

# Application d'une analyse fractale à l'étude morphométrique du tracé des cours d'eau : méthode de Richardson

Anicet Beauvais, Jacques Dubois et Abdelmajid Badri

**Résumé** Une analyse fractale est appliquée à la morphométrie du tracé des cours d'eau pour définir leurs propriétés d'échelle. La dimension fractale des tracés a été calculée selon la méthode de Richardson, puis confrontée à différents facteurs contrôlant la géométrie des rivières, tels que la nature des roches et des sols drainés, la pente des profils en long, les facteurs hydrologiques et tectoniques. Nous proposons un modèle prenant en compte deux types d'irrégularité observés dans deux domaines d'échelles.

**Mots-clés :** rivières, tracé hydrographique, géométrie fractale, sinuosité, méthodes quantitatives.

## **Abstract** Fractal analysis applied to river planforms: method of Richardson

Fractal analysis was applied to river planforms in order to define their scaling properties. The fractal dimension of river paths was estimated using the Richardson method, and compared to different factors influencing the river geometry, such as the parent rock and soil types, the bed slope of rivers, and hydrologic and tectonic factors. We propose a model that accounts for two distinct power law patterns observed in two scale domains.

**Keywords :** rivers, channel pattern, fractal geometry, sinuosity, quantitative methods.

### **Abridged English Version**

THE cartographic expression of drainage networks reveals many scales of organization and of geometric complexity. We assume these morphological features vary in space and in time under the influence of several factors such as the parent rock and soil structure, the tectonic and the hydrologic regimes which govern landform development. We have used fractal analysis to characterize, quantify and analyse the complexity of river plan forms by emphasizing their relationships with some of these environmental factors in the main rivers of the Mbomou basin in South-eastern Central African Republic (figure 1).

### **FRACTAL ANALYSIS APPLIED TO RIVER PLAN FORMS**

The Richardson method (1961) as adapted by Mandelbrot (1967, 1975) was applied to the river plan forms. This method consists of iterated measurements of river plan length ( $L_i$ ) using a yardstick of size  $\epsilon_i$  that varies between

two boundaries,  $\epsilon_j$  and  $\epsilon_k$ . The first boundary  $\epsilon_j$  was limited to the width of the river (Nikora, 1989), while the second one  $\epsilon_k$  was defined as a function of the following relation,  $\epsilon_k \leq L_i/10$ , because over this limit the statistic lost some of its significance. If the river plan form is fractal, it exhibits a power-scaling relating  $\epsilon_i$  and  $L_i$ . This relation could be easily examined on a log-log plotting of  $L_i$  versus  $\epsilon_i$  (figure 3), in which the slope of the regression curve allows estimation of the fractal dimension  $D$  such as:

$$L_i \approx \epsilon_i^{1-D} \quad \text{i. e. } 1-D \approx \log L_i / \log \epsilon_i$$

The slope of the relation effectively defines the fractal dimension of the river path plan form, with the steeper relation (more negative) implying a higher fractal dimension and a more irregular plan form.

### **DISCUSSION OF THE RESULTS AND CONCLUSIONS**

The fractal analysis was applied to rivers of Haut-Mbomou using geographical maps at

C. R. Acad. Sci. Paris,  
t. 318, série II,  
p. 219 à 225,  
1994

A. B. : ORSTOM, 213, rue La Fayette,  
75480 Paris Cedex 10 et Department  
of Geological Sciences, University of  
Washington, Seattle, Washington  
98195, USA;

J. D. : Institut de Physique du Globe de  
Paris, Observatoire Volcanologique, 4,  
place Jussieu, 75252 Paris Cedex 05,  
France;

A. B. : Laboratoire de Physique et  
Mécanique des Fluides, Université de  
Poitiers, 40, avenue du Recteur-Pineau,  
86022 Poitiers Cedex, France.

17 JUL. 1995

ORSTOM Fonds Documentaire  
N° 41845 ed 1  
Cote : B

### **Note**

présentée par  
Georges Pédro.  
remise le 9 août 1993,  
acceptée après révision le  
24 novembre 1993.

1 : 200,000. The rivers Mbomou, Ouara, Chinko and Mbari (figure 1) were divided into areas with different channel bed-slope (figure 2).

Only the measurements fitting the power-law ( $L \approx \epsilon^{1-D}$ ) were taken into account in the log-log plotting (figure 3). The fractal dimensions ranged from 1.08 and 1.32 (table).

Two groups of rivers were distinguished, depending on channel bed-slope. The first group rivers have gradients higher than  $0.5 \text{ m.km}^{-1}$ , and present two fractal dimensions (table), indicated by two regression-curve slopes (figure 3 a). The second group, with gradients lower than  $0.5 \text{ m.km}^{-1}$ , present only one fractal dimension (figure 3 b) ranging from 1.13 to 1.29 (table).

Our analysis highlights two power law patterns relative to two measurement thresholds,  $\epsilon_1$  and  $\epsilon_2$  (figure 3 a) depending on river planform features such as bed-slope and curvature radius of the meanders. If  $\epsilon < \epsilon_1$ , we measure the irregularity of the river planform given by the smaller and the narrower meanders whose mean curvature radius is less than or equal to  $\epsilon_1$ . If  $\epsilon_1 < \epsilon < \epsilon_2$ , we measure the irregularity given by larger and wider meanders with curvature radius ranging from  $\epsilon_1$  to  $\epsilon_2$ . If  $\epsilon > \epsilon_2$  (group 1) or  $> \epsilon_1$  (group 2),  $\epsilon$  is larger than the largest curvature radius of any meander in the river planform, and the power law does not hold (figure 3).

The results were compared to environmental factors. River planforms have two fractal dimensions where river-bed slopes are high over quartzitic and schisto-quartzitic rocks, generally strongly fractured, and where the lateritic soils are relatively thin (table). These rivers or river sections occur mainly in the upstream parts of the basin where mean annual rainfalls are the lowest (ranging from 1,300 to 1,400 mm), and where the vegetation cover is the thinnest (savannah). On the other hand, over basic rocks such as amphibolites and dolerites, the lateritic soils are well developed and often capped with a thick iron crust, the river-bed slopes are the lowest and the unique fractal dimension is the highest ( $D1 > 1.13$ ). These rivers or river sections occur mostly in the downstream parts of the basin, where rainfalls are the highest (ranging from

1,500 to 1,700 mm) and where patches of rainforest are widespread in the valleys, and also, as rings and tongues, around and in the core of the lateritic plateaux (Beauvais and Tardy), 1991.

The river plan forms have scaling-properties which appear as fractional brownian fractals according to the earth relief model (Mandelbrot, 1975). The scaling properties are defined by two power law patterns in the plotting curves, which lead us to propose a differentiation model of the Haut-Mbomou river plan forms.

The first pattern, given by the small size yardsticks, allows one to compute the textural fractal dimension of the river planforms, which is similar to the coastline dimension (Mandelbrot, 1967). This first pattern characterized well the low-gradient rivers or downstream river sections on basic bedrock. The runoff and the sediment transport are assumed to be higher and the meanders are also more developed downstream than upstream. Thus, we propose that such a pattern will be related to the influence of the local environmental factors such as soil, vegetation cover, runoff and sediment transport which regulate the river planforms in this scale domain.

The second pattern, given by large size yardsticks, is only exhibited by rivers or upstream river sections with the highest bed slopes on acidic bedrock. This pattern is characterized by a fractal dimension, always lower than 1.15, which we call the structural fractal dimension, because it is assumed to be related to the geological structure which determines the main flow directions of rivers. In the upper basin, the fracturing strongly influences the river planforms, the sinuosity is less marked than in the downslope area, and the fractal dimension is low as was recognized for segments of the San Andreas fault (Aviles *et al.*, 1987).

Steeper rivers generally have narrower valleys, and straighter planforms. Consequently, there is a good relationship between the fractal dimension  $D2$  ( $1.8 < D2 < 1.13$ ) and the bed-slope of the steepest rivers (figure 4). On the other hand, lower-gradient rivers have wider valleys and more sinuous planforms, which are

little influenced by the gradient. Thus, the relation between D1 and the bed-slope of the rivers is weak or nonexistent (figure 4).

We suggest also that the two different patterns reflect morphologic and hydrologic differences between confined channels (narrow valley) and unconfined channels (wide valley) relative to their transport capacity and also their ability to shift and form meanders (Montgomery, personal communication).

However, in the Haut-Mbomou area, the textural sinuosity of river planforms overlaps

the structural sinuosity. The first one evolves over short time periods under the effects of sedimentation processes, and thus under the influence of local pedoclimatic and hydrologic changes. The second one is essentially regulated by tectonic events and it evolves, in our study area, over long time periods. Thus, river paths are dynamic systems characterized by two fractal dimensions (D1 and D2) reflecting local pedoclimatic and hydrologic controls, and in some cases underlying regional structural controls, operating on different time-scales.

## INTRODUCTION

L'observation cartographique du réseau hydrographique révèle à toutes les échelles différents degrés d'organisation et de complexité géométrique.

L'analyse fractale est utilisée pour l'étude morphométrique du réseau hydrographique de la région du Haut-Mbomou dans le SE du Centrafrique. Le concept défini par Mandelbrot (1967, 1975) est de plus en plus utilisé dans le domaine des Sciences de la Terre, tant en matière de géomorphologie (Burrough, 1981), qu'en ce qui concerne la fracturation des roches et la distribution des accidents structuraux (Avilès *et al.*, 1987; Dubois et Nouali, 1989; Velde *et al.*, 1989).

La région du Haut-Mbomou est très cuirassée, ne permettant pas aux roches d'affleurer. Cependant, la morphologie plus ou moins chagrinée des cours d'eau dépend de l'influence des facteurs environnementaux tels que la nature des roches mères et des sols, les facteurs hydrologiques, et la tectonique. L'analyse fractale a pour but de mesurer la longueur des cours d'eau et de définir leurs propriétés d'échelle, ce qui permet de les différencier en fonction des divers facteurs qui contrôlent l'irrégularité de leur tracé.

## MODÈLE D'ANALYSE FRACTALE APPLIQUÉ AU TRACÉ HYDROGRAPHIQUE

La méthode de Richardson (1961) adaptée par Mandelbrot (1967) a été utilisée pour l'analyse fractale des cours d'eau centrafricains.

Prenons pour exemples, deux objets de l'espace euclidien, un segment de droite de dimension  $d=1$  et une surface carrée de dimension  $d=2$ . La mesure de chaque objet peut être obtenue en choisissant de les recouvrir respectivement par des segments ou des carrés unitaires de longueur ou de côté  $\epsilon$ , de telle sorte que  $L=N \cdot \epsilon$  dans le cas du segment, ou  $S=N \cdot \epsilon^2$  dans le cas de la surface carrée, d'où l'on tire soit  $N=\epsilon^{-1}$ , soit  $N=\epsilon^{-2}$ .

Dans le cas du tracé irrégulier des cours d'eau, la méthode consiste à calculer la longueur approchée ( $L$ ) du tracé en faisant varier progressivement le pas de mesure ( $\epsilon$ ) déterminé par l'ouverture d'un compas, tel que  $L_{(\epsilon)}=N_{(\epsilon)} \cdot \epsilon$ .

En répétant l'opération avec des pas de mesure différents  $\epsilon_i$  ( $1 < i < n$ ), on s'assure que la variation de la longueur  $L_i$  est bien reliée par une loi en puissance à la variation de la taille du pas de mesure  $\epsilon_i$  (Richardson, 1961), de telle sorte que si l'ensemble est fractal, on vérifie la relation suivante (Bergé *et al.*, 1984) :

$$(1) \quad N_i \approx \epsilon_i^{-D} \quad \text{i. e.} \quad L_i \approx \epsilon_i^{1-D}$$

d'où l'on tire :

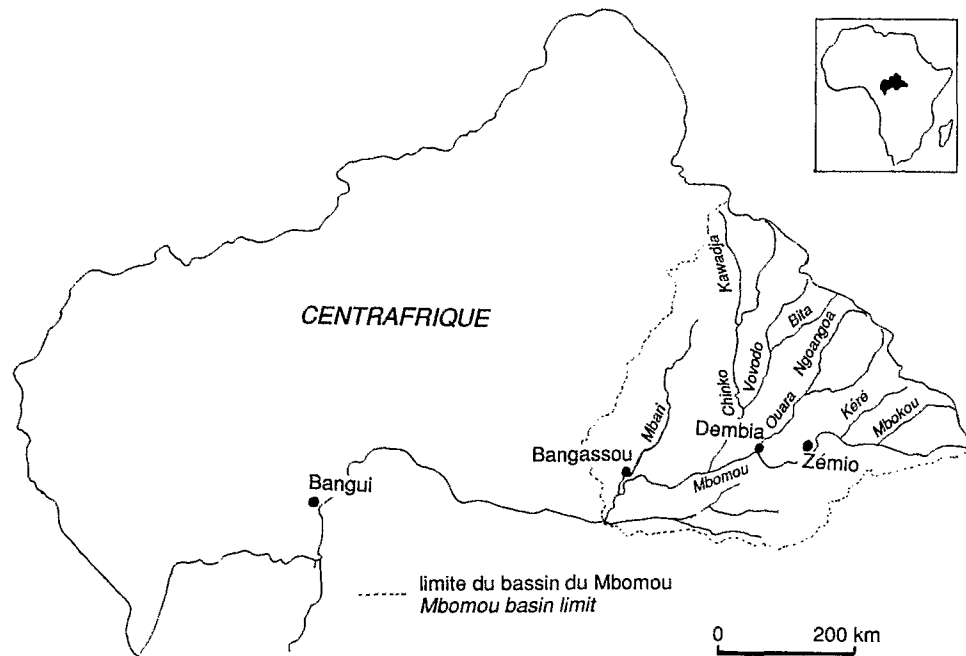
$$(2) \quad D = \lim_{\epsilon_i \rightarrow 0} \log N_i / \log (1/\epsilon_i)$$

Si le tracé du cours d'eau est fractal, lorsque le pas de mesure augmente, le nombre  $N$  de pas nécessaire pour parcourir toute la courbe diminue de même que la longueur  $L$ . En généralisant, on obtient la relation suivante :

$$(3) \quad N_{i+1} \cdot \epsilon_{i+1} / N_i \cdot \epsilon_i \approx (\epsilon_{i+1} / \epsilon_i)^{1-D}$$

**Figure 1** Situation des rivières étudiées.

Location of the rivers studied.



**Tableau** Résultats de l'analyse fractale et pente des rivières.  
Fractal analysis results and slopes of the river bed.

Rivière ou tronçon	Pente (m/km)	D1	D2
Mbomou 1.....	0,58	1,316	1,126
Mbomou 2.....	0,19	1,287	
Mbomou 3.....	0,07	1,187	
Mbomou 4.....	0,30	1,130	
Mbokou.....	0,61	1,233	1,120
Kéré.....	0,91	1,167	1,105
Ouara 1.....	0,58	1,287	1,100
Ouara 2.....	0,19	1,275	
Ngoangoa.....	0,83	1,321	1,104
Bi'a.....	1,03	1,242	1,106
Vovodo.....	0,70	1,261	1,121
Chinko 1.....	1,08	1,254	1,117
Chinko 2.....	0,23	1,254	
Chinko 3.....	0,17	1,144	
Kawadja.....	1,43	1,184	1,076
Mbari 1.....	1,10	1,288	1,094
Mbari 2.....	0,08	1,204	

relation loi en puissance entre le pas de mesure  $\epsilon_i$  et la longueur mesurée  $L_i$  telle que :

$$(5) \quad L_{i+1}/L_i \approx (\epsilon_{i+1}/\epsilon_i)^{1-D}$$

De plus, si le tracé est autosimilaire, D reste constant pour plusieurs ordres de grandeur de  $\epsilon_i$  (Mandelbrot, 1967). Cependant, cette propriété peut n'être observée que pour certaines valeurs de  $\epsilon$ , qui délimitent des domaines fractals caractérisés par différentes valeurs de D. Dans ce cas, l'estimation de plusieurs dimensions fractales peut servir à différencier les différents niveaux d'organisation de l'objet étudié.

**APPLICATION AUX COURS D'EAU CENTRAFRICAINS. RÉSULTATS**

Le tracé des principaux cours d'eau centrafricains du bassin du Mbomou (**figure 1**) a été mesuré selon la méthode de Richardson (1961). On cherche ainsi à établir une relation entre la géométrie du tracé hydrographique déterminée par sa dimension fractale (D) et différents paramètres du milieu naturel : pente du profil en long des cours d'eau; nature des roches mères et des sols; paramètres hydrologiques (pluviosité, drainage...).

d'où l'on tire :

$$(4) \quad D = -\log(N_{i+1}/N_i) / \log(\epsilon_{i+1}/\epsilon_i)$$

En combinant (1) et (3), on obtient une

Les longueurs approchées des cours d'eau ont été mesurées sur des cartes IGN à 1 : 200 000. Ainsi, compte tenu de l'outil de mesure utilisé, l'analyse fut limitée à  $\epsilon_i = 0,2$  cm, soit 400 m sur le terrain. Les rivières Mbomou, Ouara, Chinko et Mbari ont été tronçonnées selon les différentes pentes de leur profil en long (figure 2).

L'expérience pratique nous a conduit à limiter les valeurs du pas de mesure  $\epsilon_i$ . Deux bornes ont ainsi été définies au préalable. La borne inférieure de  $\epsilon$  ( $\epsilon_i$ ) peut être déterminée par la largeur maximale du cours d'eau considéré (Nikora, 1989). La borne supérieure de  $\epsilon$  ( $\epsilon_k$ ) est limitée par la valeur de  $N$  qui doit être supérieure ou égale à 10 ( $\epsilon_k \leq L_k/10$ ), car au-delà de cette limite, l'analyse statistique perd de sa signification.

En reportant sur un graphique bilogarithmique les différentes longueurs  $L_i$  obtenues en fonction des tailles correspondantes du pas de mesure  $\epsilon_i$ , on obtient une droite de régression dont la pente est négative et égale à  $1-D$  ( $1 < D < 2$ ).

Plus la valeur absolue de la pente de la droite de régression est forte, plus la dimension fractale est grande et voisine de 2 ( $1 < D < 2$ ), et plus le tracé hydrographique est irrégulier. En revanche, si le tracé hydrographique apparaît peu sinueux, la pente est faible et la dimension fractale est voisine de 1.

Les résultats de l'analyse fractale sont rassemblés dans le tableau. Seules les mesures vérifiant la loi en puissance  $L_i \approx \epsilon_i^{1-D}$  ont été retenues dans les diagrammes log-log, à partir desquels on a estimé la dimension fractale  $D$  (figure 3).

Les dimensions fractales sont comprises entre 1,08 et 1,32. Deux groupes de rivières ont été distingués selon la pente de leur profil en long, et selon l'existence d'un ou deux domaines fractals sur les courbes log-log (figure 3).

Le premier groupe correspond aux cours d'eau dont la pente est supérieure ou égale à 0,50 m/km. Ils sont décrits par deux dimensions fractales  $D_1$  et  $D_2$  (tableau et figure 3 a). La dimension  $D_1$  est comprise en-

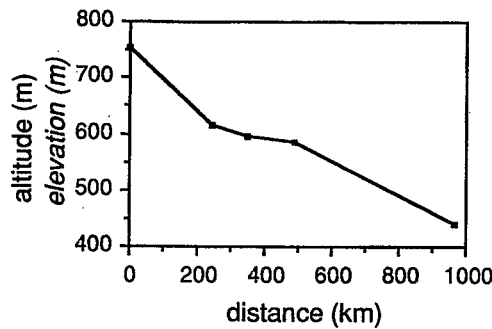


Figure 2 Profil en long du Mbomou.

Slope profile of the Mbomou rivers.

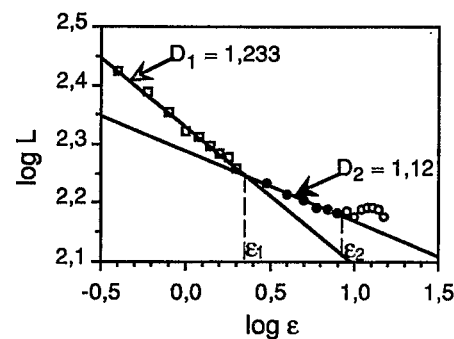
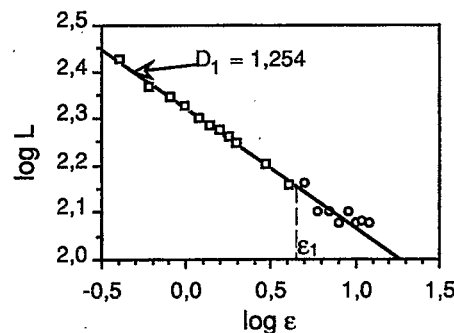


Figure 3 a : Mise en évidence de deux types d'irrégularité pour le Mbokou (pente : 0,61 m/km). b : Un seul type d'irrégularité caractérise le second tronçon du Chinko (pente : 0,23 m/km).



a: Evidence of two power law patterns in the Mbokou river (slope: 0,61 m/km). b: A unique power law pattern characterizes the second section of Chinko river (slope: 0.23 m/km).

tre 1,16 et 1,32, tandis que  $D_2$  s'échelonne entre 1,08 et 1,13.

Le second groupe rassemble tous les cours d'eau dont la pente est inférieure ou égale à 0,50 m/km. Leur dimension fractale unique ( $D_1$ ) est comprise entre 1,13 et 1,29.

## DISCUSSION

La rupture de pente dans les droites de régression marque l'existence de deux domaines d'échelle limités par deux bornes de pas de mesure ( $\epsilon_1$  et  $\epsilon_2$ ), qui dépendent des caractères morphologiques du tracé ainsi que de son inclinaison.

**Figure 4** Relation entre la dimension fractale D2 et la pente des rivières du groupe 1.

RELATION

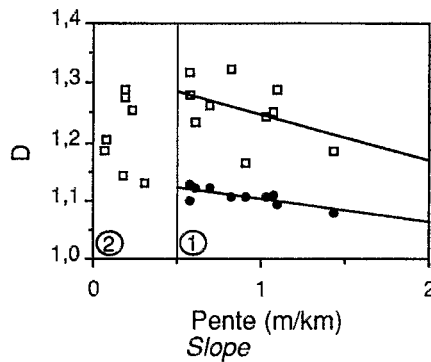
Relationship between the fractal dimension D2 and the gradient of group 1 rivers.

Légendes communes aux figures 2 à 4.

● Second type d'irrégularité (groupe 1) ①. D2=1,14-0,04 (Pente) (r=0,79). □ Premier type d'irrégularité. Relation pour le groupe 1 : D2=1,33-0,09 (Pente) (r=0,47). ○ Domaine où la loi en puissance n'est plus vérifiée ( $\epsilon > \epsilon_1$  ou  $\epsilon_2$ ). Groupe 2 ②.

RELATION

● Second pattern (group 1) ①. □ First pattern. ○ Domain where power law does not hold. Group 2 ②.



Pour  $\epsilon < \epsilon_1$ , on mesure le degré d'irrégularité du cours d'eau donné par ses méandres dont le rayon de courbure est petit et inférieur ou égal à  $\epsilon_1$  (figure 3).

Pour  $\epsilon_1 < \epsilon < \epsilon_2$ , on mesure un autre degré d'irrégularité donné par une sinuosité dont le rayon de courbure est plus grand et compris entre  $\epsilon_1$  et  $\epsilon_2$  (figure 3 a). Lorsque  $\epsilon$  est supérieur au plus grand rayon de courbure,  $\epsilon_1$  ou  $\epsilon_2$  (figure 3), la loi en puissance ( $L \approx \epsilon^{1-D}$ ) n'est plus vérifiée.

Les cours d'eau centrafricains dont la pente est supérieure à 0,5 m/km, sont caractérisés par deux types d'irrégularité décrits par deux dimensions fractales (figure 3 a).

Les cours d'eau présentant les pentes les plus fortes ont généralement des vallées plus étroites et des tracés moins sinueux. La dimension fractale D2 décrit les tracés les moins irréguliers, les plus inclinés et les plus confinés. Il existe ainsi une assez bonne corrélation entre la dimension fractale D2 et la pente des profils en long des cours d'eau dont les pentes sont supérieures à 0,5 m/km (figure 4). En revanche, la dimension D1 caractérise les tracés les plus irréguliers, les moins inclinés et les plus sinueux dans des vallées plus larges. Dans ce cas, l'influence de la pente est peu marquée, et la relation avec D1 est faible, voire inexistante (figure 4).

La dimension D1 caractérise le premier type d'irrégularité, unique pour les rivières ou les tronçons qui coulent sur roches basiques (amphibolites, amphibolo-schistes, dolérites...). Ces roches sont profondément altérées, et mieux distribuées à l'aval qu'à l'amont, où les vallées sont plus larges et peu inclinées. Les zones aval sont aussi plus ar-

rosées (1500/1700 mm) (Franquin *et al.*, 1987) et la végétation y est plus dense qu'à l'amont (Boulvert, 1986). La sinuosité des cours d'eau est plus importante, tandis que les débits et les transports sédimentaires sont plus élevés. La dimension D1 est dite texturale, car elle décrit la sinuosité à petit rayon de courbure, qui dépend des facteurs pédo-climatiques et hydrologiques locaux.

La dimension D2 caractérise le second type d'irrégularité, uniquement pour les rivières et/ou les tronçons situés à l'amont du bassin, et dont les pentes sont les plus accentuées. A l'amont, tous les cours d'eau drainent plutôt des roches acides (micaschistes, gneiss, quartzites...), la pluviosité est moindre (1300-1400mm), la végétation est moins dense, et les sols d'altération latéritique sont moins épais qu'à l'aval. L'influence de la fracturation est, par conséquent, mieux enregistrée au sein d'une sinuosité à grand rayon de courbure, qui se traduit par une dimension fractale faible, comme cela a pu être montré pour des segments de la faille de San Andrea (Avilès *et al.*, 1987). La sinuosité à grand rayon de courbure étant plutôt contrôlée par la structure déterminant les directions d'écoulement, la dimension D2 est dite structurale.

## CONCLUSIONS

L'analyse fractale des cours d'eau centrafricains a permis de mesurer leur sinuosité et de caractériser leurs propriétés d'échelle. Cette analyse a aussi montré qu'ils apparaissent comme des fractales de type brownien fractionnaire au même titre que le relief terrestre (Mandelbrot, 1975), et que leur dimension fractale est du même ordre de grandeur que celle des côtes océaniques (Mandelbrot, 1967).

La structure de l'irrégularité de leur tracé et leurs propriétés d'échelle sont discutées en fonction des variations lithologiques, morphoclimatiques et structurales, qui déterminent leur géométrie et leur régime hydrologique. Les propriétés d'échelle des cours d'eau ont été définies par l'existence de deux dimensions fractales différentes décrivant deux types d'irrégularité. L'ensemble des ré-

sultats nous conduit à proposer un modèle de différenciation pour les cours d'eau du Haut-Mbomou, qui n'est cependant pas univoque.

La sinuosité texturale (1<sup>er</sup> type d'irrégularité) est contrôlée par les facteurs lithologiques, pédoclimatiques et hydrologiques qui interagissent à l'échelle locale sur des périodes de temps courtes (décennales), au cours desquelles la sédimentation joue un

rôle prépondérant. Elle se surimpose à la sinuosité structurale (2<sup>e</sup> type d'irrégularité) qui est plutôt contrôlée par la tectonique, évoluant à l'échelle régionale sur de plus grandes périodes de temps.

Le cheminement des cours d'eau peut ainsi être assimilé à un système dynamique à deux degrés de liberté, suggérés par les deux types d'irrégularité mis en évidence par l'analyse fractale.

**Remerciements :** Cette étude fut suggérée par Jacques Dubois dans le cadre du Programme PIRAT (ORSTOM-INSU). Nous remercions Tom Dunne et Dave Montgomery pour leur lecture critique du manuscrit et l'amélioration de la version anglaise.

AVILES, C. A., SCHOLZ, C. H. et BOATWRIGHT, J., 1987. Fractal analysis applied to characteristic segments of the San Andreas fault, *J. Geophys. Res.*, 92, p. 331-344.

BERGE, P., POMEAU, Y. et VIDAL, C., 1984. *L'ordre dans le chaos : vers une approche déterministe de la turbulence*, Hermann, Paris, 353 p.

BEAUVAIS, A. et TARDY, Y., 1991. Formation et dégradation des cuirasses ferrugineuses sous climat tropical humide, à la lisière de la forêt équatoriale, *C. R. Acad. Sci. Paris*, 313, série II, p. 1539-1545.

BOULVERT, Y., 1986. *Carte phytogéographique de la République Centrafricaine à 1/1 000 000*, Notice explicative n° 104, ORSTOM, Paris, 131 p.

BURROUGH, P. A., 1981. Fractal dimensions of landscapes and other environmental data, *Nature*, 294, p. 240-242.

DUBOIS, J. et NOUAILL, L., 1989. Quantification of the fracturing of the slab using a fractal approach, *Earth and Planetary Science Letters*, 94, p. 97-108.

FRANQUIN, P., DIZIAIN, P., COINTEPAS, J. P. et BOULVERT, Y., 1988. Agroclimatologie du

Centrafrique, *Coll. Init. Docum. Techniques*, ORSTOM, Paris, 71, 522 p.

MANDELBROT, B. B., 1967. How long is the coast of Britain? Statistical self similarity and fractional dimension, *Science*, 155, p. 636-638.

MANDELBROT, B. B., 1975. Stochastic models for the Earth's relief, the shape and the fractal dimension of the coastlines, and the number-area rule for islands, *Proc. Nat. Acad. Sci. USA*, 72, 10, p. 3825-3828.

NIKORA, V. I., 1991. Fractal structures of river plan forms, *Wat. Res. Res.*, 27, 6, p. 1327-1333.

RICHARDSON, L. F., 1961. The problem of contiguity: an appendix of statistics of deadly quarrels, *General Systems Yearbook*, 6, p. 139-187.

VELDE, B., DUBOIS, J., BADRI, A. et TOUCHARD, G., 1990. Fractal analysis of fractures in rocks: the Cantor's dust method, *Tectonophysics*, 179, p. 345-352.

---

## RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES