

Etude de l'homogénéité de séries chronologiques de précipitations annuelles par la méthode des doubles masses

Y. BRUNET-MORET

Ingénieur hydrologue de l'ORSTOM

Résumé

Après avoir signalé quelques causes d'hétérogénéité des séries de précipitations annuelles, et montré l'impuissance des tests usuels pour détecter l'existence de ces hétérogénéités, un exemple d'utilisation de la méthode des doubles masses est détaillé et discuté.

Cette méthode fait ressortir les hétérogénéités, permet de les dater et de les chiffrer, ce qui peut conduire à corriger les observations originales.

Sommaire

1. — DÉFINITION DU PROBLÈME
 - 1.1 *Causes de non homogénéité des totaux pluviométriques annuels*
 - 1.2 *Recours aux historiques des stations*
 - 1.3 *Conséquences des hétérogénéités*

2. — UTILISATION DE TESTS CLASSIQUES ET DE LA SIMPLE MASSE
 - 2.1 *Caractères des tests*
 - 2.2 *Efficacité des tests*
 - 2.3 *Existence possible d'organisation interne de séries pluviométriques*
 - 2.4 *Méthode des simples masses*
 - 2.5 *Tests d'observations appariées*

3. — MÉTHODE DES DOUBLES MASSES
 - 3.1 *Application à un exemple*
 - 3.2 *Précisions sur l'exemple*
 - 3.3 *Extension de pluviométries moyennes*
 - 3.4 *Rétablissement d'observations manquantes*
 - 3.5 *Nombre d'années nécessaires pour appliquer la méthode*
4. — CONSIDÉRATIONS SUR LA MÉTHODE DES DOUBLES MASSES
 - 4.1 *Précision de la méthode*
 - 4.2 *Mode d'emploi*
 - 4.3 *Doubles masses sur pluviométries moyennes spatiales*
 - 4.4 *Doubles masses relatives*

1. Définition du problème

1.1 Causes de non homogénéité des totaux pluviométriques annuels

La moyenne interannuelle de hauteurs annuelles observées à un poste pluviométrique peut varier pour de nombreuses raisons, et dans de fortes proportions suivant les séquences choisies pour la calculer, définies par exemple par l'année de début et le nombre d'années. On suppose qu'aucun effet de changement de climat n'intervient pendant la durée des observations dont on dispose. Les causes de variation d'une moyenne interannuelle peuvent alors être les suivantes :

1.1.1. Déplacement du pluviomètre: ce cas est fréquent, il est prouvé que souvent la station ayant gardé le même nom, l'appareil a été déplacé suivant les changements d'habitations des observateurs. D'habitude, ces déplacements ne sont pas importants, de l'ordre du kilomètre quelquefois, et peuvent ne pas être décelables par l'analyse des données pluviométriques si la région est sans relief et si l'environnement relatif du pluviomètre n'a pas changé. Par contre, tout changement d'emplacement modifiant l'exposition de l'appareil par rapport au relief ou son environnement immédiat peut entraîner des différences sensibles sur les moyennes pluviométriques. Pour donner un exemple: le déplacement du pluviomètre de Ziguinchor (Sénégal) observé en ville (constructions basses mais beaucoup de grands arbres) jusque vers 1940, puis à l'aérodrome, à environ 3 km au sud, conduit à une différence de 6% entre les moyennes interannuelles ramenées aux mêmes périodes aux deux emplacements.

1.1.2. Modification de l'environnement du pluviomètre: elle peut être brusque (construction trop proche) ou progressive (croissance d'un rideau d'arbres). On peut ajouter les changements de support du pluviomètre comportant modification de la hauteur de la bague réceptrice au-dessus du sol et/ou modification de la forme du support telle qu'elle entraîne des changements importants dans la circulation de l'air autour de l'appareil: par exemple, pluviomètre posé sur un pied de quelques centimètres de diamètre avec bague à 1,50 m du sol, puis encastré dans un massif de 80 cm de haut sur 60 cm de côté, avec bague à moins d'un mètre du sol.

Ces modifications sont très souvent difficiles à déceler, et peuvent avoir sur l'homogénéité des séries de résultats le même effet qu'un déplacement.

1.1.3. Déformation de la surface réceptrice ou imprécision sur sa définition: les

pluviomètres Association (de 400 cm²) ont des bagues fort bien usinées, et d'un appareil à l'autre les surfaces réceptrices ne varient pas plus de 1%. On doit contrôler avec plus de soins les surfaces réceptrices des appareils de fabrication artisanale (par exemple, totalisateurs).

On peut ajouter l'effet de l'ovalisation de la bague (ovalisation fréquente après renversement du pluviomètre par un coup de vent). Cet effet est presque toujours négligeable et diminue la surface réceptrice de 0,2% si la différence, bien visible à l'œil, entre le diamètre le plus grand et le diamètre le plus petit est de 2 cm, de 0,6% si cette différence est de 3,5 cm, de 1,2% si cette différence est de 5 cm, de 2,4% si cette différence est de 7 cm, de 5% si cette différence est de 10 cm, ce qui est énorme.

1.1.4. Changement d'éprouvette: les éprouvettes de lecture en verre moulé sont de fabrication grossière, et sur un lot d'une vingtaine, il est courant d'en trouver une qui en fait contient 9,5 mm de pluie et une autre qui contient en fait 10,5 mm lorsqu'elles sont remplies au trait 10 mm. Nous n'avons pas eu l'occasion de vérifier des lots d'éprouvettes en plastique. Les changements d'éprouvettes peuvent être assez fréquents et indécélables, ou ont l'effet de déplacements de pluviomètres.

1.1.5. Confusion d'éprouvettes: les modèles de pluviomètres les plus utilisés en pays de système métrique semblent avoir des surfaces réceptrices de 200 cm², 314 cm² (diamètre 200 mm) et 400 cm² (diamètre 226 mm). Il semble fréquent que les mesures à un pluviomètre donné ne soient pas effectuées avec l'éprouvette qui convient; nous savons par exemple qu'en 1958 un fournisseur de Dakar a livré au service météorologique fédéral d'A.O.F. (qui n'utilisait que des pluviomètres de 400 cm²) des éprouvettes pour pluviomètres de 314 cm².

Cette erreur est décelée assez facilement: mais on peut souvent se demander si la modification observée de la moyenne pluviométrique n'est pas due à un déplacement du pluviomètre, lorsqu'on est en région accidentée présentant un fort gradient pluviométrique avec l'altitude. Le cas a été signalé d'un observateur qui utilisait, au hasard des jours, pour la mesure au même pluviomètre, tantôt une éprouvette de 314, tantôt une éprouvette de 400.

1.2 *Recours aux historiques des stations*

Il n'existe pratiquement jamais d'historique de stations pluviométriques où l'on trouverait déplacements, changements d'appareils etc. On peut quelquefois reconstituer une petite partie de cet historique à l'aide des documents fournis par les observateurs et conservés dans les archives (de divers services ou organismes). Il est extrêmement rare de disposer d'une enquête sur place ou même d'une simple vérification des dimensions des pluviomètres et des éprouvettes. On ne peut en fait qu'utiliser des totaux pluviométriques annuels (en se rapportant si possible aux originaux d'observateurs pour éviter les erreurs de recopies) pour la vérification de l'homogénéité des séries chronologiques.

L'expérience prouve qu'on ne peut détecter un déplacement de pluviomètre (ou de modification d'environnement, ou de changement d'éprouvette) que si l'on

a, dans les cas les plus favorables, au moins dix années d'observations homogènes avant, et après. Il faut beaucoup moins d'années pour détecter une confusion d'éprouvettes (confusion simple, sans utilisation concomitante de la bonne éprouvette). L'expérience prouve aussi que l'on peut, presque toujours, faire coïncider un changement d'emplacement, détecté par une méthode indirecte, avec un changement d'observateur et que les confusions d'éprouvettes détectées de la même manière se produisent souvent après des interruptions d'observations.

1.3 Conséquences des hétérogénéités

On doit faire une distinction, pour les conséquences qu'elles entraînent, entre les diverses causes d'hétérogénéités des séries chronologiques.

1.3.1. Confusion d'éprouvette: on peut rétablir dans son homogénéité non seulement la série des totaux annuels, mais même celle des pluies journalières.

1.3.2. Déplacement du pluviomètre (ou modification brutale de l'environnement, changement de pluviomètre, changement d'éprouvette, qui ne sont pas discernables sans historique précis): on peut, nous le verrons, étendre l'estimation de la pluviométrie moyenne au dernier emplacement (ou au précédent) à une période plus longue que celle des observations effectuées à cet emplacement.

Il semble possible de corriger des totaux annuels et sans doute mensuels pour rendre toute la série homogène, mais il serait sûrement abusif de corriger les hauteurs de pluie journalières.

1.3.3. Déplacements fréquents du pluviomètre rendant indiscernables les hétérogénéités de la série chronologique (ou autres causes produisant le même effet): on ne peut rien corriger. La variance de la pluviométrie annuelle peut être très augmentée, mais comme la variance de cette variance est toujours très grande, il est impossible de déduire qu'il y a hétérogénéité, à partir de la variance de la série chronologique.

2. Utilisation de tests classiques et de la simple masse

2.1 Caractères des tests

Il existe un certain nombre de tests statistiques que l'on pourrait penser utilisables pour vérifier l'homogénéité d'une série de pluviométrie annuelle. Ce sont des tests du caractère aléatoire d'une suite de variables indépendantes, qui impliquent l'hypothèse de non-organisation chronologique de l'échantillon observé, et notamment qu'il ne présente pas de pseudo-cycles.

Par construction, ces tests sont utilisables lorsqu'on a pu déterminer la date de la « cassure » séparant des séries homogènes, car on compare une suite de valeurs tirées de l'échantillon à la totalité (ou à une partie) du reste. A la rigueur, on pourrait chercher la date la plus probable de la cassure en la faisant varier, et en supposant qu'il n'y a qu'une seule cassure dans l'échantillon. Nous ne savons pas ce que ces tests donneraient avec plusieurs cassures, lorsque la moyenne interannuelle présente dans le temps des variations systématiques toujours dans le même sens. Lorsque, cas très fréquent, cette moyenne présente des variations systématiques en sens contraire, ces tests ne peuvent à priori rien déceler n'étant pas contruits pour ça.

2.2 Efficacité des tests

L'efficacité de ces tests (test des signes, des suites, de MANN-WHITNEY, de FISHER-YATES, etc. (*)) est, au plus, égale à celle du test de STUDENT de comparaison de moyennes provenant d'échantillons tirés de population normale.

Cependant ces tests peuvent être utilisés lorsque la population mère n'est pas distribuée normalement, mais avec précaution car ils sous-entendent plus ou moins que la variance reste constante (ce qui est nécessairement faux lorsqu'il y a « confusion » d'éprouvette). Nous donnons, ci-dessous, un exemple d'application du test de STUDENT, application très simplifiée mais suffisante pour montrer son peu d'efficacité dans le cas qui nous intéresse. Nous supposons que la population mère a pour moyenne 1 et pour coefficient de variation 0,25 (cas fréquent en pluviométrie annuelle d'années hydrologiques). Une erreur d'éprouvette ferait passer la moyenne à 1,273 (par exemple) et multiplierait la racine carrée de la variance par 1,273 d'où la nouvelle valeur de la variable de STUDENT:

$$t = \frac{1,273 - 1}{1,273 \times 0,25} \sqrt{n - 1}$$

n étant le nombre d'années pendant lesquelles l'erreur d'éprouvette a été commise, et t devant être pris dans les tables de STUDENT avec $(n - 1)$ degrés de liberté.

Pour $n = 5$, $t = 1,70$, valeur qui a une probabilité P de 18% d'être dépassée par le simple effet du hasard d'échantillonnage.

Pour $n = 7$, $t = 2,08$ et $P = 9\%$

Pour $n = 10$, $t = 2,55$ et $P = 4\%$

Supposons maintenant qu'il s'agisse d'un déplacement du pluviomètre faisant passer la moyenne (et la racine carrée de la variance) de 1 à 1,06.

Pour $n = 20$, $t = 0,988$ et $P = 45\%$

Pour $n = 30$, $t = 1,220$ et $P = 26\%$

Pour $n = 50$, $t = 1,585$ et $P = 12\%$

2.3 Existence possible d'organisation interne de séries pluviométriques

Par contre, la moyenne de la pluviométrie annuelle à Fez (Maroc) étant 1 (55 années de 1915 à 1970) avec un coefficient de variation de 0,246 (années hydrologiques), la moyenne des 6 années consécutives 1944-45 à 1949-50 est de 0,763 d'où la moyenne des 49 autres années 1,029 et $t = 2,38$ valeur qui a pour 5 degrés de liberté ne correspond qu'à une probabilité de 7% d'être dépassée par le simple effet du hasard. Bien que le calcul ci-dessus soit approximatif, on peut lui concéder une certaine signification: comme on n'a aucune raison de suspecter l'homogénéité de la série chronologique des observations à Fez, on peut penser à une certaine organisation interne des séries chronologiques des pluviométries annuelles. Il semble qu'en Afrique tropicale nord, on puisse à toutes les stations isoler des séries de 10 à 11 années consécutives, séries sèches et séries pluvieuses dont les moyennes diffèrent de 20%; par exemple:

(*) Statistical methods in Hydrology. Hydrology Symposium n° 5, fév. 1966, Mc Gill University, Canada, pp. 224 sqq. et pp. 249 sqq.
M. G. KENDALL, The Advanced Theory of Statistics, vol. 2, 1967.

Sédhiou (Sénégal)	moyenne 1939-49: 1 261 mm	moyenne 1953-63: 1 509 mm
Kolda (Sénégal)	» 1936-46: 1 137 mm	» 1950-60: 1 408 mm
Niameyville (Niger)	» 1941-51: 539 mm	» 1957-67: 652 mm

Une organisation interne des séries chronologiques (pseudo-cycles ou persistance) est assez probable, ce qui diminue encore l'intérêt de l'application aux séries pluviométriques des tests classiques d'homogénéité.

2.4 Méthode des simples masses

Ce qui précède donne la raison pour laquelle la méthode graphique des « simples masses » nous semble peu efficace. Nous allons la présenter brièvement. Dans l'application de cette méthode, on porte en coordonnées:

— le numéro i de l'année dans la suite chronologique (croissante ou décroissante, sans numéroter les années manquantes ou non utilisées);

— et la somme $\sum P_j$, P_j étant la pluviométrie annuelle (en années hydrologiques).

Le premier point étant $i = 0$ et $P_0 = 0$.

La figure 1 montre une variante de la méthode appliquée à des stations du Maroc: le graphique est celui d'une simple masse relative, chaque X_j étant alors la pluviométrie annuelle divisée par la pluviométrie moyenne P calculée sur toutes les années utilisées (Souk el Arba 593,0 mm, Fez 556,2 mm pour les 55 années hydrologiques 1915-16 à 1969-70).

2.4.1. Comme il y a relativement beaucoup de points, on peut facilement pour chacune de ces simples masses relatives tracer deux droites enveloppes parallèles, ou à très peu près, à la première bissectrice. Les points représentatifs oscillent d'une droite à l'autre d'une façon pseudo-cyclique (maximum vers 1917, 1943, 1970, minimum vers 1926, 1953), correspondant peut-être à une sorte d'effet SLUTZKY.

2.4.2. On peut considérer que le graphique de simple masse qui peut se lire de droite à gauche ou de gauche à droite, est une partie d'un ensemble se continuant à chaque extrémité du graphique, sans que cela change les positions relatives des points les uns par rapport aux autres. Il s'en suit que les cumulants de la distribution des quantités $R_i = \sum_{j=0}^i P_j - i\bar{P}$ sont indépendants, sauf le premier, de l'origine choisie (et appelée $i = 0$, $P_0 = 0$): la condition d'homoscédasticité semblant être remplie, on peut calculer une droite de régression par la méthode des moindres carrés, dont la pente est alors P (valeur moyenne de la pluviométrie des années utilisées). Dans le cas de la simple masse relative, la pente de la droite de régression est 1.

Nous ne chercherons pas la distribution de la quantité R_i : il faudrait faire intervenir des hypothèses sur la distribution de P_j et les liaisons chronologiques (par un processus stochastique ou autre). Notons seulement que la distribution de R_i étant indépendante de i (à un paramètre de position, c'est-à-dire une translation près), il n'est pas étonnant que l'on puisse tracer des droites enveloppes parallèles (à la première bissectrice dans le cas de simples masses relatives) lorsque les relevés de la station traitée sont chronologiquement homogènes: ce qui est le cas de Souk el Arba et de Fez.

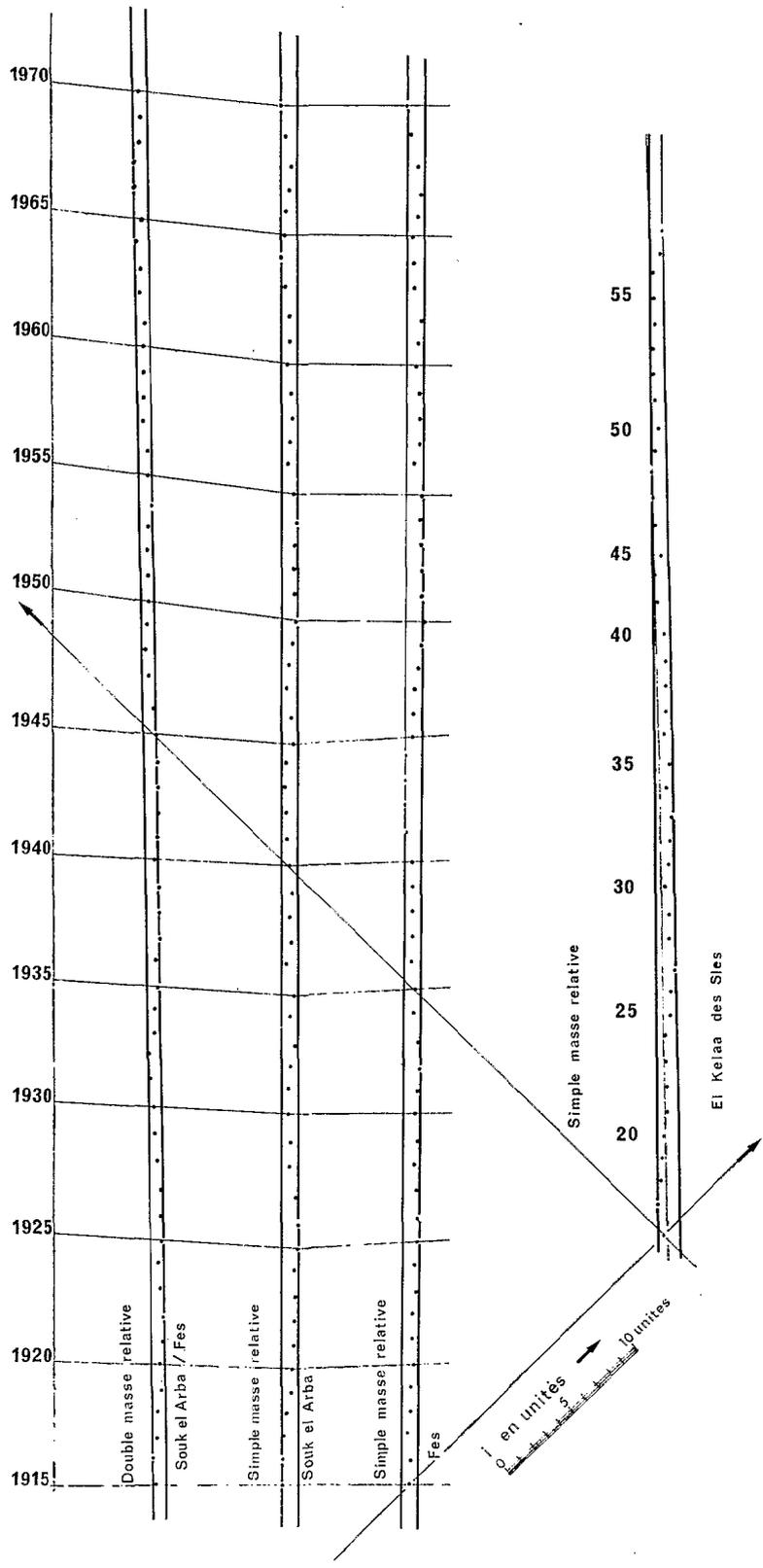


Fig. 1

2.4.3. Sur la figure 1, nous avons représenté la simple masse relative de la pluviométrie annuelle d'El Kelaa des Sles (40 années hydrologiques 1916-17 à 1957-58, les années 1941-42 et 1942-43 manquantes).

Les droites enveloppes ne sont pas parallèles entre elles ni, surtout l'enveloppe inférieure, parallèles à la première bissectrice. Si nous ne tenons pas compte des relevés de 1919-20 et antérieurs, nous obtiendrions deux droites enveloppes bien parallèles entre elles, mais non à la première bissectrice et, en fait, l'étude des relevés d'El Kelaa des Sles par la méthode des doubles masses montre deux cassures de l'homogénéité chronologique: en 1942 (interruption des relevés, et déplacement probable du pluviomètre) et à partir de 1954-55 (confusion d'éprouvette).

2.4.4. Sur la figure 1, nous avons représenté la double masse relative Souk el Arba/Fez pour montrer la supériorité des doubles masses sur les simples masses.

Les coordonnées d'un point de la double masse relative sont i et $\sum_{j=0}^i \frac{y_j \bar{x}}{\bar{y} x_j}$

(y_j pluviométrie de l'année j à Souk el Arba dont la pluviométrie moyenne est \bar{y} , x_j pluviométrie de l'année j à Fez dont la pluviométrie moyenne est \bar{x}).

Les droites enveloppes de la double masse relative sont parallèles et nettement moins espacées que dans le cas des simples masses relatives. Leurs pentes sont supérieures à 1 ce qui est nécessaire comme nous le verrons plus loin, et les points représentatifs oscillent d'une droite à l'autre montrant plus de pseudo-cycles que dans le cas des simples masses (maximums vers 1916, 1932, 1947, 1964, minimums vers 1926, 1940, 1954).

2.5 Tests d'observations appariées

Ces dernières remarques conduisent à penser que l'on pourrait utiliser des tests appropriés à la comparaison d'observations appariées: comme les moyennes pluviométriques à deux postes relativement voisins peuvent être très différentes, mais qu'en général les coefficients de variation correspondants sont voisins (et ne diffèrent pas d'une façon significative), il faut utiliser les pluviométries annuelles relatives

$\frac{x_j}{\bar{x}}$ et $\frac{y_j}{\bar{y}}$ qui ont pratiquement la même variance. Comme les variations pseudo-

cycliques sont à peu près concomitantes à deux postes voisins (cf. Souk el Arba et Fez, 115 km, moyennes respectives 593,0 et 556,2 mm, coefficients de variation respectifs de 0,259 et 0,246 et 55 années communes), l'utilisation des tests cités plus haut (ou plus spécifiques (*)) sur les différences pourrait conduire à des résultats. Les remarques faites en 2.1. restent valables, et ces tests seraient encore illusoire s'il se trouvait plus d'une cassure d'homogénéité chronologique dans l'ensemble des deux stations considérées.

En fait, nous les avons essayés sur le couple Sedhiou-Ziguinchor (Sénégal) (80 km, 50 années communes 1921-70, moyennes respectives 1 367 mm et 1 480 mm (corrigée), coefficients de variation respectifs 0,168 et 0,173 (corrigée), Sedhiou

(*) Statistical methods in Hydrology. Pp. 225 sqq. , p. 253 in fine.

homogène, cassure à Ziguinchor en 1940 avec variation de 6% de la moyenne, cassure évidente en double masse) sans pouvoir obtenir une valeur significative d'un test.

3. Méthodes des doubles masses

L'application de la méthode est relativement simple, mais comme la théorie n'en a jamais encore été faite, à notre connaissance, cette méthode ne peut être utilisée qu'à « la main » : comme nous allons le voir, elle permet, avec de l'habitude et de la patience, d'aboutir à des résultats consistants. A la lumière de l'envahissement actuel de l'hydrologie par le calcul à l'ordinateur, cette méthode paraît être une « cuisine », mais nous n'avons pas encore pu trouver de test statistique permettant de remplacer le jugement de l'œil sur un graphique de doubles masses.

3.1 Application à un exemple

Pour expliquer la méthode des doubles masses, nous allons l'appliquer à un exemple de pluviométrie.

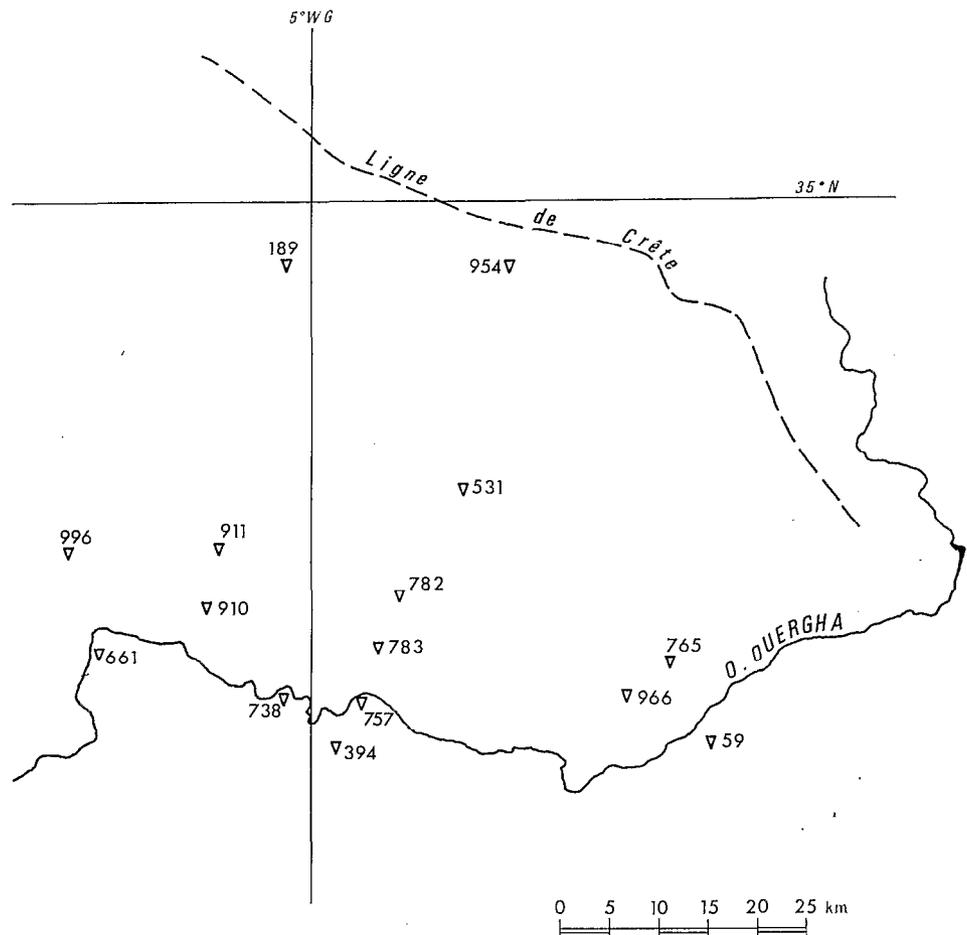


Fig. 2

TABLEAU I (début)

Totaux annuels: pluviométrie en mm

Altitude (m)	345	445	370	425	1 085	135	535	140	665	150
Poste	782	59	189	394	531	661	738	757	765	783
1969-70	1 352		1 625		2 489					
1968	1 212		1 907		2 508			1 134	1 286	1 380
1967	800		1 048		1 480			726	766	868
1966	566				1 209			518	500	564
1965-66	773				1 553			717	726	832
1964-65	773				1 645			706	839	772
1963	1 182				2 365			890	1 132	1 290
1962	1 564	967			3 171	1 117		1 242	1 492	1 692
1961	905	727			2 003	559		843	862	
1960-61	773		1 114		1 452	445		717	733	
1959-60	1 281	895	1 535			801		1 111	1 171	
1958	940	888	1 228			706	787	839	894	
1957	805	704	1 063	547		623	644	1 029	1 027	
1956	525		764	303		441	354			
1955-56	1 326	1 385	1 878	777		1 038				
1954-55	951	876	1 292	737	2 077	784				
1953	655	588	1 184	637	1 576	565				
1952	770	677	1 070	730	1 530	629				
1951	964	784	1 488	751	1 870	680				
1950-51	1 225	1 108	1 604	900	2 415	928				
1949-50	654	574	833	541	1 170	456				
1948	501			490		297				
1947	895			738	1 966	708				
1946	1 107			878	2 349	823				
1945-46	1 063			1 002	2 160	887				
1944-45	377			313	591	259				
1943	843			822	1 533	654				
1942	565				1 186					
1941	984				1 887		886			
1940-41	1 503			1 128	2 643		989			
1939-40	1 010			823	2 227		684			
1938	901			694	1 670		661			
1937	963			713	1 544		670			
1936	762			544	1 388		577			
1935-36	1 607			1 021	2 999		1 097			
1934-35	770			453	1 579		606			
1933	1 137			1 001						
1932-33	700			619						
Nombre d'années	38	12	15	24	30	20	11	12	12	7
Moyenne	939,1	847,8	1 308,9	718,8	1 874,5	670,0	723,2	872,7	952,3	1 056,9

Le tableau I donne les totaux pluviométriques observés en années hydrologiques (septembre à août, les mois de juillet et d'août étant à pluviométrie quasiment nulle tous les ans) à quelques stations situées sur le bassin de l'oued Ouergha (Maroc), reportées, avec leurs numéros, sur la figure 2. Elles sont toutes du même côté de la principale ligne de crête du bassin, qui le ferme à une altitude de l'ordre de 2 000 m, presque perpendiculairement aux vents des secteurs ouest et sud-ouest qui amènent la pluie. Ces stations sont équipées de pluviomètres de 400 cm² et de pluviomètres de 314 cm².

3.1.1. La station n° 782 est celle pour laquelle nous avons la plus longue série de relevés, qui semblent bons d'après les doubles masses effectuées entre cette station

TABLEAU 1 (suite)
Totaux annuels

TABLEAU I bis
Totaux annuels corrigés

Altitude (m)	300	135	980	670	500					
poste	910	911	954	966	996	59	394	531	661	910
1969-70								2 489		
1968		1 192	1 460					2 508		
1967		690						1 480		
1966	588	476	851	565				1 209		462
1965-66	815	744	1 050	708				1 553		640
1964-65	745	669	1 127	797				1 645		585
1963		874	2 016	1 227				2 365		
1962	1 370	1 425	2 171	1 472		1 231		3 171	1 413	1 370
1961	742	877		890		727		2 003	710	742
1960-61	665	787		625				1 452	565	665
1959-60	933	1 155				895			801	933
1958	709	859			863	888			706	709
1957	808	956			928	704	696		623	808
1956		473			592		386		441	
1955-56	1 089		1 466	1 362	1 389	1 385	989		1 038	1 089
1954-55	901		1 150	978	1 069	876	938	2 077	784	901
1953	621		740	691	733	588	637	1 576	565	621
1952	645			764	827	677	730	1 530	629	645
1951	849		1 632	705	885	784	751	1 870	680	849
1950-51	992		1 434	1 241	1 156	1 108	900	2 415	928	992
1949-50	599		856	683	694	574	541	1 170	456	599
1948			561	637			490		297	
1947			1 202	847	775		738	2 006	708	
1946				956	1 233		878	2 490	823	
1945-46				831			1 002	2 290	887	
1944-45				342			313	626	259	
1943							822	1 625	654	
1942				548				1 257		
1941				956				2 000		
1940-41				1 228			1 263	2 802		
1939-40				1 017			922	2 228		
1938				932			777	1 770		
1937				955			799	1 637		
1936				805			609	1 471		
1935-36				1 410			1 144	3 179		
1934-35				727			608	1 674		
1933				1 230			1 121			
1932-33				732			693			
Nombre d'années	16	13	14	30	12	12	24	30	20	16
Moyenne	816,9	859,8	1 265,4	895,4	928,7	869,8	781,1	1 918,9	698,3	788,1

et Fez (65 km au sud) Sidi Kacem (85 km au sud-ouest) et Souk el Arba (100 km à l'ouest).

Les relevés de la station n° 966 semblent également bons d'après les doubles masses effectuées avec Fez et Sidi Kacem. Nous allons effectuer en premier lieu la double masse entre les stations 782 et 966 pour voir si leurs relevés sont concordants.

Pour cela on totalise pour chaque station, les uns après les autres depuis les plus récents, les totaux annuels des années d'observation communes aux deux stations, en portant sur un graphique les totaux partiels (fig. 3 : totaux partiels de 782 en abscisse, de 966 en ordonnées, points représentatifs repérés par le millésime de l'année). Rien n'empêche d'ailleurs d'établir le graphique en commençant par les plus anciennes.

On voit que les 31 points représentatifs (30 années communes) se placent entre deux « rails » parallèles, dessinant une sorte de mouvement oscillatoire de l'un à l'autre. Ce dessin indique que les relevés des deux stations sont probablement respectivement homogènes dans la chronologie (ou qu'il y a eu « accidents » de même ordre, à peu près aux mêmes années, aux deux stations).

Nous retenons pour le couple 966-782 les chiffres suivants :

- pentes des rails (966)/(782): 0,95, (782)/(966): 1,055;
- écart entre les rails environ 270 mm;
- distance des stations 25 km;
- rapport des totaux pluviométriques (30 ans) (966)/(782): 0,962.

3.1.2. Nous effectuons la double masse entre les stations 782 et 531, cette dernière étant choisie parce qu'elle est de relativement longue durée et proche de 782. Les totaux de la station 531 ont été divisés par 2 pour la commodité du graphique.

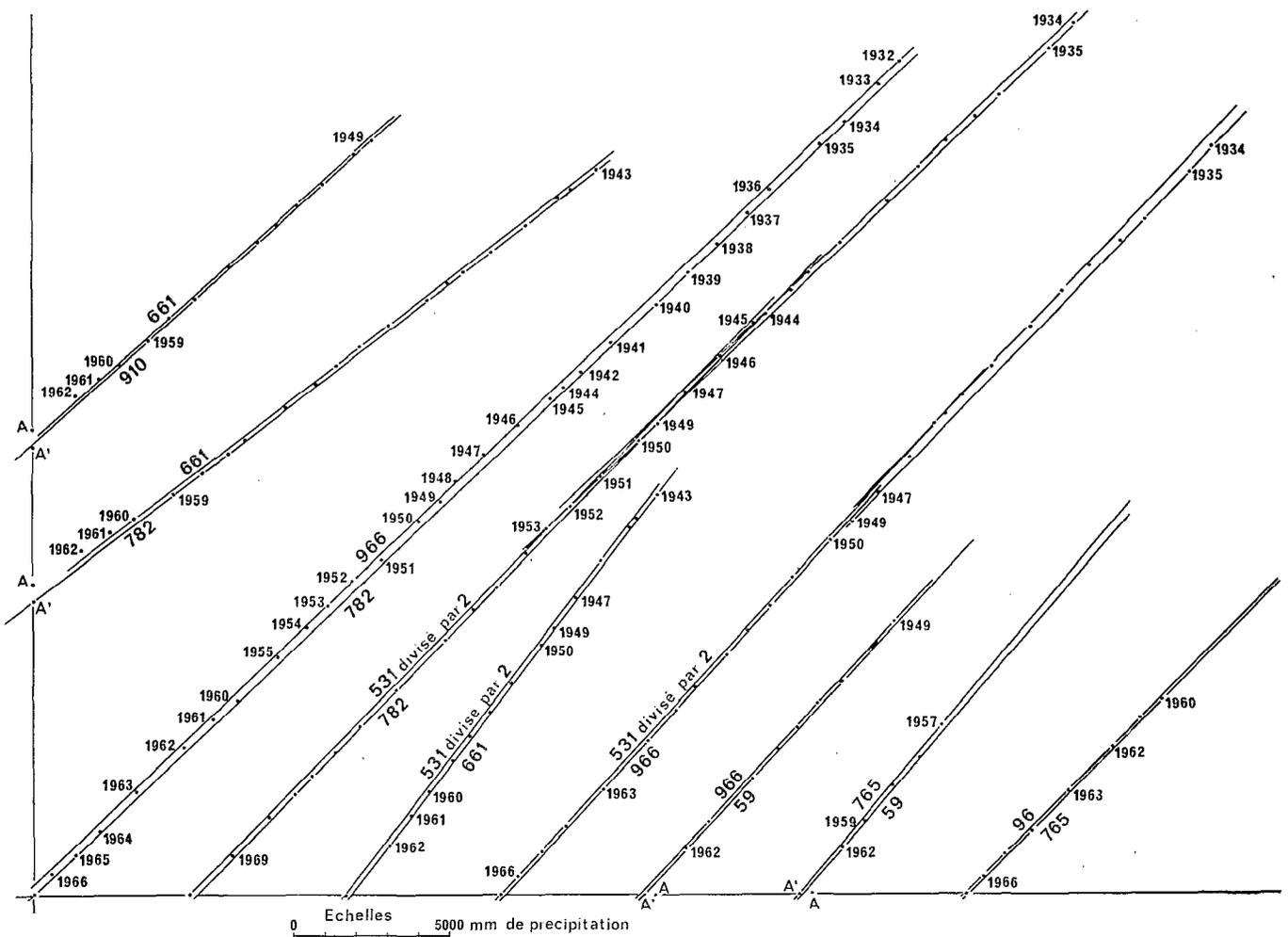


Fig. 3

[La figure 3 montre une anomalie dans la double masse, surtout si l'on essaie de tracer un rail inférieur allant du point 1969 au point 1933. On peut tracer deux couples de rails: le premier de 1970 à 1953 au moins ou 1944 au plus, le second de 1934 à 1944 au moins ou 1953 au plus. Mais on voit que pour mettre les rails homogènes en prolongement l'un de l'autre, il faudrait les faire pivoter autour des points 1950, 1949 ou 1947.

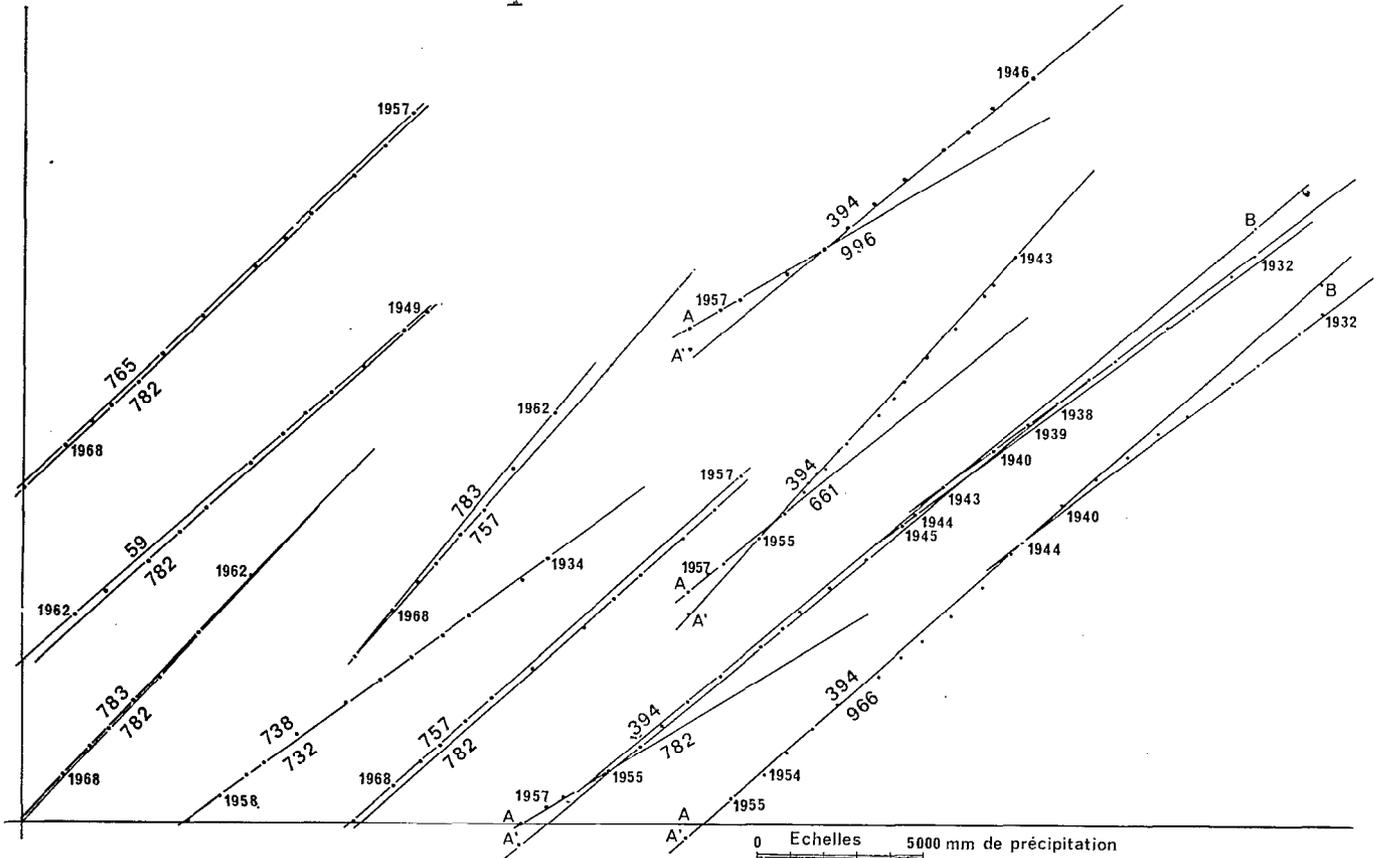


Fig. 4

Retenons pour le couple 531-782, les chiffres suivants:

- pentes des rails (531)/(782), 1^{re} série: 2,03, 2^e série: 1,91;
- écart entre les rails, 1^{re} série: 210 mm environ,
2^e série: 250 mm environ;

— distance entre stations 13 km;

— rapport des totaux pluviométriques observés (30 ans) (531)/(782): 1,972.

Il faudrait multiplier les totaux de la 2^e série de 531 par $\frac{2,03}{1,915} = 1,06$ pour les

rendre homogènes avec ceux de la série la plus récente. Ce multiplicateur correspond probablement à un déplacement du pluviomètre n° 531, qui se trouve sur la pente du piton de Jbel Oukta. Comme il y a eu interruption des observations et changement d'observateur au début de 1949 (année hydrologique 1948-49) il est tentant de supposer que le pluviomètre a été déplacé à ce moment.

3.1.3. Tant pour vérifier d'autres stations que pour essayer de lever l'indétermination sur la date de la cassure, on pourrait faire les doubles masses 531-966 et 531-394, ces stations étant les seules ayant suffisamment d'années observées communes avec la station 531 avant et après 1949. Nous allons d'abord vérifier 661 avec 782 (fig. 3). Il y a une cassure nette: les 3 premiers points sont en dehors des rails délimités par les 18 autres:

- pente des rails 2^e série (661)/(782): 0,765;
- écart entre les rails 2^e série 170 mm environ;
- distance entre stations 31 km;
- rapport des totaux pluviométriques (20 ans) (661)/(782): 0,739.

Il semble que l'« accident » à la station 661 se soit produit à la fin de l'année hydrologique 1959 ou au début de l'année hydrologique 1960. Trois ou quatre points ne peuvent suffire pour vraiment déterminer un rail (et encore moins un couple de rails), nous avons cependant tracé un rail, qui peut être mis sur le prolongement du rail supérieur de la 2^e série, nécessite de multiplier les totaux pluviométriques de 1960, 1961, et 1962 par 1,29 environ: ce rail pivoterait autour du point 1960. Ce multiplicateur, voisin de $4/\pi = 1,273$ permet de supposer qu'à la station 661 un pluviomètre de 314 cm² aurait été lu avec une éprouvette pour pluviomètre de 400 cm² à partir de l'année hydrologique 1960-61.

3.1.4. Pour savoir si cette hypothèse est plausible, nous allons faire la double masse 661-910 (13 ans), la station 910 étant la station la plus proche (12 km) utilisable au point de vue années communes avec la station 661 autour des années 1960. Le graphique (fig. 3) confirme l'accident en 1960, avec un multiplicateur possible de 1,23 pour mettre le rail inférieur 1^{re} série, tracé sur la figure, en prolongement du rail inférieur 2^e série. Alors que sur la double masse précédente 661-782 un pivotement en 1959 pouvait, à la rigueur, être acceptable — en utilisant un multiplicateur de 1,19 — sur cette double masse 661-910, un pivotement en 1959 conduirait à choisir un multiplicateur de l'ordre de 1,05, trop différent de 1,19.

Il semble impossible de mieux préciser ce qui s'est passé à la station 661: une autre station proche, 911 (16 km) n'a que 7 années communes avec 661 et les autres stations sont plus loin que la 782. Nous allons maintenant utiliser les relevés de 661 après avoir multiplié les totaux annuels de 1960-61, 1961-62 et 1962-63 par $4/\pi$, ce qui fait passer en A' les points A des doubles masses 661-782 et 661-910.

3.1.5. Nous allons maintenant faire la double masse 531-661 (corrigée) 14 années communes, distance entre stations 40 km. Le graphique de la figure 3 ne montre rien. Il est vrai que les stations sont assez éloignées l'une de l'autre. On peut voir cependant que la correction sur 661 n'apporte aucune anomalie, et surtout que, pour la distance entre stations, la largeur entre rails est anormalement étroite: le nombre d'années communes de part et d'autre de l'accident probable de la station 531 est trop insuffisant.

La double masse entre 531 et 966 (25 années communes, 27 km de distance) est assez instructive: la cassure existe bien vers les années 1949, le rapport des pentes des rails est de 1,04 (cf. 3.1.2.) mais assez peu précis car la première série montre

un écartement entre rails beaucoup trop faible par rapport à celui de la seconde série, qui est plus normal. Comme la distance entre 531 et 384 est de 30 km, et qu'il n'y a que 18 années communes, nous n'établirons pas la double masse correspondante qui serait probablement peu instructive. Nous utiliserons maintenant les relevés de la station 531 en multipliant par 1,06 les totaux annuels antérieurs à 1948.

3.1.6. Nous allons maintenant vérifier les stations de l'est. Double masse 59-966 (9 années communes, distance 10 km). Les stations sont très proches l'une de l'autre. La double masse (fig. 3) est très satisfaisante, sauf le point A qui passe en A' (donc est bien placé) si on multiplie le total de l'année 1962-63 à la station 59 par $4/\pi$. Il y a une erreur probable d'éprouvette.

Double masse 765-966 (7 années communes, distance 6 km), rien à signaler: il n'y a pas d'anomalie en 1962.

Double masse 765-59 (5 années communes, distance 9 km). Comme il y a très peu d'années communes, les rails ne sont pas bien parallèles (fig. 3). Cette double masse confirme l'anomalie à la station 59 pour l'année 1962 ainsi que la correction proposée qui fait passer le point A en A'.

D'après la double masse 59-966 la pente des rails $(966)/(59)$ serait 1,075.

D'après la double masse 765-966 la pente des rails $(765)/(966)$ serait 1,005.

D'après la double masse 765-59 on aurait le choix entre deux pentes 1,16 ou 1,19 pour $(765)/(59)$ alors que le produit des deux pentes $(966)/(59)$ et $(765)/(966)$ donne 1,09 ce qui montre que, même pour des stations peu éloignées il faut un certain nombre d'années communes pour déterminer convenablement les pentes des doubles masses.

A titre de vérification, nous faisons (fig. 4) les doubles masses 782-765 (12 années communes, distance 28 km) et 782-59 (corrigée) (12 années communes, distance 35 km). La double masse 782-59 n'est pas très concluante.

3.1.7. Nous continuons les doubles masses par celles des stations du centre-sud.

Double masse 782-783 (7 années communes, distance 6 km).

Double masse 782-738 (11 années communes, distance 16 km).

Double masse 782-757 (12 années communes, distance 11 km) (fig. 4). Nous ne pouvons avoir de recoupement dans cette série qu'avec la double masse 757-783 (7 années communes, distance 6 km).

Les doubles masses 782-783 et 782-738 sont très bonnes. On ne peut guère tracer qu'un rail sur la double masse 782-738 qui semble pourtant bonne. Le couple 757-783 donne une double masse plutôt mauvaise pour une distance aussi réduite entre stations.

3.1.8. Station n° 394: la double masse 782-394 (24 années communes, distance 17 km) fait apparaître deux cassures délimitant trois séries: la plus récente de 1957 à 1955 ou peut-être 1954, la deuxième de 1955 ou 54 à 1943, la dernière de 1940 à 1932. En multipliant par 1,11 les totaux pluviométriques antérieurs à 1941, on ramène les rails de la dernière série dans le prolongement de ceux de la deuxième avec pivotement autour du point 1943 (fig. 4), quant aux totaux de la première série, il faudrait les multiplier par 1,3 environ. Dans le premier cas, il s'agit probablement d'un

changement d'emplacement du pluviomètre (avec interruption des observations et changement d'observateur). Dans le cas le plus récent, une erreur d'éprouvette est possible.

Pour vérifier ces hypothèses nous ne pouvons utiliser que les stations 661, 966 et 996 qui sont assez éloignées. La double masse 661-394 (15 années communes, distance 26 km) n'intéresse que la première cassure (la plus récente), la double masse 996-394 (11 années communes, distance 36 km) également et la double masse 966-394 (21 années communes, distance 30 km) n'intéresse guère que la cassure la plus ancienne. Les résultats (fig. 4) ne sont pas concluants.

Cependant si l'on multiplie par $4/\pi$ les totaux des 4 années les plus récentes de la station 394, les points A des doubles masses 394-782, 394-661 et 394-966 viennent en A'.

Le rapport des pentes des rails de double masse entre la deuxième et la troisième série du couple 394-966 est sûrement supérieur à 1,11 bien que mal défini. Si nous multiplions par 1,12 les totaux des années antérieures à 1941 de la station 394, les points 1932 des doubles masses 394-782 et 394-966 passent en B (fig. 4) ce qui semble acceptable.

3.1.9. Nous effectuons maintenant les doubles masses du secteur ouest. Le couple 661-910 a été déjà utilisé (3.1.4.) nous traçons les doubles masses 661-996 (12 années communes, distance 11 km) et 910-996 (12 années communes, distance 33 km). Rien à signaler pour ces couples: figure 5.

Le couple 910-911 (9 années communes, distance 6 km) montre une cassure très franche, après un arrêt des observations à la station 910. Les doubles masses 911-782 (13 années communes, distance 19 km) montrent (fig. 5) que c'est la station 910 qui est fautive et si l'on multiplie les trois derniers totaux, postérieurs à 1963 de cette station par $\pi/4 = 0,785$ les points A des doubles masses 910-911 et 910-782 viennent en A' ce qui est acceptable et même bien.

3.1.10. Avant de nous occuper des deux dernières stations 189 et 954 relativement isolées au nord loin des autres, nous allons vérifier le bien-fondé des corrections apportées aux stations 531, 394, 661 et 910 en effectuant quelques doubles masses représentées sur la figure 6:

- couple 661-782: 20 années communes, distance 31 km;
- couple 910-782: 16 années communes, distance 19 km;
- couple 531-782: 30 années communes, distance 13 km;
- couple 394-782: 24 années communes, distance 17 km;
- couple 910-531: 12 années communes, distance 29 km;
- couple 661-531: 14 années communes, distance 40 km;
- couple 394-531: 18 années communes, distance 30 km;
- couple 394-966: 21 années communes, distance 30 km.

Les doubles masses peuvent être considérées comme bonnes et justifient les corrections apportées aux relevés.

3.1.11. Pour terminer nous avons fait les doubles masses 351 (corrigé), 954 (11 années communes, distance 23 km), 531 (corrigé), 189 (10 années communes, distance

29 km) et 189-954 (7 années communes, distance 23 km), figure 5. Elles sont satisfaisantes. La dernière ayant très peu de points ne peut d'ailleurs conduire à aucune conclusion étant donné la distance entre stations.

A titre de vérification, nous avons également tracé les doubles masses 782-954 (14 années communes, distance 36 km) et 782-189 (15 années communes, distance 36 km) qui sont également bonnes (fig. 5).

3.2 Précisions sur l'exemple

Nous avons reporté, sur le tableau *Ibis*, les totaux pluviométriques d'années hydrologiques que nous avons corrigé d'après les doubles masses, et qui sont :

- station 59: années 1962-63 multipliée par $4/\pi$;
- station 394: années 1932-33 à 1940-41 multipliées par 1,12, années 1954-55 à 1957-58 multipliées par $4/\pi$;
- station 531: années 1934-35 à 1947-48 multipliées par 1,06;
- station 661: années 1960-61 à 1962-63 multipliées par $4/\pi$;
- station 910: années 1964-65 à 1966-67 multipliées par $\pi/4$.

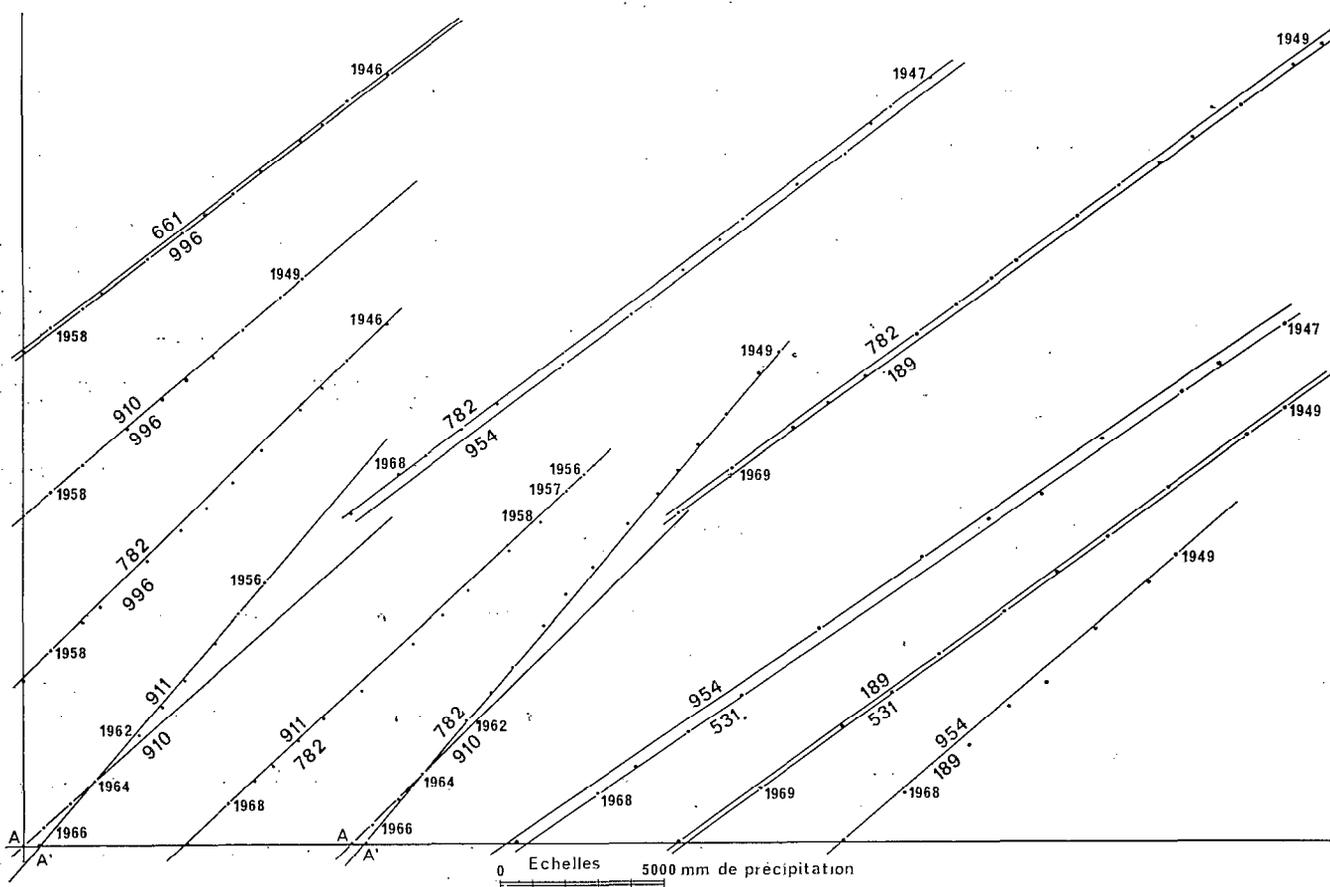


Fig. 5

TABLEAU II

	782	59	189	394	531	661	738	757	765	783	910	911	954	966	996	moennes sur 38 ans d'après 782	
	782	1	0,885	1,39	0,85	2,04	0,765	0,735	0,895	0,965	1,065	0,84	0,925	1,34	0,95	1,03	939,1
1,15	59	1,13	1						1,175								831,3
0,725	189	0,72		1		1,395							0,855				1 305,2
1,16	394	1,18			1	2,32	0,90								1,11	1,21	798,8
0,495	531	0,49		0,715	0,43	1	0,38				0,42		0,68	0,46			1 915,4
1,30	661	1,305			1,11	2,63	1				1,12					1,32	718,1
1,35	738	1,36						1									690,2
1,100	757	1,115								1,16							840,5
1,035	765	1,035	0,85					1	1								906,2
0,935	783	0,94												1,005			1 000,1
1,185	910	1,185			2,39	0,895		0,86		1							788,8
1,075	911	1,08									1	1,16				1,18	868,7
0,75	954	0,745		1,17		1,47					0,86	1					1 258,4
1,055	966	1,055	0,93		0,90	2,17			0,995				1				892,1
0,97	996	0,97			0,83		0,76				0,85			1		1	967,3

Station de la ligne x facteur du tableau → station de la colonne

TABLEAU II bis

	782	59	189	394	531	661	738	757	765	783	910	911	954	966	996	moennes sur 38 ans d'après 782
782	38	35 km	36 km	17 km	13 km	31 km	16 km	11 km	28 km	6 km	19 km	19 km	36 km	25 km	33 km	939,1
59	12	12							9 km					10 km		869,8
189	15		15		29 km								23 km			1 308,9
394	24			24	30 km	26 km								30 km	36 km	781,1
531	30		10	18	30	40 km					29 km		23 km	27 km		1 918,9
661	20			15	14	20					12 km				11 km	698,3
738	11						11									723,2
757	12							12		6 km						872,7
765	12	5							12					6 km		952,3
783	7							7		7						1 056,9
910	16				12	10					16	6 km			15 km	788,1
911	13										9	13				859,8
954	14		7		11								14			1 265,4
966	30	9		21	12				7					30		895,4
996	12			11		12					9				12	928,7

— Moitié gauche et basse nombre d'années communes entre stations ligne et colonne — Diagonale nombre d'années d'observations à la station. — Moitié droite et haute distance en km entre stations ligne et colonne.

Le tableau II à double entrée montre les pentes de rails de doubles masses entre stations, telles qu'on peut les lire sur les figures 3, 4, 5 et 6.

Le tableau IIbis à double entrée donne pour chaque couple de stations utilisées en doubles masses, la distance entre stations et le nombre d'années communes.

3.2.1. Pour avoir une idée de la précision des pentes obtenues par les doubles masses, nous allons faire quelques comparaisons:

— pente (782)/(59) obtenue directement: 1,13 (12 ans, 35 km) — par 765 (5 ans, 37 km): 1,22 — par 966 (9 ans, 35 km): 1,13;

— pente (782)/(189) obtenue directement: 0,72 (15 ans, 36 km) — par 531 (10 ans, 42 km): 0,685 — par 954 (7 ans, 59 km): 0,64;

- pente (782)/(783) obtenue directement: 0,94 (7 ans, 6 km) — par 757 (7 ans, 17 km): 0,96;
- pente (782)/(910) obtenue directement: 1,185 (16 ans, 19 km) — par 531 (12 ans, 42 km): 1,17 — par 661 (10 ans, 43 km): 1,17 — par 911 (9 ans, 25 km): 1,25 — par 996 (9 ans, 48 km): 1,15;
- pente (782)/(911) obtenue directement: 1,08 (13 ans, 19 km) — par 910 (9 ans, 25 km): 1,03;
- pente (782)/(954) obtenue directement: 0,745 (14 ans, 36 km) — par 189 (7 ans, 59 km): 0,84 — par 531 (11 ans, 36 km): 0,72;
- pente (782)/(966) obtenue directement: 1,055 (30 ans, 25 km) — par 59 (9 ans, 45 km): 1,05 — par 394 (21 ans, 47 km): 1,06 — par 531 (12 ans, 40 km): 1,06 — par 765 (7 ans, 34 km): 1,03;
- pente (782)/(966) obtenue directement: 0,97 (12 ans, 33 km) — par 394 (11 ans, 53 km): 0,97 — par 661 (12 ans, 42 km): 0,99 — par 910 (9 ans, 34 km): 0,99.

3.2.2. Comme on le voit ci-dessus des écarts importants (5% ou plus) sur la détermination des pentes ne se produisent que si le nombre d'années communes est vraiment petit:

- (782)/(59) par 765 = 5 ans.
- (782)/(189) par 531 = 10 ans, par 954 = 7 ans.
- (782)/(765) par 59 = 5 ans.
- (782)/(910) par 911 = 9 ans.
- (782)/(954) par 189 = 7 ans.

3.3 Extension de pluviométries moyennes

Les coefficients des pentes des rails de doubles masses peuvent être utilisés pour déterminer à des postes de courtes durées d'observations, des moyennes interannuelles correspondant à peu près à la période d'observation du poste de plus longue durée:

La dernière colonne du tableau *Ibis* donne les moyennes par station, calculées d'après le nombre d'années d'observation (diagonale du tableau) et à partir des totaux annuels du tableau I ou du tableau *Ibis* si on a dû faire des corrections d'erreurs systématiques.

La dernière colonne du tableau II donne par station les moyennes étendues à la période des 38 ans d'observations à la station 782, moyennes qui ont été calculées en multipliant par les coefficients de la colonne « 782 » la valeur moyenne des 38 années de cette station.

En comparant ces deux séries de moyennes, on voit qu'elles sont très peu différentes, ce qui est normal, pour les stations de 30 années d'observations effectives. Les stations 394 (24 ans) et 661 (20 ans) voient leurs moyennes augmenter d'une vingtaine de millimètres, mais ces deux stations n'ont pas été observées pendant des périodes où les précipitations ont été nettement supérieures à la normale sur l'ensemble du bassin d'après les relevés des autres stations.

3.4 Rétablissement d'observations manquantes

Nous avons également utilisé les coefficients de pente pour rétablir des totaux annuels manquants, et nous allons en donner un exemple.

3.4.1. La station 782 n'était pas en vérité aussi complètement et aussi bien observée que nous l'avons laissé entendre. Après avoir fait une première série de doubles masses sur le bassin de l'Ouergha (36 stations au total) nous avons décidé de compléter les observations de cette station 782 qui est située sur le méridien médian du bassin (allongé est-ouest) et à laquelle on disposait du plus grand nombre d'années d'observations effectives; cette station a été correctement exploitée jusqu'en 1956 et depuis la fin de 1966. Nous avons utilisé toutes les stations les plus proches de la station 782, jusqu'à une distance de 40 km de façon à en avoir un certain nombre dans toutes les directions (fig. 2). Le tableau III résume le travail que nous avons fait: nous n'avons pas utilisé les années antérieures à 1949 car elles comportent moins de 6 stations observées en même temps.

La colonne 2 porte les totaux annuels « observés » de la station 782, les colonnes 5 à 18 les totaux annuels observés ou corrigés (du tableau I ou *Ibis*) des diverses stations, multipliés pour chacune par le coefficient tiré du tableau II, colonne « 782 ». La colonne 20 donne par année le nombre des stations utilisables dans les colonnes 5 à 18 et la colonne 21 donne la moyenne des totaux par année des valeurs utilisées des colonnes 5 à 18.

3.4.2. Si l'on rapproche la colonne 21 de la colonne 2 on constate que les valeurs des mêmes années sont très voisines si l'on excepte 4 anomalies:

En 1960-61 la hauteur observée à la station 782 est de 607 mm, alors que l'estimation de cette même hauteur effectuée en prenant la moyenne des valeurs déduites par la transformation indiquée à la fin du paragraphe précédent des résultats obtenus à 8 stations est égale à 763 mm. La dispersion de ces 8 valeurs est relativement faible, le minimum étant de 659 mm. Nous avons admis pour cette année une erreur d'éprouvette et multiplié 607 par $4/\pi$ ce qui donne 773 mm. En 1959-60 la hauteur observée à la station 782 est de 1 631 mm, alors que l'estimation effectuée comme ci-dessus avec 7 stations est de 1 138 mm. La dispersion des 7 valeurs est relativement faible, le maximum étant de 1 247 mm. En 1958-59 la hauteur observée à la station 782 est de 1 197 mm, alors que l'estimation effectuée comme ci-dessus avec 9 stations est de 927 mm. La dispersion des 9 valeurs est relativement faible, le maximum étant de 1 070 mm. Pour ces deux années, nous avons admis une erreur d'éprouvette (le pluviomètre n'étant pas le même qu'en 1960-61), et multiplié les totaux de la station 782 par $\pi/4$, ce qui donne 1 281 mm pour 1959-60 et 940 mm pour 1958-59.

En 1957-58 la hauteur observée à la station 782 est de 805 mm. L'estimation effectuée comme ci-dessus avec 10 stations est de 917 mm, mais la dispersion des 10 valeurs est forte et 4 de ces valeurs sont inférieures ou à peine supérieures à 805 mm. Nous ne corrigeons pas le relevé de la station 782 pour cette année.

3.4.3. La colonne 23 donne la différence entre les chiffres de la colonne 21 moins ceux de la colonne 2 (sauf pour les 3 années aberrantes où nous prenons les valeurs corrigées ci-dessus). La colonne 22 donne l'écart relatif en pourcentage entre valeurs calculées et valeurs observées: chiffres de la colonne 23 divisés par les chiffres correspondants de la colonne 4. La valeur moyenne de l'erreur relative absolue est de 4,4% pour 15 années, et sa valeur médiane de 2,8%. Ces résultats justifient l'adoption

des valeurs de la colonne 21 pour boucher les trous de la colonne 2: ce qui est fait dans la colonne 2 reproduite dans le tableau I; une meilleure justification est fournie par l'ensemble des doubles masses tracées sur les figures 3, 4, 5 et 6.

3.4.4. Nous n'avons pas cherché à améliorer ce procédé, estimant qu'un gain de

TABLEAU III

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
		Coefficient		1,13	0,72	1,18	0,49	1,305	1,36	1,115	1,035	
		Distance en km		35	36	17	13	31	16	11	28	
Année	obs.	admis										
	782	782		59	189	394	531	661	738	757	765	
1969-70	1 352	1 352			1 170		1 220					
1968	1 212	1 212			1 373		1 229			1 264	1 331	
1967	800	800			755		725			809	793	
1966	566	566					592			578	518	
1965-66		773					761			799	751	
1964-65	773	773					806			787	868	
1963		1 182					1 159			992	1 172	
1962		1 564		1 391			1 554	1 844		1 385	1 544	
1961	905	905		822			981	927		940	892	
1960-61	607	$\times 4/\pi$	773		802		711	737		799	759	
1959-60	1 631	$\times \pi/4$	1 281	1 011	1 105			1 045		1 239	1 212	
1958	1 197	$\times \pi/4$	940	1 003	884			921	1 070	935	925	
1957	805		805	796	765	821		813	876	1 147	1 063	
1956			525		550	455		576	481			
1955-54			1 326	1 565	1 352	1 167		1 355				
1954-55	951		951	990	930	1 107	1 018	1 023				
1953	655		655	664	852	752	772	737				
1952	770		770	765	770	861	750	821				
1951	964		964	886	1 071	886	916	887				
1950-51	1 225		1 225	1 252	1 155	1 062	1 183	1 211				
1949-50	654		654	649	600	638	573	595				
		13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
coef.	0,94	1,185	1,08	0,745	1,055	0,97						
distance en km	6	19	19	36	25	33						
Année	783	910	911	954	966	996				mm	%	mm
1969-70												
1968	1 297		1 287	1 088				7	1 267	+ 4,5	+ 55	
1967	816		745					6	774	- 3,3	- 26	
1966	530	547	514	634	596			8	564	- 0,4	- 2	
1965-66	782	758	804	782	747			8	773			
1964-65	726	693	723	840	841			8	785	+ 1,6	+ 12	
1963	1 213		944	1 502	1 294			7	1 182			
1962	1 590	1 623	1 539	1 617	1 553			10	1 564			
1961		879	947		939			8	916	+ 1,2	+ 11	
1960-61		788	850		659			8	763	- 1,3	- 10	
1959-60		1 106	1 247					7	1 138	- 11,1	- 143	
1958		840	928			837		9	927	- 1,4	- 13	
1957		957	1 032			900		10	917	+ 13,9	+ 112	
1956			511			574		6	525			
1955-54		1 290		1 092	1 437	1 347		8	1 326			
1954-55		1 068		857	1 032	1 037		9	1 007	+ 5,9	+ 56	
1953		736		551	729	711		9	723	+ 10,4	+ 68	
1952		764			806	802		8	792	+ 2,8	+ 22	
1951		1 006		1 216	744	858		9	941	- 2,4	- 23	
1950-51		1 176		1 068	1 309	1 121		9	1 171	- 4,4	- 54	
1949-50		710		638	721	673		9	644	- 1,5	- 10	

précision serait illusoire si l'on tient compte de la distance de chaque station à la station 782 et de la précision du coefficient multiplicateur suivant le nombre d'années ayant servi à le définir...

3.4.5. Il serait tentant d'utiliser le tableau III pour compléter les données manquantes de la station 966. Ce serait dangereux nous semble-t-il. Il faudrait pour bien faire reprendre d'autres stations pour bien entourer la station 966 (stations qui existent mais dont nous n'avons pas fait état dans le tableau I) et supprimer certaines stations trop éloignées de la station 966, faire avec cette station 966 les doubles masses de toutes les stations retenues pour la compléter, de façon à déterminer directement les coefficients d'un nouveau tableau II: nous avons vu en 3.2.1. qu'il peut être dangereux de déterminer les coefficients en passant par une station intermédiaire.

3.5 Nombre d'années nécessaires pour appliquer la méthode

On voit sur les graphiques (fig. 3, 4, 5 et 6) que les points représentatifs annuels oscillent d'un rail à l'autre. Nous ne pouvons reproduire les centaines de doubles masses qui nous ont conduit aux conclusions suivantes, que l'on peut dire établies sur des stations dont les relevés n'ont pas été corrigés ni complétés.

Pour obtenir une oscillation complète des points représentatifs avec deux « tangences » au rail supérieur et deux au rail inférieur qui soient alternées, il faut environ une trentaine d'années communes à 2 stations éloignées de plus de 100 km, et au moins une vingtaine lorsque les stations sont à moins de 30 km. S'il n'y a pas assez d'années communes, on ne peut déterminer qu'un rail, et encore faut-il qu'il y en ait une quinzaine pour que la direction de ce rail soit déterminée proprement.

L'écartement entre rails dépend évidemment beaucoup de la corrélation entre stations, c'est-à-dire dans une région climatique donnée, de la distance entre stations, et croît avec cette distance.

L'écartement entre rails de doubles masses effectuées entre une station de référence et d'autres stations à égales distances de cette station de référence, croît avec la pluviométrie moyenne de la station utilisée.

4. Considérations sur la méthode des doubles masses

La méthode suppose implicitement, que la pluviométrie annuelle à une station se déduit de la pluviométrie de la même année à une autre station par un coefficient multiplicateur qui est une variable aléatoire dont la distribution dépend de la liaison entre les stations (pour ne pas employer le terme de corrélation qui, dans son sens habituel, implique un résidu aléatoire) mais dont la valeur pour l'année i ne dépend pas des totaux pluviométriques de l'année i aux deux stations.

Ce schéma donne une explication simple au fait que, pour les années d'assez forte pluviométrie, le point représentatif de la double masse saute d'un rail à l'autre: figure 6, double masse 661-782 pour les années 1962, 1959, 1950.

4.1 Précision de la méthode des doubles masses

4.1.1. SUR LA PENTE DES RAILS.

Compte tenu de ce que nous avons écrit en 3.5. il semble que, si l'on peut établir la double masse sans cassure avec au moins une quinzaine d'années communes à

deux stations pas trop éloignées, on puisse déterminer la pente de la tendance linéaire qui n'est pas la valeur moyenne des rapports $\left(\frac{y_i}{x_i}\right)$ des précipitations annuelles avec une erreur inférieure à 2%. La valeur du rapport $\frac{\sum y_i}{\sum x_i} = \frac{\bar{y}}{\bar{x}}$ des précipitations moyennes des années communes est toujours inférieure à la valeur moyenne des rapports $\left(\frac{y_i}{x_i}\right)$ lorsque la double masse ne présente pas de cassure, mais de peu : au maximum de l'ordre de 2,5% semble-t-il. Nous pensons que la valeur de la pente des rails peut servir à estimer telle quelle :

— d'une part, le rapport des précipitations moyennes aux deux stations avec une approximation un peu meilleure que si ce rapport était estimé par celui des sommes des précipitations des années communes ;

— d'autre part, la valeur moyenne du rapport $\frac{y_i}{x_i}$, ceci n'étant pleinement valable que dans les cas usuels de doubles masses faites avec moins de 30 points représentatifs.

4.1.2. SUR LA DATE D'UNE CASSURE

Cette date est toujours délicate à déterminer. En multipliant les opérations de doubles masses entre la station fautive et des stations très proches dont l'homogénéité des observations a été reconnue, on ne peut espérer déterminer exactement l'année de la cassure : il y aura toujours un flottement d'au moins un an en plus ou en moins, d'autant plus que la cause de la cassure peut ne pas se produire dans la saison sèche intermédiaire entre les saisons des pluies de deux années hydrologiques consécutives. Il faut, pour se décider, avoir recours à des considérations extérieures aux simples totaux pluviométriques annuels, comme on l'a vu dans les exemples exposés précédemment. C'est essentiellement ce point qui rend délicate toute tentative d'une mise en calcul automatique, pourtant très souhaitable, de l'utilisation des doubles masses et surtout de leur interprétation.

4.2 *Mode d'emploi de la méthode des doubles masses*

4.2.1. Pour utiliser la méthode, sur des pluviométries annuelles par exemple, nous conseillons :

- de rechercher, dans la région climatique où l'on veut vérifier l'homogénéité chronologique des totaux annuels, deux ou trois stations de longue durée, dites de base, pour lesquelles on puisse être sûr qu'il n'y a pas de rupture d'homogénéité ;
- de faire les doubles masses avec les stations les plus proches de chaque station de base.

A chaque fois que des cassures apparaissent et que l'on corrige une ou plusieurs stations, il faut refaire les doubles masses des stations corrigées avec les stations de base et entre elles pour vérifier (par le parallélisme et l'écartement des rails) que les corrections sont valables.

On peut ainsi créer de nouvelles stations de base et progresser de proche en proche à condition de revérifier à chaque fois les résultats avec les stations les plus sûres.

Un cas favorable pour l'emploi de la méthode est celui où quatre ou cinq stations

« de base » entourent la région climatique dont les stations sont à vérifier au point de vue homogénéité chronologique. On peut employer une méthode rayonnante en partant de chaque couple de stations de base et en traitant les stations de la région les plus proches des stations du couple. Bien entendu, certaines des stations de la région pourront être traitées avec plusieurs couples de stations de base.

4.2.2. Tout cela est long et doit être fait avec minutie notamment le report des points par leurs coordonnées et le choix des dates des cassures. Le travail est vite fastidieux: c'est ainsi que pour vérifier et corriger 33 stations du bassin de l'oued Ouergha (Maroc) on a dû faire 250 doubles masses.

Ajoutons que le recours aux documents originaux des observateurs est indispensable: on voit ainsi les dates auxquelles ils ont changé, leurs demandes de pluviométrie ou d'éprouvette (quelquefois), mais surtout la lecture des précipitations journalières permet d'éliminer des années « d'observations » par trop fantaisistes en les rapprochant des précipitations journalières des stations voisines, alors que ces fantaisies ne peuvent être perçues à partir des totaux annuels.

4.2.3. Attention: il ne faut pas multiplier les cassures, sinon on arriverait à des rails d'écartement nul pour certains couples et à écartement hypertrophié lorsqu'on reprend certaines stations de ces couples (valeurs corrigées) pour les comparer à d'autres stations. Il semble que les dates des cassures et les coefficients de changement de pente les mieux choisis seraient les dates et les coefficients rendant minimal l'ensemble des écarts entre rails de toutes les doubles masses possibles entre toutes les stations, compte tenu des corrélations probables entre stations: ce concept de minimisation ne peut que rester flou dans l'état actuel de la recherche.

4.3 *Doubles masses sur pluviométries moyennes spatiales*

On pourrait penser à utiliser la méthode des doubles masses sur la base de la précipitation moyenne annuelle régionale. Encore faut-il que cette moyenne soit faite avec des stations de base à observations sûres, de longue durée, d'homogénéité contrôlée.

Si dans la région considérée les moyennes pluviométriques interannuelles sont très variables dans l'espace (par exemple en pays montagneux) on ne pourra pas utiliser les moyennes spatiales annuelles, mais il faudra utiliser une moyenne pondérée
$$z_i = \frac{1}{n} \left(\frac{x_{1i}}{\bar{x}_1} \dots + \frac{x_{ni}}{\bar{x}_n} \right)$$
 où $x_{1i} \dots x_{ni}$ sont les totaux de l'année i des n stations dont les moyennes interannuelles sont $\bar{x}_1 \dots \bar{x}_n$. Ce point de vue est justifié par ce que nous avons écrit en tête de ce chapitre, et nous pensons qu'alors il y aurait avantage à employer la méthode des doubles masses relatives (4.4).

Si certaines des stations de base ne répondent pas à la condition nécessaire d'homogénéité, il se produira un élargissement de l'écartement entre rails avec diminution du nombre de pseudo-cycles: ceci pourrait masquer l'effet de cassures avec forts changements de pente mais portant sur peu d'années.

4.4 *Doubles masses relatives*

On peut penser à une modification de la méthode des doubles masses qui rendrait la largeur entre rails indépendantes des précipitations moyennes interannuelles aux

stations et permettrait une meilleure estimation de la valeur moyenne du rapport $\frac{y_j}{x_j}$ (4.1.1.), mais la meilleure estimation de la valeur moyenne du rapport $\frac{\bar{y}}{\bar{x}}$ resterait celle qui est définie par les doubles masses ordinaires. Soit x_j la précipitation de l'année j et \bar{x} la précipitation moyenne annuelle sur une longue période pour une première station, y_j la précipitation de l'année j et \bar{y} la précipitation annuelle moyenne pour une seconde station. Nous établissons les doubles masses relatives en portant

sur un graphique les points de coordonnées i et $\sum_{j=0}^i \frac{y_j \bar{x}}{x_j \bar{y}}$ (cf. fig. 7).

Il importe peu que les moyennes \bar{x} et \bar{y} ne soient pas calculées sur les mêmes périodes.

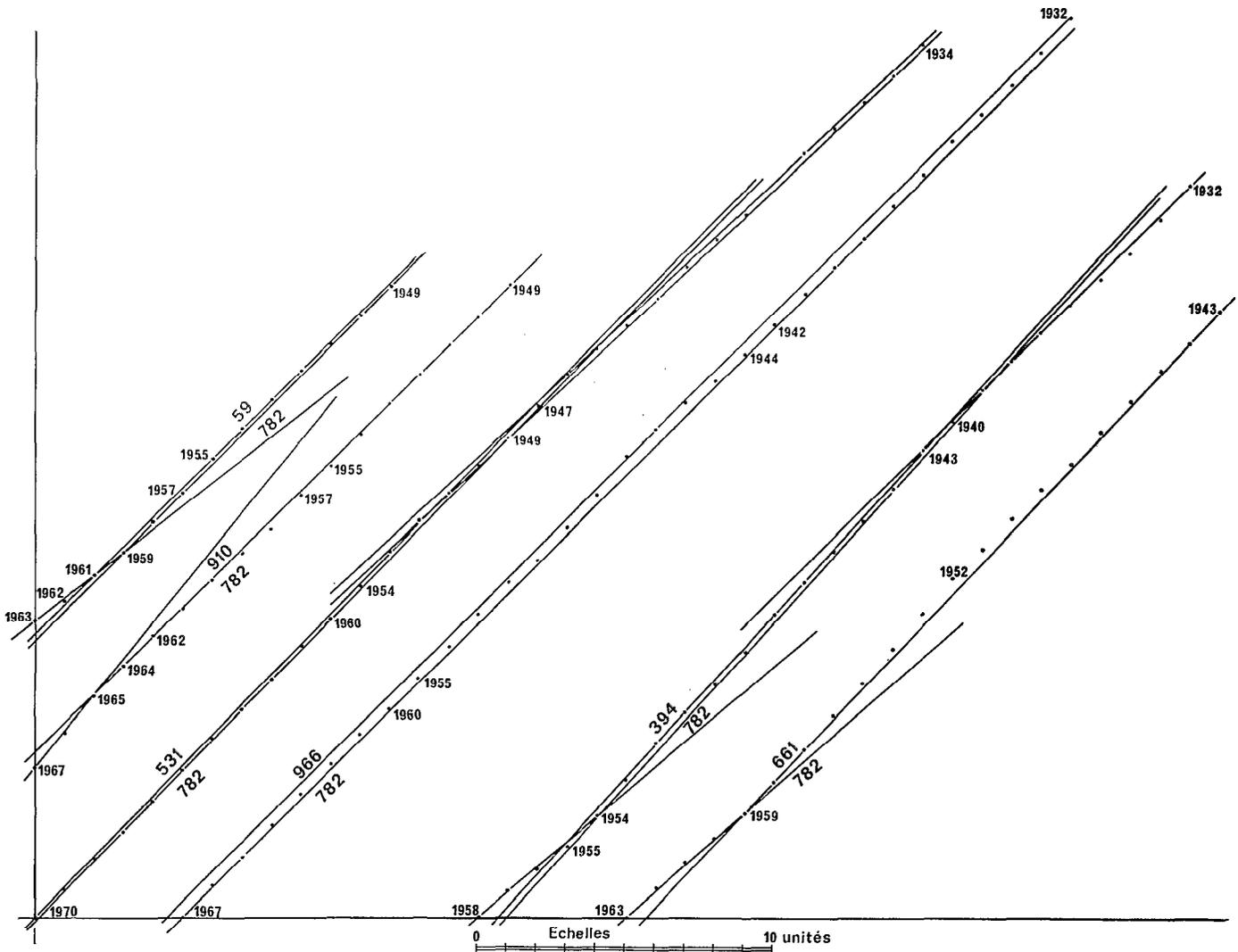


Fig. 7

4.4.1. Cette méthode a été essayée de la façon suivante: une première fois, nous sommes partis des totaux annuels observés (en années hydrologiques) du tableau I, en prenant comme valeurs moyennes des précipitations annuelles celles de la dernière ligne de ce tableau (valeurs moyennes calculées d'après le nombre et les totaux des années « observées »), et la figure 7 permet les constatations suivantes:

— Double masse relative 59-782: si on admet une cassure entre 1959 et 1961, au moment d'une interruption des observations, on trouve que le rapport des pentes avant et après 1960 est de 0,78, c'est-à-dire $\pi/4$; il faudrait multiplier les totaux 1961-62 et 1962-63 de la station 59 par $4/\pi$. Précédemment (3.2) nous n'avions multiplié que le total 1962-63 par $4/\pi$.

— Double masse relative 910-782: si on admet une cassure au début de l'année hydrologique 1965-66, le rapport des pentes avant et après est de 1,25, c'est-à-dire

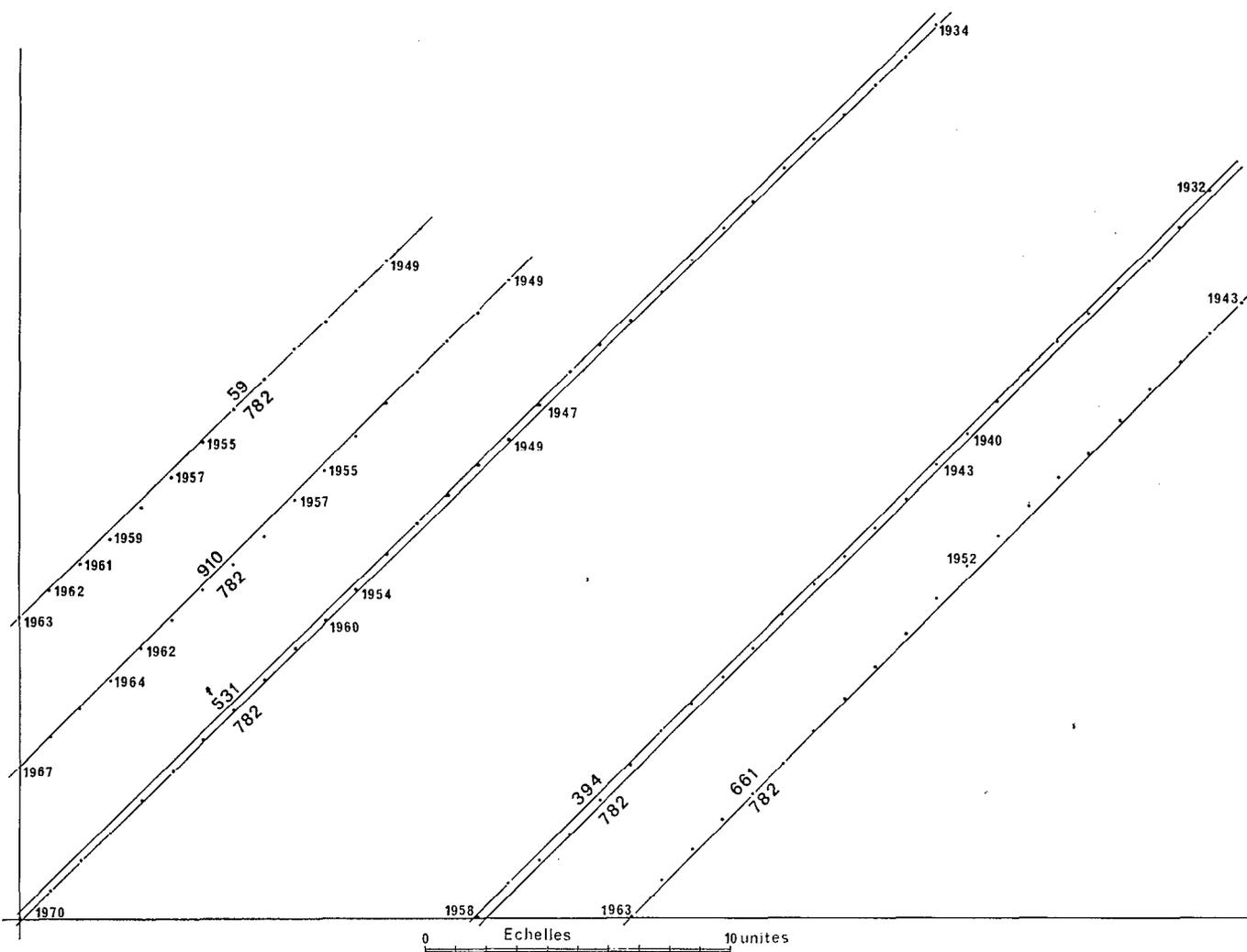


Fig. 8

$4/\pi$, et il faudrait multiplier les totaux 1965-66 et 1966-67 de la station 910 par $\pi/4$. Il est tentant de conserver l'hypothèse admise antérieurement d'une erreur d'éprouvette après l'interruption des observations en 1963 et de multiplier également le total 1964-65 par $\pi/4$.

— Double masse relative 531-782: la cassure apparaît bien au point 1949 avec un rapport des pentes de 0,915 ou 0,925 suivant le rail choisi, il faudrait donc multiplier les totaux des années 1947-48 et antérieures relatifs à la station 531 par 1,085. A partir de l'application habituelle des doubles masses, on avait été conduit à choisir 1,06 comme multiplicateur.

— Double masse relative 966-782: le rail inférieur se trace aisément. Il a dû se passer quelque chose à la station 966 (qui serait à revoir) car la largeur entre rails est trop grande.

— Double masse relative 394-782: on trouve des cassures au point 1955 et au point 1943 comme avec l'utilisation de la méthode ordinaire. Le rapport des pentes au premier point est de 0,77, c'est-à-dire $\pi/4$. Au second point, il est de 0,90 et il faudrait multiplier les années 1940-41 et antérieures par 1,11; le multiplicateur admis précédemment était de 1,12.

— Double masse relative 661-782: il semble bien qu'il y ait cassures aux points 1959 et 1952: la première avec un rapport de pentes de 0,77, c'est-à-dire $\pi/4$, la seconde avec un rapport de pentes de 1,14. Lors de l'étude avec les doubles masses ordinaires, nous avons admis une cassure au point 1960 avec le même rapport de pentes mais nous n'avions pas vu de cassure en 1952. Cependant, si on admet une cassure en 1952, l'écart entre rails obtenu après correction des relevés antérieurs est manifestement trop petit.

4.4.2. Le même procédé a été essayé une seconde fois, en utilisant des valeurs corrigées. Nous avons pris les totaux annuels du tableau *Ibis* (c'est-à-dire ceux du tableau I modifiés au moyen des corrections déduites des doubles masses ordinaires) et comme valeurs moyennes celles qui ont été calculées d'après le nombre et les totaux des années du tableau *Ibis* (dernière ligne du tableau). La figure 8 permet des constatations suivantes:

— Double masse relative 59-782 (année 1962-63 seule corrigée): un seul rail peut être tracé facilement: le rail supérieur. Le point le plus distant de ce rail se trouve à 0,3 unités du graphique, distance qui correspond à l'écart minimal entre rails qui seraient tracés parallèles. Les stations sont éloignées de 35 km l'une de l'autre, et il n'y a que 12 années d'observations communes.

— Double masse relative 910-782: un seul rail peut être tracé facilement. L'écart minimal entre des rails tracés parallèles est de 0,28 unités du graphique (16 années communes, distance 19 km).

— Double masse relative 531-782: les rails que l'on peut tracer sont à peu près parallèles. Il se confirme cependant que si l'on multipliait les totaux des années 1947-48 et antérieures par 1,085 plutôt que par 1,06 les rails seraient mieux parallèles entre eux et leur écartement passerait de 0,25 à 0,18 unités du graphique (30 années communes, distance 13 km).

Double masse relative 394-782: pas de commentaire particulier. L'écartement entre rails est de 0,3 unités du graphique (24 années communes, distance 17 km).

— Double masse relative 661-782: un seul trait peut être tracé facilement. L'écart minimal entre rails tracés parallèles est de 0,35 unités du graphique (20 années communes, distance 31 km).

— Double masse relative 966-782 (fig. 7): l'écart entre rails est de 0,4 unités du graphique (30 années communes, distance 25 km).

4.4.3. Les essais qui ont été présentés sont trop succincts pour que l'on puisse en tirer des conclusions définitives. Cependant, les résultats ci-dessus semblent cohérents quant à la variation de l'écart entre rails en regard de la distance entre stations. On peut leur ajouter la double masse relative entre Fez et Souk el Arba (fig. 1). On dispose de 55 années communes, la distance entre stations est de 115 km, l'écartement entre rails est égal à 0,8 unités du graphique.