

J A A R B O E K

DER

RIJKS-UNIVERSITEIT

TE

UTRECHT

1914—1915



Problemen der kinetische theorie van de stof,

REDE,

uitgesproken bij de aanvaarding van het Hoogleeraarsambt aan
de Rijks-Universiteit te Utrecht, op Maandag 25 Januari 1915

DOOR

Dr. L. S. ORNSTEIN.

EDELGROOTACHTBARE HEEREN CURATOREN, HOOGGELEERDE HEEREN
PROFESSOREN, WELEDEL ZEER GELEERDE HEEREN LECTOREN,
PRIVAATDOCENTEN EN DOCTOREN, STUDENTEN DAMES EN HEEREN
EN GIJ ALLEN, DIE DEZE PLECHTIGHEID MET UWE TEGENWOOR-
DIGHEID VEREERT,

Atomistische beschouwingen zijn zoo oud als de Natuur-
beschouwing zelve. Reeds de materialisten der oudheid,-
de Grieksche filosofen EMPEDOCLES, DEMOCRITES en LEU-
CIPPUS gingen bij hunne bespiegelingen uit van de onder-
stelling, dat de stof uit een groot aantal kleine deeltjes
is opgebouwd, wier verbinding, rangschikking en beweging
de werkelijkheid zouden zijn achter de wereld der aan-
schouwing. Tegenover de voorstelling der continuïteit,
die zich aan de dadelijke waarneming het best schijnt
aan te passen, reeds dadelijk de idee van den discreten
bouw, voortgekomen zonder twijfel uit het feit, dat eene
oneindige deelbaarheid voor de rede moeielijk te vatten
is. Hun atomen met weerhaken hebben iets naïefs on-
beholpens, dat verwonderlijk aandoet als men ziet hoe
scherp daarnaast de kerngedachten der atoom theorie
reeds helder worden uitgesproken.

Toen de lange periode van Aristotelische physica met
de renaissance eindelijk een einde nam, kwam met het
materialisme de atomistische beschouwing der stof weer
in eere. Als de mechanica, na het fundamenteele werk
van GALILEI en NEWTON, hare hooge formeele ontwikkeling
doorloopen heeft, en hare zegepralen in de mechanica

van den hemel heeft gevierd, is de mogelijkheid gekomen voor de scherp geformuleerde kinetische theorie der materie, die zich in de 19^e eeuw ontwikkeld heeft.

Voor eenige vragen dier kinetische theorie van de stof wil ik thans een oogenblik Uwe aandacht vragen.

De mechanica had geleerd, de inwerking van lichamen op elkander door krachten weer te geven. Het groote succes van hare methode bracht mede, dat deze werd toegepast op alle vragen die de natuuronderzoeker zich stelde. Geheel de oudere Fransche mathematische physica is van corpusculaire beschouwing doordrongen, aan hare groote namen FOURIER, LAMÉ, GAUCHT, om er enkele te noemen, zijn atomistische theorien verbonden. Wel is niet steeds de grens tusschen corpuskei en volume-element scherp getrokken, en staat deze atomistiek nog ver van een kinetische theorie; toch is haar program een mechanisch natuurbeeld te geven. De grondslagen voor het kinetisch mechanische natuurbeeld worden door hare resultaten gelegd. Nu nog, in onze dagen, is de atomistische structuur theorie der kristallen, waaraan de naam BRAVAIS verbonden is, de basis geworden voor een groot nieuw onderzoekingsgebied.

In de nieuwere kinetische theorien stellen wij ons voor dat de stof, moge zij gasvormig, vloeibaar of vast zijn, uit molekulen is opgebouwd. De molekulen zijn uiterst kleine lichamen, die wij bij hypothese zoo nauwkeurig mechanisch beschrijven als voor ons doel noodig is. Passen we ons beeld op de verschijnselen toe, dan moeten deze niet alleen kwalitatief juist worden weergegeven. Doch uit de metingen moeten zoowel het aantal der molekulen, als de quantitative grootheden die hunne mechanische eigenschappen beschrijven, kunnen worden afgeleid.

Men kan bijvoorbeeld reeds zeer bevredigende resultaten verkrijgen, indien men zich voorstelt dat de molekulen kleine bollen zijn, die bij botsing zich als veerkrachtige bollen gedragen — geïdealiseerde billardballen dus; verder onderstelt men dat deze molekulen aantrekkende krachten op elkaar, uitoefenen die kleiner worden als de afstand der molekulen grooter wordt, en die reeds onmerkbaar zijn op zeer kleine afstanden. Deze onderstellingen waren het, die VAN DER WAALS in staat stelden zijn beroemde toestandsvergelijking af te leiden, waardoor de continuïteit van gas en vloeistofoestand voor het eerst tot ons inzicht kwam.

In andere gevallen is een dergelijke eenvoudige voorstelling niet voldoende, en moet men meer in détail op de eigenschappen der molekulen ingaan. De beschouwingen der chemici brengen ons er toe, ons voor te stellen dat de molekulen uit kleinere deeltjes, de atomen, zijn opgebouwd. Deze deeltjes worden door krachten te samen gehouden en vertoonen bepaalde rangschikkingen. Een volledige kennis van de eigenschappen der atomen, brengt een volledige wetenschap mede van de wijze waarop de molekulen die er uit zijn samengesteld op elkaar inwerken. Onze kennis is echter nog niet zoo ver.

Doch ook de atomen, n' en *déplaise* hun naam, zijn nog niet de laatste elementen der moderne stofbeschrijving. Reeds lang bevredigde het groote aantal der chemische substantia de naar eenheid strevende menschehijke geest niet. Op vele wijzen heeft men dan ook getracht, den bouw van alle atomen uit één oerstof te verklaren. Al is ook thans een volledig beeld van de structuur der atomen niet bereikt, toch staat het vast dat de corpuscula der electriciteit, de electronen van LORENTZ, de bouwstenen der atomen zijn. THOMSON, RUTHERFORD, BOHR,

en anderen gaven rangschikkingswijzen van electronen en positieve electriciteit, die geschikte modellen voor de eigenschappen der atomen leveren, en in den laatsten tijd heeft de vernuftige experimenteerkunst ons allerlei feiten geleerd die dergelijke beelden een zoo vaste basis geven, dat ook hier het gebied van droomende speculatie verlaten is.

Een grootsche ontwikkeling van de mechanische theorie der stof toont ons de nieuwere geschiedenis der natuurkunde. Op steeds breeder gebied zijn kinetische methoden toegepast, gebruik makend van de begrippen molekuul, atoom en electron. En al moge hare nieuwste geschiedenis doen zien dat de klassieke mechanica niet in staat is de verschijnselen volkomen te verklaren, de probleemstelling die de statistische mechanica leerde valt daarmede niet, en veel resultaten blijven ongewijzigd voortbestaan.

Om de vraagstukken die ons thans zullen bezighouden nader te preciseeren, kom ik nog eens terug tot ons voorbeeld van de veerkrachtige bollen, waarvan wij ons denken dat zij in een vat van bekend volume besloten zitten en daarin snel heen en weer bewegen. In den loop van den tijd zullen er bollen met den wand en met elkander botsen; het middelpunt van elke bol beschrijft een zeer ingewikkelde zigzaglijn. Door de botsingen verandert de snelheid der bollen. Zijn de standen en snelheden van de bollen op een gegeven oogenblik bekend, dan is daarmede voor elk volgend tijdstip stand en snelheid van alle bollen bepaald. Indien echter de standen en snelheden der bollen en de vorm van het vat niet op uiterst bijzondere wijze gegeven zijn, is er niemand ter wereld, die deze beweging mathematisch kan uitdrukken; wel is al het daartoe noodige bekend, doch ons stelsel

is van een verbijsterende gecompliceerdheid. We moeten bovendien nog bedenken dat we de individueele molekulen niet kunnen waarnemen. Onze experimenten leeren ons alleen iets omtrent het totale gewicht der molekulen, in niet te kleine volumina, of gegevens omtrent de snelheid van groepen molekulen en dergelijke gegevens die de werking van zeer veel molekulen omvatten.

De stand van elk molekuul op een gegeven oogenblik is ons dus ook al niet bekend, en omtrent de wetten der beweging maken wij slechts benaderende hypothesen. De groote gecompliceerdheid der verschijnselen en de elementen van onbekendheid drijven ons aldus naar statistische methoden, naar vragen van waarschijnlijkheid.

De bollen botsen tegen de wanden, die daardoor krachten ondervinden; het aantal bollen is zoo groot, dat zelfs in korte tijden zeer vele bollen de wand treffen. De stoot die één bol bij de botsing uitoefent is onmerkbaar, doch de gezamenlijke werking der stooten geeft aanleiding tot den gasdruk. De ervaring leert ons dat deze gasdruk, als het gas tot evenwicht gekomen is, een bepaalde constante waarde toont. Hoe is nu deze eigenschap uit ons beeld af te leiden ?

Indien aanvankelijk de molekulen in de eene helft van het vat opgehoopt zijn geweest, zullen zij zich door de beweging verspreiden. De ervaring leert weer, dat er op den duur een gelijkmatige verdeeling ontstaat. De thermodynamica neernt aan dat deze verdeeling volkomen gelijkmatig is, dat zoo het evenwicht bereikt is gelijke volume elementen voortdurend evenveel materie bevatten.

De kinetische theorie heeft deze vraag nader overwogen en hare beschouwingen voeren tot ongelijkmatigheden, die zekere waarschijnlijkheid bezitten welke men met hare

methode berekenen kan. Uit het bestaan dezer ongelijkmatigheden heeft men de conclusie afgeleid, dat de gassen doorvallend licht moeten verstrooien, en de waarneming heeft deze uitspraak der kinetische theorie hier volledig bevestigd.

Door de botsingen worden de snelheden der molekulen voortdurend gewijzigd. Wij kunnen de individueele snelheden niet nagaan, doch de vraag dringt zich op of er geen statistische uitspraken mogelijk zijn, of in een gas dat in evenwicht is een bepaalde snelheid niet aan een bepaalde fractie der molekulen zal eigen zijn, of er niet van een verdeeling naar de snelheid sprake kan zijn, juist zooals er in de sterftestatistiek van een sterftetafel sprake is.

De theorie heeft deze vraag bevestigend beantwoordt en zoowel op het gebied der gastheorie als bij optische en electriche verschijnselen heeft het experiment hare uitspraken ten zeerste gesteund.

Ook wanneer wij een algemeenere vorm aan ons beeld geven, n.l. de eigenschappen der molekulen ingewikkelder onderstellen, doen zich dezelfde vragen voor. Ook dan kennen wij de bewegingswetten, doch hunne oplossing is uiterst gecompliceerd, zóó zij al mogelijk is, en ook dan missen wij de gespecificeerde kennis van den aanvangstoestand. Hier dringen zich dus evenzeer statistische vragen op. We hebben nu ook in het algemeene geval de vraag te overwegen in hoeverre het statistisch-mechanische natuurbeeld met de waarneming overeenstemt, wat de verhouding der statistisch-mechanische tot de thermodynamische theorie is, die in zooveel opzichten de ervaring voortreffelijk weergeeft.

Laten wij een stelsel lichamen aan zichzelf over, dan

gaat het over in een evenwichtstoestand. Zoo wordt b.v. de temperatuur overal gelijk.

Lang scheen het dat het ontstaan van eene stationaire eindtoestand een algemeen verschijnsel is. De beschouwingen der thermodynamica voeren daartoe en deze werden door de leer der evenwichten, waaraan de Nederlandsche wetenschap zulk een groot aandeel heeft, bevestigd.

Men stelde zich daarom ook in de kinetische studie der materie den eisch dat ook deze beschouwing tot de *éénzijdigheid* van het natuurverloop zou moeten voeren. BOLTZMANN voerde een grootheid in die door de beweging steeds kleiner zou worden, zoodat dus de stationaire eindtoestand wordt bereikt als deze grootheid zoo klein mogelijk geworden is.

Deze vragen hebben tot lange en soms scherpe discussies aanleiding gegeven. Twee bezwaren werden daarbij op den voorgrond gebracht.

ZERMELO betoogde: POINCARÉ heeft bewezen dat een mechanisch stelsel dat afgesloten is steeds een kringloop van veranderingen moet doorloopen, dat elke aanvangstoestand hoe bijzonder ook op den duur weder bereikt wordt. Dit is in strijd met de eenzijdigheid van het natuurverloop, de beschouwingen van BOLTZMANN moeten dus een inwendige tegenstrijdigheid bevatten.

LOSCHMIDT merkte op: Keert men in een stelsel op een gegeven oogenblik de snelheden van alle molekulen om, dan worden alle toestanden in omgekeerde volgorde doorloopen. Het is dientengevolge paradoxaal, dat uit het mechanische beeld eenzijdigheid zou volgen.

De beide EHRENFESTEN hebben in hun fraaie artikel in de Encyclopedie der Mathematische wetenschappen een reeks uiterst plausible stellingen geformuleerd, welke

doen zien dat er geen inwendige tegenspraak bestaat. Hoewel het bewijs van de stellingen zelf niet gegeven is, kan thans de afwezigheid der tegenspraak toch als de algemeene overtuiging gelden, ik wil zoo aanstonds een eenvoudig voorbeeld behandelen waarbij zich dergelijke vragen ook voordoen. Thans moge opgemerkt worden dat enkele ervaringsfeiten de overtuiging dat de onderstellingen van BOLTZMANN en de redeneeringen van EHRENFEST juist zijn, zeer bevestigd hebben.

Hoe staat het n.l. in de ervaring met de eenzijdigheid?

Een deeltje eener suspensie voert, zooals men weet, de z. g. Brownsche beweging uit. Past men nu op een dergelijk deeltje de gewone beschouwing toe, dan zou het door de wrijving zijn snelheid moeten verliezen. In een suspensie zien wij echter de deeltjes in overeenstemming met de beschouwing der moleculaire theorie spontaan snelheden krijgen. Terwijl volgens de theorie der diffusie een vloeistofmengsel in den loop van den tijd overal gelijkmatig moet worden en blijven, zien wij geheel in overeenstemming met de statistische beschouwing spontaan dichtheidsverschillen ontstaan, die zich in de opalescentie van vloeistofmengsels bij het kritisch punt sterk uiten.

Gaan wij nu tot het aangekondigde voorbeeld over, dat, gelijk overigens elk kansvraagstuk, wellicht in staat is enkele der problemen en der methoden van de statistische mechanica nader toe te lichten.

Laat ons een vierkante vlakke bak beschouwen die in een groot aantal vierkanten bijvoorbeeld $(100.000)^2$ verdeeld is door lijnen evenwijdig aan de zijden. We hebben verder $(100.000)^2$ vierkante schijven die aan de eene zijde rood, aan de andere groen zijn. Deze schijven worden nu in

de bak geplaatst. Men kan alle schijven met de roode kant naar boven leggen, of een deel met de groene kant naar boven. Het aantal der mogelijke schikkingswijzen van de schijven is gemakkelijk aan te geven, voor ons doel doet het niet ter zake. Wij hebben alleen noodig te weten dat het zeer groot doch eindig is.

Onze legkaart zullen wij nu van drie standpunten bekijken. Ten eerste van zoo dichtbij, dat wij van elke schijf uit kunnen maken welke kleur zij bezit. Op het standpunt der moleculaire theorie beteekent dit dat wij van elk molekuul plaats, snelheid, enz. kennen. Een dergelijke kennis bezitten wij van de molekulen niet, wel echter kunnen wij bij de Brownsche beweging en bij de scintillaties die een radioactief preparaat veroorzaakt, de elementaire verschijnselen waarnemen.

Ten tweede kan men de legkaart beschouwen van uit zoo grooten afstand, dat zij zich als een enkel lichtend vlekje voordoet. Hiermede stemt overeen de gewone waarneming van allerlei verschijnselen als druk, concentratie enz., die wij weliswaar door molekulen veroorzaakt weten, doch waarbij het effect der individueele molekulen niet meer te voorschijn treedt.

Door de bijzondere keuze van ons voorbeeld zal het groene en roode licht dat de schijfjes uitzenden, in ons oog samenwerken, zoo dat bijv. als er evenveel roode als groene schijfjes zijn, wij den indruk van wit krijgen. Zijn de schijfjes in andere verhouding aanwezig, dan zullen de kleuren van rood via rose, wit, resedakleurig, tot groen kunnen schijnen. Aan elke stand der schijfjes beantwoordt een bepaalde kleur.

Ten derde kunnen wij door noch te dicht bij noch te veraf te gaan, zóó waarnemen dat onze legkaart zich

als een gekleurd vlakje voordoet. De individueele schijfjes zijn niet meer te zien en gebieden van bijv. 10000 schijfjes werken samen tot een lichtpunt van het vlak. Bij deze waarneming zal het vlak de kleurschakeeringen vertoonen waarbij de kleuren die ik zoeven noemde optreden. Wij krijgen een pointillé schilderij van groen en rood.

Vestigen wij nu eerst onze aandacht op de verschillende groepeerings van roode en groene schijfjes op onze legkaart. Wanneer alle schijfjes rood zijn, is er slechts één groepeerings mogelijk. Zijn alle schijfjes op een na rood, dan kan dit eene schijfje op $(100.000)^2$ plaatsen gelegd worden en er zijn dus evenveel groepeerings. Zijn er twee groen, de andere rood, dan zijn er nog meer groepeerings. Het aantal groepeerings dat mogelijk is als een bepaald aantal schijfjes groen is, kan men ook weder gemakkelijk aangeven. Het grootste aantal mogelijke groepeerings vindt men, als de eene helft der schijfjes rood, de andere helft groen is. Bij de waarneming op verren afstand doet de wijze waarop de schijfjes over de legkaarten verdeeld zijn, niet terzake, slechts het aantal van roode en groene schijfjes bepaalt de kleur van den lichtindruk. Uit dit alles volgt nu, dat onder al de mogelijke groepeeringswijzen diegene het meest voorkomen die op den waarnemer het sterkst den indruk van wit maken.

Een eenvoudige berekening toont dat groepen die om een voorbeeld te noemen, 200.000 roode vakjes meer bevatten dan groene, reeds in uiterst veel geringer mate voorkomen dan de zuiver wit aandoende. Toch is de relatieve overmaat van rood daarin nog zoo gering dat zij niet waarneembaar zou zijn.

Weten wij nu niets anders dan dat op de een of andere wijze een kleur is ontstaan en onderstellen we, dat deze

door individueele blokjes veroorzaakt is — immers we staan op een met de molekulare theorie analoog standpunt, — welke kleur zal zich dan vertoonen aan den waarnemer op verren afstand? Met groote zekerheid zouden wij antwoorden wit. En in de molekulare theorie is op analoge vragen een analoog antwoord vaak gegeven.

Anders is het met den waarnemer op kleineren afstand. Hij vestigt zijn aandacht op de hokjes gevormd door 100 rijen en 100 kolommen, zijn probleem is analoog, maar onder de mogelijke nuanceeringen is de witte niet in zulk een overmaat aanwezig. Hij verwacht een witte nuanceering van het geheel doch plaatselijke afwijkingen naar rood en groen. Uit de grootte der afwijkingen die hij waarneemt, zal hij trachten het aantal der samenwerkende elementen te schatten.

Trekt men op deze wijze conclusiën uit het aantal mogelijke groepeerings der schijfjes, dan gebruikt men stilzwijgend een hypothese. Namelijk men onderstelt dat bij het voortbrengen der kleur geen bijzondere tendens bestond, de schijfjes groen of rood op de kaart te plaatsen. Bestaat deze tendens wel, en kan men haar quantitatief schatten, dan moet men anders te werk gaan.

Bij onze conclusies hebben wij ons bediend van de verzameling der mogelijke toestanden. Door op bepaalde wijze de mogelijke toestanden herhaald te denken, kunnen wij andere verzamelingen construeeren die geschikter zijn indien de genoemde tendensen bestaan. Wij kunnen bijv. van bepaalde configuraties de mogelijkheid uitsluiten; daardoor komen wij tot beschouwingen gelijk PLANCK die in de stralings-theorie heeft moeten toepassen.

Voor een mechanisch systeem kan men iets dergelijks doen, men kan de systemen waarbij de molekulen wat

snelheid en plaats betreft in alle mogelijke toestanden zijn, tot een verzameling vereenigen. GIBBS heeft de theorie van dergelijke verzamelingen uitvoerig ontwikkeld, en heeft doen zien welke verzamelingen het geschiktst zijn om onder gegeven omstandigheden conclusiën omtrent de eigenschappen der stelsels op te leveren.

Laten wij thans tot onze legkaart terugkeeren.

Om verder resultaten te krijgen die met de statistisch-mechanische beschouwingen vergelijkbaar zijn, moeten we veranderingen in onze legkaart gaan bestudeeren. Immers de stellingen omtrent de eigenschappen der lichamen hebben betrekking op hunne verandering met den tijd. Wij moeten dus veranderingswetten vaststellen. Daartoe nummeren wij de rijen en kolommen van de kaart van O tot 99.999. De plaats van elk schijfje op de kaart is nu bepaald door twee getallen, het nummer der rij en dat van de kolom.

Om de genoemde wetten geschikt te formuleeren, maken wij alle getallen tot getallen van vijf cijfers, door er de noodige nullen voor te plaatsen. Hebben wij bijv. het getal 713, zoo schrijven we 00713. Dit doen wij zoo, omdat de bewegingswet ons door een irrationeel getal, bijv. π of $\sqrt{7}$ gegeven zal worden en wel op de volgende wijze.

Wij gaan uit vanaf een of andere groepeerings der schijfjes en draaien nu de schijfjes in volgorde om. De eerste vijf decimalen zullen het nummer van de rij, de tweede vijf het nummer van de kolom aangeven van het eerste schijfje dat wordt omgekeerd; het derde vijftal weder de rij, het vierde vijftal de kolom van het tweede schijfje, dat wordt omgekeerd. Zoo zal vervolgens elk tiental driemaal de plaats bepalen van één schijfje, dat wordt omgedraaid en dat dientengevolge van kleur wisselt.

Daar de decimalen een volkomen bepaalde rij vormen, is op deze wijze een volkomen omschreven wet vastgelegd.

Elk irrationeel getal kan op deze wijze gebruikt worden, doch ook repeteerende breuken. Van belang zijn dan vooral zulke, waarvan de periode meer dan $(100000)^2$ cijfers heeft. Het aantal gedane omkeeringen is het analogon van den tijd uit de bewegingsvergelijkingen der mechanica.

Gaat men uit van de groepeeringswaarin alles rood is, dan zal voor elk irrationeel getal na een gegeven aantal omwentelingen een doordat getal gekarakteriseerde blokjes-figuur ontstaan zijn. Een waarnemer op grooten afstand zal het vlekje dat hij waarneemt van kleur zien veranderen en een reeks kleurschakeeringen zien doorloopen, dat door het irrationeële getal bepaald is. De kleurverandering die optreedt is dus volkomen wetmatig. Doch het standpunt van dezen waarnemer is niet veel verschillend van dat van den mathematicus die de bewegingswetten der molekulen kent. De berekening van de blokjes-figuur of van de daaraan beantwoordende kleur, is voor een groot aantal omwentelingen uiterst onoverzichtelijk. Ook in ander opzicht komt zijn standpunt met dat van den molekulair-theoreticus overeen. Weet deze dat er zekere temperatuurs- en dichtheids verschillen zijn, dan kent hij daardoor nog niet de individueele standen en snelheden der molekulen. Weet onze waarnemer dat zijn kleur 84% rood bevat, dan weet hij dat hij met een bepaalde groep configuraties te doen heeft, doch niet met welk lid ervan. Hij weet dus ook niet hoe de wet van π er precies op zal inwerken. Beiden zullen dus geneigd zijn tot waarschijnlijkheids beschouwingen hun toevlucht te nemen.

In plaats van de schijven volgens een der gegeven wetten om te keeren kan men een blinde opdragen het

te doen naar willekeur. Van het resultaat dat dan verkregen wordt zeggen wij dat het door toeval wordt veroorzaakt.

Wanneer wij nu op het verloop der kleuren bij een wetmatige omlegging der schijven, de conclusies toepassen waartoe het blinde toeval voert, maken wij gebruik van een waarschijnlijkheids-basis, die op de verzameling der mogelijke toestanden berust. Blind staande tegenover de volgorde der decimalen, blind staande tegenover den aanvangstoestand, passen wij de regels van het blinde toeval toe op de wetmatige gevallen. Geheel analoog doen wij in de kinetische theorie der materie.

Wij zouden nu omtrent dit toeval geneigd zijn aldus te redeneeren. Op een gegeven oogenblik zien wij 84 % rood, 16 % groen, er hebben 1000 omwentelingen plaats, wat is het effect ?

Antwoord. Er worden 840 roode en 160 groene omgekeerd, er zijn dus 680 groene bijgekomen. Zoo voortgaande zouden we vinden, dat het procent rood regelmatig zal dalen, het procent groen toenemen, totdat het in den stationairen toestand, den wit-toestand gelijk zou zijn. Deze zou asyrrptotisch na oneindig veel omdraaiingen bereikt worden, doch vrij spoedig, dat is na een betrekkelijk gering aantal omdraaiingen ten naaste bij bereikt zijn.

Deze redeneering zou niet juist zijn, doch men zou een fout maken van dezelfde soort als die in de kinetische gastheorie gemaakt wordt, indien daar de „Stoszzahl ansatz" gebruikt wordt. Ook daar wordt het waarschijnlijke aantal botsingen als werkelijk voorkomend aangenomen. Daar als hier is het gevolg dat het verloop der verschijnselen een vaste richting krijgt, men tot éézijdig-

beid concludeert. In beide gevallen is de onderstelling „gemiddeld" juist en voert zij tot conclusiën die in veel opzichten met de werkelijkheid overeenstemmen. Bij theoretische conclusiën moet men echter voorzichtiger zijn.

Wanneer men hetzij met blind toeval, hetzij wetmatig te werk gaat, kan men de vraag stellen of een toestand moet terugkeeren. Het eindige aantal der mogelijke toestanden doet verwachten dat dit veelal het geval zal zijn. Concludeert men nu op de basis van bovenstaande redeneering tot eenzijdigheid van het verloop, dan komt men tot paradoxen gelijk die van ZERMELO. Immers ook de afwijkende tegentoestand moet terugkeeren. Gaat men nu uit van een weinig voorkomende toestand, bijv. alles rood, dan zal na een aantal omwentelingen dat klein is ten opzichte van het voor den terugkeer van dien toestand gemiddeld noodige, het stelsel in den gemiddelden, de wittoestand gekomen zijn en hier gedurende het overgroot aantal der volgende configuraties in blijven, toch keert de afwijkende toestand terug.

Een vraag die zich ook voordoet is deze: zullen in het algemeen alle verschikkingen doorloopen worden? In de statistische mechanica is deze vraag ten onrechte bevestigend beantwoord (ergoden-hypothese); ook in ons geval behoeft dit niet. Neemt men de wet die uit een repeteerende breuk volgt, dan heeft men een voorbeeld van het geval dat een beperkt aantal toestanden doorloopen wordt in vaste bepaalde kringlopen. Is het aantal cijfers dat gerepeteerd wordt groot t. o. v. $(100.000)^2$ dan heeft men een volledige analogie met het bezwaar van Zermelo: terwijl ook dan een schijnbaar eenzijdig verloop voorkomt zijn we zeker dat we met een gesloten kring te doen hebben.

Wat er in deze eenzijdigheid voor ons voorbeeld en voor het natuurgebeuren wezenlijk is, kan door het volgende nog nader worden toegelicht. Gaat men uit van een toestand met veel roode en weinig groene schijven, dan zullen er vier mogelijke volgorden voor de verandering zijn. Beschouwt men drie opeenvolgende standen der schijven, die bij het omdraaien doorlopen worden, dan kan ten eerste bij beide daarbij optredende omwentelingen het aantal der roode schijven afnemen, ten tweede kan bij beide omwentelingen het aantal der groene afnemen, ten derde kan bij de eerste wenteling het aantal groene, bij de tweede dat der roode schijven afnemen, terwijl tenslotte in een vierde geval juist het omgekeerde kan gebeuren. Is nu het aantal roode schijven groot ten opzichte van het aantal groene, dan overwegen de veranderingen waarbij het aantal roode vermindert. Er bestaat dus voor sterk afwijkende toestanden een tendens om tot minder afwijkende over te gaan. Al naar mate men de witte toestand nadert, wordt deze tendens kleiner, zoodat tenslotte spontane veranderingen naar rooder of groener toestanden evenveel voorkomen als de verandering tot wit. Voor den waarnemer op grooten afstand zijn deze spontane veranderingen niet, voor die op kleinen afstand echter wel merkbaar. Geheel analoge gevallen vertoonen zich bij de natuurwaarneming. Spontane afwijkingen der dichtheid zijn in den gasdruk niet merkbaar, bij de opalescentieverschijnselen doen zij zich voelen.

Men kan in beide gevallen analoge vragen stellen; wat is de grootste te verwachten afwijking van wit bij een gegeven aantal omwentelingen, wat de gemiddelde afwijking en zoo meer.

SMOLUCHOWSKI heeft soortgelijke problemen behandeld

voor een gesuspendeerd deeltje. Evenals in ons geval komt dan de stelling te voorschijn dat, zoo men van een afwijkenden toestand uitgaat, er zich een aantal reeksen van veranderingen vertoonen. waarvan echter de meerderheid een gang naar den minder van het gemiddelde afwijkenden toestand vertoont.

In de omgeving van deze grenstoestand blijven spontane afwijkingen voorkomen. Of de schommelingen waarneembaar zijn hangt van de bijzondere getallen en van de maatstaf der waarneming af. De groote beteekenis van de proeven van PERRIN, THE SVEDBERG en anderen over toevallige afwijking van dichtheid, electronenemissie, Brownsche beweging en opalescentie ligt er in, dat zij de mogelijkheid gaven, de theoretisch voorspelde afwijkingen waar te nemen en daaruit de quantitatieve resultaten over aantal en afmetingen der nu niet langer hypothetische molekulen af te leiden.

In deze vragen was de superioriteit der statistische methode boven de thermodynamische definitief aangetoond.

Bij een andere objectie ging het echter minder gemakkelijk. Reeds MACH, OSTWALD en hunne energetische bentgenooten hadden erop gewezen dat de kinetische theorie van de soortelijke warmte niet met de waarneming in overeenstemming was. Hetzelfde geldt voor die van de vaste stof. En toen was aangetoond dat de electrodynamica zich tot toepassing der statistische mechanica leende, kwam men in de leer der warmtestraling tot resultaten die geenszins met de ervaring te rijmen waren. PLANCK en EINSTEIN wezen de uitweg uit deze impasse. Een uitweg die de grondslagen der methode, de mechanica zelve aantastte. Terwijl de oudere theorie aanneemt dat het arbeidsvermogen bij een mechanisch stelsel continue kan

toenemen, moest EINSTEIN onderstellen dat de energie van een trillend deeltje slechts bij afgepaste hoeveelheden kan toenemen. En PLANCK moest uitgaan van een dergelijke onderstelling bij den opbouw der reeds genoemde ensembles die bij deze theorie gebruikt worden. Niet alleen dus een atomistische bouw der materie, een dergelijk gedrag óók bij de energie zelve, en met dwingende noodzakelijkheid gelijk EHRENFEST en POINCARÉ aantoonde.

De theorie der stof is dus niet langer statistisch mechanisch, wel is ze statistisch kinetisch, doch de bewegingsleer van haar beeld is nog onbekend.

Des ondanks is het succes dezer quanten-theorie groot. Het werk van BORN, v. KARMAN en bovenal van DEBYE heeft de leer der vaste stof op deze basis een nieuwe ontwikkeling gegeven. Merkwaardig is dat juist de vaste stof die lang het stiefkind der moleculaire theorie was, thans zulk een ontwikkeling genomen heeft. En dit niet alleen door het invoeren der quanten-theorie, doch ook door "de geniale ontdekking van LAUE en de fijne toepassing van BRAGG, die uit de verschijnselen die zich vertoonen als Röntgenstralen een kristal doorloopen, de atomistische constitutie der kristallen wist af te leiden. Hierdoor ligt de weg open om de eigenschappen der kristallijne stof op te bouwen uit die harer bouwsteen: de atomen, waardoor wellicht niet het minst juist de leer der atomen zelf zal winnen.

Gelijk elke nieuwe verklaringwijze heeft ook de quanten-theorie een sterke neiging tot expansie. Zonder gevaar is deze niet, juist omdat de passende bewegingsleer nog ontbreekt, en de Geschiedenis der laatste jaren toont een neiging tot vervlakking en tot gebrek aan scherpte ook waar de moeielijkheden der problemen er niet toe dwingen.

Doch onze natuurkundige wetenschap is nu eenmaal, en

niet alleen in dit gebied, in een tijd van revolutie. Aan zulk een tijd zijn dergelijke gevaren eigen. Maar de beginselen die baan breken treft dit niet als blaam. Zij blijven even groot en geniaal gedacht. En zoude men dan de beginselen der Fransche revolutie behoeven te verwerpen, omdat de cultus van de „Déesse de la raison" zoo weinig redelijk was?

Edelgrootachtbare Heeren Curatoren dezer Universiteit.

Voor het vertrouwen in mij gesteld, toen uw college mij der Regeering als Hoogleeraar aan deze'Universiteit heeft voorgedragen, hen ik u zeer dankbaar.

Ik voel hoe zwaar de taak is, die op mijn schouders wordt gelegd: de opvolger te zijn van een physicus als DEBYE. Maar ik verzeker u, dat ik met alle kracht er naar zal streven die taak naar behooren te vervullen. Moge ook in het vervolg mij uwe krachtige steun niet ontbreken waar het de belangen van onderwijs en wetenschap geldt.

Gij, mijnheer de secretaris van Curatoren, wilt U eveneens overtuigd houden van mijn erkentelijkheid voor de welwillende wijze, waarop gij mij met verschillende inlichtingen zijt te gemoet gekomen.

Hooggeleerde Heeren Professoren dezer Hoogeschool.

Ik beschouw het als een groot voorrecht heden in uw kring te worden opgenomen en voortaan met u te mogen samenwerken aan den bloei van deze Universiteit. Ik gevoel ten volle de verplichtingen die thans op mij rusten, doch met de vertrouwen richt ik tot u het verzoek, mij met uwe ervaring welwillend te willen terzijde staan.

*Hooggeleerde Ambtgenooten in de faculteit der Wis
en Natuurkunde.*

Het feit dat uwe aanbeveling den Curatoren aanleiding was mij voor te dragen voor het ambt dat ik thans aanvaard, vervult mij met het vertrouwen dat ik niet tevergeefs op U een beroep zal doen waar ik uw raadgevingen bij het doceeren onzer zoo geliefde wetenschap zal inroepen. Moge het mij gegeven zijn, het mijne te kunnen bijdragen om te komen tot dit kostbare goed : een prettige en vruchtbare samenwerking.

Hooggeleerde Julius.

De beide zijden der natuurkunde die gij en ik aan deze Universiteit zullen vertegenwoordigen hangen zoo innig samen, dat ook samenwerking geboden is. De groote welwillendheid waarmede gij mij zijt tegemoet getreden, doet mij voor de toekomst het beste verwachten. Uw rijke experimenteele ervaring en uw breede blik op de grootste problemen der natuurwetenschap zullen U meestentijds den gevende maken. Toch hoop ik dat ik tot uw werk ook een steentje zal mogen bijdragen.

Hooggeleerde van Everdingen.

In U vind ik hier een leermeester terug die mijn eerste schreden op 't pad der experimenteele physica leidde. Dat gij mij over de mogelijkheid eener samenwerking terstond gesproken hebt verheugde mij zeer. Mocht het in mijn krachten staan iets te doen ter oplossing van de problemen, die de metereoloog den mathematischen physicus heeft voor te leggen, dan zou mij dit groote bevrediging geven.

Hooggeachte Haga.

De jaren die ik in Groningen heb doorgebracht hebben mij geleerd dat ik niet vergeefs een beroep op U heb gedaan. Van uw rijke kennis en uw fijn experimenteel vernuft heb ik veel geleerd. Doch niet alleen als geleerde mocht ik U leeren schatten; ik heb veel vriendschap van U ondervonden, de ware vriendschap die zich in moeilijke tijden toont. Nu ik Groningen verlaat stel ik er prijs op U dat te zeggen. Geloof mij dat ik van ganscher harte hoop, dat onze vriendschappelijke verhouding nog lange jaren zal voortduren.

Ook aan U allen, Hooggeleerde heeren professoren der Groingsche faculteit van de Wis- en Natuurkunde, en in het bijzonder aan U, hooggeleerde KAPTEIJN, MOLL en JAEGER moge ik van deze plaats een woord van dank toeroepen voor de waardeering en de medewerking die gij mij steeds getoond hebt en die mij tot veel steun zijn geweest.

Hooggeachte Lorentz, mijn leermeester.

Toen ik in Groningen als lector optrad, heb ik U gezegd dat ik er met alle kracht naar streven wilde, U een waardig leerling te zijn. Nog moeilijker dan ik toen dacht, is mij die eisch gebleken. Ik ben ten volle overtuigd, dat het mij maar zeer gedeeltelijk gelukt is het gestelde ideaal te bereiken, maar ik ben mij anderszijds bewust, dat Uw oordeel is, dat ik naar mijn beste krachten heb gestreefd. Ik weet dat gij vertrouwt, dat ik op dien weg zal voortgaan, dat vertrouwen hoop ik niet te beschamen. Nu ik weder dichter bij U ben hoop ik, dat de opwekkende invloed die van U uitgaat, weer in meerdere mate op mij moge inwerken.

*Studenten in de faculteit der wis- en natuurkunde,
Dames en Heeren.*

Van een aantal uwer is een deel der opleiding aan mijne handen toevertrouwd. In de eerste plaats is het mijn wensch U door mijn onderwijs physisch inzicht te geven, kennis der methode en gevoel voor de schoonheid der physische wetenschap.

Gij zult nooit vergeefsch een beroep doen op mijne hulp of medewerking waar het Uw studie betreft. Indien gij slechts vrijmoedig tot mij wilt komen met uwe moeilijkheden, zal ik trachten U leiding te geven waar ik kan.

Wanneer gij zult heengaan van deze akademie om uwe roeping in de maatschappij te volgen, dan zal het hoogste zijn wat gij kunt medenemen van onze alma mater een in kennis wel gefundeerde liefde voor de wetenschap. Slechts als gij die bezit, zult gij uwe taak goed kunnen vervullen, zult gij zelfs in de bangste tijden het Idealisme kunnen vertegenwoordigen, het eeuwige goed van beschaving en vooruitgang.

Ik heb gezegd.