



O problema de roteamento de veículos com custos de combustível dependentes do peso

DIOGO JOSÉ LAGES PEREIRA MORGADO RIBEIRO

novembro de 2020

PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS COM CONSUMO DE COMBUSTÍVEL DEPENDENTE DO PESO

Diogo José Lages Pereira Morgado Ribeiro
1140588

2020

Instituto Superior de Engenharia do Porto
DEM – Departamento de Engenharia Mecânica



POLITÉCNICO
DO PORTO

isep

PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS COM CONSUMO DE COMBUSTÍVEL DEPENDENTE DO PESO

Diogo José Lages Pereira Morgado Ribeiro
1140588

Dissertação apresentada ao Instituto Superior de Engenharia do Porto para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica, realizada sob a orientação de António Galvão Ramos.

2020

Instituto Superior de Engenharia do Porto
DEM – Departamento de Engenharia Mecânica



POLITÉCNICO
DO PORTO

isep

JÚRI

Presidente

Doutor João Augusto de Sousa Bastos
Professor Adjunto, ISEP

Orientador

Doutor António Galvão Ramos
Professor Adjunto, ISEP

Arguente

Doutora Elsa Silva
Investigadora Auxiliar, INESC TEC

PALAVRAS CHAVE / KEYWORDS

VRP, weight, Routing problems, Emission routing problem, axle loading constraints, fuel economy, client, deposit, load, reducing fuel costs, route optimization.

RESUMO

O VRP é um problema que já vem a ser estudado há várias décadas e as suas variantes têm sofrido uma constante evolução. Contudo, o problema e todas as suas características variam entre si, tornando o problema complexo de resolver. Neste artigo é estudada a vertente do VRP que engloba o peso dos veículos e o seu impacto no combustível consumido e, conseqüentemente, os custos associados para a transportadora. Foi também feita uma simulação para otimizar os custos, a distribuição de peso pelos veículos e as rotas. Os resultados da simulação foram positivos, verificando-se que realmente o consumo do combustível tem impacto direto na forma como as rotas são calculadas e definidas e também um impacto no custo final de cada rota.

ABSTRACT

VRP is a problem that has been studied for several decades and its variants have gone through a constant evolution. However, the problem and all its characteristics vary, making the problem complex to solve. In this article, the VRP variant that considers the weight of the vehicle load is studied, which includes the weight of vehicles and their impact on the fuel consumed and, consequently, the associated costs for the carrier. A simulation was also carried out to optimize costs, weight distribution of the load in the vehicles and routes. The results of the simulation were positive, verifying that fuel consumption does have a direct impact on the way routes are calculated and defined and also an impact on the final cost of each route.

LISTA DE SÍMBOLOS E ABREVIATURAS

Lista de Abreviaturas

ACO	Ant Colony Optimization
CO2	Dióxido de Carbono
NOx	Dióxido de Nitrogénio
SO	Monóxido de Enxofre
VRP	Vehicle Routing Problem

ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 1 - REPRESENTAÇÃO DE UM PROBLEMA VRP, COM UMA POSSÍVEL SOLUÇÃO.	8
FIGURA 2 – EXEMPLO DE REDE RODOVIÁRIA DO VRP	9
FIGURA 3 – EXEMPLO DE ROTA DOS CLIENTES ATÉ AO DEPÓSITO	10
FIGURA 4 - MEIOS DE TRANSPORTE DE MERCADORIA	11
FIGURA 5 - DEPÓSITO	11
FIGURA 6 - POSSÍVEIS ROTAS PARA VÁRIOS CLIENTES	12
FIGURA 7 - EXEMPLO DE INPUT "LOCALIZAÇÃO DE CLIENTES"	22
FIGURA 8 - CONSUMO VS. PESO DO VEÍCULO	25
FIGURA 9 - FUNÇÃO DE CONSUMO EM RELAÇÃO AO PESO	26
FIGURA 10 - PESO DA CARGA VS. CONSUMO DE COMBUSTÍVEL	26
FIGURA 11 - SOLUÇÃO DO CVRP PARA O PRIMEIRO MODELO	34
FIGURA 12 - LOCALIZAÇÃO DOS CLIENTES NO CENÁRIO 2	35
FIGURA 13 - LOCALIZAÇÃO DOS CLIENTES NO CENÁRIO 3	36
FIGURA 14 - LOCALIZAÇÃO DOS CLIENTES NO CENÁRIO 4	37
FIGURA 15 - LOCALIZAÇÃO DOS CLIENTES NO CENÁRIO 5	38
FIGURA 16 – LOCALIZAÇÃO DOS CLIENTES PARA O CENÁRIO 6	39

ÍNDICE DE TABELAS

TABELA 1 - EXEMPLO DE INPUT "LOCALIZAÇÃO DE CLIENTES"	22
TABELA 2 - EXEMPLO DE INPUT "PROCURA DOS CLIENTES"	22
TABELA 3 - DADOS PARA O CENÁRIO 1	33
TABELA 4 - DADOS PARA O CENÁRIO 2	35
TABELA 5 - DADOS PARA O CENÁRIO 3	36
TABELA 6 - DADOS PARA O CENÁRIO 4	37
TABELA 7 - DADOS PARA O CENÁRIO 5	38
TABELA 8 - DADOS PARA O CENÁRIO 6	39
TABELA 9 - DISTÂNCIA TOTAL DA ROTA PERCORRIDA EM CADA CENÁRIO	41

ÍNDICE

1.1	Introdução.....	1
1.2	Objetivos	2
1.3	Estrutura da dissertação	3
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	7
2.1	Enquadramento	7
2.2	Conceitos básicos	9
2.2.1	Rede rodoviária	9
2.2.2	Clientes	10
2.2.3	Veículos	11
2.2.4	Depósitos.....	11
2.2.5	Condutores.....	12
2.2.6	Rotas.....	12
2.3	Objetivos	13
2.4	Vários tipos de VRP	13
3	DESENVOLVIMENTO DA FORMULAÇÃO DO MODELO	21
3.1	Dados.....	22
3.2	Modelo Matemático	23
3.2.1	Componentes da função objetivo	24
3.2.2	Função Objetivo	29
3.3	Modelo do problema	30
3.4	Resultados/Testes	32
3.4.1	CVRP	33
4	CONCLUSÕES E PROPOSTAS DE TRABALHOS FUTUROS	45
4.1	CONCLUSÕES.....	45
4.2	PROPOSTA DE TRABALHOS FUTUROS.....	46
5	BIBLIOGRAFIA E OUTRAS FONTES DE INFORMAÇÃO.....	49

INTRODUÇÃO

1.1 INTRODUÇÃO

1.2 OBJETIVOS

1.3 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

1.1 Introdução

Atualmente, vivemos numa época em que todo o tipo de transporte, seja de mercadorias ou passageiros tem uma elevada importância no dia a dia. Todos nós já utilizamos pelo menos uma vez uma empresa de transportes, seja ela de correios, passageiros ou de mercadorias. Estas empresas estão muito evoluídas no que toca à logística dos envios e receções, em prol de um melhor serviço para o cliente. Para o cliente, é muito cómodo chegar a um posto de correios e simplesmente entregar uma carta ou uma encomenda e saber que esta chegará destino passado um curto período temporal, ou então, o simples facto de utilizarmos os transportes públicos, e sabermos que por curtos períodos de tempo, temos disponível uma variedade de opções com vários destinos à escolha. Posto isto, o cliente terá apenas de fazer a entrega das mercadorias ou entrar no meio de transporte, sabendo que a empresa encarregue fará a sua função.

Do lado das empresas, estes casos já não são tão simples como parecem para nós. Desde tempos de entrega à alta procura, há vários processos complicados que as empresas têm de tratar.

Nos dias de hoje, as empresas de transporte deparam-se com um problema que já tem vindo a ser estudado desde 1959 por (Dantzig & Ramser, 1959), o VRP ou Vehicle Routing Problem. O VRP consiste no planeamento de rotas de veículos, de forma a diminuir ao máximo os custos de uma empresa. Por exemplo, será mais viável ir por uma rota mais longa, mas que a velocidade do veículo seja constante e consequentemente o seu consumo e desgaste seja inferior, ou será que é mais viável ir pelas rotas mais curtas, mas que estas impliquem que o veículo tenha de fazer mais paragens e consequentemente aumentar o desgaste e consumo do veículo? Ou será que, num dado transporte de mercadorias, será vantajoso entregar, por exemplo, as encomendas mais pesadas mesmo que tenha de ser percorrida uma maior distância e, só depois, as encomendas mais leves, de modo a economizar o combustível a ser utilizado por este veículo? São este tipo de perguntas que as empresas têm de responder de modo a conseguirem maximizar todos os recursos disponíveis para minimizar os custos.

Também existe outra vertente do VRP, que não está tão ligada à minimização de custos, mas sim ao ambiente.

Atualmente, o planeta tem cerca de sete biliões de habitantes e este número tem tendência a subir para nove biliões até 2040. Cada vez mais serão necessários mais transportes de passageiros e transportes de mercadorias de forma a ser satisfeita a procura para tantos potenciais clientes. Posto isto, sabemos que em termos climáticos terá de ser feita uma mudança por parte de todos os seres humanos para continuarmos a viver num planeta sustentável e menos poluído. Em maio de 2019, registou-se uma medição de concentração de CO₂ na atmosfera de 415 partes por milhão (ppm), sendo que este foi o resultado mais elevado dos últimos 800 mil anos, quando este valor era de 190 ppm. Sendo assim, este problema claramente tem de ser endereçado e já estão a ser tomadas medidas para tal. Existe uma procura muito

maior para energias limpas e reutilizáveis, existem cada vez mais veículos elétricos a circular e estão a ser tomadas inúmeras medidas para se reduzir, por exemplo, o uso de plástico, onde, por exemplo, a União Europeia já definiu 2030 como a data limite para o fim do uso das embalagens de plástico descartáveis. Sendo assim, o VRP também enfrenta este problema, sendo esta uma vertente mais verde do problema. Cada vez mais as frotas tentam que os seus veículos sejam mais amigos do ambiente, sejam eles movidos a eletricidade, hidrogénio, ou até o simples facto de serem construídos recorrendo a materiais reutilizáveis.

Deste modo, o problema do VRP teve um foco enorme nos últimos anos e existem inúmeros artigos que referenciam este problema, todos eles tentando responder à questão de diminuição de custos do transporte e também à redução de emissões pelos veículos utilizados.

O primeiro artigo em que foi referido o roteamento de veículos foi de (Golden, Magnanti, & Nguyen, 1977). Desde então, outras versões do VRP foram aparecendo na década de 70. Liebman and Marks (1970) apresentaram modelos matemáticos para o VRP respetivamente à recolha de lixo, Levin (1971) apresentou o problema para as frotas de veículos e Marks and Stricker (1971) apresentaram o problema para o roteamento de transportes públicos. Solomon (1987) introduziu também a variável das janelas de tempo nesta equação.

1.2 Objetivos

Esta dissertação foi elaborada com o objetivo de desenvolver uma ferramenta para a resolução do problema do VRP. Existem várias abordagens para este problema como será demonstrado, onde o objetivo para a resolução do mesmo, é obter uma ou várias rotas ideias para um conjunto de clientes, onde cada cliente tem um procura específica. Cada cliente apenas pode ser visitado por um veículo, e os veículos têm carga limitada, daí a complexidade do problema. Para o caso de estudo em específico, foi integrado no problema o consumo de combustível dependendo da carga a ser transportada para verificar qual seria a influencia e relação entre estes dois parâmetros.

O modelo na qual foi baseada a ferramenta foi o modelo do CVRP (*capacitated vehicle routing problem*) onde a frota de veículos é homogénea o que significa que todos os veículos têm a mesma capacidade de carga. Foram efetuadas várias alterações ao modelo base, de modo a considerar o peso da carga a transportar entre cada cliente e verificar a sua influência no consumo de combustível de cada veículo. O modelo final tem como objetivo minimizar os custos de cada rota, minimizando assim o consumo de combustível.

1.3 Estrutura da dissertação

A dissertação encontra-se dividida em 4 capítulos: Introdução, Revisão bibliográfica, Desenvolvimento da formulação do modelo e por fim as Conclusões e propostas de trabalhos futuros.

No capítulo da Introdução é apresentado resumidamente o problema que irá ser tratado ao logo da tese e os objetivos pretendidos com o trabalho desenvolvido ao longo do tempo.

No capítulo seguinte, encontra-se a revisão bibliográfica onde é apresentada alguma literatura utilizada como suporte, a descrição do problema e as suas restrições e objetivos principais e também alguns modelos matemáticos existentes na literatura, utilizados para resolver este problema.

Após concluída a parte da revisão bibliográfica, com base no estudo realizado, passou-se então para o capítulo do desenvolvimento da formulação do modelo matemático, onde se encontra todo o processo até se chegar ao modelo final para a ferramenta de decisão. Neste capítulo, encontram-se também todas as alterações que foram realizadas ao modelo base para considerar o consumo de combustível relacionado com a carga a ser transportada. Também neste capítulo são apresentados os resultados de cada um dos cenários e testes realizados com a ferramenta.

No último capítulo encontram-se as conclusões e propostas de trabalhos futuros onde, como o título indica, são tiradas todas as conclusões relativamente ao processo que foi utilizado para chegar à ferramenta final, bem como os resultados obtidos com a ferramenta elaborada. Por fim encontram-se as propostas a trabalhos futuros onde são apresentadas algumas melhorias ao modelo final e à ferramenta criada, de modo a ser possível a implementação da mesma a uma maior escala e a situações de VRP encontradas no dia a dia.

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 ENQUADRAMENTO

2.2 CONCEITOS BÁSICOS

2.3 OBJETIVOS

2.4 VÁRIOS TIPOS DE VRP

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O objetivo principal do VRP é determinar as rotas de forma a minimizar os custos e cumprir restrições específicas do problema. Desde a sua primeira formulação em 1959, houve diversas publicações que expandiram o horizonte do VRP. Neste capítulo será efetuado um enquadramento do VRP no âmbito atual dos transportes, serão referidos os tipos de VRP existentes estudados até à data, alguns conceitos básicos e os objetivos e instâncias do VRP.

2.1 Enquadramento

Atualmente os governos e os consumidores desenvolveram um maior interesse pelo ambiente e estão cientes da existência do problema ambiental causado pelas atividades humanas e o uso de recursos que o planeta tem disponíveis.

Devido às preocupações ambientais, o interesse nesta área aumentou significativamente por parte das empresas, que estão a tentar implementar uma cadeia verde de distribuição, conseguindo ainda assim aumentar a qualidade dos processos e reduzir custos e riscos (Vachon and Klassen, 2008 e Sarkis, Zhu and Lai, 2011).

A cadeia verde de distribuição foi definida pela “[...] integração do pensamento global dentro da administração das cadeias de distribuição, incluindo o design, seleção de matérias primas, processos de manufatura e entregas de produtos ao cliente e também a administração de produtos quando chegam ao fim do ciclo de vida” (Srivastava, 2007).

Existem vários meios de transporte como aviões, camiões, comboios e barcos e todos estes têm diferentes características em termos de impacto ambiental, acessibilidade e tempos de transporte. Os transportes emitem para a atmosfera cerca de 14% do total de dióxido de carbono (CO₂) e também são uma das maiores fontes de emissão de dióxido de nitrogénio (NO_x) e dióxido de enxofre (SO₂) (McKinnon and Woodburn, 1996). De acordo com os estudos, de entre os tipos de transporte referidos acima, os camiões são os mais limpos para o ambiente, sendo que os aviões e os barcos têm maior emissão para a atmosfera do que os transportes terrestres Dekker, Bloemhof and Mallidis (2012).

Virando também um pouco para a vertente comercial, em 2008 a Comissão Europeia estimava que o setor logístico do transporte de bens representava um montante de cerca de 5400 mil milhões de euros a nível mundial. Desde o a crise do petróleo de 2008 que o preço dos combustíveis tem vindo a aumentar drasticamente, aumentando assim os custos associados à logística. Neste sentido, também as empresas com frotas

de veículos têm interesse em reduzir os custos associados a cada frota, sendo que o problema do VRP assume uma importância muito grande neste sentido, uma vez que os valores associados a este problema (como o combustível e manutenções) são muito elevados.

Será então a este género de problemas que o VRP tentará encontrar soluções, que passam por encontrar rotas otimizadas tendo em conta os veículos disponíveis, a localização dos depósitos e dos clientes. Como demonstrado abaixo, na figura 1 (lado a)) o objetivo é obter uma solução em termos de rotas a realizar pelos veículos que saem do depósito da empresa para realizarem entregas ou recolhas de produtos minimizando assim os custos referentes a este processo. Na figura, os pontos são os clientes e o retângulo representa o depósito.

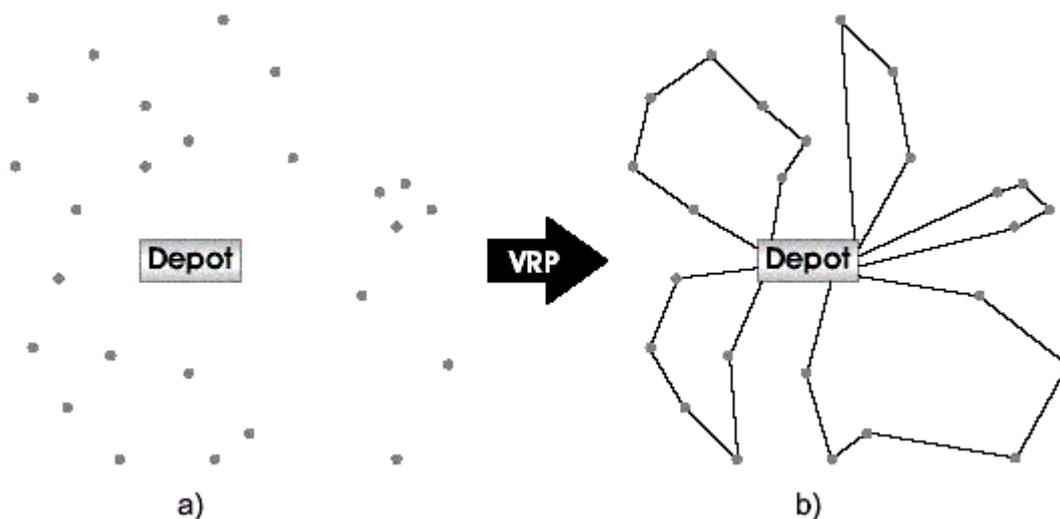


Figura 1 - Representação de um problema VRP, com uma possível solução.

Fonte: <http://neo.lcc.uma.es/cEA-web/VRP.htm>

No lado b) da figura 1, está uma possível resposta ao problema, onde se tenta encontrar a melhor solução de trajetórias a realizar.

2.2 Conceitos básicos

Neste tópico serão referidos os conceitos básicos presentes aquando da resolução do VRP. Para se chegar a uma resposta de um problema de roteamento de veículos, a procura da solução passa por várias questões referentes, por exemplo, ao número de **veículos** que estão disponíveis em certos **depósitos**, que serão conduzidos por um determinado conjunto de **condutores** com um número de locais a visitar, que tipicamente são **clientes**. Para isto, os condutores utilizam uma **rede rodoviária** e nesta, determinam as **rotas** que terão de utilizar para que cada um dos seus veículos volte ao depósito inicial, sendo que as necessidades de todos os clientes foram cumpridas e que todos os custos envolvidos neste processo tenham sido minimizados. Serão agora analisados cada um destes elementos do VRP.

2.2.1 Rede rodoviária

As redes rodoviárias são as ligações que existem entre os vários clientes e os depósitos. De modo a simplificar o problema, os clientes são considerados vértices ou nós e as estradas são consideradas arcos, direcionais ou não, sendo que cada um tem associado um custo. Este custo representa o tempo de viagem, a distância, custos de manutenção e outros relacionados com a viagem a ser realizada.

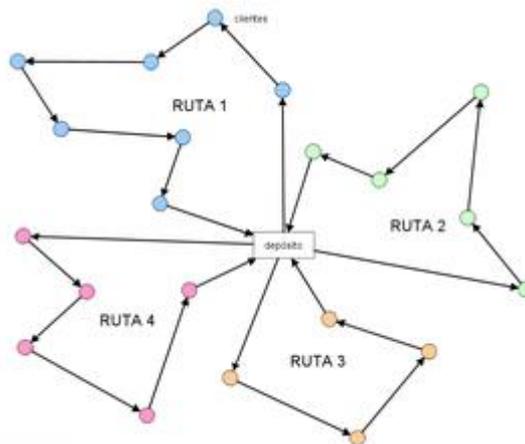


Figura 2 – Exemplo de rede rodoviária do VRP

Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Problema_de_rotamento_de_ve%C3%ADculos

2.2.2 Clientes

Os clientes são os vértices da rede rodoviária e são entidades que têm associados a si uma quantidade de bens, para serem entregues ou recolhidos, ou até haver trocas de artigos antigos por artigos novos. Estes clientes podem também ser servidos num dado intervalo de tempo devido a limitações de tráfego, tempos de carga e descarga e horários de abertura e fecho estipulados. Também podem estar restringidos por acessibilidade às redes rodoviárias e acessibilidade de cargas e descargas e também por terem ou não atribuído um veículo específico.

Também existem casos em que os clientes fazem encomendas de maiores dimensões que tem de ser repartida por dois ou mais carregamentos, ou até por duas ou mais viagens se optar por só utilizar um veículo. Este tipo de situações pode trazer custos associados a penalizações, pela parte do cliente.

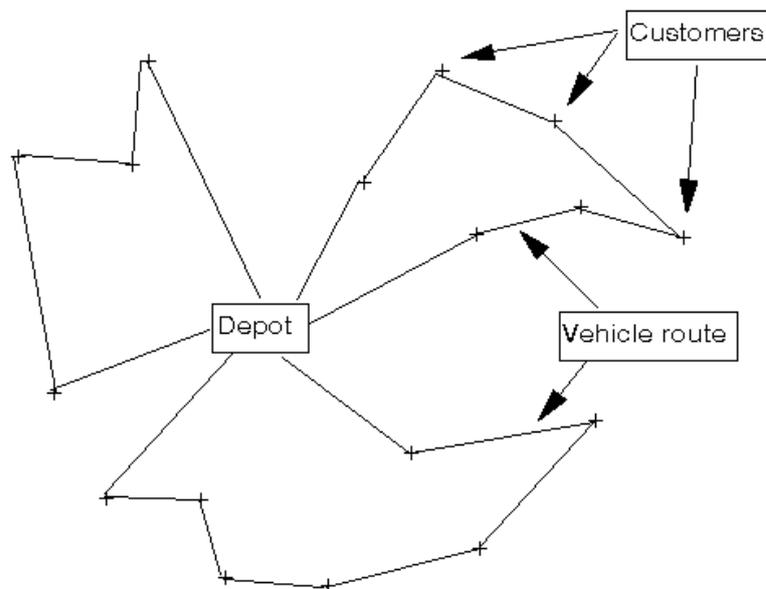


Figura 3 – Exemplo de rota dos clientes até ao depósito

Fonte: <http://people.brunel.ac.uk/~mastjib/jeb/or/vrp.html>

2.2.3 Veículos

No problema do VRP, os transportes podem ser feitos de várias formas, ou seja, utilizando vários tipos de veículos como camiões, barcos, carrinhas, entre outros. Estes meios permitem o transporte dos bens, que estão associados a um depósito, de onde estes veículos partem para fazerem as entregas e têm de retomar no final da rota. A cada um destes veículos também está associada uma determinada carga para cada tipo de produto que podem levar. As restrições que estes veículos têm associados a si passam por estradas de acesso difícil e custos associados à sua utilização, sejam estes a distância, tempo ou rota de utilização.



Figura 4 - Meios de transporte de mercadoria

Adaptada de: <https://www.dreamstime.com/set-cargo-trucks-side-view-delivery-vehicles-cargo-truck-van-vector-illustration-set-cargo-trucks-side-view-delivery-image103594244>

2.2.4 Depósitos

Os depósitos são armazéns onde se carrega e descarrega os veículos. São caracterizados pela quantidade de veículos que alberga e pela quantidade de produtos que consegue enviar num determinado intervalo de tempo.

Também existem alguns casos do VRP que envolvem múltiplos armazéns e nestes casos os clientes são divididos pelos armazéns existentes e os veículos tem de voltar ao armazém de onde saíram, no final de cada rota.



Figura 5 - Depósito

2.2.5 Condutores

Os condutores são a mão de obra principal do problema e estão sujeitos a várias restrições. Estas restrições podem estar relacionadas com fatores pessoais ou contratuais como por exemplo o tipo de veículo que cada um pode conduzir, o número de horas de trabalho diárias, tempo máximo de condução seguida, entre outros.

2.2.6 Rotas

As rotas são compostas por um depósito e pelo conjunto de clientes (vértices) e pelas ruas ou estradas (arcos) que ligam estes vértices. Existem também diversas restrições associadas às rotas, por exemplo, estas requerem maior atenção se são de distribuição e recolha ou apenas de distribuição ou recolha e também tem de se ter em consideração o facto de o total de encomendas dos clientes serem iguais ou inferiores à capacidade dos veículos que as servem.

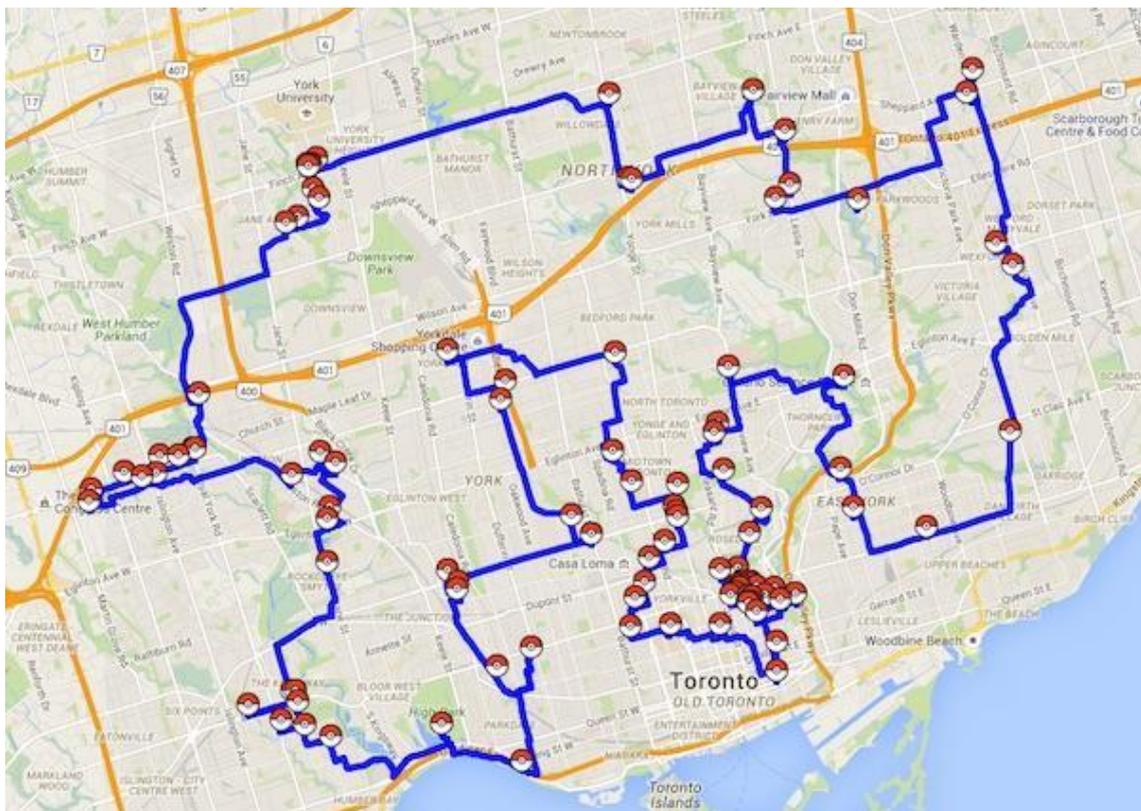


Figura 6 - Possíveis rotas para vários clientes

Fonte: <https://www.altexsoft.com/blog/business/how-to-solve-vehicle-routing-problems-route-optimization-software-and-their-apis/>

2.3 Objetivos

Como já foi referido ao longo desta revisão, o objetivo principal do VRP é a minimização de custos, mas existem também outros objetivos que podem ser considerados, em conjunto ou não, com o anterior. Alguns exemplos destes objetivos são a minimização do número de veículos que cada frota possui para servir os clientes e a minimização de penalizações devido a, por exemplo, atrasos. Como veremos no ponto 2.5, existem diversos problemas relacionados com o VRP e, por isso, os objetivos variam ligeiramente com a natureza de cada um deles.

2.4 Vários tipos de VRP

No artigo publicado por Toro O., Eliana M., Escobar Z., Antonio H., Granada E., Mauricio em 2015, existe uma compilação sobre os vários tipos de VRP estudados até a data.

Existem vários problemas para o VRP e estes podem ser agrupados por categorias, sendo que cada um tem um foco em específico.

VRP de dois passos (2E-VRP): Os bens transportados são entregues num armazém intermédio e só depois aos clientes. Crainic et al. (2010) apresentou a análise acerca do problema, Perboli e Tadei (2010) apresentaram o modelo matemático.

Problema de roteamento de arco (ARP): Deve ser encontrada a rota mais curta desde que sai do armazém ou loja até ao cliente e de novo até ao ponto inicial. Um exemplo deste tipo de problema é a recolha do lixo. Prins e Ramdane (2001) resolveram o problema usando algoritmos genéticos e Martinelli e Subramanian (2011) apresentam novo modelo para larga escala).

VRP capacitado (CVRP): Tem em consideração a capacidade do veículo, recebendo pedidos específicos, para preencher esta capacidade, ou seja, cada veículo da frota tem uma capacidade limitada e uniforme. “É o membro mais simples e mais estudado” (Toth e Vigo, 2002) dos VRP. Este problema pressupõe também uma frota de tamanho fixo, encomendas de uma só mercadoria e um único depósito sendo o principal objetivo deste VRP, minimizar o custo total. Baldacci e Mingozzi (2004) e Toth e Vigo (2010) resolveram o problema usando algoritmos exatos.

Problema de roteamento de “Boleias” (DARP): É um modelo utilizado para representar o transporte em ambulâncias de doentes ou idosos, táxis, transporte de animais ou bens ou postos de correio. Cordeau e Laporte (2003) apresentam o estado de arte do DARP, Cordeau (2006) resolve o problema com o algoritmo de ramificação e corte e Jorgensen e Larsen (2006) propuseram um algoritmo genético para resolver o mesmo.

VRP restringido por capacidade e distância (DCVRP): Para cada rota, a restrição da capacidade do veículo é substituída pela distância máxima ou por uma restrição de tempo. Kara (2010,2011) apresentou uma formulação inteira programada.

VRP de emissões (EVRP): A minimização de emissões e de consumo de combustível é o objetivo principal da função de custo. O VRP que considera a poluição ambiental é também conhecido por problema de roteamento da poluição (PRP) por Bektas e Laporte (2011), problema de roteamento do consumo de combustível (FCVRP) Xiao et al. (2012) e também por problema de roteamento de veículos verdes por Erdogan e Miller-Hooks (2012).

VRP Generalizado (GVRP): Nesta variante, os clientes estão divididos em aglomerados. Se um cliente é satisfeito, então considera-se esse aglomerado satisfeito. As formulações deste problema podem ser encontradas em Ghiani e Impronta (2000), a estratégia baseada na solução na Ant Colony Optimization (ACO) de Pintea e Zelina (2008). Foi também apresentado um questionário sobre o GVRP e as suas aplicações por Baldacci, Bartolini e Laporte (2010).

Problema de roteamento da localização (LPR): Neste problema são resolvidos três problemas em simultâneo: Localização dos armazéns, definição das rotas e distribuição das rotas. Prins et al. (2007) resolveu o problema utilizando o algoritmo de relaxamento de Lagrangian. Recentemente, Prodhon e Prins (2014) analisaram uma quantidade elevada de literatura disponível sobre esta variante do VRP e propuseram uma nova pesquisa nesta direção.

Problema de roteamento de veículos com múltiplos armazéns (MDVRP): Nesta variante, foram considerados vários armazéns para servir os vários clientes, “onde os múltiplos veículos existentes partem de diferentes depósitos e voltam para os seus depósitos originais no final das rotas que lhe foram atribuídas” afirmaram Carlsson, Ge, Subramaniam, Wu, & Ye (2007). O objetivo principal do MDVRP é “minimizar a soma de todos os comprimentos”, como referido pelos últimos autores citados. Foram utilizadas algumas técnicas para resolver este problema: Renaud et al. (1996), Salhi e Sari (1997) utilizaram heurística, Ombuki-Berman e Hanhar (2009) utilizaram algoritmos genéticos. Mais recentemente, Vidal et al. (2014) apresentou novos resultados para o MDVRP e para o problema com veículos mistos com múltiplos armazéns (MDVFMP) sem restrições da frota dos veículos.

VRP aberto (OVRP): O objetivo é desenvolver rotas abertas para servir a procura dos clientes. Alguns exemplos: entrega de comida em escolas, rotas de autocarros escolares, entre outros. Li, Golden e Wasil (2007) disponibilizaram um questionário sobre algoritmos para resolver o OVRP. Li, Leung e Tian (2012) propôs um algoritmo baseado em memória adaptativa de procura para uma frota fixa de veículos para este problema de roteamento.

VRP Periódico (PVRP): Neste problema são consideradas as entregas aos clientes feitas em certos dias da semana. Hemmelmayr e Doerner (2009), Cacchiani, Hemmelmayr e Tricoire (2014) resolveram com sucesso este problema utilizando heurística.

VRP em tempo real dinâmico (RTDVRP): É uma extensão do VRPTW, considerando as condições de tráfego. Ghiani et al. (2003) apresentou algoritmo e estratégias computacionais estratégicas e Giagli et al. (2004) apresentou técnicas móveis aplicadas ao problema.

VRP de entregas divididas (SDVRP): O objetivo é minimizar a distância total viajada e a restrição que cada cliente tem de ser visitado por exatamente um veículo é removida e as entregas divididas são permitidas. Archetti, Savelsbergh e Speranza (2006) apresentaram um questionário de estado de arte. Wilck IV e Cavalier (2012) propuseram a construção de uma heurística para resolução deste problema.

VRP Estocástico (SVRP): Este modelo do VRP envolve a procura do cliente, ou seja, tem de ser satisfeita tanto a encomenda como a frequência das visitas ao cliente, de modo a minimizar a soma dos custos de todas as rotas, para um período de tempo planeado. Bertsimas (1992) analisou o problema utilizando uma variedade de abordagens e heurísticas propostas como voltar a otimizar a estratégia. Este método foi também aplicado na distribuição de medicamentos para responder a emergências de larga escala como desastres naturais e também ataques terroristas.

VRP dependendo do tempo (TDVRP): Para calcular o tempo de viagem entre dois clientes ou entre um cliente e o armazém foi considerada a distância entre pontos e também a hora do dia. Malandraki e Daskin (1992) apresentaram um estado de arte e Donati et al. (2008) utilizou o ACO para resolver o problema.

CVRP em árvores (TCVRP): Consiste na determinação das rotas dos veículos para recolher as encomendas a começar e a acabar no armazém. Este tipo de problema pode ser encontrado em linhas de caminhos de ferro, rios e redes de estradas rurais. O problema foi formulado e resolvido através de heurísticas no artigo apresentado por Labbé, Laporte e Mercure (1991) e resolvido também por Mbaraga, Langevin e Laporte (1999).

Problema de roteamento de camiões e atrelados (TTRP): Neste problema, os clientes são servidos por uma frota de camiões e reboques. Devido a algumas restrições práticas, alguns clientes podem apenas ser servidos por um camião. Os outros clientes podem ser servidos por um camião ou um camião e um atrelado. A abordagem heurística foi apresentada por Caramia e Guerriero (2010). Villegas (2010) apresentou uma heurística híbrida.

Problema de roteamento de veículos com “Backhauls” (VRPB): Inclui um conjunto de clientes a quem tem de ser entregue os produtos e um conjunto de clientes que possuem produtos que tem de ser transportados de volta para o centro de distribuição, ou seja, quando estes clientes recebem os produtos, possuem carga que tem de ser devolvida aos armazéns. “As restrições associadas às operações de carga e descarga, e a dificuldade de rearranjo da carga do veículo durante a rota, significam que todas as entregas devem ser realizadas antes das recolhas”, afirmaram Toth e Vigo (2002). Wade e Salhi (2003) apresentaram um ACO para resolver este problema. García-Nájera (2012) apresentou uma estratégia com vários objetivos para o VRPB.

VRP com uma frota heterogénia (VRPHE): Frota de veículos com diferentes capacidades. Por vezes são considerados custos fixos e/ou variáveis na frota. Lima e Golbarg (2004) apresentaram um algoritmo para resolver o problema. O mesmo problema considerando janelas de tempo foi resolvido por Paraskevopoulos et al. (2008). Kwon, Choi e Lee (2013) resolveu o problema considerando as emissões de carbono.

VRP com entrega e recolha (VRPPD): Foi criado para dar resposta a casos como a recolha de reciclagem para além da distribuição de produtos. É muito parecido com o VRP com “Backhauls”, mas Righini (2000) clarificou, dizendo que ao contrário do VRPB em que os veículos deveriam realizar todas as entregas antes de iniciar as recolhas, no VRPPD não existe esta restrição, ou seja, podem existir recolhas antes de estarem todas as encomendas distribuídas. Nagy e Salhi (2003) propuseram diferentes algoritmos para resolver este problema. O artigo mais citado é de Chen e Wu (2006) e neste, o problema foi resolvido utilizando uma heurística híbrida. Subramian et al. (2010) propôs uma heurística paralela.

VRP com prazos de entrega (VRPTD): Neste problema, os tempos de viagem não são fixos, mas são dependentes tanto da distância entre os dois pontos a percorrer, como da hora do dia (devido a horas de ponta, etc). A contribuição desta variante é modelada por situações observadas em situações reais. Thangiah, Vinayagamoorthy e Gubbi (1993) resolveram este problema com algoritmos genéticos. Özyurt, Aksen and Aras (2006) realizaram um estado de arte sobre o VRPTD.

VRP com janelas de tempo (VRPTW): O objetivo é servir todos os clientes num intervalo de tempo definido. As rotas “devem ser definidas de tal maneira que cada ponto é visitado apenas uma vez, por apenas um veículo, dentro de um dado intervalo de tempo, sendo que todas as rotas se iniciam e concluem no depósito e o total de encomendas de cada rota não pode exceder a capacidade do veículo que a serve” (Bräysy e Gendreau, 2005). Solomon (1987) apresentou soluções métodos e aplicações para esta vertente do VRP. O design e análise dos algoritmos para o problema de roteamento e agendamento dos veículos foi considerado com as janelas de tempo. Neste trabalho foram encontradas várias heurísticas de vários tipos de VRP. Bräysy and

Gendreau (2005) apresentaram uma revisão completa das heurísticas aplicadas a este problema.

VRP com frotas privadas (VRPPC): Neste problema os clientes podem ser servidos, ou pela sua própria frota de veículos, ou então por um transportador externo. O pior caso ocorre se a procura exceder os limites totais da sua própria frota ou se for mais económico contratar a transportadora externa. Naud e Potvin (2009) forneceram um procura tabu com cadeias de ejeção para resolver o VRPPC. Euchi, Chabchoub e Yassine (2011) utilizaram um algoritmo evolucionário para abordarem este tema.

VRP com agendamento (VSRP): O problema é resolvido em duas etapas: a definição das rotas e a alocação das equipas para as rotas. Thompson e Psarafitis (1993) apresentaram um algoritmo de pesquisa de vizinhança, conhecidos como algoritmo cíclico de transferência. Qiu et al. (2002) apresentou alguns algoritmos para resolver o problema considerando veículos guiados automaticamente. Minocha, Tripathi e Mohan (2011) propuseram um algoritmo que engloba uma técnica de procura local com uma abordagem de um algoritmo genético para resolver o VRPTW, sendo que este é um exemplo de agendamento num ambiente constrangido.

VRP com agendamento e janela de tempo (VRSPTW): Na função objetivo, os custos incluem uma variável de tempo quando um veículo chega mais cedo á localização. Koskosidis, Powell e Solomon (1982) apresentaram uma heurística para este problema.

Como podemos ver, existem imensas aplicações para o VRP em vários campos no que toca aos transportes, e houve muitos autores até à data a desenvolver estudos aplicados ao tema, e outros a desenvolver os estudos existentes. Como referido em alguns dos tipos de VRP, estes problemas têm também algumas propriedades a ser consideradas como características físicas e propriedades do cenário onde se enquadram. Por exemplo, nas propriedades do cenário do problema temos, entre outras, o número de paragens envolvidas numa rota, restrições com a repartição da carga no veículo a utilizar, quantidades de carga exigidas pelos vários clientes, tempos de espera, consideração dos efeitos ambientais, etc. No que toca às propriedades físicas do problema temos o esquema da rede de transportes, a localização dos clientes, número de armazéns, tipos e quantidade de veículos disponíveis, custos de transporte, tipo de carga, etc.

O VRP já foi estudado por inúmeros autores da área e em inúmeras publicações. Alguns exemplos:

- O artigo escrito por Bodin (1974) apresentou a estrutura taxonómica do problema sem considerar as procuras;
- O artigo escrito por Laporte (1992) introduziu uma classificação de métodos exatos separados em três categorias (métodos diretos de procura em árvore, dinâmico e programação linear inteira).
- No artigo escrito por Sbihi e Eglease (2007) foram introduzidos os problemas da logística verde no problema que são relevantes para o roteamento e agendamento dos veículos, incluindo uma discussão ambiental de objetivos que devem ser considerados.
- O artigo escrito por Yeun et al (2008) apresentou uma revisão de um estado de arte de 1986 a 2006 que incluía problemas do VRPTW, CVRP e VRPPD.
- No artigo escrito por Vural e Reisman (2009) foi introduzida a nomenclatura VRP, como é conhecido até hoje, onde incorporou todas as variantes do VRP disponíveis na literatura até esta data.
- No artigo escrito por Kumar e Pannerselvam (2012) foram apresentadas as principais variantes do CVRP e do VRPTW na cadeia de fornecedores e as contribuições dos diferentes autores são classificadas em três categorias: Heurísticas, Meta heurísticas e Métodos Híbridos.
- O artigo escrito por Vidal et al. (2013) analisou 64 meta heurísticas aplicadas a 15 variantes do VRP, identificando o algoritmo e as suas características.

DESENVOLVIMENTO

3.1 DADOS

3.2 MODELO MATEMÁTICO

3.3 MODELO DO PROBLEMA

3.4 RESULTADOS/TESTES

3 DESENVOLVIMENTO DA FORMULAÇÃO DO MODELO

Neste capítulo será apresentado o modelo matemático que foi utilizado para a resolução deste tipo de VRP. O modelo utilizado foi baseado no CVRP (Capacitated VRP) para uma frota homogénea de veículos. Com base neste modelo, foi incorporado na sua formulação o consumo de combustível que os veículos irão utilizar, de acordo com o peso da carga que estariam a transportar. Numa segunda fase, foi diminuída a capacidade dos veículos para ser feita uma comparação no que toca a veículos utilizados e consequentemente os custos que iriam ser necessários para o cumprimento das entregas para todos os clientes.

Para a resolução deste problema do VRP, utilizou-se o PyCharm 2020.2.1 (64 bit), um IDE de linguagem Python. Para complementar, foi usada a biblioteca do CPLEX Studio IDE 12.10.0. Foram também utilizadas as seguintes bibliotecas do PyCharm:

- DocPlex: biblioteca para o PyCharm para integração do CPLEX.
- NumPy: é um pacote para a linguagem Python que suporta arrays e matrizes multidimensionais com uma larga coleção de funções matemáticas para trabalhar com estas estruturas.
- Matplotlib: é uma biblioteca de software para a criação de gráficos e visualização de dados, feita para a linguagem Python, que trabalha em conjunto com o NumPy.
- XLRD: é uma biblioteca para ler dados e formatar informação do Excel.
- OpenPyxl: é uma biblioteca para ler e escrever dados do Excel.

3.1 Dados

Para a resolução deste problema, o programa tem vários dados que têm de ser introduzidos pelo utilizador no Excel. Estes dados pertencentes ao ficheiro Excel são importados para o python para a resolução.

O utilizador tem de dar input dos seguintes dados:

- Coordenadas das localizações dos clientes e do armazém: o utilizador insere as coordenadas i e j de cada cliente e também do armazém.

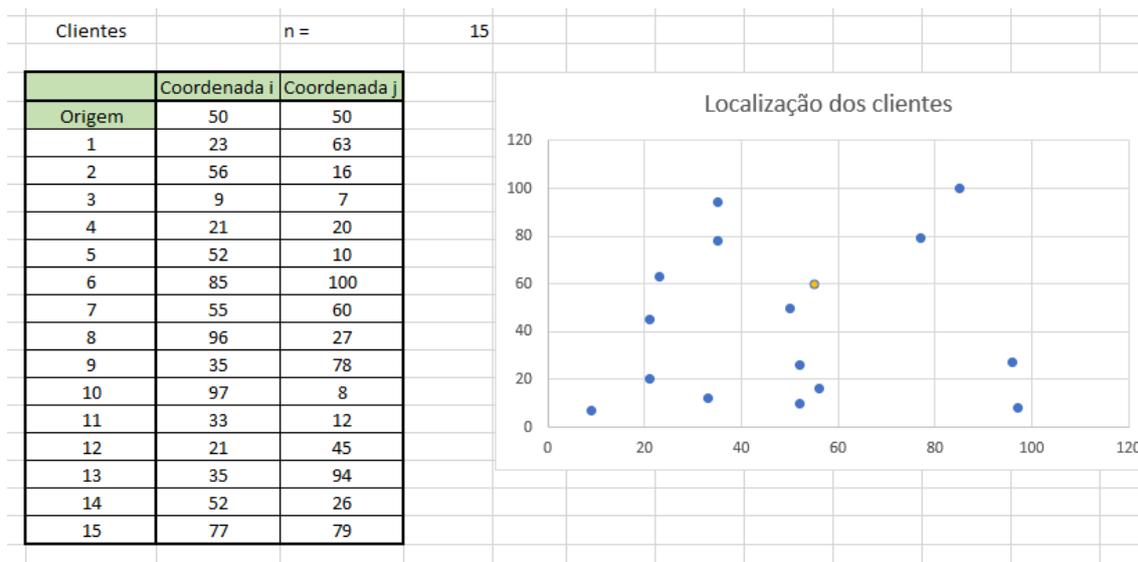


Tabela 1 - Exemplo de input "Localização de clientes"

Figura 7 - Exemplo de input "Localização de clientes"

- Procura do cliente: o utilizador insere a procura desejada por cada um dos seus clientes, em quilogramas.

Cientes	Procura(kg)
1	1500,00
2	7000,00
3	4000,00
4	6000,00
5	4500,00
6	7500,00
7	3500,00
8	7000,00
9	8000,00
10	9000,00
11	5000,00
12	10000,00
13	2500,00
14	8500,00
15	1500,00

Tabela 2 - Exemplo de input "Procura dos clientes"

3.2 Modelo Matemático

Os parâmetros utilizados neste problema são:

n - Número de clientes

Q - Carga máxima dos veículos

N - Conjunto de clientes, com $N = \{1, 2, \dots, n\}$

V - Conjunto de vértices ou nós, com $V = \{0\} \cup N$

A - Conjunto de arcos, com $A = \{(i, j) \in V^2 : i \neq j\}$

q - Procura de cada cliente $i \in N$

p - Custo fixo por quilómetro = 0.70€/km

l - Preço por litro de combustível $l = 1.30 \text{ €/l}$

M - Parâmetro fixo com valor muito elevado, a usar no método do Big M.

b_k - Pontos de quebra da função da função

$d_{i,j}$ - Distância da viagem de cada arco $(i, j) \in A$

$c_{i,j} = d_{i,j} * p$ - Custo para viajar do nó i para o nó j .

As variáveis de decisão utilizadas neste problema são:

$u_{i,j}$ - Carga a ser transportada em cada arco $(i, j) \in A$

$x_{i,j}$ - Variável binária de decisão

$F(u_{i,j})$ - Consumo de combustível em relação ao peso da carga $(i, j) \in A$

$y_{i,j}^k$ - Variável binária

$Cr_{i,j}$ - Custo do consumo de combustível dependendo do peso por distância a percorrer

$g_{j,i}$ - Variável criada no método do Big M, para criar um limite superior na função $Cr_{i,j} * x_{i,j}$

3.2.1 Componentes da função objetivo

A função objetivo tem duas componentes: uma componente com custo fixo e uma componente com custo variável associado ao consumo de combustível.

Na componente do custo fixo, temos os seguintes custos associados:

- Pagamentos a motoristas;
- Logística;
- Desgaste e manutenção dos veículos;

Para estes parâmetros, foi estabelecido um custo fixo $p = 0.70\text{€/km}$.

Com este custo fixo:

$$c_{i,j} = d_{i,j} * p$$

Sendo assim, os custos fixos associados ao problema serão:

$$c_{i,j} * x_{i,j} \tag{1}$$

Para além dos custos fixos associados a cada viagem, temos também os custos associados ao consumo de combustível em relação ao peso, sendo esta a componente associada aos custos variáveis. Como a função que relaciona o peso do veículo com o consumo não é linear, terá de ser feita primeiro essa linearização.

Num estudo realizado por Franzese O. e Davidson D. (2011) para caminhões de classe 8 (caminhões de grande capacidade com peso bruto no mínimo de 14969kg) verificou-se, através de uma série de testes envolvendo variáveis como o declive do terreno, carga a transportar e velocidade do veículo, que o peso da mercadoria a transportar iria influenciar diretamente o consumo de combustível do veículo. Neste artigo chegou-se à conclusão que a curva de eficiência do consumo de combustível apresentada na figura 9, aproximava-se da realidade no que toca à relação entre estes parâmetros. Na figura 9, w corresponde ao peso do veículo e FE corresponde à eficiência de combustível do mesmo.

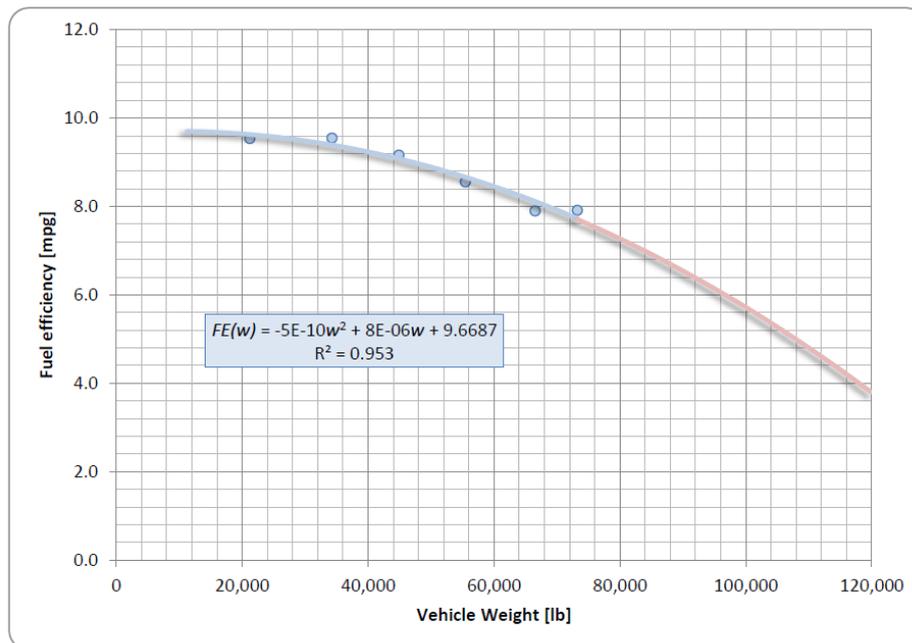


Figura 8 - Consumo vs. peso do veículo

A curva apresentada na figura 9 tem as unidades do sistema americano de medidas, que apresenta o consumo em milhas por galão e o peso em libras. Convertendo as unidades de consumo para l/100km e de peso para kg, foi feita a linearização da função onde, para o problema em questão, $u_{i,j}$ será o peso da carga entre o cliente i e j e $F(u_{i,j})$ o consumo de combustível em função do peso da carga:

$$0kg < u_{i,j} \leq 5925kg \quad F(5925) = 24.64l/100km \quad (2)$$

$$5925kg < u_{i,j} \leq 10745kg \quad F(10745) = 25.67l/100km \quad (3)$$

$$10745kg < u_{i,j} \leq 15534kg \quad F(15534) = 27.51l/100km \quad (4)$$

$$15534kg < u_{i,j} \leq 20564kg \quad F(20564) = 29.97l/100km \quad (5)$$

Traçando um gráfico com estas retas, temos a linearização aproximada da função do consumo de combustível em relação ao peso total do veículo:

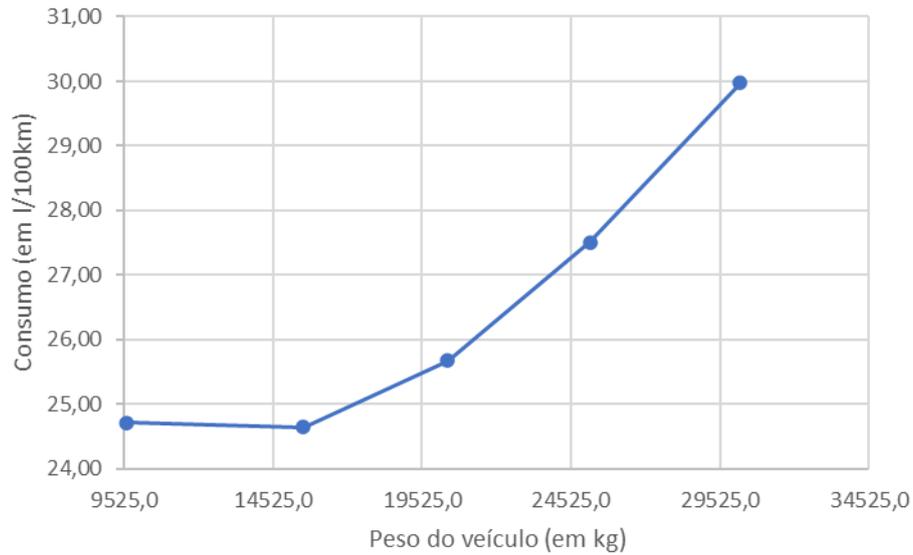


Figura 9 - Função de consumo em relação ao peso

De notar que 9626kg é o peso do veículo em vazio.

Retirando o peso do veículo, teremos então o gráfico da figura 11, onde está representado a influencia da carga no consumo de combustível.

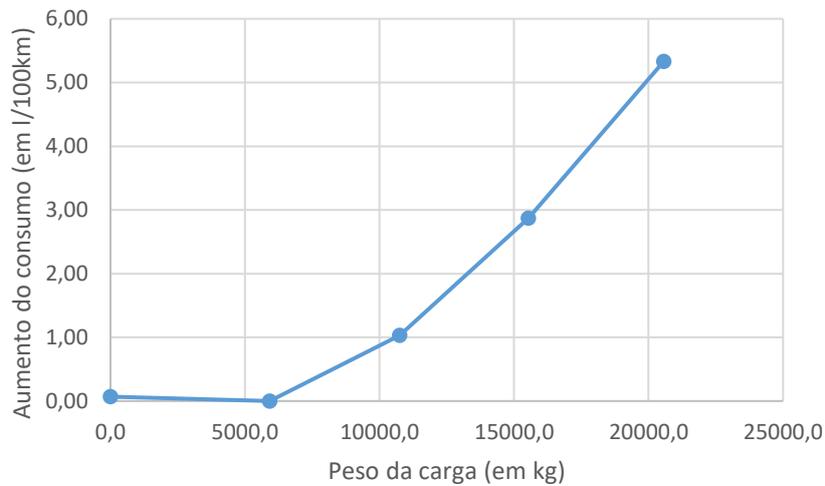


Figura 10 - Peso da carga vs. consumo de combustível

Portanto, as seguintes restrições são adicionadas:

$$F(u_{i,j}) = \begin{cases} -0,0000116938 * u_{i,j} + 4,71125973, & 0 < u_{i,j} \leq 5925 & , i, j \in A : i \neq j \\ 0,0002139726 * u_{i,j} + 23,37412359, & 5925 < u_{i,j} \leq 10745 & , i, j \in A : i \neq j \\ 0,0003838196 * u_{i,j} + 21,54909223, & 10745 < u_{i,j} \leq 15534 & , i, j \in A : i \neq j \\ 0,0004891243 * u_{i,j} + 19,91331812, & 15534 < u_{i,j} \leq 20564 & , i, j \in A : i \neq j \end{cases} \quad (6)$$

Sendo que $F(u_{i,j})$ representa o consumo por unidade de distância (l/100km) e $u_{i,j}$ representa o peso da carga a ser transportada entre cada troço.

A função $F(u_{i,j})$ consiste em diversos segmentos de reta. É possível então linearizar uma função deste tipo de modo a ser possível utilizá-la em problemas de programação inteira, através do método **Piecewise Linear Function**. Estas funções não são lineares, contudo é possível modelá-las linearmente. Podem ser decompostas numa só considerando os seguintes parâmetros:

b_k – Representa os pontos de quebra da função ($k = 1, 2, 3, 4, 5$)

$z_{i,j}^k$ – Variável auxiliar com valor real que varia entre $0 \leq z_{i,j}^k \leq 1$ com ($k = 1, 2, 3, 4, 5$)

$y_{i,j}^k$ – Variável auxiliar binária

É necessário também assumir as seguintes restrições:

$$0 \leq z_{i,j}^k \leq 1 \quad i, j \in A : i \neq j, k = 1, 2, 3, 4, 5 \quad (7)$$

$$y_{i,j}^k = 0 \text{ ou } 1 \quad \begin{array}{l} i, j \in A : j \neq 0, i \neq 0 \\ k = 1, 2, 3, 4, 5 \end{array} \quad (8)$$

$$z_{i,j}^1 \leq y_{i,j}^1, z_{i,j}^2 \leq y_{i,j}^1 + y_{i,j}^2, z_{i,j}^3 \leq y_{i,j}^2 + y_{i,j}^3, \dots, z_{i,j}^{k-1} \leq y_{i,j}^{k-2} + y_{i,j}^{k-1}, z_{i,j}^k \leq y_{i,j}^{k-1} \\ i, j \in A : j \neq 0, i \neq 0 \\ k = 1, 2, 3, 4, 5 \quad (9)$$

$$y_{i,j}^1 + y_{i,j}^2 + \dots + y_{i,j}^k = 1 \quad \begin{array}{l} i, j \in A : j \neq 0, i \neq 0 \\ k = 1, 2, 3, 4, 5 \end{array} \quad (10)$$

$$z_{i,j}^1 + z_{i,j}^2 + \dots + z_{i,j}^k = 1 \quad \begin{array}{l} i, j \in A : j \neq 0, i \neq 0 \\ k = 1, 2, 3, 4, 5 \end{array} \quad (11)$$

Assim podemos assumir que para $b^k \leq u_{i,j} \leq b^{k+1}$ com ($k = 1, 2, 3, 4, 5$):

$$u_{i,j} = z_{i,j}^k b^k + (1 - z_{i,j}^k) b^{k+1} \quad \begin{array}{l} i, j \in A : j \neq 0, i \neq 0 \\ k = 1, 2, 3, 4, 5 \end{array} \quad (12)$$

$$f(u_{i,j}) = z_{i,j}^k f(b^k) + (1 - z_{i,j}^k) f(b^{k+1}) \quad \begin{array}{l} i, j \in A : j \neq 0, i \neq 0 \\ k = 1, 2, 3, 4, 5 \end{array} \quad (13)$$

As expressões acima são válidas para o intervalo mencionado. Contudo, devido às restrições impostas por y , é possível converter toda a função da seguinte forma:

$$u_{i,j} = z_{i,j}^1 b_1 + z_{i,j}^2 b_2 + z_{i,j}^3 b_3 + z_{i,j}^4 b_4 + z_{i,j}^5 b_5$$

$$i, j \in A: j \neq 0, i \neq 0 \quad (14)$$

$$f(u_{i,j}) = z_{i,j}^1 f(b_1) + z_{i,j}^2 f(b_2) + z_{i,j}^3 f(b_3) + z_{i,j}^4 f(b_4) + z_{i,j}^5 f(b_5)$$

$$i, j \in A: j \neq 0, i \neq 0 \quad (15)$$

Para a instância em questão, os valores serão:

$$u_{i,j} = z_{i,j}^1 0 + z_{i,j}^2 5925 + z_{i,j}^3 10745 + z_{i,j}^4 15534 + z_{i,j}^5 20564 \quad (16)$$

$$f(u_{i,j}) = z_{i,j}^1 f(0) + z_{i,j}^2 f(5925) + z_{i,j}^3 f(10745) + z_{i,j}^4 f(15534) + z_{i,j}^5 f(20564) \quad (17)$$

Os valores de z_k podem ser obtidos através da primeira função para um certo valor de $u_{i,j}$. Assumindo que $u_{i,j}$ tem um valor dentro de um intervalo delimitado por b_k , apenas dois valores de z_k terão um valor diferente de 0.

Isto implica que na segunda função teremos a expressão de $f(u)$ equivalente a $F(u)$, para um certo intervalo $b_{ij}^k \leq u_{i,j} \leq b_{ij}^{k+1}$ com $(k = 1, 2, 3, 4, 5)$.

Dependendo do peso a ser transportado, temos então o custo do consumo de combustível do veículo, sendo que cada litro de combustível para a instância em questão utilizou-se $l = 1.30\text{€}/l$.

A expressão que representa o custo variável do consumo dependendo do peso por distância é:

$$Cr_{i,j} = \frac{f(u_{i,j}) * d_{i,j}}{100} * l \quad (18)$$

3.2.2 Função Objetivo

Tendo agora as duas componentes, a função objetivo será minimizar a soma das mesmas:

$$\text{Min } \sum_{i,j \in A} c_{i,j} * x_{i,j} + Cr_{i,j} * x_{i,j} \quad (25)$$

Como o peso $u_{i,j}$ é uma variável contínua torna a função não linear e não podemos fazer diretamente $Cr_{i,j} * x_{i,j}$. Para isso, temos de linearizar também o $Cr_{i,j}$.

Para isso é utilizado o método **Big M**, para dar um limite superior para a função. Este valor mencionado de M será um valor muito grande para que se verifiquem as condições a seguir.

$$\text{Introduzimos uma variável nova } g_{j,i} = Cr_{i,j} * x_{i,j} \quad (19)$$

Sempre que $x_{i,j} = 0$, por consequência, $j = 0$. No entanto, j poderá tomar valores entre 0 e M se $x = 1$. Podemos forçar esta condição utilizando:

$$g_{j,i} \leq x_{i,j} * M \quad (20)$$

A seguir, o produto é sempre positivo e mais pequeno que $u_{i,j}$, então:

$$g_{j,i} \geq 0 \quad (21)$$

$$g_{j,i} \leq Cr_{i,j} \quad (22)$$

Falta então forçar que o valor de $g_{j,i} = u_{i,j}$ sempre que $x = 1$, onde obtemos:

$$g_{j,i} \geq Cr_{i,j} - (1 - x_{i,j}) * M \quad (23)$$

Sendo assim, temos a segunda parte da função objetivo que considera o peso e o consumo de combustível do veículo em relação à distância percorrida.

3.3 Modelo do problema

$$\text{Min } \sum_{i,j \in A} c_{i,j} * x_{i,j} + g_{i,j}$$

Restrições:

$$\sum_{j \in V, j \neq i} x_{i,j} = 1 \quad i \in N$$

$$\sum_{i \in V, i \neq j} x_{i,j} = 1 \quad j \in N$$

$$\text{Se } x_{i,j} = 1 \rightarrow u_i + q_j = u_j \quad i, j \in A: j \neq 0, i \neq 0$$

$$q_i \leq u_i \leq Q \quad i \in N$$

$$x_{i,j} \in \{0, 1\} \quad i, j \in A$$

$$0 \leq z_{i,j}^k \leq 1 \quad \begin{array}{l} i, j \in A: j \neq 0, i \neq 0 \\ k = 1, 2, 3, 4, 5 \end{array} \quad (7)$$

$$y_{i,j}^k = 0 \text{ ou } 1 \quad \begin{array}{l} i, j \in A: j \neq 0, i \neq 0 \\ k = 1, 2, 3, 4, 5 \end{array} \quad (8)$$

$$z_{i,j}^1 \leq y_{i,j}^1, z_{i,j}^2 \leq y_{i,j}^1 + y_{i,j}^2, z_{i,j}^3 \leq y_{i,j}^2 + y_{i,j}^3, \dots, z_{i,j}^{k-1} \leq y_{i,j}^{k-2} + y_{i,j}^{k-1}, z_{i,j}^k \leq y_{i,j}^{k-1} \quad \begin{array}{l} i, j \in A: j \neq 0, i \neq 0 \\ k = 1, 2, 3, 4, 5 \end{array} \quad (9)$$

$$y_{i,j}^1 + y_{i,j}^2 + \dots + y_{i,j}^k = 1 \quad \begin{array}{l} i, j \in A: j \neq 0, i \neq 0 \\ k = 1, 2, 3, 4, 5 \end{array} \quad (10)$$

$$z_{i,j}^1 + z_{i,j}^2 + \dots + z_{i,j}^k = 1 \quad \begin{array}{l} i, j \in A: j \neq 0, i \neq 0 \\ k = 1, 2, 3, 4, 5 \end{array} \quad (11)$$

$$u_{i,j} = z_{i,j}^1 b_1 + z_{i,j}^2 b_2 + z_{i,j}^3 b_3 + z_{i,j}^4 b_4 + z_{i,j}^5 b_5 \quad i, j \in A: j \neq 0, i \neq 0 \quad (14)$$

$$f(u_{i,j}) = z_{i,j}^1 f(b_1) + z_{i,j}^2 f(b_2) + z_{i,j}^3 f(b_3) + z_{i,j}^4 f(b_4) + z_{i,j}^5 f(b_5) \quad i, j \in A: j \neq 0, i \neq 0 \quad (15)$$

$$g_{j,i} = Cr_{i,j} * x_{i,j} \quad i, j \in A: j \neq 0, i \neq 0 \quad (19)$$

$$g_{j,i} \leq x_{i,j} * M \quad i, j \in A: j \neq 0, i \neq 0 \quad (20)$$

$$g_{j,i} \geq 0 \quad i, j \in A: j \neq 0, i \neq 0 \quad (21)$$

$$g_{j,i} \leq Cr_{i,j} \quad i, j \in A: j \neq 0, i \neq 0 \quad (22)$$

$$g_{j,i} \geq Cr_{i,j} - (1 - x_{i,j}) * M \quad i, j \in A: j \neq 0, i \neq 0 \quad (23)$$

A equação representa a função objetivo do problema. As duas primeiras restrições permitem fazer a escolha do cliente.

Na terceira restrição vemos que, se o arco $i j$ estiver a ser utilizado, a soma das procuras (u) no cliente j será igual a soma das procuras no cliente anterior com a procura do cliente j . Esta restrição elimina as sub rotas do problema. A restrição seguinte garante que a procura em i tem de ser menor ou igual à soma das procuras até i que por sua vez tem de ser menor ou igual à capacidade máxima do veículo.

A quinta restrição, garante que $x_{i,j}$ apenas toma valores binários.

Todas as restrições até este ponto, são as restrições do modelo base do CVRP. As restrições seguintes são as restrições que foram adicionadas para linearizar a função, como demonstrado anteriormente.

As restrições **7, 8, 9, 10** e **11** são as restrições assumidas na **Piecewise Linear Function**, já explicadas anteriormente e **14** é a função para cálculo de z para a **Piecewise Linear Function**.

Em **15** está representada a nova função obtida para cálculo de consumo de combustível, onde é relacionado o peso da carga entre os nós i e j com o consumo do veículo entre os mesmos nós.

Finalmente **19, 20, 21, 22** e **23** são as restrições para linearizar $u_{i,j}$, como foi também explicado anteriormente.

3.4 Resultados/Testes

Após se terem introduzido os dados das coordenadas e procura do cliente no ficheiro Excel, foi colocada a formulação exposta anteriormente no python, que permitiu verificar os resultados deste modelo para os dados introduzidos.

Para este problema foram utilizadas as instâncias de Solomon, onde se alteram as capacidades de cada veículo, as procuras e as coordenadas dos clientes entre si. Para cada um destes 6 cenários foram realizados dois testes: no primeiro teste apenas foi utilizada a parcela da função objeto que considera os custos fixos e no segundo teste foi considerada a função objetivo completa que considera as duas parcelas dos custos, os fixos e os variáveis de considerando o consumo de combustível relacionado com o peso. Com estes cenários pretendeu-se verificar se possuir um veículo com mais capacidade e conseqüente mais consumo iria compensar em relação a um veículo com menos capacidade e menos consumo e também verificar o impacto que o consumo de combustível iria ter nos custos totais da função objetivo.

No capítulo 3.4.1 são mostrados os resultados obtidos.

3.4.1 CVRP

Para este problema, utilizando as instâncias de Solomon, o número de clientes foi $n = 25$ e as localizações dos clientes e as suas procuras foram-se alterando nos seis cenários. No que toca à capacidade máxima do veículo, também foi alterada de acordo com as necessidades para cada cenário.

Cenário 1:

- Veículo com capacidade máxima de carga $Q = 28500\text{kg}$.

Para este cenário, as procuras e as coordenadas dos clientes são as seguintes:

Cientes	Demand(kg)	Origem	Coordenada i	Coordenada j
1	285,00	Origem	35	35
2	199,50	1	41	49
3	370,50	2	35	17
4	541,50	3	55	45
5	741,00	4	55	20
6	85,50	5	15	30
7	142,50	6	25	30
8	256,50	7	20	50
9	456,00	8	10	43
10	456,00	9	55	60
11	342,00	10	30	60
12	541,50	11	20	65
13	655,50	12	50	35
14	570,00	13	30	25
15	228,00	14	15	10
16	541,50	15	30	5
17	57,00	16	10	20
18	342,00	17	5	30
19	484,50	18	20	40
20	256,50	19	15	60
21	313,50	20	45	65
22	513,00	21	45	20
23	826,50	22	45	10
24	85,50	23	55	5
25	171,00	24	65	35
		25	65	20

Tabela 3 - Dados para o cenário 1

Na tabela 3 temos então todos os dados para o primeiro cenário. À partida, neste cenário apenas será utilizado um veículo pois todas as procuras não ultrapassam a capacidade máxima do mesmo.

Para estes dados, o problema foi resolvido, para o teste que considera os consumos, em 107.36 segundos, onde foi obtida uma solução ótima com o valor objetivo de 389.121 e foi utilizado um camião. O valor representa o custo em euros, que será necessário para realizar esta rota. De seguida, é mostrada a rota tomada pelo veículo.

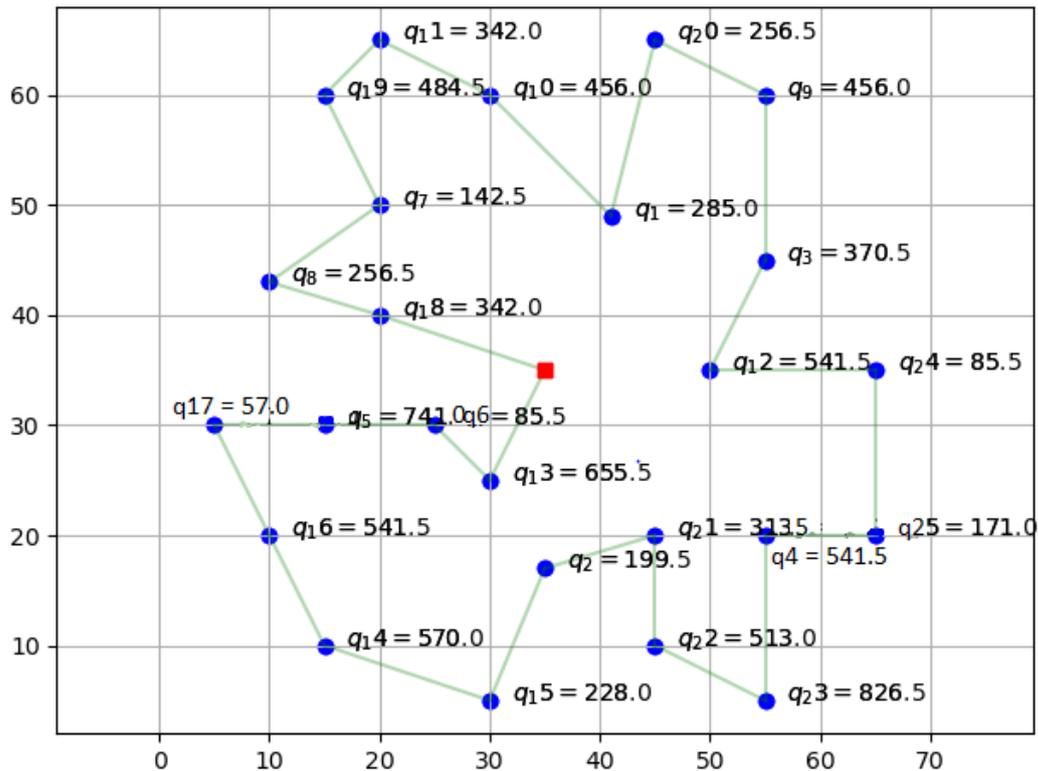


Figura 11 - Solução do CVRP para o primeiro modelo

Na imagem está representada a rota que o camião assumiu, onde saiu da origem (ponto vermelho) e o primeiro cliente visitado foi o cliente 13 seguindo então esse sentido.

Passando ao segundo teste para este primeiro cenário, foi então retirada da função objetivo a parcela que considera o consumo de combustível de modo a verificar então qual seria o impacto.

O segundo teste foi realizado em 57.73 segundos, onde foi obtida uma solução ótima com o valor objetivo de 294.129 e utilizou-se também 1 veículo. A rota que este veículo tomou foi também a mesma, mas o sentido alterou, sendo que o primeiro cliente a ser visitado foi o cliente 18.

Podemos verificar que neste teste, o valor desceu consideravelmente o que já era espectável porque não considerando o consumo de combustível, os custos iriam diminuir porque não estaríamos a somar esta parcela na função objetivo.

Analisando a figura 11, podemos verificar que todos os clientes foram visitados por apenas um veículo cumprindo uma das restrições impostas e também não houve sub-rotas. Todos os veículos saem da origem e retomam à mesma ao fim da sua rota, cumprindo outra restrição. Nenhuma das rotas ultrapassou também a capacidade máxima do veículo, por isso a restrição da carga também foi cumprida.

Cenário 2:

- Veículo com capacidade máxima de carga $Q = 5700\text{kg}$.

Para este cenário, as procuras e as coordenadas dos clientes são as seguintes:

Clientes	Demand(kg)		Coordenada i	Coordenada j
1	285,00	Origem	40	50
2	855,00	1	45	68
3	285,00	2	45	70
4	285,00	3	42	66
5	285,00	4	42	68
6	570,00	5	42	65
7	570,00	6	40	69
8	570,00	7	40	66
9	285,00	8	38	68
10	285,00	9	38	70
11	285,00	10	35	66
12	570,00	11	35	69
13	855,00	12	25	85
14	285,00	13	22	75
15	1140,00	14	22	85
16	1140,00	15	20	80
17	570,00	16	20	85
18	570,00	17	18	75
19	285,00	18	15	75
20	285,00	19	15	80
21	570,00	20	30	50
22	570,00	21	30	52
23	285,00	22	28	52
24	285,00	23	28	55
25	1140,00	24	25	50
		25	25	52

Tabela 4 - Dados para o cenário 2



Figura 12 - Localização dos clientes no cenário 2

Para o segundo cenário, o primeiro teste considerou o consumo na função objetivo, obteve-se uma solução admissível com o valor de 202.341 e um gap para o valor ótimo de 2.801. O teste demorou 3600 segundos que foi o limite imposto para cada teste. Foram utilizados 3 veículos para realizar esta rota. Para este teste foi também realizado com as mesmas circunstâncias, mas aumentou-se o tempo do mesmo para 10800 segundos, onde se obteve uma solução viável e se verificou a diminuição do valor objetivo para 202.262 e um gap para o valor ótimo de 2.722.

No segundo teste, não considerando o consumo de combustível, teve a duração de 3600 segundos e obteve-se uma solução admissível com o valor de 144.770 e um gap para o valor ótimo de 2.181 e foram também utilizados 3 veículos.

Como aconteceu no cenário anterior, os custos quando considerado o consumo de combustível foram superiores.

Cenário 3:

- Veículo com capacidade máxima $Q = 19950\text{kg}$.

Para este cenário, as procuras e as coordenadas dos clientes são as seguintes:

Cientes	Demand(kg)	Origem	Coordenada i	Coordenada j
1	285,00	1	40	50
2	855,00	2	52	75
3	285,00	3	45	70
4	285,00	4	62	69
5	285,00	5	60	66
6	570,00	6	42	65
7	570,00	7	16	42
8	570,00	8	58	70
9	285,00	9	34	60
10	285,00	10	28	70
11	285,00	11	35	66
12	570,00	12	35	69
13	855,00	13	25	85
14	285,00	14	22	75
15	1140,00	15	22	85
16	1140,00	16	20	80
17	570,00	17	20	85
18	570,00	18	18	75
19	285,00	19	15	75
20	285,00	20	15	80
21	570,00	21	30	50
22	570,00	22	30	56
23	285,00	23	28	52
24	285,00	24	14	66
25	285,00	25	25	50
25	1140,00	25	22	66

Tabela 5 - Dados para o cenário 3

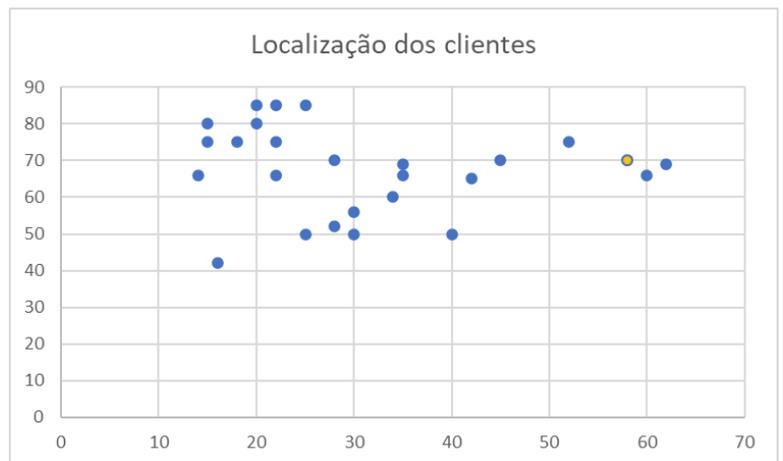


Figura 13 - Localização dos clientes no cenário 3

Para o terceiro cenário, o primeiro teste considerou o consumo na função objetivo, obteve-se uma solução admissível com o valor de 213.745 e um gap para o valor ótimo de 2.337. O teste demorou 3600 segundos que foi o limite imposto para cada teste. Foi utilizado apenas 1 veículo para realizar esta rota, tendo em conta que a soma de todas as procuras não ultrapassava o limite máximo de carga do veículo.

No segundo teste, não considerando o consumo de combustível, teve a duração de 3600 segundos e obteve-se uma solução admissível com o valor de 148.177 e um gap para o valor ótimo de 2.069 e foi também utilizado apenas um veículo.

Como aconteceu no cenário anterior, os custos quando considerado o consumo de combustível foram superiores.

Cenário 4:

- Veículo com capacidade máxima de carga $Q = 5700\text{kg}$.

Para este cenário, as procuras e as coordenadas dos clientes são as seguintes:

Cientes	Demand(kg)	Origem	Coordenada i	Coordenada j
1	285,00	1	41	49
2	199,50	2	35	17
3	370,50	3	55	45
4	541,50	4	55	20
5	741,00	5	15	30
6	85,50	6	25	30
7	142,50	7	20	50
8	256,50	8	10	43
9	456,00	9	55	60
10	456,00	10	30	60
11	342,00	11	20	65
12	541,50	12	50	35
13	655,50	13	30	25
14	570,00	14	15	10
15	228,00	15	30	5
16	541,50	16	10	20
17	57,00	17	5	30
18	342,00	18	20	40
19	484,50	19	15	60
20	256,50	20	45	65
21	313,50	21	45	20
22	513,00	22	45	10
23	826,50	23	55	5
24	85,50	24	65	35
25	171,00	25	65	20

Tabela 6 - Dados para o cenário 4

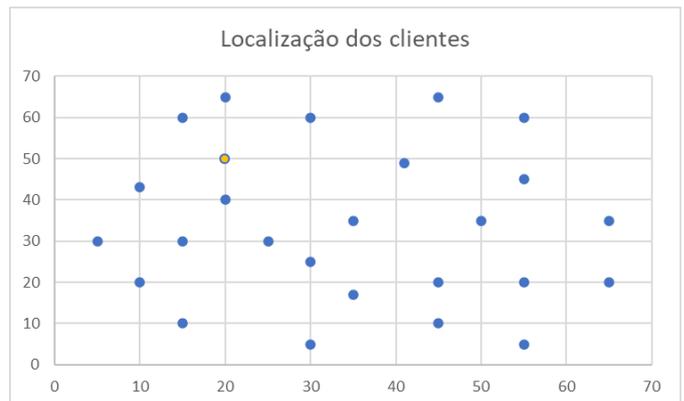


Figura 14 - Localização dos clientes no cenário 4

Para o quarto cenário, o primeiro teste considerou o consumo na função objetivo, obteve-se uma solução ótima com o valor de 343.123. O teste demorou 1036.72 segundos. Foram utilizados 2 veículos para realizar esta rota.

No segundo teste, não considerando o consumo de combustível, obteve-se uma solução ótima com o valor de 251.513 e foram também utilizados 2 veículos. O teste demorou 572.39 segundos.

Como tem vindo a acontecer nos cenários anteriores, os custos quando considerado o consumo de combustível foram superiores.

Cenário 5:

- Veículo com capacidade máxima de carga $Q = 5700\text{kg}$.

Para este cenário, as procuras e as coordenadas dos clientes são as seguintes:

Cientes	Demand(kg)	Coordenada i	Coordenada j
1	570,00	40	50
2	855,00	25	85
3	285,00	22	75
4	1140,00	22	85
5	570,00	20	80
6	570,00	20	85
7	570,00	18	75
8	285,00	15	75
9	570,00	15	80
10	855,00	10	35
11	1140,00	10	40
12	570,00	8	40
13	285,00	8	45
14	285,00	5	35
15	570,00	5	45
16	570,00	2	40
17	570,00	0	40
18	570,00	0	45
19	1140,00	44	5
20	285,00	42	10
21	285,00	42	15
22	1140,00	40	5
23	855,00	40	15
24	285,00	38	5
25	570,00	38	15
25	570,00	35	5

Tabela 7 - Dados para o cenário 5

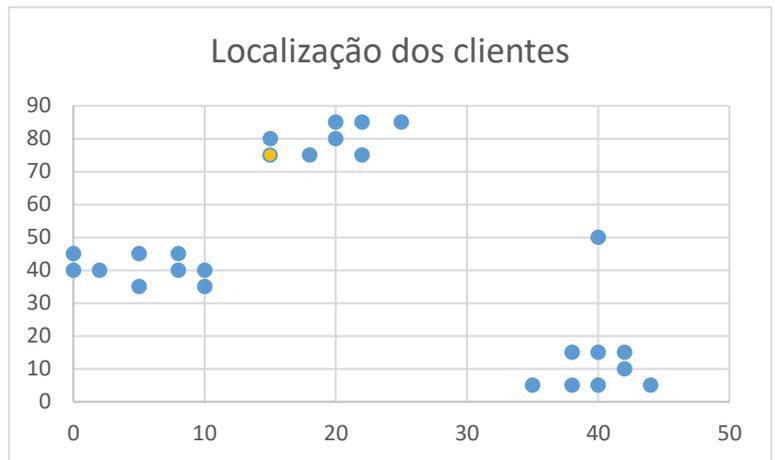


Figura 15 - Localização dos clientes no cenário 5

Para o quinto cenário, o primeiro teste considerou o consumo na função objetivo, obteve-se uma solução admissível com o valor de 316.569 e um gap para o valor ótimo de 2.933. O teste demorou 3600 segundos que foi o limite imposto para cada teste.

Foram utilizados 3 veículos para realizar esta rota.

No segundo teste, não considerando o consumo de combustível, obteve-se uma solução admissível com o valor de 221.221 e um gap para o valor ótimo de 2.607 e foram também utilizados 3 veículos. O teste demorou 3600 segundos.

Como aconteceu nos cenários anteriores, os custos quando considerado o consumo de combustível foram superiores.

Cenário 6:

- Veículo com capacidade máxima de carga $Q = 28500\text{kg}$.

Para este cenário, as procuras e as coordenadas dos clientes são as seguintes:

Cientes	Demand(kg)	Origem	Coordenada i	Coordenada j
1	570,00	40	50	
2	855,00	1	25	85
3	285,00	2	22	75
4	1140,00	3	22	85
5	570,00	4	20	80
6	570,00	5	20	85
7	570,00	6	18	75
8	285,00	7	15	75
9	570,00	8	15	80
10	855,00	9	10	35
11	1140,00	10	10	40
12	570,00	11	8	40
13	285,00	12	8	45
14	285,00	13	5	35
15	570,00	14	5	45
16	570,00	15	2	40
17	570,00	16	0	40
18	570,00	17	0	45
19	1140,00	18	44	5
20	285,00	19	42	10
21	285,00	20	42	15
22	1140,00	21	40	5
23	855,00	22	40	15
24	285,00	23	38	5
25	570,00	24	38	15
		25	35	5

Tabela 8 - Dados para o cenário 6

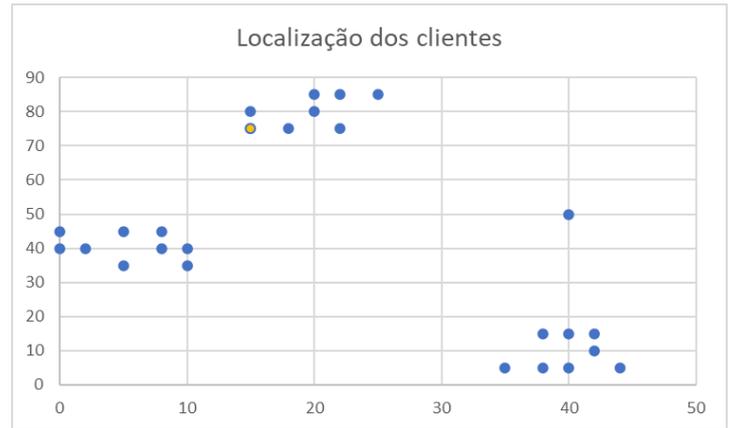


Figura 16 – Localização dos clientes para o cenário 6

Para o sexto cenário, o primeiro teste considerou o consumo na função objetivo, obteve-se uma solução admissível com o valor de 236.937 e um gap para o valor ótimo de 2.191. O teste demorou 3600 segundos que foi o limite imposto para cada teste. Foi utilizado 1 veículo para realizar esta rota.

No segundo teste, não considerando o consumo de combustível, obteve-se uma solução admissível com o valor de 164.782 e um gap para o valor ótimo de 1.881 e foi também utilizado 1 veículo. O teste demorou 3600 segundos.

Como aconteceu nos cenários anteriores, os custos quando considerado o consumo de combustível foram superiores.

Análise de todos os cenários

Tendo agora concluídos todos os cenários, podemos analisar os resultados em conjunto.

No que toca às soluções obtidas, podemos reparar que se os pontos de cada cliente estiverem distribuídos por toda a grelha, o programa terá mais “facilidade” em encontrar soluções ótimas e os testes serão consideravelmente mais curtos em duração. Quando os clientes estão agrupados, como por exemplo no cenário 5 e 6, o programa demora consideravelmente mais tempo a encontrar uma solução, sendo que sempre que esta situação se verificou, apenas encontrou soluções admissíveis e não soluções ótimas.

No que toca aos custos que cada cenário necessita, verificamos sempre um aumento de custos quando se considera o custo do combustível a ser utilizado pelos veículos, como seria espectável, visto que na função objetivo é uma adição que estamos a fazer com estes custos.

Também podemos verificar um aumento dos custos quando os veículos têm capacidade de carga mais reduzida. Este aumento deve-se ao facto de existirem mais veículos nas frotas para fazer as entregas. Sendo que há mais veículos, não se verifica um aumento ou diminuição significativa nos custos fixos porque a distância a percorrer será idêntica. Verifica-se sim um aumento nos custos variáveis, pois existem mais veículos a circular que vão necessitar do seu próprio combustível. Será então na parte dos custos variáveis que veremos um aumento entre os custos.

Na tabela 9, estão expostas as distâncias totais percorridas pela frota de veículos em cada cenário. Como podemos verificar, sempre que o problema apenas necessita de um veículo para efetuar as distribuições por todos os clientes (cenário 1, 3 e 6), as distâncias percorridas são iguais tanto no teste que não considera o consumo de combustível, como no teste que considera o consumo de combustível. Aqui podemos verificar que a ferramenta está a calcular a rota ideal para ambos os testes, porque apenas utilizando 1 veículo, à partida a rota seria igual em ambos os testes. Quando é necessário mais que 1 veículo para efetuar todas as distribuições pelos clientes, podemos então notar uma diferença nas distâncias percorridas. Em todos os cenários que utilizam mais que 1 veículo, a distância percorrida foi sempre inferior quando considerado o consumo de combustível. Verificamos que a ferramenta está a tentar diminuir a distância percorrida e por consequência os custos, quando considerado o consumo de combustível. Mesmo que os custos sejam superiores nos testes com consumo de combustível, como explicado anteriormente pelo facto de estarmos a adicionar uma nova parcela de custo à função objetivo, as distâncias percorridas são inferiores.

Cenário	Teste	Distância total da rota percorrida (km)
1	1	420.184
	2	420.184
2	1	198.529
	2	206.814
3	1	211.681
	2	211.681
4	1	350.019
	2	359.304
5	1	305.746
	2	316.030
6	1	235.403
	2	235.403

Tabela 9 - Distância total da rota percorrida em cada cenário

CONCLUSÕES

4.1 CONCLUSÕES

4.2 PROPOSTA DE TRABALHOS FUTUROS

4 CONCLUSÕES E PROPOSTAS DE TRABALHOS FUTUROS

4.1 CONCLUSÕES

Existem inúmeros tipos de variantes para o problema de roteamento de veículos, desde as variantes de logística até às ecológicas. Neste artigo, tentou-se explorar um pouco de ambas as vertentes, de modo a conseguir um modelo que considerasse o peso do veículo e da sua carga e o relacionasse com o impacto que estes parâmetros iriam ter no consumo de combustível.

O software utilizado foi o IDE PyCharm para o python com recurso ao plugin do CPLEX. O CPLEX comprovou ser uma ferramenta com potencialidades enormes e foi indispensável para a realização desta formulação e a sua resolução.

Foi então criada a formulação demonstrada em cima e foi colocada no python com o plugin do CPLEX para ajudar na sua resolução. Estando toda a formulação no programa, foram utilizadas as instâncias de Solomon para criar os cenários para verificar, de facto, o impacto do peso da carga dos veículos no consumo de combustível.

Estando concluída a fase que envolveu a formulação do problema, a execução da mesma no software e a análise dos dados do CVRP e do consumo de combustível, podemos então fazer algumas conclusões.

No que toca ao CVRP, o facto de se diminuir a carga máxima disponível do veículo, era espectável que o mesmo veículo conseguisse visitar menos clientes de uma vez sem ter de retornar à origem, sendo que isso foi verificado. Entre cada um dos testes para cada cenário, verificamos sempre um aumento de custo quando era considerado o consumo de combustível na função objetivo. Apenas conseguimos atingir soluções ótimas em 4 dos 12 testes que realizamos, sendo que os restantes apenas atingimos soluções admissíveis. Isto significa que, se aumentássemos o tempo máximo a cada teste, o programa eventualmente chegaria a uma solução ótima.

4.2 PROPOSTA DE TRABALHOS FUTUROS

Em termos de trabalhos futuros existem várias linhas de desenvolvimento que podem ser seguidas. Seria interessante desenvolver uma maneira de conseguir saber as distâncias reais entre clientes e não apenas em linha reta entre dois pontos, com vista a uma aplicação mais real e fiável possível de um caso de estudo de um sistema de distribuição real.

Outra linha poderia ser o melhoramento da formulação para considerar mais parâmetros como a velocidade do veículo e inclinação da rota, sendo que estes parâmetros influenciam diretamente o consumo de combustível.

Também existe a possibilidade de melhorar a formulação de modo a aplicar este problema em frotas não homogêneas, de modo a existirem veículos com diferentes cargas na frota e por consequência diferentes consumos.

**BIBLIOGRAFIA E OUTRAS FONTES
DE INFORMAÇÃO**

5 BIBLIOGRAFIA E OUTRAS FONTES DE INFORMAÇÃO

- Liebman, J. and Marks, D. (1970). Mathematical analysis of solid waste collections. Public Health Service. Publ No 2065. Ms Depot of Health. Education and Welfare.
- Levin, A. (1971). Scheduling And Fleet Routing Models For Transportation Systems. *Transportation Science*, 5(3), 232-256.
- Marks, H. and Stricker, R. (1971). Routing For Public Service Vehicles. *ASCE Journal of the Urban Planning and Development Division*, 97(UP2), 165-178.
- Solomon, M. (1987). Algorithms For Vehicle Scheduling Routing Problem With Time Windows. *Operations Research*, 35(2), 354- 265.
- Vachon, S. and Klassen, R. (2008). Environmental Management And Manufacturing Performance: The Role Of Collaboration In The Supply Chain. *International Journal Production Economics*, 111(2), 299-315.
- Sarkis, J., Zhu, Q. and Lai, K. (2011). An organizational theoretic review of green supply chain management literature. *International Journal of Production Economics*, 130, 1-15.
- Srivastava, S. (2007). Green Supply-Chain Management. A State Of The Art Literature Review. *International Journal of Management Reviews*, 9(1), 53-80.
- McKinnon, A. and Woodburn, A. (1996). Logistical Restructuring And Road Freight - Traffic Growth: An Empirical Assessment. *Transportation*, 23(2), 141-161. Bhawna Minocha et al / (IJCSIT) *International Journal of Computer Science and Information Technologies*, Vol. 2 (6) , 2011, 2671-2676.
- Dekker, R., Bloemhof, J. and Mallidis, I. (2012). OR for Green- Logistics-An Overview of Aspects, Issues, Contributions and Challenges. *Operations Research in Health Care*, EJOR, 219, 671- 679.
- Toro, E., Escobar A. y Granada, M. (2016). Literature review of vehicle routing problem in the green transportation context. *Revista Luna Azul*, 42, 362-387.
- Crainic, T., Perboli, G., Mancini, S. and Tadei, R. (2010). Two- Echelon VRP: A Satellite Location Analysis. *PROCEDIA Social and Behavioral Sciences*, 2(3), 5944-5955.

- Perboli, G. and Tadei, R. (2010). New Families Of Valid Inequalities For The Two-Echelon Vehicle Routing Problem. *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, 36, 639-646.
- Lacomme, P., Prins, C. and Ramdane, W. (2001). A Genetic Algorithm for the Capacitated arc routing problem and its extensions. In AEC, E.J.W. Boers (Ed.), *Lecture Notes in Computer Sciences*, 2037, 473-483. Springer.
- Martinelli, R., Poggi, M. and Subramanian, A. (2011). Improved bounds for large scale capacitated arc routing problem. Technical report MCC14/11, Dep. de Informática, (PUC-Rio), Brazil.
- Baldacci, R. and Mingozzi, A. (2004). A Unified Exact Algorithm For The CVRP Base On A Two-Commodity Network Flow Formulation. *OR*, 52, 723-738.
- Fischetti, M., Toth P. and Vigo, D. (1994). A branch and bound algorithm for the capacitated vehicle routing problem on direct graphs. *Operations Research*, 42, 846-859.
- Fukasawa, R., Lysgaard, J., de Aragão, M. P., Reis, M., Uchoa, E. and Werneck, R. F. (2004). Robust branch-and-cut-and-price for the capacitated vehicle routing problem. *Lecture Notes in Computer Science*, 3064, 1-15.
- Cordeau, J. and Laporte, G. (2003). The Dial-a-ride problem (DARP): Variants, Modeling Issues And Algorithms. *4OR*, 1, 89- 101.
- Cordeau, J. (2006). A Branch-And-Cut Algorithm For The Dial-a ride problem. *OR*, 54(3), 573-586.
- Jorgensen, M. and Larsen, J. (2006). Solving Dial-a ride problem using Genetic Algorithm. *JOR Society*, 58, 1321-1331.
- Kara, I. (2010). On the Miller-Tucker-Zemlin Based Formulations for the Distance-Constrained Capacitated Vehicle Routing Problem. *AIP Conference Proceedings*, 1309, 551-561.
- Kara, I. (2011). Arc Based Integer Programming Formulations For Distance-Constrained Capacitated Vehicle Routing Problem. *LINDI. 3rd IEEE International Symposium on IEEE*.
- Bektas, I. and Laporte, G. (2011). The Pollution-Routing Problem. *Transportation Research Part B: Methodological*, 45(8), 1232-1250.

- Xiao, Y., Zhao, Q., Kaku, I. and Xu, Y. (2012). Development of a fuel consumption optimization model for the capacitated vehicle routing problem. *Computers and Operations Research*, 39(7), 1419- 1431.
- Erdogan, S. and Miller-Hooks, E. (2012). A Green Vehicle Routing Problem. *Transportation Research Part E*, 48(1), 100-114.
- Ghiani, G. and Imbrota, G. (2000). An Efficient Transformation Of The Generalized Vehicle Routing Problem. *EJOR*, 122(1), 11-17.
- Pop, P., Pinteá, C. and Zelina, I. (2008). Solving The Generalized Vehicle Routing Problem with an ACS-based Algorithm. *AIP Conference Proceedings: BICS*, 1117(1), 157-162.
- Baldacci, R., Bartolini, E. and Laporte G. (2010). Some application of the generalized vehicle routing problem. *Journal of the operational research society*, 61,1072-1077.
- Prins, C., Prodhon, C., Ruiz, A., Soriano, P. and Wolfler, R. (2007). Solving the CLRP by a Coop. Lagrangean Relaxation-Granular Heuristic. *Transportation Science*, 41(4), 470-483.
- Renaud, J., Laporte, G. and Boctor, F. (1996). A Tabu Search heuristic for the Multi Depot Vehicle Routing Problem. *COR*, 23, 229-235.
- Salhi, S. and Sari, M. (1997). A multi-level composite heuristic for the multidepot vehicle fleet mix problem. *EJOR*, 103, 95-112.
- Ombuki-Berman, B. and Hanshar, F. (2009). Using GA for multi- depot vehicle routing. In *Bio-Inspired Algorithms for the VRP* (161, 77-99). Ed: Springer - *Studies in Computational Int.*
- Vidal, T., Crainic, T. G., Gendreau, M. and Prins, C. (2014). Implicit depot assignments and rotations in vehicle routing heuristics. *European Journal of Operational Research*, 237(1), 15- 28.
- Li, F., Golden, B. and Wasil, E. (2007). The open vehicle routing problem : algorithms large-scale test problem, and computational results. *Computers & Operations Research*, 34, 2918-2930.
- Li, X., Leung, S.C.H. and Tian, P. (2012). A multistart adaptative memory based tabu search algorithm for the heterogeneous fixed fleet open vehicle routing problem. *Experts Systems with Application*, 39, 365-374.

- Hemmelmayr, V. and Doerner, K. (2009). A variable neighborhood search heuristic for periodical vehicle routing problems. *EJOR*, 195(3), 791-802.
- Cacchiani, V., Hemmelmayr, V. and Tricoire, F. (2014). A Set-Covering Based Heuristic Algorithm For The Periodic VRP. *Discrete Applied Mathematics*, 163(1), 53-64.
- Ghiani, G., Guerriero, F., Laporte, G. and Musmanno, R. (2003). Real-Time Vehicle Routing: Solution Concepts, Algorithms And Parallel Computing Strategies. *EJOR*, 151(1), 1-11.
- Ghiani, G. and Improta, G. (2000). An Efficient Transformation Of The Generalized Vehicle Routing Problem. *EJOR*, 122(1), 11-17.
- Archetti, C., Savelsbergh, M. and Speranza, M. (2006). Worst-case analysis for Split delivery vehicle routing problems. *Transportation Science*, 40(2), 226-234.
- Wilck IV, J. H. and Cavalier, T. M. (2012). Construction Heuristic for the Split Delivery. *American Journal of Operations Research*, 2, 153-162. <http://dx.doi.org/10.4236/ajor.2012.22018>
- Bertsimas, D. (1992). A vehicle routing problem with stochastic demand, *Operations Research*, 40, 574-585.
- Malandraki, C. and Daskin, M. (1992). Time Dependent Vehicle Routing Problem: Formulations, Solution Algorithms And Computational Experiments. *Transportation Science*, 26(3), 185- 200.
- Donati, A., Montemanni, R., Casagrande, N., Rizzoli, A. and Gambardella, L. (2008). Time Dependent VRP With A Multi Ant Colony System. *EJOR*, 185(3), 1174-1191.
- Labbé, M., Laporte, G. and Mercure, H. (1991). Capacitated Vehicle Routing Problems on trees. *OR*, 39, 616-622.
- Mbaraga, P., Langevin, A. and Laporte, G. (1999). Two exact algorithms for the vehicle routing problem on trees. *Naval Research Logistics*, 46, 75-89.
- Caramia, M. and Guerriero, F. (2010). A Heuristic Approach For the truck and trailer routing problem. *JORS*, 61, 1168-1180.
- Villegas, J. G., Prins, C., Prodhon, C., Medaglia, A. L. and Velasco, N. (2010). GRASP/VND and multi-start evolutionary local search for the single TTVRP with satellite depots. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 23(5), 780-794.

- Wade, A. and Salhi, S. (2003). Anant system algorithm for the mixed vehicle routing problem with backhauls. In Resende, M. G. C and de Sousa, J. P. (Eds.): *Metaheuristics: Computer Decision- Making* (Chapter 33, 699-719). Kluwer.
- García-Nájera, A. (2012). The vehicle routing problem with backhauls: a multi-objective evolutionary approach. In Hao, J.-K. and Middendorf, M. (Eds.), *Evolutionary Computation in Combinatorial Optimization. Lecture Notes in Computer Science, 7245*, 255-266. Springer.
- Lima, C., Goldberg, M. and Goldberg, E. (2004). A Memetic Algorithm for the HFVRP. *Electronic Notes in Discrete Math*, 18, 171-176.
- Paraskevopoulos, D., Repoussis, P., Tarantilis, C., Ioannou, G. and Prastacos, G. (2008). A Reactive VNSTS For The HFVRP With Time Windows. *Journal of Heuristics*, 14(5), 425-455.
- Kwon, Y., Choi, Y. and Lee, D. (2013). Heterogeneous fixed fleet vehicle routing considering carbon emission. *Transportation Research Part D*, 23, 81-89.
- Nagy, G. and Salhi, S. (2003). Heuristic algorithms for single and multiple depot vehicle routing problems with pickups and deliveries. Working Paper no. 42, Canterbury Business School.
- Chen, J. F. and Wu, T. H. (2006). Vehicle routing problem with simultaneous deliveries and pickups. *Journal of the Operational Research Society*, 57(5), 579-587.
- Subramanian, A., Drummon, L., Bentes, C., Ochu, L. S. and Farias, R. (2010). A parallel heuristic for the Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery. *Computers & Operations Research*, 37(11), 1899-1911.
- Thangiah, S. Vinayagamoorthy, R. and Gubbi A. (1993). Vehicle routing and time deadlines using genetic and local algorithms. *Proceedings of the 5th International Conference on Genetic Algorithms*, 506-515.
- Özyurt, Z., Aksen, D. and Aras, N. (2006). OVRP with time deadlines: solution methods and applications. *OR Proceedings 2005. Springer Berlin Heidelberg*, 73-78.
- Bräysy, O. and Gendreau, M. (2005). Vehicle Routing Problem with time windows, Part II: Metaheuristics. *Journal Transportation Science*, 39(1), 119-139.
- Naud, M. and Potvin, J. (2009). Tabu Search with ejections chains for Vehicle Routing Problem with Private Fleet and Common Carrier. *CIRRELT-2009-50*.

- Euchi, J., Chabchoub, H. and Yassine, A. (2011). New Evolutionary Algorithm Based On 2-Opt Local Search To Solve The Vehicle Routing Problem with Private fleet and common carrier. *International Journal of Applied Metaheuristic*, 2(1) 58-82.
- Thompson, P. M. and Psaraftis, H. N. (1993). Cyclic transfer algorithms for multivehicle routing and scheduling problems. *Oper. Res.*, 41, 935-946.
- Qiu, L., Hsu, W., Huang, S. and Wangz, H. (2002). Scheduling and routing algorithms for AGVs: a Survey. *International Journal Production Research*, 40(3), 745,760.
- Minocha, B.; Tripathi, S.; Mohan, C., Solving. (2011). Vehicle Routing and scheduling problems using hybrid genetic algorithm. *Electronics Computer Technology (ICECT)*, 2011 3rd International Conference on , vol.2, 189-193.
- Koskosidis, Y., Powell, W. and Solomon, M. (1982). An optimization-based heuristic for vehicle routing and scheduling problem with soft time windows constraints. *Transportation Science*, 26(2), 69-85.
- Bodin, L. (1974). A taxonomic Structure for Vehicle Routing and Scheduling Problems. *Computers and Urban Society*, 1, 11-29.
- Laporte, G. (1992). The VRP: An Overview Of Exact And Approximate algorithms. *EJOR*, 59, 345-358.
- Sbihi, A. and Eglease, W. (2007). The relationship between VRP and Scheduling and Green Logistics - A Literature Survey. Working paper. The Department of Management Science Lancaster University Management School, UK.
- Yeun, C. L., Ismail W.R., Omar K., Zirour, M. (2008) Vehicle routing problem: models and solutions. *Journal of Quality Measurement and Analysis*. 4(1), 205-218.
- Eksioglu, B., Vural, A. and Reisman, A. (2009). Survey: The Vehicle Routig Problem: A taxonomic review. *Journal Computers and Industrial Enginnering*, 57(4), 1472-1483.
- Kumar, S. and Pannerselvam, R. (2012). A survey on the Vehicle Routing Problem and its variants. *Intelligent Information Management*, 4, 66-74.
- Vidal, T., Crainic, T. G., Gendreau, M. and Prins, C. (2013). Heuristics for multi-attribute vehicle routing problems: a survey and synthesis. *EJOR*, 231(1), 1-21.
- Franzese O, Davidson D. Effect of weight and roadway grade on the fuel economy of Class-8 freight trucks. Oak Ridge National Laboratory, Tennessee, USA; 2011.

ANEXOS

6.1 ANEXO 1

ANEXO 1 – Alguns artigos consultados

Artigo	Autores	Resumo
Optimizing the VRP by minimizing fuel consumption (2011)	Kuo, Yiyo	Os autores focam-se maioritariamente no consumo dos veículos da frota. Fatores que influenciam o consumo dos veículos: peso da carga, velocidade do transporte, uso de ar condicionado, cor do veículo, pressão dos pneus. Defendem que utilizando vias onde consigam obter melhor velocidade média tais como autoestradas, conseguem melhores consumos. Lojas com maior procura devem planear bem as encomendas para reduzir o peso a ser transportado. Apresentam modelo de cálculo para o consumo total de combustível.
	Wang, Chi Chang	
VRP with Pickup and Delivery (2002)	Desaulniers, Guy	Autores focam-se maioritariamente no modelo matemático do VRP, com vários pedidos e entregas. Apresentam a construção da network de distribuição e a formulação do problema. Referem que a qualidade do serviço é um fator importante e a ter em conta, sendo que o cliente deve ter "zero inconveniências" durante o período de entrega do pedido, o que se pode atingir reduzindo o tempo de entrega. A redução da network de entregas é importante para minimizar os custos, mas mantendo a qualidade e os tempos de entrega. Também é referida a possibilidade de se fazer entregas com apenas um veículo ou vários.
	Solomon, Marius M	
	Jacques, Desrosiers	
	Andreas, Erdmann	
	Francois, Soumis	

Literature Review on the Vehicle Routing Problem in the Green Transportation Context (2015)	Toro O., Eliana M.	É abordada um pouco da história do VRP (Dantzig and Ramser (1959)). O dióxido de carbono emitido pelos transportes é cerca de 14% do total de emissões.
	Escobar Z., Antonio H.	O objetivo do VRP é conceber um modelo de rotas que minimize os custos para servir vários pontos, geograficamente dispersos, tendo em conta várias restrições para este problema. Os autores falam dos vários tipos de problemas do VRP: 2E-VRP, ARP, CVRP, DARP, DCVRP, EVRP, entre outros. Apresentam um modelo matemático para a resolução do problema e as suas soluções.
	Granada E., Mauricio	Também é referida uma técnica de estimativa das emissões. No final, é referida a direção que o estudo do VRP está a levar, referindo que será para um caminho mais verde e ecológico.
Vehicle routing problems with loading constraints: state-of-the-art and future directions (2014)	Pollaris, Hanne	Problemas característicos relacionados com o VRP: características do veículo, características da carga, tempo de viagem, pedidos de transporte.
	Braekers, Kris	Restrições do carregamento e integração das mesmas no modelo: dimensionais, importância da carga (se o veículo estiver cheio, algumas encomendas terão de ficar para trás), restrições de alocação da carga,
	Caris, An	posicionamento da carga dentro do veículo, limites de peso do veículo, distribuição de peso dentro do veículo, entre outros.
	Janssens, Gerrit K.	
	Limbourg, Sabine	