géométrie des bandes de cisaillement venant se créer au voisinage de l'objet. L. Prandtl (1930) a développé une théorie (*slip line theory*) qui prend en compte ces phénomènes et qui peut nous apporter des pistes de recherches beaucoup plus pertinentes à notre cas. Cette théorie s'applique notamment au cas des milieux continus et donne une manière de prédire la localisation des régions de rupture qui apparaissent par l'application d'une contrainte externe, comme observé par exemple dans la situation de l'enfoncement d'un objet (où un cas particulier est l'indentation des solides), la propagation des fractures dans les matériaux et aussi (ce qu'est le plus souvent) dans la caractérisation du comportement mécanique des sols.

Pour le cas de l'enfoncement d'un objet rigide à très faible vitesse (régime quasi-statique), cette théorie montre l'existence d'une région de comportement mécanique de type plastique qui se trouve au voisinage de l'objet. Cette région concentre la plupart du cisaillement sur l'objet. Une autre région externe est observée avec un comportement de type solide. On dit que cette région n'est pas *perturbée* par le mouvement de l'objet. Souvent, pour la détermination de l'état de contraintes qui caractérise ce phénomène dans ce régime, un point de départ est la solution de l'équation  $\nabla \sigma = \gamma$ , avec  $\gamma = \rho g$  sujet aux conditions de frontière.

Très récemment Pang et Liu (2013) ont résolu cette équation avec  $\gamma = \mathbf{0}$  pour le cas d'un cylindre vertical de diamètre  $D_0$  impactant un empilement de grains de taille  $d_g$  ( $\frac{d_g}{D_0} \ll 1$ ) à haute vitesse comprises dans la gamme 3 à 5 m/s. Le cas considéré  $\gamma = \mathbf{0}$  vient de l'hypothèse que les forces impliquées sont plusieurs ordres de grandeur plus grandes que la pesanteur. Les auteurs ont aussi déterminé la force sur l'objet dans la situation où l'objet a fortement décéléré son mouvement et donc dans un régime de vitesses plutôt faible (fig. 2.33a).

Dans leur étude, Pang et Liu ont déterminé le tenseur de contrainte à deux dimensions  $\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} \end{pmatrix}$  à partir des arguments de la théorie de Mohr-Coulomb et les fondements de la théorie de Prandtl en obtenant une famille de solutions (*slip lines*) du type  $\sigma = \sigma_0 \exp(\pm 2\beta \mu_0)$  avec  $\beta$  l'angle tangente à ces lignes.



**Figure 2.33** – Étude de Pang et Liu (2013) (a) Schéma de l'impact d'un cylindre vertical de diamètre  $D_0$ . La région ABO correspond à la zone *rigide* qui bouge solidement avec le cylindre, la région AOC est la région en écoulement plastique et EAC la région sans perturbation où le comportement est de type solide. (b) Variation des coefficients  $\frac{I_r}{D_0}$  et  $c_0$  en fonction de l'angle de friction interne  $\phi$ .

Ils ont réalisé l'intégration de ce champ de contraintes sur la surface du cylindre vertical pour obtenir la force de résistance sur lui et qui prend la forme suivante:

$$F = k_2 PS \quad (2-17)$$

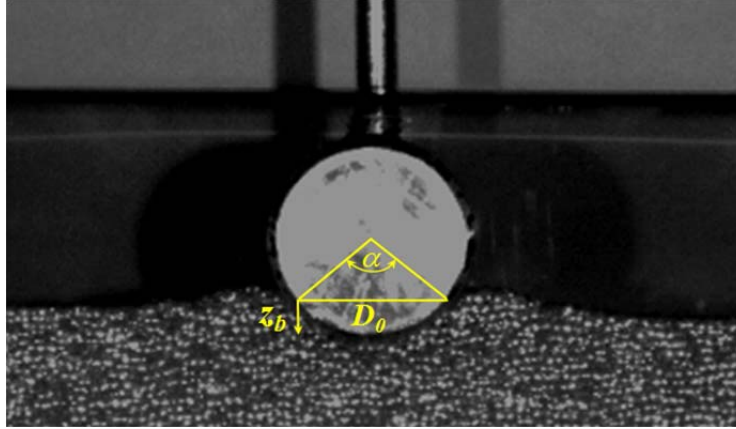
$$\text{avec } k_2 = K_p \exp(\pi \mu_0), P = \rho g(z_b + c_0 D_0) \text{ et } S = \pi \frac{D_0^2}{4}$$

où  $\mu_0 = \tan \psi$  est le coefficient de friction avec  $\psi$  l'angle de frottement interne,  $K_p = \left(\frac{1+\sin \phi}{1-\sin \phi}\right)$ ,  $c_0$  est une constante qui dépend essentiellement de  $\psi$  (fig. 2.33b) et  $D_0$  est le diamètre de l'objet. Cependant, l'application du modèle de Pang et Liu pour la détermination de la force dans notre situation n'est pas directe car le diamètre de l'objet ( $D_0$ ) en contact avec les grains n'est pas constant à tout instant. Nous proposons d'adapter le modèle de pression  $P = \rho g(z_b + c_0 D_0)$  de cette étude en redéfinissant le diamètre  $D_0$  de la manière suivante:

$$D_0(z_b) = \begin{cases} 2\sqrt{z_b(d_c - z_b)} & \text{si } z_b < d_c/2 \\ d_c & \text{si } z_b \geq d_c/2 \end{cases} \quad (2-18)$$

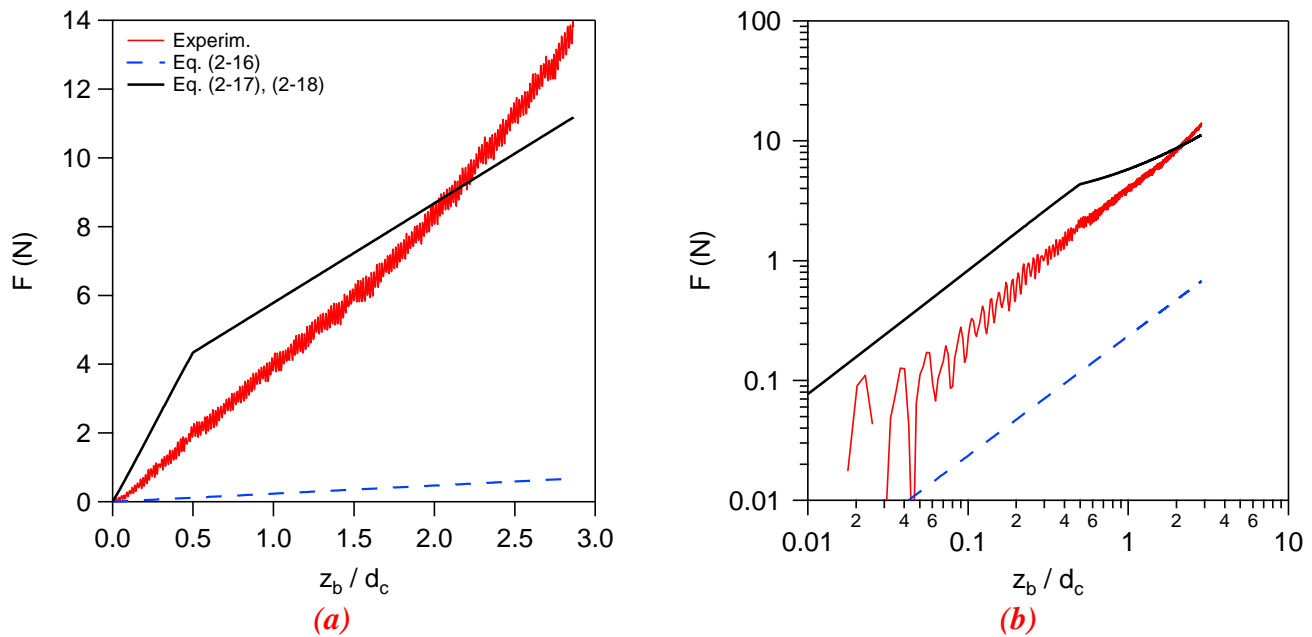
La surface effective  $S$  en contact avec les grains est déterminée alors par  $S = \frac{\alpha b d_c}{2}$  si  $z_b < d_c/2$  et  $S = \frac{\pi b d_c}{2}$  si  $z_b \geq d_c/2$ , avec  $\alpha = 2 \tan^{-1} \left(\frac{D_0}{d_c - 2z_b}\right)$ . Le détail de ces paramètres peut être observé sur la figure 2.34.

Dans notre cas, l'angle de frottement interne pour un empilement de billes de verre est  $\psi \simeq 22^\circ$  d'où  $\mu_0 \simeq 0.4$ ,  $K_p \simeq 2.2$  et  $c_0 \simeq 1$  (d'après la fig. 2.33b). Ceci nous conduit à la valeur  $k_2 \simeq 8$  qui est environ 20 fois plus grand que  $k_1 \simeq 0.5$ .



**Figure 2.34** –Notre situation de pénétration d'un cylindre horizontal de longueur  $b$  et de diamètre  $d_c = 20 \text{ mm}$  à la profondeur  $z_b$  dans un empilement de grains de diamètre  $d_g = 1 \text{ mm}$ . Le diamètre en contact avec les grains est  $D_0(z_b)$  correspondant à la surface  $S = abd_c/2$ .

En prenant en compte ces considérations, nous avons construit la figure 2.35 qui compare la force mesurée pour un cylindre en pénétration avec celles obtenues par une friction issue d'une pression hydrostatique (2.16) du modèle "modifié" de Pang et Liu (eqs. (2-17) et (2-18)), dans un tracé (a) linéaire et (b) logarithmique.



**Figure 2.35** –Force sur un cylindre de diamètre  $d_c = 20 \text{ mm}$  en fonction de sa profondeur de pénétration  $z_b$  mesurée par le capteur (ligne rouge) et modèles de force obtenus à partir de l'équation (2-16) pour  $k_1 \approx 0.5$  (ligne pointillé bleue) et à partir des relations (2-17) et (2-18) (ligne continue noire) avec  $k_2 \approx 7.8$  ( $d_g = 1 \text{ mm}$  et  $V_0 = 10 \text{ mm/s}$ ).

Cette courbe nous montre clairement que la force déterminée en supposant le milieu gouverné par une pression de type hydrostatique est très en dessous de la force expérimentale, le coefficient de friction effectif  $k_1$  étant très en dessous des valeurs expérimentales. La deuxième constatation est que la force déterminée à partir du modèle de Pang et Liu "adapté" nous donne des valeurs de la force plus proches de nos mesures, avec un coefficient de friction effectif  $k_2$  plus proche de notre coefficient de friction mesuré en pénétration. On constate cependant que la force prédite est significativement plus

importante et qu'elle sous-estime l'augmentation de la force à partir du moment où le cylindre est enfoncé de plus que son rayon, c'est-à-dire lorsque sa surface horizontale projetée en contact n'augmente plus. Notons ici qu'il pourrait être intéressant d'adapter la théorie de Prandtl pour tenir compte de la courbure de l'objet qui n'est pas considérée dans le modèle proposé.

En ce qui concerne le paramètre  $k_2$ , on constate qu'il dépend du facteur  $K_p = \frac{1+\sin\phi}{1-\sin\phi}$ . D'après la théorie d'états limite de Rankine  $K_p$  correspond au rapport des contraintes horizontale et verticale dans un élément de sol quelconque. Ce coefficient est souvent appelé coefficient de poussée passif, le terme *passif* désignant l'état de réponse en contrainte d'un sol lorsqu'il est soumis à une contrainte externe jusqu'à arriver éventuellement à la rupture à partir d'un certain état initial d'équilibre.

Au cas contraire, dès cet état d'équilibre le sol peut relâcher (par exemple par le cassement d'une frontière confinante) jusqu'à arriver à la rupture qui sera caractérisée par un état de contraintes différent de celui déterminé dans le cas passif. On parle ici d'état *actif*. D'après Rankine, cet état est représenté alors par un autre coefficient  $K_A = \frac{1}{K_p} = \frac{1-\sin\phi}{1+\sin\phi}$ , appelé coefficient de poussée active. Nous croyons que l'intervention de ces paramètres de poussée, n'est pas accidentelle et pourrait être un signe du caractère (passif) de l'état de contraintes qui gouverne le milieu durant la pénétration.

Le lecteur intéressé aux aspects de la théorie de Rankine et de Prandtl, pourra se reporter aux ouvrages classiques dans le domaine comme ceux de Terzaghi (1943) ou Nedermann (1992) et d'autres plus récents comme celui d'Andreotti, Forterre et Pouliquen (2011).

## 2.6 CONCLUSION

A la lumière des résultats précédents, nous avons tenté une caractérisation de la force de résistance sur un objet en pénétration, en étudiant l'influence de plusieurs grandeurs comme la profondeur d'enfoncement, le diamètre de l'objet, sa vitesse ou la taille de billes. Bien que la relation force – profondeur ne soit pas tout à fait linéaire, nous avons choisi ici de la considérer comme telle. La force  $F$  peut alors être vue comme proportionnelle à la pression granulaire considérée comme hydrostatique  $P$ .

La force ne montre pas une dépendance significative ni avec la vitesse  $V_0$  de l'objet ni avec la taille  $d_g$  de billes lorsque  $d_g > 1\text{ mm}$ . Pour  $d_g \ll 1\text{ mm}$  nous observons une augmentation significative de la force qui pourrait être liée à une augmentation du nombre de contacts. D'égale manière, des essais en changeant le diamètre de l'objet nous révèlent que la force est proportionnelle à la surface de l'objet  $S$ . Nous avons ainsi déterminé que  $F \propto PS$ . Le rapport  $\frac{F}{PS}$  définit alors un coefficient de friction solide effectif  $\mu_{eff}$ . A partir de l'analyse dimensionnelle et nos résultats expérimentaux nous avons déterminé que ce coefficient ne dépend pas du nombre de Froude  $Fr$ , ni du rapport d'aspect  $\frac{d}{d_g}$  ni de  $\frac{z_b}{d_c}$ . Cependant, il reste à étudier si ce coefficient dépend des autres paramètres tels que les rapports d'aspect  $\left(\frac{H}{d_c}, \frac{L_0}{d_c}\right)$  correspondant à la taille verticale et transverse de l'empilement. La forme de cette relation sera approfondie dans les chapitres 3 et 4 qui concernent les effets de confinement sur la force de résistance.

Au-delà de ces résultats, une constatation immédiate est que les valeurs mesurées ici pour  $\mu_{eff}$  sont supérieures à celles trouvées dans des situations "classiques" de frottement (patin frottant, glissement



d'un bloc sur un plan incliné pour citer quelques exemples) comme déjà remarqué par plusieurs auteurs (cf. chapitre 1). Il nous indique alors que la pression au niveau local (c'est à dire au voisinage de l'objet) est loin de pouvoir être considérée comme hydrostatique et donc des autres facteurs interviennent peut-être sur la relation qui définit  $\mu_{eff}$ . Une définition possible pour ce coefficient est issue de la théorie de Prandtl, comme nous l'avons montré sur la figure 2.35. Cette théorie prédit que la localisation et la géométrie des bandes de cisaillement qui viennent se créer au voisinage de l'objet modifient la valeur de la pression à travers un pre-facteur qui conduit à des valeurs de la force très supérieures à celles issues d'un modèle de friction simple sous pression hydrostatique.

Une autre conséquence intéressante de ce chapitre est associée aux aspects morphologiques de la déformation de l'empilement observé durant la pénétration. L'intégration numérique du modèle de champ de vitesse de l'écoulement reproduit avec une bonne précision cette déformation. Une comparaison des interfaces obtenues expérimentalement avec celles obtenus à partir de l'intégration du champ de vitesses du milieu nous révèle une forte similitude mais aussi quelques différences. En plus, nous avons déterminé que  $d_c$  permet de regrouper les courbes de variation du diamètre du cratère créé à la surface. Cette courbe est de type exponentiel vers un état asymptotique.

La localisation des plans de rupture autour de l'objet est une propriété que nous n'avons pas vérifiée au cours du travail présent. Celle-ci pourrait être une perspective intéressante à étudier dans l'avenir et vérifier si effectivement l'existence de ces régions en déformation plastique est en accord avec les prédictions issues de la théorie de Prandtl. Une deuxième perspective de ce travail est liée à la connaissance du champ de pression dans le milieu. Ici nous avons supposé que ce champ est essentiellement gouverné par une pression de type hydrostatique. Une alternative qui pourrait nous permettre d'accéder à ce champ est basée sur les simulations numériques qui peuvent donner accès à la mesure directe de la force ressentie par l'objet. Une autre alternative qui sera abordée au chapitre 5 concerne la détermination expérimentale du champ de contrainte à partir d'expériences de photoélasticimétrie.



### ***3 EFFETS DES CONDITIONS DE FOND ET DE SURFACE***

Dans le chapitre 2 nous avons montré les résultats concernant les mesures de force lors de la pénétration d'un objet (cylindre ou sphère) dans un empilement granulaire.

Dans le présent chapitre, nous nous intéresserons à l'influence du confinement en testant d'abord les effets de la hauteur de l'empilement et de la proximité de la paroi du fond sur la force.

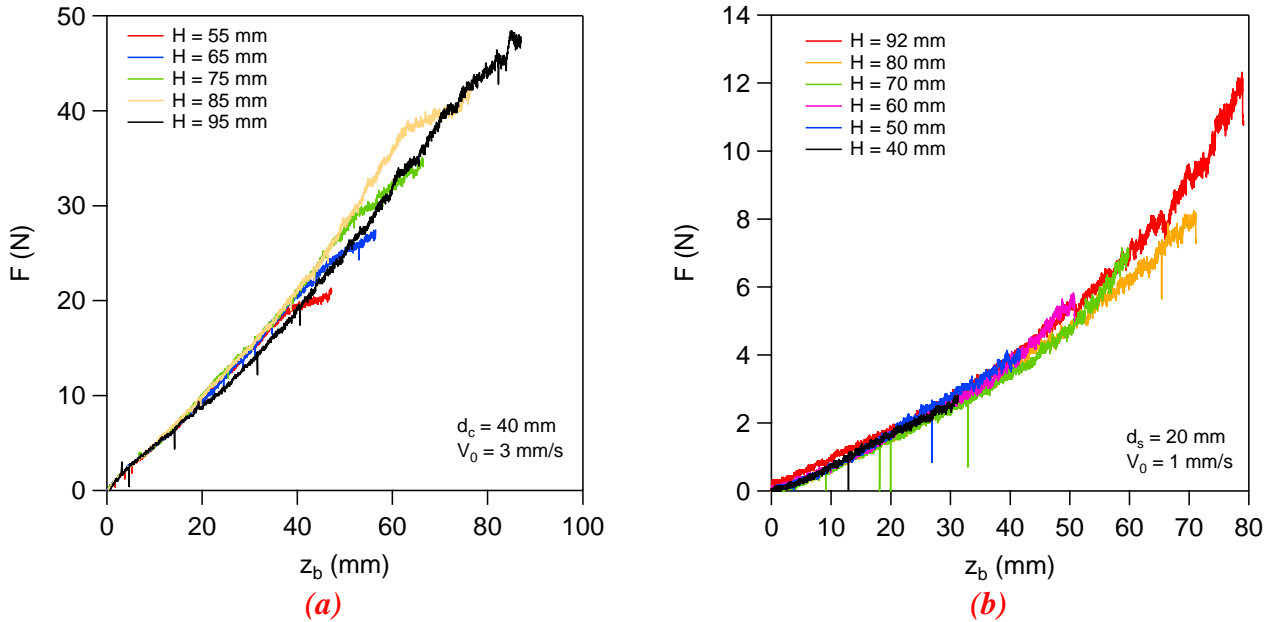
Par ailleurs, tous les résultats montrés dans le chapitre 2 concernent la situation où l'objet pénètre dans le sens de la gravité. Cependant, des études plus récentes comme celles de Schröter et al (2007) ou Hill et al (2005) montrent que la force présente une forte asymétrie devant des cycles de pénétration-extraction. Ces études reportent des valeurs de la force de pénétration environ 10 fois plus grandes qu'en extraction. Nous aborderons cette problématique en réalisant des expériences d'aller-retour de notre objet dans différentes configurations et en nous intéressant notamment aux effets des conditions aux limites sur cette asymétrie.

Les mesures de force seront accompagnées de mesures de volume de l'empilement durant la pénétration et l'extraction. La déformation de l'interface sera aussi abordée dans ce chapitre. On montrera que sous certaines conditions il est possible de reproduire numériquement cette déformation lors de l'extraction d'un cylindre.

### 3.1 EFFETS DU FOND

#### 3.1.1 Influence de la distance au fond

Des expériences de pénétration pour différentes hauteurs d'empilement ont été menées afin de tester l'influence du fond sur la courbe de résistance. Les expériences sont faites de manière à ce que l'objet s'arrête à une distance de 10 mm de la paroi pour éviter de trop grandes forces susceptibles d'endommager le capteur. Les résultats trouvés pour le cylindre et la sphère sont montrés sur la figure 3.1.



**Figure 3.1** – Effets de la hauteur de l'empilement sur la courbe de résistance à la pénétration pour (a) un cylindre de diamètre  $d_c = 40$  mm et  $V_0 = 3$  mm/s et pour (b) une sphère de diamètre  $d_s = 20$  mm,  $V_0 = 1$  mm/s et dans un récipient de diamètre  $D = 70$  mm. Dans les deux cas  $d_g = 1$  mm

On observe que les courbes de résistance se superposent les unes avec les autres quel que soit l'objet (cylindre ou sphère) ce qui montre que la hauteur de l'empilement, autrement dit la distance à laquelle on se trouve du fond, ne contrôle pas la force durant la pénétration. La force dépend ainsi uniquement de la profondeur  $z_b$ , et non de la distance  $H - z_b$  de l'objet à la paroi, tant que  $H - z_b$  n'est pas trop petit (ici  $H - z_b > \frac{d}{4}$ ).

#### 3.1.2 Pénétration contre un fond déformable

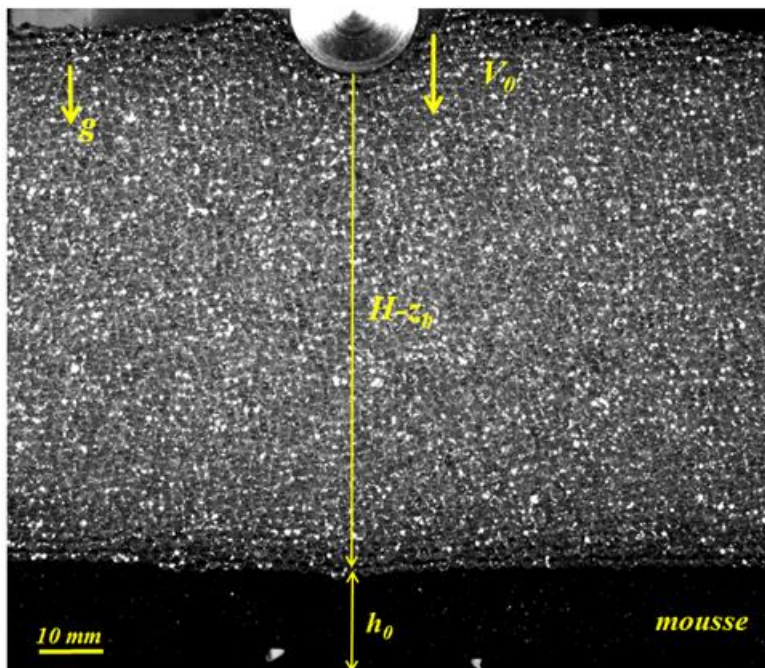
Les expériences menées dans le chapitre précédent ont comme caractéristique la présence d'une paroi rigide au fond. Pour étudier les caractéristiques du champ de déformation induit par l'objet, nous avons réalisé une campagne d'essais avec une paroi déformable située au fond. Ces expériences nous permettront de caractériser qualitativement et quantitativement la déformation induite par le déplacement du cylindre et d'accéder au champ de contraintes comme nous allons le montrer.

### **(a) Le montage expérimental**

Dans toutes ces expériences le dispositif utilisé est la cellule parallélépipédique à parois de verre pour visualiser la déformation du fond déformable constituée d'une couche de mousse solide d'épaisseur  $h_0 = 19 \text{ mm}$  et de même largeur  $b$  et longueur  $L$  que le récipient.

Dans ce qui suit, l'objet est un cylindre de diamètre  $d_c = 20 \text{ mm}$  qui se déplace à la vitesse  $V_0 = 5 \text{ mm/s}$ . Le diamètre des billes est  $d_g = 2 \text{ mm}$  et la hauteur de l'empilement vaut  $H = 90 \text{ mm}$ .

La déformation de la mousse est enregistrée avec une caméra fixe dans le référentiel du laboratoire à la fréquence d'enregistrement  $f = 20 \text{ Hz}$ . Durant l'intervalle entre images  $\Delta t = \frac{1}{f} = 0.05 \text{ s}$  l'objet parcourt la distance  $\Delta z = V_0 \Delta t \approx 0.25 \text{ mm}$ , très petite devant l'épaisseur  $h_0$  de la couche. La figure 3.2 montre quelques caractéristiques du montage expérimental.



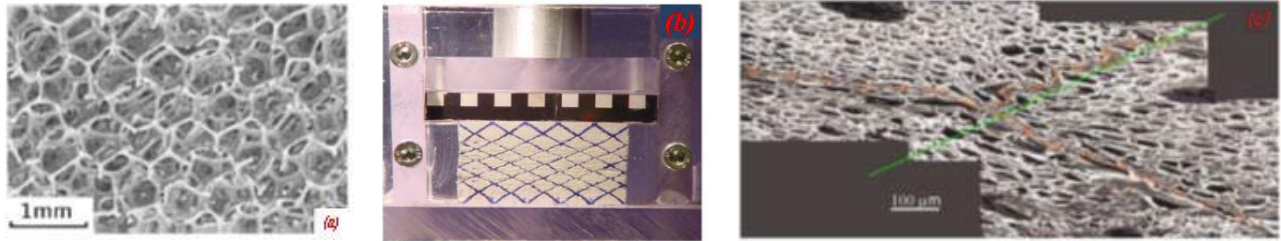
**Figure 3.2** - (a) Dispositif expérimental avec la couche de mousse mise au fond de la cellule. La photo a été prise lorsque le cylindre est déjà rentré d'une distance de l'ordre de  $d_c/2$ .

### **(b) Caractérisation mécanique de la mousse**

Les mousses présentent en général un comportement mécanique très complexe. Au-delà du domaine élastique la relation contrainte-déformation n'est plus linéaire et le comportement devient viscoplastique ou même visco-élasto-plastique. Le comportement mécanique dépend fortement de la porosité initiale de la mousse et montre généralement une hystérésis lors de cycles de compression-traction ce qui rend leur caractérisation compliquée.

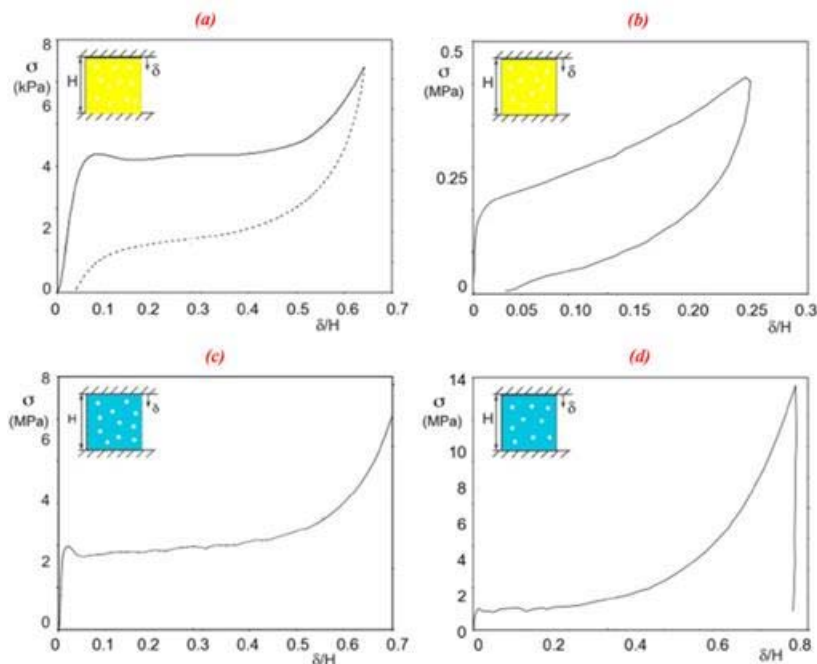
Une caractérisation physique-mécanique très complète de ce type de matériaux se trouve dans la thèse de doctorat de Pampolini (2010) qui a étudié le comportement des mousses polymériques sous compression uni-axiale. D'après Pampolini, les mousses sont des matériaux alvéolaires qui peuvent être

classés en deux grandes catégories: les matériaux cellulaires à porosité fermée et à porosité ouverte. Dans cette dernière situation, les alvéoles sont ouvertes sur les alvéoles voisines et sur l'extérieur; seulement les arêtes des cellules sont constituées de polymère solide. Une image de la microstructure des mousses de polyuréthane à porosité ouverte est observée sur la figure 3.3a.



**Figure 3.3** – a) Microstructure d'une mousse de polyuréthane à porosité ouverte, b) et c) Images qui montrent le mécanisme de déformation par flambement des arêtes des cellules. En c), la ligne en continu indique la direction d'application de la charge et la ligne en pointillés la localisation de la contrainte (figures extraites de la thèse de Pampolini, 2010)

Les mousses en général présentent différentes réponses mécaniques en contrainte dépendant de la microstructure du matériau. La figure 3.4 montre quelques courbes de la contrainte  $\sigma$  en fonction de la déformation relative  $\frac{\delta}{H}$ , où  $\delta$  est la déformation et  $H$  la taille de l'échantillon. Les deux premières courbes décrivent le comportement de mousses de type polymérique à porosité ouverte et les deux dernières les mousses de type polymérique à porosité fermée. Nous nous intéresserons au premier cas qui correspond à une mousse thermoplastique à porosité ouverte, similaire à celle que nous avons utilisée dans nos expériences de pénétration (fig. 3.4a).



**Figure 3.4** – Courbes de réponse en compression pour différents types de mousses. (a) mousse de polymère thermoplastique à porosité ouverte, (b) mousse de polymère thermoplastique à porosité fermée, (c) mousse d'aluminium à porosité ouverte et (d) mousse d'aluminium à porosité fermée (figures extraites de la thèse de Pampolini, 2010)

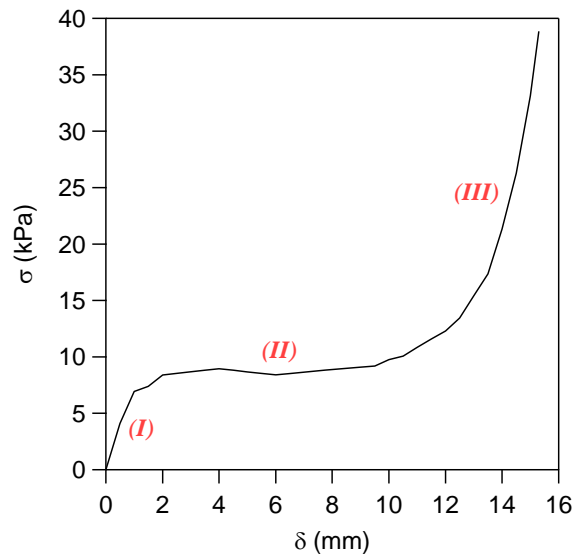
Ce type de mousse est caractérisé par un premier régime élastique dans la gamme  $\frac{\delta}{H} \lesssim 0.1$ . Cependant, l'aspect le plus intéressant de cette courbe est observé au-delà du régime élastique, c.à.d. dans la gamme

$0.1 \leq \frac{\delta}{H} \leq 05$  où la contrainte  $\sigma \approx cste$ . Ce régime est appelé par l'auteur *régime plateau*. Selon Pampolini, dans cette situation une distorsion du squelette de la mousse est observée, due au flambement des arêtes des cellules (figure 3.3b). Ce flambement produit une localisation des déformations en bandes orthogonales à la direction de la compression (figure 3.3c). Ces bandes augmentent en nombre jusqu'au complet effondrement de la mousse où tous les vides sont remplis.

Pour des déformations  $\frac{\delta}{H} \gtrsim 0.5$  un troisième régime apparaît appelé *régime de densification*. Ce régime, où la résistance de la mousse augmente rapidement, correspond à la situation où toutes les arêtes des cellules sont en contact les unes avec les autres.

Pour nos expériences, des essais de compression uni-axiale sur un échantillon de notre mousse ont été réalisés avec la machine de traction-compression du laboratoire. La surface d'essai de la machine correspond à un plateau circulaire de 146 mm de diamètre avec une vitesse de déplacement constante égale ici à 167  $\mu\text{m/s}$ . La courbe de compression est montrée sur la figure 3.5 où l'on observe les trois régimes décrits et correspondant donc à une mousse polymérique à porosité ouverte.

Le comportement élastique de cette mousse est observé dans la gamme de déformations  $0 \leq \delta(\text{mm}) \leq 1$ , tandis que le comportement plateau est observé dans la gamme  $1 \leq \delta(\text{mm}) \leq 10$ . Dans ce régime la contrainte prend une valeur quasiment constante notée  $\sigma_y$  et appelée contrainte de fluage ("yield stress") dont la valeur est ici 10 kPa environ. Le régime de densification est clairement observé pour  $\delta(\text{mm}) > 10$ .



**Figure 3.5** – Courbe contrainte-déformation lors d'un essai de compression uni-axiale de notre mousse d'épaisseur 19 mm. On distingue les trois régions typiques de la réponse mécanique d'une mousse polymérique à porosité ouverte: le régime élastique (I), le régime plateau (II) et le régime de densification (III).

### ***(c) Déformation du fond : un phénomène localisé***

Sur la figure 3.6 on a détaillé trois étapes caractéristiques de la déformation du fond en mousse au cours de la pénétration. Pour la situation décrite sur la figure 3.6 (a), le point bas du cylindre se trouve à une distance de plusieurs diamètres par rapport au fond ( $H - z_b \gg d_c$ ) et on n'observe pas de déformation visible de la mousse. Dans la situation 3.6 (b), où le cylindre se trouve à une distance de l'ordre de son diamètre ( $H - z_b \approx d_c$ ), la déformation de la mousse est visible légèrement dans l'axe de pénétration du cylindre.

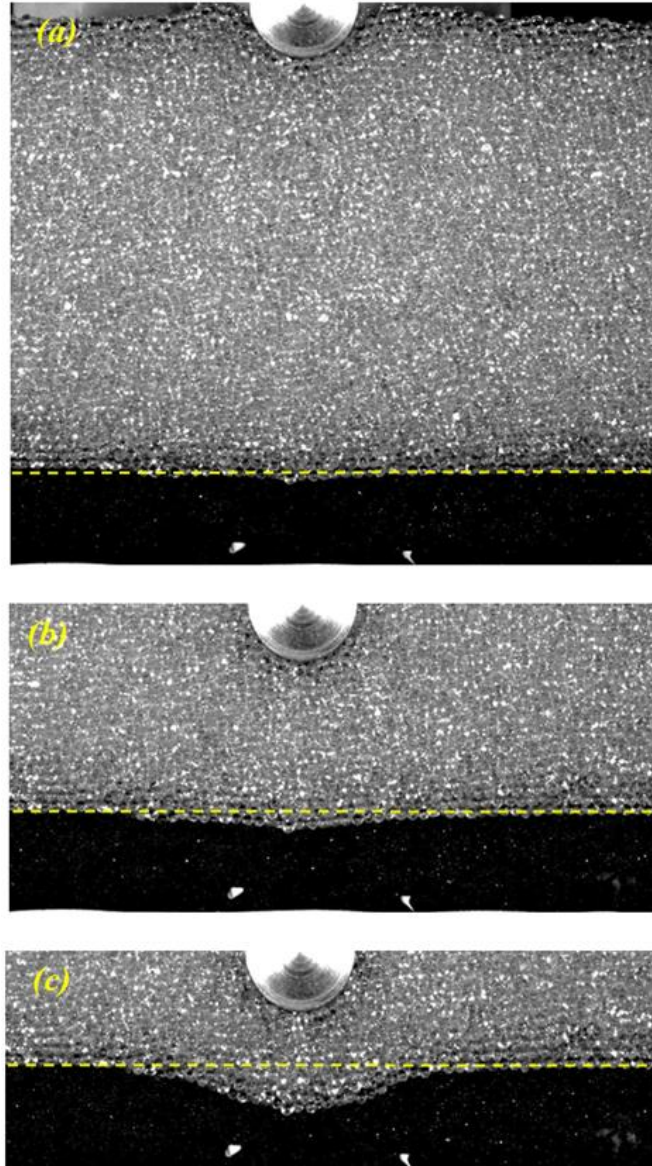
Finalement, dans la situation 3.6 (c) pour laquelle ( $H - z_b \leq d_c$ ) la déformation sur l'axe de pénétration est maximale et typiquement de l'ordre de 8 mm, soit environ la moitié de l'épaisseur de la mousse. Ce creux bien défini vient se former en amont du cylindre, avec une taille de l'ordre du diamètre du cylindre. Cette localisation de la déformation autour de l'objet a été déjà observée dans les études que nous avons citées précédemment (Seguin et al, 2011 et 2013; Hamm et al, 2004 ; Cixous, 2012). Ainsi, les expériences avec un fond déformable donnent accès à un ensemble de résultats et d'observations très riches du point de vue qualitatif. Nous allons aborder maintenant les aspects quantitatifs de ces expériences.

### ***(d) Détection de la surface et quantification du champ de déplacements***

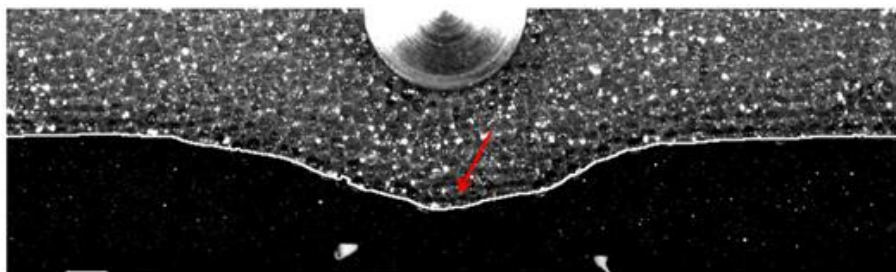
A travers des techniques de traitement d'images on peut accéder à la détection de l'interface de la mousse durant la pénétration de l'objet. Ce traitement a été fait à l'aide du logiciel Image J à partir des séquences d'images. Le traitement suivi est très simple et peut être résumé en trois étapes. La première étape consiste en un ajustement du contraste, la deuxième correspond à la conversion en échelle binaire (noir et blanc) et la troisième à la suppression de particules polluantes qui pourraient éventuellement interférer dans la détection de la surface. Un résultat typique issu de ce traitement est montré sur la figure 3.7

A l'aide du logiciel MATLAB, nous avons réalisé un code qui nous permet de quantifier le champ de déformation à partir des images traitées, avec une résolution spatiale de l'ordre du pixel. Les notations utilisées sont montrées sur la figure 3.8 : la déformation  $\xi(x, t)$  est mesurée par rapport à la surface initiale de la mousse à une distance  $x$  par rapport à l'axe de pénétration du cylindre, lui-même repéré par la distance verticale  $H - z_b$  de son point bas à la surface initiale de la mousse.

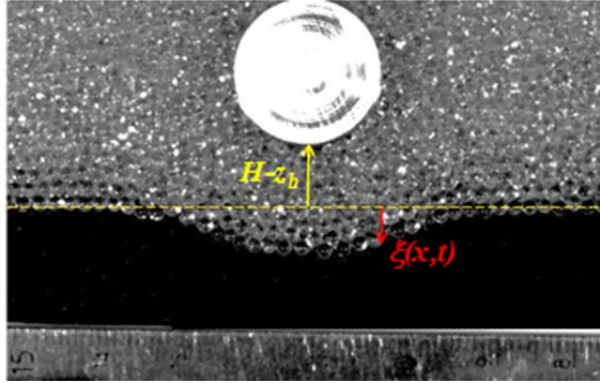




**Figure 3.6** – Images de la déformation d’une couche de mousse située au fond d’un empilement de billes au cours de la pénétration d’un cylindre dans cet empilement ( $d_c = 20\text{ mm}$ ,  $d_g = 2\text{ mm}$ ,  $V_0 = 5\text{ mm/s}$  et  $H = 90\text{ mm}$ ) pour différents distances  $H - z_b$  entre le cylindre et la surface initiale de la mousse (ligne pointillée). (a)  $H - z_b \gg d_c$  (b)  $H - z_b \approx d_c$  et (c)  $H - z_b < d_c$ .



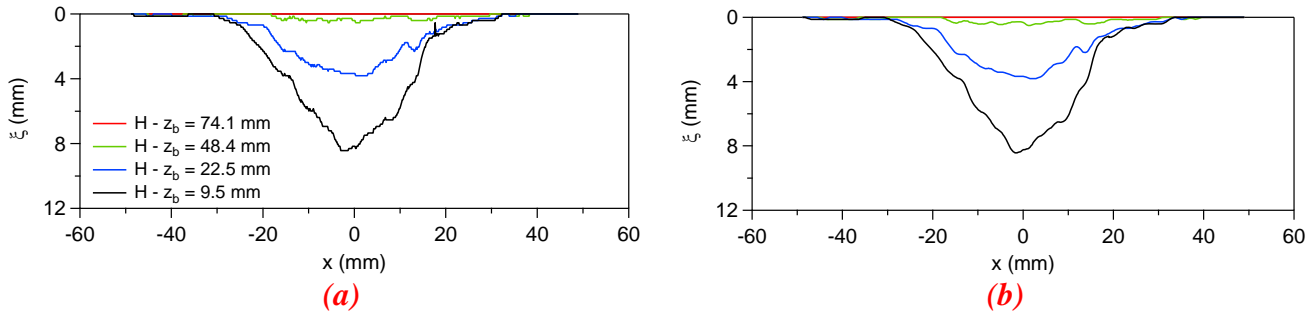
**Figure 3.7** – Détection de la surface déformée de la mousse. La ligne blanche continue est la surface de la mousse détectée.



**Figure 3.8** – Paramétrage utilisé pour déterminer le champ de déformation  $\xi(x, t)$  de la mousse. La ligne en pointillés correspond à la surface initiale de la mousse.

### (e) Résultats du calcul

La figure 3.9a montre le profil brute de déformation de la mousse, à la résolution spatiale du pixel, pour quatre positions différentes du cylindre,  $H - z_b$ . Les profils de déformation obtenus après un filtrage par moyenne glissante sur une boîte de largeur  $\Delta x \approx d_g \approx 10$  pixels sont observés sur la figure 3.9b. Les déformations de la mousse montre un creux très bien défini avec une valeur maximale sur l'axe de pénétration que nous noterons  $\xi_0 = \xi(x = 0, t)$ . Les déformations maximales de la mousse que nous avons autorisées sont de l'ordre de  $\xi_0 \approx 8\text{mm}$ , pour rester sur le "plateau" de contrainte de la courbe de compression de la mousse.

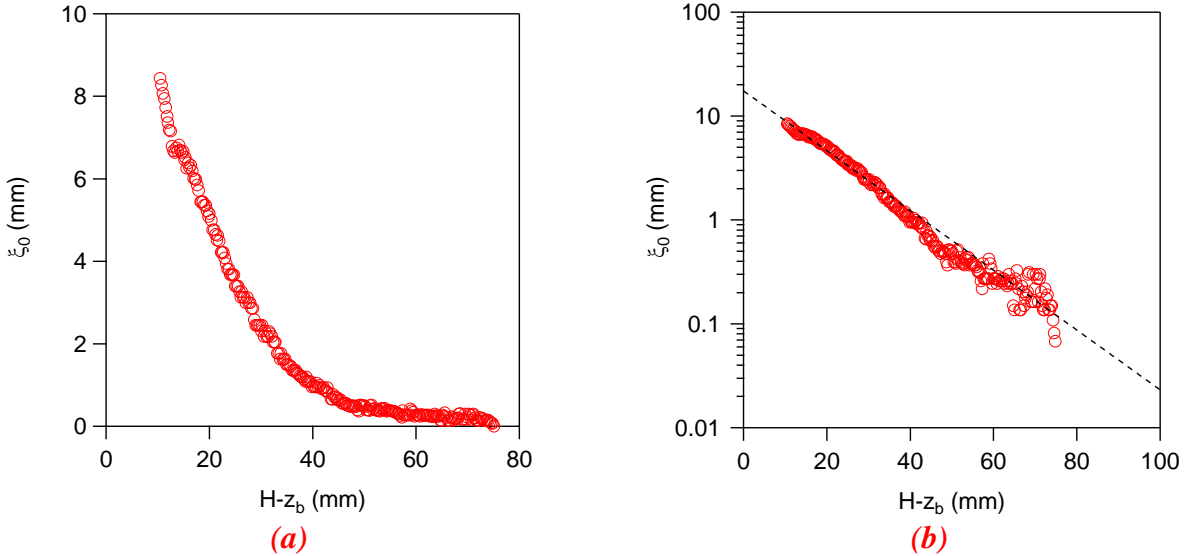


**Figure 3.9** - Champ de déformation de la mousse  $\xi(x, t)$  déterminé pour différentes positions  $H - z_b$  du cylindre pour deux situations (a) le champ de déformation brute et (b) le champ de déformation lissé.

L'amplitude maximale de déformation  $\xi_0$  de la mousse déterminée aisément à partir des acquisitions vidéos est montrée à la figure 3.10a en fonction de la distance  $H - z_b$  du cylindre. Cette déformation est négligeable lorsque le cylindre se trouve loin de la mousse ( $H - z_b \gtrsim 2d_c$ ). Des déformations supérieures à la taille des grains ( $\xi \geq d_g$ ) sont observées pour une distance à la mousse  $H - z_b \lesssim 2d_c$ .

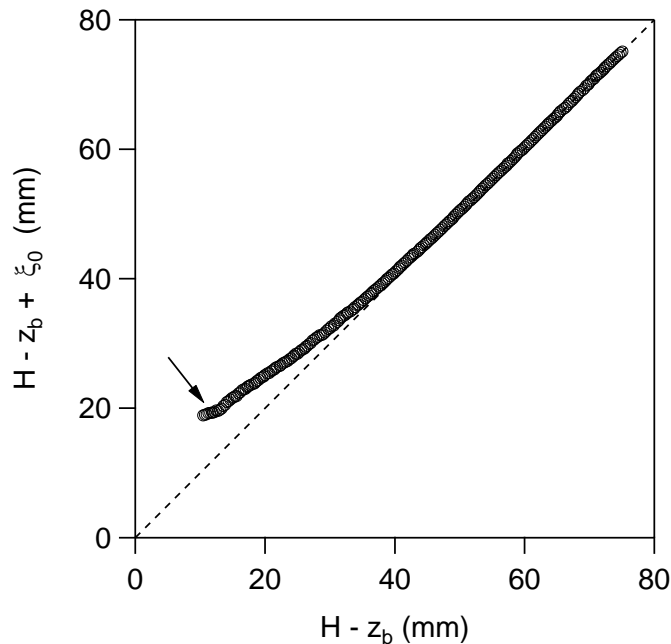
Un ajustement de type exponentiel est proposé afin de décrire la variation de  $\xi_0$  (figure 3.10b). Cet ajustement prend la forme  $\xi_0 = A \exp\left(-\frac{H-z_b}{\Delta}\right)$ , avec  $A \approx 17.4\text{ mm}$  et  $\Delta \approx 15.1\text{ mm}$ . La valeur de  $\Delta$  peut être vue comme une longueur d'influence du cylindre, à partir de laquelle les effets de proximité entre l'objet et le fond sur le champ de déformation sont significatifs. Cette longueur est ici de l'ordre du diamètre du cylindre  $d_c$ . Si l'on compare plus précisément cette valeur avec la longueur caractéristique

du champ de vitesse des grains autour du cylindre en pénétration  $\lambda = 2.3d_g + 0.24d_c \simeq 9,4\text{mm}$  (Seguin *et al.*, 2013), on obtient  $\frac{\Delta}{\lambda} \simeq 1.6$ .



**Figure 3.10** – Amplitude maximale du creux dans la mousse  $\xi_0$  en fonction de  $H - z_b$  dans un tracé (a) linéaire et (b) semi-logarithmique avec un ajustement exponentiel des mesures expérimentales.

Une autre représentation intéressante de la déformation progressive de la mousse au cours de la pénétration est le tracé entre les grandeurs  $H - z_b + \xi_0$  et  $H - z_b$  montré sur la figure 3.11. La déviation des points expérimentaux par rapport à la droite bissectrice en pointillés montre bien le début de déformation significative lorsque  $H - z_b \simeq 40\text{mm}$ . Le fait que les points soient presque sur un plateau lorsque  $H - z_b \simeq 13\text{mm}$  correspond au fait que le déplacement des grains par le cylindre se fait alors quasiment en bloc.



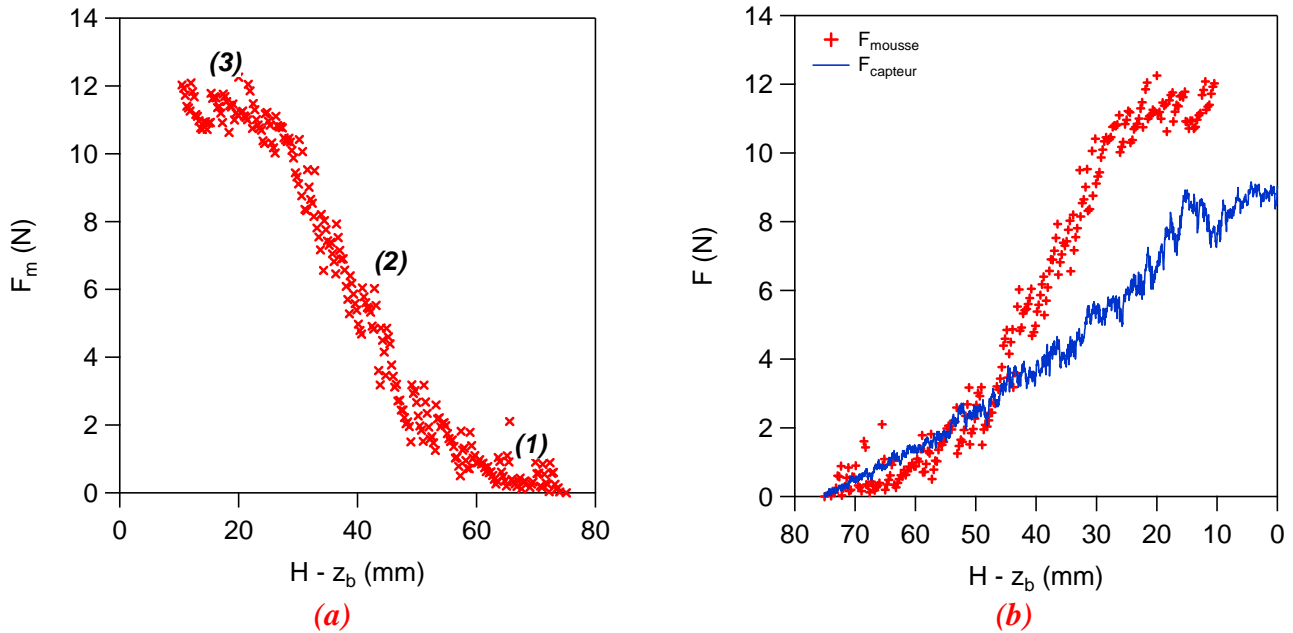
**Figure 3.11** - Variation observée entre  $H - z_b + \xi_0$  et  $H - z_b$ . La droite en pointillés correspond au cas sans déformation ( $\xi_0 = 0$ ). La flèche indique un début de plateau sur la courbe.

### (f) Force sur la mousse

A partir du champ de déformation  $\xi(x, t)$  mesuré en pénétration et de la courbe de caractérisation mécanique contrainte – déformation  $\sigma = f(\delta)$  de la mousse, on peut remonter par intégration à la force  $F_m(t)$  exercée sur la couche à chaque instant:

$$F_m(t) = \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \sigma(x, t) dx dy \quad (3-1)$$

où  $\sigma(x, t)$  est la distribution de contrainte instantanée sur la mousse. En supposant que la contrainte est distribuée uniformément sur la largeur  $b$  de la cellule, on obtient l'expression  $F_m(t) \simeq b \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \sigma(x, t) dx$ . La figure 3.12 montre le résultat de cette intégration en fonction de la distance  $H - z_b$ .



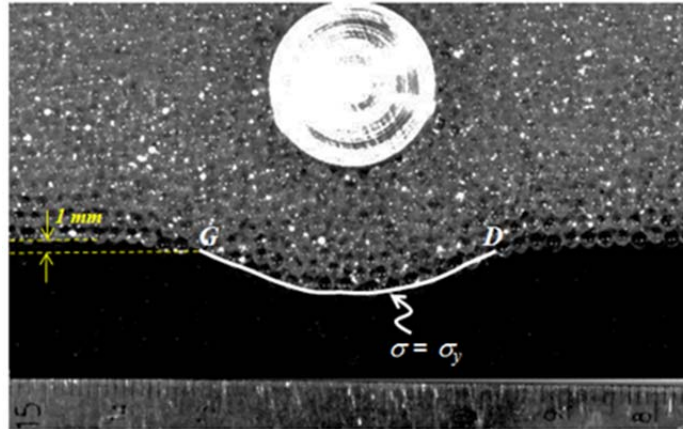
**Figure 3.12** – (a) Evolution de la force sur la mousse  $F_m$  en fonction de la distance au cylindre  $H - z_b$  et (b) comparaison entre la force sur la mousse  $F_m$  et la force mesurée par le capteur  $F_{cap}$  en fonction de  $H - z_b$ .

Sur cette figure 3.12a trois régimes sont identifiés. Un premier régime (1) où la force sur la mousse est quasi nulle. Dans cette situation l'objet se trouve loin du fond ( $H - z_b \gtrsim 3d_c$ ). La force augmente ensuite fortement d'une manière linéaire dans un deuxième régime (2). Enfin, dans le troisième régime (3) la force sature vers une valeur plateau de l'ordre de 11 N environ.

La force calculée sur la mousse peut être comparée alors avec la force sur le cylindre mesurée par le capteur piézoélectrique comme observé sur la figure 3.12b. On constate que les valeurs de ces deux mesures sont du même ordre de grandeur, ce qui valide a posteriori la technique d'obtention de la force sur la mousse.

### (g) Isobare

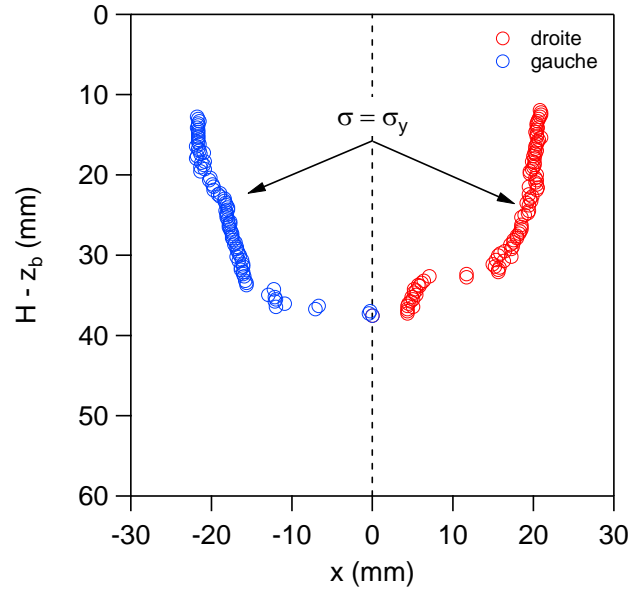
Dans les paragraphes précédents nous avons caractérisé et déterminé la déformation de la mousse et la force résultante issue de ce champ de déformation. Mais ces expériences nous permettent aussi de caractériser l'évolution de la région de la mousse qui se trouve dans le régime "plateau" durant la pénétration. Pour cela, nous avons suivi l'évolution des deux points  $G$  et  $D$  *iso-contraintes* et définis à tout instant par  $\xi(x_D, t) = \xi(x_G, t) = 1\text{mm}$  (fig. 3.13). D'après le comportement mécanique de la mousse, la région  $x_G \leq x \leq x_D$  caractérisée par  $\xi(x, t) > 1\text{mm}$  est en effet défini par l'état de contrainte  $\sigma(x, t) = \sigma_y$  correspondant au plateau "plastique".



**Figure 3.13** – Paramétrage utilisé pour la caractérisation des points iso-contraintes, où  $G$  note le point à gauche de l'axe de pénétration et  $D$  celui situé à droite. Les points de la mousse compris entre  $G$  et  $D$  (ligne blanche continue), se trouvent à la même contrainte  $\sigma_y$ .

La détermination de ces points nous amène alors à la courbe qui se trouve sur la figure 3.14 et qui représente finalement l'isobare  $\sigma_y$ , par rapport au cylindre dont le point bas est situé en  $(0,0)$ . Sur cette courbe on observe clairement qu'en moyenne  $|x_G| \approx |x_D|$  comme attendu par la symétrie du problème.

Ces deux points d'intérêt s'écartent au fur et à mesure que le cylindre s'approche de la mousse jusqu'à  $H - z_b \approx d_c$ . Nous verrons que la forme de cette isobare obtenue par cette technique est cohérente avec la mesure directe du champ de contraintes dans des expériences de tirage horizontal d'un intrus au sein d'une couche de disques biréfringents que nous présenterons au chapitre 5.

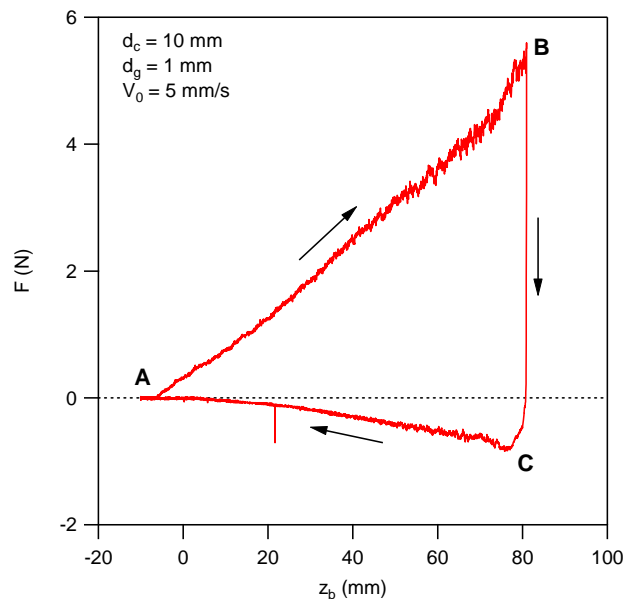


**Figure 3.14** – Ligne isobare en amont du cylindre obtenue à partir des abscisses  $x_D$  et  $x_C$  des points iso-contraintes de début de déformation de la mousse, à gauche (en bleu) et à droite (en rouge) en fonction de la distance  $H - z_b$  au cylindre.

## 3.2 PENETRATION VERSUS EXTRACTION

### 3.2.1 Caractéristiques générales de la courbe de résistance

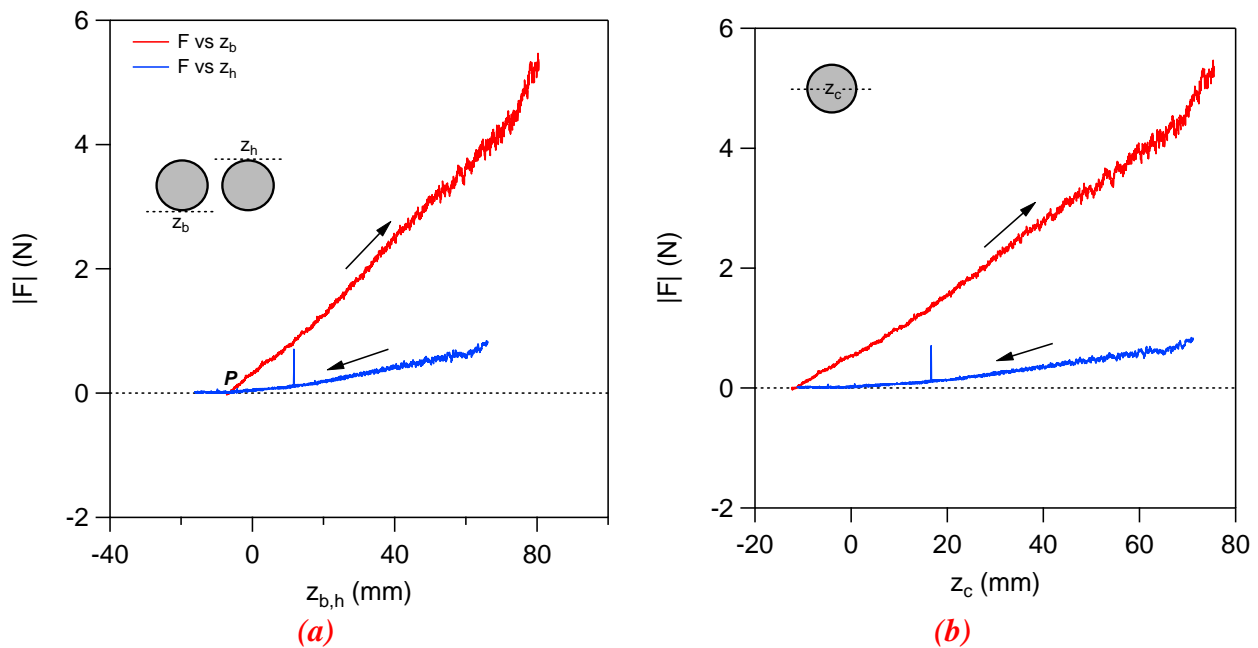
Nous présentons maintenant des expériences d'aller-retour menées avec un cylindre et une sphère pour caractériser les forces suivant les deux sens opposés de pénétration et extraction. La figure 3.15 montre un résultat typique de ce type d'expériences pour un cylindre se déplaçant dans un empilement de billes de verre.



**Figure 3.15** - Force de résistance sur un cylindre ( $d_c = 10 \text{ mm}$ ,  $V_0 = 5 \text{ mm/s}$  et  $d_g = 1 \text{ mm}$ ) pour un cycle de pénétration-extraction. Les flèches indiquent le sens du mouvement : pénétration puis extraction.

Le point A montre la position de départ de l'objet, située à quelques millimètres en dehors du milieu granulaire. L'objet s'arrête à quelques millimètres de la paroi du fond, indiqué par B. Ensuite l'objet reprend le mouvement en sens opposé à partir de cette dernière position mais avec une valeur absolue de force différente (C) jusqu'à la position initiale (A). Ces étapes constituent ainsi un cycle d'aller-retour qui est représenté par la courbe ABCA.

Pour la pénétration, nous avons adopté jusqu'ici de représenter nos données en fonction de  $z_b$ , le point bas de l'objet. Dans cette situation, il n'y avait pas d'ambiguïté sur le tracé car la direction du mouvement était unique. Cependant,  $z_b$  n'est sans doute pas la profondeur pertinente pour l'extraction. Dans cette situation, la force est essentiellement concentrée sur l'avant de l'intrus correspondant à la profondeur du haut du cylindre  $z_h = z_b - d_c$ .



**Figure 3.16** – (a) Force  $F$  sur un cylindre en pénétration en fonction de  $z_b$  et en fonction de  $z_h$  pour l'extraction. (b) Force en pénétration et extraction en fonction de  $z_c$ .

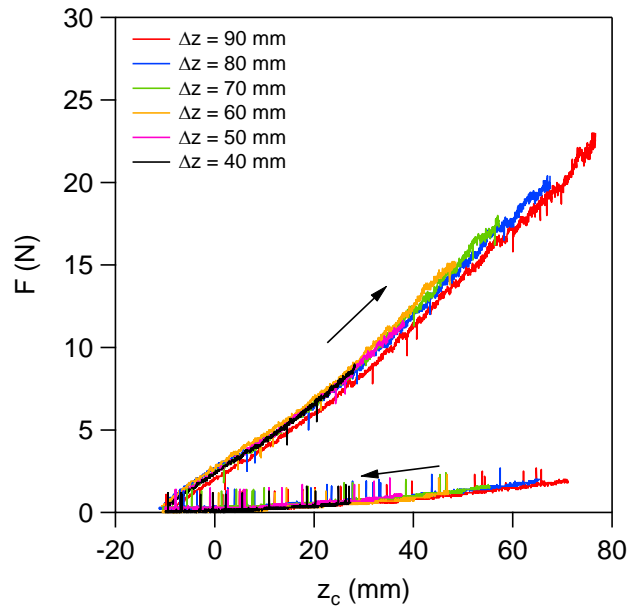
Afin de mieux comparer les forces en pénétration et extraction, nous traçons la valeur absolue de la force mesurée en extraction en fonction de  $z_h$  et de la force en pénétration en fonction de  $z_b$  (fig. 3.16a). Ces courbes de forces en pénétration et extraction restent très différentes même en prenant en compte un repérage différent de la profondeur de l'objet. Dans la suite, nous tracerons ces courbes force-profondeur en fonction de la profondeur du centre de l'objet  $z_c$ , comme montré à la figure 3.16b.

L'un des buts de cette partie du manuscrit sera alors de comprendre l'origine de cette asymétrie et surtout les paramètres qui l'affectent directement. En particulier, nous nous intéressons à l'influence de la direction initiale du mouvement (pénétration-extraction vs extraction-pénétration), à l'influence de l'amplitude de déplacement et de la position initiale de l'objet  $z_{ci}$ .

### 3.2.2 Influence de l'amplitude de déplacement

Un objet donné qui se déplace dans un milieu granulaire explore verticalement différentes configurations de pression et d'organisation des grains. Nous rapportons ici deux expériences différentes : la première où l'amplitude de déplacement de l'objet ( $\Delta z$ ) est variable avec une position initiale de l'objet identique, la deuxième où nous avons fait varier aussi la position initiale de l'objet. Le milieu est préparé de la même manière avant la réalisation de chacune de ces expériences, comme expliqué dans le chapitre 2.

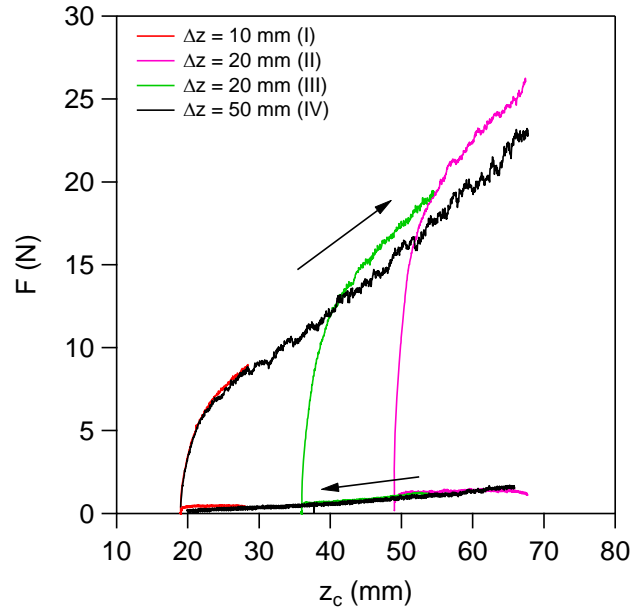
Les courbes sur la figure 3.17 montrent l'évolution de  $F(z_b)$  pour différentes amplitudes de déplacement  $\Delta z$ . On constate d'abord que les courbes de résistance se superposent les unes avec les autres quel que soit l'amplitude de cycle.



**Figure 3.17** – Force  $F$  sur un cylindre ( $d_c = 20$  mm) en fonction de la profondeur de son centre  $z_c$  pour un cycle de pénétration/extraction d'amplitude  $\Delta z$  variable ( $V_0 = 3$  mm/s,  $d_g = 1$  mm).

La figure 3.18 montre les courbes de résistance obtenues avec un cylindre en changeant aussi la position initiale  $z_{ci}$  à l'intérieur du milieu. Ces différentes courbes tendent à suivre un comportement général déterminé par la courbe IV correspondant à la plus grande course ( $\Delta z=50$  mm), entre la position initiale de la courbe I et la position finale de la courbe II. Les petits cycles de pénétration-extraction réalisés indépendamment les uns des autres rejoignent la courbe correspondant au plus grand cycle hors transitoires de démarrage. Cela signifie donc qu'il n'y a pas une influence très significative ici de l'histoire du déplacement sur l'asymétrie du cycle.



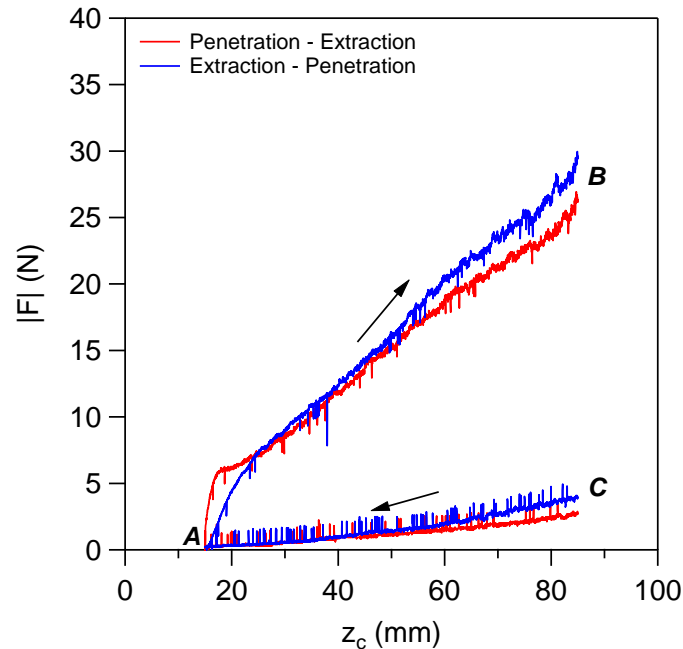


**Figure 3.18** – Force de résistance sur un cylindre ( $d_c = 20$  mm) en fonction de sa profondeur  $z_c$ , pour différentes amplitudes  $\Delta z$  de déplacement et pour différentes positions initiales de l'objet  $z_{ci}$  ( $V_0 = 5$  mm/s,  $d_g = 1$  mm).

### 3.2.3 Pénétration-extraction versus extraction-pénétration

Dans le cas d'un fluide newtonien on sait bien que la force de trainée ne dépend pas de la direction, c'est-à-dire, le comportement de la force devant un cycle d'aller-retour est exactement le même si l'on renverse la direction du mouvement. Vis-à-vis de ce résultat une question qui nous paraît fondamentale est de déterminer si l'asymétrie observée dans notre cycle de force est indépendante ou non de la direction initiale du mouvement de l'objet. Pour répondre à cette question nous avons réalisé des expériences de pénétration-extraction et extraction-pénétration dont le résultat est observé sur la figure 3.19 pour un cycle où  $z_{ci} > d_c/2$  (i.e. le cylindre reste totalement immergé).

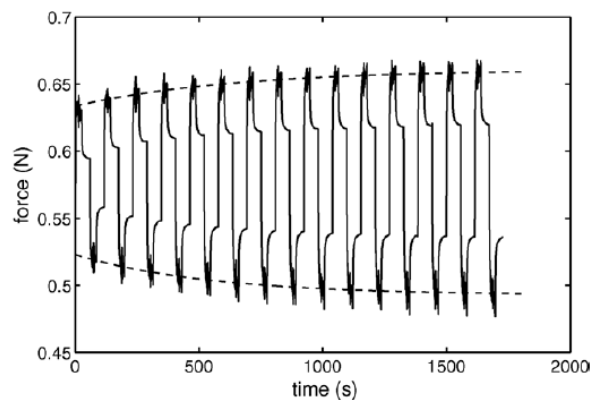
Le comportement de la force en pénétration-extraction est représenté par la courbe ABCA. Cette courbe n'est pas très différente de celle obtenue pour un cycle d'extraction-pénétration représentée par la courbe CAB. Ces deux essais ont été réalisés indépendamment l'un de l'autre : les grains sont remués entre les expériences. Les différences les plus significatives s'observent près de la surface et près du fond et correspondent donc essentiellement aux transitoires. La réalisation de ces essais montre alors que la direction du mouvement (du haut vers le bas ou inversement) ne modifie pas significativement le comportement d'hystérésis, et qu'il faut donc chercher ailleurs la raison de cette asymétrie.



**Figure 3.19** – Force sur un cylindre ( $d_c = 10 \text{ mm}$ ) sur un cycle d'amplitude  $\Delta z = 70 \text{ mm}$  en pénétration-extraction à partir de  $z_{ci} = 15 \text{ mm}$  (courbe rouge) et extraction-pénétration à partir de  $z_{ci} = 85 \text{ mm}$  (courbe bleue) ( $V_0 = 5 \text{ mm/s}$  et  $d_g = 1 \text{ mm}$ ).

### 3.2.4 Cycles successifs de pénétration-extraction

Des expériences de déplacement d'une sphère dans un fluide complexe ont montré l'existence d'*effets de mémoire* ou d'histoire sur la force de trainée (Chafe et De Bruyn, 2005). La réalisation de plusieurs cycles de pénétration extraction dans un fluide de Bingham (figure 3.20) a montré l'existence d'une dérive croissante dans le temps des valeurs maximales de la force. Cet effet appelé *durcissement* correspond à une augmentation de la viscosité dans le temps dû aux changements structuraux dans le milieu.

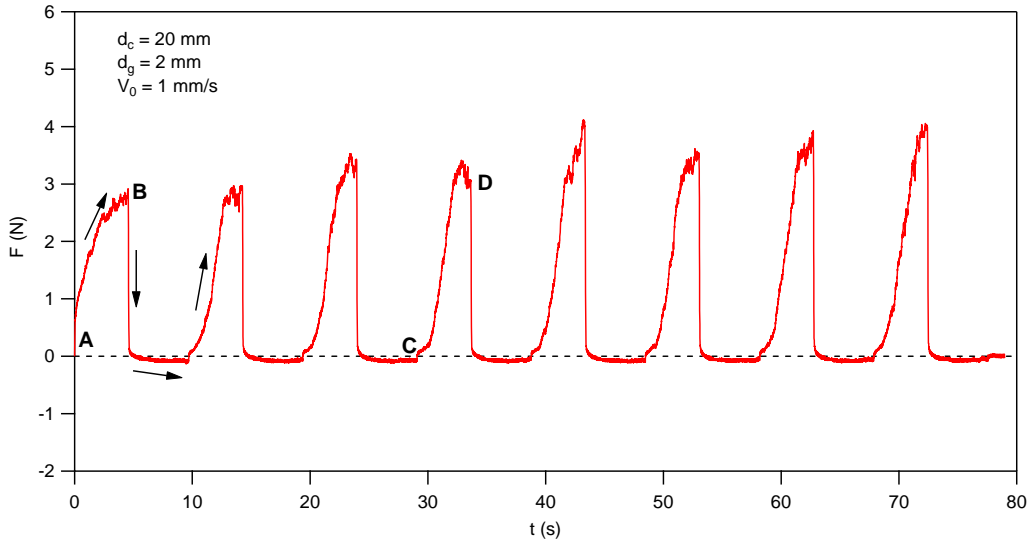


**Figure 3.20** – Variation de la force de trainée sur une sphère dans un fluide de Bingham lors de  $N=15$  cycles de charge-décharge avec une vitesse de déplacement de  $1.78 \text{ mm/s}$ . La ligne en pointillés correspond à l'enveloppe des valeurs maximales de la force qui présente une augmentation dans le temps, vers un état asymptotique « stationnaire » (fig. extraite de Chafe et De Bruyn, 2005).

De façon similaire, nous avons réalisé une courte campagne d'expériences pour étudier l'évolution temporelle de la force lors de plusieurs cycles successifs de pénétration-extraction. Un résultat typique issu de ces expériences est montré sur la figure 3.21. Le premier constat est que la force n'évolue pas

significativement dans le temps. Cependant, des différences visibles sont observées essentiellement sur le premier cycle. Sur ce cycle, la courbe de résistance montre un comportement transitoire (AB) différent des autres cycles (par exemple CD) avec une concavité différente.

Ceci est sans doute dû à l'état initial des contraintes présentes initialement dans le milieu granulaire (après la phase de préparation) et qui se réorganisent lors des passages successifs du cylindre. A partir du deuxième cycle, le comportement de la force reste presque le même avec des valeurs maximales en pénétration qui croissent légèrement avec le temps. Cet effet est probablement dû à une légère compaction de l'empilement sous l'effet de cycles successifs.



**Figure 3.21** – Force  $F$  sur un cylindre ( $d_c = 20 \text{ mm}$ ) en fonction du temps pour  $N=8$  cycles successifs de pénétration-extraction. La courbe  $AB$  correspond à la première pénétration et la courbe  $CD$  à une pénétration lors d'un cycle ultérieur ( $d_g = 2 \text{ mm}$  et  $V_0 = 1 \text{ mm/s}$ ).

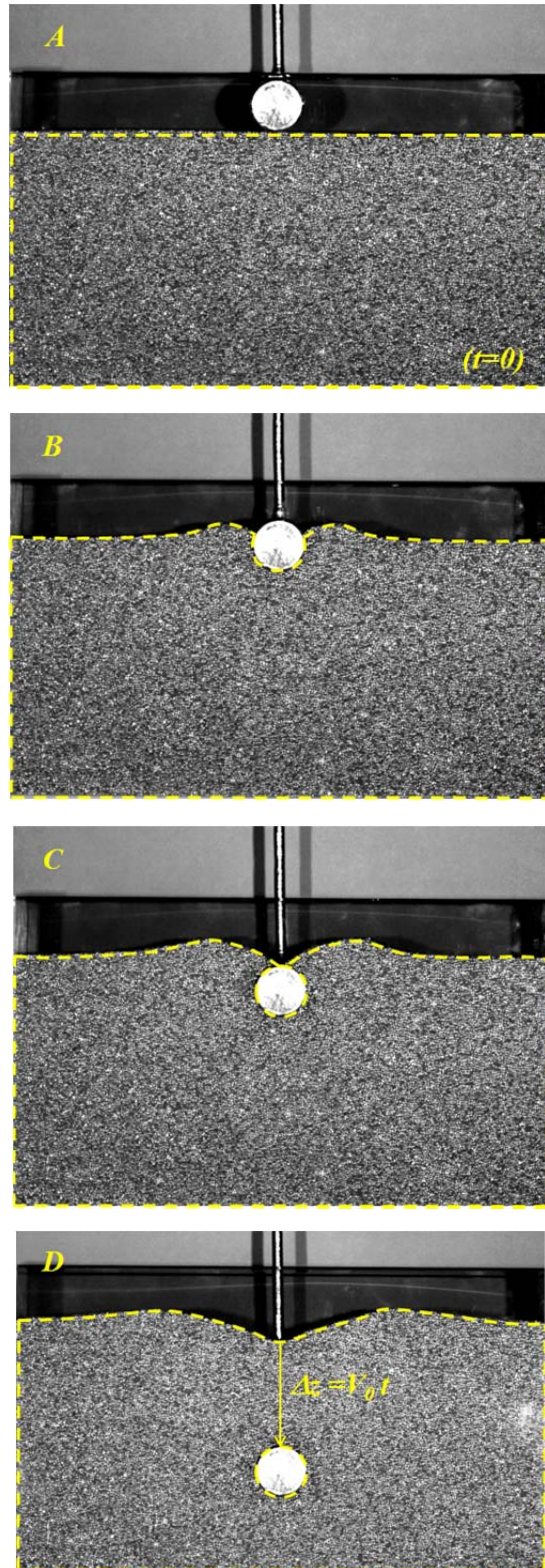
### 3.2.5 Variation du volume de grains

La dilatance est un phénomène connu important dans les milieux granulaires. Un comportement de type dilatant, induit dans certaines situations une relaxation de contraintes dans l'empilement et qui pourrait dans notre cas influencer la force ressentie par l'objet. Pour répondre à cette question sur le rôle joué par la variation volumétrique des grains sur le comportement de la force en pénétration-extraction, un traitement d'images similaire à celui détaillé dans le chapitre 2 a été réalisé sur la séquence d'images enregistrée lors d'expériences de pénétration-extraction avec un cylindre de diamètre compris entre  $10 \text{ mm} \leq d_c \leq 40 \text{ mm}$ ,  $d_g = 1 \text{ mm}$  et  $V_0 = 3 \text{ mm/s}$ . La hauteur initiale de l'empilement reste la même pour chacune des expériences ( $H \approx 90 \text{ mm}$ ).

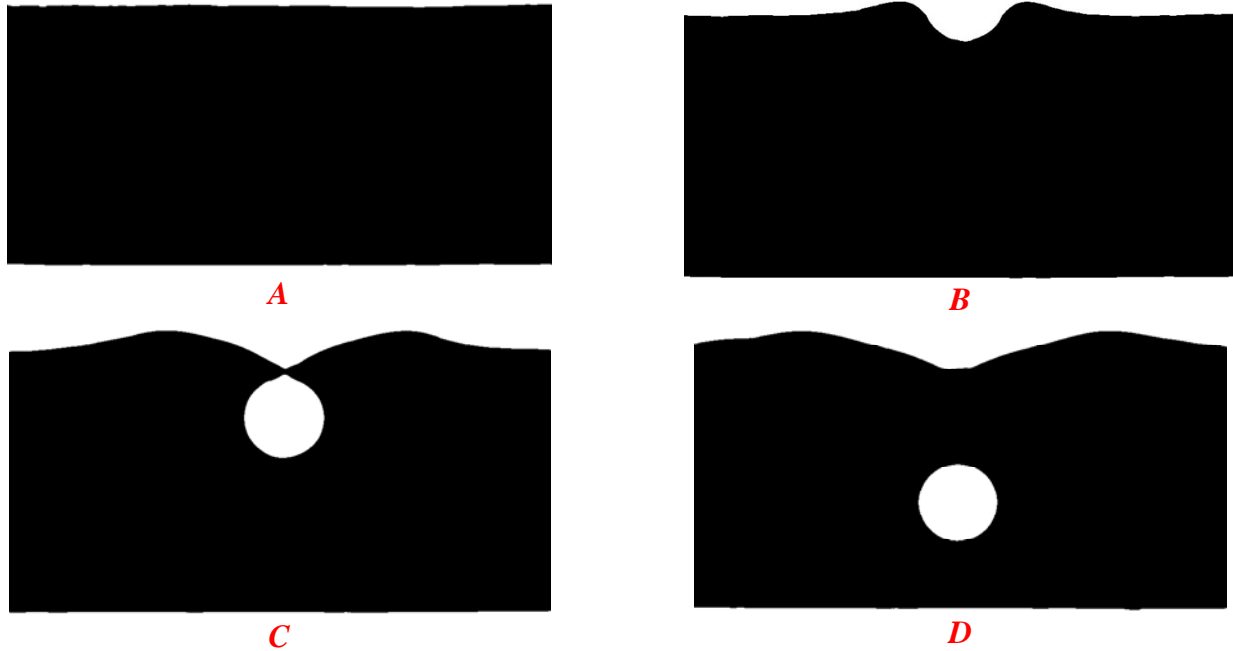
Grâce aux acquisitions vidéo, on peut accéder à la variation du volume occupé par les grains à tout instant et étudier si la dilatance granulaire joue un rôle important sur notre problème ou pas. La figure 3.22 montre quatre images de l'empilement à quatre instants de la pénétration sur lesquelles nous allons nous focaliser pour détailler dans chaque cas le calcul de la variation volumétrique. Dans tout ce qui suit, le volume d'intérêt pour ce calcul est celui représenté par la ligne jaune en pointillés :

- i. Dans la situation A, le cylindre n'a pas encore atteint la surface et l'empilement n'est pas déformé. Le volume de grains  $V_g$  correspondant dans cette situation est  $V_g = bLH$ .
- ii. Dans la situation B le cylindre est entré d'une faible distance dans l'empilement ( $z_b \simeq \frac{d_c}{2}$ ). La déformation de l'interface est significative avec un creux sur l'axe de pénétration de l'objet et deux bosses de part et d'autre du cylindre.
- iii. Dans la situation C ( $z_b \simeq d_c$ ) le cylindre devient totalement immergé. À partir de cette situation, le volume déformé de l'empilement de grains est déterminé en excluant systématiquement le volume du cylindre.
- iv. En D ( $z_b \gg d_c$ ), tant le cylindre que la tige se trouvent à l'intérieur du milieu granulaire. La tige est rentré d'une distance de l'ordre de  $z_b - d_c$  et donc le volume qu'elle occupe sera tout simplement  $\pi \frac{d_t^2}{4} (z_b - d_c)$  avec  $d_t$  le diamètre de la tige.

Le traitement d'images appliqué sur les quatre situations de la figure 3.22 donne comme résultat la séquence d'images de la figure 3.23. Durant la pénétration du cylindre on observe que l'interface et la mesure du volume associé sont légèrement bruitées par des fluctuations d'intensité lumineuse réfléchiée par les grains qu'on peut estimer ici à 1 % par des expériences statiques (pas de pénétration, cellule à l'arrêt).

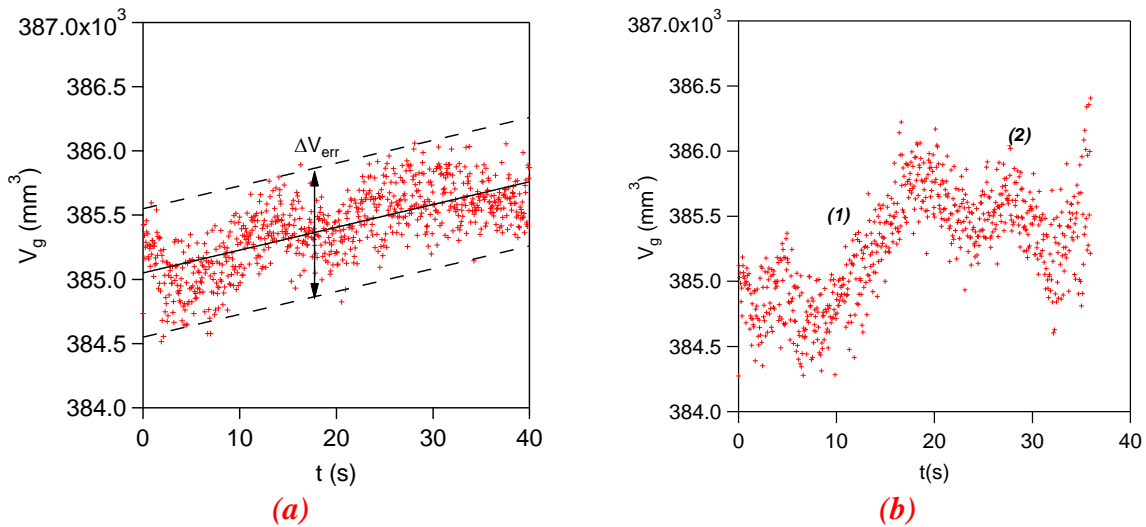


**Figure 3.22** – Images de la déformation du milieu granulaire. Le volume des grains évalué à différentes étapes de la pénétration est contenu dans le cadre jaune. En **A**,  $z_b = 0$  ; en **B**,  $z_b \approx \frac{d_c}{2}$  ; en **C**,  $z_b \approx d_c$  et en **D**,  $z_b \gg d_c$ .



**Figure 3.23** – Les situations A, B, C et D montrées dans la figure 3.23 après traitement d'images.

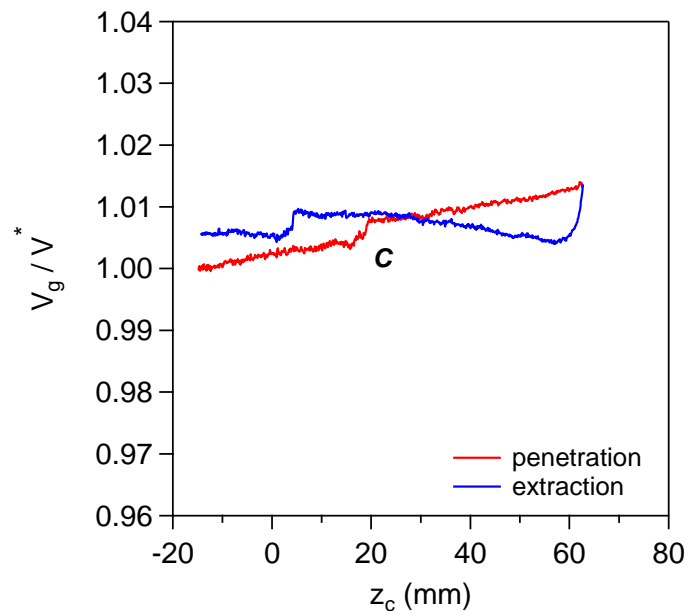
Compte tenu que la caméra que l'on utilise pour enregistrer les images reste fixe dans le repère du laboratoire, une erreur de parallaxe doit aussi être prise en compte afin de corriger les mesures brutes de volume. Pour cela, nous avons réalisé des expériences de montée-descente de la cellule remplie des grains mais sans pénétration du cylindre.



**Figure 3.24** – Volume des grains  $V_g$  en fonction du temps pour (a) un mouvement de montée de la cellule sans pénétration et (b) un mouvement de pénétration de la tige seule dans l'empilement. Dans les deux cas,  $V_0 = ?? \text{ mm}^3/\text{s}$ .

La variation de volume mesurée sans pénétration est observée sur la figure 3.24a. On observe une légère dérive croissante du volume mesuré attribuable à l'erreur de parallaxe, de l'ordre de 0.1% comparable au bruit de mesure. Sur la figure 3.24b, nous avons tracé la variation volumétrique observée lors d'une expérience de pénétration de la tige seule. Cette variation est légèrement différente de celle observée sans pénétration aucune avec une croissance plus marquée associée au début de pénétration de la tige (1). Cette croissance du volume associée à la pénétration de la tige n'est ensuite plus détectée compte tenu de l'effet de parallaxe et de la position de la tige en arrière de la face avant de la cellule (2). Dans les deux cas, les variations de volume parasites associées à l'erreur de parallaxe ou à l'enfoncement de la tige sont très faibles, de l'ordre de 0.1% et sont donc négligeables.

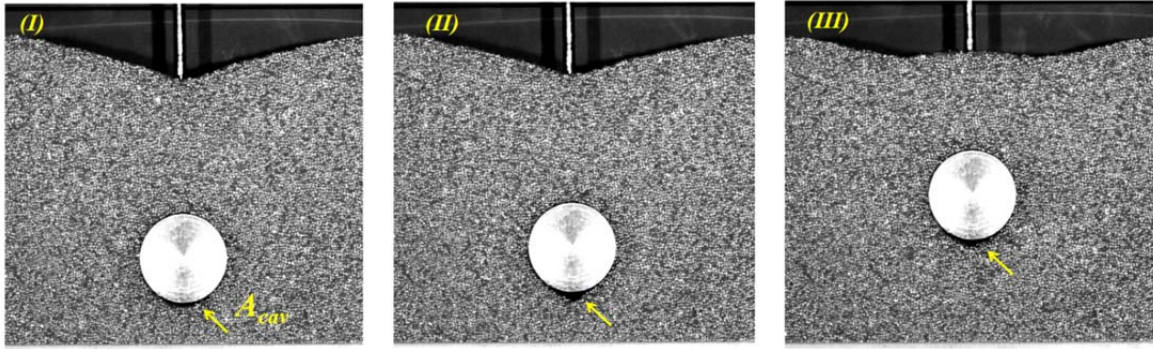
La figure 3.25 montre la variation du volume de grains normalisé par le volume à l'instant initial  $V^*$  observée lors de la pénétration d'un cylindre ( $d_c = 30mm$ ). Le volume semble croître linéairement, mise à part une discontinuité observée en C correspondant à la refermeture du cratère. La variation relative de volume, et donc de compacité globale de l'empilement, sur l'ensemble de la pénétration est de l'ordre de 1%.



**Figure 3.25** – Variation du volume de grains  $V_g$  normalisé par le volume initial  $V^*$  lors d'un cycle de pénétration/extraction d'un cylindre ( $d_c = 30mm$ ) en fonction de la profondeur ( $V_0 = 2mm/s$ ).

En extraction, les variations de volume de grains détectées sont comparables et le volume moyen est également comparable ce qui semble montrer qu'il n'y a pas de différence notable dans la compacité moyenne entre la pénétration et l'extraction. Compte tenu des mesures de force à différentes compacités faites en pénétration au chapitre 2 (figs. 2.29 et 2.30), les éventuelles petites différences de compacité globale qui pourraient exister entre la pénétration et l'extraction ne permettent pas d'expliquer l'écart de force mesuré entre ces deux situations.

On notera qu'en extraction une cavité d'aire  $A_{cav}$  se forme sous le cylindre, et reste stationnaire durant la remontée (fig. 26) sauf au voisinage de la surface. L'existence de cette cavité a été mise en évidence et caractérisée en détail par Cixous (2009). Cette cavité n'existe pas en pénétration compte tenu de la pression des grains au-dessus.

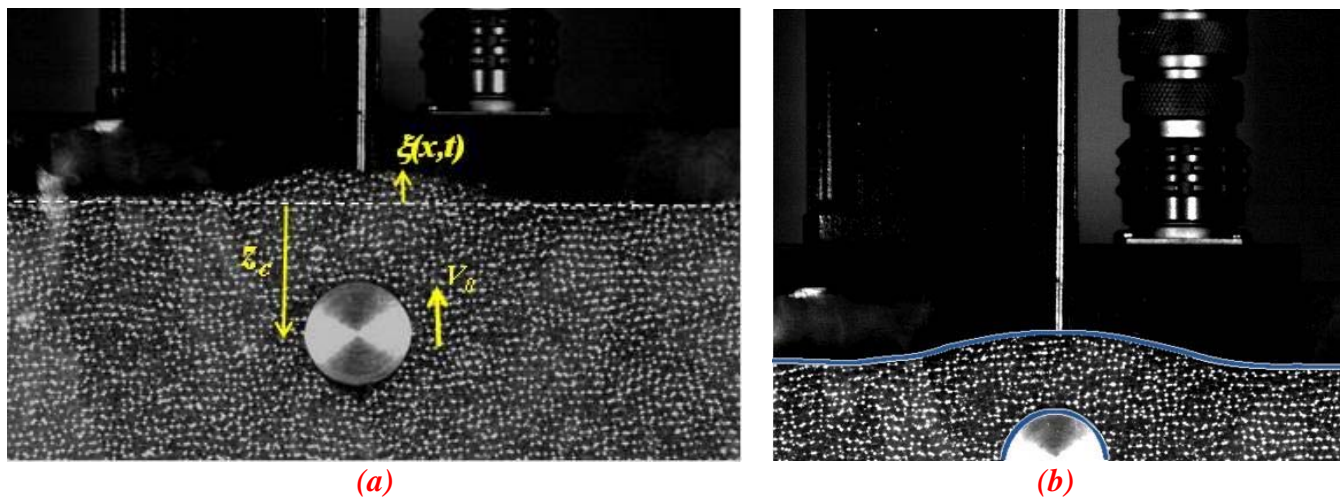


**Figure 3.26** – Différentes étapes I, II et III durant la formation d'une cavité de surface  $A_{cav}$  derrière le cylindre indiquée par la flèche en jaune.

### 3.2.6 Déformation de l'interface en extraction

Des films ont été réalisés afin d'étudier la déformation de la surface de l'empilement durant l'extraction d'un cylindre de cet empilement. Nous nous intéressons ici à la détermination expérimentale du profil de l'interface et nous essayerons de comprendre la forme de ce profil à partir du modèle de champ de vitesse autour d'un cylindre établi par Seguin et al. (2011 et 2013). Le paramétrage que nous avons considéré pour la détection de l'interface reste le même que dans les expériences précédentes (figure 3.28a). Dans la suite, le cylindre a un diamètre  $d_c = 20\text{ mm}$  les billes  $d_g = 2\text{ mm}$  avec une vitesse de déplacement  $V_0 = 5\text{ mm/s}$ . Une image de l'interface détectée lors de l'extraction est montrée sur la figure 3.28b.

Dans le repère du récipient qui contient les grains, la déformation de la surface est  $\xi(x, t)$  et dans le repère du cylindre (référentiel du laboratoire) sa position par rapport au centre du cylindre est  $z(x, t) = z_c + \xi(x, t)$ ,  $x$  étant la distance horizontale à l'axe de pénétration de l'objet. A la différence du cas de la pénétration, l'équation qui décrit la variation temporelle de  $z(x, t)$  (relation (2-6), chapitre 2) est cette fois  $\frac{d\xi}{dt} = \frac{dz}{dt} + V_0$ , avec un changement de signe lié au changement du sens de mouvement.

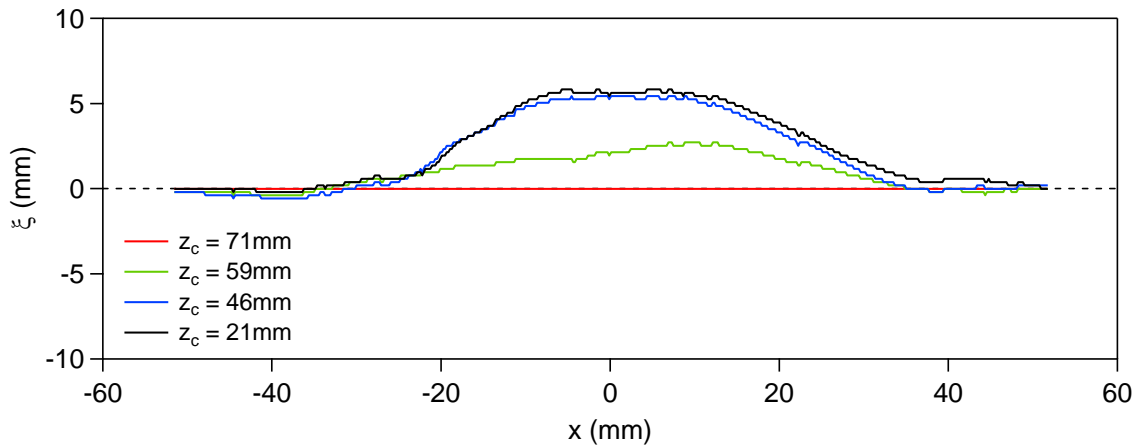


**Figure 3.27** - (a) Définition du système de repérage pour la détermination de la déformation de la surface en extraction et b) détection de l'interface.

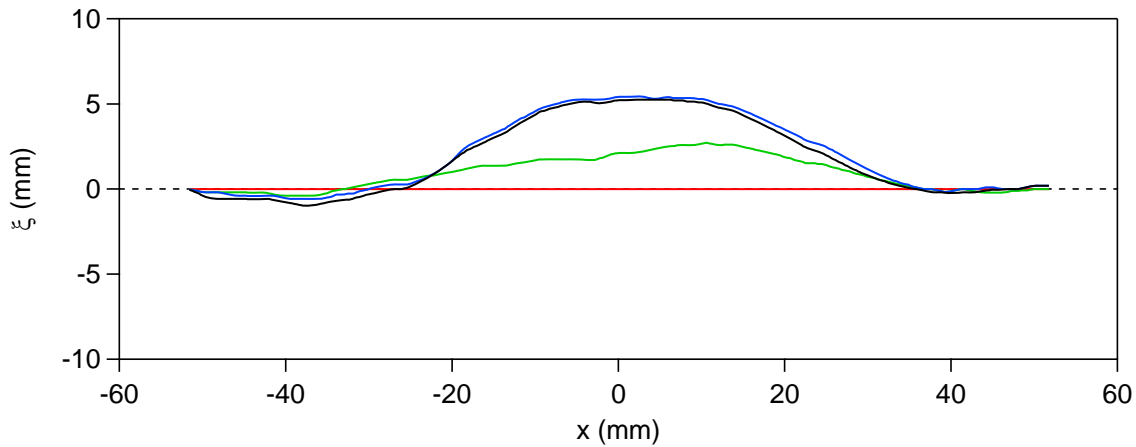


Nos expériences montrent qualitativement que l'interface ne se déforme que lorsque l'objet se trouve suffisamment proche de la surface, pour des distances de l'ordre de son diamètre. Dans ce cas, une bosse apparaît alors sur l'axe de pénétration dont la géométrie et la taille semblent liées à celles de l'objet. Ce comportement est similaire à celui observé en pénétration dans la formation du creux dans la couche de mousse au fond de la cellule.

La figure 3.29a montre les profils de l'interface durant l'extraction obtenus directement de l'acquisition vidéo pour quatre instants différents et donc profondeurs différentes. A l'instant initial, l'objet se trouve à une distance de plus de 3 fois son diamètre ( $z_c = 71\text{mm}$ ) et l'interface ne présente pas de déformation visible. Les autres courbes correspondent à des positions de l'objet plus proches de l'interface. Sur la figure 3.29b nous avons tracé les profils de l'interface à ces mêmes positions filtrés avec une moyenne glissante.



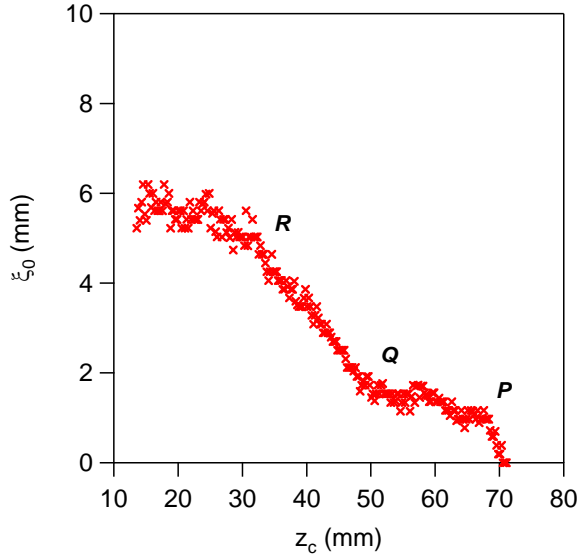
(a)



(b)

**Figure 3.28** - Déformations  $\xi(x)$  de la surface de l'empilement des grains au cours de l'extraction d'un cylindre de diamètre  $d_c = 20\text{mm}$  pour quatre positions différentes. (a) Profils bruts (b) Profils filtrés.

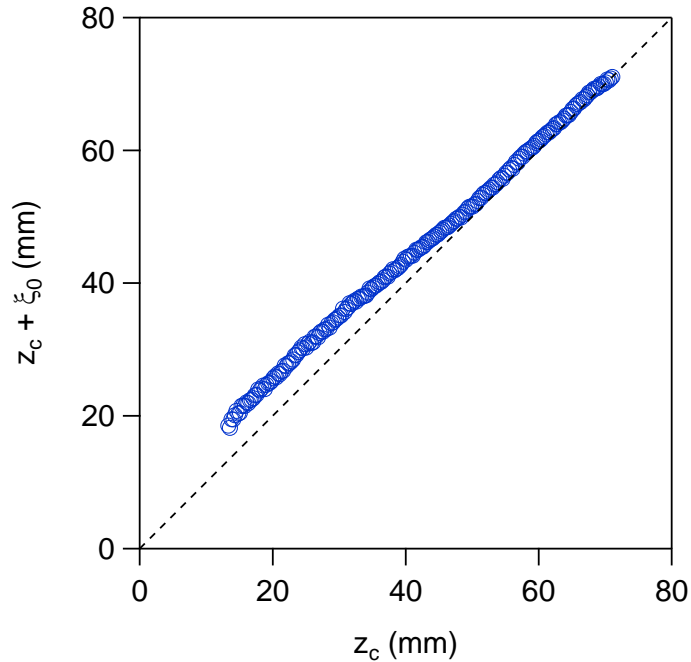
Plusieurs paramètres découlent naturellement des courbes précédentes. La hauteur maximale de la bosse  $\xi_0 = \xi(x = 0)$  est montrée sur la figure 3.30 en fonction du temps avec quatre comportements différents. Jusqu'au point (*P*), la courbe montre un comportement transitoire de courte durée (correspondant à un  $\Delta z_c \approx 5\text{mm} \approx d_c/4$ ) et la déformation maximale est  $\xi_0 \approx 1\text{mm}$ . Nous observons sur la séquence d'images que dans cette situation toute la colonne des grains au-dessus de l'objet bouge avec lui d'une manière quasi-instantanée.



**Figure 3.29** - Evolution de l'amplitude  $\xi_0$  de la bosse à l'interface (b) en fonction de la position  $z_c$  du cylindre où l'on observe l'existence de quatre régimes caractéristiques.

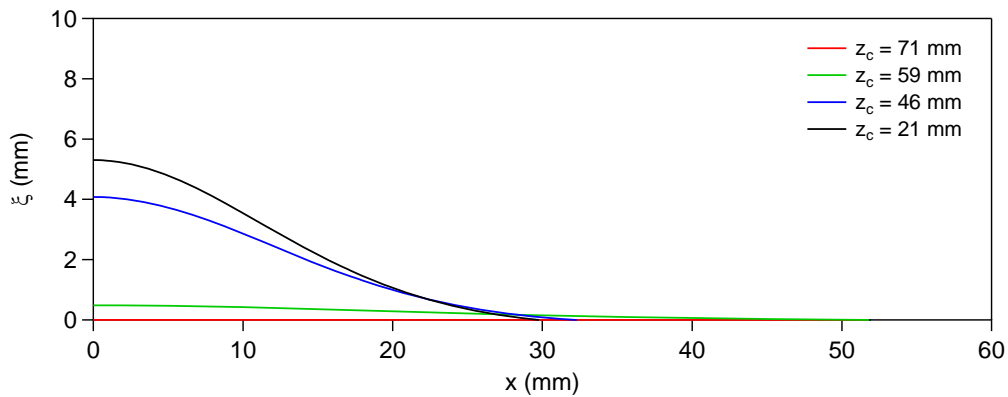
Entre *P* et *Q*,  $\xi_0$  augmente très légèrement. Cette légère variation de  $\xi_0$  montre que l'interface ne sent pas significativement la montée de l'objet dans cet intervalle. A partir de *Q* la courbe montre une augmentation avec une plus forte pente ( $\approx V_0/10$ ) qui détermine la plus grande variation de  $\xi_0$ , jusqu'au point *R*. A la fin de cette partie, des avalanches apparaissent en surface de la bosse ainsi formée et celles-ci modifient le taux de croissance de la bosse qui tend alors à saturer, d'où le comportement observé à partir de *R*.

Comme nous l'avons fait pour nos expériences avec la mousse, un tracé de  $\xi_0 + z_c$  en fonction de  $z_c$  est montré sur la figure 3.31. Ce type de courbe nous permet de regarder à partir de quel point les grains sur l'interface commencent à sentir la présence de l'objet : on observe ainsi que la bosse apparaît pour  $z_c \lesssim 50\text{mm}$ , correspondant à une distance de l'ordre de  $2d_c$  du haut du cylindre à la surface comme il avait déjà été observé en pénétration pour la déformation du fond en mousse.



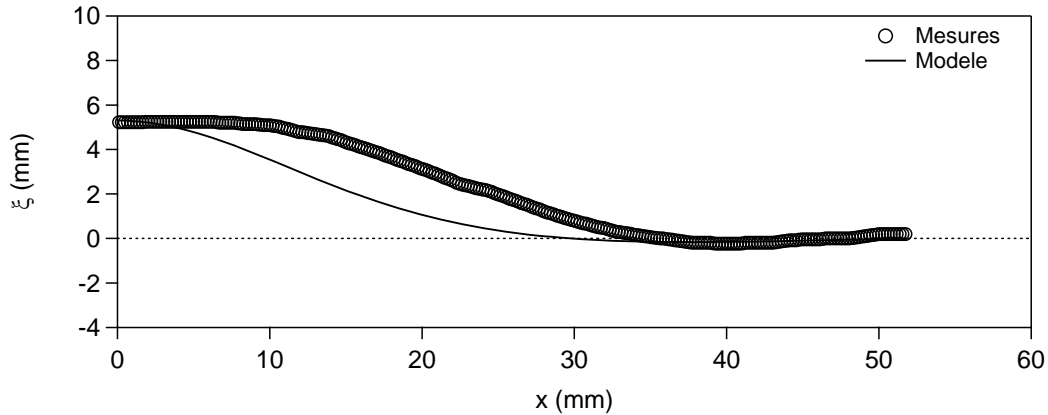
**Figure 3.30** - Variation de  $\xi_0 + z_c$  en fonction de  $z_c$ . La ligne en pointillés correspond à  $\xi_0 = 0$  (pas de bosse).

Nous pouvons remonter aux profils de déformation de l'interface en intégrant le champ de vitesse de l'écoulement autour d'un cylindre déterminé par Seguin *et al.* (2013). Les équations qui découlent de cette intégration sont les mêmes que pour la pénétration, mais il faut considérer un changement de signe de la vitesse de l'objet (eq. (2-4), (2-5) et (2-6) avec  $V_0 \rightarrow -V_0$ ). La figure 3.32 montre les profils de déformation  $\xi$  obtenus à partir de cette intégration.



**Figure 3.31** - Profils de déformation  $\xi(x)$  obtenus à partir de l'intégration du modèle de vitesse autour d'un cylindre pour quatre positions  $z_c$  du cylindre.

La première constatation est que les valeurs de la déformation obtenues à partir du modèle de vitesse des grains sont similaires à celles mesurées expérimentalement. Pour déterminer jusqu'à quel point l'intégration du champ est cohérente avec nos mesures, nous avons comparé sur la figure 3.33 les profils issus de l'intégration avec ceux obtenus à partir d'acquisitions vidéo.



**Figure 3.32** - Comparaison entre le champ  $\xi(x)$  expérimental (symboles) et intégré (ligne continue) à la position du cylindre  $z_c = 21\text{mm}$ .

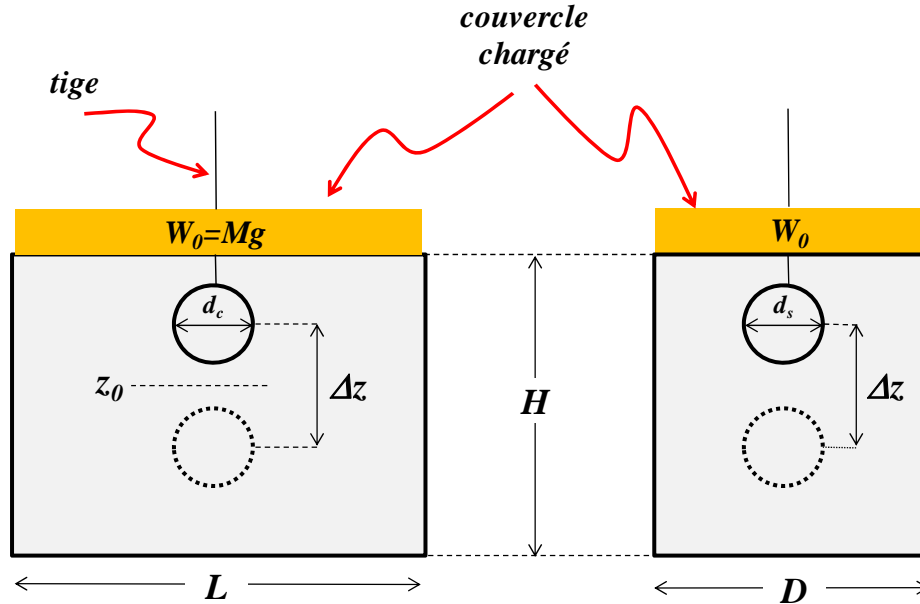
Nous constatons qu'il y a similitude entre les valeurs maximales obtenues dans les deux cas mais des différences significatives sont observées sur l'extension de la bosse notamment à la fin de l'extraction (petits  $z_c$ ). Ces différences sont liées, comme nous l'avons déjà mentionné, à la formation d'avalanches qui ne sont pas prises en compte dans le modèle et qui font relaxer la valeur de la pente locale  $\frac{\partial \xi}{\partial x}$  et élargissent ainsi la bosse. Un modèle qui prendrait en compte les avalanches sur le profil (par exemple le modèle BCRE, De Gennes 1998) pourrait certainement améliorer la concordance.

### 3.3 EFFET D'UN COUVERCLE CHARGÉ EN SURFACE

La majorité des expériences précédentes ont été faites dans une même configuration: surface libre en haut de l'empilement et paroi rigide au fond, qui correspondent donc à des conditions de bord asymétriques. Nous abordons ici l'effet d'un changement de conditions de frontière sur la force de résistance et son asymétrie pénétration-extraction, notamment l'effet d'une surcharge appliquée sur l'interface.

#### 3.3.1 Montage expérimental et définition des paramètres

La condition de paroi solide rigide présente au fond de la cellule peut aussi être réalisée en haut en plaçant sur la surface de l'empilement une plaque rigide ("couvercle") plus ou moins chargée par le rajout de surpoids. Les dimensions du couvercle sont légèrement plus petites que celles de la cellule pour pouvoir se déplacer librement verticalement. De cette manière on peut diminuer les effets de frottement entre le couvercle et les parois de la cellule et ainsi relâcher les contraintes trop fortes qui risqueraient de casser le dispositif.



**Figure 3.33** – Configurations expérimentales et paramétrage pour l'étude des effets du confinement vertical, géométrie 2d (à gauche) et géométrie 3d (à droite).

Au centre du couvercle un orifice de diamètre 6 mm environ permet le passage de la tige. Nous avons porté une attention particulière au coincement possible des grains dans cet orifice. Ce phénomène parasite pourrait augmenter artificiellement la friction entre les grains et la tige et ainsi conduire à des valeurs de la force  $F$  anormalement élevées.

Par ailleurs, dans ces expériences l'objet se trouve toujours à l'intérieur du milieu et celui-ci est préparé au départ de chacun des essais de la manière décrite dans le chapitre 2, avant que le couvercle ne soit mis en place et chargé symétriquement par les éventuels surpoids comme observé sur les schémas de la figure 3.34. Dans cette même figure, nous notons  $\Delta z$  l'amplitude du mouvement de l'objet et par  $z_0$  la position médiane de la course,  $H$  étant la hauteur de l'empilement. Le surpoids sera noté  $W_0 = Mg$ . Le paramètre  $S_{cv}$  correspond à la surface du couvercle où le surpoids est appliqué. Avec ces paramètres, nous pouvons définir alors la pression sur la surface de l'empilement tout simplement comme:

$$P_0 = \frac{W_0}{S_{cv}} \quad (3-3)$$

La pression totale dans le milieu s'écrit alors  $P_t = P_0 + P_h$  avec  $P_h = \rho \phi g z$  dans l'hypothèse hydrostatique. Le coefficient de friction effectif, déjà introduit dans le chapitre 2, est alors défini par le rapport:

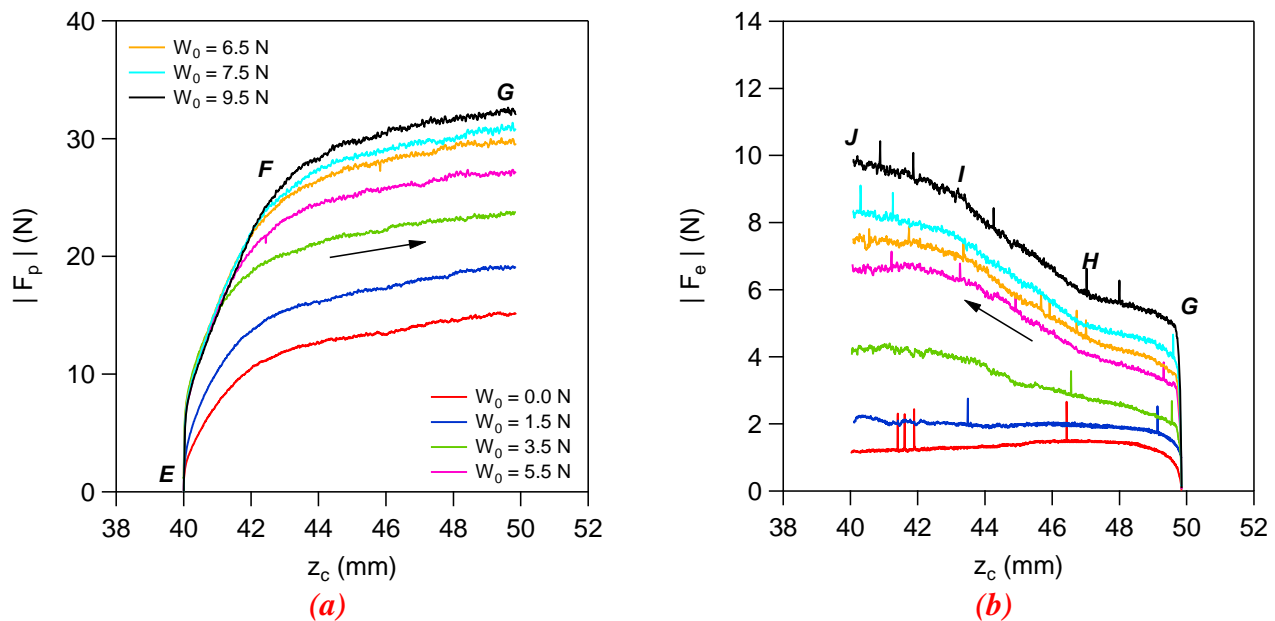
$$\mu_{eff} = \frac{F}{P_t S} \quad (3-4)$$

Où  $F(z)$  est la force ressentie par l'objet à la profondeur  $z$  et  $S$  la surface de l'objet. Les forces en pénétration et extraction seront notées  $F_p$  et  $F_e$  respectivement.

### 3.3.2 Variation de la force et du coefficient de friction

La figure 3.35 montre l'effet de la présence d'un couvercle chargé avec différents surpoids sur la force  $F$  ressentie par un cylindre lors d'un cycle d'aller-retour vertical, autour de la position médiane  $H/2$  équidistante de la surface et du fond.

La condition  $W_0 = 0$  correspond à notre configuration habituelle (interface libre en haut - parois solide rigide en bas) où nous avons déjà observé que la force en extraction diminue au fur et à mesure que l'objet se rapproche de la surface. La courbe  $W_0 = 1.5 \text{ N}$  correspond à la situation avec juste le couvercle sans surpoids et celle liée à  $W_0 = 9.5 \text{ N}$  correspond à la condition la plus fortement chargée au-delà de laquelle le risque d'endommager le dispositif devient significatif.



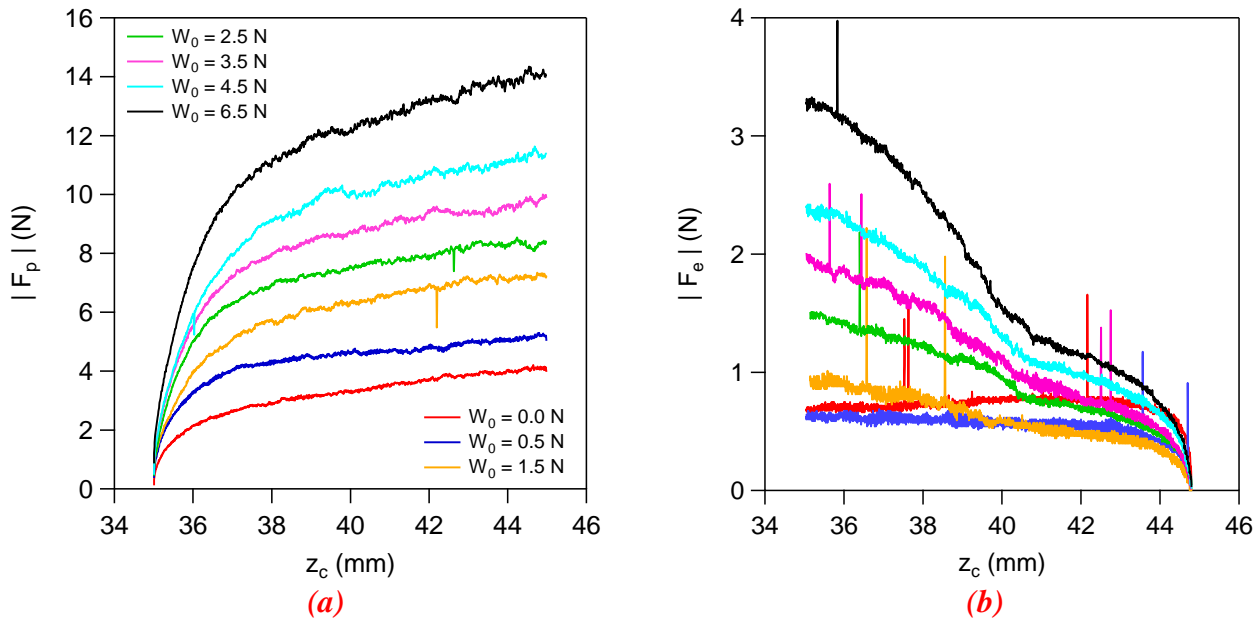
**Figure 3.34** – Force de résistance sur un cylindre ( $d_c = 20\text{mm}$  et  $V_0 = 1 \text{ mm/s}$ ) (a) en pénétration (b) en extraction dans un milieu granulaire en présence d'un couvercle de poids  $W_0 \neq 0$  ou non ( $W_0 = 0$ ). Ici  $\Delta z = 10\text{mm}$ , et  $H=90\text{mm}$ .

La première observation est que la force tant en pénétration qu'en extraction dépend du surpoids  $W_0$  avec une valeur d'autant plus importante que  $W_0$  est important.

La deuxième observation intéressante est que le comportement de la force en extraction est inversé par la présence du couvercle : elle augmente en présence du couvercle même très faiblement chargé (son poids seul) alors qu'elle diminue lorsque la surface est libre (sans couvercle).

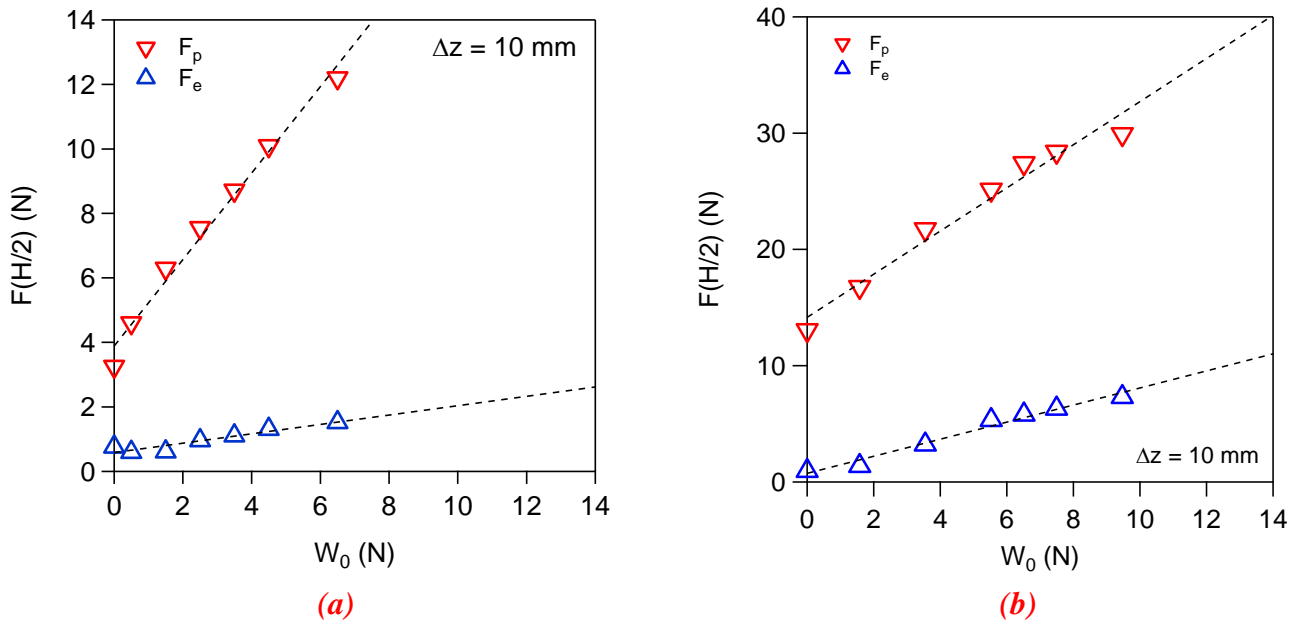
Une courbe en extraction quelconque montre plusieurs parties GH et HJ indiquées sur la figure 3.35. Ces parties sont caractérisées par des changements de la raideur  $\frac{dF}{dz_c}$  en fonction de la position  $z_c$  ce qui montre que les conditions aux limites jouent un rôle majeur sur l'asymétrie de la force. Dans la partie GH la force augmente fortement quand  $z_c$  diminue puis, dans la partie HJ, la force devient tant à saturer car devenant comparable à la force nécessaire à soulever le couvercle ( $F \approx W_0$ ).

Pour le cas d'une sphère, des expériences de surcharge nous amènent à des résultats similaires. Les comportements observés sur les figures 3.36a (pénétration) et 3.36b (extraction) suggèrent que les deux objets partagent les mêmes caractéristiques dynamiques décrites auparavant.



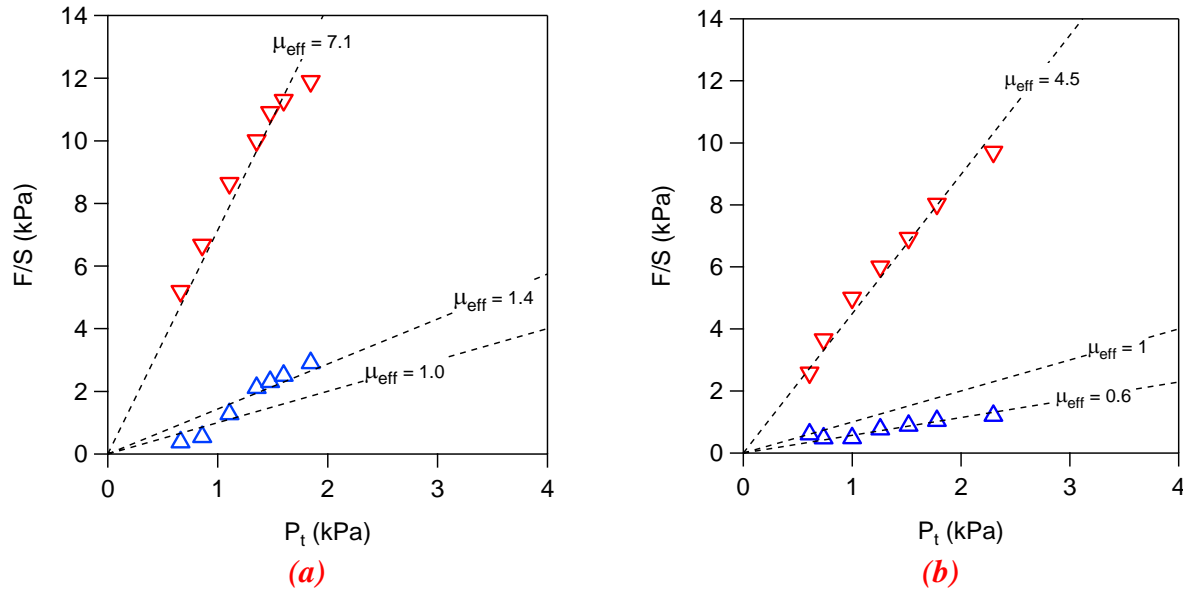
**Figure 3.35** – Force de résistance sur une sphère ( $d_s = 20\text{mm}$ ) en (a) pénétration et (b) extraction dans un milieu granulaire en présence d'un couvercle de poids  $W_0 > 0$  ou non ( $W_0 = 0$ ). ( $\Delta z = 10\text{mm}$ ,  $H = 80\text{mm}$  et  $V_0 = 1\text{mm/s}$ ).

Afin de quantifier l'influence du confinement vertical sur le comportement asymétrique de la force, nous avons tracé sur la figure 3.37 les forces en pénétration  $F_p$  et en extraction  $F_e$  en milieu de cycle ( $z_c = H/2$ ) en fonction de  $W_0$  pour le cas du cylindre et de la sphère. Dans les deux cas, ces forces semblent augmenter linéairement avec  $W_0$  avec une valeur non nulle à  $W_0 = 0$  (interface libre).



**Figure 3.36** – Force de résistance  $F$  en pénétration ( $\nabla$ ) et en extraction ( $\Delta$ ) à mi-hauteur de l'empilement ( $z_c = H/2$ ) en fonction du chargement  $W_0$  de la surface supérieure du milieu granulaire, pour (a) une sphère de diamètre  $d_s = 20\text{mm}$  et (b) un cylindre de diamètre  $d_c = 20\text{mm}$ . Dans les deux cas,  $d_g = 1\text{mm}$  et  $V_0 = 1\text{mm/s}$ .

Contrairement à ce à quoi on aurait pu s'attendre, le rapport des forces ne semble pas diminuer avec la surcharge  $W_0$ .



**Figure 3.37** – Contrainte effective  $\sigma_{\text{eff}}$  sur (a) un cylindre ( $d_c = 20\text{mm}$ ) et (b) une sphère ( $d_s = 20\text{mm}$ ) en pénétration ( $\nabla$ ) et extraction ( $\Delta$ ) avec  $d_g = 1\text{mm}$ ,  $\Delta z = 10\text{mm}$  et  $V_0 = 1\text{mm/s}$ .

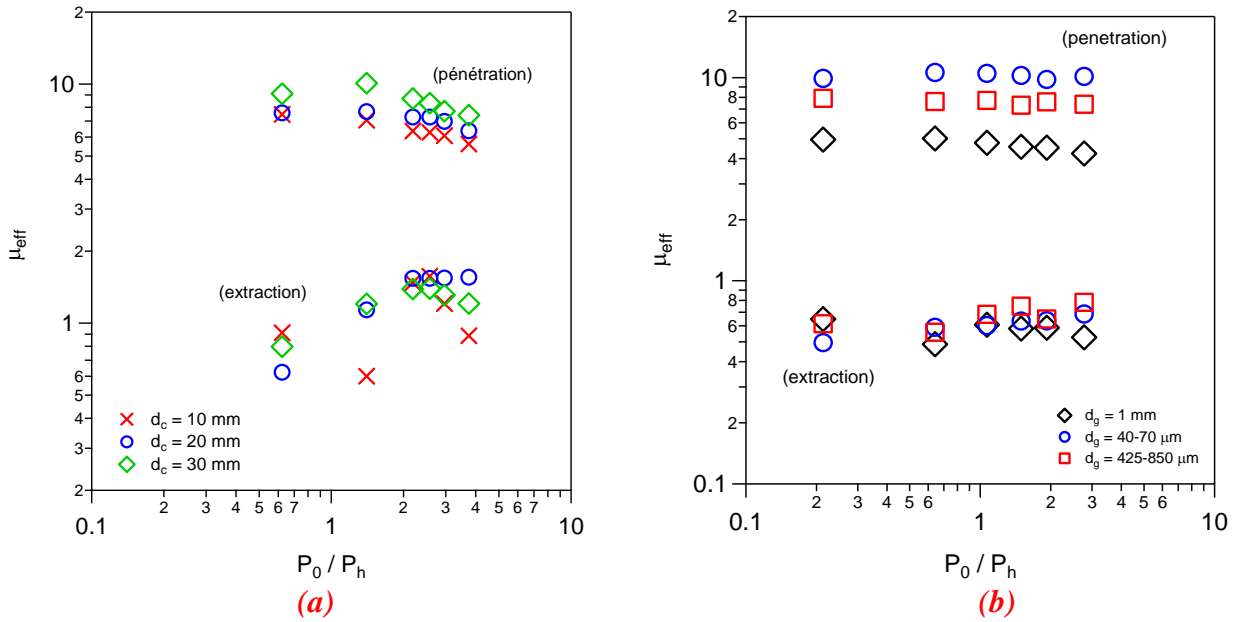
Les mêmes données tracées en contrainte effective  $F/S$  en fonction de la pression hydrostatique  $P_t = W_0/S_{cv} + \rho\phi gH/2$  sur la figure 3.38 montrent un comportement linéaire passant par l'origine. Ce comportement montre que le coefficient de friction effectif dépend de l'objet et du sens du mouvement, mais semble indépendant ou peu dépendant de la surcharge en surface.

Les valeurs de ces coefficients de friction effectifs en fonction de  $P_0/P_h = (W_0/S_{cv})/(\rho\phi gH/2)$  sont détaillés sur la figure 3.39 dans le cas (a) du cylindre et (b) de la sphère, pour différents diamètres d'objets ou de grains.

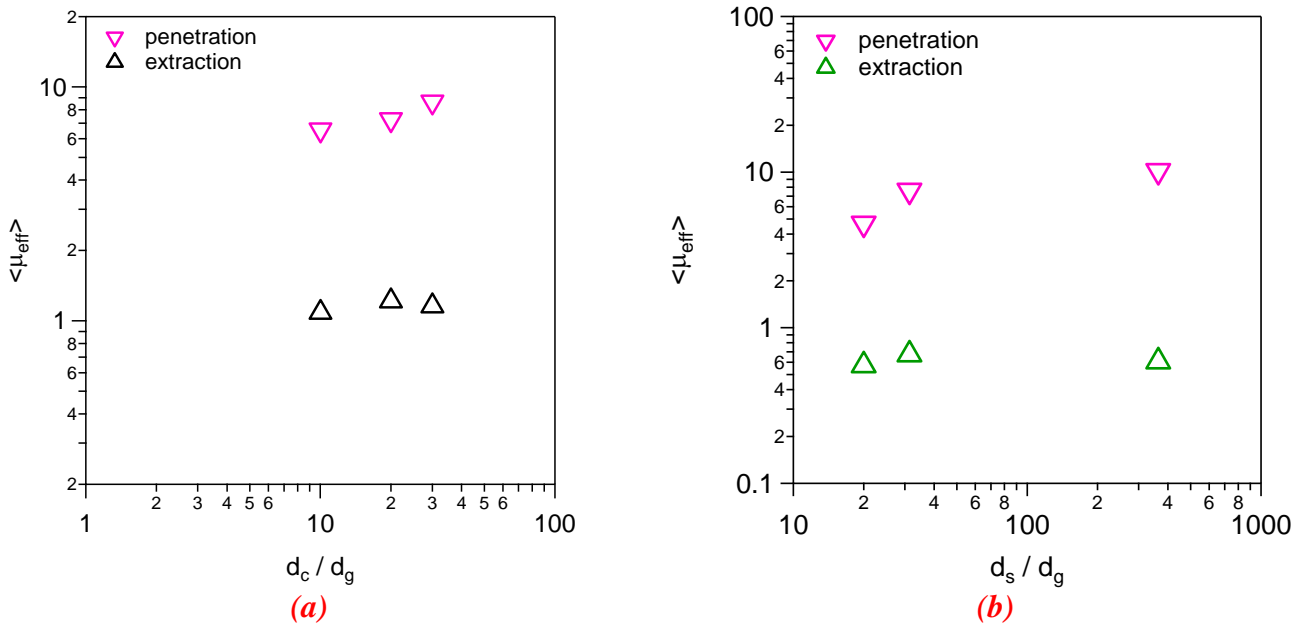
Les coefficients de friction ne varient pas fortement avec  $P_0/P_h$  avec cependant une tendance à la décroissance en pénétration et à la croissance en extraction.

Leur dépendance vis-à-vis du rapport de taille  $d/d_g$  est montré sur la figure 3.40. Si  $\mu_{\text{eff}}$  varie peu en extraction, on observe une tendance à son augmentation en pénétration avec  $d/d_g$ .





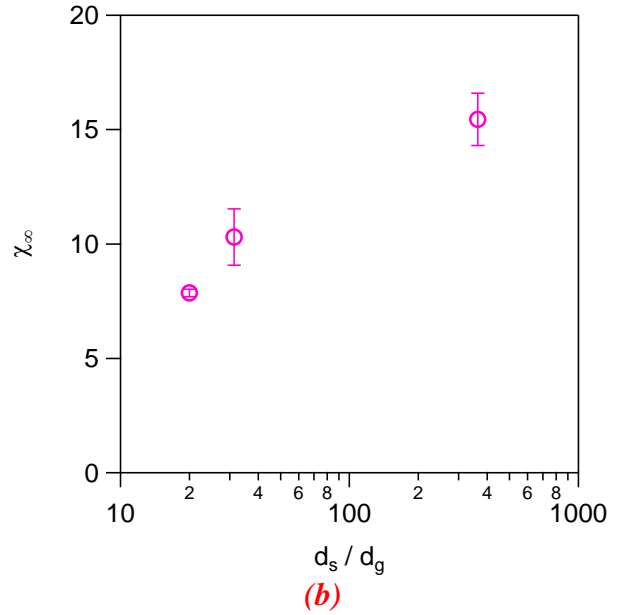
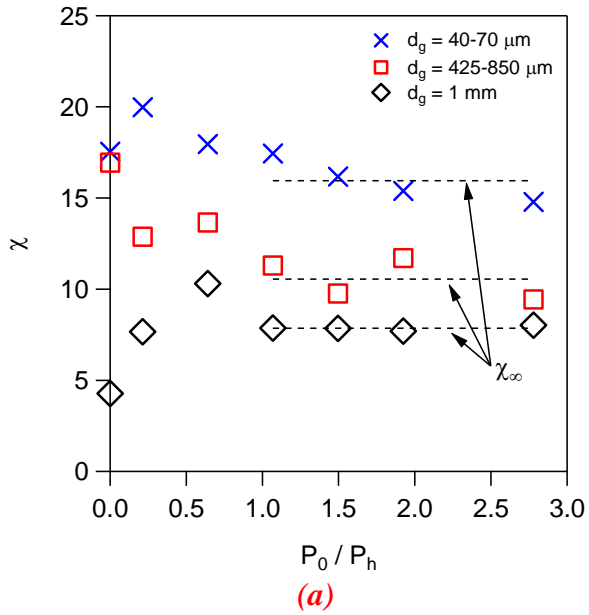
**Figure 3.39** – Coefficient de friction effectif  $\mu_{eff}$  en pénétration et en extraction en fonction de  $P_0/P_h$  pour (a) un cylindre et (b) une sphère.



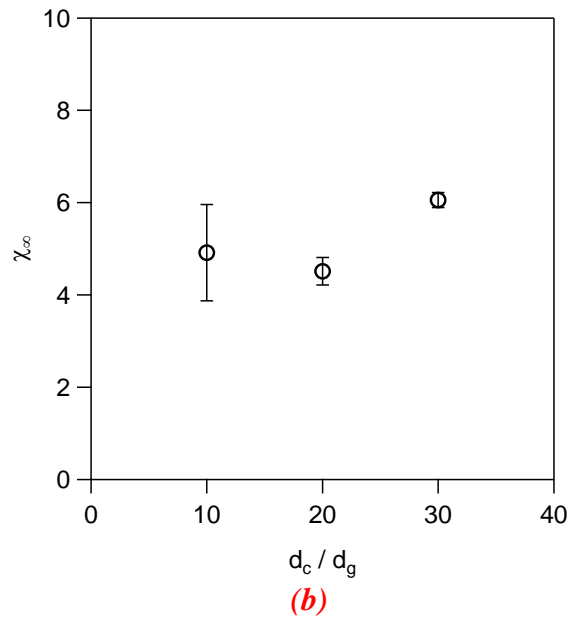
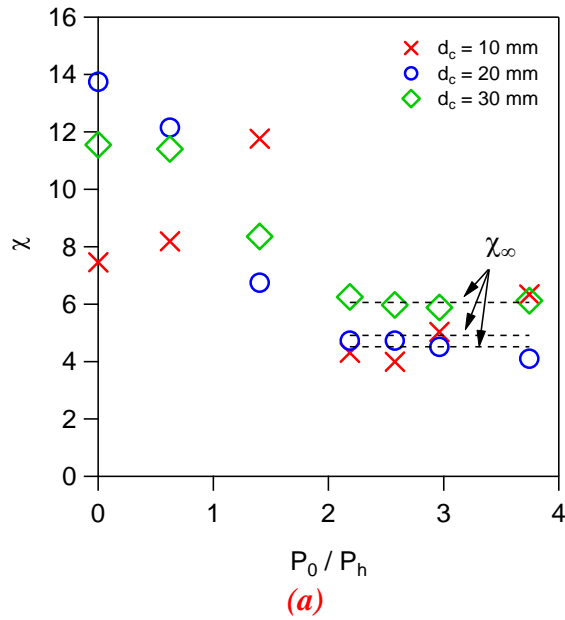
**Figure 3.40** – Coefficient de friction effectif  $\mu_{eff}$  en pénétration et en extraction en fonction du rapport de taille  $d/d_g$  pour (a) un cylindre et (b) une sphère.

L'ensemble de ces figures montre que les valeurs du coefficient de friction restent très supérieures en pénétration par rapport à l'extraction quel que soit la surcharge appliquée et le rapport de taille.

Ceci est précisé dans les figures 3.41 et 3.42 où le rapport des coefficients de friction  $\chi = \frac{\mu_{eff}^{(p)}}{\mu_{eff}^{(e)}}$  est tracé en fonction de  $P_0/P_h$  et de  $d/d_g$  pour le cas du cylindre et de la sphère.



**Figure 3.38** – (a) Variation du rapport des coefficients de friction  $\chi$  en pénétration/extraction en fonction de  $P_0/P_h$  pour une sphère ( $d_s = 20 \text{ mm}$ ) et différents diamètres de billes et b) variation du rapport asymptotique  $\chi_\infty$  en fonction de  $d_s/d_g$ . Mêmes conditions que la figure 3.39

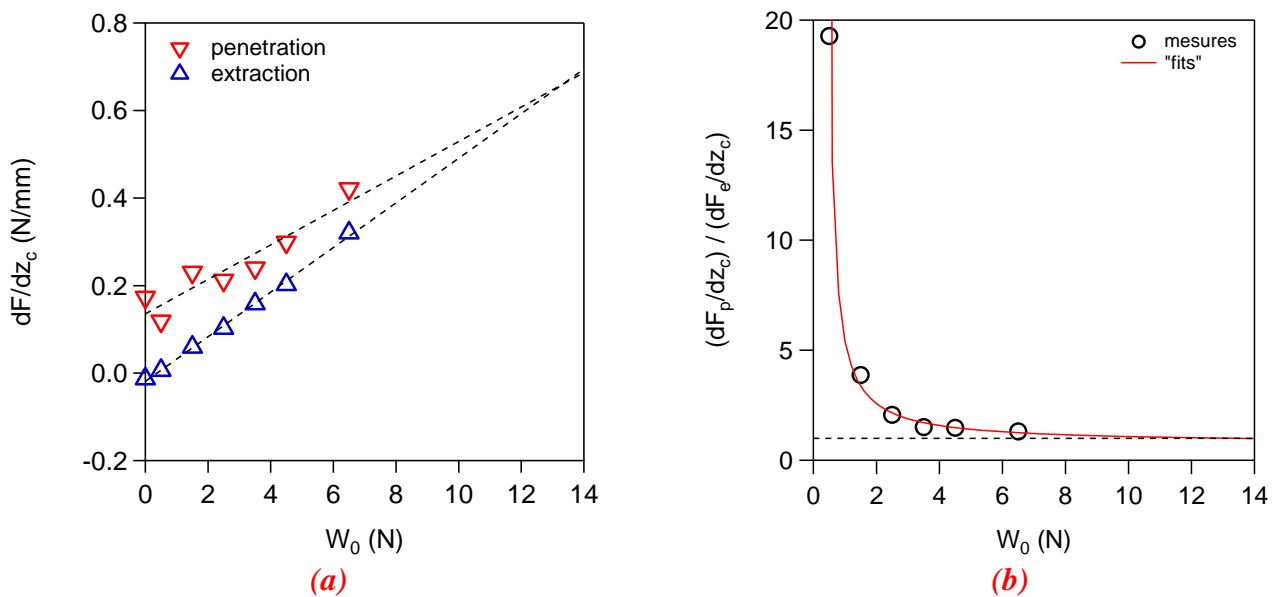


**Figure 3.39** – a) Variation du rapport des coefficients de friction  $\chi$  en pénétration/extraction en fonction de  $P_0/P_h$  en pénétration/extraction pour différents cylindres et b) variation du rapport asymptotique  $\chi_\infty$  en fonction de  $d_c/d_g$ . Mêmes conditions que la figure 3.40

### 3.3.3 Variation de la « raideur »

Si la valeur de la force est bien sûr intéressante pour caractériser les différences entre les cas de la pénétration et de l'extraction et l'influence des conditions aux limites, la pente de la courbe  $dF/dz$  est sans doute aussi un paramètre intéressant mesurant la « raideur » de l'empilement à la profondeur et dans le sens considérés. Pour ceci, nous montrerons les valeurs de cette raideur à mi-distance de la surface et du fond.

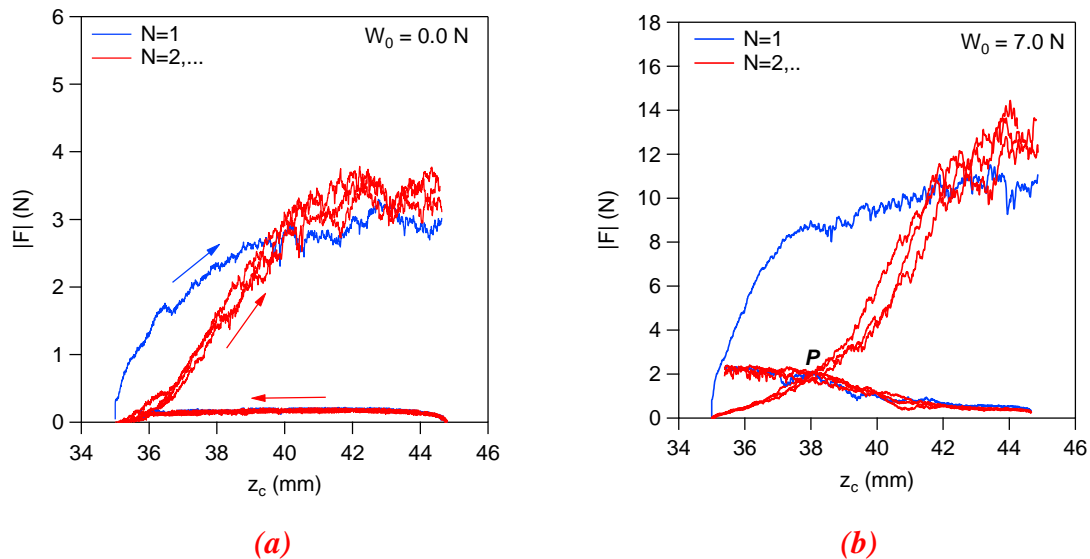
La figure 3.43a montre la variation de  $\left. \frac{dF}{dz_c} \right|_{z_c=H/2}$  en fonction de  $W_0$  pour des expériences avec une sphère, en pénétration et en extraction. La première constatation est que cette *raideur* augmente avec  $W_0$  aussi bien en pénétration qu'en extraction, ce qui traduit que le milieu se rigidifie avec la surcharge appliquée. La raideur est toujours plus forte en pénétration qu'en extraction mais la différence semble s'atténuer lorsque  $W_0$  augmente. Pour quantifier cette évolution, la figure 3.43b montre le rapport des raideurs en pénétration et extraction. On observe que le rapport décroît fortement lorsque  $W_0$  augmente pour tendre vers 1 à grand  $W_0$ .



**Figure 3.43** – Raideur de  $dF/dz_c$  en fonction de  $W_0$ , en pénétration (triangles en bleu) et en extraction (triangles rouges). Les lignes en pointillés représentent des droites d'ajustement des données. Ici l'objet est une sphère avec  $d_s = 20mm$ ,  $d_g = 1mm$ ,  $\Delta z = 10mm$  et  $V_0 = 1 mm/s$ .

### 3.3.4 Cycles successifs

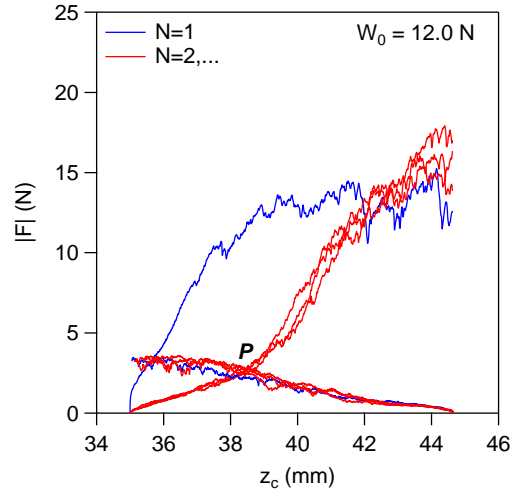
Comme nous l'avons déjà montré à la figure 3.21, la courbe de force à la première pénétration est significativement différente des suivantes avec une concavité inversée. Cette observation faite sans charge reste valable en présence d'un couvercle chargé comme le montre la figure 3.44 où la valeur absolue de la force  $|F|$  est ici tracée en fonction de  $z_c$  pour quatre cycles successifs.



**Figure 3.44** – Valeur absolue de la force de résistance  $|F|$  sur un cylindre en fonction de sa profondeur  $z_c$  sur plusieurs 4 cycles de pénétration-extraction (a) sans couvercle ( $W_0 = 0$ ) et (b) avec couvercle chargé ( $W_0 = 7.0 N$ ). Le point "P" note l'intersection des courbes de force ( $d_c = 20mm, d_g = 1mm, \Delta z = 10mm$  et  $V_0 = 1mm/s, H = 80mm$ ).

Mis à part cette différence initiale en pénétration, les valeurs de force sont ensuite reproductibles sur les cycles suivants, tant en extraction qu'en pénétration.

Il est intéressant de noter que dans cette représentation, apparaît un point d'intersection (P) entre les courbes en pénétration-extraction à une profondeur  $z_c \approx 38 mm$  proche de la profondeur médiane  $H/2 = 40 mm$ . L'existence de ce point montre qu'il est possible d'atteindre la condition  $F_p = F_e$  dans des expériences fortement chargées. La même chose est observée (figure 3.45) avec un couvercle encore plus chargé ( $W_0 = 12N$ ) avec un point P d'intersection des forces qui semble encore plus proche ( $z_c = 38.5 mm$ ) de la position médiane.



**Figure 3.45** – Valeur absolue de la force de résistance  $|F|$  sur un cylindre ( $d_c = 20\text{mm}$ ,  $d_g = 1\text{mm}$  et  $V_0 = 1\text{mm/s}$ ) en fonction de sa profondeur  $z_c$  pour 4 cycles de pénétration-extraction dans un milieu granulaire recouvert d'un couvercle chargé ( $W_0 = 12\text{ N}$ ). Ici  $\Delta z = 10\text{mm}$  et  $z_0 = 40\text{mm}$ .

### 3.4 CONCLUSION

Au cours de ce chapitre, nous avons d'abord montré que la force de pénétration ne dépend pas de la proximité du fond (sauf à très faibles distances, de l'ordre quelques tailles de grains) mais seulement de la profondeur, c'est-à-dire, de la distance à la surface libre.

Par des expériences avec une couche de mousse solide au fond, nous avons par ailleurs montré que le champ de contraintes normales développé en amont par le mouvement de l'objet est très localisé.

La force en extraction est un ordre de grandeur plus petite que la force en pénétration indépendamment de l'histoire du milieu granulaire. Lors de l'extraction, il apparaît une bosse sur la surface de grains qui peut s'expliquer par le champ de vitesse induit par le mouvement de l'objet, mais cette déformation n'induit pas de variations significatives de la fraction volumique moyenne qui pourrait expliquer la grande différence de force en pénétration et extraction.

Afin de tester l'influence de la condition de surface sur l'asymétrie pénétration/extraction, nous avons conduit des mesures en surmontant la surface par une paroi rigide chargée. Les résultats montrent que les forces en pénétration et en extraction augmentent linéairement avec la charge. La force en extraction présente alors un comportement inverse au cas de surface libre, avec une augmentation au lieu d'une décroissance au cours de l'extraction.

Le rapport des forces pénétration/extraction n'est pas changé par le chargement, mais le rapport des « raideurs » semble par contre tendre vers 1 à grand chargement.

La réalisation de cycles successifs a permis enfin de mettre en évidence que les forces de pénétration et d'extraction pouvaient devenir très proches l'une de l'autre, à égale distance du fond et de la surface, pour un fort chargement.

## **4 EFFETS D'UN CONFINEMENT LATERAL**

### **4.1 INTRODUCTION**

Dans le chapitre 3, nous avons étudié en détail l'existence de l'asymétrie de la force devant des cycles de pénétration-extraction et l'influence des effets de confinement induits sur la force par la présence de parois rigides dans la direction de mouvement de l'objet. Dans cette partie de la thèse nous allons continuer sur cette thématique, en particulier nous nous intéresserons à l'influence de la proximité de l'objet aux parois latérales rigides sur la force de résistance et son asymétrie pénétration-extraction et les conséquences sur le coefficient de friction qui nous avons défini dans le cadre de la présente étude.

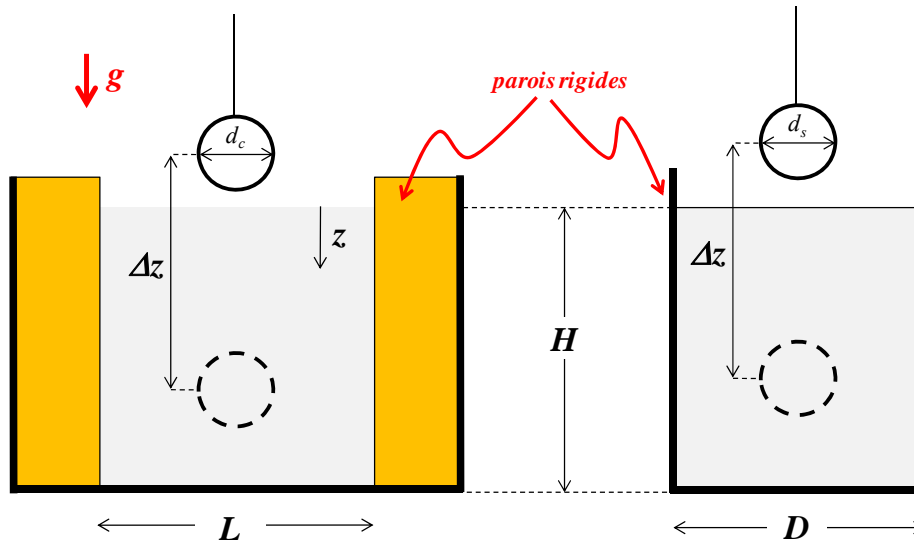
En moyennant la réalisation d'expériences très simples nous allons voir que tel qu'est réalisé dans le cadre des fluides classiques, ici il est possible aussi déterminer une espèce de loi de résistance qui prend en compte ces effets face aux cycles de pénétration-extraction tant pour une sphère que pour un cylindre.

Expériences qui portent sur les effets de confinement latéral ont été menées essentiellement dans études d'impact d'objets dans empilements granulaires denses. Ces études rendent compte d'une influence significative du diamètre du récipient tant sur le temps d'arrêt de l'intrus comme sur la profondeur maximale de pénétration (cf. Seguin et al, 2009 ; Goldman et Umbanhowar, 2008). Cependant, à notre connaissance nous ne trouvons pas dans la littérature des études qui portent sur ces effets dans une situation similaire à la nôtre ce qui représente en soi une motivation importante pour la réalisation de ces expériences.

## 4.2 PENETRATION / EXTRACTION EN CONFINEMENT LATERAL

### 4.2.1 Montage et conditions expérimentales

Les expériences ont été menées encore une fois dans les deux géométries de récipient rectangulaire et cylindrique. Dans le cas rectangulaire, nous avons varié la distance  $L$  entre parois en rajoutant en rajoutant des blocs parallélépipédiques rigides de largeur variable des deux côtés de la cellule (en jaune sur la figure 4.1). L'objet en mouvement est dans ce cas un cylindre de diamètre que nous avons fait varier dans la gamme  $10 \text{ mm} \leq d_c \leq 40 \text{ mm}$ . Le diamètre des billes a été fait varier dans la gamme  $1 \text{ mm} \leq d_g \leq 3 \text{ mm}$  avec une hauteur totale d'empilement  $\approx 90 \text{ mm}$ .



**Figure 4.1** - Montages expérimentaux pour l'étude des effets d'un confinement latéral pour un cylindre en mouvement dans un récipient rectangulaire de largeur  $L$  (à gauche) et pour une sphère dans un récipient cylindrique de diamètre  $D$  (à droite).

De la même façon, dans le cas cylindrique, nous avons fait varier le diamètre  $D$  du récipient dans la gamme  $40 \text{ mm} \leq D \leq 70 \text{ mm}$  et le diamètre de la sphère en mouvement dans la gamme  $10 \text{ mm} \leq d_s \leq 30 \text{ mm}$ . Pour ces expériences nous avons utilisé des billes de diamètre  $d_g = 1 \text{ mm}$ .

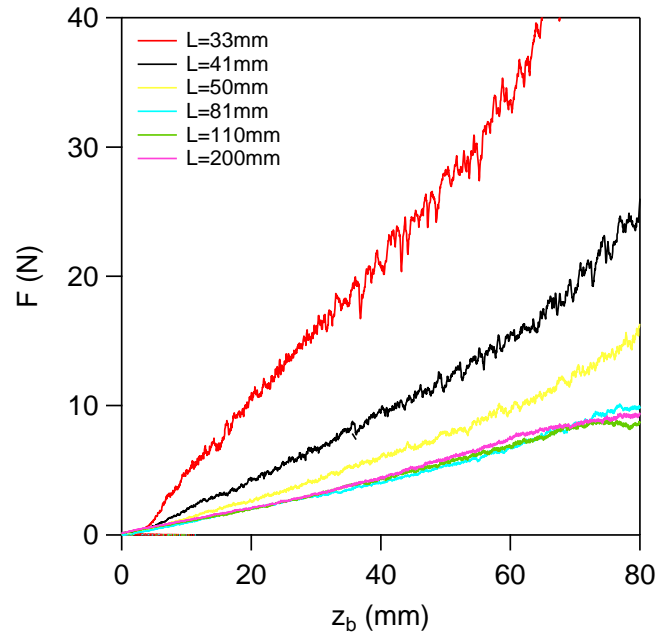
La vitesse de l'objet a été variée dans la gamme  $1 \text{ mm/s} \leq V_o \leq 5 \text{ mm/s}$  et la compacité initiale des grains  $\phi$  est comprise entre 0.60 et 0.62.

Dans les deux cas, le rapport d'aspect  $\zeta$  est défini comme le rapport de la taille du récipient sur celle de l'objet :  $\zeta_c = \frac{L}{d_c}$  et  $\zeta_s = \frac{D}{d_s}$ .

#### 4.2.2 Influence des parois latérales sur la pénétration

La figure 4.2 montre les effets du confinement  $L$  dans des expériences de pénétration d'un cylindre de diamètre  $d_c = 20\text{mm}$  correspondant au rapport d'aspect  $1.6 \leq \zeta_c \leq 10$ . Pour  $L > 80\text{mm}$  ( $\zeta_c > 4$ ), les courbes se superposent soulignant le fait que le confinement n'a ici aucune influence.

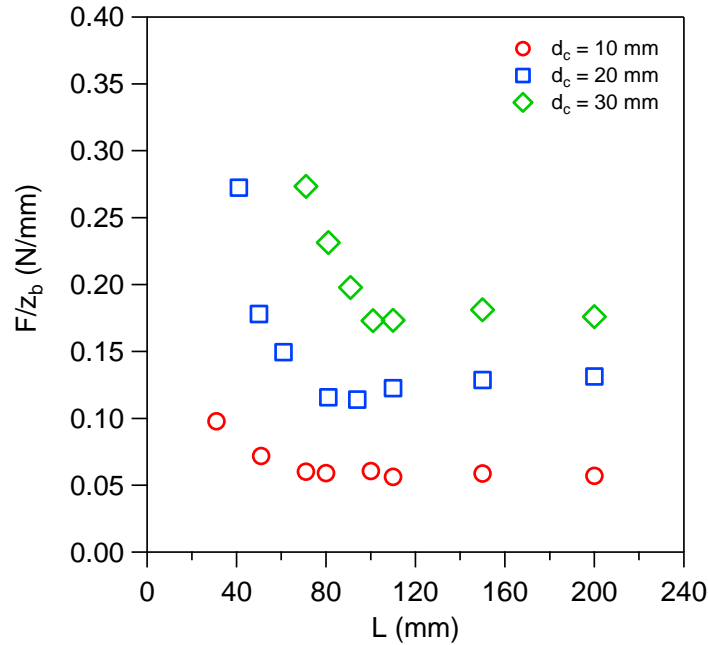
En revanche, pour  $L < 80\text{mm}$  ( $\zeta_c < 4$ ), la force est d'autant plus importante que  $\zeta_c$  est petit. Dans tous les cas, comme nous l'avons déjà constaté dans les chapitres précédents, l'évolution de la force en fonction de la profondeur reste quasi linéaire.



**Figure 4.2** - Force de résistance sur un cylindre en pénétration ( $d_c = 20\text{mm}$ ,  $V_0 = 5\text{mm/s}$ ) dans un milieu granulaire ( $H = 90\text{mm}$  et  $d_g = 1\text{mm}$ ) contenu dans une cuve rectangulaire de différentes largeurs  $33\text{mm} \leq L \leq 200\text{mm}$ .

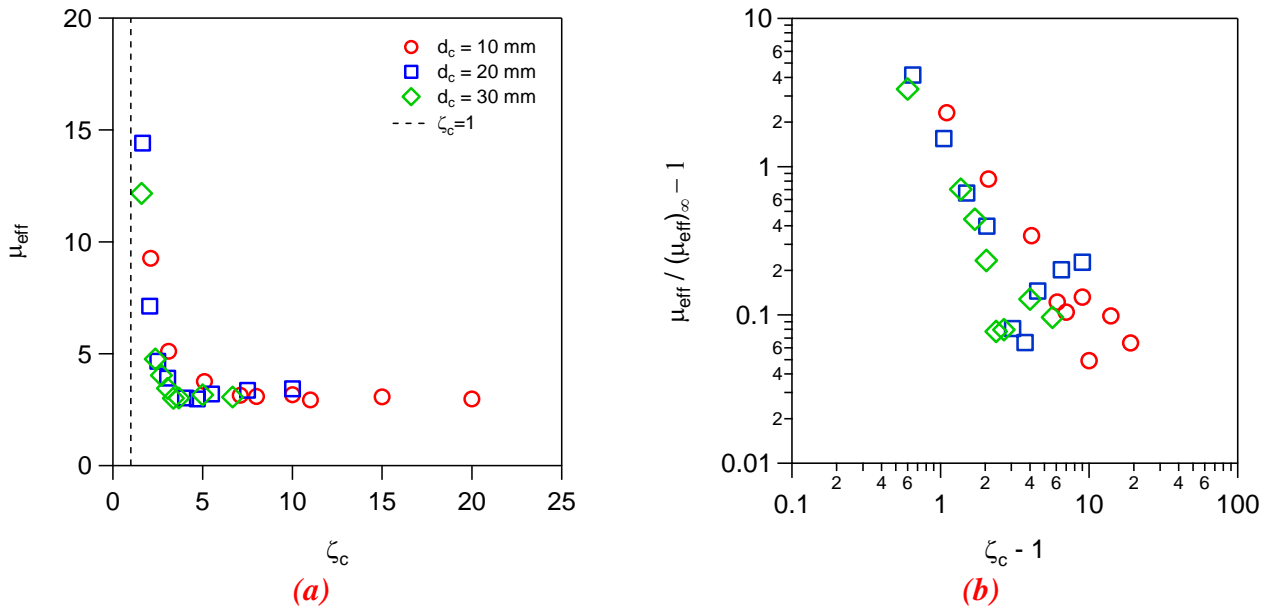
L'influence du confinement se voit également bien sur le tracé de la "raideur du milieu"  $\frac{F}{z_b}$  en fonction de la largeur  $L$  du récipient sur la figure 4.3 : le comportement asymptotique sans effets de parois est atteint pour  $L > 75\text{mm}$  avec  $d_c = 20\text{mm}$ . Le même type de comportement est observé pour d'autres diamètres de cylindre, avec un effet de confinement significatif en deçà d'une certaine distance entre parois qui change avec la taille du cylindre ( $L \leq 100\text{mm}$  pour  $d_c = 30\text{mm}$  et  $L \leq 60\text{mm}$  pour  $d_c = 10\text{mm}$ ), ce qui montre que le rapport d'aspect devrait bien décrire l'effet de confinement relatif.





**Figure 4.3** – Variation de  $F/z_b$  en fonction de  $L$  pour différents diamètres de cylindre avec  $10\text{mm} \leq d_c \leq 30\text{mm}$ ,  $d_g = 1\text{mm}$  et  $V_0 = 5\text{mm/s}$

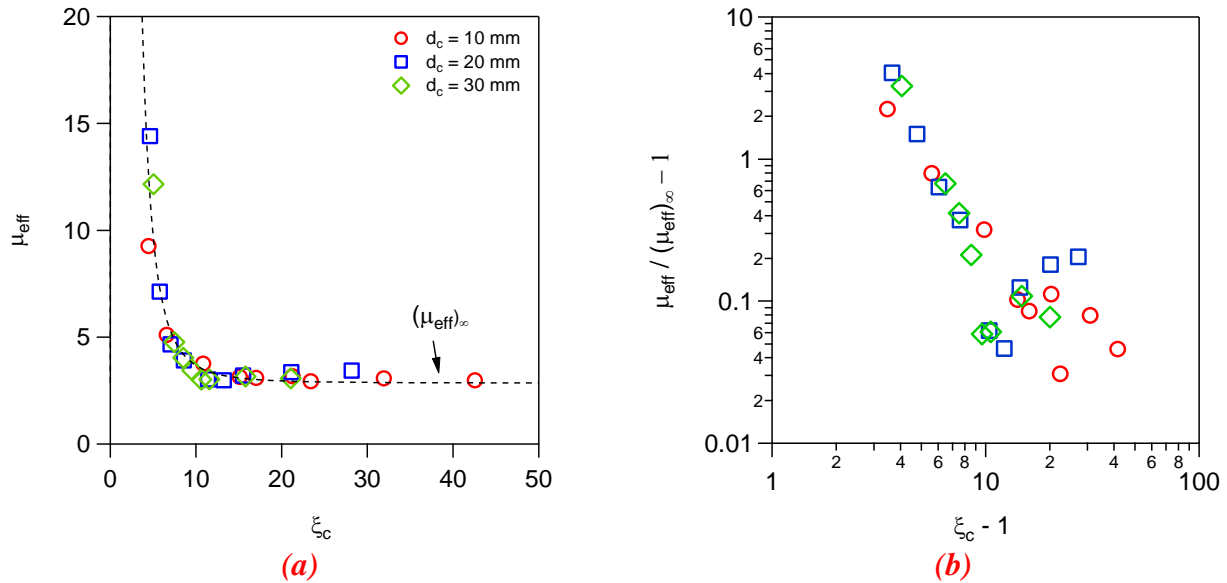
Le tracé du coefficient de friction effectif  $\mu_{eff} = \frac{F}{(\rho g z_b)(\pi b d_c)}$  en fonction du rapport d'aspect  $\zeta_c$  montre en effet sur la figure 4.4 dans un tracé linéaire (a) ou logarithmique (b) un rassemblement des courbes.



**Figure 4.4** – Coefficient de frottement effectif  $\mu_{eff}$  en fonction du rapport d'aspect  $\zeta_c = L/d_c$  pour la pénétration d'un cylindre de diamètre  $d_c$  dans un récipient de largeur  $L$  dans un tracé (a) linéaire et (b) logarithmique ( $d_g = 1\text{mm}$  et  $V_0 = 5\text{mm/s}$ ). La ligne en pointillés correspond à la frontière physique  $\zeta_c = 1$ .

La condition  $\zeta_c > 1$  doit bien sûr être respectée car  $L$  ne peut pas être plus petit que le diamètre de l'objet. On constate que le regroupement marche mieux pour les gros cylindres que pour les petits. Cette observation nous suggère alors que le diamètre de l'objet  $d_c$  n'est pas peut-être l'échelle de longueur la plus pertinente pour caractériser la variation de  $\mu_{eff}$  avec le confinement latéral.

Nous avons alors essayé avec la longueur caractéristique  $\lambda$  qui intervient dans le champ de vitesse autour d'un cylindre en pénétration dans l'empilement (Seguin et al, 2013). Comme nous l'avons déjà vu, cette longueur est décrite par l'expression  $\lambda = \alpha d_c + \beta d_g$  avec  $\alpha = 0.24$  et  $\beta = 2.3$ . Pour chacun des cylindres,  $d_c = 10, 20$  et  $30$  mm, ce paramètre prend les valeurs respectives  $\lambda = 4.7$  mm,  $\lambda = 7.1$  mm et  $\lambda = 9.5$  mm. La figure 4.5 montre alors la variation du nouveau rapport d'aspect  $\xi_c = \frac{L}{\lambda}$  prenant en compte l'échelle de longueur  $\lambda$  au lieu du diamètre du cylindre.

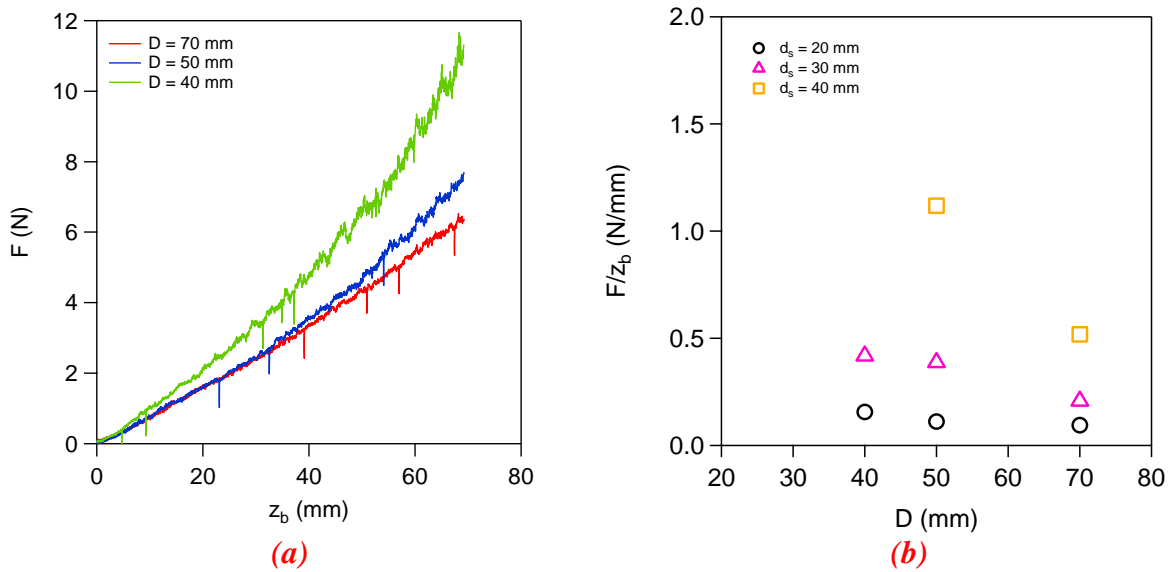


**Figure 4.5** – Coefficient de frottement effectif  $\mu_{eff}$  en fonction du rapport d'aspect  $\xi_c = L/\lambda$  pour la pénétration d'un cylindre de diamètre  $d_c$  dans un récipient de largeur  $L$  dans un tracé (a) linéaire et (b) logarithmique ( $d_g = 1$  mm et  $V_0 = 5$  mm/s). La ligne en pointillés correspond à un ajustement en loi de puissance (Eq. 4-1).

Nous constatons que le regroupement des données est meilleur avec  $\xi_c = L/\lambda$  qu'avec  $\zeta_c = L/d_c$ . La courbe maitresse ainsi obtenue sur la figure 4.5a montre que l'effet de confinement ne se fait pas sentir pour  $\xi_c \gtrsim 10$  avec alors une valeur asymptotique du coefficient de friction  $(\mu_{eff})_\infty = 2.8 \pm 0.4$ . Lorsque  $\xi_c < 10$ , l'effet de confinement est significatif et  $\mu_{eff}$  augmente fortement lorsque  $\xi_c$  diminue avec une loi de puissance du type:

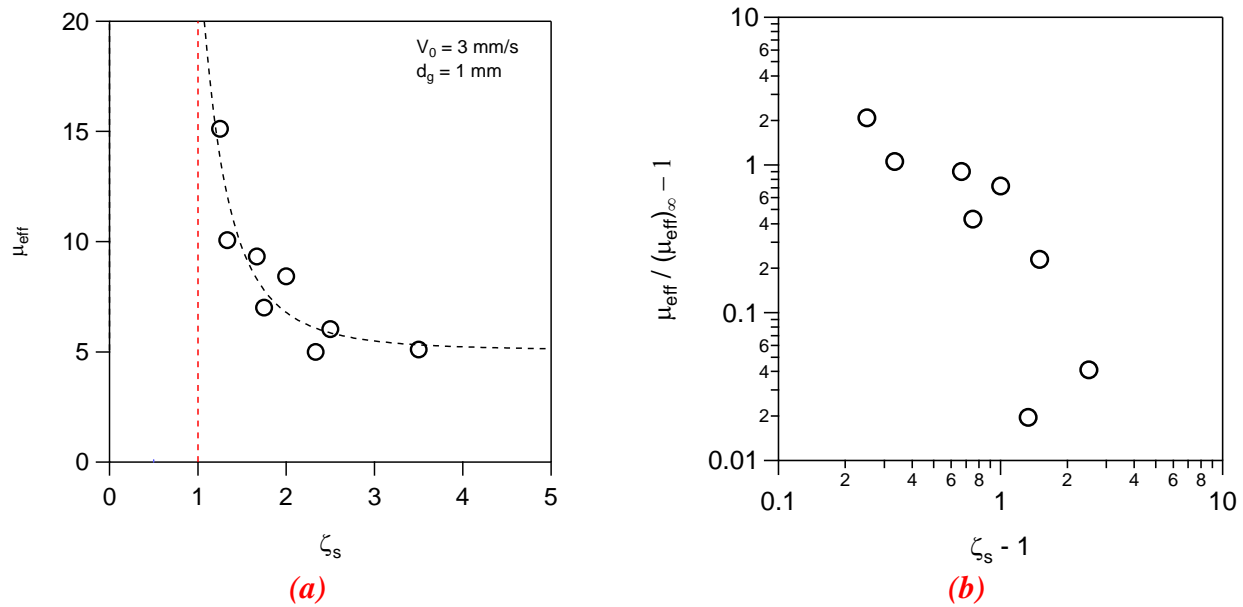
$$\mu_{eff}(\xi_c) = (\mu_{eff})_\infty \left[ 1 + \frac{k}{(\xi_c - 1)^p} \right] \quad (4-1)$$

avec  $k = 79 \pm 50$  et  $p = 2.5 \pm 0.5$ . Une analyse similaire a été réalisée pour nos expériences avec une sphère dans un récipient cylindrique de diamètre  $D > d_s$ . Les courbes obtenues de force et de raideur (figure 4.6) montrent un comportement analogue.



**Figure 4.6** – Influence du diamètre D du récipient sur la force F ressentie par une sphère, (a) courbes de force  $F(z_b)$  pour plusieurs diamètres D du récipient et (b) variation de  $\frac{F}{z_b}$  en fonction de D pour plusieurs diamètres  $d_s$  de la sphère.

En confrontant le coefficient de friction avec  $\zeta_s$  (figure 4.7) nous obtenons un rassemblement des points suivant une courbe décroissante avant une valeur plateau  $(\mu_{eff})_\infty \simeq 5$  pour  $\zeta_s > 3$ .



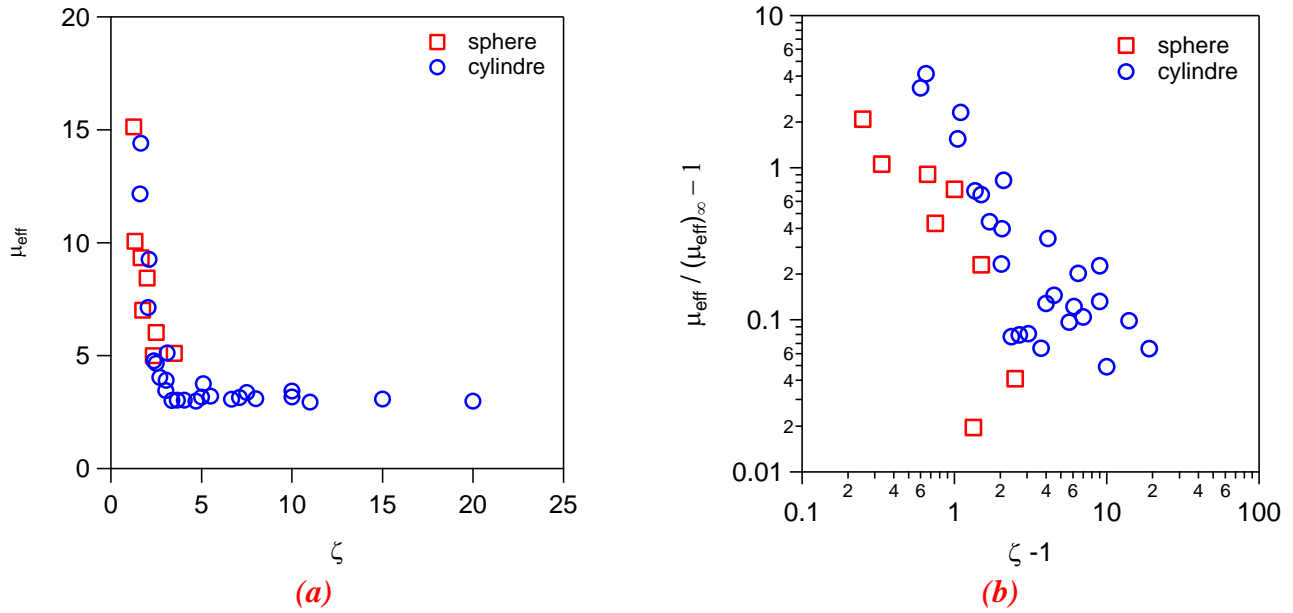
**Figure 4.7** – Variation du coefficient de friction d'une sphère en fonction de  $\zeta_s$  dans un tracé du type (a) linéaire et b) logarithmique. Ici  $d_g = 1 \text{ mm}$ ,  $V_0 = 3 \text{ mm/s}$  et  $H \approx 85 \text{ mm}$ . La ligne verticale en pointillés  $\zeta_s = 1$  représente la limite du domaine physique.

Les points expérimentaux peuvent être ajustés par une loi de puissance du type:

$$\mu_{eff}(\zeta_s) = (\mu_{eff})_{\infty} \left[ 1 + \frac{k}{(\zeta_s - 1)^p} \right] \quad (4-2)$$

avec  $(\mu_{eff})_{\infty} = 4.9 \pm 0.1$ ,  $k = 3.8 \pm 1.0$  et  $p = -3.3 \pm 0.8$ .

L'étude de la profondeur de pénétration d'une sphère par impact a montré que le confinement latéral a une influence lorsque  $\zeta_s < 4$  (Seguin et al., 2008), proche de la valeur critique trouvée dans la présente étude. Les résultats obtenus jusqu'ici tant pour le cylindre que pour la sphère montrent que la force est fortement contrôlée par la distance normalisée  $\zeta - 1$  entre l'objet et les parois latérales. Les coefficients de friction obtenus pour le cylindre et pour la sphère en fonction de  $\zeta - 1$  sont rassemblés sur la figure 4.8. Si les valeurs asymptotiques du coefficient de friction en situation non confinée ( $\zeta - 1 \gg 1$ ) sont différentes pour la sphère et le cylindre, leur augmentation avec le confinement semble suivre une loi de puissance similaire  $(\zeta - 1)^{-p}$  avec la valeur moyenne  $p \approx 2.9$ .



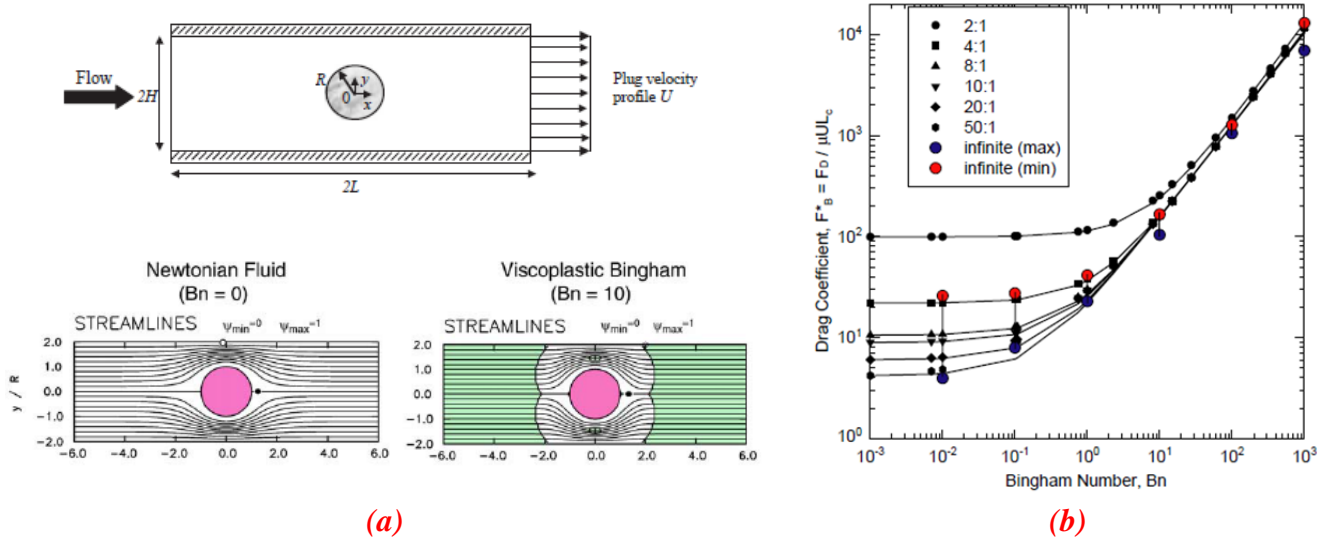
**Figure 4.8** - Coefficient de friction effectif pour une sphère (bleu) et pour un cylindre (rouge) en fonction de la distance normalisée  $\zeta - 1$  dans un tracé logarithmique.

L'expression générale trouvée pour l'augmentation relative de la force de résistance à la pénétration dans un milieu granulaire due aux effets du confinement latéral par rapport à sa valeur asymptotique non confinée  $F_{\infty}$  est donc la suivante :

$$\frac{F}{F_{\infty}} = 1 + \frac{k}{(\zeta - 1)^p} \quad (4-3)$$

Dans le cas de fluides visqueux newtoniens à petits nombres de Reynolds, des expressions semblables pour la force de traînée par exemple d'une sphère ont été établies théoriquement depuis l'ordre 1 par Lorentz (1907) pour  $\zeta \gg 1$ , jusqu'aux développements en série de puissance de O'Neill (1964) pour des confinements plus importants, avec des vérifications expérimentales (Ambari *et al.* 1983). Dans le cas newtonien, les perturbations hydrodynamiques sont à longue portée et gouvernées par la seule taille de l'objet alors que nous avons montré dans le cas granulaire, qu'elles sont au contraire très localisées et gouvernées par la taille de l'objet corrigée de la taille des grains.

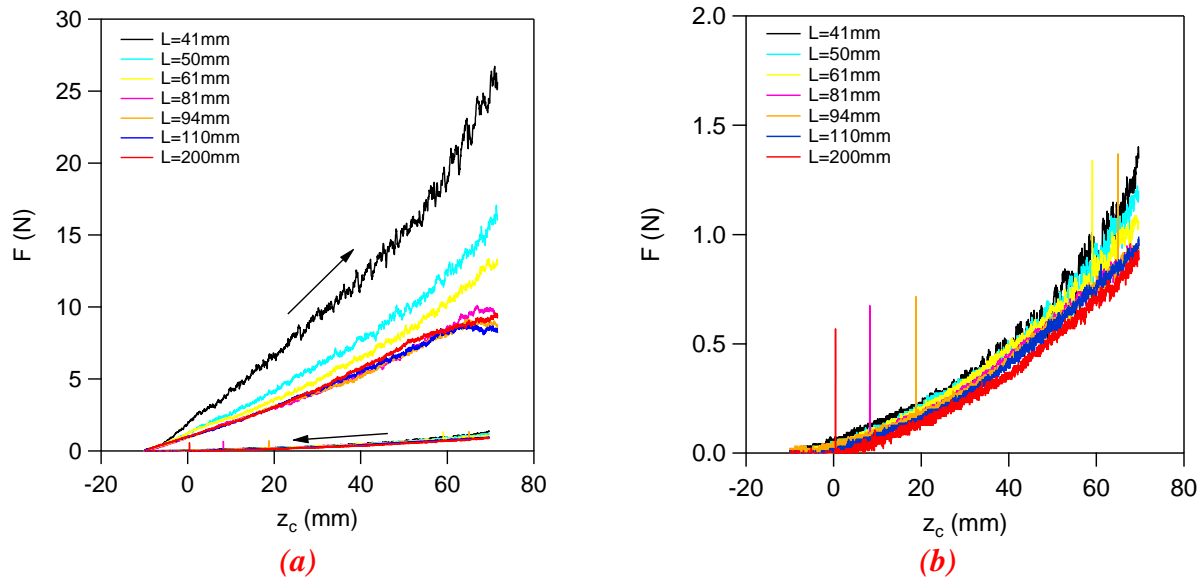
D'autres études ont été menées avec des fluides non newtoniens, notamment des fluides de Bingham caractérisés par une contrainte seuil  $\tau_y$ . Les résultats obtenus dans le cas d'un cylindre (Mitsoulis *et al.* 2004, 2007 et 2009) ou d'une sphère (Blackery et Mitsoulis, 1997 ; Baulne et Mitsoulis, 1997) montrent des topologies d'écoulement différentes du cas newtonien avec une localisation du cisaillement sous forme de « bulbe » autour de l'objet où la contrainte est supérieure à la contrainte seuil (Fig. 4.9). L'influence du rapport d'aspect sur la force dépend alors du nombre de Bingham  $Bn = \frac{\tau_y(2R)}{\mu U}$  mesurant le caractère non newtonien du fluide (Fig. 4.9).



**Figure 4.9** – Caractérisation de l'écoulement et de la force de trainée sur un cylindre dans un fluide viscoplastique de Bingham d'après l'étude numérique de Mitsoulis (2004). (a) Configuration utilisée et comparaison de l'écoulement dans le cas d'un fluide newtonien et de Bingham. (b) Variation de la force de trainée adimensionnée  $F_B^*$  en fonction du nombre de Bingham  $Bn$  pour différentes valeurs du rapport d'aspect  $H/R$ .

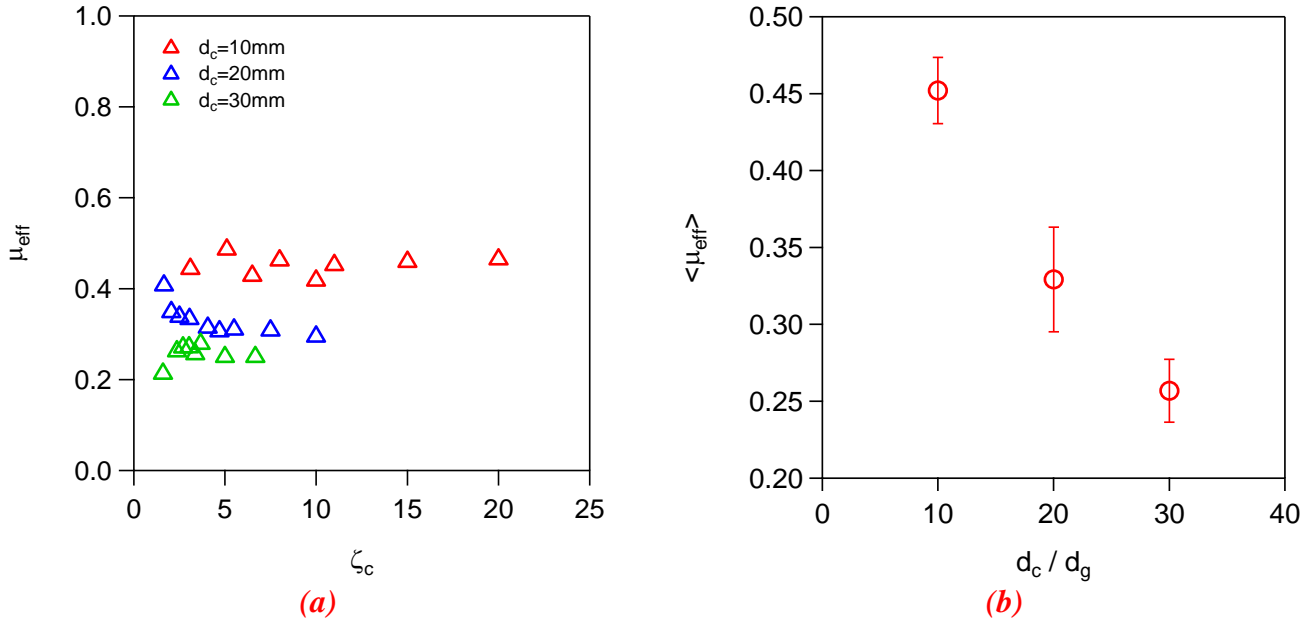
### 4.2.3 Influence des parois latérales sur l'extraction

Dans les paragraphes précédents nous avons abordé les effets de proximité de parois latérales durant la pénétration d'un objet. Ici nous aborderons leurs conséquences sur l'asymétrie pénétration-extraction observée sur la force. Pour cela, des expériences réalisées avec un cylindre de diamètre  $d_c = 10\text{mm}$  dans un empilement des billes de verre de diamètre  $d_g = 1\text{mm}$ , ont été conduites avec différentes valeurs de largeur du récipient  $L$ . La figure 4.10a montre l'influence de  $L$  sur l'asymétrie de la force en pénétration-extraction et dans la figure 4.10b nous avons détaillé le comportement de la force en extraction.



**Figure 4.10** – Influence de la largeur du récipient  $L$  sur la force  $F$  de résistance sur un cylindre ( $d_c = 20\text{mm}$ ,  $d_g = 1\text{mm}$ ,  $V_0 = 5 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$ ) en mouvement de (a) pénétration extraction en fonction de  $z_c$  ; (b) zoom sur la force en extraction.

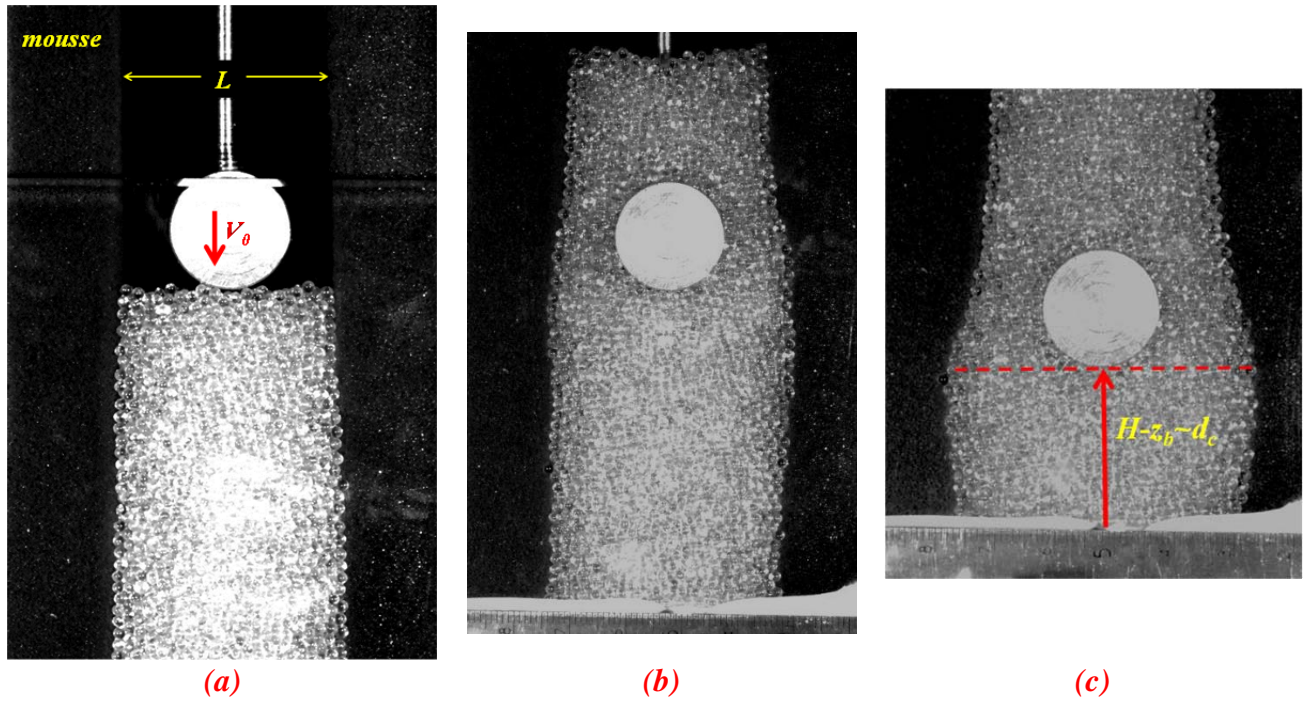
La force en extraction reste toujours très petite devant celle en pénétration quel que soit le confinement. L'effet de ce confinement sur la force semble moins marqué en extraction qu'en pénétration. Pour vérifier ce résultat, nous avons déterminé systématiquement à partir de ces expériences le coefficient de friction en extraction pour plusieurs diamètres de cylindre (figure 4.11a). Nous constatons que ce coefficient ne dépend pas ou peu du rapport d'aspect  $\zeta_c$ . Cependant sa valeur moyenne  $\langle \mu_{eff} \rangle$  peut varier d'un cylindre à l'autre comme observé par le tracé de  $\langle \mu_{eff} \rangle$  en fonction de  $d_c$  dans la figure 4.11b. Ce paramètre diminue en fonction de la taille de l'objet, résultat qui est inattendu et contraire à celui obtenu dans le cas de la pénétration.



**Figure 4.11** – Variation du coefficient de friction  $\mu_{eff}$  en extraction pour différents diamètres  $d_c$  du cylindre, a) en fonction du rapport d'aspect  $\zeta_c$  et b) variation du coefficient de friction moyen  $\langle \mu_{eff} \rangle$  en fonction de  $\frac{d_c}{d_g}$ .

### 4.3 PAROIS LATÉRALES DÉFORMABLES

Dans le chapitre 3 nos expériences avec un fond déformable (mousse) nous ont déjà permis de visualiser la localisation de la force en amont d'un cylindre en pénétration. Dans cette partie du manuscrit nous allons montrer la localisation de cette force sur les côtés d'un cylindre en mouvement de pénétration-extraction. Pour ce faire, nous avons mis des couches de mousse latérales des deux côtés de la cellule et à une distance suffisamment proche du cylindre pour visualiser des déformations significatives de la mousse. Ces couches de mousse ont les mêmes propriétés mécaniques que celles décrites dans le chapitre 2.

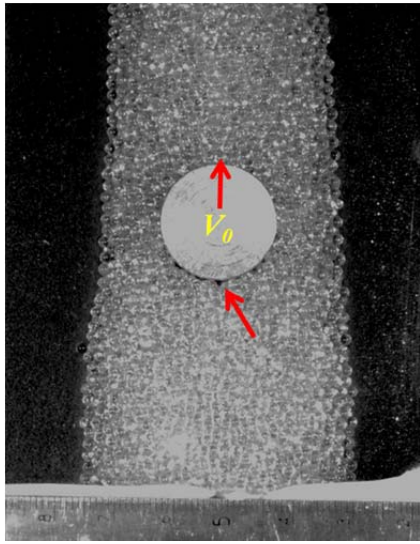


**Figure 4.12** – Visualisation de la déformation des parois latérales en mousse à la distance initiale  $L = 36\text{mm}$  durant la pénétration d'un cylindre ( $d_c = 20\text{mm}$ ,  $V_0 = 2\text{mm/s}$ ) dans l'empilement ( $d_g = 2\text{mm}$ ,  $H = 81\text{mm}$ ) à différentes profondeurs : (a)  $z_b = 0$ ; (b)  $z_b \approx 3d_c$ ; (c)  $H - z_b \approx d_c$ .

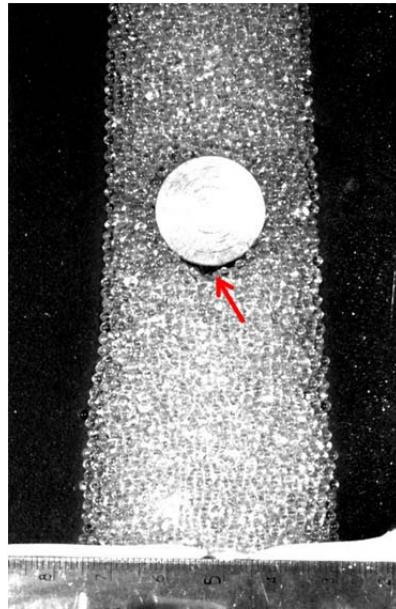
Dans la figure 4.12 nous observons trois instants différents de la déformation de la mousse de chaque côté du cylindre durant sa pénétration. La figure 4.12a montre l'état de base à l'instant initial où le cylindre touche la surface de l'empilement. Sur la figure 4.12b, le cylindre est rentré une distance  $z_b \approx 2d_c$  et nous observons une légère déformation en amont du cylindre, qui augmente progressivement au fur et à mesure que le cylindre s'enfonce. Dans la figure 4.12c, le cylindre se trouve à une distance du fond de l'ordre de son diamètre. La déformation de la mousse y est très visible et fortement localisée en amont du cylindre, en forme de « bulbe ». La déformation maximale est clairement située non pas dans le plan équatorial du cylindre mais en amont.

En extraction la situation est différente. La figure 4.13a correspond à la situation où le cylindre commence revenir vers la surface et où on observe la récupération élastique de la mousse vers son état initial. Pendant cette récupération élastique des parois, les grains tendent à combler le trou derrière l'objet, retardant sa formation. Cette région de décollement réapparaît cependant lorsque le cylindre se trouve à une distance du fond de l'ordre de  $2.5d_c$  comme montré par la figure 4.13b. Nous observons que pour cette position et même proche de l'interface les parois ne se déforment pas devant le passage de l'objet (figure 4.13c) montrant clairement une force plus petite qu'en pénétration.

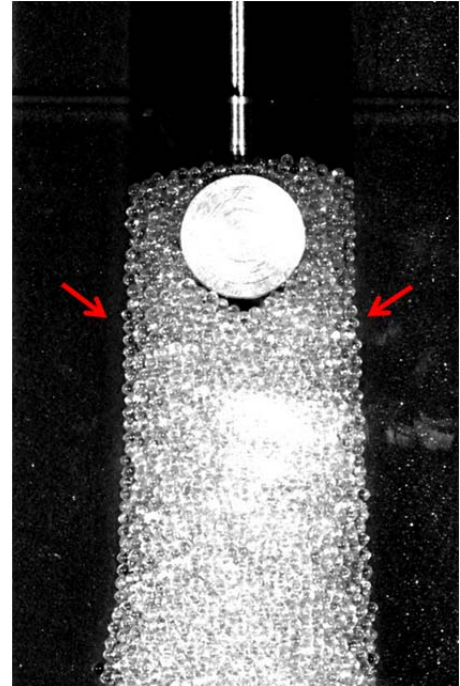




(a)



(b)

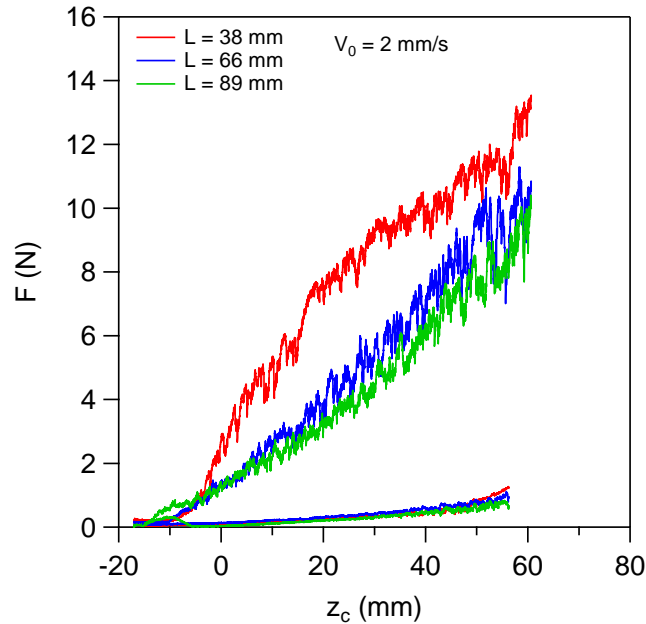


(c)

**Figure 4.13** – Visualisation de la déformation des parois latérales en mousse durant l'extraction du cylindre pour (a)  $H - z_b \approx 2d_c$  (b)  $H - z_b \approx 3d_c$  où la flèche indique la région de décollement et (c)  $z_b \approx d_c$ .

Des expériences avec des parois latérales en mousse situées à des distances plus importantes ( $L = 66\text{mm}$  et  $L = 89\text{mm}$  c.à.d.  $\zeta_c \approx 3.3$  et  $\zeta_c \approx 4.5$ ), ne montrent pas de déformation significative de la mousse ni de d'influence significative sur la force comme le montre la figure 4.14. Ceci est attendu compte tenu des rapports d'aspect correspondants.

Dans le cas le plus confiné ( $L = 38\text{mm}$ , soit  $\zeta_c \approx 1.9$ ), la courbe de force en pénétration présente une allure inhabituelle : la force en pénétration augmente moins qu'elle le devrait dans le cas de parois rigides compte tenu de la déformation de la mousse significative à partir de  $z_c \approx 20\text{mm}$ .



**Figure 4.14** – Force sur un cylindre en fonction de la profondeur  $z_c$  en présence de parois latérales en mousse situées à la distance  $L$  l’une de l’autre pour différentes valeurs de  $L$ .

#### 4.4 CONCLUSION

Ce chapitre a été consacré à l'étude de l'influence du confinement latéral sur la force ressentie par un cylindre et une sphère. Nous avons trouvé dans ces expériences que la force est fortement influencée par la distance de séparation objet-parois, cependant ces effets ne sont visibles que à partir d'un certain écart critique aux parois.

Comme nous l'avons anticipé dans le chapitre 2, l'analyse dimensionnelle des paramètres a conduit à une relation du type  $\mu_{eff} = \Psi\left(\frac{L}{d}\right)$  avec  $\Psi$  une certaine fonction et  $d$  le diamètre de l'objet (cylindre ou sphère). Deux conséquences découlent de cette relation, la première est que le diamètre de l'objet est une longueur qui permet de regrouper les mesures de notre coefficient de friction et la deuxième est que ce regroupement, représenté par  $\Psi$ , suit un comportement du type loi de puissance en fonction de la variable  $\zeta = \frac{L}{d}$ . Cependant, pour le cas d'un cylindre nous avons constaté que cet ajustement est mieux représenté en fonction du paramètre  $\xi_c = \frac{L}{\lambda}$  qui tient compte de cette longueur caractéristique issue du modèle du champ de vitesse de la pénétration (Seguin et al. 2013). Dans ce contexte, le fait de ne pas compter sur les caractéristiques cinématiques de l'écoulement autour d'une sphère nous empêche de vérifier l'existence possible d'une autre longueur différente de  $d_s$  pour mieux caractériser l'influence des parois latérales.

Des comportements en loi de puissance on les trouve également dans quelques études qui portent sur la force de trainée dans des fluides newtoniens et non-newtoniens. Par rapport à ce dernier cas nous considérons valable nous poser une question qui peut ouvrir peut-être des perspectives nouvelles sur ce sujet: si l'écoulement granulaire montre caractéristiques semblables à un fluide non-newtonien, est-ce qu'on peut imaginer dans notre cas que la région en cisaillement autour de l'objet a une similitude avec les cas observés dans la figure 4.10a? Si c'est le cas, quels sont les conséquences de l'existence de telles géométries sur la force ressentie par l'objet et donc le coefficient de friction.

# **5 PHOTOELASTICIMETRIE DE L'ECOULEMENT GRANULAIRE AUTOUR D'UN DISQUE**

## **5.1 INTRODUCTION**

Au cours de cette thèse nous avons abordé plusieurs aspects sur le mouvement vertical d'un objet (cylindre ou sphère) dans un empilement de billes de verre à vitesse imposée. Jusqu'ici nous nous sommes concentrés sur l'influence de paramètres tels que le diamètre de l'objet, le diamètre des billes, la vitesse de déplacement sur la force de traînée exercée par le milieu granulaire. Nous avons aussi déterminé à partir d'expériences de confinement (latéral et vertical) que cette force est fortement influencée par les conditions de bords.

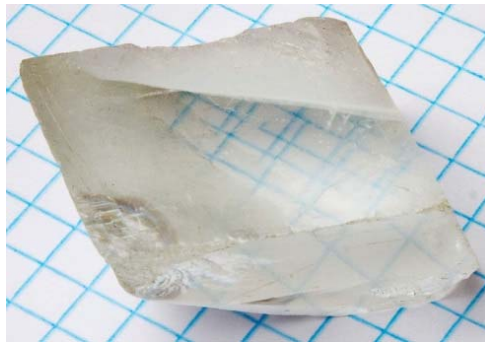
Cependant, la connaissance de l'état de contrainte au sein du matériau est une donnée importante qui manque dans les études précédentes. Cet aspect peut donner de nouvelles perspectives pour améliorer la compréhension du mouvement d'objets dans les empilements granulaires.

Pour ce faire, dans ce dernier chapitre nous allons aborder la dynamique de pénétration d'un disque qui se déplace à vitesse imposée dans une couche horizontale de disques biréfringents. Dans ces expériences de photoélasticimétrie, nous nous concentrerons sur la visualisation du champ de contraintes généré au sein de l'empilement, sa caractérisation et sa corrélation avec le champ de vitesse. De plus, la possibilité de vibrer le système nous permettra de tester l'influence de l'agitation « thermique » sur la force de traînée et d'étudier ses conséquences sur la rhéologie de l'empilement au cours du déplacement de l'objet.

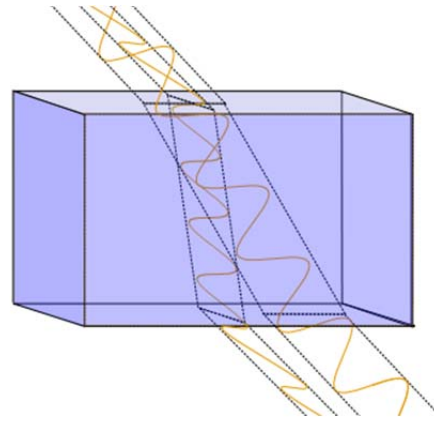
## **5.2 BIREFRINGENCE ET PHOTOELASTICIMETRIE**

### **5.2.1 Qu'est-ce que c'est?**

La photoélasticimétrie est une technique expérimentale qui permet de déterminer l'état de contraintes dans un matériau biréfringent (ou photo-élastique) lorsqu'une force lui est appliquée. La biréfringence est une propriété présente dans des certains corps transparents (figure 5.1a) et qui peut être décrite comme un changement dans l'indice de réfraction du corps lorsque la lumière est transmise à travers lui, avec comme conséquence immédiate un changement de l'état de polarisation de la lumière transmise (figure 5.1b). Ce changement dépendra essentiellement des caractéristiques du matériau et de l'épaisseur de l'échantillon.



(a)

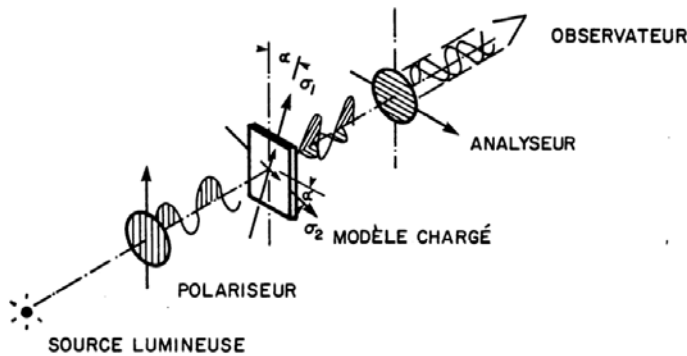


(b)

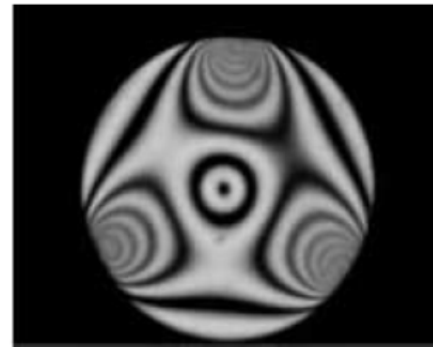
**Figure 5.1** – (a) Echantillon de calcite, matériau connu pour sa biréfringence et (b) principe de la biréfringence qui montre le déplacement d'un rayon de lumière polarisée perpendiculairement lorsqu'il traverse le matériau (figures extraites de Wikipedia).

Bien que la biréfringence soit naturellement présente dans certains corps, l'un des aspects les plus intéressants de cette propriété est qu'elle peut être aussi induite par l'application d'une charge externe. Les corps avec de telles caractéristiques font alors le sujet principal d'intérêt de la photoélasticimétrie. Cette technique a sensiblement gagné en importance au cours des dernières décennies essentiellement par ses avantages dans la caractérisation mécanique des contraintes des matériaux dont la solution est complexe tant d'un point de vue mathématique que des ressources informatiques.

Le principe de la photoélasticimétrie repose sur le fait que les directions principales des plans de symétrie optique du matériau coïncident avec les vecteurs propres du tenseur des contraintes (cf. site web Junyao Tang, Duke University). Comme montré sur la figure 5.2a, l'échantillon du matériau biréfringent à analyser est placé entre deux polariseurs croisés. La lumière passe à travers le premier polariseur avant de rentrer dans l'échantillon.



(a)



(b)

**Figure 5.2** – (a) Schéma de polarisation de la lumière pour la visualisation des contraintes dans le matériau (figure extraite du cours *Analyse Expérimentale des Contraintes*, L.Marchand) (b) Visualisation des contraintes sur un disque obtenue après les techniques décrites à gauche. La situation correspond à trois forces appliquées sur le bord du disque (figure extraite de la thèse de C. Coulais).

La lumière se divise alors suivant deux composantes en fonction de la polarisation, chaque composante se déplaçant à une vitesse différente selon les indices de réfraction ( $n_1, n_2$ ) du matériau. Puis, ces deux composantes sortent de l'échantillon avec une différence de phase  $\alpha$  qui est proportionnelle à la différence des indices principaux de réfraction, c'est-à-dire:

$$\alpha(x, y) = \frac{2\pi b}{\lambda}(n_1 - n_2) \quad (5-1)$$

Avec  $b$  l'épaisseur de l'échantillon et  $\lambda$  la longueur d'onde de la lumière. Brewster a déterminé une relation fondamentale en photoélasticimétrie en reliant la différence des indices  $n_1 - n_2$  à la différence des contraintes principales:

$$(n_1 - n_2) = C(\sigma_1 - \sigma_2) \quad (5-2)$$

où  $C$  est le coefficient de contrainte-optique et  $(\sigma_1, \sigma_2)$  sont les contraintes principales du tenseur de contraintes. À partir de la relation (5-1) on détermine alors que  $\alpha(x, y) = \frac{2\pi Cb}{\lambda}(\sigma_1 - \sigma_2)$ . En conséquence, en différents points de l'échantillon la différence de phase sera différente du aux contraintes locales différentes. Ces deux composants sont ensuite recombinaés avec un deuxième polariseur (analyseur) croisé qui fait apparaître les différences de contraintes principales comme nous observons sur la figure 5.2b.

Alors, l'objet de l'analyse de photoélasticité est d'essayer d'extraire la phase  $\alpha$  et de déterminer les contraintes principales du tenseur. Ceci est possible en connaissant la réponse optique de l'intensité de la lumière. Cette réponse s'exprime en fonction de la phase à travers la relation:

$$I(x, y) = I_0 \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) = I_0 \sin^2\left(\frac{\pi Cb}{\lambda}(\sigma_1 - \sigma_2)\right) \quad (5-3)$$

avec  $I_0$  l'intensité maximale de la lumière qui sort de l'échantillon. À partir de cette relation nous observons que si  $\alpha = k\pi$  avec  $k$  pair, alors  $I(x, y)$  vaut 0, ce qui correspond aux bandes noires observées sur la figure 5.2b. En revanche, si  $k$  est impair alors  $I(x, y)$  atteint sa valeur maximale  $I_0$ , ce qui correspond cette fois aux bandes claires observées sur la même figure.

Le motif ainsi obtenu, montre des maxima et minima dans la direction d'application de la force. La valeur de la phase  $\alpha(x, y)$  augmente dans cette direction, c'est-à-dire, dans la direction de son gradient  $\nabla\alpha(x, y) \propto \nabla I(x, y)$ . Nous verrons dans la suite que  $\nabla I(x, y)$  sera la quantité qui nous intéressera et à partir de laquelle nous allons extraire la différence des contraintes cherchée.

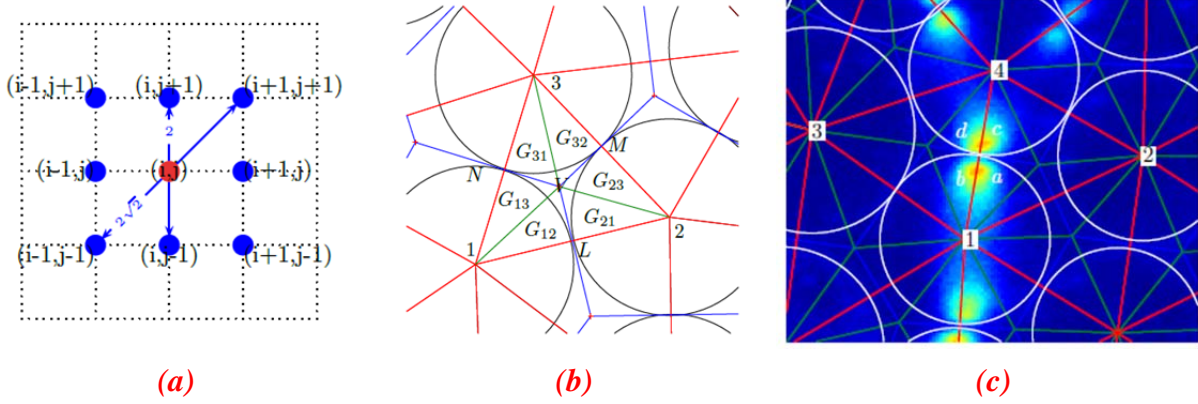
### 5.2.2 Tenseur local des contraintes

Dans un empilement de disques biréfringents, nous allons obtenir alors une distribution de la réponse optique  $I(x, y)$  liée aux forces de contacts. Compte tenu de la nature discrète du milieu,  $I(x, y) \rightarrow I(i, j)$ , et nous pouvons accéder au gradient spatial  $\|\nabla I(x, y)\|^2$  de la réponse optique par différences finies selon la discrétisation proposée sur la figure 5.3a.

$$\|\nabla I(x, y)\|^2 = \frac{1}{2}[u^2 + v^2 + w^2 + t^2] \quad (5-4)$$

$$\begin{aligned} u &= \left(\frac{I(i+1, j) - I(i-1, j)}{2}\right) \\ v &= \left(\frac{I(i, j+1) - I(i, j-1)}{2}\right) \\ w &= \left(\frac{I(i+1, j+1) - I(i-1, j-1)}{2\sqrt{2}}\right) \end{aligned} \quad (5-5)$$

$$t = \left( \frac{I(i-1, j+1) - I(i+1, j-1)}{2\sqrt{2}} \right)$$



**Figure 5.3** – (a) Maillage utilisé pour le calcul du gradient de la réponse optique (b) Triangulation de Delaunay pour un empilement de disques et (c) Identification des régions d'intérêt ( $a, b, c, d$ ) pour le calcul de  $G^2$  pour un point de contact quelconque (figures extraites de la thèse de C. Coulais).

Pour réaliser le calcul des forces de réaction normale  $F_N$  et tangentielle  $F_T$  au niveau des contacts entre grains, nous utilisons la technique de triangulation de Delaunay. Un exemple de cette triangulation est montré sur la figure 5.3b qui correspond à la situation de trois disques (1,2,3) dont les points de contact sont désignés par les lettres  $M, N$  et  $L$ . Les tangentes aux points de contact se croisent en point permettant de construire 6 triangles  $G_{i,j}$  pavant le triangle (1,2,3) (figure 5.3b).

Une fois déterminés les sous triangles ( $a, b, c, d$ ) voisins d'un point de contact  $k$  (figure 5.3c), il est alors possible de calculer le gradient spatial  $G^2$  intégré sur chacun de ces sous triangles :

$$G^2 = \iint_A \|\nabla I(x, y)\|^2 dA \quad (5-6)$$

La paire de forces normale et tangentielle  $(F_k^{(n)}, F_k^{(t)})$  sur ce point de contact entre disques est alors donnée par:

$$F_k^{(n)} = G_a^2 + G_b^2 + G_c^2 + G_d^2 \quad (5-7)$$

$$F_k^{(t)} = |G_a^2 - G_b^2| + |G_c^2 - G_d^2| \quad (5-8)$$

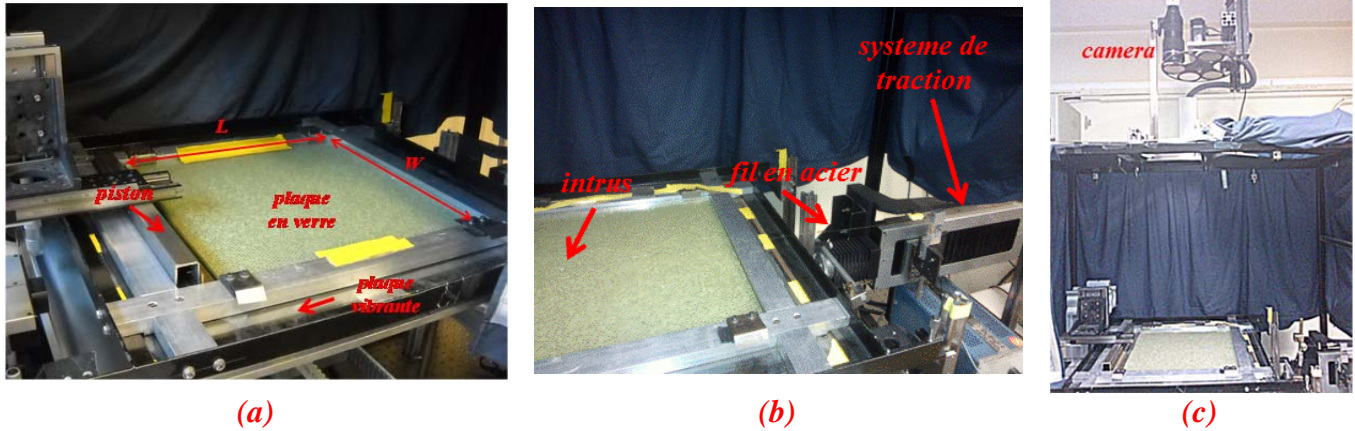
Dans un milieu bidimensionnel, il est alors possible de déterminer le tenseur des contraintes  $\sigma_i$  au disque  $i$ , par (Drescher, 1972) :

$$\sigma_i = \frac{1}{S} \sum_k r_{i,k} \otimes F_{i,k} \quad (5-9)$$

où  $S = \pi b d$  est la surface du disque d'épaisseur  $b$  et de diamètre  $d$ , et la somme est réalisée sur le nombre de contacts sur ce disque.

### 5.3 DISPOSITIF EXPERIMENTAL

Nos expériences de photoélasticimétrie ont été menées dans un dispositif situé au sein du groupe SPYNHX au Commissariat à l'Énergie Atomique (CEA) à Saclay. Le dispositif a été monté pendant la thèse de F. Lechenault (2007). Raphael Candelier (2010) et Corentin Coulais (2012) ont continué sur cette installation dans des travaux de thèse consacrés à la compréhension du phénomène de Jamming dans une couche granulaire en présence d'un champ de température. Nous donnerons ici une brève description de l'installation. Le lecteur intéressé pourra se reporter à ces travaux pour plus de détails techniques.



**Figure 5.4** – (a) Photos de l'assemblée de disques photoélastiques et la cellule avec ses dimensions caractéristiques ( $L, W$ ). On observe le piston permettant de confiner les disques, la plaque vibrante et la plaque en verre, (b) système de traction de l'intrus et (c) emplacement de la camera utilisée pour la prise d'images avec les polariseurs.

L'empilement est constitué par  $N = 8000$  disques de polyuréthane ( $\rho = 1300 \text{ kg/m}^3$ ) de deux tailles différentes,  $d_1 = 4 \text{ mm}$  et  $d_2 = 5 \text{ mm}$  pour empêcher les effets de cristallisation. Ces disques de hauteur  $h = 4 \text{ mm}$  possèdent un module d'Young  $E = 0.5 \text{ MPa}$ . Les grains sont disposés sur une plaque de plexiglass et confinés dans un cadre rectangulaire de largeur  $W = 400 \text{ mm}$  et longueur  $L$  ajustable dans la gamme  $377 \text{ mm} \leq L < 393 \text{ mm}$  au moyen d'un piston situé sur le côté gauche. Le piston permet de compacter l'empilement en augmentant sa fraction volumique. Une plaque en verre parallèle à la plaque du bas, est fixée au-dessus de la couche afin de prévenir la sortie des disques de leur couche (figure 5.4a).

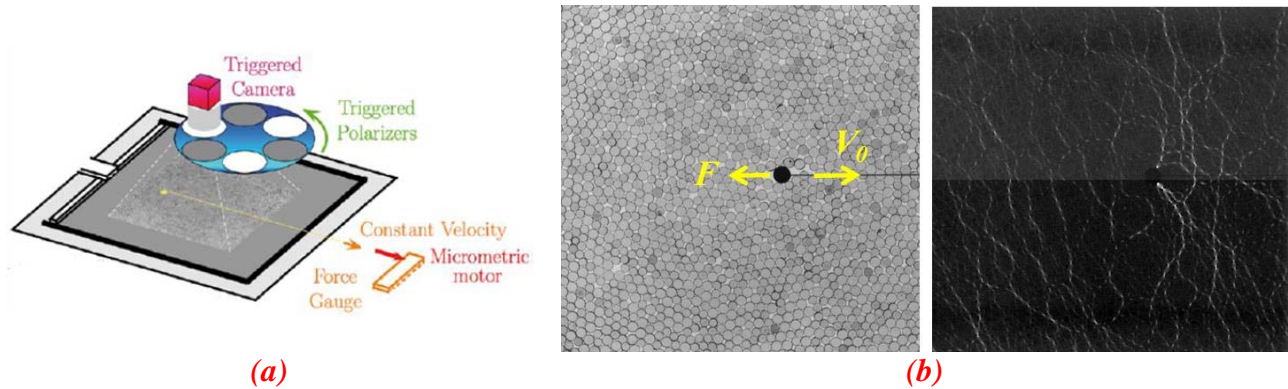
Si  $N_i$  est le nombre de particules de l'espèce  $i$  dont l'aire est  $A_i = \frac{\pi d_i^2}{4}$ , la fraction volumique de l'empilement est donnée par l'expression:

$$\phi = \frac{N_1 A_1 + N_2 A_2}{LW} \quad (5-10)$$

L'intrus est un disque métallique placé initialement proche du piston. L'intrus se déplace à travers l'empilement de disques, tiré par un fil métallique relié à un système de traction à la vitesse  $V_0$  fixée par l'ordinateur. Nous avons utilisé trois diamètres  $D$  d'intrus,  $D = 8 \text{ mm}$ ,  $16 \text{ mm}$  et  $32 \text{ mm}$ . La gamme de course de l'intrus est  $100 \text{ mm} \leq \Delta x \leq 150 \text{ mm}$  avec une vitesse variant dans la gamme  $0 \text{ mm/s} \leq V_0 \leq 3 \text{ mm/s}$ . Un capteur piézoélectrique auquel est accroché le fil permet de mesurer le signal de la force de résistance  $F$  sur l'intrus (figure 5.4b).

La plaque inférieure peut être vibrée horizontalement perpendiculairement à la direction de traction, avec une amplitude  $A = 1\text{cm}$  et une fréquence variable dans la gamme  $0\text{ Hz} \leq f \leq 10\text{ Hz}$ . Avant la réalisation de chacune des expériences, le milieu est fortement vibré ( $f \approx 10\text{Hz}$ ) afin d'homogénéiser la répartition des contraintes dans la couche. Durant le déplacement de l'intrus, la prise d'images est réalisée périodiquement par une caméra adaptée à la fréquence  $f$  (ou à la vitesse  $V_0$  lorsque  $f = 0$ ). Cette caméra est située au-dessus de la couche de disques (figure 5.4c).

Les grains sont éclairés par dessous en lumière polarisée rectilignement. Une roue permettant de placer alternativement un analyseur croisé ou non devant la caméra (dont un schéma est observé sur la figure 5.5a), permet de prendre à la fréquence  $f/2$  des images "polarisées" (figure 5.5b, droite) et "directes" (figure 5.5b, gauche).



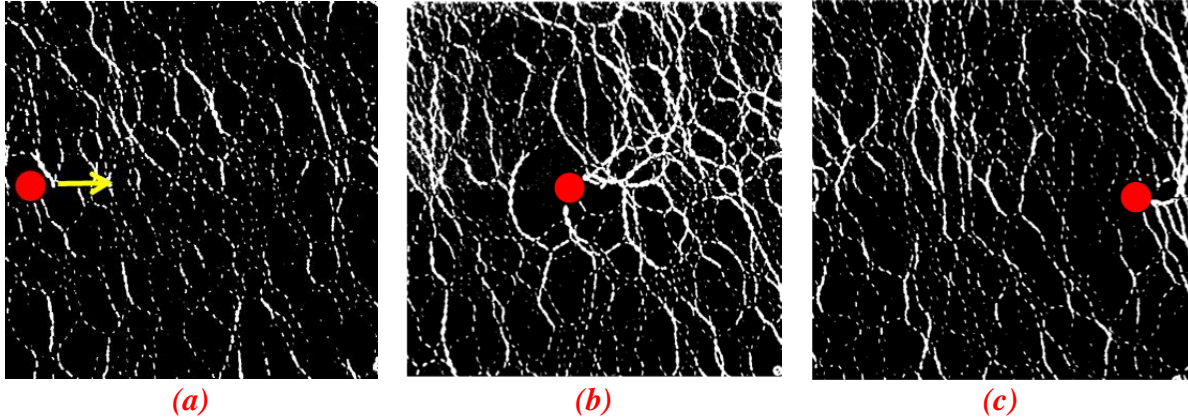
**Figure 5.5** – (a) Schéma du montage et de la prise d'images et mesure des forces sur l'intrus (extraite de la thèse de C.Coulais), (b) (gauche) Image directe obtenue sans polariseurs croisés où  $F$  est la force mesurée sur l'objet et  $V_0$  la vitesse de traction et (droite) image obtenue en polariseurs croisés.

## 5.4 FORCE DE TRAINEE EN GRANULAIRE VIBRE

### 5.4.1 Visualisation des chaînes de force

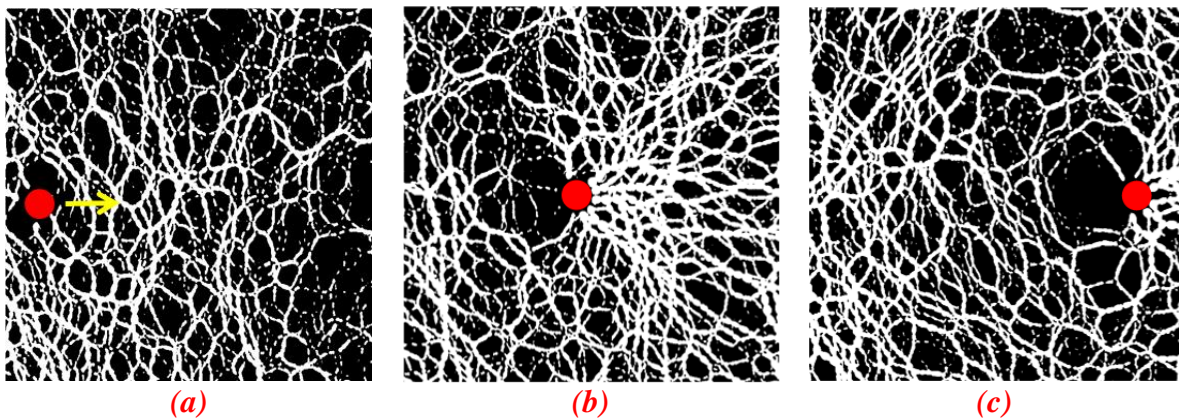
Durant le déplacement de l'objet nous observons beaucoup de propriétés intéressantes du réseau des forces. Un exemple de ce réseau est observé sur la séquence d'images de la figure 5.6 qui correspond à la compacité la plus faible de notre gamme ( $\phi = 0.802$ ). D'un point de vue qualitatif, ces contraintes se trouvent en général fortement localisées en amont de l'intrus. Nous avons également observé que la longueur de ces chaînes peut s'étendre sur plusieurs tailles de grains avant de bifurquer et/ou disparaître à plus grande distance de l'objet.





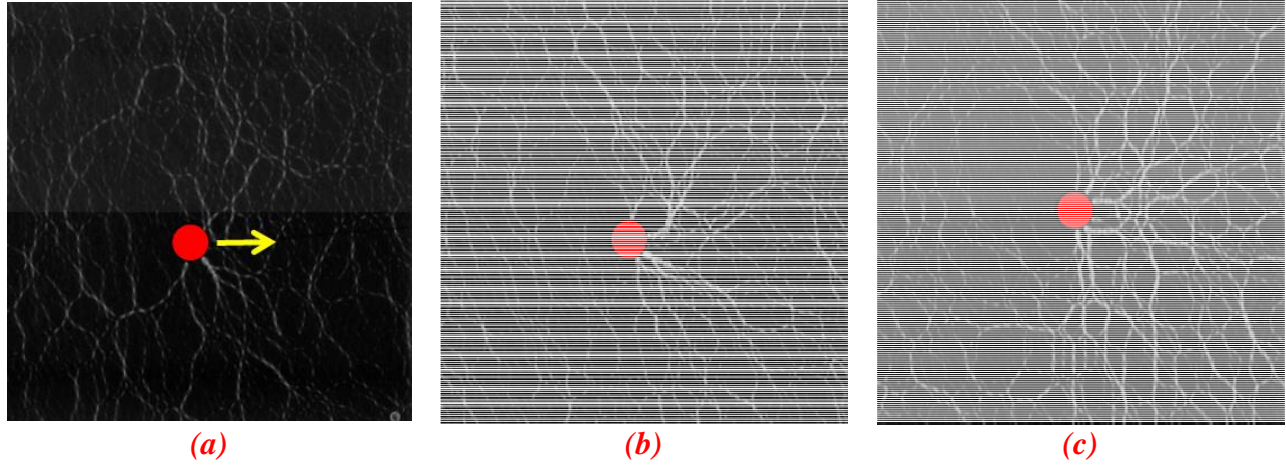
**Figure 5.6** – Séquence d'images obtenue pour trois positions différentes de l'intrus ( $D = 16 \text{ mm}$ ,  $V_o = 1 \text{ mm/s}$ ,  $f = 10 \text{ Hz}$ ) et une compacité  $\phi = 0.802$  où (a)  $X = 0 \text{ mm}$ , (b)  $X = 60 \text{ mm}$  et (c)  $X = 130 \text{ mm}$ .

Dans ces expériences nous avons également observé que ces chaînes sont générées et cassées successivement au cours du déplacement de l'objet. À l'arrière de l'intrus apparaît une cavité où le réseau de forces est quasi-inexistant. L'existence de cette cavité a déjà été observée dans des expériences similaires par Cixous (2009) dans une assemblée de disques non photo-élastiques. L'intensité et le nombre des chaînes de force dépendent de la compacité de l'empilement comme le montre la comparaison des figures 5.6 et 5.7 correspondant à deux compacités différentes.



**Figure 5.7** – Séquence d'images obtenue pour trois positions différentes de l'intrus ( $D = 16 \text{ mm}$ ,  $V_o = 1 \text{ mm/s}$ ,  $f = 10 \text{ Hz}$ ) et une compacité  $\phi = 0.818$  où (a)  $X = 0 \text{ mm}$ , (b)  $X = 60 \text{ mm}$  et (c)  $X = 130 \text{ mm}$ .

À forte compacité ( $\phi = 0.818$ ) le réseau des forces peut s'étendre sur des distances très supérieures à la taille de l'objet et éventuellement atteindre les parois de la cellule. Nous avons observé aussi que ce changement de structure sur le réseau des contraintes peut être induit par une variation de la vitesse de déplacement de l'intrus comme nous pouvons observer sur la séquence de la figure 5.8.



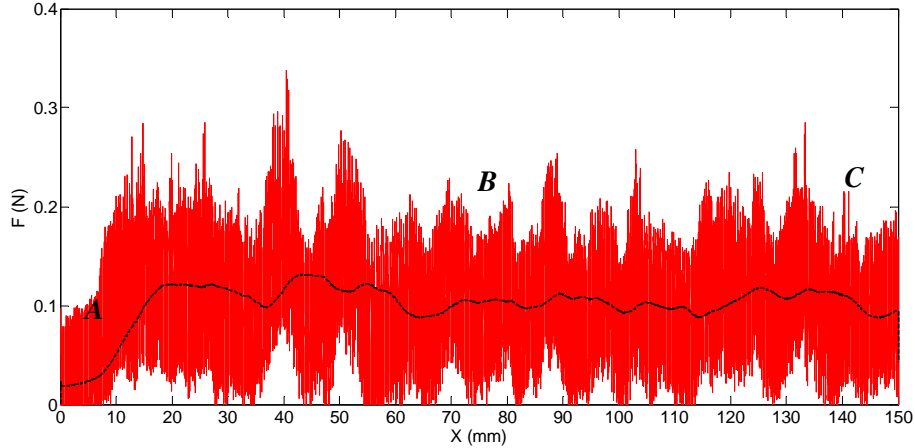
**Figure 5.8** – Séquence d’images obtenue pour trois vitesses différentes de l’intrus ( $D = 16 \text{ mm}$ ,  $f = 10 \text{ Hz}$ ,  $X = 60 \text{ mm}$ ) et pour la compacité  $\phi = 0.802$  où (a)  $V_0 = 0.1 \text{ mm/s}$ , (b)  $V_0 = 1 \text{ mm/s}$  et (c)  $V_0 = 4 \text{ mm/s}$ .

Sur cette séquence il nous semble que le nombre des chaînes de force créé par le mouvement de l’intrus augmente en fonction de la vitesse. Le déplacement de l’intrus à la vitesse  $V_0$  impose un temps caractéristique d’écoulement  $t_D \sim \frac{1}{\dot{\gamma}}$  où  $\dot{\gamma} \sim \frac{V_0}{\lambda}$  est le taux de cisaillement basé sur la portée  $\lambda$  des perturbations de vitesse proportionnelle au diamètre de l’intrus  $D$  et dans une moindre mesure à celui des grains  $d$ . La vibration à la fréquence  $f$  introduit par ailleurs le temps caractéristique  $t_f \sim \frac{1}{f}$ . Le rapport de temps  $\frac{t_D}{t_f} = \frac{f\lambda}{V_0}$  qui dépend de la vitesse est sans doute important dans la dynamique de création/rupture des chaînes de force.

### 5.4.2 Force globale sur l’intrus

#### (a) Influence de la fréquence et de la compacité

Dans cette partie nous allons nous concentrer sur les effets de l’agitation des grains sur la force de trainée s’opposant au déplacement de l’intrus. Dans cet état, le signal temporel de la force  $F(t)$  enregistrée par le capteur piézoélectrique possède typiquement la forme montrée par la figure 5.9. Le caractère de ce signal est fortement fluctuant avec un comportement transitoire au départ de courte durée et qui évolue vers un régime caractérisé par une moyenne glissante qui ne varie pas significativement dans le temps. La région A indiquée sur la figure correspond au comportement transitoire initial. La région B correspond à la partie du signal où cette moyenne glissante montre un comportement qui ne varie pas significativement dans le temps et l’espace. Sur la région C, l’objet arrive à la fin de la course proche de la paroi (rigide) de la cellule sans augmentation observée pour la force.



**Figure 5.9** – Force de traînée instantanée  $F$  sur l'intrus lors de son déplacement  $X$  à vitesse constante ( $V_0 = 1 \text{ mm/s}$ ) dans un empilement vibré ( $f = 1000 \text{ Hz}$ ) mesurée par le capteur piézoélectrique. La ligne en pointillés correspond à la moyenne glissante de la force sur une fenêtre  $\Delta X = 5 \text{ mm}$ .

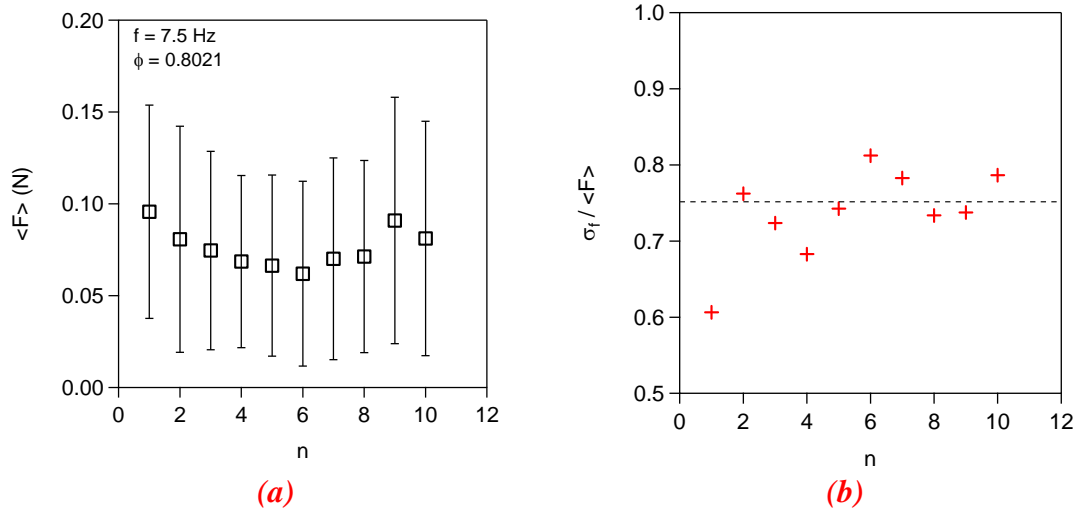
Nous nous restreindrons dans la suite à la valeur moyenne de la force  $\langle F \rangle$  obtenue sur les  $N$  points de mesure de la partie centrale B du signal correspondant au régime « stationnaire » et à l'écart-type  $\sigma_f$  de ses fluctuations :

$$\langle F \rangle = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N F(X_k) \quad (5-11)$$

$$\sigma_f = \sqrt{\frac{1}{N} (F(X_k) - \langle F \rangle)^2} \quad (5-12)$$

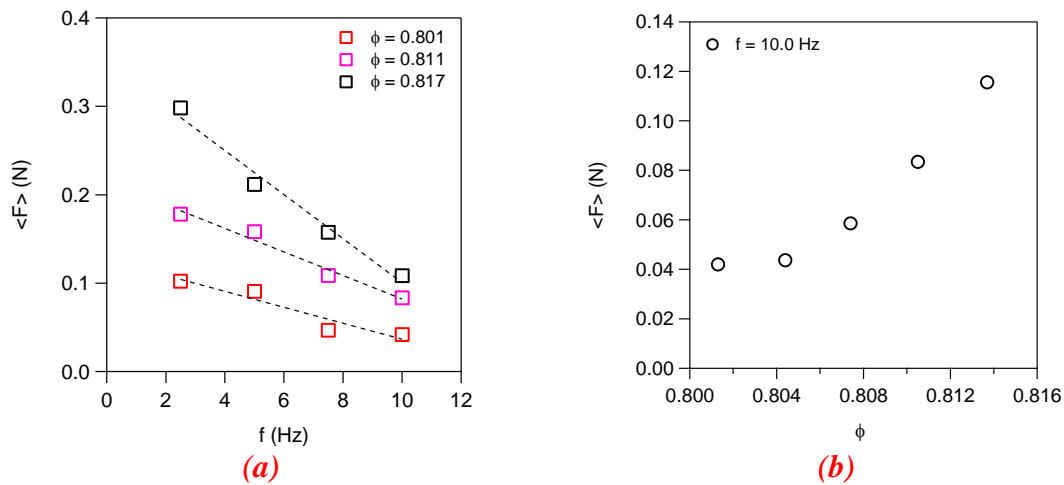
Dans un premier temps, nous nous sommes intéressés à la reproductibilité en réalisant 10 essais indépendants pour un objet de  $D = 16 \text{ mm}$  et une fréquence de vibration  $f = 7,5 \text{ Hz}$  proche de la fréquence maximale possible. Sur la figure 5.10a on observe que les valeurs moyennes de la force ne changent pas significativement d'un essai (de numéro  $n = 1$  à 10) à l'autre, ce qui met en évidence une reproductibilité satisfaisante.

L'ordre de grandeur des fluctuations de force est comparable à la force moyenne comme montré sur les figures 5.10. Le rapport  $\frac{\sigma_f}{\langle F \rangle}$  varie autour de 0.75 indiquant que ces fluctuations de force sont très importantes dans ces expériences.



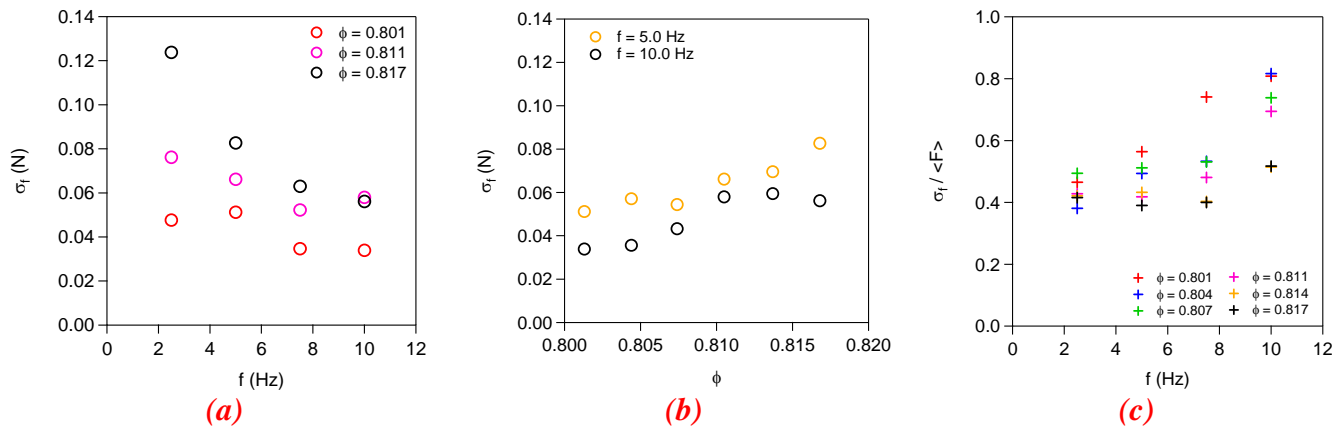
**Figure 5.10** – Reproductibilité des essais de traction d'un intrus ( $D = 16\text{ mm}$ ,  $V_0 = 1\text{ mm/s}$  et  $f = 7.5\text{ Hz}$ ) (a) sur la force moyenne  $\langle F \rangle$  et (b) sur sa déviation standard relative  $\frac{\sigma_f}{\langle F \rangle}$  sur 10 essais.

A étant l'amplitude (constante ici) des oscillations de la plaque, le terme  $V = A(2\pi f)$  correspond à la vitesse de vibration des grains. Le terme  $T \sim V^2 = 4\pi^2 A^2 f^2$  correspond à l'énergie cinétique  $T$  injectée sur les grains qui est donc ici proportionnelle à  $f^2$ . Sur la figure 5.11a nous avons tracé  $\langle F \rangle$  en fonction de  $f$  pour plusieurs valeurs de  $\phi$ . La première observation est le comportement décroissant de la force, qui montre le caractère "fluidifiant" induit par les vibrations sur l'empilement. L'influence de la compacité est observée dans un tracé  $\langle F \rangle$  en fonction de  $\phi$  (figure 5.11b) pour  $f = 10\text{ Hz}$ . Cette variation montre que la force augmente fortement au-delà de  $\phi \sim 0.804$ , depuis environ 0.04 N jusqu'à 0.12 N.



**Figure 5.11** – (a) Force de traînée moyenne  $\langle F \rangle$  sur un intrus ( $D = 8\text{ mm}$  et  $V_0 = 1\text{ mm/s}$ ) en fonction (a) de la fréquence de vibration  $f$  pour différentes valeurs de  $\phi$  et (b) de la compacité  $\phi$  pour  $f = 10\text{ Hz}$ .

Comme nous avons déjà anticipé sur la figure 5.10b, la déviation standard de ces mesures n'est pas négligeable ce qui semble indiquer que le rôle des fluctuations dans ce phénomène est aussi important que la force elle-même. La figure 5.12a montre alors le comportement de  $\sigma_f$  en fonction de  $f$  pour différentes compacités. La déviation montre en général un comportement décroissant au fur et à mesure que l'agitation « thermique » augmente.

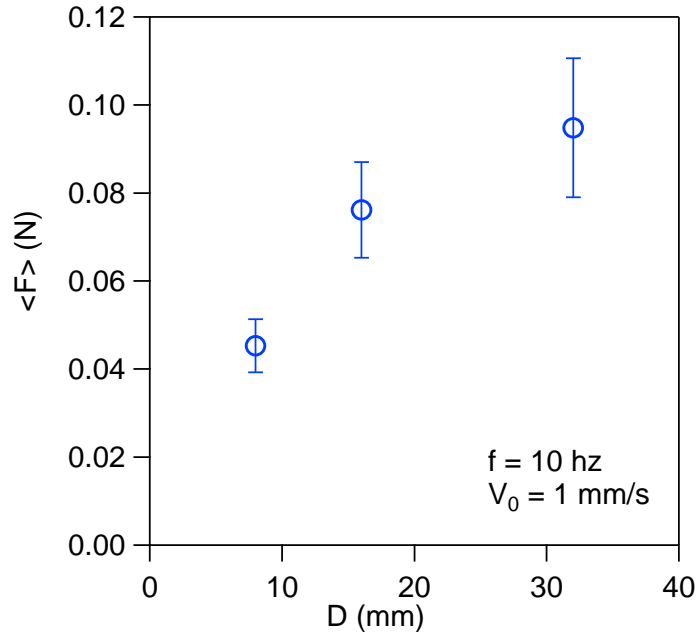


**Figure 5.12** – (a) Ecart-type  $\sigma_f$  de la force en fonction (a) de la fréquence de vibration  $f$  à différentes compacités, (b) de la compacité pour deux valeurs de fréquence ; (c) Fluctuations relatives  $\frac{\sigma_f}{\langle F \rangle}$  en fonction de la fréquence  $f$  aux différentes compacités  $\phi$ .

Bien différente est la situation sur la figure 5.12b où la déviation augmente en fonction de  $\phi$  à température donnée ( $f$  fixe). À partir des deux courbes précédentes, nous pouvons déterminer aisément la variation relative de la déviation standard  $\frac{\sigma_f}{\langle F \rangle}$  en fonction de la fréquence de vibration comme observé sur la figure 5.12c. Le rapport  $\frac{\sigma_f}{\langle F \rangle}$  n'est pas constant mais augmente ici avec  $f$ , mais diminue lorsque la compacité augmente

### **(b) Influence du diamètre et de la vitesse de l'intrus**

Nous avons étudié également l'influence du diamètre  $D$  de l'intrus sur les mesures de force pour une fréquence de vibration et une vitesse de déplacement donnée. Cette variation est observée sur la figure 5.13. Nous voyons qu'en moyenne  $\langle F \rangle \sim D$ , c'est-à-dire  $\langle F \rangle \sim S$ , avec  $S = \pi D b$  la surface périmétrique des grains. Nous observons également que les fluctuations représentées ici par des barres d'erreur augmentent avec  $D$ .



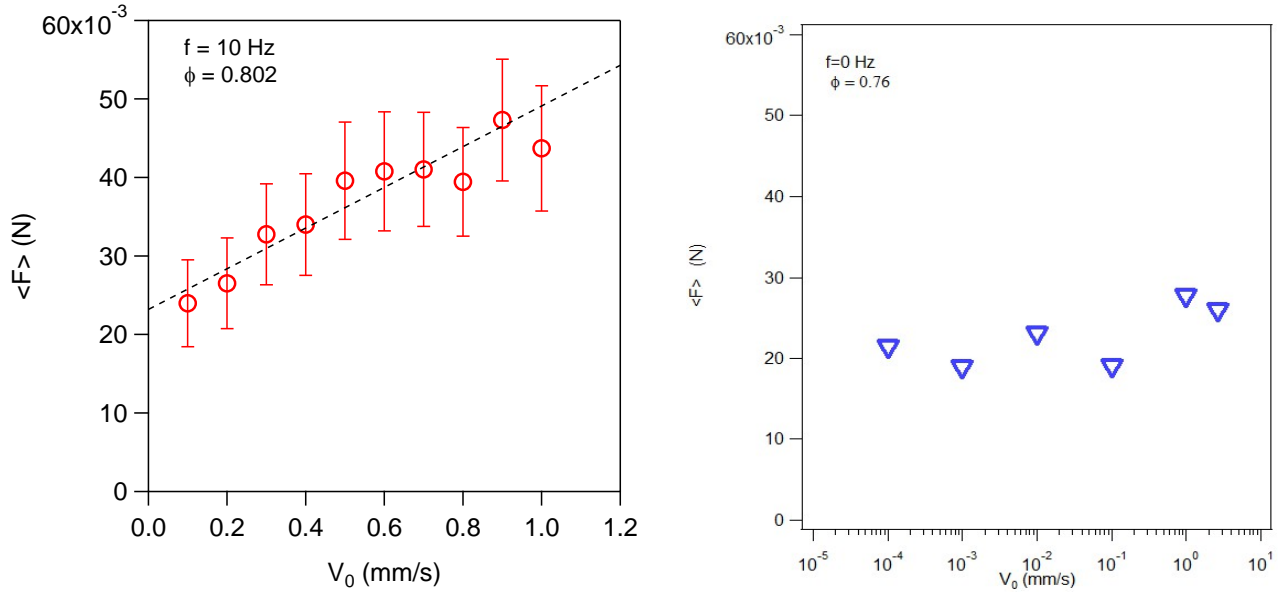
**Figure 5.13** – Force de traînée  $\langle F \rangle$  en fonction du diamètre de l'intrus  $D$  pour  $f = 10 \text{ Hz}$ ,  $\phi = 0.802$  et  $V_0 = 1 \text{ mm/s}$ .

Les résultats présentés jusqu'ici ont été obtenus avec une vitesse de déplacement de l'intrus constante  $V_0 = 1 \text{ mm/s}$ . Afin de tester les effets de la vitesse sur ces expériences nous avons fait varier cette grandeur dans la gamme  $0 \text{ mm/s} \leq V_0 \leq 1 \text{ mm/s}$  et regardé son influence sur la force de traînée à forte fréquence de vibration ( $f = 10 \text{ Hz}$ ) comme montré sur la figure 5.14a.

Sur cette figure on observe que la force augmente linéairement avec la vitesse de déplacement au-delà d'une valeur de force  $F_0$  extrapolée à vitesse nulle. Ceci suggère que  $\langle F \rangle - F_0$  puisse être gouverné par un comportement de type visqueux correspondant à la force de Stokes  $\eta DV_0$  où  $\eta$  serait la viscosité effective du milieu qui serait une fonction de la compacité de l'empilement comme pour les suspensions.

En l'absence de vibration ( $f = 0$ ), la force de résistance est trouvée ici indépendante de  $V_0$  sur près de 5 décades (figure 5.14b), comme dans nos expériences de pénétration verticale.

Ces deux résultats différents peuvent être compris à partir de l'expression de la viscosité prédite par la théorie cinétique  $\eta \simeq \frac{P}{\sqrt{T}}$ , où  $P$  est la pression et  $T$  la « température » du milieu. Pour un milieu granulaire vibré, la température du milieu est gouvernée par la vibration extérieure  $\sqrt{T} \sim Af$  et la force résultante est attendue proportionnelle à  $V_0$  et inversement proportionnelle à  $f$ . Dans le cas d'un milieu granulaire non vibré, la température est créée par le mouvement de l'intrus :  $\sqrt{T} \sim V_0$  ainsi qu'il a été observé expérimentalement par Seguin *et al.* (2011). Dans cette vision hydrodynamique, la force  $F \approx \eta DV_0$  ne dépendra pas de la vitesse mais uniquement de la pression.



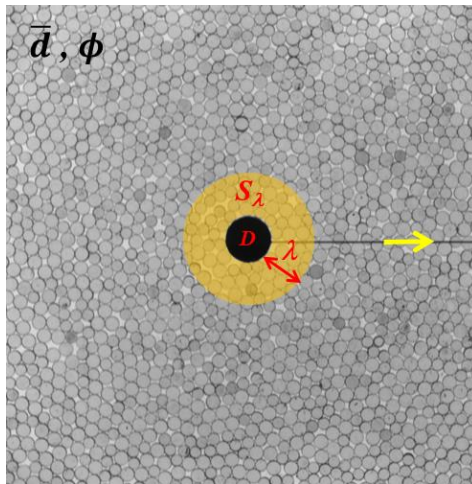
**Figure 5.14** – Force de traînée  $\langle F \rangle$  sur un intrus de diamètre  $D = 16\text{ mm}$  en fonction de  $V_0$  pour (a)  $f = 10\text{ Hz}$ ,  $\phi = 0.802$  et (b)  $f = 0$ ,  $\phi = 0.76$ .

### (c) Coefficient de friction effectif

Dans les chapitres précédents, nous avons caractérisé les mesures de force en fonction d'un coefficient de friction effectif défini à partir de la pression supposée hydrostatique appliquée sur la surface de l'objet. La situation étudiée ici étant différente, nous devons définir ce coefficient d'une autre façon en considérant non pas le poids de tous les grains mais uniquement de ceux contenus dans une couronne d'extension  $\lambda$  autour de l'intrus, où  $\lambda$  est la portée caractéristique du champ de vitesse qui a été montrée proportionnelle à la taille de l'intrus et des grains (chapitre 1). La taille des grains étant ici constante, nous considérerons que  $\lambda$  est uniquement fonction de la taille de l'intrus  $\lambda \sim D$  et que la zone de grains mobilisés correspond à la surface  $\lambda D \approx D^2$ .

La masse des grains mobilisés est alors  $\rho \phi b D^2$  conduisant à un coefficient de friction effectif défini ici comme :

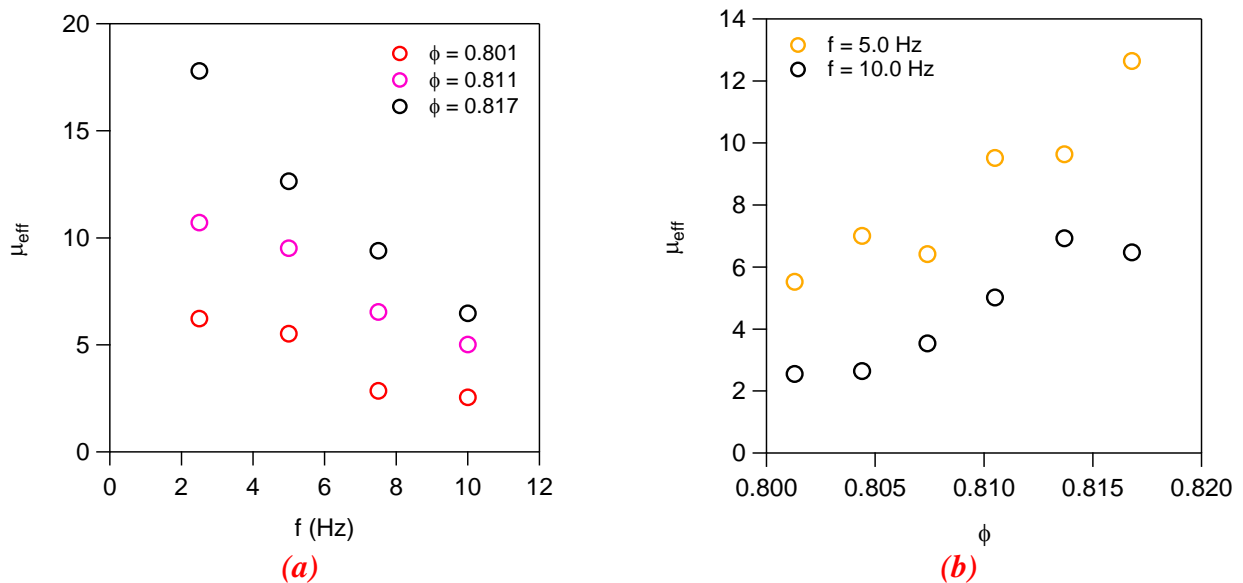
$$\mu_{eff} = \frac{\langle F \rangle}{\rho g \phi b D^2} \quad (5-13)$$



**Figure 5.15** – Définition de la région  $S_\lambda$  mobilisée par l'objet de diamètre  $D$ . L'empilement étant caractérisé par la compacité  $\phi$  et le diamètre moyen des grains  $\bar{d}$ .

La figure 5.16 montre l'évolution de ce coefficient en fonction de la fréquence de vibration et de la compacité de l'empilement. Nous observons une décroissance de ce coefficient quand la fréquence augmente quelle que soit la compacité, signature d'un effet "fluidifiant" de l'agitation (figure 5.16a). Ce coefficient croît d'autre part de façon attendue avec la compacité de l'empilement quelle que soit la fréquence, comme a été aussi observé dans la situation de pénétration verticale montrée au cours du chapitre 2.

La détermination détaillée du comportement rhéologique du milieu à partir de mesures locales va être exposée dans la suite.



**Figure 5.16** – Variation du coefficient de friction effectif  $\mu_{eff}$  en fonction de a) la fréquence de vibration  $f$  pour différents compacités et b) de la compacité pour différents fréquences de vibration. Ici  $D = 8mm$  et  $V_0 = 1mm/s$ .



## 5.5 RHEOLOGIE LOCALE EN GRANULAIRE NON VIBRE

Nous nous sommes intéressés jusque-là à la force globale sur l'intrus mesurée par un capteur piézoélectrique. Par la photoélasticimétrie, nous allons maintenant nous intéresser au champ de contraintes au sein de l'empilement à partir de la méthode détaillée dans le paragraphe 5.2.

La caractérisation de ce champ de contraintes locales en lien avec celle du champ de vitesse nous permettra d'accéder à la rhéologie locale du matériau. Il s'agit ici de premières expériences réalisées sans agitation ( $f = 0$ ).

### 5.5.1 Invariants des tenseurs de contrainte et de déformation

Le tenseur des contraintes  $\sigma_i$  déterminé sur chaque grain (relation (5-9)) est interpolé sur une grille cartésienne fine de maille de l'ordre de  $\frac{\bar{d}}{10}$ , où  $\bar{d}$  est le diamètre moyen des grains, dans une approche de type mécanique des milieux continus. À partir du tenseur des contraintes nous extrayons les deux invariants scalaires suivants :

$$p = -\frac{1}{2} \text{tr}(\boldsymbol{\sigma}) \quad (5-14)$$

$$\tau_{VM} = \sqrt{\text{tr}(\boldsymbol{\tau}^2)} \quad (5-15)$$

qui correspondent respectivement à la contrainte normale (pression  $p$ ) et à la contrainte de cisaillement ( $\tau_{VM}$ ), où  $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\sigma} + p\mathbf{I}$  est le tenseur déviateur,  $\mathbf{I}$  étant le tenseur identité et  $\mathbf{D}$  le tenseur des taux de déformation défini par  $D_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$ .

De la même façon, on peut définir deux invariants scalaires du champ de vitesse, définis de la manière suivante :

$$\dot{\gamma}_{VM} = \sqrt{\text{tr}(\mathbf{D}^2)} \quad (5-16)$$

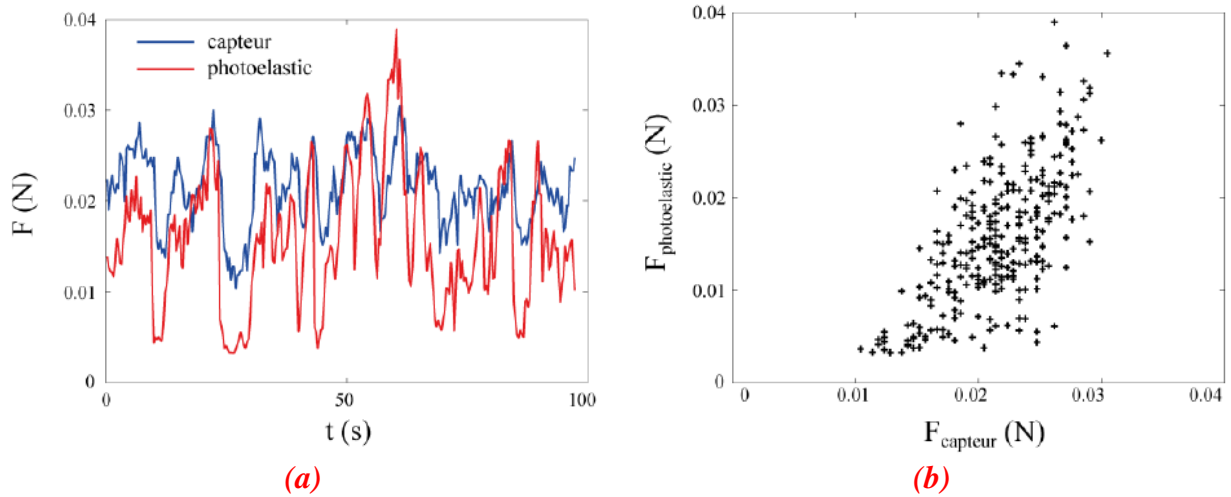
$$\dot{\epsilon} = \frac{1}{2} \text{tr}(\mathbf{D}) = \frac{1}{2} \text{div}(\mathbf{u}) \quad (5-17)$$

Le paramètre  $\dot{\gamma}_{VM}$  correspond au taux de cisaillement et  $\dot{\epsilon}$  au taux de dilatation. Nous nous focaliserons dans la suite sur les variations de  $p$ ,  $\tau_{VM}$  et  $\dot{\gamma}_{VM}$ , les variations du taux de dilatation étant faibles.

### 5.5.2 Calibration

Pour valider nos mesures photoélastiques de champs de contraintes nous avons comparé la force sur l'intrus issue de l'intégrale des contraintes sur sa surface à la force globale mesurée par le capteur

piézoélectrique. La comparaison des deux signaux de forces instantanées sont montrées sur la figure 5.17 pour la situation du déplacement d'un objet de diamètre  $D = 16 \text{ mm}$  et une compacité  $\phi = 0.76$ .



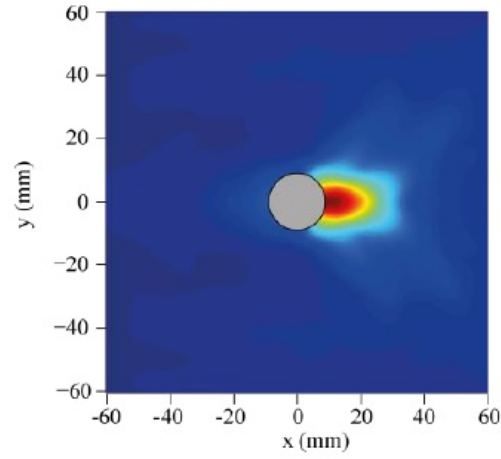
**Figure 5.17** – (a) Mesures de la force par le capteur piézoélectrique (courbe bleue) et par la technique photo-élastique (courbe rouge) et (b) corrélation entre les forces par les deux méthodes.

On observe une bonne corrélation entre les deux mesures. Il semble exister cependant un léger décalage qui peut provenir des effets de friction de l'intrus sur le plan horizontal et du fil de traction sur l'installation.

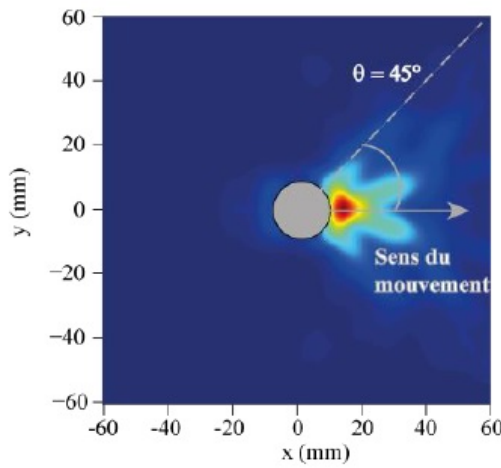
### 5.5.3 Étude des invariants

La séquence de figures 5.18 montre les champs scalaires  $p$ ,  $\tau_{VM}$  et  $\dot{\gamma}_{VM}$  autour de l'objet qui font apparaître leur inhomogénéité et anisotropie. La couleur rouge (resp. bleue) correspond à une région de forte (resp. faible) intensité de ces quantités. On observe, sur la figure 5.18a, qu'une région de forte pression est localisée en amont de l'intrus, comportement également observé pour la contrainte de cisaillement (figure 5.18b). La forme des isobares en amont de l'intrus rappelle celle extraite de nos expériences de pénétration contre un fond déformable (couche de mousse, chapitre 4). Cela semble montrer que le sens du mouvement par rapport à la gravité n'est peut-être pas déterminant dans la forme de ces isobares. On observe par ailleurs de forts cisaillements dans les diagonales en amont de l'intrus  $\theta = \pm \frac{\pi}{4}$ .

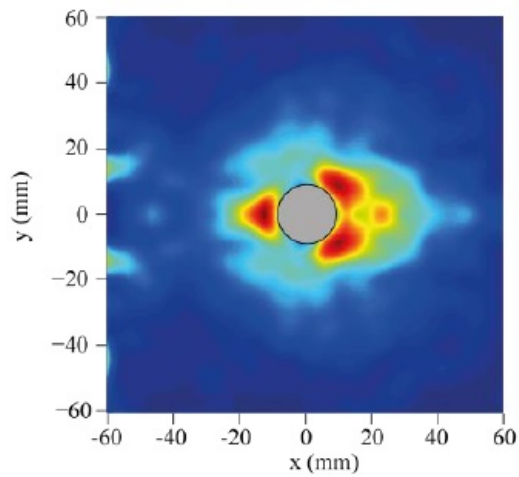
Nous allons nous intéresser dans la suite au profil radial de ces quantités moyennées sur un secteur angulaire  $40^\circ < \theta < 50^\circ$ .



(a)



(b)

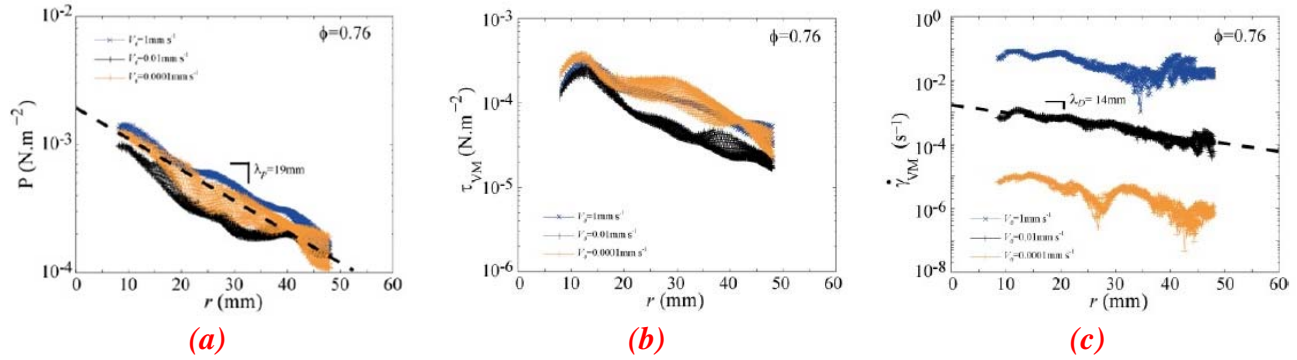


(c)

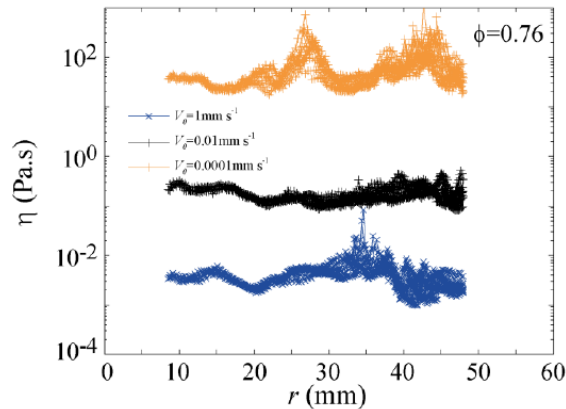
**Figure 5.18** – Variation spatiale des quantités scalaires pour un intrus avec  $D = 16 \text{ mm}$ ,  $V_0 = 1 \text{ mm/s}$  et  $\mu = 0.76$ . Champs de (a) la pression  $p(x, y)$ , (b) la contrainte tangentielle  $\tau_{VM}(x, y)$  et (c) la taux de cisaillement  $\dot{\gamma}_{VM}(x, y)$ . Les zones en rouge (resp. bleu) correspondent à des zones de forte (resp. faible) intensité de ces quantités.

Les variations radiales de ces champs scalaires sont montrées figure 5.19 pour différentes vitesses  $V_0$  de l'intrus. La pression  $P(r)$  décroît de façon exponentielle  $P(r) \sim \exp(-r/\lambda_p)$  avec une longueur caractéristique de variation  $\lambda_p \approx 19 \text{ mm}$  indépendante de  $V_0$ . La valeur de la pression ne dépend pas significativement de  $V_0$ . Un comportement semblable est observé pour la contrainte tangentielle  $\tau_{VM}$  (figure 5.19b).

Le taux de cisaillement qui varie naturellement comme  $V_0$  montre aussi une décroissance exponentielle avec la longueur caractéristique  $\lambda_D \approx 14 \text{ mm}$ . Cette longueur caractéristique correspond bien à la longueur  $\lambda$  extraite par Seguin *et al.* (2013) en pénétration verticale d'un cylindre. En effet, pour les valeurs  $D = 16 \text{ mm}$  et  $\bar{d} \approx 4.5 \text{ mm}$  leur relation conduit à  $\lambda = 0.24D + 2.3\bar{d} \approx 14.5 \text{ mm}$ .

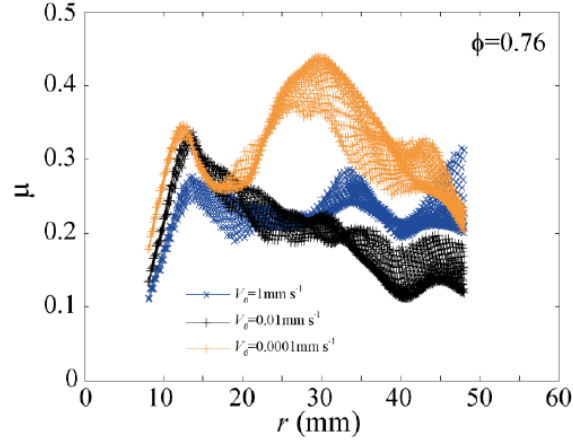


**Figure 5.19** – Variation des champs scalaires en fonction de la distance radiale  $r$  pour  $D = 16 \text{ mm}$ ,  $V_0 = 1 \text{ mm/s}$  et  $\phi = 0.76$  et différentes vitesses  $V_0$  de l'objet. Champs de (a) pression  $P(r)$ , (b) contrainte tangentielle  $\tau_{VM}(r)$  et (c) taux de cisaillement  $\dot{\gamma}_{VM}(r)$ .



**Figure 5.20** – Variation du coefficient de viscosité  $\eta$  en fonction de  $r$  pour différentes vitesses  $V_0$ . Ici  $D = 16 \text{ mm}$  et  $\phi = 0.76$

À partir de la contrainte de cisaillement locale et du taux de cisaillement local, on peut définir le coefficient de viscosité local  $\eta = \frac{\tau_{VM}}{\dot{\gamma}_{VM}}$  dont la variation est montrée sur la figure 5.20. Ce coefficient diminue fortement quand la vitesse augmente signe d'un comportement fluidifiant.

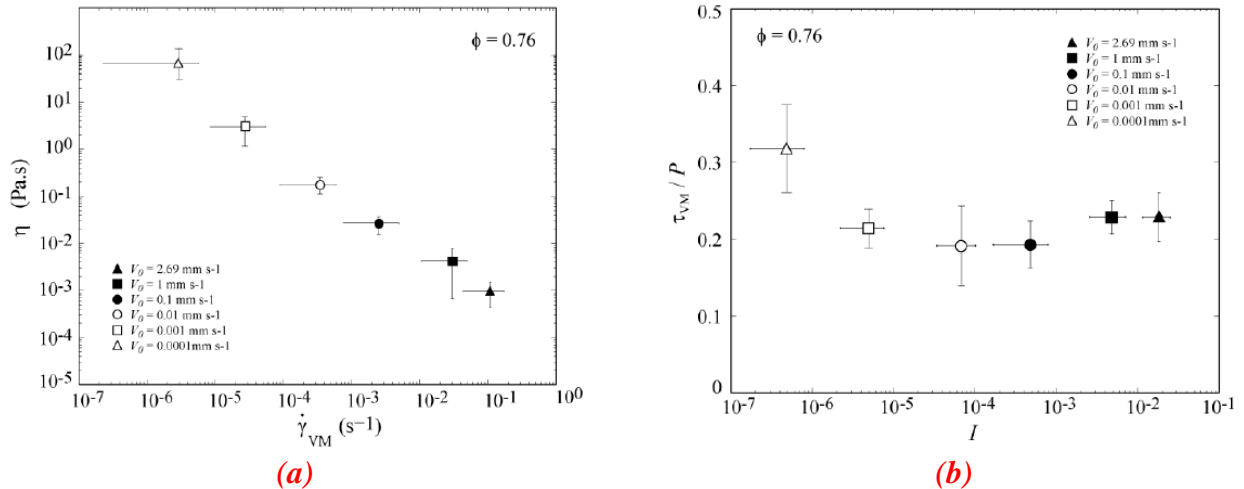


**Figure 5.21** – Variation du coefficient de friction  $\mu$  en fonction de  $r$  pour différentes vitesses  $V_0$ . Ici  $D = 16 \text{ mm}$  et  $\phi = 0.76$ .

À partir de la contrainte de cisaillement locale et de la pression locale, on peut définir par ailleurs le coefficient de friction local  $\mu = \frac{\tau_{VM}}{p}$ . Nous n'observons pas ici une influence significative de la vitesse avec des valeurs classiques de l'ordre de 0.2 - 0.3 qui valident nos mesures locales de champs de contrainte par photoélasticimétrie.

#### 5.5.4 Viscosité locale et coefficient de friction local

La figure 5.22 montre la variation de la viscosité  $\eta$  avec le taux de cisaillement  $\dot{\gamma}_{VM}$ . Le comportement de décroissance de la viscosité observé  $\eta \sim 1/\dot{\gamma}_{VM}$  dans ce tracé logarithmique sur 5 décades de taux de cisaillement correspond à celui d'un fluide rhéofluidifiant.



**Figure 5.22** – a) Variation du coefficient de viscosité  $\eta$  en fonction du taux de déformation  $\dot{\gamma}_{VM}$  et b) Variation de  $\mu(I)$ . Dans les deux courbes  $D = 16 \text{ mm}$  et  $\phi = 0.76$ .

Comportements de cette nature sont typiquement observés dans les suspensions concentrées, des certains polymères en solution, des émulsions et aussi dans les dispersions. Dans tous ces matériaux, il existe un temps (fini) pour qui les arrangements microstructuraux prennent sa place. Dans le cas

granulaire, ces micro-arrangements sont d'une certaine manière pris en compte par le nombre d'inertie  $I = \frac{\dot{\gamma}_{VM} \bar{d}}{\sqrt{\frac{p}{\rho}}}$  avec  $\bar{d}$  le diamètre moyen des grains et  $\rho$  sa masse volumique.

Ce nombre sans dimensions, peut être vu localement comme un rapport du temps de cisaillement  $t_{VM} \sim \frac{1}{\dot{\gamma}_{VM}}$  et le temps qui le prend à un grain se déplacer une distance égale à  $\bar{d}$  par l'action de la pression granulaire  $p$ , c'est-à-dire  $t_p \sim \frac{\bar{d}}{c}$  avec  $c = \sqrt{\frac{p}{\rho}}$  la vitesse de propagation des ondes du son dans le

milieu. La figure 5.22b montre alors la variation du coefficient de friction  $\mu$  en fonction du nombre d'inertie  $I$ . Il est observé ici une décroissance de ce coefficient aux très faibles valeurs de  $I$  avant une légère remontée à plus grand. Ce comportement décroissant observé ici dans nos expériences de tirage à vitesse constante prédit dans certains modèles (Mills *et al.*, 2008) est sans doute responsable des instabilités d'écoulement de type stick-slip observées dans les expériences de tirage à force constante.

## 5.6 CONCLUSION

A cours de ce chapitre nous avons étudié la dynamique d'un objet qui se déplace dans une couche de disques biréfringents à l'aide de la technique de photoélasticité avec un dispositif expérimental du CEA Saclay. Les images photo-élastiques nous montrent l'évolution du réseau des forces au cours du déplacement de l'objet. Ces images sont accompagnées en même temps par des mesures de force sur l'objet. Ces mesures révèlent une diminution systématique de la force en fonction de la fréquence de vibrations pour différentes compacités de l'empilement ce qui indique un effet *fluidifiant* de ces vibrations. Des essais à compacité variable montrent aussi une augmentation de la force avec ce paramètre sur la force comme nous l'avons déjà observé dans nos expériences de pénétration verticale.

Des expériences menées à vitesse de déplacement variable pour une fréquence de vibration maximale montrent que la force moyenne varie quasi-linéairement avec la vitesse. Ce résultat similaire à la loi de Stokes pour un fluide newtonien, montre que l'agitation « thermique » des grains induite par les vibrations joue un rôle clé sur l'état de contraintes de l'empilement lequel exhibe un comportement similaire à un fluide sous ces conditions.

Une caractérisation rhéologique de l'empilement a été réalisé à partir de l'analyse des images photo-élastiques en déterminant tant le champ de contraintes  $\sigma$  que le taux de cisaillement  $\dot{\gamma}$ . Le champ de pression est fortement localisé en amont de l'intrus avec des isobares qui montrent une forme similaire avec celles extraites de nos expériences de pénétration verticale contre un fond déformable (couche de mousse).

La viscosité de l'empilement définie à partir des mesures locales de contrainte et taux de cisaillement montre un comportement rhéo-fluidifiant. Le coefficient de friction défini également à partir des mesures locales de contraintes tangentielles et normales montre une intéressante décroissance aux très faibles vitesses dans la gamme de valeurs classique 0.2 – 0.3.

## **CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES**

Au cours du présent travail de thèse nous nous sommes intéressés à la mesure de la force de résistance au mouvement vertical d'un objet (cylindre ou sphère) à vitesse imposée dans un empilement des billes de verre dense et sec. Nous avons montré que dans la gamme de vitesse explorée (jusqu'à 50 mm/s), cette force ne dépend ni de la vitesse, ni de la taille des grains, sauf en dessous d'un millimètre de diamètre où celle-ci augmente significativement. Par ailleurs, la force étant proportionnelle à la surface de l'objet et variant quasiment linéairement avec la profondeur d'enfoncement, nous avons défini un coefficient de friction effectif basé sur une pression supposée hydrostatique.

Ces mesures en pénétration conduisent à un coefficient de friction effectif de l'ordre de 10, très supérieur à la valeur proche de l'unité obtenue en extraction. Cette différence ne pouvant être attribuée à une variation de compacité moyenne d'empilement, nous en avons exploré l'origine par l'asymétrie du champ de gravité et des conditions aux limites. Si dans la configuration habituelle, de paroi rigide au fond et de surface libre en haut, la force en extraction diminue à fur et à mesure que l'objet se rapproche de la surface, ce comportement se trouve inversé lorsque la surface est surmontée d'un couvercle solide même très faiblement chargé. L'effet de ce changement de condition en surface, se traduit par ailleurs par l'augmentation linéaire de la force, à la fois en extraction et en pénétration, par rapport au chargement. Ce chargement ne change donc pas les coefficients de friction effectifs associés ni le rapport des forces. Par l'étude de la réponse du milieu lors de cycles successifs, nous avons cependant constaté que les deux forces en extraction et en pénétration pouvaient tendre vers la même valeur à mi-hauteur de l'empilement sous fort chargement.

L'étude des déformations, d'une part d'un fond déformable en mousse en pénétration, d'autre part de la surface libre tant en pénétration qu'en extraction ont mis en évidence leur forte localisation donc nous avons montré qu'elle est liée à l'échelle caractéristique du champ de vitesse autour de l'objet. Cette échelle caractéristique a aussi été montrée l'échelle pertinente caractérisant la portée des effets de parois sur la force par des mesures en confinement latéral.

Dans les expériences rapportées dans les premiers chapitres, nous avons caractérisé la force totale sur l'objet mais n'avions pas un accès simple et direct à la distribution des forces dans l'empilement. Pour pallier cette limitation, nous avons rapporté au dernier chapitre des premières expériences de déplacement d'objet dans une couche de disques biréfringents, permettant de mesurer bien sûr la force sur l'intrus mais aussi le champ des forces de contacts entre grains associé à son champ de vitesse. Les acquisitions vidéo montrent que les chaînes de force, fortement concentrées devant l'intrus, peuvent s'étendre sur de très grandes distances. Une analyse poussée des tenseurs contrainte et déformation a permis l'extraction des invariants caractéristiques : pression, contrainte et taux de cisaillement. Le champ de pression est fortement localisé en amont de l'intrus avec des isobares qui montrent une forme similaire avec celles extraites de nos expériences de pénétration verticale contre un fond déformable (couche de mousse). La viscosité de l'empilement définie à partir des mesures locales de contrainte et taux de cisaillement montre un comportement rhéo-fluidifiant. Le coefficient de friction défini également à partir des mesures locales de contraintes tangentielles et normales montre, dans la gamme de valeurs classique 0.2 – 0.3, une intéressante décroissance aux très faibles vitesses.

Par ailleurs, les mesures globales de force montrent que la relation force-vitesse dépend significativement de l'état d'agitation « thermique » du milieu par la vibration de la plaque sur laquelle sont posés les grains. Si en l'absence de vibrations on observe que la force ne varie pas significativement avec la vitesse de l'objet, elle augmente par contre linéairement avec la vitesse en présence de vibrations, ce qui semble indiquer un effet fluidifiant induit par la « température ».

Des expériences menées à vitesse de déplacement variable pour une fréquence de vibration maximale montrent que la force moyenne varie quasi-linéairement avec la vitesse. Ce résultat similaire à la loi de Stokes pour un fluide newtonien, montre que l'agitation « thermique » des grains induite par les vibrations joue un rôle clé sur l'état de contraintes de l'empilement lequel exhibe un comportement similaire à un fluide sous ces conditions.

Cet effet de l'agitation pourrait être étudié plus finement en étudiant en détail le champ de contrainte par photoélasticimétrie.

Par ailleurs, il serait sans doute très intéressant de reprendre les expériences de pénétration/extraction en visualisant l'empilement de grains dans le référentiel de la cellule cette fois au repos autour de l'objet cette fois en mouvement pour détecter plus finement la dynamique du champ de déformation.



# ***Bibliographie***

- I. Albert, J. G. Sample, A. J. Morss, S. Rajagopalan, A.L. Barabási and P. Schiffer. *Granular drag on a discrete object: Shape effects on jamming*. Physical Review E, 64(6): 061303. 2001.
- R. Albert, M. A. Pfeifer, A.L. Barabási and P. Schiffer. *Slow Drag in a Granular Medium*. Physical Review Letters, (82):205-208. 1999.
- W. A. Allen, E. B. Mayfeld, and H. L. Morrison. *Dynamics of a Projectile Penetrating Sand*. Journal of Applied Physics, (28): 370-376. 1956.
- Y. Amarouchene, J. F. Boudet and H. Kellay. *Dynamic Sand Dunes*. Physical Review Letters (86): 4286-4289. 2001.
- A. Ambari, B. G. Manuel and E. Guyon. *Effect of a plane wall on a sphere moving parallel to it*. Journal de Physique Lettres, 44, 143-146, 1983.
- M.A. Ambroso, R. D. Kamien and D. J. Durian. *Dynamics of shallow impact cratering*. Physical Review E, 72(4): 041305. 2005.
- B. Andreotti, Y. Forterre et O. Pouliquen. *Les Milieux Granulaires. Entre Fluide et Solide*. EDP Sciences, 2011.
- R. W. Ansley and T. N. Smith. *Motion of spherical particles in a Bingham plastic*. AIChE Journal, Vol 13, Issue 6, 1193–1196, 1967
- D. D. Atapattu, R. P. Chhabra and P. H. T. Uhlherr. *Creeping sphere motion in herschel-bulkley fluids: flow field and drag*. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 59(2-3): 245-265. 1995.
- G.K. Batchelor. *Introduction to Fluid Dynamics*. Cambridge University Press, 1967.
- M. Beaulne and E. Mitsoulis. *Creeping motion of a sphere in tubes filled with Herschel–Bulkley fluids*. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 72, 55–71, 1997.
- A. N. Beris, J. A. Tsamopoulos, R. C. Armstrong and R. A. Brown. *Creeping motion of a sphere through a Bingham plastic*. Journal of Fluid Mechanics, 158(1): 219-244. September 1985.
- J. Blackery and E. Mitsoulis. *Creeping motion of a sphere in tubes filled with a Bingham plastic material*. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 70, 59-77, 1997
- J. F. Boudet, Y. Amarouchene and H. Kellay. *Dynamics of Impact Cratering in Shallow Sand Layers*. Physical Review Letters, 96(15): 158001. 2006.
- G. A. Caballero-Robledo and E. Clément. *Rheology of a sonofluidized granular packing*. European Physical Journal E (30), 395, 2009.
- R. Candelier. *Dynamique et structure autour de la transition vitreuse et de la transition de blocage*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie. 2009.

- R. Candelier and O. Dauchot. *Creep Motion of an Intruder within a Granular Glass Close to jamming*. Physical Review Letter, 103(12): 128001, September 2009.
- R. Candelier and O. Dauchot. *Journey of an intruder through the fluidization and jamming transitions of a dense granular media*. Physical Review E, 81(1): 011304. 2010.
- D. Chehata, R. Zenit, and C. R. Wassgren. *Dense granular flow around an immersed cylinder*. Physics of Fluids, (15): 1622-1631. 2003.
- P. Cixous. *Blocage et écoulement d'un milieu granulaire dense et désordonné autour d'un obstacle rigide*, Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie. (2009)
- C. Coulais. *Milieux granulaires vibrés proches du Jamming: Des liquides figés aux solides mous*. Thèse de Doctorat, Université Pierre et Marie Curie, 2012.
- B. D. De Besses, Albert Magnin et Pascal Jay. *Viscoplastic flow around a cylinder in an infinite medium*. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 115, 27–49, 2003.
- S. J. de Vet and J. R. de Bruyn. *Shape of impact craters in granular media*. Physical Review E, 76(4): 041306. 2007.
- A. Drescher and G. de Josselin de Jong. *Photoelastic verification of a mechanical model for the flow of a granular material*. Journal of Mechanics and Physics of Solids, 20, 337-340, 1972
- J. Duran. *Sables, poudres et grains*. Eyrolles. 1997.
- J. Geng and R.P.Behringer. *Slow drag in two-dimensional granular media*. Physical Review E 71, 011302, 2005
- F. Guillard, Y. Forterre and O. Pouliquen. *Depth-independent drag force induced by stirring in granular media*. Physical Review Letters (110), 138303, 2013.
- C. Goldenberg and I. Goldhirsch. *Force Chains, Microelasticity, and Macroelasticity*. Physical Review Letters, 89, 084302, 2002.
- C. Goldenberg and I. Goldhirsch. *Effects of friction and disorder on the quasistatic response of granular solids to a localized force*. Physical Review E, 77, 041303, 2008.
- D. I. Goldman and P. Umbanhowar. *Scaling and dynamics of sphere and disk impact into granular media*. Physical Review E, 77(2), 021308, 2008.
- E. Guyon, J. P. Hulin, and L. Petit. *Hydrodynamique Physique*. CNRS Editions. 2001.
- E. Hamm, F. Tapia and F. Melo. *Dynamics of shear bands in a dense granular material forced by a slowly moving rigid body*. Physical Review E 84, 041304, 2011.
- R. Harich. *Étude expérimentale de la transition de blocage dans un milieu granulaire vibré dense*. Thèse de doctorat, Pierre et Marie Curie. Université Paris 6. 2010.
- G. Hill, S. Yeung, and S. A. Koehler. *Scaling vertical drag forces in granular media*. Europhysics Letters, 72(1): 137-143. 2005.

- E. Kolb, J. Cviklinski, J. Lanuza, P. Claudin and E. Clément. *Reorganization of a dense granular assembly: The unjamming response function*. Physical Review E (69), 031306, 2004.
- H. Lamb. *Hydrodynamics*. Cambridge University Press, 1932
- F. Lechenault. *La transition de "Jamming" dans un milieu granulaire bidimensionnel : Statique et dynamique d'un système athermique modèle*. Thèse de Doctorat, Université Paris-Sud, 2007.
- C. Li, T. Zhang and D. I. Goldman. *A Terradynamics of Legged Locomotion on Granular Media*. Science, 339, 1408, 2013.
- D. Lohse, R. Bergmann, R. Mikkelsen, C. Zeilstra, D. van der Meer, M. Versluis, K. van der Weele, M. van der Hoef and H. Kuipers. *Impact on Soft Sand: Void Collapse and Jet Formation*. Physical Review Letters, 93(19), 198003, 2004.
- D. Lohse, R. Rauhé, R. Bergmann and D. van der Meer. *Granular physics: Creating a dry variety of quicksand*. Nature, 432, 689-690, 2004.
- L. Marchand. Notes de Cours. *Analyse Expérimentale des Contraintes*. <http://www.cours.polymtl.ca/mec6405/>
- F. Martinez. *Dynamique d'enfoncement dans un milieu granulaire*. Rapport de stage de M2 DFE, Université Paris-Sud. 2010.
- H. J. Melosh. *Impact cratering: A geologic process*. Oxford University Press. 1989.
- G. D. R Midi. On dense granular flows. The European Physical Journal E, 14: 341-365. 2004.
- P. Mills, P. Rognon and F. Chevoir. *Rheology and structure of granular materials near the jamming transition*. EuroPhysics Letters (81), 64005, 2011.
- E. Mitsoulis. *On creeping drag flow of a viscoplastic fluid past a circular cylinder: wall effects*. Chemical Engineering Science 59, 789 – 800, 2004.
- E. Mitsoulis. *Flows of viscoplastic materials: Models and Computations*. Rheology Reviews, 135-178, 2007.
- E. Mitsoulis and Spyros Galazoulas. *Simulation of viscoplastic flow past cylinders in tubes*. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 158, 132–141, 2009.
- M. Muthuswamy and A. Tordesillas. *How do interparticle contact friction, packing density and degree of polydispersity affect force propagation in particulate assemblies?* Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment, P09003, 2006
- R.M. Nedderman. *Statics and Kinematics of Granular Materials*. Cambridge University Press. 1992.
- M. E. O'Neill. *A slow motion of viscous liquid caused by a slowly moving solid sphere*. Mathematika, Volume 14, Issue 02, 170-172, 1967

- Pang Y. and Liu C. *Continuum description for the characteristic resistance sensed by a cylinder colliding against granular medium*. Science China, Physics Mechanics and Astronomy, 2013 (doi: 10.1007/s11433-013-5142-1)
- Peng Z., Xu X., Lu K. and Hou M. *Depth dependence of vertical plunging force in granular medium*. Physical Review E 80, 021301, 2009.
- J. V. Poncelet. *Introduction à la mécanique industrielle, physique et expérimentale*. METZ. 1841.
- O. Pouliquen. Polycopié de cours. *Les milieux granulaires: entre fluide et solide*. 2001.
- G. Reydellet and E. Clément. *Green's Function Probe of a Static Granular Piling*. Physical Review Letters (86), 159, 2001
- Q. Ruppert. *Pénétration d'un projectile dans un lit granulaire*. Rapport de stage de M1 de Mécanique, Université Paris-Sud. 2009.
- M. Schröter, S. Nägle, C. Radin and H. L. Swinney. *Phase transition in a static granular system*. Europhysics Letters, 78, 44004, 2007.
- A. Seguin, Y. Bertho and P. Gondret. *Influence of confinement on granular penetration by impact*. Physical Review E, 78(1), 010301. 2008.
- A. Seguin, Y. Bertho, P. Gondret and J. Crassous. *Sphere penetration by impact in a granular medium: A collisional process*. Europhysics Letters, 88: 44002. 2009.
- A. Seguin, Y. Bertho, P. Gondret and J. Crassous. *Dense granular flow around a penetrating object: Experiment and hydrodynamic model*. Physical Review Letters, 107: 048001. 2011.
- A. Seguin, Y. Bertho, F. Martinez, J. Crassous and P. Gondret. *Experimental velocity fields and forces for a cylinder penetrating into a granular medium*. Physical Review E, (87): 012201, 2013.
- M.B. Stone, R. Barry, D.P. Bernstein, M.D. Pelc, Y. K. Tsui and P. Schiffer. *Local jamming via penetration of a granular medium*. Physical Review E, 70(4): 041301. 2004.
- M.B. Stone, D.P. Bernstein, R. Barry, M. D. Pelc, Y.K. Tsui and P. Schiffer. *Stress propagation: Getting to the bottom of a granular medium*. Nature, 427: 503-504. 2004.
- H. Tabuteau, P. Coussot et John R. de Bruyn. *Drag force on a sphere in steady motion through a yield stress fluid*. Journal of Rheology, 51 (1), 125-137, 2007.
- Y. Takehara, S. Fujimoto and K. Okumura. *High-velocity drag friction in dense granular media*. EuroPhysics Letters, 92, 44003, 2010.
- F. Tapia, D. Espíndola, E. Hamm, and F. Melo . *Effect of packing fraction on shear band formation in a granular material forced by a penetrometer*. Physical Review E 87, 014201, 2013.
- K. Terzaghi. *Theoretical Soil Mechanics*. John Wiley and Sons, 1943.
- M. Van Dyke. *An Album of Fluid Motion*. The Parabolic Press, 1982

A. M. Walsh, K. E. Holloway, P. Habdas and J.R. de Bruyn. *Morphology and Scaling of Impact Craters in Granular Media*. Physical Review Letters, 91(10): 104301. 2003.

K. Wiegardt. *Forces in granular flow*. Mechanics Research Communications, Vol. 1, 3-7, 1974.

K. Wiegardt. *Experiments in Granular Flow*. Annual Review of Fluid Mechanics. Vol. 7, 89-114, 1975.

S. Yamamoto, K. Wada, N. Okabe, and T. Matsui. *Transient crater growth in granular targets: An experimental study of low velocity impacts into glass sphere targets*. Icarus, 183, 215-224. 2006.

F. Zhou, S. G. Advani and E.D. Wetzel. *Slow drag in granular materials under high pressure*. Physical Review E, 69, 061306, 2004.

F. Zhou, S. G. Advani and E.D. Wetzel. *Slow drag in polydisperse granular mixtures under high pressure*. Physical Review E, 71, 061304, 2005.

### **Sites Web**

<http://en.wikipedia.org/wiki/Birefringence>