Persistance des états pluvieux en fonction de leur durée Analyse de 52 années d'enregistrements pluviographiques à Montpellier - Bel-Air

J. M. MASSON
Maître-Assistant, Laboratoire d'Hydrologie Mathématique,
Université des Sciences et Techniques du Languedoc,
Montpellier II

RÉSUMÉ

Cet article décrit d'abord quelques méthodes susceptibles de déterminer l'ordre de dépendance qu'il convient de retenir pour décrire par une chaîne de Markov la succession d'intervalles de temps caractérisés par deux états secs ou pluvieux : test du χ^2, test du rapport de vraisemblance, décroissance des incertitudes conditionnelles déduites de la théorie de l'information.

Théoriquement, ces méthodes sont asymptotiquement équivalentes sous l'hypothèse H_0. En pratique, elles ont donné des résultats très voisins à condition de ne pas simplifier les expressions utilisées dans les calculs.

La sensibilité du test du χ^2 a été examinée mois par mois, sur les durées 12 et 24 heures, avec différents seuils pour distinguer les états et des origines de temps différentes pour les durées. Les résultats conduisent aux mêmes conclusions.

L'ensemble des durées étudiées entre 0,25 et 36 heures met en évidence une grande stabilité de l'ordre de la dépendance des durées comprises entre 12 et 24 heures (ordre 2 pour les mois froids, 1 pour les mois chauds). Pour les durées inférieures à 12 heures, l'ordre de la dépendance augmente rapidement, mais une distinction en saisons ne s'impose plus.

ABSTRACT

This paper reviews different techniques for estimating the order of a Markov chain model used to describe sequential dependency of time intervals of dry or wet periods. These techniques are : χ^2 test, likelihood ratio test and decreasing of conditional uncertainties coming from the information theory approach.

Theoretically, these methods are asymptotically equivalent under the null hypothesis. Practically, they gave similar numerical results when the calculations were performed without reducing the mathematical expressions.

The χ^2 test sensitiveness has been studied for each month and on 12 and 24 hours time intervals with several rainfall levels so as to distinguish dry and wet states and several time's origines. The results lead to identical conclusions.

The time intervals set analysed between 0,25 and 36 hours shows a greater order dependency stability of the time intervals from 12 to 24 hours (second order dependency for cold month, first order for hot months). When time intervals are less than 12 hours, the order dependency quickly increases without seasonal discrimination.

SOMMAIRE

1. INTRODUCTION

Les valeurs prises par les variables climatologiques au cours d'un intervalle de temps donné ne sont pas sans rapport avec les valeurs qu'elles ont prises au cours du ou des intervalles précédents. Il existe entre les valeurs successives une certaine dépendance qui décroît lorsque augmente l'intervalle de temps séparant les observations considérées. Cette propriété particulière des variables climatologiques est désignée par le terme *persistance.*

La notion de persistance n'est pas nouvelle. Déjà en 1924, BESSON étudiant les pluies journalières à Paris, proposait l'utilisation d'un coefficient de persistance. GRISOLLET, GUILMET et ARLERY (1962) dans un chapitre spécial de leur ouvrage sur la climatologie, passent en revue différentes évaluations numériques de la persistance. Ce n'est que plus récemment cependant que les modèles markoviens ont été utilisés pour représenter la structure de dépendance des variables climatologiques.

Considérons une variable climatologique X ne pouvant prendre qu'un nombre fini et limité s d'*états* E_1, E_2, ..., E_s. Si la probabilité que la variable X prenne un état quelconque E_i dans l'intervalle t ne dépend que des états qu'elle a pris dans l'intervalle précédent t — 1, on peut représenter la succession des valeurs prises par X par une *chaîne de Markov d'ordre* 1. Si cette probabilité : Prob $(X(t) = E_i)$ dépend non seulement des états pris par X dans l'intervalle t — 1, mais aussi des états pris aux instants t — 2, t — 3, ..., t — k, la chaîne est dite *d'ordre k.* Les chaînes de Markov permettent donc de représenter la structure de dépendance chronologique de variables ne pouvant prendre qu'un nombre fini et limité s d'états, au moyen de *matrices de probabilité dites de transition.* On peut noter ces probabilités :

$$P(E_1, \ldots, E_k : E_{k+1}) = \text{Prob}\,(X_{(t)} = E_{k+1}/X_{(t-k)} = E_1, \ldots, X_{(t-1)} = E_k).$$

Dans cette expression E prend l'un quelconque des s états. On voit tout de suite que pour s et k un peu grands, le nombre des probabilités à estimer (s^{k+1}) devient vite exagéré par rapport à l'information généralement disponible.

Dans les pages qui suivent, nous nous proposons de déterminer quel est l'ordre qu'il convient de retenir pour décrire la succession des états secs et pluvieux par une chaîne de Markov.

Après avoir défini les états secs et pluvieux, puis décrit quelques méthodes susceptibles d'apporter une réponse au problème qui nous occupe, nous comparerons leurs résultats avant d'en retenir une et d'étudier sa sensibilité aux différentes techniques de mise en œuvre.

Les observations pluviographiques utilisées sont celles faites de 1920 à 1971 à la station bioclimatologique de Montpellier - Bel-Air appartenant à l'Institut National de la Recherche Agronomique (INRA). Les enregistrements graphiques ont été numérisés par les soins du Bureau d'Étude Technique du Service de l'Hydraulique (BETSH) du Ministère de l'Agriculture. Les différents responsables ont bien voulu nous autoriser à utiliser ces données pour nos recherches universitaires.

2. LES ÉTATS SECS ET PLUVIEUX

Nous considérerons un certain nombre d'intervalles de temps entre les durées 36 heures et 15 minutes.

L'état de ces intervalles sera sec ou pluvieux suivant qu'on y aura observé une précipitation inférieure ou supérieure à un seuil. Le nombre s des états est donc limité à deux : un état sec et un état pluvieux.

Pour pouvoir considérer le phénomène comme stationnaire, c'est-à-dire les probabilités de transition indépendantes de la position dans le temps de l'intervalle considéré, nous travaillerons mois par mois en traitant séparément tous les mois de janvier, puis tous les mois de février et ainsi de suite.

Remarquons qu'avec un mois de 30 jours, nous disposons proportionnellement de plus d'observations pour estimer les probabilités de transition d'une chaîne d'ordre 10 pour un intervalle d'un quart d'heure (149 240 séquences pour 2 048 probabilités) que pour estimer celles d'une chaîne d'ordre 4 à l'échelle journalière (1 352 séquences pour 32 probabilités).

3. LES MÉTHODES

Les méthodes permettant de tester l'ordre des chaînes de Markov ont été développées par de nombreux auteurs. Nous avons retenu essentiellement les publications de Hoel (1954) et Billingsley (1961) qui traitent surtout de l'aspect théorique du problème, de Chatfield (1973) qui en explicite les applications pratiques, et de Lowry et Guthrie (1968) qui ont appliqué ces méthodes aux précipitations.

Le test le plus courant est celui du χ^2. Voyons comment appliquer ce test dans le cas où on veut tester une chaîne de Markov d'ordre 1, contre une chaîne de Markov d'ordre 2.

Si nous appelons P (i, j, k) la probabilité d'observer la succession précise des trois états : E_i, E_j, E_k, et si N_3 est le nombre de toutes les séquences observées de 3 états quelconques, le nombre théorique N_t (E_i, E_j, E_k) de séquences où on observe la succession précise : E_i, E_j, E_k est obtenu par l'opération :

$$N_t\,(E_i, E_j, E_k) = N_3 * P\,(i, j, k)$$

ou encore :

$$N_t\,(E_i, E_j, E_k) = N_3 * P\,(i, j) * P\,(k/i, j).$$

Mais si on a affaire à une chaîne de Markov d'ordre 1, on a aussi

$$P\,(k/i, j) = P\,(k/j).$$

Si on a observé N (E_i, E_j, E_k) séquences avec la succession précise E_i, E_j, E_k, on estime $\widehat{P}$ (i, j) par :

$$N\,(E_i, E_j, .)/N_3.$$

Le point à l'intérieur de la parenthèse signifie que l'on a sommé sur tous les états E_k, k = 1, 2, ..., s.

On estime

$$\widehat{P}\,(k/j) = N\,(E_j, E_k, .)/N\,(E_j, ., .)$$

de sorte que :

$$\widehat{N}_t\,(E_i, E_j, E_k) = N\,(E_i, E_j, .) * N\,(E_j, E_k, .)/N\,(E_j, ., .).$$

La valeur observée de χ^2 est alors de :

$$\chi^2_{obs} = \sum_{i,j,k} \left\{ \left[N\,(E_i, E_j, E_k) - \widehat{N}_t\,(E_i, E_j, E_k) \right]^2 \Big/ \widehat{N}_t\,(E_i, E_j, E_k) \right\}$$

la sommation se faisant de 1 à s pour chacun des 3 indices i, j, k.

Si l'hypothèse H_0 est vraie, c'est-à-dire si la chaîne de Markov est d'ordre 1, la variable χ^2_{obs} suit *asymptotiquement* une distribution χ^2 à s $(s - 1)^2$ degrés de liberté. On rejettera donc cette hypothèse en se fixant un risque de première espèce α si $\chi^2_{obs} \geqslant \chi^2_{1-\alpha}$, la valeur $\chi^2_{1-\alpha}$ étant lue dans des tables en fonction du nombre de degrés de liberté correspondant.

Une formulation plus générale permet de tester une chaîne de Markov d'ordre r contre une chaîne d'ordre v (v > r).

$$\chi^2_{obs} = \sum_{E_1, E_2, \ldots, E_{v+1}} \frac{\left[N(E_1, E_2, \ldots, E_{v+1}) - N(E_1, \ldots, E_v, .) * \dfrac{N(E_{v-r+1}, \ldots, E_{v+1}, ., \ldots)}{N(E_{v-r+1}, \ldots, E_v, ., \ldots)} \right]^2}{N(E_1, \ldots, E_v, .) * \dfrac{N(E_{v-r+1}, \ldots, E_{v+1}, ., \ldots)}{N(E_{v-r+1}, \ldots, E_v, ., \ldots)}}$$

χ^2_{obs} suit asymptotiquement une distribution χ^2 à $(s^{v+1} - s^v) - (s^{r+1} - s^r)$ degrés de liberté.

Malheureusement, pour l'utilisateur, le terme asymptotiquement manque de précision. On sait seulement que plus l'échantillon est important meilleures sont les conditions d'utilisation.

Le rapport de vraisemblance permet également de tester l'ordre d'une chaîne de Markov.

Soit par exemple à tester une chaîne de Markov d'ordre r — 1 = 0 contre une chaîne d'ordre r = 1.

On pose les fonctions de vraisemblance pour ces deux hypothèses :

$$L(r) = L(1) = \prod_{ij} P(j/i)^{n_{ij}}$$

$$L(r - 1) = L(0) = \prod_{j} P(j)^{n_{\cdot j}}$$

On estime $\widehat{P}(j/i)$ par $\frac{n_{ij}}{n_{i\cdot}}$ et $\widehat{P}(j)$ par $\frac{n_{\cdot j}}{N_2}$ avec N_2 = nombre total de séquences de deux événements.

Si H_0 est vraie (H_0 = hypothèse sur l'ordre le plus faible r — 1, ici : 0 ou indépendance), on peut montrer que la quantité $-2 \log_e \lambda$ où λ est le rapport de vraisemblance tel que :

$$\lambda = \frac{L(r - 1)}{L(r)}$$

suit asymptotiquement une distribution χ^2 à $s^{r-1}(s - 1)^2$ degrés de liberté.

Ce test approcherait la distribution χ^2 plus lentement que le test précédent, mais serait asymptotiquement plus puissant sous certaines conditions.

Cependant, les 2 tests sont asymptotiquement équivalents sous l'hypothèse nulle. A priori, le test du rapport de vraisemblance ne présente donc pas d'avantages par rapport au test du χ^2.

Dans l'exemple choisi, on a :

$$-2 \log_e \lambda = -2 \left\{ \sum_i n_{\cdot j} \log_e \frac{n_{\cdot j}}{N_2} - \sum_{ij} n_{ij} \log_e \frac{n_{ij}}{n_{i\cdot}} \right\}$$

qu'on peut écrire :

$$-2 \log_e \lambda = 2 \left\{ \sum_{ij} n_{ij} \log_e \frac{n_{ij}}{n_{i\cdot}} - \sum_i \sum_j n_{ij} \log_e \frac{n_{\cdot j}}{N_2} \right\}$$

ou encore :

$$\boxed{2 \sum_i \sum_j n_{ij} \left(\log_e \frac{n_{ij}}{n_{i\bullet}} - \log_e \frac{n_{\bullet j}}{N_2} \right)}$$

expression qu'on rencontre le plus fréquemment.

En développant l'expression ci-dessus, on a :

$$2 \sum_{ij} n_{ij} \left\{ \log_e n_{ij} - \log_e n_{i\bullet} - \log_e n_{\bullet j} + \log_e N_2 \right\}$$

ou encore :

$$\boxed{2\, N_2 \log_e N_2 - 2 \sum_i n_{i\bullet} \log_e n_{i\bullet} - 2 \sum_j n_{\bullet j} \log_e n_{\bullet j} + 2 \sum_i \sum n_{ij} \log_e n_{ij}} \qquad (1)$$

Théoriquement, sur des séries fermées, $n_{i\bullet} = n_{\bullet i}$ (nombre d'états E_i dans la série), si bien qu'on peut écrire l'expression ci-dessus sous la forme :

$$\boxed{2\, N_2 \log_e N_2 - 4 \sum_i n_i \log_e n_i + 2 \sum_i \sum_j n_{ij} \log_e n_{ij}} \qquad (2)$$

Pratiquement, quand on travaille sur une période limitée (le mois) donc sur des séries ouvertes et en ne retenant que les séquences complètes de r événements, $n_{i\bullet}$ est souvent numériquement légèrement différent de $n_{\bullet i}$.

Ainsi, sur la série de 2 états suivante :

1	2	2	2	1	2

(6 états successifs)

sur laquelle on examine les couples successifs (6 — 1 = 5 couples), on aboutit au tableau suivant :

Etat à l'instant t-1 \ Etat à l'instant t	1	2	
1	n_{11} 0	n_{12} 2	$n_{1.}$ 2
2	n_{21} 1	n_{22} 2	$n_{2.}$ 3
	$n_{.1}$ 1	$n_{.2}$ 4	N_2 5

Dans cet exemple $n_{\cdot 1} = 1$ est différent de $n_{1\cdot} = 2$. Les résultats donnés par les formules (1) et (2) sont donc en pratique sensiblement différents.

Pour l'exemple particulier du test d'une chaîne de Markov d'ordre $r - 1 = 0$ contre une chaîne d'ordre $r = 1$, on peut montrer pour l'hypothèse nulle vraie, que l'expression du test du rapport de vraisemblance est asymptotiquement équivalente à celle du test du χ^2 qui, dans ce cas précis, a pour expression :

$$\chi^2 = \sum_i \sum_j \frac{\left(n_{ij} - \frac{n_{i\cdot}\, n_{\cdot j}}{N_2}\right)^2}{\frac{n_{i\cdot}\, n_{\cdot j}}{N^2}} = \sum_i \sum_j \frac{(n_{ij} - \hat{e}_{ij})^2}{\hat{e}_{ij}}$$

Si on admet avec CHATFIELD (1973) que l'on a :

$$\log_e \frac{a}{b} \simeq a^2 - b^2/2\, ab \text{ pour } a \simeq b$$

on peut développer l'expression $\frac{(n_{ij} - \hat{e}_{ij})^2}{\hat{e}_{ij}}$ de la façon suivante :

$$\frac{n_{ij}^2 - 2\, n_{ij}\, \hat{e}_{ij} + \hat{e}_{ij}^2}{\hat{e}_{ij}}$$

ou encore :

$$\frac{2\, n_{ij}\, [n_{ij}^2 - \hat{e}_{ij}^2 + 2\, \hat{e}_{ij}^2 - 2\, n_{ij}\, \hat{e}_{ij}]}{2\, n_{ij}\, \hat{e}_{ij}}$$

en identifiant n_{ij} à a et $\hat{e}_{ij}$ à b, on voit que l'expression devient :

$$2\, n_{ij} \log_e \frac{n_{ij}}{\hat{e}_{ij}} + 2\, \hat{e}_{ij} - 2\, n_{ij}.$$

Si on remplace $\hat{e}_{ij}$ par son estimation $n_{i\cdot}\, n_{\cdot j}/N_2$, la sommation sur i et j aboutit à l'expression :

$$2 \sum_i \sum_j n_{ij} \log_e n_{ij} - 2 \sum_i n_{i\cdot} \log_e n_{i\cdot} - 2 \sum_j n_{\cdot j} \log_e n_{\cdot j} + 2\, N_2 \log_e N_2 + (2\, \hat{e}_{ij} - 2\, n_{ij}).$$

Le dernier terme entre parenthèses est bien nul si l'hypothèse H_0 est vraie et on retrouve bien l'expression (1) du test du rapport de vraisemblance.

La théorie de l'information permet une approche complétant les tests précédents.

On sait que la quantité d'information associée à un événement de probabilité P est mesurée par la quantité :

$$\log_2 \frac{1}{P} = -\log_2 P.$$

Cette quantité mesure la *surprise* de voir apparaître l'événement. L'apparition d'un événement de très faible probabilité est une très grosse surprise.

Si un événement peut se produire de s façons mutuellement exclusives, chacune ayant la probabilité P(i), $i = 1, \ldots, s$, la quantité moyenne d'information apportée par une expérience est :

$$H = E\,[-\log_2 P] = -\sum_{i=1}^{s} P(i) * \log_2 P(i).$$

H mesure l'*entropie* du système, mais dans le cas qui nous occupe le *terme d'incertitude moyenne* est préférable.

Le maximum possible d'incertitude se produit quand tous les événements sont également probables, alors $H = \log_2 s$.

Le minimum d'incertitude est 0 quand un évènement est certain.

Si sur N_1 observations on a observé n_1 fois l'évènement E_1, n_2 fois l'évènement E_2, ..., n_s fois l'évènement E_s $(n_1 + n_2 + \ldots + n_s = N_1)$, l'estimation de l'incertitude moyenne H d'une épreuve est obtenue en estimant d'abord :

$$\widehat{P}(i) = \frac{n_i}{N_1},$$

puis

$$\widehat{H} = -\sum_{i=1}^{s} \left\{ \frac{n_i}{N_1} \log_2 \frac{n_i}{N_1} \right\}$$

ou encore :

$$\widehat{H} = \log_2 N_1 - N_1^{-1} \sum_{i=1}^{s} n_i \log_2 n_i.$$

Les propriétés de cet estimateur sont encore mal explorées.

Pour tester la dépendance entre les événements successifs, on peut utiliser l'*incertitude moyenne conditionnelle.*

Soit par exemple à tester l'indépendance contre une dépendance d'ordre 1.

On va estimer l'incertitude moyenne des couples d'événements E_{ij} :

$$H\ (\text{couples}) = -\sum_{i=1}^{s} \sum_{j=1}^{s} P(i,j) \log_2 P(i,j).$$

Si les événements sont indépendants, on constate facilement que H (couples) = 2 H.

En cas de dépendance :

$$H < H\ (\text{couple}) < 2\ H.$$

La différence : $H_2 = H\ (\text{couple}) - H$ mesure l'*incertitude conditionnelle moyenne d'un événement connaissant l'événement précédent.*

$$H_2 = -\sum_{i=1}^{s} \sum_{j=1}^{s} P(i,j) * \log_2 P(j/i).$$

Pour les estimations, il faut veiller à avoir le même nombre d'observations.

On aura :

$$\widehat{H}\ (\text{couples}) = \log_2 N_2 - N_2^{-1} \sum_{i=1}^{s} \sum_{j=1}^{s} n_{ij} \log_2 n_{ij}$$

$$\widehat{H} = \log_2 N_2 - N_2^{-1} \sum_{i=1}^{s} n_{i}. \log_2 n_{i}.$$

N_2 est le nombre total de couples observés :

$$\widehat{H}_2 = \widehat{H}\ (\text{couples}) - \widehat{H}.$$

On estime de même des incertitudes conditionnelles d'ordre plus élevé :

$$H_3 = H\ (\text{triplés}) - H\ (\text{couples})$$

$$H_i = H\ (\text{i plés}) - H\ (i - 1\ \text{plés})$$

Si on pose $H_0 = \log_2 s$ et $H_1 = H$,
la séquence $H_0, H_1, H_2, \ldots$ décroît de manière monotone.

La différence $T_i = H_i - H_{i+1}$ mesure le gain obtenu en basant les prévisions sur les i résultats précédents plutôt que sur les i — 1 ièmes.

La question se pose donc de savoir si $\widehat{T}_i = \widehat{H}_i - \widehat{H}_{i+1}$ est suffisamment grand.

En développant la quantité :

$$2 \log_e 2 N_{i+1} T_i$$

pour i = 1 par exemple, on obtient :

$$2 N_2 \log_e N_2 - 4 \sum_i ni. \log_e ni. + 2 \sum_i \sum_j n_{ij} \log_e n_{ij}.$$

Soit l'expression (2) du test du rapport de vraisemblance pour tester l'indépendance contre une dépendance d'ordre 1.

L'intérêt de la méthode résiderait donc d'abord dans le fait qu'en portant graphiquement les valeurs de $\widehat{H}_i$ en fonction de i, on visualise la décroissance successive des incertitudes conditionnelles. Toute chute importante de l'incertitude conditionnelle indiquerait que la connaissance des états précédents est utile pour prévoir l'état suivant.

Ensuite, on peut associer aux graphiques les tests du rapport de vraisemblance puisque la quantité $2 \log_e 2 N_{i+1} \widehat{T}_i$ suit asymptotiquement une distribution χ^2 et permet de tester une dépendance d'ordre i + 1 contre une dépendance d'ordre i avec $s^{i-1} (s - 1)^2$ degrés de liberté.

4. COMPARAISON DES MÉTHODES

D'un point de vue théorique, d'après les démonstrations du paragraphe précédent, les différentes méthodes présentées sont toutes asymptotiquement équivalentes sous l'hypothèse H_0.

Compte tenu de la signification ambiguë du terme asymptotique dans les applications pratiques, nous avons comparé les résultats numériques donnés par les différents tests sur la série pluviographique de Montpellier - Bel-Air. Un programme FORTRAN nous a permis d'effectuer tous les calculs sur l'ordinateur du centre de calcul.

Dans un premier temps, le dénombrement des séquences de k intervalles pouvant prendre 2 états s'effectuait par l'intermédiaire d'un tableau à k indices, chacun des indices prenant 2 valeurs correspondant respectivement aux états secs et pluvieux. Le nombre des indices étant limité à 7, cette façon de procéder nous interdisait les tests sur les ordres supérieurs à 6. Pour nous libérer de cette contrainte, nous avons mis au point un algorithme qui permet le même dénombrement à partir d'un vecteur à une dimension sans limitation pour k. Cet algorithme peut être facilement généralisé pour s'adapter à un nombre s d'états différent de 2.

Dans tous les cas étudiés, les deux tests principaux : test du rapport de vraisemblance et test du χ^2, nous ont donné des résultats voisins, à condition d'utiliser pour le calcul du rapport de vraisemblance la formule (1) du paragraphe précédent. La formule (2) en effet donne des résultats assez différents, souvent négatifs et qui se succèdent de manière plus anarchique.

A titre d'illustration, nous donnons dans le tableau 4.1 les résultats obtenus pour une durée de 24 heures d'origine 0 heure, la durée étant considérée comme pluvieuse si la hauteur précipitée est égale ou supérieure à 1 millimètre (seuil égal à 1 mm). Dans ce tableau, une croix a été mise à la place des nombres quand le test n'a pas pu être effectué parce que certaines séquences n'ont pas été observées.

Dans les pages suivantes, nous ne considérerons donc plus qu'un seul test, le plus connu, celui du χ^2.

En ce qui concerne la décroissance des incertitudes conditionnelles en fonction de l'ordre considéré, elle est conforme à la théorie. Mais, faute de test approprié pour décider qu'une décroissance est ou n'est pas significative, le report graphique de cette décroissance n'apporte rien par rapport aux tests traditionnels.

5. SENSIBILITÉ DU TEST χ^2

Alors que le comportement asymptotique de ce test est bien connu, nous avons déjà souligné la difficulté qu'il y a en pratique à se situer par rapport à cette limite. Nous avons donc procédé à une étude expérimentale et comparé les résultats obtenus sur plusieurs échantillons tirés de la même population. Plutôt que de fractionner un échantillon dont l'effectif n'est jamais trop important, nous avons considéré plusieurs échantillons de la même durée, obtenus en décalant seulement l'origine de l'intervalle considéré. Cela suppose bien entendu la stationnarité

TABLEAU 4.1

DURÉE 24 HEURES D'ORIGINE 0 HEURE. SEUIL 1 MM
COMPARAISON DES TESTS D'ORDRE POUR UNE CHAINE DE MARKOV

Test de $H_0 = 0$ contre $H = 1$ DDL = 1

	Valeur calculée de χ^2												$\chi^2_{0.950}$	$\chi^2_{0.990}$	$\chi^2_{0.999}$
Mois	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D			
Rapport de vrais(2)	116	62	168	56	53	19	50	13	69	81	147	115	3.84	6.63	10.83
Rapport de vrais(1)	116	84	162	64	39	12	27	36	81	95	134	113			
Test du χ^2	143	110	187	74	43	13	35	44	97	109	150	127			

Test de $H_0 = 1$ contre $H = 2$ DDL = 2

	Valeur calculée de χ^2												$\chi^2_{0.950}$	$\chi^2_{0.990}$	$\chi^2_{0.999}$
Mois	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D			
Rapport de vrais(2)	-2.8	0.6	14.0	-0.04	17.2	14.5	-8.8	-10.1	-16.2	11.7	-1.5	5.2	5.99	9.21	13.82
Rapport de vrais(1)	10.4	10.4	4.0	2.9	2.7	0.3	2.5	2.6	1.5	9.9	0.4	11.8			
Test du χ^2	12.3	12.5	4.0	2.8	2.8	0.3	2.4	2.4	1.5	10.7	0.5	13.1			

Test de $H_0 = 2$ contre $H = 3$ DDL = 4

	Valeur calculée de χ^2												$\chi^2_{0.950}$	$\chi^2_{0.990}$	$\chi^2_{0.999}$
Mois	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D			
Rapport-de-vrais(2)	11.2	0.9	18.0	19.7	4.8	-0.4		-0.6	18.2	-11.8	0.1	17.8	9.49	13.3	18.47
Rapport de vrais(1)	1.1	7.4	14.8	7.5	1.0	1.9		0.9	8.1	5.3	3.4	7.9			
Test du χ^2	1.1	7.7	15.3	7.8	1.0	2.0		0.9	8.0	5.3	3.4	9.4			

Test de $H_0 = 3$ contre $H = 4$ DDL = 8

	Valeur calculée du χ^2												$\chi^2_{0.950}$	$\chi^2_{0.990}$	$\chi^2_{0.999}$
Mois	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D			
Rapport de vrais(2)	-22.1		12.6	10.7						-10.0	-15.2	8.7	15.5	20.1	26.12
Rapport de vrais(1)	15.1		2.6	9.1						6.4	3.4	4.7			
Test du χ^2	14.9		2.6	8.6						6.7	3.4	4.8			

du phénomène sur une durée inférieure au mois, en particulier la non existence d'un cycle diurne, ce que nous avons précédemment vérifié (Journées d'Etude de la Société Hydrotechnique de France, 10 et 11 juin 1976).

Nous avons aussi obtenu des échantillons différents en changeant les seuils qui distinguent les états secs et pluvieux.

5.1. Influence de l'origine des intervalles de temps

Premier exemple

Sur une durée de 24 heures avec un seuil de 1 mm pour déterminer les états secs et pluvieux, nous avons obtenu 4 échantillons différents en prenant l'origine des intervalles respectivement à 0 heure, 6 heures, 12 heures et 18 heures.

Le tableau 5.1. permet de comparer les résultats du test χ^2 pour chacun des 4 échantillons.

Tableau 5.1

DÉPENDANCE DES ÉTATS PLUVIEUX. DURÉE 24 HEURES. SEUIL 1 MM. RÉSULTATS DU TEST χ^2

1) *Origine à 0 heure*

Ordre pour H_0	Ordre pour H	DDL	Valeur calculée de χ^2												$\chi^2_{0.990}$
			J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D	
0	1	1	143	110	187	74	43	13	35	44	97	109	150	127	6.63
1	2	2	12.3	12.5	4.1	2.8	2.8	0.3	2.4	2.4	1.5	10.7	0.5	13.1	9.21
2	3	4	1.1	7.7	15.3	7.8	1.0	2.0		0.9	8.0	5.3	3.4	8.4	13.3

2) *Origine à 6 heures*

Ordre pour H_0	Ordre pour H	DDL	Valeur calculée de χ^2												$\chi^2_{0.990}$
			J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D	
0	1	1	103	123	182	119	45	16	18	41	62	137	156	151	6.63
1	2	2	14.7	5.0	10.8	3.3	1.1	2.8	3.3	2.5	0.3	4.8	3.3	8.2	9.21
2	3	4	8.6	5.1	3.9	2.0	2.3	5.8		4.5	4.3	2.2	3.4	15.1	13.3

3) *Origine à 12 heures*

Ordre pour H_0	Ordre pour H	DDL	Valeur calculée de χ^2												$\chi^2_{0.990}$
			J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D	
0	1	1	162	12C	182	103	52	26	22	45	81	127	141	132	6.63
1	2	2	6.0	20.6	20.3	1.8	3.4	0.8	0.1	1.2	0.2	6.4	3.1	12.7	9.21
2	3	4	15.3	13.0	0.9	3.1	5.2	2.0	2.4	11.7	5.9	2.7	2.4	12.7	13.3

4) *Origine à 18 heures*

Ordre pour H_0	Ordre pour H	DDL	Valeur calculée de χ^2												$\chi^2_{0.990}$
			J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D	
0	1	1	183	119	197	95	49	32	25	16	103	119	154	123	6.63
1	2	2	13.1	13.4	6.7	0.3	1.8	0.3	2.9	0.1	4.1	9.6	3.4	16.8	9.21
2	3	4	19.6	9.8	7.7	1.7	2.3	6.7		4.7	7.5	2.0	2.1	18.5	13.3

L'hypothèse d'indépendance est toujours rejetée quel que soit le seuil de signification retenu. Si on admet que pour un ordre donné la valeur de χ^2 calculé ne peut être supérieure à la valeur calculée pour un ordre inférieur, on voit que l'ordre 1 suffit pour décrire la succession des états pluvieux dans la majorité des cas. Cependant pour quelques mois qu'on pourrait qualifier de froids (entre octobre et mars) l'ordre 2 serait nécessaire, ceci quel que soit le seuil de signification retenu. Mais ces mois froids n'apparaissent pas systématiquement dans tous les échantillons.

Sur les 4 échantillons, en retenant les seuils de signification les plus courants (5% et 1%), le nombre de fois où un modèle d'ordre 2 serait nécessaire pour décrire la succession des états pluvieux, s'établit de la manière suivante :

	Seuil 5%	*Seuil 1%*
Octobre	3	2
Novembre	0	0
Décembre	4	3
Janvier	4	3
Février	3	3
Mars	3	2

La désignation de ces mois froids selon les échantillons s'établit comme suit :

	Seuil 5%	*Seuil 1%*
Échantillon d'origine 0 h	O D J F	O D J F
» » 6 h	D J M	J M
» » 12 h	O D J F M	D F M
» » 18 h	O D J F M	O D J F

Avec une telle dispersion, il est vain de vouloir tirer des conclusions catégoriques. On peut seulement conclure qu'il existe une saison froide pendant laquelle une chaîne de Markov d'ordre 2 convient mieux qu'une chaîne d'ordre 1 pour décrire la succession des états pluvieux.

On peut s'aider d'une hypothèse déterministe pour délimiter cette saison froide et admettre par exemple qu'il ne saurait y avoir de discontinuité brutale et qu'un mois isolé ne saurait se comporter très différemment des 2 mois qui l'encadrent. Dans ces conditions, janvier et février feraient toujours partie de la saison froide et selon les échantillons et les seuils de signification retenus, la saison froide serait :

1 fois	J	F	M			
2 fois	D	J	F	M		
3 fois	O	N	D	J	F	
2 fois	O	N	D	J	F	M

Second exemple

Avec un intervalle de 12 heures et un seuil de 1 mm pour séparer les états secs et pluvieux, nous avons obtenu 3 échantillons différents en prenant l'origine des intervalles respectivement à 0 heure, 4 heures et 8 heures.

Le tableau 5.2 permet de comparer les résultats du test χ^2 pour chacun des 3 échantillons.

On remarque que :

— Pour certains mois, l'ordre 1 suffit toujours pour décrire la succession des états pluvieux. Ce sont les mois de mai, juin, juillet.

— Pour d'autres mois, selon les échantillons et les seuils de signification retenus, l'ordre 2 serait nécessaire. Le nombre de fois où il en est ainsi s'établit de la manière suivante :

	Seuil 5%	*Seuil 1%*
Août	2	0
Septembre	1	0
Octobre	1	1
Novembre	3	3
Décembre	3	3
Janvier	2	1
Février	3	1
Mars	3	3
Avril	3	2

TABLEAU 5.2

DÉPENDANCE DES ÉTATS PLUVIEUX. DURÉE 12 HEURES. SEUIL 1 MM. RÉSULTATS DU TEST DU χ^2

1) *Origine 0 heure*

Ordre pour H_0	Ordre pour H_1	DDL	Valeur calculée de χ^2												$\chi^2_{0.950}$	$\chi^2_{0.990}$
			J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D		
0	1	1	364	359	606	365	241	123	120	160	377	474	408	473	3.84	6.63
1	2	2	26.5	17.0	15.6	8.2	2.1	2.1	4.5	7.2	5.7	5.4	28.0	11.1	5.99	9.21
2	3	4	24.3	7.0	12.4	4.4	10.6		1.2	2.7	4.2	8.6	11.2	8.8	9.49	13.3
3	4	8	13.3		6.0	2.6	6.5				7.1		4.2	33.0	15.5	20.1

2) *Origine 4 heures*

Ordre pour H_0	Ordre pour H_1	DDL	Valeur calculée de χ^2												$\chi^2_{0.950}$	$\chi^2_{0.990}$
			J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D		
0	1	1	552	395	611	403	224	168	78	142	314	402	432	515	3.84	6.63
1	2	2	3.4	8.5	14.8	16.8	3.5	3.5	2.0	7.0	8.4	13.2	19.9	11.5	5.99	9.21
2	3	4	10.2	13.1	15.6	1.1	2.9	3.3		3.6	1.7	7.8	8.9	13.1	9.49	13.3
3	4	8	11.1			9.9	6.2				7.4	10.2	6.3	15.3	15.5	20.1

3) *Origine 8 heures*

Ordre pour H_0	Ordre pour H_1	DDL	Valeur calculée de χ^2												$\chi^2_{0.950}$	$\chi^2_{0.990}$
			J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D		
0	1	1	479	432	590	384	206	183	82	150	333	443	500	458	3.94	6.63
1	2	2	8.8	7.8	17.9	10.1	3.2	0.8	0.9	4.0	2.9	4.8	14.8	9.2	5.99	9.21
2	3	4	12.7	13.6	12.7	8.1	4.7	2.0		17.7	1.7	6.3	8.3	6.2	9.49	13.3
3	4	8	13.1		10.9	8.2	9.3					11.9	4.9	10.5	15.5	20.1

— Enfin, l'ordre 3 apparaît pour quelques mois avec la fréquence suivante :

	Seuil 5%	*Seuil 1%*
Novembre	1	0
Janvier	1	1
Mars	2	0

Comme pour l'exemple précédent, les conclusions sont loin d'être évidentes. Si l'ordre 3 peut être écarté dans une modélisation à but utilitaire, la nécessité de l'ordre 2 apparaît ici encore pendant une saison froide qui, si on s'en tient au seuil de signification 1%, irait d'octobre à avril avec peut-être une interruption pendant les mois de janvier et février.

5.2. Influence du seuil sur l'ordre de la dépendance

Il ne s'agit plus ici d'examiner uniquement l'influence des fluctuations d'échantillonnage, mais d'étudier le phénomène lui-même en modifiant la définition des états pluvieux.

Premier exemple

Pour un intervalle de 24 heures d'origine 0 heure, nous avons considéré 3 seuils : 1/10e de mm, 1 mm et 5 mm.

Le tableau 5.3 rassemble les résultats.

Tableau 5.3

DÉPENDANCE DES ÉTATS PLUVIEUX. DURÉE 24 HEURES. ORIGINE 0 HEURE. RÉSULTATS DU TEST DU χ^2

1) *Seuil 0,1 mm*

Ordre pour H_0	Ordre pour H	DDL	Valeur calculée de χ^2												$\chi^2_{0.95}$	$\chi^2_{0.99}$
			J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D		
0	1	1	211	164	207	150	123	87	72	115	134	212	197	224	3.84	6.63
1	2	2	8.3	19.7	2.5	0.6	12.5	4.0	3.0	7.4	7.6	3.2	1.2	2.4	5.99	9.21
2	3	4	8.6	1.4	19.7	3.8	2.1	2.5	6.4	2.2	7.5	4.7	113	11.2	9.49	13.3

2) *Seuil 1,0 mm*

Ordre pour H_0	Ordre pour H_1	DDL	Valeur calculée de χ^2												$\chi^2_{0.95}$	$\chi^2_{0.99}$
			J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D		
0	1	1	143	110	187	74	43	13	35	44	97	109	150	127	3.84	6.63
1	2	2	12.3	12.5	4.1	2.8	2.8	0.3	2.4	2.4	1.5	10.7	0.5	13.1	5.99	9.21
2	3	4	1.1	7.7	15.3	7.8	1.0	2.0		0.9	8.0	5.3	3.4	8.4	9.49	13.3

3) *Seuil 5,0 mm*

Ordre pour H_0	Ordre pour H_1	DDL	Valeur calculée de χ^2												$\chi^2_{0.95}$	$\chi^2_{0.99}$
			J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D		
0	1	1	80	115	125	51	38	18	7.8	9.5	76	86	131	132	3.84	6.63
1	2	2	27.5	14.8	0.07	8.7	10.2	1.9		0.6	0.8	9.7	1.0	3.9	5.99	9.21
2	3	4	3.9	20.7	3.9		4.1				4.8	3.5	5.1	1.7	9.49	13.3

Comme dans le premier exemple du paragraphe 5.1, on trouve au seuil de signification 1 % et quel que soit le seuil, un certain nombre de mois froids où l'ordre 2 serait nécessaire pour décrire le phénomène, mais contrairement à ce qu'on peut penser au premier abord, une augmentation du seuil ne fait pas diminuer le nombre de ces mois froids.

Deuxième exemple

Pour un intervalle de 12 heures d'origine 0 heure, nous avons considéré les 3 seuils précédents et obtenu les résultats du tableau 5.4.

Ces résultats confirment ceux de l'exemple précédent : une élévation du seuil ne diminue pas le nombre des mois où une chaîne de Markov d'ordre supérieur à 1 serait nécessaire pour décrire la succession des épisodes secs et pluvieux.

TABLEAU 5.4

DÉPENDANCE DES ÉTATS PLUVIEUX. DURÉE 12 HEURES. ORIGINE 0 HEURES. RÉSULTATS DU TEST DU χ^2

1) *Seuil 0,1 mm*

Ordre pour H_0	Ordre pour H	DDL	Valeur calculée de χ^2												$\chi^2_{0.95}$	$\chi^2_{0.99}$
			J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D		
0	1	1	546	583	665	582	483	317	154	375	543	623	535	626	3.84	6.63
1	2	2	34.0	4.9	19.8	8.8	5.3	7.5	6.9	25.9	6.2	19.4	34.7	15.2	5.99	9.21
2	3	4	7.3	8.0	6.9	0.30	7.1	1.6	7.8	8.0	4.9	8.4	2.8	23.6	9.49	13.3

2) *Seuil 1,0 mm*

Ordre pour H_0	Ordre pour H_1	DDL	Valeur calculée de χ^2												$\chi^2_{0.95}$	$\chi^2_{0.99}$
			J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D		
0	1	1	364	359	606	365	241	123	120	160	377	474	408	473	3.84	6.63
1	2	2	26.5	17.0	15.6	8.2	2.1	2.1	4.5	7.2	5.7	5.4	28.0	11.1	5.99	9.21
2	3	4	24.3	7.0	12.4	4.4	10.6		1.2	2.7	4.2	8.6	11.2	8.8	9.49	13.3
3	4	8	13.3		6.0	2.6	6.5				7.1		4.2	33.0	15.5	20.1

3) *Seuil 5,0 mm*

Ordre pour H_0	Ordre pour H_1	DDL	Valeur calculée de χ^2												$\chi^2_{0.95}$	$\chi^2_{0.99}$
			J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D		
0	1	1	337	346	408	246	107	65	23	47	273	299	251	435	3.84	6.63
1	2	2	42.0	45.5	24.4	0.6	4.4	5.4		8.9	11.6	5.8	22.0	15.4	5.99	9.21
2	3	4	4.5	2.6	5.8	3.9	9.7				5.2	6.7	16.1	7.3	9.49	13.3

6. ORDRE DE LA DÉPENDANCE EN FONCTION DE LA DURÉE DES INTERVALLES

Outre les intervalles de durée 24 heures et 12 heures que nous avons étudiés précédemment dans différentes conditions d'origine et de seuil, nous avons effectué les tests pour le seuil 0,1 mm et pour les intervalles :

— 36 heures d'origine 0 heure le 01-01-1920
— 18 heures » » »
— 6 heures » » »
— 3 heures » » »
— 1 heure » » »
— 15 minutes » » »

Les résultats figurent dans les tableaux A 1, A 2, et A 3.

TABLEAU A 1

DÉPENDANCE DES ÉTATS PLUVIEUX. SEUIL 0,1 MM. RÉSULTATS DU TEST DU χ^2

1) *Durée 36 heures. Origine 0 heure le 01-01-1920*

Ordre pour H_0	Ordre pour H_1	DDL	Valeur calculée de χ^2												$\chi^2_{0.95}$	$\chi^2_{0.99}$
			J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D		
0	1	1	92	102	86	53	34	26.5	16	39	47	90	62	111	3.84	6.63
1	2	2	9.7	2.4	6.5	1.5	1.6	2.9	2.2	0.9	1.7	3.7	6.3	8.1	5.99	9.21
2	3	4	5.9	18.0	12.1	2.7	3.1	6.6	4.2	5.1	7.0	3.9	7.0	6.5	9.49	13.3

2) *Durée 18 heures. Origine 0 heure le 01-01-1920*

Ordre pour H_0	Ordre pour H_1	DDL	Valeur calculée de χ^2												$\chi^2_{0.95}$	$\chi^2_{0.99}$
			J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D		
0	1	1	299	279	370	283	215	141	93	195	267	333	288	293	3.84	6.63
1	2	2	11.2	10.5	1.6	5.0	1.5	4.1	3.6	9.3	5.2	21.5	6.0	36.3	5.99	9.21
2	3	4	7.2	11.1	7.2	2.7	4.5	9.6	2.1	7.6	0.7	7.4	6.1	7.4	9.49	13.3

3) *Durée 6 heures. Origine 0 heure*

Ordre pour H_0	Ordre pour H_1	DDL	Valeur calculée de χ^2												$\chi^2_{0.95}$	$\chi^2_{0.99}$
			J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D		
0	1	1	1841	1549	1890	1596	1475	859	704	1191	1433	1721	1711	1875	3.84	6.63
1	2	2	48.4	91.5	74.5	74.5	56.5	62.9	11.9	45.4	80.1	81.0	38.8	38.2	5.99	9.21
2	3	4	24.5	10.2	45.3	11.0	21.3	20.1	9.6	13.3	31.6	15.6	32.3	22.6	9.49	13.3
3	4	8	19.4	18.9		20.0	8.9	3.3		12.9	7.2	19.4	27.3	18.2	15.5	20.1
4	5	16	11.9			17.0	17.1				7.6		20.6	20.3	26.3	32.0

TABLEAU A 2

DÉPENDANCE DES ÉTATS PLUVIEUX. SEUIL 0,1 MM. RÉSULTATS DU TEST DU χ^2

4) *Durée 3 heures. Origine 0 heure*

Ordre pour H_0	Ordre pour H_1	DDL	Valeur calculée de χ^2												$\chi^2_{0.95}$	$\chi^2_{0.99}$
			J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D		
0	1	1	4792	4401	5085	4525	3544	2510	2498	3226	3851	4500	4584	4970	3.84	6.63
1	2	2	168.4	121.9	225.4	187.0	195.7	73.1	87.2	143.2	261.8	207.6	206.8	291.3	5.99	9.21
2	3	4	119.9	102.1	37.7	77.9	116.8	55.8	6.2	49.6	70.3	94.5	60.2	61.2	9.49	13.3
3	4	8	31.3	45.9	40.9	36.2	45.0	46.4			23.1	38.9	51.6	20.3	15.5	20.1
4	5	16	15.3			43.5	43.8				66.5	26.0	23.3		26.3	32.0

5) *Durée 1 heure. Origine 0 heure*

Ordre pour H_0	Ordre pour H	DDL	Valeur calculée de χ^2												$\chi^2_{0.95}$	$\chi^2_{0.99}$
			J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D		
0	1	1	20412	18693	21747	18798	16029	12690	12839	15365	16060	18580	19240	21277	3.84	6.63
1	2	2	1161	787	740	946	777	639	278	527	991	1258	1142	799	5.99	9.21
2	3	4	457	349	425	301	326	295	149	276	433	435	391	478	9.49	13.3
3	4	8	181	189	227	155	181	131		155	208	197	171	210	15.5	20.1
4		16	59	95		230	98				219	118	56	180	26.3	32.0

TABLEAU A 3

DÉPENDANCE DES ÉTATS PLUVIEUX. SEUIL 0,1 MM. RÉSULTATS DU TEST DU χ^2

5) *Durée 15 minutes. Origine 0 heure*

Ordre pour H_0	Ordre pour H	DDL	Valeur calculée de χ^2												$\chi^2_{0.95}$	$\chi^2_{0.99}$
			J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D		
0	1	1	96748	84392	96672	86899	87618	74382	68333	72434	87141	90060	86463	99161	3.84	6.63
1	2	2	14695	18741	21711	20808	8858	7086	11608	17113	9341	13796	20005	17083	5.99	9.21
2	3	4	4391	3111	4123	2248	3064	1645	2044	1962	2191	2820	3529	3779	9.49	13.3
3	4	8	1108	1508	1814	1818	880	847	366	1008	677	1384	1332	1645	15.5	20.1
4	5	16	847	683	968	497	625	383	137	875	594	561	514	877	26.3	32.0
5	6	32	1082	533	540	501	292	237		455	578	512	558	447	46.2	53.5
6	7	64	376		346									377	83.7	93.2

Si on considère les intervalles par durées décroissantes comme ils figurent dans les tableaux, on voit que dès la durée 6 heures, le nombre de données ne permet pas d'effectuer tous les tests nécessaires. Pour cette durée, au mois de mars, on peut seulement dire que la dépendance est au moins d'ordre 3, parce qu'il est impossible de tester les dépendances d'ordre supérieur, faute d'avoir observé certaines séquences des états secs et pluvieux. Cette limitation concerne la totalité des mois pour les durées 1 heure et 15 minutes.

A partir des résultats obtenus interprétés très librement compte tenu de leur grande sensibilité aux fluctuations d'échantillonnage, on peut esquisser à Montpellier - Bel-Air pour les états secs et pluvieux l'évolution suivante de l'ordre de la dépendance en fonction de la durée considérée :

Durée	*Mois chauds avril à septembre*	*Mois froids octobre à mars*
36 heures	1	1
24 heures	1	2
18 heures	1	2
12 heures	1	2
6 heures	3	3
3 heures	4	4
1 heure	au moins 5	au moins 5
15 minutes	au moins 6	au moins 7

Les résultats importants qui se dégagent de ce tableau sont d'une part la grande stabilité de l'ordre de la dépendance entre les durées 12 heures et 24 heures et d'autre part la distinction de deux saisons qu'il convient de faire pour ces durées, distinction qui n'a pas lieu d'être pour des durées plus grandes et plus petites.

7. CONCLUSION

La modélisation des pluies s'est surtout effectuée jusqu'ici pour des intervalles de durée 24 heures avec une chaîne de Markov d'ordre 1 pour décrire la succession des états secs et pluvieux.

A Montpellier - Bel-Air, il faudrait porter la durée des intervalles au voisinage de 36 heures pour que le schéma convienne.

Pour des intervalles compris entre 12 heures et 24 heures, le schéma ne convient que pour les mois chauds. Nous avons d'ailleurs eu l'occasion de constater que les lois des durées des épisodes secs déduites du schéma d'ordre 1 ne conviennent que pour ces mois (Journées d'Étude de la Société Hydrotechnique de France, 10 et 11 juin 1976).

Pour des intervalles de durée compris entre 12 et 3 heures, il est possible de décrire la succession des états secs et pluvieux à Montpellier - Bel-Air par une chaîne de Markov d'ordre supérieur à 1 sans distinguer de saison.

Pour des intervalles de durée inférieure à 3 heures, un modèle markovien ne pourrait pas être utilisé en pratique pour décrire la succession des états secs et pluvieux puisqu'il n'est pas possible d'estimer toutes les probabilités de transition malgré 52 années d'observation.

8. BIBLIOGRAPHIE

Besson (L.) – 1924 – La pluie à Paris d'après 50 années d'observations. *Ann. Serv. Techn. d'Hygiène de la Ville de Paris.*

Billingsley (P.) – 1961 – Statistical methods in Markov chains. *Annals of Mathematical Statistics.* Vol. 32, p. 12-40.

Chatfield (C.) – 1973 – Statistical inference regarding Markov chain models. *Applied Statistics.* Vol. 22, n° 1, p. 7-20.

Grisollet (H.), Guilmet (B.) et Arlery (R.) – 1962 – *Climatologie, méthodes et pratiques.* Gauthier-Villars, Paris.

Hoel (P. G.) – 1954 – A test for Markov chains. *Biometrika.* Vol. 41, p. 430-433.

Lowry (W. P.) et Guthrie (D.) – 1968 – Markov chains of order greater than one. *Monthly weather revue.* Vol. 96, p. 798-801.

Masson (J. M.) – 1976 – Étude d'une longue série pluviométrique. Exemple de Montpellier - Bel-Air. *Journées d'Études de la Société Hydrotechnique de France, 10-11 juin 1976.*