

UNE EXPRESSION ANALYTIQUE
DU FLUX DE CHALEUR SENSIBLE
EN CONDITIONS SURADIABATIQUES
A PARTIR DE MESURES DU VENT ET DE LA TEMPÉRATURE
A DEUX NIVEAUX

par

Ch. RIOU

ORSTOM, Mission Tunisie
18, avenue Charles-Nicolle, Tunis-Belvédère, Tunisie

RÉSUMÉ

A partir des équations issues de l'analyse dimensionnelle de Monin et Obukhov, il est montré, par voie analytique, qu'on peut obtenir le flux de chaleur, en conditions suradiabatiques, en utilisant des mesures de la vitesse du vent (ΔU) et de la température ($\Delta\theta$) à deux niveaux seulement :

$$H = K_1 \Delta\theta \cdot \Delta U (1 - K_2 \Delta\theta / \Delta U^2)^{3/4}$$

La comparaison avec le calcul complet à partir des intégrales de Paulson est tout à fait satisfaisante.

Ce résultat peut être rapproché de la méthode simplifiée proposée par Itier (1980).

ABSTRACT

Using Monin-Obukhov similarity theory, one shows by means of analytical arguments, that the sensible heat flux H can be directly computed, under unstable conditions, using wind velocity and temperature measurements at two levels :

$$H = K_1 \Delta\theta \cdot \Delta U (1 - K_2 \Delta\theta / \Delta U^2)^{3/4}$$

The corresponding results are compared with those given by the method using Paulson's integrated functions.

This relation is somewhat similar to the relation proposed by Itier (1980).

O.R.S.T.O.M. Fonds Documentaire

N° 41582

Cote B

07 DEC. 1994

INTRODUCTION.

A la suite des nombreux travaux de micrométéorologie dont Dyer (1974) a effectué une revue, un certain nombre de résultats sont aujourd'hui acquis en ce qui concerne l'estimation du flux de chaleur dans l'atmosphère et constituent la base des travaux actuels.

Ces résultats peuvent être résumés par les équations :

$$\partial \theta / \partial z = -(H / \rho c_p k u_* z) \phi_h (z/L)$$

$$\partial u / \partial z = (u_* / kz) \phi_m (z/L)$$

avec

$$L = -(\rho c_p u_*^3 \theta / k g H)$$

et

$$R_i = (g/\theta) (\partial \theta / \partial z) / (\partial u / \partial z)^2$$

devient

$$R_i = (z/L) \phi_h \phi_m^{-2}$$

Dans le présent article, nous nous proposons de montrer que, sur la base de ces équations et sur celles de formes explicites de ϕ_h et ϕ_m , il est possible sous certaines conditions, de proposer une expression du flux de chaleur en conditions suradiabatiques n'utilisant que des mesures de la vitesse du vent et de la température à deux niveaux ; une telle simplification, à la fois du dispositif expérimental et des calculs, présente des avantages certains (Itier, 1980).

La démarche suivie sera d'abord celle de Priestley (1959) ; le coefficient de Priestley, explicité grâce aux fonctions ϕ de Dyer et Hicks (1970), sera ensuite mis sous une forme approchée qui permettra l'intégration de $\partial \theta / \partial z$ entre deux niveaux z et donc une formulation de H n'exigeant que l'écart de température et la valeur moyenne de z/L entre ces deux niveaux.

Nous montrerons enfin que la connaissance des écarts de température et de vitesse du vent entre ces deux niveaux suffit, dans la pratique, pour calculer H , à partir de cette formulation.

FONCTIONS ϕ_m ET ϕ_h .

Différentes formes ont été proposées pour les fonctions ϕ . Dans un article récent, Dyer (1974) a passé en revue les travaux consacrés à cette question et considéré que les expressions :

$$\phi_m = (1 - 16 z/L)^{-1/4}$$

$$\phi_h = \phi_m^2$$

(Dyer et Hicks, 1970) étaient, en conditions suradiabatiques, les plus satisfaisantes.

On en déduit pour $z/L < 0$:

$$R_i = z/L$$

La plupart des travaux expérimentaux confirment cette dernière égalité.

ANALYSE DE PRIESTLEY.

Des relations précédentes, on tire :

$$H = -[\rho c_p k^2 z^2 (\partial \theta / \partial z) (\partial u / \partial z) / \phi_m \phi_h]$$

ou encore

$$H = \rho c_p k^2 z^2 |\partial \theta / \partial z|^{3/2} (g/\theta)^{1/2} |z/L|^{-1/2} \phi_h^{-3/2}$$

Priestley (1959) introduit alors le terme sans dimension H^* :

$$H^* = k^2 |z/L|^{-1/2} \phi_h^{-3/2}$$

en fonction duquel on peut écrire :

$$\partial\theta/\partial z = -H^{2/3} H^{*-2/3} (\rho c_p)^{-2/3} (g/\theta)^{-1/3} z^{-4/3} \quad (1)$$

Des résultats expérimentaux, il conclut d'autre part que pour $-z/L > 0,025$, H^* est constant, d'où :

$$H = [\rho c_p |\Delta\theta|^{3/2} (g/\theta)^{1/2} H^*] / [3^{3/2} |z_2^{-1/3} - z_1^{-1/3}|^{3/2}] \quad (2)$$

L'auteur considère qu'il existe deux régimes :

- la convection forcée pour $-z/L < 0,025$,
- la convection libre pour les valeurs supérieures de $-z/L$ dans laquelle l'influence de U^* disparaît.

On peut noter que les fortes instabilités devraient alors entraîner $\phi_h = \text{cte } |z/L|^{-1/3}$, condition nécessaire pour que H^* soit constant, prévue par Prandtl (1932) puis Obukhov (1946).

En fait les résultats expérimentaux de Dyer (1965) et Businger *et al.* (1970) indiquent plutôt une forme en $|z/L|^{-1/2}$ dont s'inspire la fonction ϕ_h proposée par Dyer et Hicks (1970).

Il n'en reste pas moins vrai que si l'on étudie la variation de H^* explicitée sous la forme :

$$H^* = k^2 |z/L|^{-1/2} (1 - 16z/L)^{3/4} \quad (3)$$

on peut voir qu'il existe un large intervalle de valeurs de z/L pour lequel H^* varie peu et que d'une façon générale H^* varie lentement avec z/L , constatation que nous allons utiliser.

VALEUR APPROCHÉE DE H^* . NOUVELLE EXPRESSION DU FLUX DE CHALEUR.

La Figure 1 montre la variation de $H^{*-2/3}$ obtenue à partir de (3), en fonction de z/L (coordonnées log. normales) et suggère que sur un intervalle réduit $[z_1/L, z_2/L]$ il est possible de proposer une expression de la forme :

$$H^{*-2/3} = \bar{H}^{*-2/3} [1 + \lambda \text{Log}(z/z^*)] \quad (4)$$

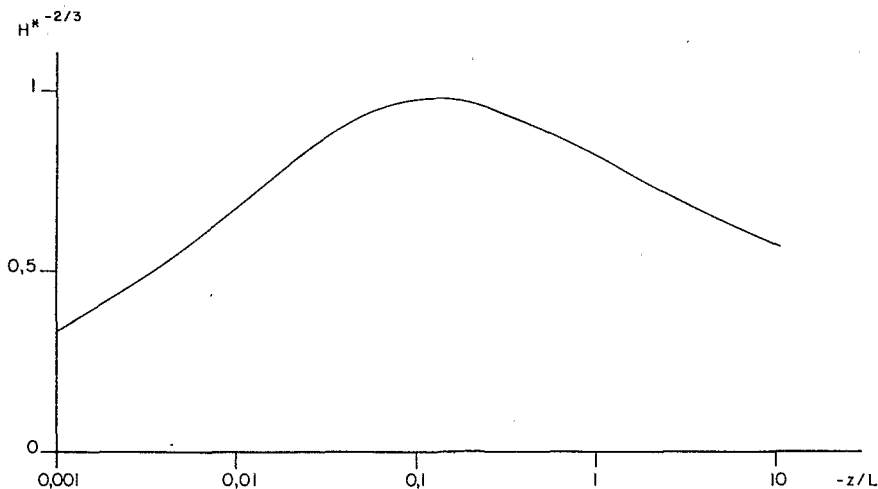


FIG. 1. — Évolution de $H^{*-2/3}$ en fonction de z/L .

avec

$$z^* = (z_1 z_2)^{1/2}$$

$$\bar{H}^* = H^* (z^*/L)$$

$$\lambda = \text{cte sur l'intervalle}$$

ceci apparaît légitime pour un large intervalle de la branche ascendante de la courbe de la Figure 1, puis sur la branche descendante ; ça l'est également aux environs du maximum ($z/L = -0,125$), car $\bar{H}^{*-2/3}$ varie peu (0,96 à 0,98) quand $-z/L$ augmente de 0,07 à 0,24. Pour un intervalle correspondant à $z/z^* = 2$, λ diminue de 0,16 ($z^*/L = -0,025$) à $-0,15$ ($z^*/L = -2$) et reste donc très inférieur à 1 ; il n'est encore que de 0,36 pour $z^*/L = -0,002$. L'expression (4) que nous admettrons à la condition que $z_2/z_1 = a$ ne soit pas trop grand, va nous permettre d'intégrer l'équation (1) entre les niveaux z_1 et z_2 et d'obtenir ainsi le flux de chaleur en conditions suradiabatiques.

L'intégration par parties conduit à

$$\Delta\theta = -H^{2/3} \bar{H}^{*-2/3} (\rho c_p)^{-2/3} (g/\theta)^{-1/3} F(z_1, z_2)$$

$$F(z_1, z_2) = -3 z^{*-1/3} \psi_1(a) - 3 \lambda z^{*-1/3} \psi_2(a)$$

$$\psi_1(a) = a^{-1/6} - a^{1/6}$$

$$\psi_2(a) = a^{-1/6} [3 + (\text{Log} a/2)] - a^{1/6} [3 - (\text{Log} a/2)]$$

La Figure 2 montre l'évolution comparée de $-\psi_1$ et ψ_2 en fonction de a , jusqu'à $a = 10$, et met en évidence le fait que ψ_2 reste alors petit devant $|\psi_1|$. Le terme $3 \lambda z^{*-1/3} \psi_2(a)$ est donc négligeable devant $3 z^{*-1/3} \psi_1(a)$. λ étant très nettement inférieur à 1, on aboutit finalement à

$$\Delta\theta = 3 H^{2/3} \bar{H}^{*-2/3} (\rho c_p)^{-2/3} (g/\theta)^{-1/3} (z_2^{-1/3} - z_1^{-1/3})$$

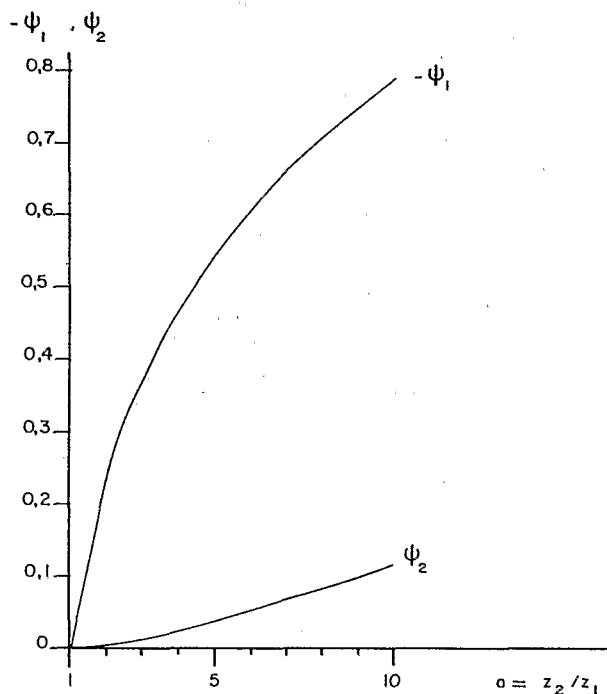


FIG. 2. — Évolution de $-\psi_1$ et ψ_2 en fonction de $a = z_2/z_1$.

soit

$$H = \left[\rho c_p (g/\theta)^{1/2} |\Delta\theta|^{3/2} \bar{H}^* (z^*/L) \right] / \left[3^{3/2} (z_1^{-1/3} - z_2^{-1/3})^{3/2} \right] \quad (5)$$

$$\bar{H}^* = k^2 |z^*/L|^{-1/2} (1 - 16 z^*/L)^{3/4}$$

La même démarche peut être évidemment effectuée avec d'autres expressions de ϕ_h que celle de Dyer et Hicks, l'hypothèse retenue étant en fait la possibilité d'admettre une valeur moyenne de H^* constante sur un intervalle de z/L .

La formule (5) peut expliquer pourquoi les expérimentateurs utilisant l'analyse de Priestley divergent sur la valeur de H^* , qui peut varier ici de 1 ($z^*/L \neq -0,1$) à 1,3 ($z^*/L \neq -0,025$ ou $z^*/L \neq -1$).

On peut s'interroger en revanche sur la validité de (5) pour les très fortes instabilités (Itier, 1982), et les valeurs de H^* relativement élevées que l'application de la formule entraînerait ($\bar{H}^* = 1,74$, pour $z^*/L = -10$) ; les données expérimentales manquent actuellement pour conclure sur ce point.

UTILISATION PRATIQUE DE L'EXPRESSION PRÉCÉDENTE DE H.

Sous la forme de l'équation (5), le calcul de H exige la connaissance de z^*/L soit, en conditions instables, celle du nombre de Richardson au niveau z^* .

Au voisinage de la neutralité, avec ϕ_m et ϕ_h proches de 1, les équations du début conduisent à :

$$R_i = z^* (\Delta\theta/\Delta U^2) (g/\theta) \text{Log} a$$

Nous noterons R cette expression et poserons

$$R = z^*/L_0$$

Dans le cas général, l'intégration de $\partial\theta/\partial z$ entre deux niveaux, z_1 et z_2 , conduit à :

$$R_i/R = \left[\int_{z_1}^{z_2} (\phi_m/z) dz \right]^2 / \text{Log} (z_2/z_1) \int_{z_1}^{z_2} (\phi_h/z) dz$$

Pour les expressions de ϕ_m et ϕ_h proposées par Dyer et Hicks, Paulson (1967) a établi la forme de ces intégrales, ce qui permet le calcul de R_i/R ; il apparaît que pour une large gamme de valeurs de z_2/z_1 et de z^*/L , R_i/R reste très proche de l'unité : pour $a = 4$ et $z^*/L = -4$, l'écart entre R et R_i est inférieur à 1 %, pour $a = 25$ et $z^*/L = -2$, l'écart est encore inférieur à 5 %.

Le fait de pouvoir, sans erreur notable, écrire $z^*/L = z^*/L_0 = R$ montre que H peut alors être entièrement calculé à partir de $\Delta\theta$ et ΔU . Le remplacement dans (5) de $\bar{H}^* (z^*/L)$ par $\bar{H}^* (R)$ conduit à :

$$H = \left[\rho c_p k^2 \Delta\theta (z^* \text{Log} a)^{1/2} \Delta U (1 - 16 R)^{3/4} \right] / \left[3^{3/2} (z_1^{-1/3} - z_2^{-1/3})^{3/2} \right] \quad (5 \text{ bis})$$

$z_1^{1/3} - z_2^{-1/3}$ s'écrit également $z^*^{-1/3} (a^{1/6} - a^{-1/6})$

et l'on peut remarquer que les fonctions $\text{Log} a$ et $3(a^{1/6} - a^{-1/6})$ sont pratiquement équivalentes ; l'écart est de 0,9 % pour $a = 4$, 1,93 % pour $a = 8$.

On aboutit finalement à :

$$H = -\rho c_p k^2 \Delta\theta \Delta U (1 - 16 R)^{3/4} / (\text{Log} a)^2$$

soit en posant :

$$H_0 = -\rho c_p k^2 \Delta\theta \Delta U / (\text{Log} a)^2$$

expression du flux de chaleur à la neutralité,

$$H = H_0 (1 - 16 R)^{3/4} \quad (6)$$

ou en posant :

$$\begin{aligned} K_1 &= -\rho c_p k^2 / (\text{Log}a)^2 \\ K_2 &= 16 z^* (g/\theta) \text{Log}a \\ H &= K_1 \Delta\theta \Delta U (1 - K_2 \Delta\theta / \Delta U)^{3/4} \end{aligned} \quad (7)$$

les seules variables sont alors $\Delta\theta$ et ΔU (l'influence de la variation de θ est minime).

On peut rapprocher cette formule de l'expression proposée par Itier (1980) :

$$H = H_0 (1 + 6,5|R_i|^{3/4}) \quad (8)$$

où la fonction entre parenthèses est une forme approchée de $(1 - 16 R)^{3/4}$.

Le Tableau 1 donne les valeurs de H/H_0 , obtenues à partir du calcul complet de H effectué grâce aux intégrales de Paulson, comparées aux résultats obtenus par la formule (6), dans le cas où $a = 4$; R_i/R est ici toujours supérieur à 0,99.

TABLEAU 1

$-z^*/L$	H/H_0	
	Calcul Paulson	Formule (6)
0,005	1,065	1,059
0,01	1,125	1,118
0,025	1,30	1,29
0,05	1,57	1,55
0,10	2,06	2,05
0,15	2,50	2,50
0,20	2,92	2,93
0,50	5,14	5,20
1	8,21	8,37
2	13,46	13,77

L'écart entre les deux séries de valeur reste très faible et inférieur à 2,5 %. La formule d'Itier (1980) s'écarte davantage du calcul de Paulson, mais elle a été récemment améliorée par son auteur (Itier, 1982).

Pour mettre en évidence les limites d'application de la formule (6), nous indiquons dans le Tableau 2 les résultats obtenus avec $a = 25$.

TABLEAU 2

$-z^*/L$	R_i/R	H/H_0		Écart %
		Calcul Paulson	Formule (6)	
0,5	0,96	4,87	5,33	9,6
1	0,96	7,61	8,63	13,4
2	0,95	12,31	14,26	15,8

La précision reste supérieure à 10 %, pour des valeurs de $-z^*/L$ inférieures à 0,5.

CONCLUSION.

Nous avons donc montré, par une voie analytique, que le flux de chaleur, en conditions suradiabatiques, peut être calculé aisément, à partir de mesures de la vitesse du vent

et de la température effectuées à deux niveaux seulement au-dessus du sol. La précision du calcul dépend du choix des niveaux z_1 et z_2 , mais le fait qu'une très bonne précision impose $z_2/z_1 < 10$ n'apporte pas de contrainte gênante à de nombreux expérimentateurs qui mesurent les flux près du sol, sur des parcelles homogènes.

Le calcul est proposé sous deux formes équivalentes. L'une est une généralisation de la formule de Priestley où l'on introduit une valeur variable du coefficient H^* suivant l'instabilité, ce qui étend le domaine d'application de la formule vers les faibles instabilités (convection forcée de Priestley) ; son extension vers les très fortes instabilités reste encore discutable et doit être testée expérimentalement. L'autre formule introduit un coefficient multiplicateur à la formule classique donnant le flux de chaleur à la neutralité.

Sous la première forme, $H = cte \bar{H}^* |\Delta\theta|^{3/2}$, on voit, notamment sur la Figure 1, que pour une valeur donnée de $\Delta\theta$, deux cas peuvent être envisagés :

1) $-z/L < 0,125$, \bar{H}^* diminue quand $-z^*/L$ augmente, soit quand ΔU diminue, la réduction de la turbulence l'emportant alors sur l'accroissement de l'instabilité,

2) $-z/L > 0,125$, \bar{H}^* augmente quand $-z^*/L$ augmente, c'est donc l'inverse du cas précédent. On peut douter avec Itier (1982) d'une augmentation continue de \bar{H}^* avec $-z/L$ quand l'effet de la turbulence devient très faible ; c'est l'expérimentation qui doit ici fixer la limite d'application de la formule (6).

Pour les instabilités moyennes et au voisinage de la neutralité, les résultats expérimentaux actuels et notamment les valeurs différentes de H^* proposées par les expérimentateurs confirment, en revanche, l'intérêt de cette formule.

SYMBOLES UTILISÉS

θ	: température potentielle de l'air.
z	: coordonnée verticale.
H	: flux de chaleur dans l'air.
ρ	: masse spécifique de l'air.
c_p	: chaleur spécifique de l'air à pression constante.
k	: constante de von Karman.
u	: vitesse horizontale du vent.
u_*	: vitesse de « friction ».
L	: longueur de Monin-Obukhov.
R_i	: nombre de Richardson.
g	: accélération de la pesanteur.
$\Delta\theta$: écart de température entre deux niveaux z .
ΔU	: écart de vitesse horizontale du vent entre ces deux mêmes niveaux.

RÉFÉRENCES

- BUSINGER, J.A., J.C. WYNGAARD, Y. IZUMI and E.F. BRADLEY, 1970 : Flux-profile relationships in the atmospheric surface layer. *J. Atmos. Sci.*, 28, pp. 181-189.
- DYER, A.J., 1965 : The flux gradient relation for turbulent transfer in the lower atmosphere. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 91, pp. 151-157.
- DYER, A.J., 1974 : A review of flux profile relationships. *Bound. Layer Meteor.*, 7, pp. 363-372.
- DYER, A.J. and B.B. HICKS, 1965 : Flux gradient relationships in the constant flux layer. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 93, pp. 715-721.
- ITIER, B., 1980 : Une méthode simplifiée pour la mesure du flux de chaleur sensible. *J. Rech. Atmos.*, 14, pp. 17-34.



- ITIER, B., 1982 : Révision d'une méthode simplifiée pour la mesure du flux de chaleur sensible. *J. Rech. Atmos.*, 16, pp. 85-90.
- OBUKHOV, A.M., 1946 : Turbulence in an atmosphere with inhomogeneous temperature. *Tr. Inst. Teor. Geofiz. Akad. Nauk SSSR*, 1, pp. 95-115.
- PAULSON, C.A., 1967 : Profiles of wind speed, temperature, and humidity over the sea. Ph. D. Thesis and Sci. Rept., Dept. of Atmos. Sci., University of Washington, Seattle.
- PRANDTL, L., 1932 : Meteorologische Anwendungen der Stromungslehre. *Beitr. Phys. Atmos.*, 19, pp. 188-202.
- PRIESTLEY, C.H.B., 1959 : *Turbulent transfer in the lower atmosphere*. University Press, Chicago, pp. 39-51.

★

(Reçu le 30 mars 1981,
et, après révision, le 18 septembre 1981)