

Sélection de critères numériques de calage dans le cadre d'une modélisation pluie-débit en zone de savane soudanaise

Eric SERVAT (1) et Alain DEZETTER (1)

RÉSUMÉ

Dans le cadre de travaux de modélisation pluie-débit menés en zone de savane soudanaise dans le nord-ouest de la Côte d'Ivoire, on cherche à reconstituer les apports à l'exutoire de bassins versants au pas de temps décadaire. Du fait de l'utilisation d'algorithmes employant des procédures de calage automatique des paramètres, il est apparu nécessaire de procéder à un choix en ce qui concerne les critères numériques de calage à utiliser. Les auteurs présentent les algorithmes, les données et les critères qu'ils ont utilisés. Ils analysent ensuite les résultats obtenus à l'issue des calages entrepris. Cette analyse se fait essentiellement à l'aide d'un module d'évaluation comparative prenant en compte des éléments autres que la seule valeur du critère et permettant de caractériser la qualité des résultats d'un point de vue hydrologique. A l'issue de cette analyse, le critère défini par Nash semble s'imposer assez nettement aux autres formulations retenues.

MOTS-CLÉS: Modélisation pluie-débit — Optimisation — Fonctions critères — Calage automatique — Savane soudanaise.

ABSTRACT

SELECTION OF CALIBRATION OBJECTIVE FUNCTIONS FOR RAINFALL-RUNOFF MODELLING IN THE SUDANESE SAVANNAH ZONE.

In the context of rainfall-runoff modelling carried out in the sudanese savannah area in the north-west Ivory Coast, attempts are being made to reconstitute the basin outflow in ten-day time steps. By using algorithms with automatic parameter setting procedures, it was necessary to make a choice concerning the calibration objective functions to be used. The authors present the algorithms, data and objective functions they have used. They then analyse the results obtained from the calibrations made. This analysis was carried out with the help of a comparative evaluation procedure taking into account elements other than the value of the objective function alone, including the quality of the results from a hydrological point of view. Following this analysis, the objective function defined by Nash seems to stand out quite clearly by comparison with the other formulae selected.

KEY WORDS: Rainfall-runoff modelling — Optimisation — Objective functions — Automatic setting procedures — Sudanese savannah.

1. INTRODUCTION

Dans une optique d'aide au développement par la mise en place de projets de différentes teneurs (irrigations, alimentation en eau potable, etc.), des travaux de modélisation de la relation pluie-débit sont en cours en zone de savane soudanaise, dans le nord-ouest de la Côte d'Ivoire. Cette région, dont la pluie moyenne annuelle se situe entre 1 200 et 1 400 mm, a une évapotranspiration potentielle de l'ordre de 1 800 à 2 000 mm/an. C'est une région à faible relief, hormis quelques collines dans la partie la plus occidentale, dont les paysages sont essentiellement constitués de savane arborée, voire parfois de forêt claire. L'objectif visé par cette modélisation est la reconstitution des apports au pas de temps décadaire, fréquemment utilisé en agronomie.

(1) Hydrologues ORSTOM, Antenne hydrologique de l'ORSTOM en Côte d'Ivoire, 06 BP 1203, Cedex 1 Abidjan 06.

Pour ce faire, on emploie des modèles conceptuels globaux et déterministes reliant lame précipitée et lame écoulée. Ces algorithmes doivent pouvoir prendre en compte les données du réseau national de Côte-d'Ivoire, qui sont, en pratique, les seuls éléments accessibles aux aménageurs pour pouvoir procéder à des simulations sur de longues durées.

La zone de savane est caractérisée par une saison sèche de longue durée (novembre à avril) et des pluies principalement regroupées de juin à septembre. Les coefficients d'écoulement mesurés sur les bassins versants étudiés sont très faibles : ils ne dépassent que rarement 12 % et peuvent descendre certaines années jusqu'à 1 ou 2 %. Ces conditions d'utilisation sont donc très particulières pour des modèles généralement conçus en zone tempérée.

Avant d'entreprendre une opération systématique de simulation et de reconstitution de séries hydrométriques, nous avons procédé à une série de tests afin d'apprécier la qualité des résultats affichés par les différents modèles utilisés. Ces algorithmes employant des procédures de calage automatique de leurs différents paramètres, il est rapidement apparu nécessaire de procéder à un choix en ce qui concerne les critères numériques de calage.

Plusieurs de ces critères ont donc été testés afin de déterminer, parmi ceux qui ont été retenus, la formulation la mieux appropriée à la nature du problème (reconstitution d'apports décennaux) et à la spécificité des données. Cinq critères numériques ont été testés, en utilisant pour cela trois modèles pluie-débit différents et quatre bassins versants (mais cinq périodes de calages distinctes). L'interprétation de ces tests a été effectuée à l'aide d'un module d'évaluation de la qualité des calages basé sur des critères hydrologiques : corrélation entre lames observées et lames calculées, coefficient d'autocorrélation, bilans volumiques et reconstitution du volume de crue. Nous reviendrons plus en détail sur la nature de ce module.

2. MODÈLES, DONNÉES ET CRITÈRES UTILISÉS

2.1. LES MODÈLES GLOBAUX

2.1.1. Le modèle CREC

CREC est un modèle conceptuel global basé sur un schéma à réservoirs relativement classique, qui permet d'identifier une fonction de production et une fonction de transfert (COMBES, 1985 ; GUILBOT, 1986 ; SERVAT et DEZETTER, 1988).

La fonction de production tient compte de l'état d'humidité du sol, par le biais du taux de remplissage d'un réservoir alimentant l'évapotranspiration, et fournit la fraction de l'eau précipitée devant participer à l'écoulement. La fonction de transfert comprend, elle, un terme d'écoulement rapide et un terme d'écoulement lent (représenté par une exponentielle décroissante). La version de CREC que nous avons utilisée comprend 10 paramètres (X_1, X_2, \dots, X_{10}). Elle offre la possibilité d'un ruissellement de surface transitant par un réservoir linéaire. Le modèle travaille au pas de temps journalier et calcule donc un débit moyen journalier Q_j qui est la somme d'un éventuel ruissellement de surface Q_j^S , d'un écoulement rapide Q_j^H et d'un écoulement lent Q_j^G .

Les différents paramètres sont optimisés à l'aide des méthodes de ROSENBROCK (1960) et de NELDER et MEAD (1964) utilisées en séquence.

La figure 1 présente le schéma conceptuel du modèle CREC.

2.1.2. Le modèle MODGLO

C'est un modèle conceptuel global pour lequel il est également possible d'identifier une fonction de production et une fonction de transfert (SERVAT, 1986 ; DEZETTER, 1987).

Au niveau de la fonction de production, il est fait appel à certains mécanismes physiques de la transformation pluie-débit (prise en compte de la capacité de rétention en eau des sols, des processus d'infiltration), bien que de nombreuses hypothèses simplificatrices y aient été apportées. La fonction de transfert utilisée ici comprend trois réservoirs en parallèle. Chacun d'eux est caractérisé par un coefficient d'alimentation (répartition entre les différents réservoirs de la lame d'eau issue de la fonction de production) et un coefficient de vidange permettant une modulation de l'écoulement dans le temps. Ce modèle travaille au pas de temps journalier et calcule donc un débit moyen journalier.

Les paramètres de MODGLO sont optimisés selon la même procédure que pour CREC.

La figure 2 présente le schéma conceptuel du modèle MODGLO.

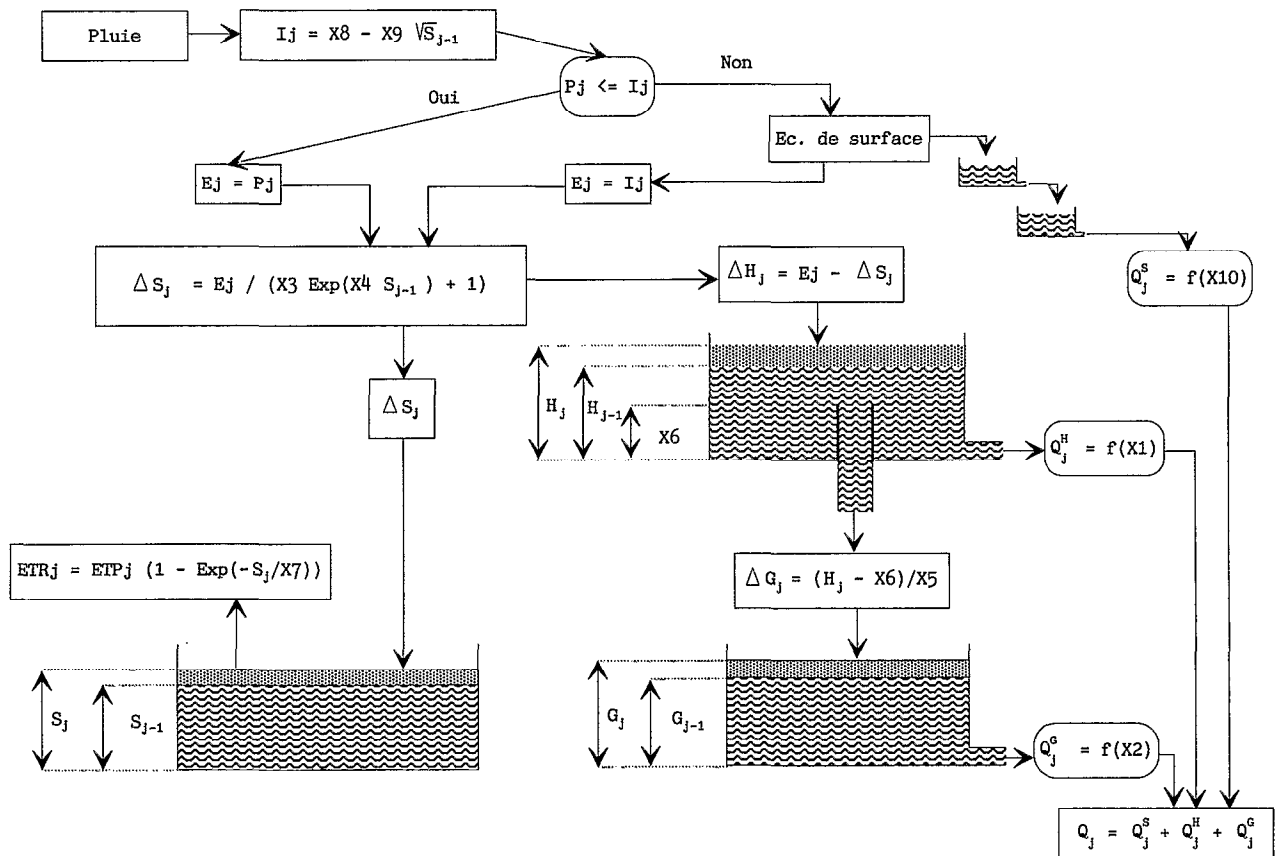


FIG. 1. — Schéma conceptuel du modèle CREC.

2.1.3. Le modèle GR3

Le modèle GR3 appartient, lui aussi, à la catégorie des modèles à réservoirs (EDIJATNO et MICHEL, 1989).

L'architecture de cet algorithme repose sur deux réservoirs et un hydrogramme unitaire :

— le réservoir-sol, qui n'a comme seule sortie que le prélèvement occasionné par l'évaporation potentielle. Ce réservoir commande la répartition de la pluie nette entre lui-même et le sous-modèle de routage ;

— un hydrogramme unitaire, qui décrit la propagation des débits depuis leur formation à partir des pluies nettes jusqu'au deuxième réservoir, à savoir :

• le réservoir-eau-gravitaire. Ce réservoir reçoit les débits routés selon l'hydrogramme unitaire. Il a comme seule sortie le débit de la rivière et sa loi de vidange est du type quadratique.

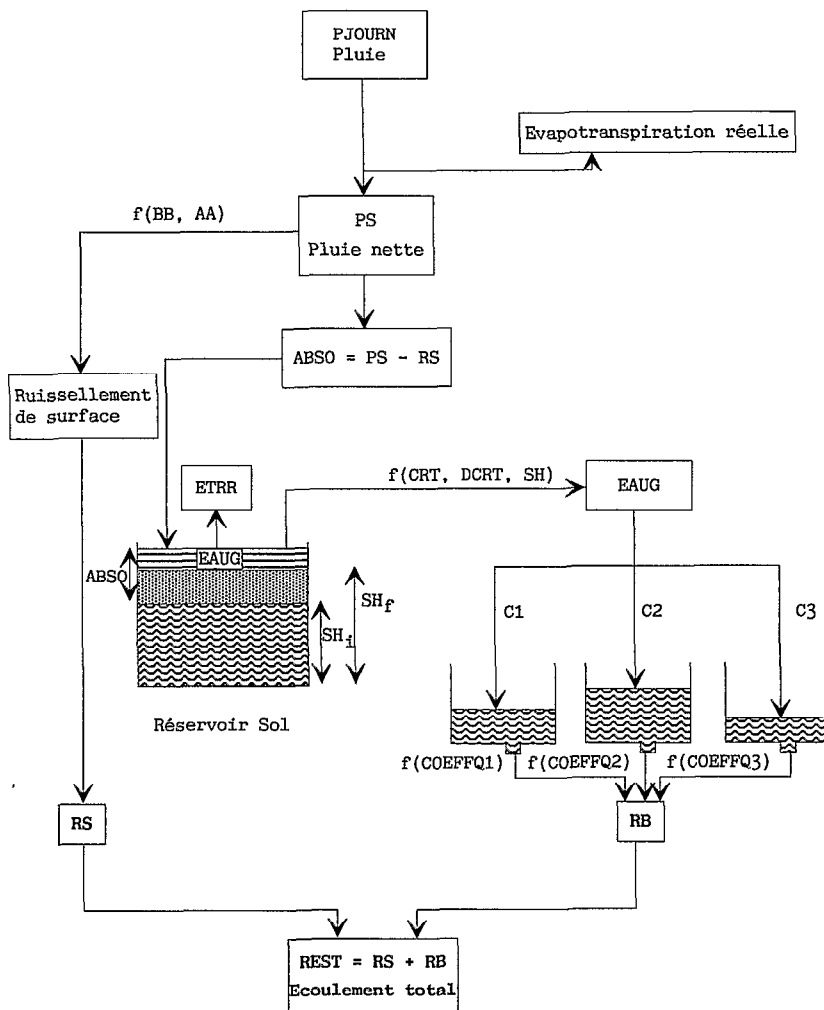
D'après EDIJATNO et MICHEL (1989), cet ensemble de trois opérateurs dont chacun dépend d'un seul paramètre semble être, à l'heure actuelle, le schéma le plus simple pour rendre compte de façon acceptable de la transformation « pluie-débit ».

La figure 3 présente le schéma conceptuel du modèle GR3.

2.2. LES DONNÉES UTILISÉES

L'étude a porté sur quatre bassins versants situés dans le nord-ouest de la Côte d'Ivoire (cf. fig. 4). Leurs caractéristiques annuelles en matière de précipitations et d'écoulements ont été regroupées dans le tableau I. D'une manière générale, on notera que 1983 apparaît comme une année sèche à très faible écoulement. Cela s'est vérifié sur l'ensemble du territoire de Côte d'Ivoire où la sécheresse a été très durement ressentie.

FIG. 2. — Schéma conceptuel du modèle MODGLO.



TABEAU I
Caractéristiques annuelles des précipitations et de l'écoulement pour les différents bassins versants étudiés.

Bassins versants		1973	1974	1975	1976	...	1981	1982	1983	1984	1985
Bagoé à Guingérini S= 1042 km ²	LP	---	---	---	---	...	1412.0	1454.0	1103.7	---	---
	LE	---	---	---	---	...	299.5	233.9	52.1	---	---
	CE	---	---	---	---	...	21.2	16.1	4.7	---	---
Bagoé à Kouto I S= 4700 km ²	LP	1424.0	1827.4	1463.1	1290.9	...	---	---	---	---	---
	LE	141.3	126.7	183.8	111.9	...	---	---	---	---	---
	CE	9.9	6.9	12.6	8.7	...	---	---	---	---	---
Bagoé à Kouto II S= 4700 km ²	LP	---	---	---	---	...	1340.2	1315.9	970.6	1146.6	1376.8
	LE	---	---	---	---	...	221.1	166.5	45.0	67.1	223.4
	CE	---	---	---	---	...	16.5	12.7	4.6	5.9	16.2
Bou à Boron S= 3710 km ²	LP	---	---	---	---	...	1052.9	1076.4	852.6	1055.6	1437.5
	LE	---	---	---	---	...	96.9	42.0	9.6	33.4	134.2
	CE	---	---	---	---	...	9.2	3.9	1.1	3.2	9.3
Lafigue rte de Badikaha S= 443 km ²	LP	---	---	---	---	...	1198.2	1170.7	835.6	1410.1	---
	LE	---	---	---	---	...	195.5	115.4	35.6	160.7	---
	CE	---	---	---	---	...	16.3	9.9	4.3	11.4	---

LP: Lamme précipitée (mm)
LE: Lamme écoulée (mm)
CE: Coefficient d'écoulement (%)

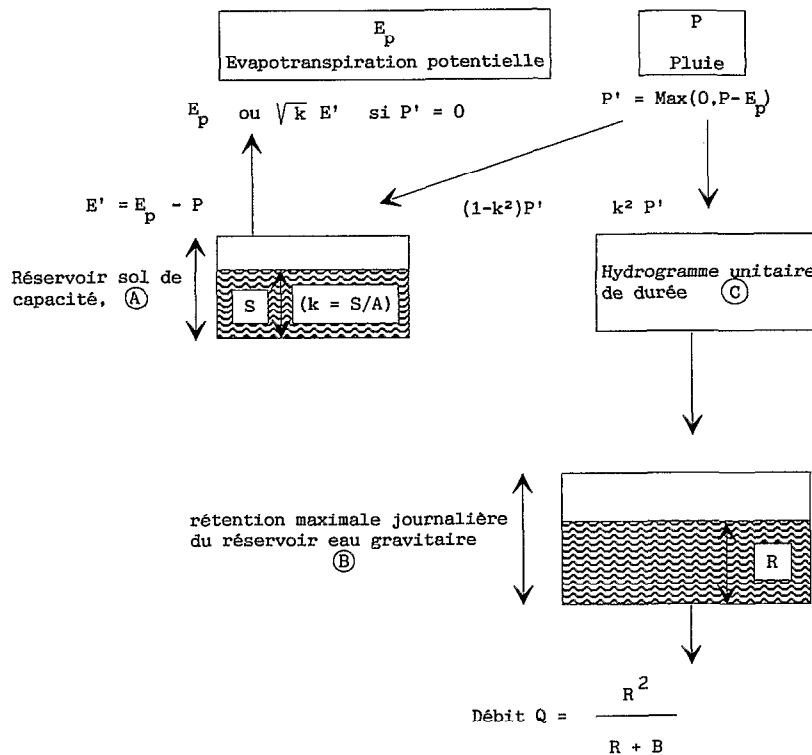


FIG. 3. — Schéma conceptuel du modèle GR3.

2.3. LES FONCTIONS CRITÈRES TESTÉES

L'utilisation des méthodes d'optimisation confère au calage des modèles un aspect déterministe et systématique, lié à la technique mathématique proprement dite, et qu'il convient de distinguer d'un aspect plus subjectif lié à la qualité variable des données et à l'adéquation du modèle au régime hydrologique considéré. Dans tous les cas de figure, l'optimisation automatique des paramètres d'un modèle nécessite l'utilisation d'une fonction critère, « objet » numérique de référence devant permettre l'amélioration du calage. Le choix de ce critère n'est cependant pas sans influence sur la nature et la qualité du calage obtenu au terme du processus.

Dans le cadre de cette étude nous avons testé plusieurs formulations de fonctions critères afin de juger de leurs performances et d'en retenir une pour la suite des opérations plus systématiques de modélisation pluie-débit. Les objectifs que nous nous étions fixés sont les suivants :

- reconstitution la plus précise possible des volumes de crues en saison des pluies (rappelons ici que les études menées ont comme objectif la détermination des apports) ;
- restitution de la dynamique des hydrogrammes ;
- absence de décalage dans le temps entre les hydrogrammes observés et calculés.

Nous avons accordé moins d'importance à la reconstitution précise des étiages qui sont souvent très faibles, issus de longues périodes sans ou à très faibles précipitations, et généralement assez simples à reproduire pour des modèles à réservoir.

Il existe, dans la littérature, un très grand nombre de critères. Il n'entrerait pas dans nos intentions d'en mener une étude exhaustive, ce qui est pratiquement irréalisable. Nous avons donc étudié cinq critères différents dont trois ont fait l'objet de nombreuses utilisations en modélisation hydrologique, les deux derniers ayant été construits en prenant en compte des éléments différents.

2.3.1. Le critère CREC

Ce critère est ainsi dénommé car c'est celui qui était utilisé, à l'origine, dans le modèle CREC (COMBES, 1985).

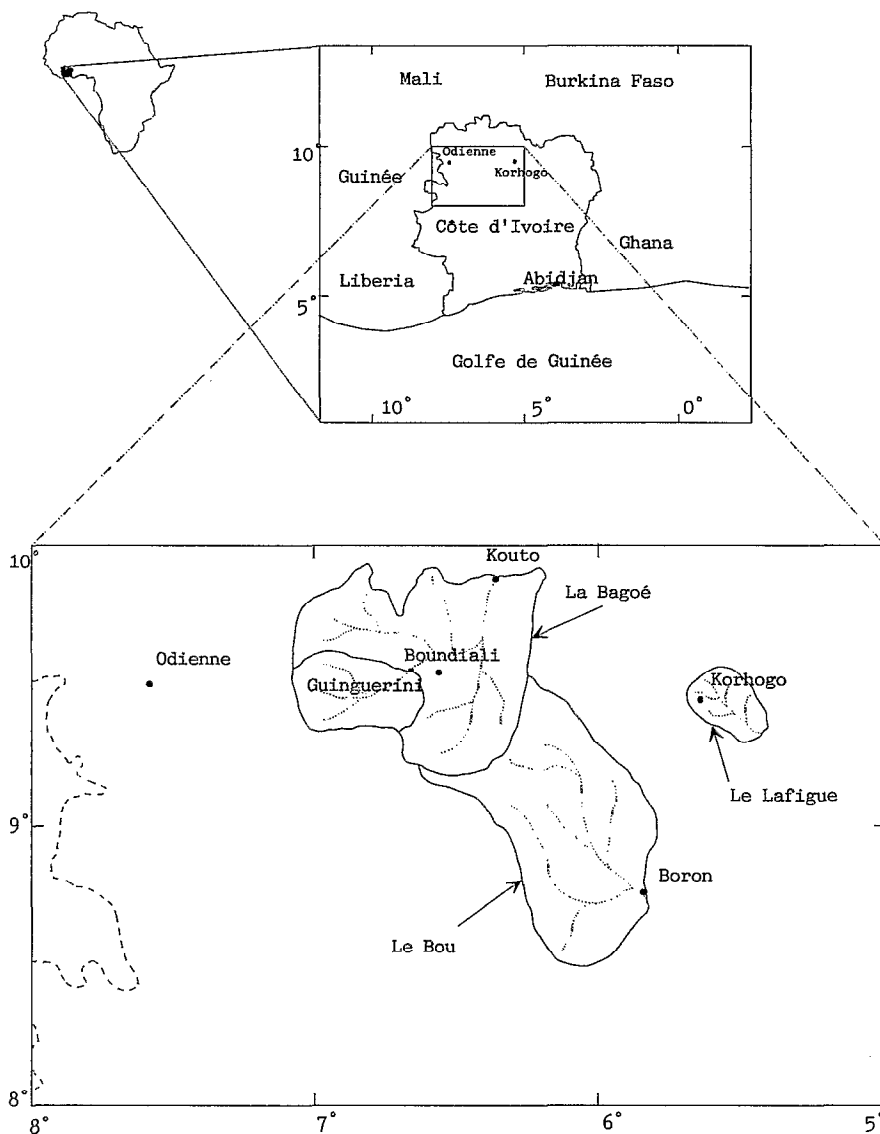


FIG. 4. — Carte de situation des quatre bassins versants étudiés dans le nord-ouest de la Côte d'Ivoire.

Son expression est la suivante :

$$1/N * \Sigma [|1 - (Q_c/Q_o)| * |1 - (Q_o/Q_{mo})|]$$

avec : N : nombre d'observations

Qc : débit calculé

Qo : débit observé

Qmo: débit moyen observé.

Cette expression tend vers 0 lorsque Qc tend vers Qo.

2.3.2. Le critère CrecBi

Ce critère n'est autre que le critère Crec auquel nous avons rajouté un terme de bilan. La formulation devient donc :

$$1/N * \Sigma [|1 - (Q_c/Q_o)| * |1 - (Q_o/Q_{mo})|] + 1/N * |\Sigma(Q_o - Q_c)/Q_{mo}|$$

Cette expression tend vers 0 lorsque Q_c tend vers Q_o .

Dans un premier temps, ce terme de bilan avait été utilisé comme coefficient de pondération multiplicateur. Son influence était alors prépondérante et nuisait à la qualité de la dynamique des hydrogrammes reconstitués. Il a donc finalement été pris en compte sous la forme d'un élément additif dont l'ordre de grandeur est comparable au premier terme du critère.

2.3.3 Le critère de Fortin

Appelé ainsi parce que proposé par FORTIN *et al.*, (1971). Son expression est la suivante :

$$1/N * \Sigma |((Q_c - Q_o)/Q_o) * (1 + (|Q_o - Q_{mo}|/Q_{mo}))|$$

Cette expression tend vers 0 lorsque Q_c tend vers Q_o .

2.3.4. Le critère de Nash

Proposé par NASH (1969) et repris par NASH et SUTCLIFFE (1970), ce critère a pour formulation :

$$1 - [\Sigma(Q_c - Q_o)^2 / \Sigma(Q_o - Q_{mo})^2]$$

Cette expression tend vers 1 lorsque Q_c tend vers Q_o .

Il est facile de faire, en ce qui le concerne, une analogie avec une régression. Le terme $\Sigma(Q_o - Q_{mo})^2$ correspond à un terme de variance de la série observée. Le terme $\Sigma(Q_c - Q_o)^2$ peut être assimilé à un terme de variance résiduelle. La formulation du critère traduit donc une certaine « efficacité » (ou « rendement ») du modèle comparable au coefficient de détermination d'une régression.

D'un point de vue pratique, nous avons utilisé une forme modifiée du critère de Nash :

$$\Sigma (Q_c - Q_o)^2 / \Sigma(Q_o - Q_{mo})^2$$

Cette expression tend vers 0 lorsque Q_c tend vers Q_o . Elle ne donne pas la proportion de variance expliquée par le modèle, mais le pourcentage de variance résiduelle par rapport à la variance totale.

2.3.5. Le critère SExpER (Somme des Exponentielles des Ecart Relatifs)

Ce critère fait intervenir un terme qui le rend très sensible aux modifications sur Q_c :

$$1/N * \Sigma [\text{Exp} (|Q_c - Q_o|/Q_o) * (Q_o/Q_{mo})]$$

Le terme pondérateur Q_o/Q_{mo} a pour objet de donner un poids plus important aux fortes valeurs (le débit moyen observé étant généralement très faible, le rapport Q_o/Q_{mo} atteint des valeurs importantes en période de crue et faibles durant les étiages).

Cette expression tend vers 1 lorsque Q_c tend vers Q_o , mais, par souci d'homogénéité, c'est l'écart à 1 que nous avons cherché à minimiser.

Ces 5 critères numériques ont été utilisés en calage avec chacun des trois modèles présentés. L'examen des solutions optimales auxquelles nous sommes ainsi arrivés peut être envisagé sous plusieurs aspects. Nous avons, en ce qui nous concerne, privilégié l'utilisation systématique d'un module d'évaluation de la qualité des hydrogrammes ainsi reconstitués. Nous disposons alors de données permettant d'apprécier, globalement ou en fonction du modèle utilisé, les performances de tel ou tel critère.

3. RÉSULTATS DES CALAGES

Les calages des modèles sont effectués au pas de temps journalier, ce qui semble être le plus adéquat (LEVIANDIER et MA, 1987). Les valeurs des critères présentées par la suite ont été obtenues avec ce pas de temps journalier. Cependant, les tracés des hydrogrammes observés et calculés (calés) sont effectués au pas de temps décadaire, souvent retenu dans le cadre de projets à vocation agronomique, par agrégation des volumes écoulés sur ces intervalles de dix jours. Les éléments du module d'évaluation comparative, sur lequel nous nous appuyons par la suite, sont relatifs à ces hydrogrammes et sont donc calculés, en ce qui les concerne, à des pas de temps décadaires.

L'ensemble des valeurs prises par les fonctions critères à l'issue des phases de calage a été regroupé dans le tableau II.

TABLEAU II
Valeurs des critères numériques issus des différents calages.

Critère	Modèle	Bagoé Ko 73-76	Bagoé Ko 81-85	Bagoé Gu 81-83	Bou 81-85	Lafigue 81-84
Crec	CREC	0.968	0.667	0.769	1.163	0.796
	MODGLO	0.894	0.717	0.765	0.863	0.807
	GR3	6.914	1.305	5.249	1.098	0.761
CrecBi	CREC	1.173	0.736	0.806	1.359	0.881
	MODGLO	0.943	0.621	0.782	1.121	0.903
	GR3	8.305	1.793	5.682	1.602	0.873
Fortin	CREC	1.877	1.362	1.385	2.279	1.512
	MODGLO	1.404	1.047	1.114	1.456	1.460
	GR3	8.424	1.914	5.803	1.789	1.452
Nash	CREC	0.334	0.137	0.184	0.197	0.353
	MODGLO	0.369	0.133	0.185	0.205	0.490
	GR3	0.632	0.131	0.178	0.199	0.389
SExpER	CREC	1.388	1.581	1.255	1.733	1.228
	MODGLO	0.955	0.507	0.512	1.040	1.355
	GR3	P d C	P d C	P d C	P d C	1.015

P d C: Pas de Convergence

Plusieurs remarques s'imposent :

— une interprétation simple des valeurs des critères est difficile. Seul le critère de Nash peut être relié à une grandeur statistique : le pourcentage de variance résiduelle par rapport à la variance totale observée. Celui-ci varie, selon les cas, entre 13 % et 63 % ;

— l'association du modèle GR3 et du critère SExpER semble ne pas fonctionner correctement puisque dans 4 cas sur 5 il n'y a pas de convergence :

— hormis l'association avec SExpER, on notera que le modèle GR3 a certaines difficultés avec les calages de la Bagoé à Kouto (1973-1976) et de la Bagoé à Guingerini. Il est cependant difficile de faire la part entre les influences respectives du modèle lui-même, de la fonction critère, et de l'association « modèle-critère » dans ces mauvais résultats. Ceci, *a fortiori*, lorsque l'on considère le bon résultat de GR3 sur la Bagoé à Guingerini avec le critère de Nash.

Le seul examen des valeurs prises par les fonctions critères à l'issue des calages ne peut suffire à juger de la qualité des hydrogrammes calculés. Mis à part le critère de Nash, il est difficile d'apprécier qualitativement les résultats. En outre, les différentes formulations ne sont pas sans influence sur l'allure et les valeurs des séries calculées. Telle fonction critère aura un poids important sur les étiages, telle autre sur les points de crue. Leur convergence sera plus ou moins rapide et précise, leur pertinence pouvant être variable selon l'algorithme (et donc les équations) auquel ils sont associés. En conséquence, si la valeur du critère peut permettre d'éliminer ou de rejeter certaines solutions, il faut déterminer d'autres éléments d'appréciation, permettant de juger de la qualité des hydrogrammes calculés, d'un point de vue « hydrologique ». Le premier de ces éléments qui vient à l'esprit est l'examen des tracés des séries chronologiques observées et calculées.

3.1. LA BAGOÉ À GUINGÉRINI 1981-1983

Dans tous les cas, 1983, année au coefficient d'écoulement particulièrement faible (4,7 %) est restituée surestimée. Son influence dans le processus de calage est importante, et a pour conséquence une légère et systématique sous-estimation des hydrogrammes calculés en 1981 et 1982. Cependant, le niveau de calage atteint pour ces deux années, laisse supposer que les algorithmes utilisés, sont en mesure de reproduire correctement les hydrogrammes observés pour des années « normales ». C'est ce que montre, par exemple, la figure 5.

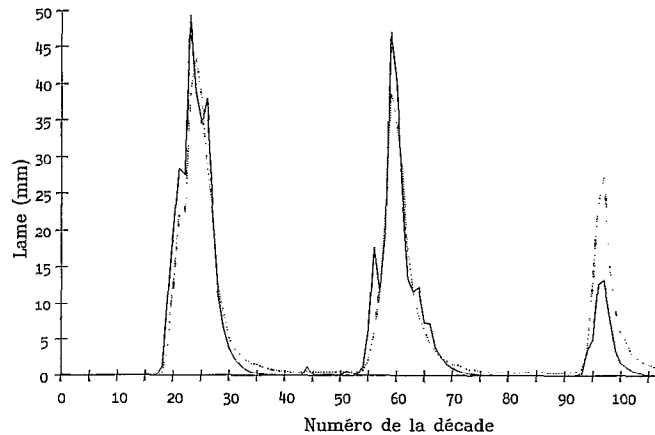


FIG. 5. — La Bagoé à Guingérini, 1981-1983, modèle CREC et critère Nash. Hydrographes observés et calculés au pas de temps décadaire. ——— observés, — — — calculés.

3.2. LA BAGOÉ À KOUTO 1973-1976

L'ensemble des calages obtenus sur la Bagoé à Kouto (1973-1976) est d'une qualité très moyenne, quels que soient le critère et les modèles considérés. Ils présentent tous les mêmes caractéristiques, à savoir :

- l'hydrogramme de 1974 surestimé ;
- les hydrographes de 1973, 1975, et 1976 sous-estimés.

L'année 1974 a un coefficient d'écoulement relativement faible (6,9 %) qui peut introduire un biais important dans le processus d'optimisation. Ceci pourrait expliquer le dysfonctionnement systématique : 1974 d'une part, 1973, 1975 et 1976 d'autre part comme le montre l'exemple de la figure 6.

3.3. LA BAGOÉ À KOUTO 1981-1985

Les hydrographes calculés sont généralement d'assez bonne qualité malgré la prise en compte de deux années à très faibles coefficients d'écoulement, en 1983 et 1984.

Les années 1981 et 1982 sont généralement un peu sous-estimées alors que 1985 se révèle un peu excédentaire comme le montre l'exemple de la figure 7 (MODGLO + CrecBi).

On n'observe généralement pas ou peu de décalages. La dynamique des hydrographes est bonne, notamment en décrue, malgré, parfois, un excédent pour les étiages (CREC + Nash, fig. 8).

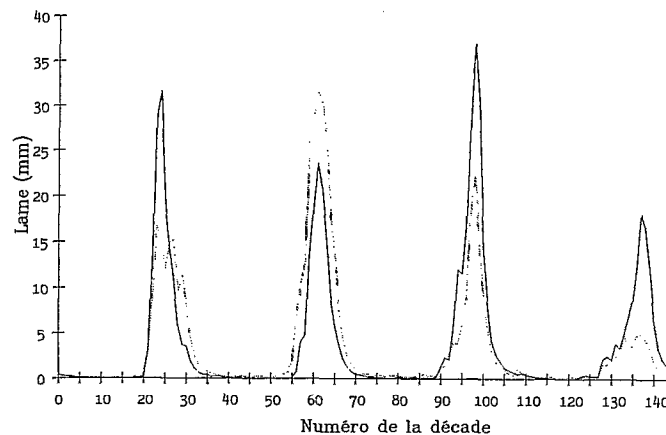


FIG. 6. — La Bagoé à Kouto, 1973-1976, modèle MODGLO et critère de Nash. Hydrographes observés et calculés au pas de temps décadaire. ——— observés, — — — calculés.

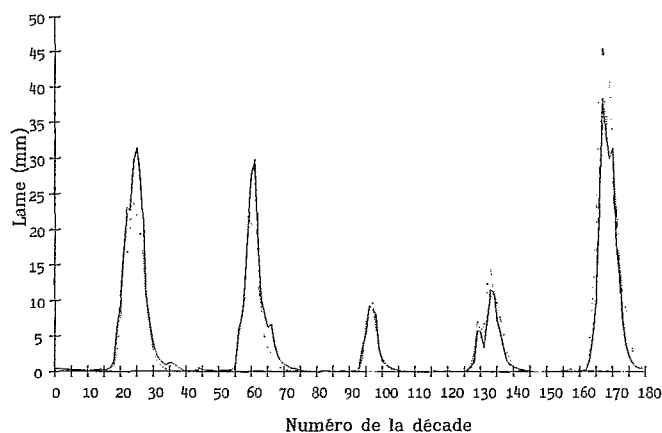


FIG. 7. — La Bagoé à Kouto, 1981-1985, modèle MODGLO et critère CrecBi. Hydrogrammes observés et calculés au pas de temps décadaire. — observé, - - - calculé.

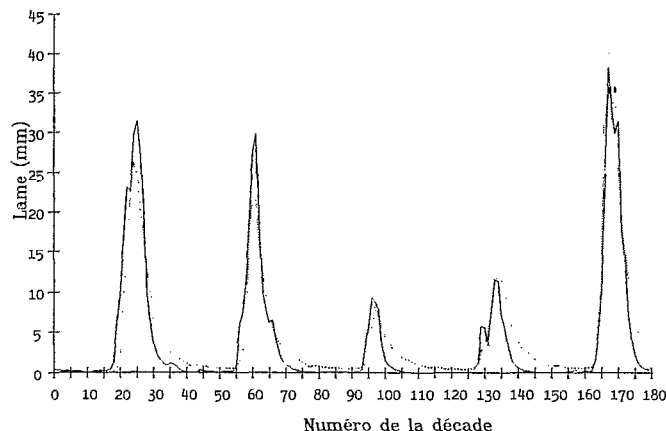


FIG. 8. — La Bagoé à Kouto, 1981-1985, modèle CREC et critère de Nash. Hydrogrammes observés et calculés au pas de temps décadaire. — observé, - - - calculé.

3.4. LE BOU À BORON 1981-1985

Les coefficients d'écoulement des années 1982 à 1984 sont particulièrement faibles (3,9 %, 1,1 %, 3,2 %). Quant à l'année 1985 elle est beaucoup plus pluvieuse que les 4 années qui la précèdent (plus de 33 % de pluviométrie supplémentaire). Cette courte série chronologique présente donc des comportements extrêmes et opposés qui rendent la tâche plus difficile en matière d'optimisation des paramètres.

Etant donné la particularité de la période disponible pour le calage, les résultats obtenus avec l'association CREC + Nash sont plutôt satisfaisants. Seule l'année 1981 est largement sous-estimée (fig. 9). On retrouve partout cette même tendance, plus ou moins accentuée (fig. 10).

3.5. LE LAFIGUE À ROUTE DE BADIKAHA 1981-1984

C'est l'association CREC + Nash (fig. 11) qui permet d'obtenir le meilleur tracé d'hydrogramme calculé. L'année 1983 pose, une nouvelle fois, des problèmes qui se révèlent difficiles à résoudre pour les algorithmes utilisés.

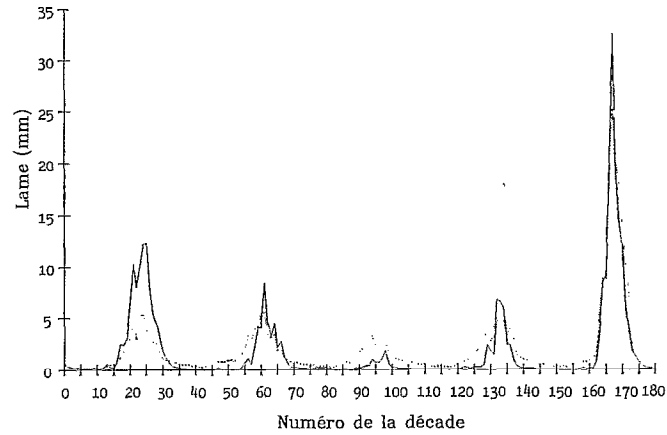


FIG. 9. — Le Bou à Boron, 1981-1985, modèle CREC et critère de Nash. Hydrogrammes observés et calculés au pas de temps décadaire. — observé, - - - calculé.

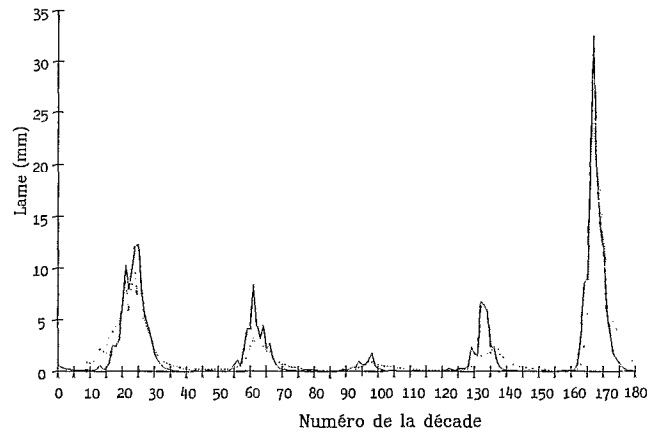


FIG. 10. — Le Bou à Boron, 1981-1985, modèle GR3 et critère CREC. Hydrogrammes observés et calculés au pas de temps décadaire. — observé, - - - calculé.

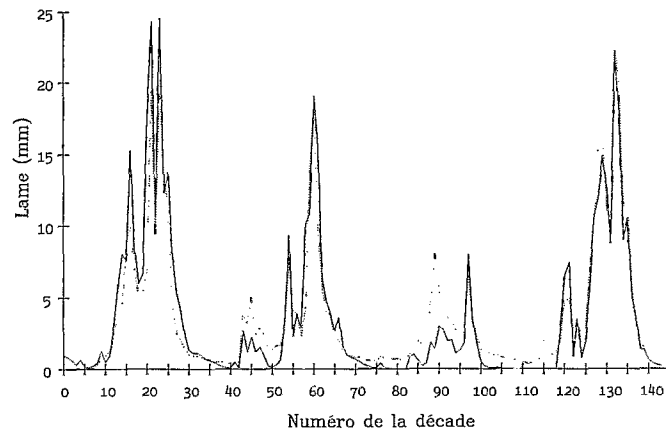


FIG. 11. — Le Lafigue à route de Badikaha, 1981-1984, modèle CREC et critère de Nash. Hydrogrammes observés et calculés au pas de temps décadaire. — observé, - - - calculé.

4. COMPORTEMENT DES CRITÈRES NUMÉRIQUES

4.1. CARACTÉRISATION GRAPHIQUE

Quel que soit le modèle utilisé, l'examen des tracés des séries observées et calculées permet de dégager certains enseignements communs relatifs au comportement des fonctions critères :

(i) le critère CREC se révèle un peu « réducteur » dans la mesure où l'hydrogramme calculé a un volume qui est souvent inférieur à l'observé. Il respecte, par contre, assez bien la dynamique des hydrogrammes ;

(ii) la prise en compte du terme de bilan sous une forme purement additive dans CrecBi lui accorde une influence excessive. Cela se traduit, dans certains cas, par une compensation en terme de bilan (et donc de volume de crue) qui se répercute sur une seule année ;

(iii) le critère de Fortin a un comportement similaire au critère CREC, en ce sens qu'il est généralement assez « réducteur » ;

(iv) le critère de Nash se révèle très performant en matière de dynamique d'hydrogramme et de pointes de crues. Son comportement est, par contre, moins intéressant lorsque l'on s'intéresse aux étiages ;

(v) le critère SExpER a un comportement qui est assez comparable à ceux des critères CREC et Fortin.

4.2. CARACTÉRISATION HYDROLOGIQUE

Partant de l'hypothèse que nous avons, dans chacun des cas, obtenu un calage optimal pour chaque association « modèle-critère », nous avons cherché à évaluer les performances des critères proprement dits pour une série d'observations et pour un modèle donné. Nous avons, pour cela, défini un module d'évaluation comparative de la qualité des calages obtenus, dont les éléments ont été choisis en fonction de caractéristiques hydrologiques. Cette approche est assez voisine de celle de DISKIN et SIMON (1977), mais elle paraît plus appropriée car réalisée par référence à des éléments hydrologiques et non à la seule valeur du critère.

4.2.1. Le module d'évaluation comparative

Ce module d'évaluation comparative est bâti autour de plusieurs éléments d'appréciation du calage.

Le coefficient de corrélation lames observées-lames calculées. Il permet de prendre en compte, principalement, les décalages dans le temps entre hydrogrammes observés et calculés, et, à un degré moindre, les écarts quantitatifs entre les deux séries.

L'écart entre les coefficients d'autocorrélation d'ordre 2 observés et calculés. Les écarts d'ordre 1 sont assez peu significatifs. Nous avons donc utilisé les coefficients d'autocorrélation d'ordre 2 comme témoins de la dynamique des hydrogrammes, en particulier en décrue.

Deux coefficients d'appréciation du bilan volumique :

$$\text{Bilan1} = |\Sigma(L_o - L_c)|$$

$$\text{Bilan2} = \Sigma |(L_o - L_c)|$$

avec : L_o = lame écoulée observée (mm)

L_c = lame écoulée calculée (mm).

Bilan1 et Bilan2 tendent vers 0 quand L_c tend vers L_o .

Ces deux bilans sont calculés sur la totalité de la période de calage. Le terme Bilan1 ne peut suffire car il ne peut rendre compte des compensations numériques qui lui donneront une faible valeur sans que, pour autant, l'hydrogramme calculé soit de bonne qualité. Le terme Bilan2 ne peut suffire non plus, dans la mesure où de légères oscillations de part et d'autre de la courbe observée sont acceptables. Celles-ci conféreront donc une valeur élevée à Bilan2 alors que l'allure générale de l'hydrogramme observé et le volume de la crue seraient bien restitués.

L'Indice de Reconstitution du Volume de Crue (IRVC). Au regard des objectifs appliqués de ces travaux de modélisation, nous avons privilégié la reconstitution des crues par rapport à celle des étiages. Pour la région concernée, et afin de nous limiter dans le temps, nous avons défini comme lame de crue, la lame écoulée entre les décades 19 et 30 incluses (c'est-à-dire du 1^{er} juillet au 31 octobre). Le tableau III montre que pour les bassins étudiés la lame écoulée durant cette période est toujours de l'ordre ou supérieure à 80 %. L'appréciation de la reconstitution globale et pluriannuelle des volumes de crue, à l'issue des différents calages, se fait à l'aide d'un indice défini comme : Indice de Reconstitution du Volume de Crue (IRVC).

TABLEAU III
Lames totales écoulées du 1^{er} juillet au 31 octobre.

Bassin versant et période	Lame écoulée totale (mm)	Lame écoulée décades 19-30	% écoulé entre 1/07 et 31/10
Bagoé à Kouto 1981-1985	723.0	668.5	92.5
Bagoé à Kouto 1973-1976	563.1	485.0	86.1
Bagoé à Guingérini 1981-1983	585.3	552.1	94.3
Bou à Boron 1981-1985	316.1	290.9	92.0
Lafigue rte Badik. 1981-1984	506.9	386.9	76.3

Cet indice est défini sur l'ensemble de la période considérée. Pour chaque année on évalue l'écart en % entre la crue calculée et la crue observée. Pour chacune des années, la valeur absolue de cet écart est pondérée par un coefficient traduisant l'importance de la crue annuelle par rapport au volume de crue écoulé sur toute la période. L'IRVC est la somme de ces écarts pondérés.

Pour une série observée de n années, on aura :

$$IRVC = \sum_{i=1}^n \left[\frac{\text{Crue année } i}{\sum_{i=1}^n \text{crues annuelles}} \times 100 \left| \frac{\text{Crue année } i \text{ Calc.}}{\text{Crue année } i \text{ Obs}} - 1 \right| \right]$$

c'est-à-dire :

$$IRVC = \sum_{i=1}^n \text{Coef. pondération } i * \left| \text{Ecart « Observé - Calculé » année } i \text{ en } \% \right|$$

IRVC tend vers 0 lorsque la crue calculée tend vers la crue observée. (A titre indicatif, une erreur systématique de 10 % sur les crues annuelles d'une série donnée correspond à une valeur de 10 pour l'IRVC).

4.2.2. Evaluation des critères

Méthodologie

Ayant défini un module d'évaluation comparative des performances des critères représentatif de caractéristiques hydrologiques, nous avons alors suivi une méthodologie calquée sur celle de DISKIN et SIMON (1977).

Pour une période et pour un modèle donné, nous avons donc procédé comme suit :

- les valeurs des différents termes du module sont calculées pour chacun des critères ;
- pour chaque terme du module, on établit un classement des performances des critères auxquels on attribue donc un rang (rang 1 pour le meilleur, rang 5 pour le plus mauvais) ;
- pour chaque critère, on somme les différents rangs obtenus, et on obtient ainsi une « note » comprise entre 5 et 25 (5 dans le meilleur des cas, 25 dans le pire).

A titre d'exemple, le tableau IV présente cette « notation » pour la Bagoé à Guingérini.

TABLEAU IV

Valeurs des différents termes du module d'évaluation des critères numériques. Exemple de la Bagoé à Kouto (1981-1985), modèle GR3.

	Critères de calage				
	Crec	Fortin	CrecBi	Nash	SExpER
Coef Correl.	0.889	0.887	0.882	0.955	0.936
Dif. autocor.	0.082	0.078	0.082	0.021	0.001
Bilan1	388.4	341.7	292.2	8.8	183.7
Bilan2	418.8	378.9	347.8	235.0	312.7
IRVC	54.5	47.9	40.8	14.6	34.7

	Critères de calage (rangs après classement)				
	Crec	Fortin	CrecBi	Nash	SExpER
Coef Correl.	3	4	5	1	2
Dif. autocor.	5	3	4	2	1
Bilan1	5	4	3	1	2
Bilan2	5	4	3	1	2
IRVC	5	4	3	1	2
Somme ("note")	23	19	18	6	9

Interprétation

Le tableau V fait apparaître les classements respectifs de chaque critère et leur fréquence. Le critère de NASH semble s'imposer nettement, étant classé 1^{er} 12 fois sur 15, et en étant, au pire, classé 3^e. Derrière lui, les critères CrecBi et Fortin, respectivement classés 12 et 9 fois dans les trois premiers semblent avoir les meilleurs comportements.

Une étude plus détaillée peut être menée en examinant le comportement des critères relativement à chaque élément du module d'évaluation.

TABLEAU V
Fréquences des classements des différents critères.

Rang	Critères de calage (fréquence des rangs)				
	Crec	Fortin	CrecBi	Nash	SExpER
1	-	1	2	12	1
2	1	4	6	2	5
3	5	4	4	1	-
4	6	3	3	-	2
5	3	2	1	-	7

Les ex-aequo n'ont pas été départagés, ce qui explique que le total par ligne ne soit pas toujours égal à 15.

Le coefficient de corrélation (tabl. VI).

Le critère de Nash semble très supérieur aux autres en matière de corrélation entre lames observées et calculées. Il apparaît 12 fois sur 15 en première position et il présente l'intervalle de valeurs le plus réduit (0,760-0,955). Les autres critères ont des performances qui sont tout à fait comparables entre elles, mais à un niveau nettement inférieur.

Ecart entre les coefficients d'autocorrélation d'ordre 2 observés et calculés (tabl. VII).

Les critères Crec et Fortin semblent assez peu performants en matière d'autocorrélation. Il est, par contre assez difficile de séparer les trois autres. On notera simplement que le critère de Nash présente l'intervalle de variation le plus réduit.

Bilan1 et Bilan2 (tabl. VIII et IX).

Les critères CrecBi et Nash apparaissent très nettement comme les deux critères respectant le mieux le volume écoulé (et ce même si le critère de Nash ne descend pas, ponctuellement, au niveau de précision de CrecBi). C'est, cependant, avec le critère de Nash que, 11 fois sur 15, la somme des écarts absolus entre valeurs observées et calculées (Bilan2) est la plus faible. L'association avec Bilan1 indique également qu'il existe moins de compensations numériques que pour les autres critères.

IRVC.

Au regard de l'Indice de Reconstitution du Volume de Crue, le critère de Nash fait état d'une certaine supériorité. Il n'atteint jamais de valeurs très élevées et devance très nettement les autres critères. Le calage à l'aide de cette fonction critère semble donc permettre une meilleure prise en compte de la lame de crue.

TABLEAU VI

Fréquences des classements des différents critères au regard du coefficient de corrélation entre lames écoulées observées et calculées.

Rang	Critères de calage (fréquence des rangs)				
	Crec	Fortin	CrecBi	Nash	SExpER
1	1	2	-	12	-
2	1	3	5	2	4
3	7	3	2	-	3
4	5	6	3	-	2
5	1	1	5	1	6
valeur min.	0.382	0.382	0.570	0.760	0.470
valeur max.	0.944	0.946	0.946	0.955	0.943

TABLEAU VII

Fréquences des classements des différents critères au regard de l'écart entre les coefficients d'autocorrélation observés et calculés.

Rang	Critères de calage (fréquence des rangs)				
	Crec	Fortin	CrecBi	Nash	SExpER
1	-	-	5	6	4
2	3	4	3	2	3
3	5	3	2	1	4
4	4	7	2	3	-
5	3	1	3	3	4
valeur min.	0.016	0.007	0.002	0.003	0.001
valeur max.	0.716	0.716	0.183	0.123	0.203

TABLEAU VIII
Fréquences des classements des différents critères au regard du terme Bilan1.

Rang	Critères de calage (fréquence des rangs)				
	Crec	Fortin	CrecBi	Nash	SExpER
1	-	-	12	3	-
2	1	-	-	11	3
3	2	8	3	-	2
4	9	6	-	1	-
5	3	1	-	-	10
valeur min.	20.0	18.8	0.1	6.1	67.6
valeur max.	792.7	729.0	723.7	138.7	692.2

TABLEAU IX
Fréquences des classements des différents critères au regard du terme Bilan2.

Rang	Critères de calage (fréquence des rangs)				
	Crec	Fortin	CrecBi	Nash	SExpER
1	2	3	1	10	-
2	1	4	3	2	4
3	7	3	3	-	3
4	3	5	1	3	2
5	2	-	7	-	6
valeur min.	146.2	154.9	179.3	149.1	163.0
valeur max.	826.3	779.0	774.5	412.5	435.8

TABLEAU X
Fréquences des classements des différents critères au regard du terme IRVC.

Rang	Critères de calage (fréquence des rangs)				
	Crec	Fortin	CrecBi	Nash	SExpER
1	-	-	2	13	-
2	2	4	2	1	5
3	4	5	5	1	1
4	6	5	2	-	3
5	3	1	4	-	6
valeur min.	19.6	24.7	12.6	14.6	25.7
valeur max.	154.7	144.1	142.9	48.6	119.2

4.3. CONVERGENCE

L'utilisation d'une fonction critère particulière est également liée à sa capacité de convergence rapide vers une solution stable. Nous avons tracé certains de ces processus de convergence.

Sur ce point, les différents critères ont généralement un comportement assez similaire, ce qui n'en fait pas un élément véritablement caractéristique. Leur vitesse de convergence est du même ordre, lorsque cette convergence existe, ainsi qu'en témoignent les tracés que nous avons retenus. Ils concernent la Bagoé à Kouto (période 1981 à 1985) calée avec chacun des trois modèles utilisés (fig. 12, 13 et 14).

Si, du point de vue des modèles, la convergence apparaît plus rapide pour GR3, cela est uniquement dû au nombre plus réduit de paramètres à optimiser que compte cet algorithme.

5. CONCLUSION

Les critères que nous avons utilisés peuvent être classés en trois catégories :

- la première regroupe les critères Crec, Fortin et SExpER. Ils sont bâtis autour de l'écart relatif entre lame observée et lame calculée, et pondérés par des coefficients qui diffèrent ;
- la seconde concerne le critère CrecBi. Celui-ci n'est autre que le critère Crec auquel nous avons ajouté un terme de bilan ;
- la troisième est représentée par le critère de Nash dont la formulation est liée à une approche statistique classique.

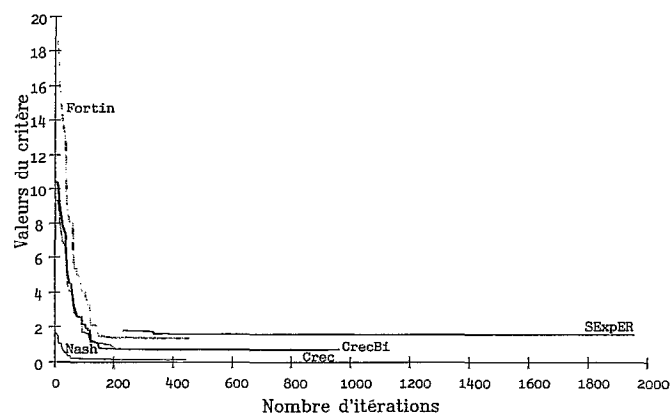


FIG. 12. — La Bagoé à Kouto, 1981-1985, modèle CREC. Tracés des processus de convergence pour les différentes fonctions critères. —·— Crec, --- Fortin, —·— CrecBi, — Nash, — SExpER.

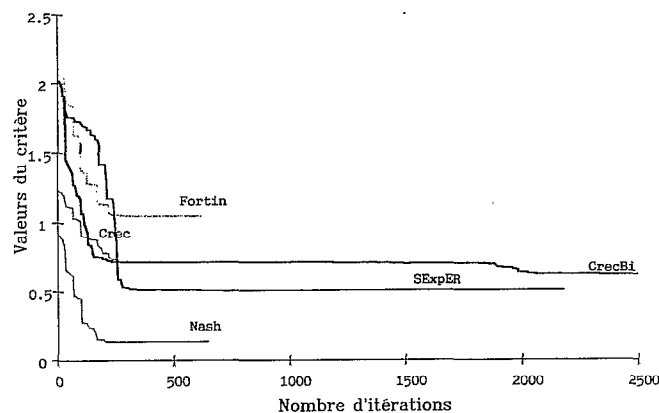


FIG. 13. — La Bagoé à Kouto, 1981-1985, modèle MODGLO. Tracés des processus de convergence pour les différentes fonctions critères. —·— Crec, --- Fortin, —·— CrecBi, — Nash, — SExpER.

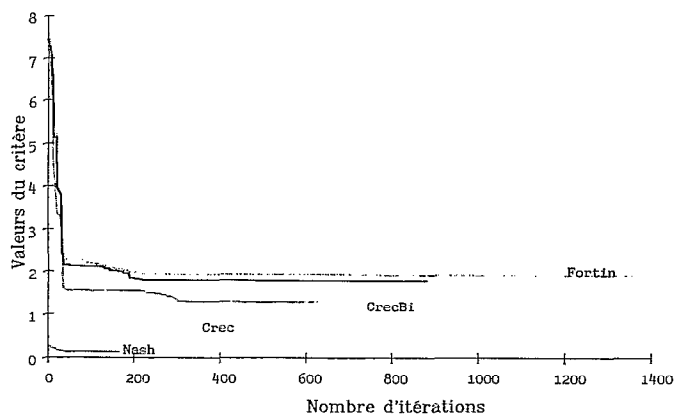


FIG. 14. — La Bagoé à Kouto, 1981-1985, modèle GR3. Tracés des processus de convergence pour les différentes fonctions critères. — Crec, --- Fortin, — CrecBi, — Nash.

Les périodes pour lesquelles nous avons procédé au calage sont souvent critiques pour des modèles à réservoirs du type de ceux utilisés ici. Elles sont, en effet, caractérisées par une période exceptionnellement sèche observée principalement en 1983, et dont les effets étaient encore ressentis en 1984. Les coefficients d'écoulement y sont extrêmement faibles, la lame écoulée ne représentant plus alors qu'une partie presque négligeable du bilan hydrologique. C'est dire l'importance vraisemblable de l'évapotranspiration qui est, malheureusement, trop souvent négligée dans les modèles « pluie-débit » élaborés par les hydrologues.

Malgré cette particularité, plusieurs enseignements peuvent être tirés de cette étude au caractère systématique. Les performances des différents modèles utilisés sont satisfaisantes. On note une certaine difficulté, pour les trois algorithmes employés, à « redémarrer » après la saison sèche. Les premières crues sont souvent mal reproduites. La longue période de désaturation que l'on observe dans le nord de la Côte d'Ivoire (peu ou pas de pluie pendant plusieurs semaines, voire plusieurs mois) pose de sérieux problèmes aux modèles construits sur un schéma de type à réservoir. Il est, de plus, difficile d'intégrer une année aussi exceptionnelle que 1983 dans une courte période de calage.

Concernant les critères on note plusieurs points :

- les critères Crec, Fortin et SExpER ont un comportement très voisin et que nous qualifierons de « réducteur » dans la mesure où l'hydrogramme calculé a souvent des valeurs inférieures à celles de l'hydrogramme observé ;
- dans CrecBi, la prise en compte d'un terme de bilan s'est montrée relativement inadaptée puisqu'elle conduit souvent à des compensations numériques par rapport à l'hydrogramme observé ;
- le critère de Nash présente un bon comportement d'ensemble bien qu'il montre quelques faiblesses en étiage.

Une étude systématique à l'aide d'un module d'évaluation des performances des critères a confirmé ces premières conclusions.

Le tableau V montre clairement que le critère de Nash s'impose comme celui qui, globalement, permet d'accéder au meilleur calage. Ce qui est confirmé lorsque l'on considère chaque élément du module pris séparément :

- coefficient de corrélation : le critère de Nash est très supérieur aux autres. Son utilisation n'introduit que peu de décalages entre hydrogrammes observés et calculés ;
- coefficient d'autocorrélation : les critères CrecBi, Nash et SExpER sont les plus performants, avec, néanmoins, un avantage au critère de Nash qui présente les écarts les plus faibles avec le coefficient observé. Il respecte donc bien la dynamique des hydrogrammes ;
- Bilan1 : si le critère CrecBi apparaît comme largement supérieur aux autres, le critère de Nash est plus régulier, ce que traduit son intervalle de variation plus réduit ;
- Bilan2 : on confirme, ici, ce que l'on observe avec Bilan1. Le critère de Nash a le meilleur comportement. Il présente moins de compensations numériques par rapport à l'hydrogramme observé que ne le fait CrecBi ;

— IRVC : la prise en compte de cet indice est importante au regard de l'objectif affiché en matière de détermination d'apports. On note là, une très nette supériorité du critère de Nash pour lequel on a toujours $IRVC < 50$, ce qui est loin d'être le cas avec les autres critères. Il permet donc une meilleure prise en compte de la lame de crue.

Au regard des objectifs visés (reconstitution la plus précise possible des volumes de crue en saison des pluies, restitution de la dynamique des hydrogrammes, absence de décalage dans le temps entre les hydrogrammes observés et calculés) et de la nature des données disponibles, quelque soit l'algorithme utilisé, c'est son association avec le critère de Nash qui permet d'accéder au meilleur niveau de résultats.

REMERCIEMENTS

Les auteurs tiennent à remercier la Direction de l'Eau du ministère des Travaux Publics de Côte d'Ivoire et l'Agence Nationale pour les Aéroports et la Météorologie pour la consultation et l'utilisation des banques de données.

Les auteurs remercient Jean-Marc LAPETITE (ORSTOM) pour sa contribution dans le cadre du traitement des données d'évapotranspiration potentielle.

BIBLIOGRAPHIE

- COMBES (V.), 1985. — Paramétrisation de modèles conceptuels d'un bassin versant. Contribution à l'élaboration d'un système de mesure des caractéristiques hydrologiques d'un bassin versant. Application au modèle CREC. Thèse Docteur-Ingénieur en Sciences de l'Eau et Aménagement. USTL. Montpellier, *multigr.*
- DEZETTER (A.), 1987. — Modèle global ORSTOM 74. Analyse des structures et du fonctionnement en vue d'une reformulation. DEA National d'Hydrologie. USTL. Montpellier, *multigr.*
- DISKIN (M.H.), SIMON (E.), 1977. — A procedure for the selection of objective functions for hydrologic simulation models. *J. Hydrol.*, 34 : 129-149.
- EDIJATNO, MICHEL (C.), 1989. — Un modèle pluie-débit journalier à trois paramètres. *La Houille Blanche*, n° 2 : 113-121.
- FORTIN (J.P.), CHARBONNEAU (R.), LEFEVRE (J.), GIRARD (G.), 1971. — Proposition et analyse de quelques critères adimensionnels d'optimisation. *AISH Pub 101 Vol. 2 : 548-557*. Actes du colloque de Varsovie.
- GUILBOT (A.), 1986. — Des multiples applications d'un modèle conceptuel du cycle de l'eau en France. *Revue Internationale des Sciences de l'Eau*, Vol. 2-1 : 19-26.
- LEVIANDIER (T.), MA (Z.C.), 1987. — Influence du pas de temps sur les performances des modèles pluie-débit. Critères d'applications opérationnelles de modèles hydrologiques, Rapport final. EDG, CEMAGREF.
- NASH (J.E.), 1969. — A course of lectures on parametric or analytical hydrology. Great Lakes Institute. University of Toronto Pr 38: Lecture 12.
- NASH (J.E.), SUTCLIFFE (J.V.), 1970. — River flow forecasting through conceptual models. Part I — A discussion of principle, *J. Hydrol.*, 10 : 282-290.
- NELDER (J.A.), MEAD (R.), 1964. — A simple method for function minimization. *Computer Journal*, 7 : 308-313.
- ROSENBROCK (H.H.), 1960. — An automatic method for finding the greatest or least value of a function. *Computer Journal*, 3, 175.
- SERVAT (E.), 1986. — Présentation de trois modèles globaux conceptuels déterministes. CREC5, MODGLO et MODIBI. ORSTOM Montpellier, *multigr.*
- SERVAT (E.), DEZETTER (A.), 1988. — Modélisation globale de la relation pluie-débit : des outils au service de l'évaluation des ressources en eau. *Hydrol. continent.*, vol. 3 n° 2, 1988: 117-129.