

СОСТОЯНИЯ ТИПА КИНКОВ В МОДЕЛИ ШАРМЫ – ТАССО – ОЛВЕРА

Ключевые слова: кинк, уравнение Шармы – Тассо – Олвера, метод Хироты.

Одним из наиболее характерных свойств солитонов и солитоноподобных объектов (например, кинков) является упругий характер их взаимодействия [1]. При столкновении двух таких объектов их амплитуды и скорости остаются прежними, а единственное изменение заключается в появлении дополнительного сдвига фазы по сравнению с состоянием до взаимодействия. Однако в последнее время обнаружены нелинейные модели, в которых при определенных условиях взаимодействие между состояниями, описываемыми солитонами (или солитоноподобными объектами), носит неупругий характер. Особенностью таких моделей является то, что в них один солитон может расщепиться на несколько, или наоборот, допускается формирование нового солитонного состояния в результате слияния нескольких солитонов. Интерес к таким моделям очевиден, поскольку подобные процессы широко встречаются, например, в физике плазмы, а также в физике атомного ядра.

В настоящей работе рассматривается одна из таких моделей, для описания которой используется уравнение Шармы – Тассо – Олвера (Sharma – Tasso – Olver (STO) equation). Различные решения данного уравнения и их свойства изучены достаточно подробно [2–5]. Показано, что уравнение является интегрируемым в смысле существования пары операторов Лакса. Получены его решения в виде солитона (кинка), а также связанного состояния двух солитонов (кинков). В связи с актуальностью рассматриваемой задачи поиск новых точных решений представляет несомненный интерес. В данной работе при помощи метода Хироты [6] построены новые решения уравнения STO, которые описывают кинкоподобные состояния.

Рассмотрим уравнение STO в (1+1)-мерном случае:

$$u_t + \alpha(u^3)_x + \frac{3}{2}\alpha(u^2)_{xx} + \alpha u_{xxx} = 0. \quad (1)$$

Здесь α – положительная константа; $u_t = \partial u / \partial t$ и т.п.

При помощи масштабного преобразования $-2t/\alpha \rightarrow t$, $2x \rightarrow x$ уравнение (1) можно записать в виде

$$u_t - (u^3)_x - \frac{3}{4}(u^2)_{xx} - \frac{1}{4}u_{xxx} = 0. \quad (2)$$

Введем замену зависимой переменной вида

$$u = \frac{1}{2}(\ln F)_x,$$

где F – новая неизвестная функция. Тогда, последовательно применяя метод Хироты, можно показать, что уравнение (2) имеет следующие кинкоподобные решения:

$$u(x, t) = \frac{k}{4} \left[1 + \operatorname{th} \left(\frac{kx + \frac{k^3 t}{4} + \eta^0}{2} \right) \right]; \quad (3)$$

$$u(x, t) = -\frac{k}{4} \left[1 + \operatorname{th} \left(\frac{-kx - \frac{k^3 t}{4} + \eta^0}{2} \right) \right]. \quad (4)$$

Здесь k – произвольная положительная константа; η^0 – начальная фаза решения.

К особенностям полученных решений следует отнести то, что, во-первых, они содержат постоянный член, соответствующий вакуумному состоянию, а во-вторых, области изменения функций для каждого из них различны (за исключением предельного значения $u = 0$). Такие решения имеют место и в других моделях, например в моделях с полиномиальным взаимодействием [7, 8]. Если ввести понятие топологического заряда согласно подходу, предложенному в [9], то для обоих решений (3) и (4) он окажется одинаковым и равным двум.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лэм Дж. Л. Введение в теорию солитонов. – М.: Мир, 1983.
2. Song Wang et al. // *Chaos, Solit. Fract.* – 2004. – V. 21. – P. 231.
3. Zeng-ju Lian, and Lou S. Y. // *Nonlinear Anal.* – 2005. – V. 63. – P. e1167.
4. Barış Erbas, Elçin Yusufoglu // *Chaos, Solit. Fract.* – 2009. – V. 41. – P. 2326.
5. Aihua Chen // *Phys. Lett. A.* – 2010. – V. 374. – P. 2340.
6. Абловиц М., Сигур Х. Солитоны и метод обратной задачи. – М.: Мир, 1982.
7. Ferrera A. and Melfo A // *Phys. Rev. D.* – 1996. – V. 53. – P. 6852.
8. Князев М. А. Кинки в скалярной модели с затуханием. – Минск: Тэхналогія, 2003.
9. Раджараман Р. Солитоны и инстантоны в квантовой теории поля. – М.: Мир, 1985.

Белорусский национальный технический университет,
г. Минск, Беларусь
E-mail: maknyazev@bntu.by

Поступило в редакцию 26.11.10.