

# Simulation numérique de l'infiltration dans les sols encroûtés : croûte établie et en formation

Jawdat TOUMA (1)

## RÉSUMÉ

On présente deux modèles numériques pour simuler l'écoulement dans des sols encroûtés. Le premier considère que la croûte est établie et saturée préalablement à l'infiltration. Il est validé par comparaison avec une expérience de laboratoire. Le second simule la formation de la croûte au cours de l'humectation. Pour cela, le profil est assimilé à un milieu stratifié dans lequel la couche qui représente la croûte est formée d'un sol similaire à celui qu'elle surmonte. En chaque point, le facteur d'échelle qui exprime la similarité, varie en fonction de l'état d'humidité du point considéré entre une valeur initiale qui correspond à l'état sec, et une valeur finale atteinte à la saturation. On montre qu'au-delà d'une certaine vitesse de formation de la croûte, les deux modèles donnent essentiellement les mêmes résultats, le temps de submersion excepté. Pour les faibles vitesses de formation de la croûte, on présente et discute une méthodologie pour tenir compte de ce phénomène à l'aide du premier modèle.

**MOTS-CLÉS :** Infiltration — Sols encroûtés — Analyse numérique.

## ABSTRACT

NUMERICAL SIMULATION OF INFILTRATION INTO CRUSTED SOILS : CRUST EITHER ESTABLISHED OR UNDER FORMATION

Two numerical models are presented for simulating flow in crusted soils. The first assumes that the crust is present and saturated prior to the infiltration. It is validated by comparison with a laboratory experiment. The second model simulates the formation of the crust during wetting. To do this, the soil profile is considered as two layered, the soil of the upper layer, from which the crust is formed, being similar to that of the underlying soil. At each point, the scaling factor accounting for the similarity, is a function of the wetness of the point considered and varies between an initial value corresponding to the dry soil before infiltration, and a final value reached at saturation. It is shown that beyond some rate of formation of the crust, the two models give essentially the same results, except for the ponding time. For low rates of formation of the crust, a methodology is presented and discussed to account for the phenomenon using the first model.

**KEY WORDS :** Infiltration — Crusted soils — Numerical analysis.

## 1. INTRODUCTION

L'encroûtement de la surface du sol est un phénomène couramment observé, aussi bien quand le sol est nu que lorsqu'il est cultivé (HARDY *et al.*, 1983 ; VALENTIN, 1985). Souvent, ce phénomène est dû à l'impact des gouttes de pluie qui désagrègent les mottes d'agrégats et/ou dispersent l'argile présente à la surface du sol. Ceci a pour

---

(1) *Hydrologue, Orstom, BP 5045, 34032 Montpellier cedex 1.*

conséquence la formation d'une couche dense de quelques millimètres d'épaisseur qui limite considérablement l'infiltration dans le sol sous-jacent.

Outre les études expérimentales (MAC INTYRE, 1958 ; TACKETT et PEARSON, 1965 ; CHEN *et al.*, 1980 ; AGASSI *et al.*, 1982 ; LEVY *et al.*, 1986 ; etc.), plusieurs études quasi-analytiques et/ou numériques ont été consacrées à ce sujet (entre autres : AHUJA, 1973 ; SMILES *et al.*, 1982 ; AHUJA, 1983 ; PARLANGE *et al.*, 1984 ; ZAYANI, 1987). La plupart des études numériques ou quasi-analytiques considèrent, à la suite de HILLEL et GARDNER (1969), une croûte formée et saturée préalablement à l'infiltration, et de caractéristiques (conductivité — saturée par définition — et épaisseur) connues et invariantes. Les modèles fondés sur ces considérations seront désignés ci-après par « approche classique (AC) ».

Une revue de la bibliographie montre qu'il existe peu de modèles basés sur des hypothèses différentes de celles de l'approche classique. Parmi ceux-là on trouve les modèles de FARRELL et LARSON (1972) et de MOORE (1981). Le premier, analytique, considère une croûte de résistance hydraulique (l'épaisseur de la croûte rapportée à sa conductivité) variable dans le temps. L'écoulement dans le sol sous-jacent étant piston et décrit par le modèle de GREEN et AMPT (1911). Les résultats de ce modèle sont difficilement exploitables dans la pratique, en raison de la complexité des expressions analytiques qui en résultent (des fonctions gamma incomplètes et des intégrales exponentielles). De plus, il nécessite la connaissance des caractéristiques hydriques du sol (courbe de rétention et relation conductivité hydraulique-teneur en eau), alors que le modèle de GREEN et AMPT appliqué à un sol non encroûté n'exige pas la connaissance de ces deux relations. Le second modèle, numérique, considère une croûte dont la conductivité saturée décroît de façon exponentielle dans le temps, alors que sa courbe de rétention reste invariable, la même que celle du sol qu'elle surmonte. Cette approche paraît discutable. En effet, quelle que soit la cause de l'encroûtement de la surface, celui-ci se manifeste par une modification de la structure du sol dans ses couches superficielles. Il est légitime de penser que cette modification s'accompagne d'une variation de l'ensemble des caractéristiques originelles du sol en surface et non seulement de la conductivité saturée. Plus récemment, ABOUJAOUDE *et al.* (1991), ont proposé un modèle numérique dans lequel ils examinent l'incidence de l'hypothèse de saturation initiale de la croûte sur l'infiltration dans le cas *monodimensionnel*, ainsi que celle de la variabilité spatiale de l'épaisseur de la croûte dans le cas *bidimensionnel*. En comparant les résultats de ces modèles avec ceux donnés par un modèle de croûte saturée, ils concluent que ce dernier peut être appliqué dans la pratique sans grande erreur. Cependant, ils n'ont pas examiné le cas où la croûte se forme pendant l'infiltration.

Ce papier est une tentative de simuler le comportement d'un sol qui s'encroûte pendant l'humidification. Pour cela on suppose que le sol de la croûte est formé d'un sol similaire au sol sous-jacent dont le facteur d'échelle,  $\alpha$ , varie en chaque point de la croûte en fonction de l'état d'humidité du point considéré, entre une valeur initiale  $\alpha_i$  et une valeur finale  $\alpha_r$ . La première correspond à celle du sol sous-jacent, et la seconde à la saturation. Les modèles construits sur ces considérations, seront désignés « approche double-couche (A2C) ».

## 2. LES MODÈLES

Quelle que soit l'approche considérée, le sol est supposé homogène, isotrope et indéformable. Dans ces conditions, l'écoulement vertical isotherme de l'eau pure est décrit par l'équation bien connue de RICHARDS (1931) :

$$C(h) \cdot \partial h / \partial t = \partial / \partial z [K(\partial h / \partial z) - 1] \quad (1)$$

où  $h$  est la pression de l'eau (L) ;  $K$  est la conductivité hydraulique (L.T<sup>-1</sup>), fonction très fortement non linéaire de la teneur en eau  $\theta$  (L<sup>3</sup> . L<sup>-3</sup>) ;  $z$  est la cote (L) avec l'origine prise à la surface du sol et l'axe vertical orienté positivement vers le bas ;  $t$  le temps (T) et  $C(h)$  la capacité capillaire (L<sup>-1</sup>) définie par  $C(h) = d\theta/dh$ . Les fonctions  $\theta(h)$  et  $K(\theta)$  (ou  $K(h)$ ) sont supposées connues et uniques.

L'équation (1) est discrétisée en différences finies centrées et l'axe vertical divisé en  $N$  points de calcul, le premier point étant à la surface du sol. L'équation discrétisée appliquée à chaque point de calcul se présente sous la forme :

$$A_i^j \cdot h_{i-1}^{j+1} + B_i^j \cdot h_i^{j+1} + D_i^j \cdot h_{i+1}^{j+1} = E_i^j \quad (i = 1, 2, \dots) \quad (2)$$

où  $i$  est l'indice de l'espace et  $j$  celui du temps. Les expressions des coefficients  $A_i^j$ ,  $B_i^j$ ,  $D_i^j$  et  $E_i^j$  sont données en annexe. La résolution de cette équation nécessite la connaissance d'une condition initiale et de deux conditions aux frontières. Dans tous les résultats présentés ci-dessous, la condition initiale est une pression constante dans tout le profil, ce qui implique une humidité initiale uniforme dans le sol, la même dans la croûte qui le surmonte pour A2C :

$$t < 0, h_i^{j+1} = h_{in} = \text{cte} \quad (i = 1, 2, \dots, N)$$

Cette pression reste inchangée à l'aval du front d'humectation, ce qui fournit la condition à la frontière inférieure :

$$t \geq 0, h_{M+1}^{j+1} = h_{in}$$

où  $M$  est l'indice du point atteint par le front d'humidité à l'instant  $t$ . Quant à la condition appliquée à la surface du sol, elle dépend de l'approche suivie.

## 2.1. APPROCHE CLASSIQUE

Quelle que soit la condition appliquée à la surface de la croûte, sa conductivité  $K_c$  et son épaisseur  $L_c$  étant connues, le débit unitaire  $q$ , qui peut y transiter est donné par application de la loi de Darcy :

$$q = -K_c \cdot (h_{oc}(t) - L_c - h_{ex}(t))/L_c \quad (3)$$

où  $h_{oc}(t)$  et  $h_{ex}(t)$  sont respectivement la pression à l'interface sol-croûte et celle qui règne à la surface de la croûte, généralement variables dans le temps. Cette relation amène plusieurs remarques :

i) pour une infiltration sous condition de charge à la surface de la croûte et à  $t = 0$ , la valeur de  $q$  est finie alors qu'elle est théoriquement infinie dans un sol non encroûté ;

ii) lorsque l'infiltration a lieu sous une pluie d'intensité constante  $q_0$  à la surface de la croûte, le ruissellement ne peut commencer qu'à partir du moment  $t_s$  (temps de submersion) où  $h_{ex}$  s'annule. A cet instant,  $h_{oc}(t_s)$  est donnée par  $L_c - q_0 \cdot L_c/K_c$  ;

iii) lorsque l'infiltration a lieu sous une faible charge d'eau, ou sous une pluie qui occasionne un ruissellement, il n'est pas légitime d'assimiler l'intensité d'infiltration stabilisée à la conductivité saturée de la croûte comme le suggère VALENTIN (1985). En effet, si tel était le cas ( $q \cong K_c$ ), cela signifie que pendant cette phase de l'infiltration  $h_{oc} \cong h_{ex}$ . La conductivité du sol au voisinage de la croûte est donc pratiquement à la saturation  $K_s$ . Or, un régime d'infiltration stabilisé implique un gradient de charge quasiment unitaire dans le sol et  $q \cong K_s$ . D'où  $K_c \cong K_s$  et le sol n'est donc pas encroûté, ce qui est en contradiction avec l'hypothèse de départ.

Dans cette approche, le premier nœud de calcul est situé à l'interface sol-croûte et (3) devient :

$$q = -K_c \cdot (h_1^{j+1} - L_c - h_{ex}(t))/L_c \quad (4)$$

D'autre part, la loi de Darcy discrétisée au premier nœud de calcul, en introduisant un nœud imaginaire numéroté zéro, s'écrit :

$$q_1^{j+1} = -K_1^j ((h_2^{j+1} - h_0^{j+1})/2\Delta z_1 - 1) \quad (5)$$

où  $\Delta z_1$  est le pas de l'espace entre les nœuds 1 et 2. Lorsque l'infiltration a lieu sous une condition de charge à la surface de la croûte,  $h_{ex}(t)$  est connue et la combinaison de (4) et (5) permet d'exprimer  $h_0^{j+1}$  en fonction de  $h_1^{j+1}$  et  $h_2^{j+1}$  et donc d'éliminer cette inconnue de l'équation (2) écrite à  $i = 1$ . Alors que pour une condition de pluie d'intensité connue  $q_0$  à la surface de la croûte,  $h_0^{j+1}$  est déterminée à partir de (5) avec  $q_1^{j+1} = q_0$ . La valeur de  $h_1^{j+1}$  qui résulte de la résolution de (2) est comparée à  $h_{oc}(t_s)$  définie plus haut. Tant que  $h_1^{j+1} < h_{oc}(t_s)$ , la totalité de la pluie s'infiltre puisque  $h_{ex}(t)$  calculée à partir de (4) avec  $q = q_0$  est négative. L'instant  $t_s$  est déterminé numériquement quand  $h_1^{j+1} = h_{oc}(t_s)$  à partir duquel nous avons considéré un ruissellement instantané et donc pour  $t \geq t_s$   $h_{ex}(t) = 0$ , ce qui revient à appliquer une condition de charge constante à la surface de la croûte. Pour  $t \geq t_s$ , la lame ruisselée est calculée par :

$$\int_{t_s}^t (q_0 - q) \cdot dt \quad (6)$$

À noter que la simulation d'un ressuyage, et quelles que soient ses conditions — drainage interne, (HILLEL *et al.*, 1972) ou évaporation (ARYA *et al.*, 1975 ; VACHAUD *et al.*, 1978) — s'effectue comme si la croûte n'existait pas. Ceci découle directement de l'hypothèse de saturation de la croûte. En effet, d'après (3) on a :

$$h_{ex}(t) = h_{oc}(t) - L_c + q \cdot L_c/K_c \quad (7)$$

avec  $q = 0$  pour un drainage interne et  $q < 0$  pour une évaporation. Les quantités  $h_{ex}(t)$  et  $h_{oc}(t)$  peuvent prendre toutes les valeurs négatives sans permettre la désaturation de la croûte.

2.2. APPROCHE DEUX COUCHES

Dans ce cas, la croûte est supposée formée d'un sol similaire à celui qu'elle surmonte. La similitude est exprimée par un facteur d'échelle  $\alpha$  défini comme le rapport d'une longueur caractéristique de la croûte  $\lambda_{cr}$  à une longueur caractéristique dans le sol sous jacent  $\lambda_{sol}$  (MILLER et MILLER, 1956) :  $\alpha = \lambda_{cr}/\lambda_{sol}$ , la teneur en eau à saturation  $\theta_s$  étant la même pour les deux milieux. Ce rapport de similitude permet ainsi d'obtenir les relations  $h_{cr}(\theta)$  et  $K_{cr}(\theta)$  de la croûte à partir de celles du sol  $h_s(\theta)$  et  $K_s(\theta)$  par :

$$h_{cr}(\theta) = h_s(\theta)/\alpha \tag{8}$$

$$K_{cr}(\theta) = \alpha^2 \cdot K_s(\theta) \tag{9}$$

Ce facteur d'échelle est supposé varier en tout point en fonction de la pression (et donc de l'état d'humidité) du point considéré suivant :

$$\alpha(h) = (\alpha_i - \alpha_f) \cdot (h/h_{in})^p + \alpha_f \tag{10}$$

avec  $\alpha_i = 1$  le facteur d'échelle du sol considéré comme référence,  $\alpha_f$  le facteur d'échelle atteint à la saturation de la croûte et donc quand elle est bien établie,  $h$  la pression de l'eau au point considéré,  $h_{in}$  la pression initiale et  $p$  une constante positive. Initialement  $h = h_{in}$ ,  $\alpha = \alpha_i$ , et le sol n'est pas encroûté avant l'infiltration. Le paramètre  $p$  peut être considéré comme tenant compte de la vitesse d'encroûtement ou de la modification de la structure de la surface. Plus la valeur de ce paramètre est faible et moins la surface du sol est sujette à l'encroûtement. Les cas extrêmes  $p = 0$  et  $p \rightarrow \infty$  représentent respectivement un sol non encroûté et qui le reste au cours de l'humidification, et un sol surmonté d'une croûte de facteur d'échelle constant, ce qui revient pratiquement à considérer le phénomène suivant AC (ABOUJAOUDE *et al.*, 1991).

Numériquement, l'épaisseur de la croûte étant de quelques millimètres, il n'est pas réaliste de garder un pas d'espace constant dans tout le profil. En effet, cela nécessite une taille mémoire très importante et un temps de calcul excessivement long. Pour cela, et quelle que soit l'épaisseur de la croûte, le pas d'espace est choisi de façon à assurer une quinzaine de nœuds de calcul (régulièrement espacés) dans celle-ci. Il est ensuite augmenté progressivement pour atteindre 1 cm et gardé constant par la suite.

Lorsque la condition appliquée à la surface de la croûte est une charge,  $h_i^{j+1}$  est connue et l'équation (2) est appliquée pour  $i = 2, \dots, M$ . Alors que pour une infiltration sous pluie (ou pendant le ressuyage) la loi de Darcy discrétisée à la surface de la croûte ( $i = 1$ ) :

$$q_1^{j+1} = - K_1^i ((h_2^{j+1} - h_0^{j+1})/2\Delta z_1 - 1)$$

permet d'exprimer  $h_0^{j+1}$  en fonction de  $q_1^{j+1}$  et de  $h_2^{j+1}$  et d'éliminer cette inconnue de l'équation (2) écrite à  $i = 1$ . Ceci est valable tant que  $h_1^{j+1}$  donnée par la résolution du système (2) est négative. L'instant  $t_s$  où cette quantité s'annule marque le temps de submersion et donc le début du ruissellement. Dans ce cas aussi, nous avons considéré un ruissellement instantané, et la condition appliquée à la surface devient une charge nulle.

3. VALIDATION DU MODÈLE

Seul le modèle AC peut être validé puisqu'il n'existe pas de solution analytique ou des observations expérimentales correspondant à A2C. Ce modèle est validé par comparaison avec les résultats expérimentaux de ZAYANI (1987) qui contiennent toutes les informations nécessaires comme entrées du modèle. Les relations  $\theta(h)$  et  $K(\theta)$  du sol sont données par :

$$\theta = (\theta_s - \theta_r)/[1 + (a \cdot h)^b]^c + \theta_r$$

$$K = K_s \cdot (\theta/\theta_s)^A$$

avec  $\theta_s = 0.296 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$ ,  $\theta_r = 0.060 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$ ,  $a = -0.0347 \text{ cm}^{-1}$ ,  $b = 3.828$ ,  $c = 1 - 1/b = 0.739$ ,  $K_s = 0.85 \text{ cm/h}$  et  $A = 4.291$ . Le profil initial correspond à un équilibre hydrostatique :  $h - z = -76 \text{ cm}$ . La croûte est représentée par une plaque poreuse de 6 mm d'épaisseur, saturée avant l'infiltration et placée à la surface du sol. L'infiltration a lieu sous une charge constante de 41 cm. Sa conductivité mesurée avant et après l'infiltration a varié de  $1.25 \times 10^{-3} \text{ cm/h}$  à  $1.02 \times 10^{-3} \text{ cm/h}$ . Pour la validation nous avons considéré la valeur moyenne  $1.13 \times 10^{-3} \text{ cm/h}$ . Les figures 1a et 1b montrent respectivement les lames infiltrées et les profils hydriques mesurés et calculés.

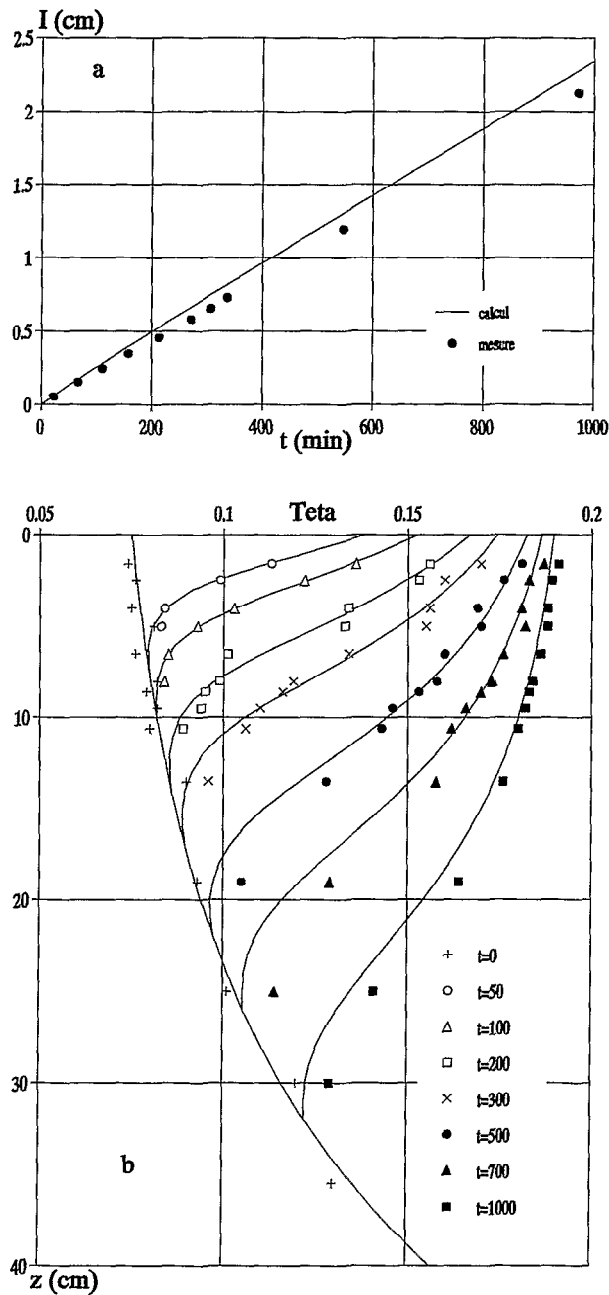


FIG. 1. — Comparaison entre les résultats expérimentaux de ZAYANI (1987) pour une infiltration sous charge constante de 41 cm et les résultats numériques donnés par l'approche classique.  
 a : lame infiltrée cumulée. b : profils hydriques (paramètre temps en minutes).  
 Comparison between experimental results of ZAYANI (1987) for infiltration under constant head of 41 cm and numerical results obtained by the classical approach.  
 a : cumulative infiltration. b : water content profiles (parameter time in minutes).

L'accord est très satisfaisant et montre la capacité du modèle numérique à simuler l'infiltration suivant cette approche. Les faibles différences constatées entre l'observation et le calcul pour les temps longs sont vraisemblablement dues à la valeur de la conductivité de la croûte considérée numériquement.

#### 4. CARACTÉRISTIQUES DU MILIEU

Pour les deux approches, les caractéristiques du sol (indice  $\sigma$ ) qui a servi à cette étude sont données par (TOUMA, 1987) :

$$\begin{aligned} \theta_{\sigma} &= \theta_s (h/h_{o,\sigma})^{\beta} & (h < h_{r,\sigma}) \\ \theta_{\sigma} &= a_{\sigma} h^5 + b_{\sigma} h^4 + \theta_s & (h_{r,\sigma} \leq h < \infty) \\ \theta_{\sigma} &= \theta_s & (h > \infty) \\ K_{\sigma} &= K_{s,\sigma} (\theta/\theta_s)^B \end{aligned}$$

avec  $\theta_s = 0.301 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$ ;  $h_{o,\sigma} = -37.7 \text{ cm}$ ;  $\beta = -0.772$ ;  $h_{r,\sigma} = -57.1 \text{ cm}$ ,  $a_{\sigma} = -2.66 \times 10^{-10} \text{ cm}^{-5}$ ;  $b_{\sigma} = -2.30 \times 10^{-8} \text{ cm}^{-4}$ ;  $K_{s,\sigma} = 4.7 \text{ cm/h}$  et  $B = 6.873$ . Les valeurs des paramètres  $a_{\sigma}$  et  $b_{\sigma}$  assurent la continuité uniforme de la courbe et de sa dérivée au point de jonction  $h = h_{r,\sigma}$ . Pour les modèles construits selon A2C, les caractéristiques de la croûte (indice cr) de facteur d'échelle  $\alpha$  sont déduites des valeurs précédentes par :  $h_{o,cr} = h_{o,\sigma}/\alpha$ ;  $h_{r,cr} = h_{r,\sigma}/\alpha$ ;  $a_{cr} = a_{\sigma} \alpha^5$ ;  $b_{cr} = b_{\sigma} \alpha^4$  et  $K_{s,cr} = K_{s,\sigma} \alpha^2$ . Dans tous les résultats présentés ci-dessous, la teneur en eau avant l'infiltration est  $0.0301 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$ , ce qui correspond à 10 % de la saturation. L'épaisseur de la croûte est 1 cm et sa conductivité saturée  $0.0235 \text{ cm/h}$  ( $0.005K_{s,\sigma}$ ). Sa résistance hydraulique serait 42.6 h pour AC et son facteur d'échelle lorsqu'elle est bien établie 0.071 pour A2C.

#### 5. RÉSULTATS ET DISCUSSION

Afin d'examiner l'influence de la vitesse d'encroûtement de la surface du sol sur le processus, nous avons simulé l'infiltration sous différentes conditions à la surface et les valeurs suivantes de  $p$  : 0.7, 0.8, 0.9, 1, 1.25, 1.5, 2, 3, 5 et 10. Les conditions appliquées à la surface du sol sont : lame d'eau d'épaisseur négligeable, pluie d'intensité  $q = 4.7 \text{ cm/h} = K_{s,\sigma}$  (la conductivité saturée du sol) et pluie d'intensité  $q = 2.35 \text{ cm/h} = K_{s,\sigma}/2$ . Dans tous les cas l'infiltration dure une heure.

Les résultats sont montrés fig. 2 pour l'infiltration sous condition de charge, fig. 3 pour  $q = K_{s,\sigma}$  et fig. 4 pour  $q = K_{s,\sigma}/2$ . Dans chacune de ces figures le graphique (a) correspond aux lames infiltrées cumulées, (b) aux vitesses d'infiltration et (c) aux profils hydriques à  $t = 1 \text{ h}$ . Quant aux graphiques (3d) et (4d) ils montrent les lames ruisselées pour  $q = K_{s,\sigma}$  et  $q = K_{s,\sigma}/2$  respectivement. Notons que pour la première intensité de la pluie, une valeur de  $p < 0.7$  ne donne pas lieu à un ruissellement après une heure d'infiltration. De même pour  $q = 2.35 \text{ cm/h}$ , le ruissellement n'a pas lieu si  $p < 1.25$ , ce qui justifie le choix des valeurs de  $p$ .

Comme on peut s'y attendre, lame infiltrée, vitesse d'infiltration et profondeur humectée sont d'autant plus importantes que la vitesse d'encroûtement est faible. Cependant, pour  $p \geq 2$  la valeur de ce paramètre est pratiquement sans influence sur le processus d'infiltration. En effet, et quelle que soit la condition à la surface, la lame infiltrée (et ruisselée le cas échéant) et le profil hydrique calculés par A2C peuvent être déduits de ceux calculés par AC par simple translation. Pour la lame infiltrée, elle correspond à la lame nécessaire à la saturation de la croûte ( $\cong 0.3 \text{ cm}$ ), alors que pour le profil hydrique, elle est pratiquement équivalente à l'épaisseur de la croûte (1 cm).

La deuxième remarque concerne le temps de submersion lorsque l'infiltration a lieu sous condition de pluie. En effet, pour les deux intensités, le ruissellement commence très tôt dans AC : pratiquement à  $t = 0$  pour  $q = K_{s,\sigma}$  et à  $t \cong 0.015 \text{ h}$  pour  $q = K_{s,\sigma}/2$ . En revanche, pour A2C, il n'a lieu qu'à partir de  $t = 0.06 \text{ h}$  pour  $q = K_{s,\sigma}$  et à partir de  $t = 0.13 \text{ h}$  pour  $q = K_{s,\sigma}/2$ , et ce, quelle que soit la valeur de  $p$ . C'est le temps nécessaire pour une humectation suffisante de la croûte afin que le gradient de charge qui s'y établit devienne suffisamment faible et que le ruissellement puisse commencer.

Enfin, et bien que la conductivité saturée de la croûte soit la même quelle que soit  $p$ , la vitesse d'infiltration stabilisée,  $q_r$ , et la teneur en eau à l'interface sol-croûte,  $\theta_{sc}$ , sont d'autant plus grandes que  $p$  est faible. Ceci montre qu'en régime permanent, le gradient de charge qui s'établit au sein de la croûte n'est pas uniforme. En effet, si tel était le cas, une forte valeur  $\theta_{sc}$  impliquerait une faible valeur de  $q_r$  et non le contraire puisque la pression à l'interface sol-croûte,  $h_{sc}$ , est d'autant plus proche de zéro que  $\theta_{sc}$  est élevée. Ce résultat est analogue à celui obtenu dans des milieux hétérogènes par WHISLER *et al.*, 1972 et WATSON *et al.*, 1973. À titre d'exemple, la fig. 5 montre le gradient de charge dans la croûte en fin d'infiltration sous  $q = K_{s,\sigma}$  et pour  $p = 0.7$  et  $p = 2$ . Notons que le comportement de la croûte comme un sol hétérogène est d'autant plus marqué que  $p$  est faible.

Même si l'on considère le modèle A2C comme représentatif d'une quelconque réalité physique, sa portée pratique reste limitée, puisqu'il n'existe pas de moyen de mesurer ni les caractéristiques hydriques d'une croûte ni la vitesse

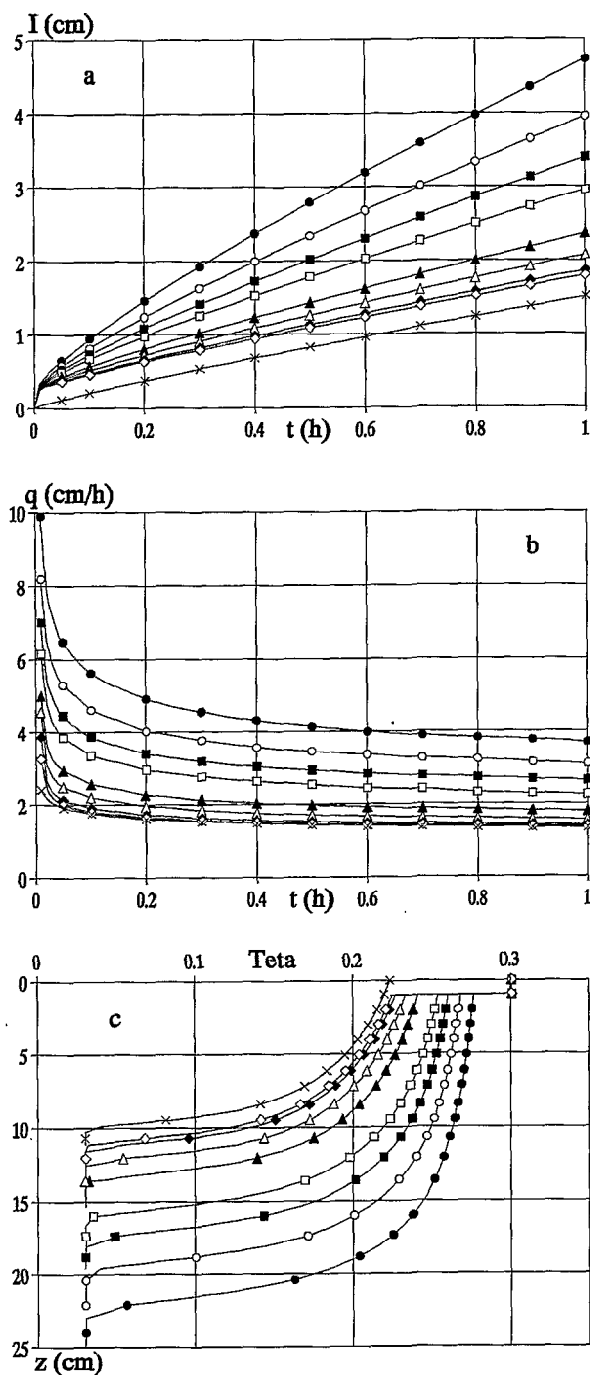


FIG. 2. — Résultats obtenus pour une infiltration sous charge négligeable par l'approche classique ( $\times$ ) et l'approche double-couche avec  $p = 0,7$  ( $\bullet$ ),  $0,8$  ( $\circ$ ),  $0,9$  ( $\blacksquare$ ),  $1,0$  ( $\square$ ),  $1,25$  ( $\blacktriangle$ ),  $1,5$  ( $\triangle$ ),  $2$  ( $\blacklozenge$ ), et  $\geq 3$  ( $\diamond$ ).

2a : lames infiltrées cumulées. 2b : vitesses d'infiltration. 2c : profils hydriques à  $t = 1$ h.

Results obtained during infiltration under negligible head with the classical approach ( $\times$ ) and the double-layer approach for  $p = 0.7$  ( $\bullet$ ),  $0.8$  ( $\circ$ ),  $0.9$  ( $\blacksquare$ ),  $1.0$  ( $\square$ ),  $1.25$  ( $\blacktriangle$ ),  $1.5$  ( $\triangle$ ),  $2$  ( $\blacklozenge$ ), and  $\geq 3$  ( $\diamond$ ).

2a : cumulative infiltration. 2b : infiltration rates. 2c : water content profiles at  $t = 1$ h.

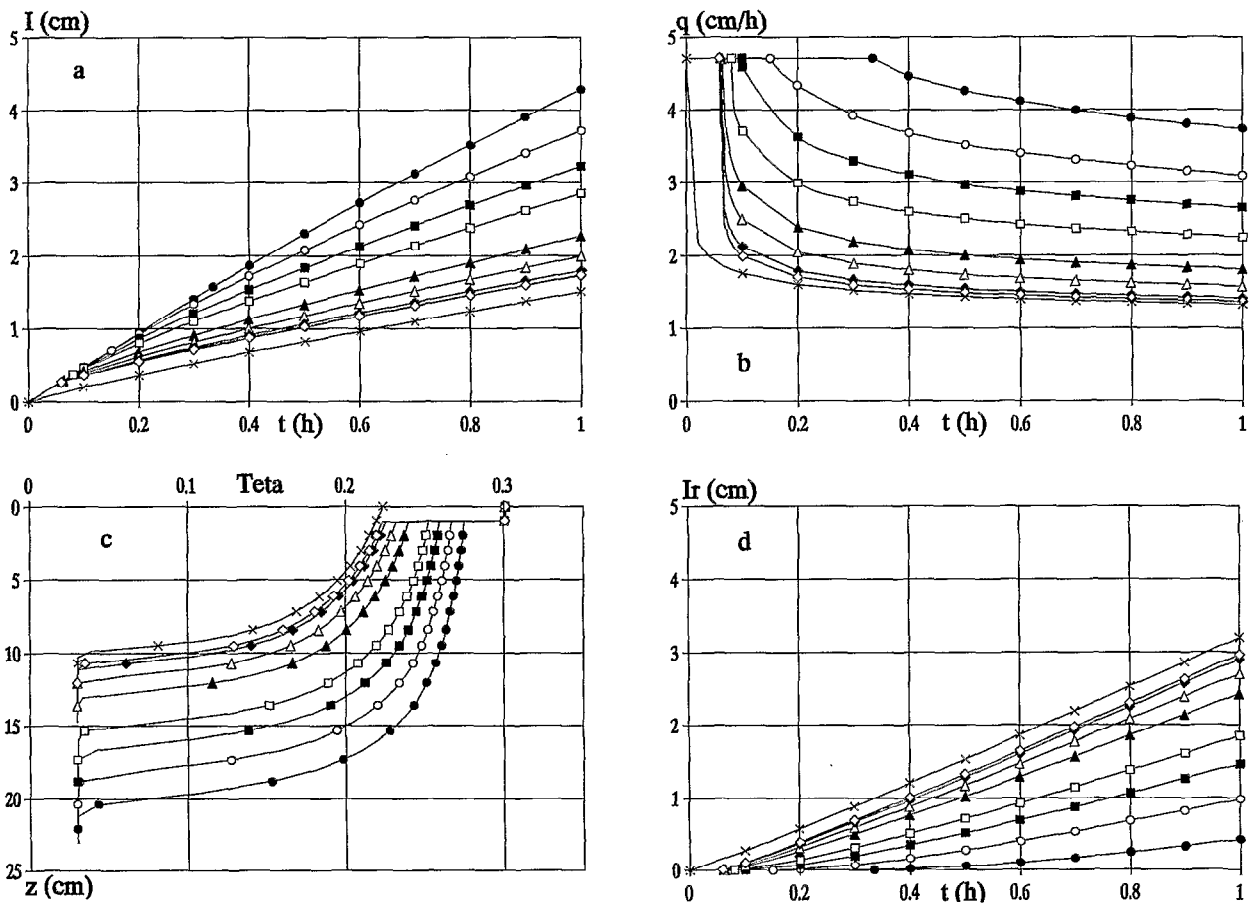


FIG. 3. — Résultats obtenus pour une infiltration sous pluie de 4,7 cm/h d'intensité par l'approche classique (×) et l'approche double-couche avec  $p = 0,7$  (●),  $0,8$  (○),  $0,9$  (■),  $1,0$  (□),  $1,25$  (▲),  $1,5$  (△),  $2$  (◆) et  $\geq 3$  (◇).  
 a : lames infiltrées cumulées. b : vitesses d'infiltration. c : profils hydriques à  $t = 1h$ . d : lames ruisselées.  
 Results obtained during infiltration under constant flux 4,7 cm/h with the classical approach (×) and the double-layer approach for  $p = 0.7$  (●),  $0.8$  (○),  $0.9$  (■),  $1.0$  (□),  $1.25$  (▲),  $1.5$  (△),  $2$  (◆), and  $\geq 3$  (◇).  
 a : cumulative infiltration. b : infiltration rates. c : water content profiles at  $t = 1h$ . d : runoff.

de sa formation. La question que pose le praticien est la suivante : lorsque le sol est susceptible de s'encroûter au cours de l'humectation, est-il possible d'en tenir compte sur le processus d'infiltration, abstraction faite des caractéristiques de la croûte (épaisseur, conductivité, etc.) et de la vitesse de sa formation ? Afin de répondre à cette question, nous avons supposé que lors d'un essai réel, les charges hydrauliques soient mesurées non seulement aux cotes habituelles (généralement des multiples de 10 et/ou 15 cm) mais aussi à 3, 6 et 9 cm. Pour une infiltration sous charge négligeable ou un pluie qui occasionne un ruissellement, l'extrapolation du profil de charge déterminé en fin d'infiltration à partir de ces trois dernières cotes jusqu'à la surface du sol doit donner — à la précision des mesures près, c.à.d. de l'ordre de  $\pm 5$  cm d'eau — une charge nulle à la surface du sol s'il n'est pas encroûté. En revanche, une charge négative est un indicateur certain de l'existence d'une croûte. Dans ce cas, et en considérant une croûte établie, cette quantité combinée à la vitesse d'infiltration déterminée au même instant fournissent une estimation de la résistance hydraulique de la croûte d'après l'équation (3) écrite sous la forme :

$$q = - K_c \cdot (h_{s,o} - L_c - h_{ex})/L_c \cong - h_{s,o}/R_c \tag{11}$$

qui permet d'obtenir  $R_c$  en négligeant  $L_c$  et  $h_{ex}$  devant  $h_{s,o}$ , la valeur extrapolée de la charge à la surface du sol.



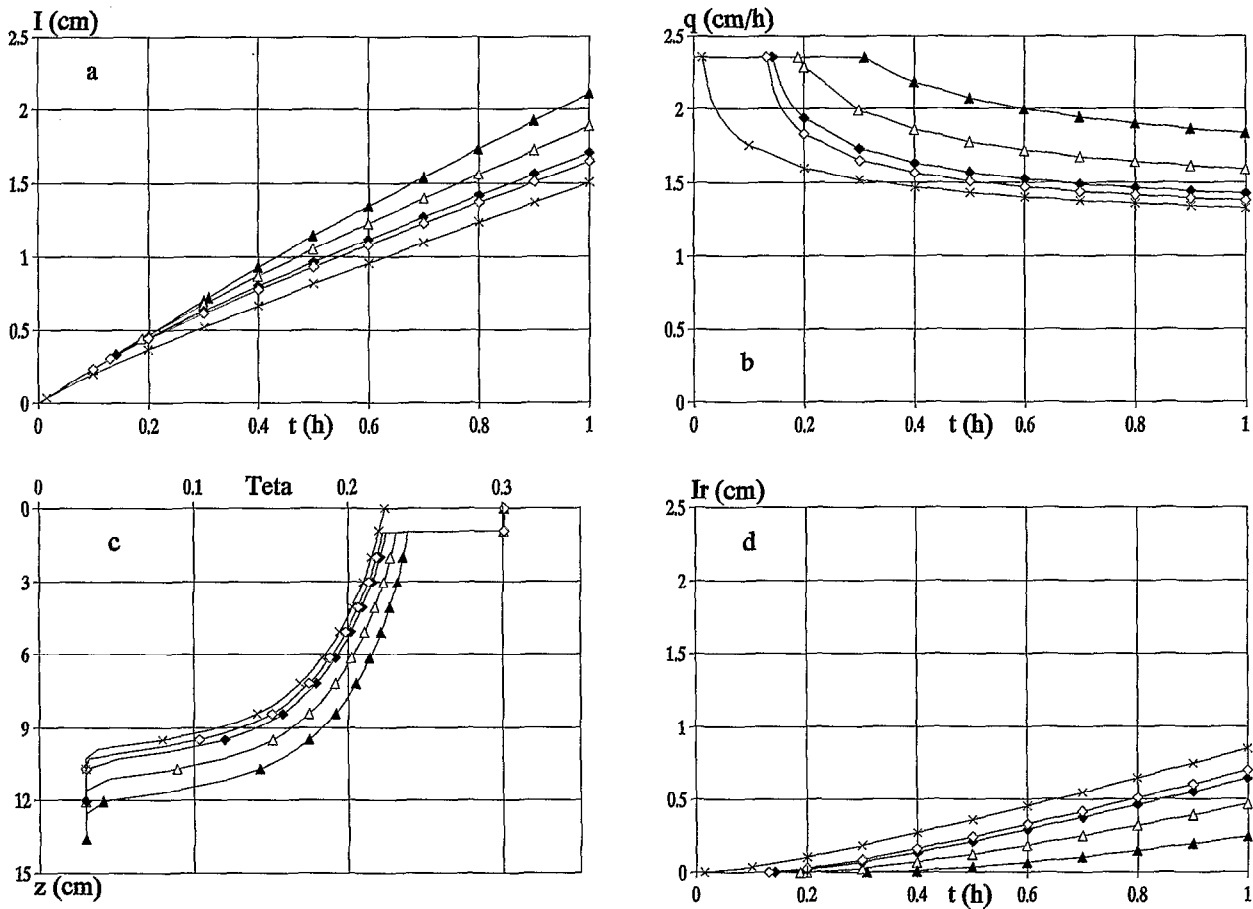


FIG. 4. — Résultats obtenus pour une infiltration sous pluie de 2,35 cm/h d'intensité par l'approche classique ( $\times$ ) et l'approche double-couche pour  $p = 1,25$  (▲), 1,5 (△), 2 (◆), et  $\geq 3$  (◇).  
 a : lames infiltrées cumulées. b : vitesses d'infiltration. c : profils hydriques à  $t = 1$  h. d : lames ruisselées.  
 Results obtained during infiltration under constant flux 2,35 cm/h with the classical approach ( $\times$ ) and the double layer approach for  $p = 1.25$  (▲), 1.5 (△), 2 (◆), and  $\geq 3$  (◇).  
 a : cumulative infiltration. b : infiltration rates. c : water content profiles at  $t = 1$  h. d : runoff.

Afin de tester l'aptitude de cette méthode à tenir compte du phénomène, nous avons considéré les résultats numériques obtenus sous une pluie de 4.7 cm/h d'intensité et  $p = 0.7$  comme ceux résultant d'un essai « réel ». Pour cette intensité de la pluie, ce choix est justifié par le fait que l'erreur relative sur l'estimation de la résistance hydraulique de la croûte équivalente est la plus importante, puisqu'à cette valeur de  $p$  correspond la plus faible valeur de  $h_{so}$ . Pour effectuer ce test, nous avons considéré l'estimation « correcte » de  $h_{so}$  à  $t = 1$  h ainsi que les estimations par défaut et par excès, à savoir : - 37, - 32 et - 42 cm d'eau. La vitesse d'infiltration mesurée au même instant étant de 3.7 cm/h, cela donne les estimations moyennes, par défaut et par excès de  $R_c$  : 10, 8.65 et 11.35 h respectivement. Notons qu'il n'a pas été tenu compte d'une erreur sur la vitesse d'infiltration puisque cette quantité est généralement déterminée avec une précision satisfaisante (de l'ordre de 0.1 cm/h). Les résultats sont montrés fig. 6. Les graphiques 6a, 6b, 6c et 6d se rapportent respectivement aux lames infiltrées, vitesses d'infiltration, profils hydriques à  $t = 1$  h et lames ruisselées. Sur les quatre graphiques, les courbes en trait gras correspondent à l'essai réel. On note d'abord que, le temps de submersion excepté, les résultats donnés par l'estimation moyenne de  $R_c$  sont pratiquement confondus avec la réalité. Quant aux deux autres estimations de  $R_c$ , elles donnent des résultats

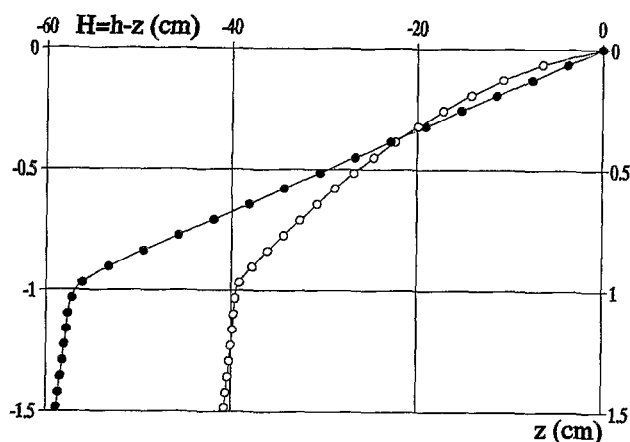


FIG. 5. — Profil de la charge hydraulique dans la croûte (1 cm d'épaisseur) à  $t = 1h$  pour l'infiltration sous pluie de 4,7 cm/h d'intensité  $p = 0,7$  (○) et  $p = 2$  (●).  
*Hydraulic head profile within the crust 1 cm thick at  $t = 1h$  and infiltration under constant flux of 4.7 cm/h.  $p = 0.7$  (○) and  $p = 2$  (●).*

tout à fait acceptables pour des applications pratiques puisque les différences entre les lames infiltrées et les vitesses d'infiltration calculées pour ces valeurs de  $R_c$  et la réalité n'excèdent pas 10 %. Il apparaît donc légitime de considérer cette méthode adaptée à caractériser un sol encroûté ou susceptible de l'être au cours de l'infiltration. Notons que nous avons obtenu des résultats similaires pour les autres conditions d'infiltration et valeurs de  $p$ .

## 6. MISE EN ŒUVRE PRATIQUE

Bien que la méthode décrite plus haut paraisse bien adaptée pour tenir compte d'une croûte qui se forme pendant l'infiltration, sa mise en œuvre pratique pose cependant quelques problèmes. Car s'il est possible de mesurer la charge hydraulique à  $z = 9$  cm avec un tensiomètre classique dont la bougie poreuse est longue de quelques 6 cm, cela devient très délicat à  $z = 6$  cm, voire impossible à  $z = 3$  cm puisque dans ce dernier cas le sommet de la bougie affleure la surface du sol. Afin de surmonter cette difficulté, nous avons essayé dans un premier temps d'utiliser des bougies poreuses de faibles dimensions (2 cm de long et 0.8 cm de diamètre). Cet essai n'était pas concluant en raison de la fragilité du dispositif. Ceci nous avait amené à modifier les tensiomètres classiques de deux façons. La première consistait à raccourcir la bougie poreuse jusqu'à une longueur de 2 cm, la seconde à remplacer la bougie par une plaque poreuse. Sur une parcelle de simulation de pluie, les trois types de tensiomètres étaient placés à chacune des profondeurs suivantes : 10, 15, 20 et 30 cm afin de comparer leur réponse pendant l'infiltration. Celle du tensiomètre classique étant considérée comme la référence. À titre d'exemple la fig. 7 montre les réponses des trois types de tensiomètres à  $z = 20$  cm. Comparés à la référence, les deux autres tensiomètres exhibent un retard dans leur réponse plus marqué pour la plaque poreuse que pour la bougie raccourcie. Ceci est vraisemblablement dû à la longueur de la partie poreuse elle-même. Cependant, les valeurs finales enregistrées étant pratiquement les mêmes, on peut considérer que les tensiomètres ainsi modifiés sont bien adaptés à la mesure de la charge hydraulique au voisinage de la surface. Leur défaut majeur reste cependant un risque de « déchaussement » lorsque l'horizon de surface est meuble et susceptible de se tasser suite à l'humectation. À signaler, pour le tensiomètre avec la plaque poreuse, le risque supplémentaire d'un mauvais contact entre la plaque et le sol.

Comme l'avait suggéré l'un des réviseurs de ce papier, l'utilisation de micro-tensiomètres connectés à des capteurs de pression à temps de réponse court aurait permis une mesure plus fine du gradient de charge hydraulique au voisinage de la surface. Cependant, outre la fragilité des micro-tensiomètres eux-mêmes mentionnée plus haut, ceci nécessiterait non seulement un équipement onéreux, vu le coût des capteurs de pression, mais surtout de fiabilité discutable dans nos conditions opératoires. En effet, lesdits capteurs doivent être alimentés électriquement alors que nos sites expérimentaux sont le plus souvent dépourvus de toute source d'approvisionnement d'énergie. Néanmoins cette voie doit être explorée dans des conditions opératoires plus propices.

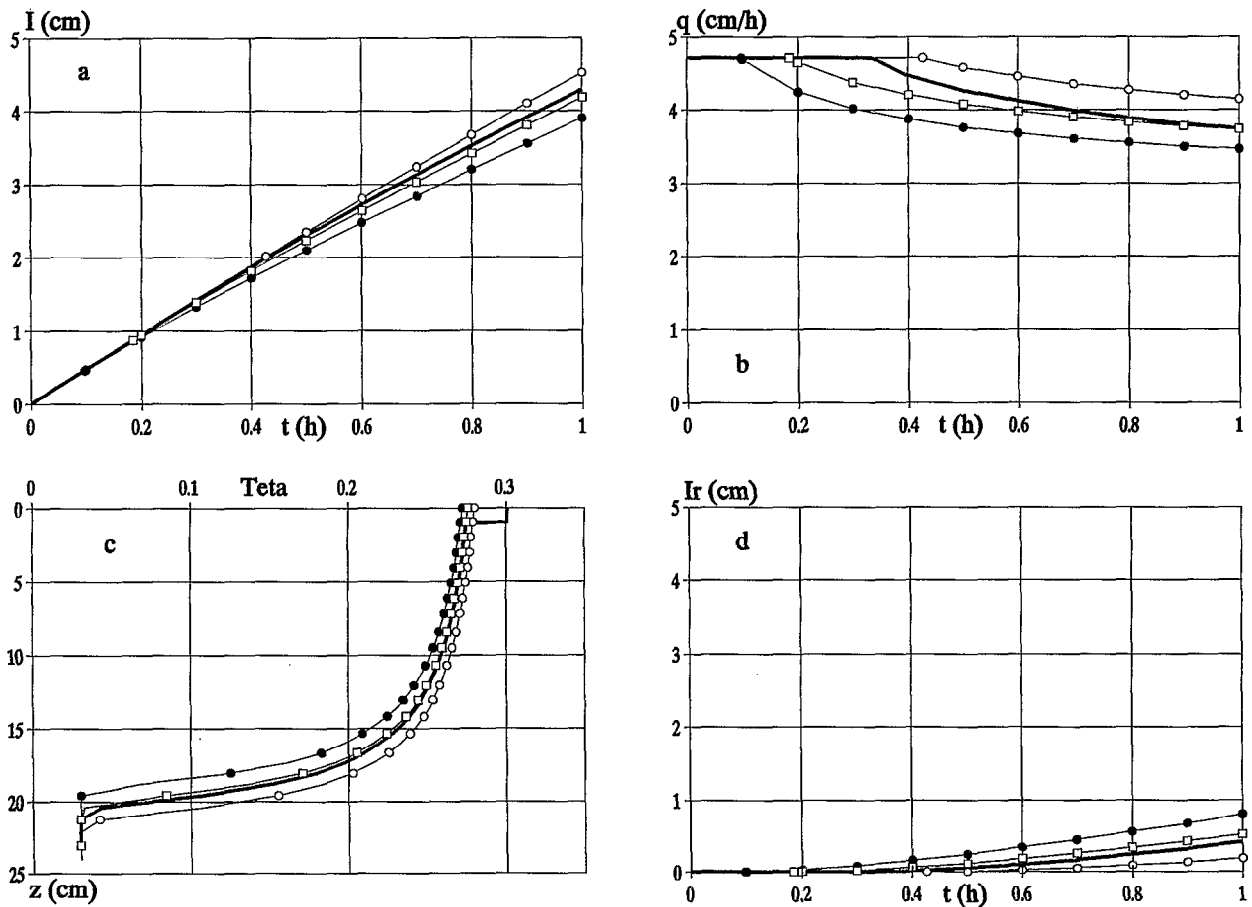


FIG. 6. — Comparaison entre les résultats donnés par l'approche double-couche et  $p = 0,7$  (courbes en trait gras) et l'approche classique avec la résistance hydraulique équivalente de la croûte estimée correctement ( $\square$ ) par l'équation (11), par défaut ( $\bullet$ ) et par excès ( $\circ$ ). L'infiltration a lieu sous pluie de 4,7 cm/h d'intensité.

a : lames infiltrées cumulées. b : vitesses d'infiltration. c : profils hydriques à  $t = 1$  h. d : lames ruisselées.

Comparison between results obtained by the double-layer approach for  $p = 0.7$  (bold curves) and the classical approach with the hydraulic resistance of the crust correctly estimated from eq. (11) ( $\square$ ), underestimated ( $\bullet$ ) and overestimated ( $\circ$ ).

Infiltration is under constant flux 4.7 cm/h.

a : cumulative infiltration. b : infiltration rates. c : water content profiles at  $t = 1$  h. d : runoff.

## 7. CONCLUSIONS

Deux codes numériques sont développés pour simuler l'infiltration dans des sols encroûtés. Ils sont fondés sur la résolution par différences finies de l'équation de RICHARDS. Dans le premier, les propriétés de la croûte sont supposées connues et invariantes dans le temps. Alors que dans le second, la croûte est assimilée à une couche de caractéristiques connues mais variables suivant l'état d'humidité, ce qui permet de simuler la formation de la croûte pendant l'infiltration. On montre qu'au-delà d'une vitesse d'encroûtement, les deux modèles donnent pratiquement les mêmes résultats, sauf pour le temps de submersion qui est sous-estimé dans le premier modèle. Pour de faibles vitesses d'encroûtement, et vu qu'il n'existe pas de moyen pratique de déterminer les caractéristiques hydriques d'une croûte, on présente une méthode pour tenir compte de ce phénomène à l'aide du premier modèle. Elle est fondée sur la mesure du gradient de charge hydraulique au voisinage de la surface au moyen de tensiomètres modifiés afin

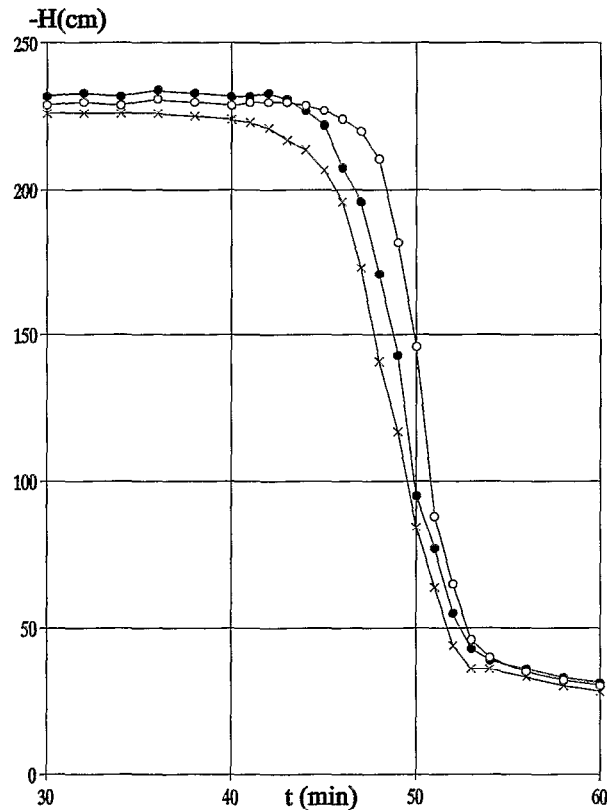


FIG. 7. — Réponses des trois types de tensiomètres pendant l'infiltration: bougie de 6 cm de long (×), bougie raccourcie à 2 cm (○), bougie remplacée par une plaque poreuse (●).  
 Response of three types of tensiometers to infiltration: porous cup 6 cm length (×), porous cup shortened to 2 cm (○), porous cup replaced by a porous plate (●).

que les mesures soient possibles à des profondeurs de l'ordre de 5 cm. Une étude de sensibilité vis-à-vis de la précision des mesures tensiométriques montre que les résultats sont obtenus à 10 % près, ce qui est acceptable pour des applications pratiques.

*Manuscrit accepté par le Comité de rédaction le 9 octobre 1992*

## BIBLIOGRAPHIE

- ABOUJAOUDE (A.), BELLEUDY (Ph.) et VAUCLIN (M.), 1991. — A numerical study of infiltration through crusted soils : flat and other surface configurations. *Soil Technology*, 4 : 1-18.
- AGASSI (M.), MORIN (J.) et SHAINBERG (I.), 1982. — Laboratory studies of infiltration and runoff control in semi-arid soils in Israel. *Geoderma*, 28 : 345-356.
- AHUJA (L.R.), 1973. — A numerical and similarity analysis of infiltration into crusted soils. *Water Resour. Res.*, 9 : 987-994.
- AHUJA (L.R.), 1983. — Modeling infiltration into crusted soils by the Green-Ampt approach. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 47 : 412-418.
- ARYA (L.M.), FARRELL (D.A.) et BLAKE (G.R.), 1975. — A field study of soil water depletion patterns in presence of growing soybean roots. I. Determination of hydraulic properties of the soil. *Soil Sci. Soc. Am. Proc.*, 39 : 424-430.
- CHEN (Y.), TARCHITZKY (J.), BROUWER (J.), MORIN (J.) et BANIN (A.), 1980. — Scanning electron microscope observations on soil crusts and their formation. *Soil Sci.*, 130 : 49-55.

- ELMALOGLU (S.), 1980. — *Effets des stratifications sur les transferts de matières dans les sols*. Thèse de Docteur-Ingénieur. Université Scientifique et Médicale de Grenoble.
- FARRELL (D.A.) et LARSON (W.E.), 1972. — Dynamics of the soil water system during a rain storm. *Soil Sci.* 113 : 88-95.
- GREEN (W.H.) et AMPT (G.A.), 1911. — Studies on soil physics. *J. Agric. Sci.*, 4 : 1-24.
- HARDY (N.), SHAINBERG (I.), GAL (M.) et KEREN (R.), 1983. — The effect of water quality and storm sequence upon infiltration rate and crust formation. *J. Soil Sci.*, 34 : 665-676.
- HILLEL (D.) et GARDNER (W.R.), 1969. — Steady infiltration into crust-topped profiles. *Soil Sci.*, 108 : 137-142.
- HILLEL (D.), KRENTOS (V.D.) et STILIANOU (Y.), 1972. — Procedure and test of an internal drainage method for measuring soil hydraulic characteristics in situ. *Soil Sci.*, 114 : 395-400.
- LEVY (G.), SHAINBERG (I.) et MORIN (J.), 1986. — Factors affecting the stability of soil crusts in subsequent storms. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 50 : 196-201.
- Mc INTYRE (D.S.), 1958. — Soil splash and the formation of surface crusts by raindrop impact. *Soil Sci.*, 85 : 261-266.
- MILLER (E.E.) et MILLER (R.D.), 1956. — Physical theory for capillary flow phenomena. *J. Appl. Physics*, 27 : 324-332.
- MOORE (I.D.), 1981. — Effect of surface sealing on infiltration. *Trans. ASCE*, 24 : 1 546-1 551.
- PARLANGE (J.Y.), HOGARTH (W.L.) et PARLANGE (M.B.), 1984. — Optimal analysis of the effect of a surface crust. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 48 : 494-497.
- RICHARDS (L.A.), 1931. — Capillary conduction of liquids in porous mediums. *Physics*, 1 : 318-333.
- SMILES (D.E.), KNIGHT (J.H.) et PERROUX (K.M.), 1982. — Absorption of water by soil : the effect of a surface crust. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 46 : 476-481.
- TACKETT (J.L.) et PEARSON (R.W.), 1965. — Some characteristics of soil crusts formed by simulated rainfall. *Soil Sci.*, 99 : 407-413.
- TOUMA (J.), 1987. — *Test, modèle pour tester la représentativité des caractéristiques hydrodynamiques d'un sol non saturé déterminées in-situ*. Orstom, Dakar, multigr.
- VACHAUD (G.), DANCETTE (C.), SONKO (M.) et THONY (J.L.), 1978. — Méthodes de caractérisation des caractéristiques hydrodynamiques d'un sol non saturé in-situ. *Annales Agron.*, 29 : 1-36.
- VALENTIN (C.), 1985. — Organisations pelliculaires superficielles de quelques sols de région subdésertique (Agadez — République du Niger). Dynamique de formation et conséquences sur l'économie en eau. *Études et Thèses*, Orstom, Paris.
- VAUCLIN (M.), HAVERKAMP (R.) et VACHAUD (G.), 1979. — *Résolution numérique d'une équation de diffusion non linéaire. Application à l'infiltration dans les sols non saturés*. Presses Universitaires de Grenoble.
- WATSON (K.K.), PERRENS (S.J.) et WHISLER (F.D.), 1973. — A limiting flux condition in infiltration into heterogeneous porous media. *Soil Sci. Soc. Am. Proc.*, 37 : 6-10.
- WHISLER (F.D.), WATSON (K.K.) et PERRENS (S.J.), 1972. — The numerical analysis of infiltration into heterogeneous porous media. *Soil Sci. Soc. Am. Proc.*, 36 : 868-874.
- ZAYANI (K.), 1987. — *L'infiltration dans les sols avec croûte : étude expérimentale, numérique et quasi-analytique*. Thèse de Docteur de l'Institut national polytechnique de Grenoble.

## ANNEXE

On désigne par  $\Delta z_i$  le pas de l'espace entre les nœuds  $i$  et  $i+1$ ,  $\Delta t$  étant le pas du temps. L'équation de l'écoulement :

$$C(h) \cdot \partial h / \partial t = \partial / \partial z [K(\partial h / \partial z - 1)] \quad (A1)$$

discrétisée en différences finies avant, pour la dérivée temporelle, et centrées, pour les dérivées spatiales s'écrit :

$$C_i^j \frac{h_i^{j+1} - h_i^j}{\Delta t} = \frac{2}{\Delta z_i + \Delta z_{i-1}} \left[ K_{i+1/2}^j \left( \frac{h_{i+1}^{j+1} - h_i^{j+1}}{\Delta z_i} - 1 \right) - K_{i-1/2}^j \left( \frac{h_i^{j+1} - h_{i-1}^{j+1}}{\Delta z_{i-1}} - 1 \right) \right] \quad (A2)$$

Regroupant les termes elle devient :

$$A_i^j \cdot h_{i-1}^{j+1} + B_i^j \cdot h_i^{j+1} + D_i^j \cdot h_{i+1}^{j+1} = E_i^j \quad (A3)$$

où :

$$A_i^j = \frac{2K_{i-1/2}^j}{\Delta z_{i-1} (\Delta z_{i-1} + \Delta z_i)} \quad (A4)$$

$$D_i^j = \frac{2K_{i+1/2}^j}{\Delta z_i (\Delta z_{i-1} + \Delta z_i)} \quad (A5)$$

$$B_i^j = - A_i^j - D_i^j - C_i^j / \Delta t \quad (A6)$$

et

$$E_i^j = \Delta z_i \cdot D_i^j - \Delta z_{i-1} \cdot A_i^j - C_i^j \cdot h_i^j / \Delta t \quad (A7)$$

Les conductivités internodales  $K_{i\pm 1/2}^j$  peuvent être évaluées de différentes manières. Soit en considérant la moyenne arithmétique ou géométrique ou harmonique des conductivités nodales elles-mêmes  $K_i^j$  et  $K_{i\pm 1}^j$ , soit celle des pressions nodales  $h_i^j$  et  $h_{i\pm 1}^j$ , VAUCLIN *et al.*, 1979. Dans ce dernier cas, les conductivités internodales sont évaluées par  $K_{i\pm 1/2}^j = K(h_{i\pm 1/2}^j)$ . Nous avons opté pour la moyenne arithmétique des conductivités nodales, car pour un milieu stratifié, c'est l'estimation qui donne les meilleurs résultats comparés à l'observation, ELMALOGLOU, 1980.

À noter que l'équation de l'écoulement peut être écrite sous la forme :

$$C(h) \cdot \partial h / \partial t = K \cdot \partial^2 h / \partial z^2 + \partial K / \partial z \cdot (\partial h / \partial z - 1) \tag{A8}$$

qui permet de s'affranchir du problème de l'évaluation des conductivités internodales. Dans ce cas, vu que le pas de l'espace n'est pas régulier, les dérivées spatiales s'écrivent :

$$\frac{\partial f}{\partial z} = \frac{1}{\Delta z_{i-1} + \Delta z_i} \left[ \frac{\Delta z_{i-1}}{\Delta z_i} (f_{i+1} - f_i) - \frac{\Delta z_i}{\Delta z_{i-1}} (f_{i-1} - f_i) \right] \tag{A9}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = \frac{2}{\Delta z_{i-1} + \Delta z_i} \left[ \frac{(f_{i+1} - f_i)}{\Delta z_i} + \frac{(f_{i-1} - f_i)}{\Delta z_{i-1}} \right] \tag{A10}$$

avec  $f = h$  ou  $f = K$  qui ont toutes les deux une précision de l'ordre de  $\Delta z_i \cdot \Delta z_{i-1}$ . L'inconvénient de cette écriture est qu'elle engendre des dispersions numériques même quand le pas de l'espace est régulier, et l'on peut penser que cette dispersion sera encore plus accentuée pour un pas d'espace irrégulier.