

PPCar (Personal Pendulum Car): Vehículo basado en péndulo invertido

A. Viguria, R. Cano, M. Fiacchini, A. Prieto, B. J. Vela, F. R. Rubio, J. Aracil y C. Canudas-de-Wit

Escuela Superior de Ingenieros
Universidad de Sevilla, 41092 Sevilla

antidio@cartuja.us.es, ramoncano@us.es, mirkof77@gmail.com, a.prieto@ieee.org, bjvela@auna.com,
rubio@esi.us.es, aracil@cartuja.us.es, carlos.canudas-de-wit@lag.ensieg.inpg.fr

Resumen

Este artículo presenta la descripción de un prototipo construido en la Escuela Superior de Ingenieros de Sevilla para el transporte de personas. Este vehículo basa su movimiento en la estabilización de un péndulo invertido. El sistema ha sido diseñado en su totalidad desde la estructura mecánica al diseño de los controladores, utilizando componentes comerciales y de bajo coste. El control del vehículo se realiza desde un microcontrolador a bordo, supervisado desde un PC y estando ambos comunicados a través de un enlace inalámbrico. El prototipo desarrollado tiene como finalidad servir de plataforma de investigación para técnicas de control.

Palabras Clave: péndulo invertido, control no lineal, tiempo real.

1 INTRODUCCIÓN

El control de un péndulo invertido constituye un problema clásico dentro del campo del control no lineal. Existen diferentes variantes del problema, entre las que destacan: péndulo de Furuta [2] [6], péndulo sobre un carro móvil [3] y más recientemente péndulo sobre un vehículo de dos ruedas con motores independientes [1] [4] [8]. A su vez, existe una amplia gama de controladores (lineales, no lineales, óptimos, robustos, predictivos, etc.) que han sido diseñados para estas aplicaciones en las últimas décadas. Debido al carácter práctico de este trabajo y al reducido coste de los componentes utilizados, se han seleccionado aquellos cuya ley de control requiere poca potencia de cálculo.

Este artículo se centra en el problema del péndulo invertido sobre un vehículo de dos ruedas para el transporte de personas (Figura 1). De hecho, el péndulo está constituido por la persona que está sobre el vehículo. El movimiento de avance está provocado por la inclinación de la persona con

respecto a la posición de equilibrio. Mientras que el movimiento de rotación se controla mediante una consigna impuesta por la persona mediante un dispositivo eléctrico.



Figura 1: Vista general del vehículo (PPCar)

El núcleo del sistema está compuesto por un microcontrolador que es el encargado, a partir de la información proveniente de los distintos sensores, de calcular las acciones de control. Este microcontrolador se comunica con un PC permitiendo la captura de datos relevantes del vehículo para su posterior estudio y el ajuste de los controladores en línea. Estas características permiten el estudio de diversas técnicas de control mediante la realización de sencillos experimentos.

El artículo está organizado de la siguiente manera. La sección 2 describe los distintos componentes que forman el sistema y las relaciones entre ellos tanto a nivel hardware como software. La sección 3 muestra el modelo de la plataforma que será utilizado en la sección 4 en la fase de diseño de controladores. En la sección 5 se presenta los resultados obtenidos tanto en simulación como en los experimentos realizados. La última sección está dedicada a las conclusiones y a los posibles desarrollos futuros.

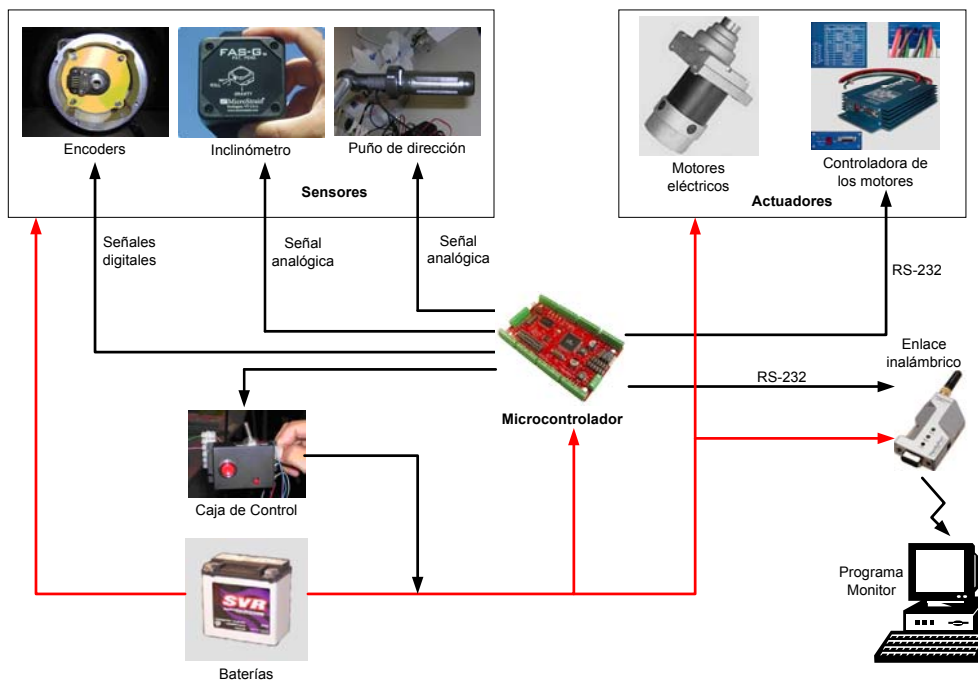


Figura 2: Arquitectura del Sistema

2 ARQUITECTURA DEL SISTEMA

2.1 ARQUITECTURA HARDWARE

El núcleo del sistema es un microcontrolador de 8 bits y bajo coste (Atmega128 de la marca Atmel) que se comunica con los distintos periféricos. Este microcontrolador es bastante completo, incorporando: temporizadores, dos UARTS, hasta seis posibles señales PWM, varias entradas al convertidor analógico digital, 128 kilobytes de memoria de programa, etc. Aunque en principio, un microcontrolador de 8 bits no se considere conveniente para un control en tiempo real y con un tiempo de muestreo del orden de varios milisegundos como es el caso del vehículo a controlar, se ha demostrado que sí lo es. Esto es posible gracias al reloj a 16MHz que lleva incorporado, consiguiéndose unas 16 MIPS.

Como se puede observar en la Figura 2, existen dos grandes grupos de dispositivos comunicados al microcontrolador: sensores y actuadores. El grupo de los sensores está formado, en primer lugar, por un encoder por cada rueda, que en el vehículo se han utilizado para medir la velocidad de rotación de éstas. El segundo elemento del grupo de los sensores es un inclinómetro de la marca MicroStrain que incorpora un preprocesamiento de la señal basado en un filtro de Kalman. Este preprocesamiento hace posible obtener una lectura fiable por parte del inclinómetro y que no sea necesario un tratamiento posterior. El último de los sensores es utilizado para indicar al control la referencia en la dirección que se desee

tome el vehículo. Esta referencia se indica a partir de un puño con una interfaz eléctrica. Con respecto a los actuadores, el sistema consta de dos motores eléctricos alimentados a 24V y capaces de llegar a las 240 rpm. La potencia eléctrica que necesitan estos motores es suministrada por una controladora de los motores de la marca RoboteQ y que se comunica con el microcontrolador a partir del estándar RS-232 y un protocolo de comunicaciones.

En lo referente a los equipos auxiliares, cabe destacar el enlace inalámbrico basado en tecnología Bluetooth. Este enlace permite utilizar una conexión serie inalámbrica pero transparente a ambos extremos y que es utilizado para comunicar el microcontrolador con el PC de supervisión. La caja de control, por otra parte, permite: apagar y encender el sistema, conocer fácilmente el estado del microcontrolador a partir de un led e incorpora un mecanismo de seguridad que consiste en un interruptor que mientras el controlador esté activo debe estar pulsado, en caso contrario el control dejará de funcionar y el vehículo se parará.

2.2 SOFTWARE DEL SISTEMA

2.1.1 Software del microcontrolador

El software para el microcontrolador ha sido basado en el sistema operativo para sistemas embebidos TinyOS [5], desarrollado en la Universidad de Berkeley. Este sistema operativo está dirigido por eventos, es decir, que el software responde ante eventos que son propagados desde el nivel hardware

hasta los niveles superiores, siendo estos cada vez más abstractos.

TinyOS, es un software de fuentes abiertas y que ofrece varias ventajas como una estructura de módulos jerárquica que permite al programador de aplicaciones abstraerse de las singularidades del hardware con el que está trabajando. Además esta estructura de módulos permite una reutilización sencilla del código, que incluso permite el desarrollo de ciertas aplicaciones casi sin la creación de nuevo código.

En este sistema operativo se utiliza un nuevo lenguaje de programación llamado NesC, siendo utilizado para programación de aplicaciones estructuradas basadas en componentes. Este lenguaje de programación permite el desarrollo de aplicaciones compactas que necesitan poco espacio de memoria lo cual es muy importante en los sistemas embebidos. En estos sistemas el diseño debe estar basado en un núcleo multi-hilo que sea extremadamente simple y eficiente. Este núcleo tiene dos tipos estructuras:

- Eventos: pueden interrumpir a las tareas, se ejecutan cuando se produce un evento hardware y deben realizar pequeñas cantidades de cálculos.
- Tareas: no son temporalmente críticas, suelen utilizar mucho mayor tiempo de cálculo que los eventos, además las tareas no se interrumpen entre ellas por lo que la siguiente tarea sólo se ejecuta cuando termina la anterior (esto simplifica el núcleo del sistema al sólo necesitar una única pila).

En principio, este sistema operativo está pensado para ser utilizado para los nodos de las redes de sensores inalámbricas. Sin embargo ha sido modificado para que pueda ser utilizado en un sistema de control en tiempo real. Para ello, se ha creado un reloj de tiempo real de 10ms que dotará al sistema de una base de tiempo y será el encargado de activar el ciclo de control. Mientras que tanto para las comunicaciones por el puerto serie como para la lectura de los datos de los distintos sensores, se han utilizado interrupciones.

Por último, conviene destacar que en el desarrollo del software se ha seguido la estructura basada en módulos anteriormente mencionada con la intención de que el programa sea fácilmente escalable y abstraer a nuevos desarrolladores del nivel hardware. Los módulos básicos que se han desarrollado son: convertidor analógico digital, puerto serie, encoder y temporizador. Cada uno de estos módulos ofrece en su nivel más alto una interfaz que permite la

utilización de éstos sin tener que conocer los niveles inferiores.

2.2.2 Software del PC

Para la realización de experimentos útiles, es necesario tener un medio fiable para monitorizar y almacenar los datos generados por los mismos, motivando el desarrollo de una aplicación de PC (Figura 3) cuyos objetivos son: monitorización en tiempo real de las variables del sistema, capacidad de guardar las muestras obtenidas durante el experimento para su posterior estudio, control de los distintos estados del controlador (parada, activo, parada de emergencia) y posibilidad de cambiar de forma sencilla los parámetros de control sin la necesidad de volver a programar el microcontrolador.

Para llevar a cabo estos objetivos ha sido necesario utilizar un enlace inalámbrico y además el diseño de un protocolo de comunicaciones que permita, tanto al PC como al microcontrolador, interpretar todos los datos correctamente. Este protocolo de comunicaciones está formado por una serie de PDUs, donde el PC controla las comunicaciones y el microcontrolador sólo responde a las peticiones de éste. Por ejemplo, si el PC quiere cargar los parámetros del controlador, entonces transmitiría la PDU asociada a esa tarea y que está formada por: una cabecera indicando el tipo de PDU, un identificador del controlador al que se quieren cargar los nuevos valores y por último los distintos valores de los parámetros. Una vez recibida toda la información correctamente el microcontrolador realiza un acuse de recibo mandando únicamente de vuelta la cabecera que indica el tipo de PDU recibida.

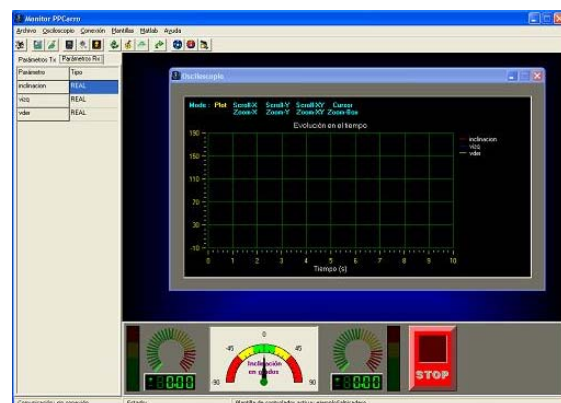


Figura 3: Aplicación de PC para monitorizar el sistema

Para facilitar la carga de los distintos controladores y permitir de forma sencilla el cambio de los parámetros de éstos, desde el PC y sin tener que reprogramar el microcontrolador, se han desarrollado una serie de plantillas gráficas basadas en XML.

3 MODELO DEL SISTEMA

El sistema, de forma simplificada, está constituido por una plataforma montada sobre dos ruedas que son accionadas por dos motores independientemente. Sobre esta plataforma se sitúa una masa que puede ser modelada como una masa puntual a una distancia l del plano de la base. La Figura 4 muestra de forma esquemática la estructura del vehículo, los ejes de referencias, los grados de libertad y las entradas del sistema.

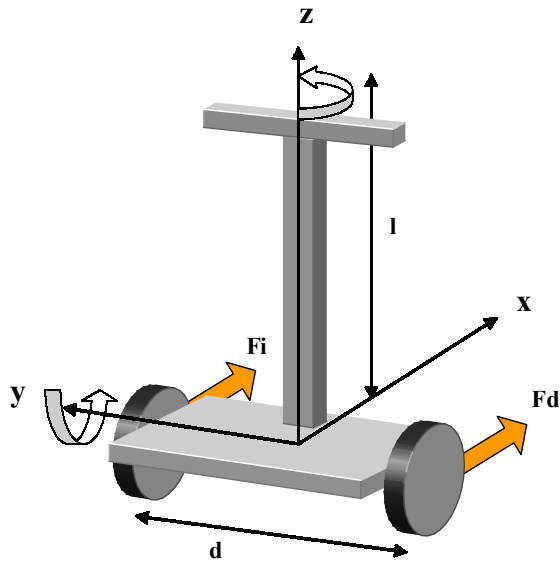


Figura 4: Esquema de la estructura del vehículo

Desde el punto de vista del control, el sistema puede descomponerse en dos subsistemas que prácticamente están desacoplados entre sí. Una parte está formada por un robot móvil con tracción diferencial, la otra la constituye un péndulo invertido sobre un carro móvil.

3.1 VEHÍCULO CON TRACCIÓN DIFERENCIAL

La variable de salida en este sistema es la velocidad de giro respecto al eje vertical. La referencia para ella viene dada por una señal procedente del puño de dirección del vehículo.

Considerando las fuerzas ejercidas por cada una de las ruedas, F_i y F_d , puede obtenerse las ecuaciones del vehículo

$$J\ddot{\delta} = (F_d - F_i)d$$

donde

F_i y F_d : fuerza ejercida por la rueda izquierda y derecha respectivamente

J : momento de inercia respecto al eje vertical

$\ddot{\delta}$: aceleración angular alrededor del eje z

d : distancia entre las ruedas

3.2 PÉNDULO INVERTIDO SOBRE BASE MÓVIL

En la Figura 5 se ha representado el subsistema constituido por el péndulo invertido sobre plataforma móvil.

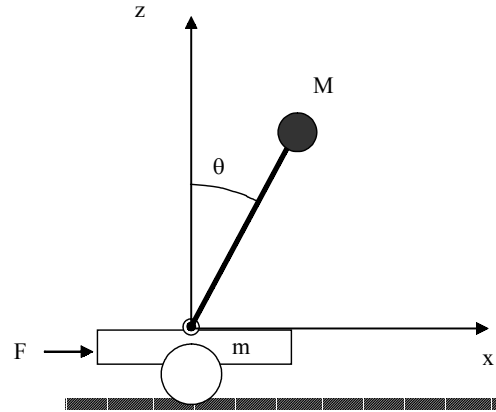


Figura 5: Péndulo invertido sobre carro móvil

El equilibrio de fuerzas en el eje x permite obtener la ecuación

$$(M + m)\ddot{x} + Ml\ddot{\theta}\cos\theta = F \quad (1)$$

Por otra parte el balance de momentos en torno al punto de giro del péndulo conduce a

$$\ddot{x}Ml\cos\theta + Ml^2\ddot{\theta} - Mgl\sin\theta = 0 \quad (2)$$

donde

m : masa del carrito.

M : masa del péndulo.

l : altura del centro de masa.

g : aceleración de la gravedad.

Ya que el objetivo del control es la estabilización del ángulo θ en cero y de la velocidad lineal \dot{x} , las variables de estado de interés del sistema son solamente el ángulo θ , la velocidad angular $\dot{\theta}$ y la velocidad $\dot{x} = v$.

En la sección 4, se ilustran dos métodos de control para este sistema. El primero es un LQR (Linear Quadratic Regulator), un control lineal para el que es necesario un modelo del sistema linealizado alrededor del punto de equilibrio. El otro es un control no lineal para el que se puede utilizar directamente las ecuaciones diferenciales no lineales obtenidas anteriormente.

4 DISEÑO DE CONTROLADORES

4.1 CONTROLADOR LQR

El controlador LQR es un control por realimentación del vector de estados de la forma

$$u = -Kx \quad (3)$$

tal que el valor de K se obtiene a partir de un problema de minimización del funcional de coste

$$J = \int_0^{\infty} (x'Qx + u'Ru)dt \quad (4)$$

Las matrices Q y R penalizan respectivamente el error del estado y el esfuerzo de control.

El sistema puede ser linealizado en torno al punto de equilibrio $\theta = 0, \dot{\theta} = 0$ y $v=0$. En este punto pueden realizarse las aproximaciones $\cos\theta \approx 1$ y $\sin\theta \approx \theta$. Con ello las ecuaciones de estado en forma matricial quedan de la forma

$$\begin{pmatrix} \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \\ \dot{v} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{(M+m)g}{ml} & 0 \\ 0 & -\frac{M}{m}g & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \\ v \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ \frac{1}{m} \end{pmatrix} F \quad (5)$$

Utilizando este modelo la solución del problema LQR conduce a un controlador de la forma

$$F = -K_1\theta - K_2\dot{\theta} - K_3v \quad (6)$$

donde los parámetros K_1, K_2 y K_3 vienen determinados por los valores de los elementos de las matrices Q y R de la expresión (4)

4.2 CONTROLADOR NO LINEAL

El diseño del controlador no lineal se ha realizado en varias fases. En primer lugar se ha obtenido una linealización parcial de las ecuaciones del sistema. Posteriormente se ha procedido a la estabilización del subsistema péndulo mediante el moldeo de la función energía, para finalmente estabilizar la velocidad lineal de vehículo mediante el controlador propuesto por Astolfil-Kaliora. En las subsecciones siguientes se detallan cada una de estas fases.

4.2.1 Linealización parcial

Si se define una nueva variable de control dada por

$$u = \frac{F + M\dot{\theta}^2 \sin\theta - Mg \sin\theta \cos\theta}{[(M+m) - M \cos^2\theta]} \quad (7)$$

las ecuaciones (1) y (2) del modelo pueden describirse como

$$\begin{aligned} u \cos\theta + l\ddot{\theta} - g \sin\theta &= 0 \\ \ddot{x} &= u \end{aligned} \quad (8)$$

por lo que las ecuaciones de estado del sistema quedan como

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{1}{l}(g \sin x_1 - u \cos x_1) \\ \dot{x}_3 &= u \end{aligned} \quad (9)$$

donde $x_1 = \theta, x_2 = \dot{\theta}, x_3 = \dot{x}$.

El sistema presenta ahora una estructura en cascada que permite obtener una solución escalonada al problema de control.

4.2.2 Estabilización del péndulo mediante el moldeo de la función de energía

Existen diversas formas de estabilizar el péndulo. Una de ellas consiste en, mediante una ley de control adecuada, modificar la forma de la energía del sistema de manera que el mínimo de la misma se encuentre en el punto que se desea estabilizar.

Para obtener esta ley de control basta con igualar las ecuaciones de un péndulo invertido con las de uno no invertido, obteniéndose

$$u = 2g \tan x_1 \quad (10)$$

Utilizando esta ley de control el sistema presentaría oscilaciones alrededor del punto de equilibrio. Si se desea un comportamiento asintóticamente estable es necesario añadir un término de amortiguamiento.

$$u = 2K_m g \tan x_1 + \frac{K_a}{M} x_2 \quad (11)$$

donde K_m es una constante que añade un mayor grado de libertad al ajuste del controlador.

4.2.3 Estabilización de la velocidad

Una vez estabilizado el péndulo y ya que el sistema, tras la linealización parcial, posee una estructura en cascada puede aplicarse técnicas de *forwarding*, para estabilizar la velocidad del vehículo. Así, este objetivo puede conseguirse añadiendo un nuevo término a la ley de control de la forma

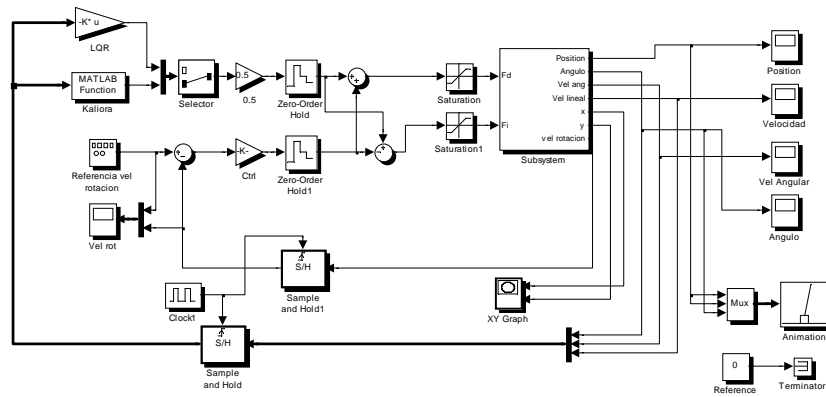


Figura 6: Esquema Simulink para simulación de controladores.



Figura 7: Secuencia de fotogramas de un experimento

$$u = 2gK_m \tan x_1 + \frac{K_a}{M} x_2 + u_d \quad (12)$$

El valor de u_d puede obtenerse de diversas maneras [3]. En este trabajo, debido a su simplicidad de cálculo, se ha utilizado la ley de control propuesta por Astolfi-Kaliora [7] donde

$$u_d = \varepsilon \operatorname{sat}\left(\frac{K_v x_3}{\varepsilon}\right) \quad (13)$$

Con esto y deshaciendo la linealización parcial, la ley de control global que indica la fuerza a aplicar al carro para conseguir la estabilización del péndulo y de la velocidad del vehículo queda

$$F = \left[(M + m) - M \cos^2 \theta \right] u + Mg \sin \theta \cos \theta - M l \dot{\theta}^2 \sin \theta$$

con

$$u = 2gK_m \tan \theta + \frac{K_a}{M} \dot{\theta} + \varepsilon \operatorname{sat}\left(\frac{K_v v}{\varepsilon}\right) \quad (14)$$

5 RESULTADOS OBTENIDOS

Concluido el diseño de controladores se ha realizado un conjunto de simulaciones con la herramienta Simulink de Matlab. Esto ha permitido comprobar su funcionamiento así como proceder a la sintonización de los distintos parámetros que poseen dichos controladores. La Figura 6 muestra el esquema utilizado donde se observa que la señal procedente del controlador seleccionado, que se corresponde a la fuerza a aplicar al carro, es repartida de forma simétrica entre las dos ruedas del vehículo.

Por otra parte, para el guiado del vehículo se ha utilizado un control proporcional que aumenta la fuerza ejercida por una de las ruedas y la disminuye en la otra, lo que provoca el giro deseado.

Los controladores que estabilizan al péndulo, LQR y no lineal, presentan un comportamiento muy similar en torno al punto de equilibrio. Sólo se aprecian diferencias cuando el péndulo se aleja de la posición vertical. En la Figura 8 se muestra la evolución del ángulo, con ambos controladores, partiendo de una posición inicial de 0.5 rad hasta su estabilización en cero.

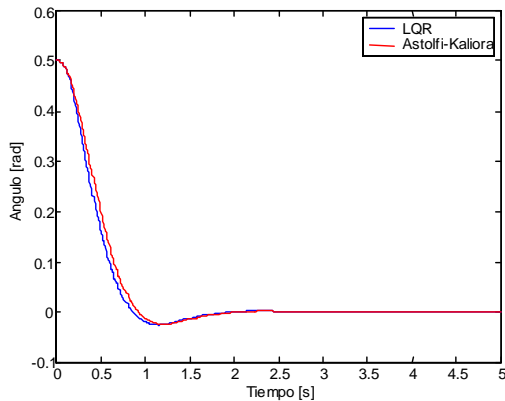


Figura 8: Comparación de controladores

En la fase final se han realizado varios experimentos de forma satisfactoria y donde se han probado distintos controladores. En la Figura 7 se muestra una secuencia de fotogramas de un vídeo de una de las pruebas donde se puede observar como el péndulo es estabilizado incluso cuando se realizan giros.

6 CONCLUSIONES Y DESARROLLO FUTURO

En este artículo se presenta un vehículo cuyo movimiento está basado en la estabilización de un péndulo invertido. Este vehículo ha sido construido a partir de componentes comerciales de bajo coste. Se ha conseguido un sistema de experimentación que permite de forma sencilla el estudio de diversos controladores.

En las pruebas realizadas se han utilizado dos tipos de controladores: un controlador lineal óptimo (LQR) y un controlador no lineal basado en moldeo de energía, obteniendo resultados satisfactorios en ambos casos.

Dentro de los desarrollos futuros se contempla el diseño de nuevas técnicas de control, su posterior experimentación y un estudio comparativo entre ellos.

Agradecimientos

Los autores desean expresar su agradecimiento al MCYT-FEDER por subvencionar este trabajo a partir de los proyectos DPI2004-06419, DPI2003-00429, HF2003-0237 y SAB2003-0085. También agradecen la subvención proporcionada por el programa PICASSO No. 07261YJ (EGIDE) del Ministerio Francés de Asuntos Exteriores y de LAFMA.

Referencias

- [1] Baloh, M. and Parent, M., "Modeling and Model Verification Intelligent Self-Balancing Two-wheeled Vehicle for an Autonomous Urban Transportation System". *Conf. Comp. Intelligence, Robotics Autonomous Systems, Singapore*, Dec, 15, 2003.
- [2] Furuta, K., "Control of pendulum: From super mechano-system to human adaptative mechatronics". *Proceedings of the 42nd IEEE CDC.2003*
- [3] Gordillo F., Salas F., Aracil J., "A Forwarding Controller for the Pendulum on a Cart". *Proceedings of Controlo 2004. Controlo 2004 (6). Num. 6. Faro, Portugal. Proceedings del Congreso. 2004. Pag. 79-84*
- [4] Grasser, F., D'Arrigo, A., Colombi, S., and Rufer, A., "Joe: A mobile, inverted pendulum", *IEEE Trans. Industrial Electronics*, vol. 49, no.1, pp. 107, no. 114, 2002.
- [5] Hill, J et al. "System Architecture Directions for Networked Sensors", *ACM. Operating Systems Review*. V.34, n.5, Dec. 200, pp.93-104
- [6] K.J. Aström and K. Furuta, "Swinging-up a pendulum by energy control", *Proc IFAC Congress, E, 37-95 (1996)*.
- [7] Kaliora G. and Astolfi A., "Nonlinear control of feedforward systems with bounded signals," *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 49, no. 11, pp. 1975-1990, Nov. 2004.
- [8] Segway Human Transporter. <http://www.segway.com> 2004.